

ライフサイクル・モデルによる 消費の異時点間選択

—— 動学的な消費決定の理論的基礎 ——

嶋 村 紘 輝

はじめに

ケインズ型消費関数においては、消費の決定は現在の所得を基準にして行われるとみる。もし人びとが、短期的な視野に立ち現在だけを考えて消費行動を決めるのであれば、あるいは、現在の所得水準がそのまま将来も維持されると確実に期待できる状況であれば、ケインズ型消費関数の妥当性は高い。

しかしながら、一般的には、人びとの生涯は今すぐ終わってしまうわけではなく、これから先も続く。また、現在の所得水準が将来にわたって維持されるという保証もない。したがって、消費や貯蓄の決定は通常、現在の所得だけではなく、将来に予想される所得も考慮に入れながら、長期的な視野のもとで行われると考えられる。その際人びとは、消費を今多くするのがよいのか、それとも今は貯蓄に励んで将来の消費を増やすのがよいのか、という現在消費と将来消費の選択の問題に直面する。つまり、消費・貯蓄の決定問題には、本来的に異時点間の選択の要素が含まれる。

本稿の目的は、簡単な「ライフサイクル・モデル」に基づき、異時点間の消費選択の問題を考察することにある。すなわち、ライフサイクルの観点から消

費決定の問題をとらえ、動学的な最適消費の条件を導くとともに、消費行動に対するインプリケーションを明らかにしたい。また分析の面では、Deaton [1992] や Muellbauer [1994] の消費・貯蓄に関する研究成果を軸にして、最近のマクロ経済学の発展を踏まえながら、消費の動学分析の理論的な基礎付けをすることも意図している。

まず、第 1 節では、現実性を仮定したライフサイクル・モデルをつくり、異時点間の消費選択の問題を定式化して、動学的な最適消費の条件（オイラー方程式）を導く。次の第 2 節において、オイラー方程式のインプリケーションについて詳しく考察すると同時に、効用関数を特定化して、オイラー方程式は具体的にどのように表せるかを示す。また、第 3 節では、特にライフサイクルの 2 期間モデルを取り上げ、消費者の最適行動を詳細に見る。さらに、第 4 節において、将来所得は確率変数と仮定した上でライフサイクル・モデルを再構築して、不現実性のもとでのオイラー方程式を導き、動学的な消費行動に関する意味合いを明らかにする。

1. 消費のライフサイクル・モデル

はじめに、今日の消費・貯蓄研究の基礎となっている「ライフサイクル・モデル」について説明する⁽¹⁾。ここでは現実性の世界を想定して、将来の所得や利子率は確定しているものとして扱う。

A. 消費者の生涯効用と予算制約

いま、ある消費者（個人、家計）は今期（0 期）から T 期まで、 $T+1$ 期間にわたって生存するものとする。そして、消費者の「生涯効用」 U は各期の実

(1) ライフサイクル・モデルの基本文献は Modigliani and Brumberg [1954] である。また、本稿のライフサイクル・モデルについては、特に、Sargent [1987] chapter 12, Blanchard and Fischer [1989] chapter 6, Deaton [1992] chapter 1, Muellbauer [1994], Romer [1996] chapter 7, Obstfeld and Rogoff [1996] chapters 1, 2 を参考にした。

質消費 C_t ($t=0,1,2,\dots,T$) に依存して決まり、

$$U=U(C_0, C_1, \dots, C_T)$$

と表せるものとする。ただし、ここでは、生涯効用は以下の時間的に分離可能な効用関数によって与えられると仮定する。

$$U=\sum_{t=0}^T \frac{1}{(1+\rho)^t} u(C_t) \quad u'(\cdot)>0, u''(\cdot)<0 \quad (1)$$

なお、期間効用関数 $u(\cdot)$ はどの期においても同じであり、消費の限界効用は正であるが、「限界効用逓減の法則」が働くものとする。また、 ρ は主観的な時間選好率を、そして $1/(1+\rho)$ は主観的な割引率を表す（ただし、時間選好率 ρ は時間を通じて一定とする）。したがって(1)式は、消費者の生涯効用は各期における効用の現在価値を合計した値に等しいことを示す。

次に、 t 期の実質労働所得を Y_t 、 t 期首の実質資産を A_t で表すと、消費者の各期の「予算制約」は、

$$A_{t+1}=(1+r)(A_t+Y_t-C_t) \quad t=0,1,2,\dots,T \quad (2)$$

のように示せる。ここで、今期の資産 A_0 は所与とする。また、 r は完全競争的な資本市場において決定される実質利子率で、時間を通じて一定とする。そして消費者は、資本市場で自由に貸し付け（貯蓄）や借り入れができるものと仮定する⁽²⁾。

以上の予算制約式(2)は、 t 期の資産と労働所得の合計から消費を差し引いた値、言い換えると、 t 期の資産と貯蓄 $S_t(=Y_t-C_t)$ の和が $t+1$ 期の資産として持ち越されることを意味する。もし t 期に消費を控えて所得の一部を貸し付けに当てれば、貯蓄は正になる。この場合、 t 期の期首資産 A_t に貯蓄 S_t を加えた額の元利合計が次期の資産 A_{t+1} となる。反対に、 t 期に借り入れをして所得以上に消費をするのであれば、期首資産から借り入れ額を差し引いた値の

(2) 簡単化のため、貸し付け利子率と借り入れ利子率は同じ水準で、ともに市場利子率 r に等しいとする。

元利合計が次期の資産を構成する。

さらに、(2)式の関係を使って、0期の予算制約式 $A_1 = (1+r)(A_0 + Y_0 - C_0)$ の左辺 A_1 を1期の予算制約式 $A_2 = (1+r)(A_1 + Y_1 - C_1)$ の右辺に代入し、その結果得られる関係 $A_2 = (1+r)^2 A_0 + (1+r)^2(Y_0 - C_0) + (1+r)(Y_1 - C_1)$ を、2期の予算制約式の右辺に代入するというように、順次、最終の T 期に至るまで代入を繰り返していくと、消費者の生涯にわたる予算制約は1つの関係式、

$$A_{T+1} = (1+r)^{T+1} A_0 + \sum_{t=0}^T (1+r)^{T-t+1} (Y_t - C_t) \quad (3)$$

にまとめられる。

加えて、この消費者には子孫や関係者に遺産を残す意向はないとすれば、消費の限界効用が正である限り、最終期に資産を残すことは合理的な行動とは言えない。逆に、借金を残したまま生涯を終えることも許されないであろう。ゆえに、終点条件は $A_{T+1} = 0$ である。この点を考慮に入れると、消費者の「生涯予算制約」ないしは「異時点間の予算制約」は、(3)式から、

$$\sum_{t=0}^T \frac{1}{(1+r)^t} C_t = A_0 + \sum_{t=0}^T \frac{1}{(1+r)^t} Y_t \equiv W \quad (4)$$

のように示せる。ここで、 $1/(1+r)$ は市場の割引率と解釈できる。(4)式の左辺は各期消費の現在価値の合計であるから「生涯消費」を、右辺は当初資産と生涯労働所得（各期における労働所得の現在価値の合計）の和であるから「生涯総資源」 W を意味する。したがって、(4)式は、合理的な消費者は生涯消費が生涯総資源と等しくなるように行動しなければならないことを表す。

B. 消費者の最適化行動

さて消費者の問題は、生涯予算制約(4)の条件下で、生涯効用(1)を最大にするように各期の消費 $C_t (t=0, 1, 2, \dots, T)$ を決定することにある。ただし、ここでは労働所得に不確実な要素はないものと考え、現在および将来の労働所得はすべて既知として扱う。また、前述のとおり、将来の利子率は現在の水準で

一定とする。それゆえ、各期の消費を決定することは、同時に各期の貯蓄 S_t および次期の資産 A_{t+1} も決まることが意味される。

この場合、消費者の最適化問題のラグランジェ関数は、

$$L = \sum_{t=0}^T \frac{1}{(1+\rho)^t} u(C_t) + \lambda \left[A_0 + \sum_{t=0}^T \frac{1}{(1+r)^t} Y_t - \sum_{t=0}^T \frac{1}{(1+r)^t} C_t \right] \quad (5)$$

と書ける。ここで、 λ は生涯予算制約に関するラグランジェ乗数である。 t 期の消費 C_t に関する効用最大化の 1 階条件は、(5) 式より、

$$u'(C_t) = \lambda \left(\frac{1+\rho}{1+r} \right)^t \quad (6)$$

になる。以上の関係はすべての期間について成立しなければならない。したがって、 $t+1$ 期についても同様の関係が成立するから、それと(6)式より、

$$u'(C_t) = \frac{1+r}{1+\rho} u'(C_{t+1}) \quad (7)$$

いう関係が導ける。以上の(7)式が、確実性のもとでの「オイラー方程式」であり、動学的な最適消費の条件を表すものである。

上述の消費者の最適化問題は、各期において予算制約(2)を満たしながら、生涯効用(1)を最大にするように各期の消費を決定すること、と言い換えることもできる。このような形で定式化しても、まったく同じ結果を得る。まず、(2)式から t 期の消費は、 $C_t = A_t + Y_t - A_{t+1} / (1+r)$ のように示せる。この C_t を(1)式に代入すれば、消費者の生涯効用は、

$$U = \sum_{t=0}^T \frac{1}{(1+\rho)^t} u \left(A_t + Y_t - \frac{A_{t+1}}{1+r} \right) \quad (8)$$

と表せる。そして、(8)式から、 $t+1$ 期の資産 A_{t+1} に関する効用最大化の 1 階条件を求めると、(7)式と同一のオイラー方程式が導けるのである。

なお、効用最大化の 2 階条件は、

$$(1+\rho) u''(C_t) + (1+r)^2 u''(C_{t+1}) < 0$$

である。この条件は限界効用逓減を仮定しているので満たされる⁽³⁾。

2. 動学的な最適消費の条件：オイラー方程式

それでは、前節で導出した「オイラー方程式」について詳しく考察する。

A. オイラー方程式のインプリケーション

動学的な最適消費の条件である「オイラー方程式」(7)は、消費が時間を通じて最適に行われているときには、 t 期における消費の限界効用と $t+1$ 期における消費の限界効用との比率は、1 プラス実質利子率と 1 プラス時間選好率との比率に一致することを示す。あるいは、生涯効用の最大化を目的とする消費者は、オイラー方程式(7)に基づき、連続する任意の 2 期間に関する「異時点間の限界代替率」 $(1+\rho)u'(C_t)/u'(C_{t+1})$ が、1 プラス実質利子率 $(1+r)$ に等しくなるように各期の消費を選択することを示す。

したがって、もし利子率が時間選好率よりも高ければ ($r > \rho$)、言い換えると、市場の割引率が主観的な割引率よりも小さければ、 t 期における消費の限界効用は $t+1$ 期のそれよりも大きくなる ($u'(C_t) > u'(C_{t+1})$)。このことは限界効用逓減の法則から、 $t+1$ 期の消費は t 期の消費よりも大きいことを意味する ($C_t < C_{t+1}$)。より一般的に表現すれば、最適消費経路において消費は時間を通じて増加する。

反対に、利子率が時間選好率よりも低ければ ($r < \rho$)、つまり、市場の割引率が主観的な割引率よりも大きければ、 $t+1$ 期における消費の限界効用は t 期のそれよりも高くなる ($u'(C_t) < u'(C_{t+1})$)。それゆえ、 $t+1$ 期の消費は t 期の消費よりも小さくなり ($C_t > C_{t+1}$)、最適消費は時間を通じて減少する。

また、利子率と時間選好率がちょうど一致して ($r = \rho$)、市場の割引率と主

(3) 2 階条件については、Takayama [1994] p. 298、嶋村 [1997] p. 22、豊田・羽森 [1997] p. 119などを参照。本稿では、時間的に分離可能な効用関数 $u(\cdot)$ を仮定しているので、消費の交差偏導関数の項はゼロとなっている点に注意せよ。

観的な割引率が同じ大きさであれば、オイラー方程式(7)より、 t 期と $t+1$ 期における消費の限界効用は等しくなる ($u'(C_t) = u'(C_{t+1})$)。このときには、各期の消費は同じ水準で一定の値になる ($C_t = C_{t+1}$)。最適消費経路は平坦な形をとる。

ところで、特に利子率と時間選好率が等しい場合には、期間効用関数 $u(\cdot)$ がどのような形であれ、オイラー方程式と生涯予算制約から「消費関数」を明示的に導くことができる。上述のとおり、利子率と時間選好率が等しいときには、各期の最適な消費 C_t ($t=0, 1, 2, \dots, T$) は一定である。この点を考慮に入れると、生涯予算制約(4)は消費 C_t について解くことができ、

$$C_t = \frac{1}{\alpha} \left[A_0 + \sum_{i=0}^T \frac{1}{(1+r)^i} Y_i \right] = \frac{1}{\alpha} W \quad (9)$$

$$\alpha = \frac{1+r}{r} \left[1 - \left(\frac{1}{1+r} \right)^{T+1} \right]$$

という関係が求められる。この「消費関数」は各期の消費 C_t は生涯総資源 W の一定割合 $1/\alpha$ に等しく、消費者は総資源を每期均等に使うことを示す。

さらに、以上のフレーム・ワークのもとでは、現在と将来に期待される所得の平均を意味する「恒常所得」は、生涯総資源と同じ現在価値になるような一定の所得と定義される⁽⁴⁾。すなわち、

$$\sum_{i=0}^T \frac{1}{(1+r)^i} Y_P = A_0 + \sum_{i=0}^T \frac{1}{(1+r)^i} Y_i$$

の関係を満たす所得 Y_P が恒常所得に該当する。この恒常所得は、(9)式を導出したときと同様の方法によって、

$$Y_P = \frac{1}{\alpha} \left[A_0 + \sum_{i=0}^T \frac{1}{(1+r)^i} Y_i \right] = \frac{1}{\alpha} W \quad (10)$$

のように求められる。これより、(9)式の消費は(10)式の恒常所得に等しいから、

(4) 恒常所得の概念や消費の恒常所得仮説については、Friedman [1957] を参照。

$$C_t = Y_P \quad (11)$$

という関係が成り立つ。つまり、各期の消費 C_t は恒常所得 Y_P に等しいのである⁽⁵⁾。

ちなみに、消費者の生存期間は非常に長いと考えて、 $T \rightarrow \infty$ と置けば、 $\alpha = (1+r)/r$ になるから、(9)式はより簡潔な形で、

$$C_t = \frac{r}{1+r} \left[A_0 + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^t} Y_t \right] = \frac{r}{1+r} W \quad (12)$$

のように表せる。この消費関数(12)によると、各期の消費 C_t は当該期首の総資源 $W/(1+r)$ に対する利子に等しい。換言すると、総資源を一定に維持しながら消費することのできる額（総資源の年金額）を意味する⁽⁶⁾。

以上の考察から、各期の消費はその期の所得だけではなく、将来の所得も考慮に入れた生涯所得あるいは恒常所得に基づいて、平準化するように決められることが分かる。したがって、所得が相対的に高い時期には貯蓄や資産は増加し、反対に、所得が低い期間には貯蓄や資産は減少することが意味される。このように、消費関数(9)、(12)は「ライフサイクル仮説」ないしは「恒常所得仮説」の核心点を表現するものと言える。

B. 期間効用関数とオイラー方程式

次に、期間効用関数を特定化して、オイラー方程式を具体的に求めてみる。オイラー方程式の意味合いがより明瞭になろう。ここでは、マクロ動学の分析において用いられる次の4つのタイプについて検討する⁽⁷⁾。

(5) 各期の消費は恒常所得に一致するという結果は、利子率と時間選好率を等しいと仮定したことによる。利子率と時間選好率が異なる場合も含めた最適消費水準の決定については次節を参照。

(6) $W_{t+1} = (1+r)(W_t - C_t)$ の関係から、消費 C_t が(12)式で与えられる水準であれば、 $W_{t+1} = W_t$ つまり総資源は一定に維持される。Obstfeld and Rogoff [1996] p. 62 を参照。

(7) 例えば、Barro and Sala-i-Martin [1995], Blanchard and Fischer [1989], Deaton [1992], Dixit [1990], Kooreman and Wunderink [1997], Muellbauer [1994], Obstfeld and Rogoff [1996], Romer [1996], Sargent [1987], 斎藤 [1996], 豊田・羽森 [1997] を参照。

第1に、「異時点間の代替の弾力性」が一定である効用関数

$$u(C_t) = \frac{C_t^{1-\theta}}{1-\theta} \quad \theta > 0 \quad (13)$$

を取り上げる。ここで、 θ は「相対的危険回避度」($-u''C_t/u'$)を、 $1/\theta$ は「異時点間の代替の弾力性」 σ を意味する。効用関数(13)の場合、 $u'(C_t) = C_t^{-\theta} > 0$ 、 $u''(C_t) = -\theta C_t^{-\theta-1} < 0$ になるから、消費の限界効用は正であるが、限界効用逓減の法則が働くという(1)式の制約は満たされる。そして、消費の限界効用に関する式から、オイラー方程式(7)は、

$$\frac{C_{t+1}}{C_t} = \left(\frac{1+r}{1+\rho} \right)^\sigma \quad (14)$$

と表現できる。動学的な消費の最適経路は、異時点間の代替の弾力性 σ の大きさに強く依存することが見てとれる。

第2に、対数効用関数

$$u(C_t) = \ln C_t \quad (15)$$

を取り上げる。この効用関数(15)についても、 $u'(C_t) = 1/C_t > 0$ 、 $u''(C_t) = -1/C_t^2 < 0$ を得る。オイラー方程式(7)は、

$$\frac{C_{t+1}}{C_t} = \frac{1+r}{1+\rho} \quad (16)$$

のように表せる。これは第1の効用関数(13)の特殊ケース($\theta=1$)で、異時点間の代替の弾力性 σ が1で一定の場合にあたる。

第3に、指数効用関数

$$u(C_t) = -\frac{\exp(-\beta C_t)}{\beta} \quad \beta > 0 \quad (17)$$

について調べてみる。この場合、 $u'(C_t) = \exp(-\beta C_t) > 0$ 、 $u''(C_t) = -\beta \exp(-\beta C_t) < 0$ であるから、(17)式に関しても、やはり消費の限界効用は正で、限界効用逓減の法則が作用する。そして、オイラー方程式(7)は $\exp(-\beta C_t)/\exp$

$(-\beta C_{t+1}) = (1+r)/(1+\rho)$ のように表せる。さらに、実質利子率と割引率が十分に小さければ、オイラー方程式は近似的に、

$$C_{t+1} - C_t = \frac{r - \rho}{\beta} \quad (18)$$

と示すことが可能である⁽⁸⁾。

第 4 に、2 次の効用関数

$$u(C_t) = -\frac{(b - C_t)^2}{2} \quad (19)$$

を考える。ここで、 b は消費の至福点を表す。消費における不飽和の状態 ($C_t < b$) を仮定すれば、 $u'(C_t) = b - C_t > 0$ 、 $u''(C_t) = -1 < 0$ が成り立つから、消費の限界効用は常に正で、限界効用通減の法則が妥当する。またオイラー方程式(7)は、

$$\frac{b - C_t}{b - C_{t+1}} = \frac{1+r}{1+\rho} \quad (20)$$

となる。なお、第 4 節で明らかにするが、消費のランダム・ウォーク仮説は 2 次の効用関数を前提にする。

上で挙げた 4 つのケースにおいてはいずれも、オイラー方程式に消費の限界効用ではなく各期の消費がじかに現れるので、その意味合いが明確になる。すなわち、利子率が時間選好率よりも高ければ ($r > \rho$)、 $t+1$ 期の消費は t 期の消費よりも大きく ($C_t < C_{t+1}$)、反対に、利子率が時間選好率よりも低ければ ($r < \rho$)、 $t+1$ 期の消費は t 期の消費よりも小さくなる ($C_t > C_{t+1}$)。また、利子率と時間選好率が等しければ ($r = \rho$)、各期の消費は同じ大きさで一定の値になる ($C_t = C_{t+1}$)、ということが直ちに読みとれる。

(8) オイラー方程式の両辺の対数をとると、 r と ρ が非常に小さいときには、 $\beta C_{t+1} - \beta C_t = \ln(1+r) - \ln(1+\rho) \cong r - \rho$ を得るから、これより (18) 式が求められる。

3. ライフサイクルの2期間モデル

以上では、消費者は多くの期間に及び生存するものとして、異時点間の消費選択の問題を考察した。確かに、多数の期間を想定することは、議論を一般的にする点で長所がある。反面、個々の問題について明確な結論を導きにくいという短所もある。そこで本節では、消費者の生涯を単純化して、若年期にあたる今期（0期）と老年期にあたる来期（1期）の2期間に分けて考えてみる。その他の点については、第1節で説明したライフサイクルの多期間モデルと変わりはないものとする⁽⁹⁾。

A. 2期間の消費と貯蓄

ある消費者は今期と来期の2期間だけ生存するとした場合、消費者の「生涯効用」は先の(1)式に対応して、

$$U = u(C_0) + \frac{1}{1+\rho} u(C_1) \quad (21)$$

と表せる。また、2期間にわたる「生涯予算制約」は、(4)式より、

$$C_0 + \frac{C_1}{1+r} = A_0 + Y_0 + \frac{Y_1}{1+r} \equiv W \quad (22)$$

になる。合理的な消費者は、今期と来期の消費の現在価値が生涯総資源（当初資産と労働所得の現在価値の合計） W と等しくなるように行動しなければならない。

2期間の予算制約(22)の意味をよく理解するため、

$$C_1 = (1+r)(A_0 + Y_0 - C_0) + Y_1 \quad (23)$$

と書き換えてみる。ここで、今期の労働所得と消費の差 $Y_0 - C_0$ は今期の貯蓄

(9) 消費・貯蓄の2期間モデルについては多くのマクロ経済学のテキストで扱っているが、本節の議論との関連からすると、Mankiw [1994] chapter 15, Obstfeld and Rogoff [1996] chapter 1, 嶋村 [1997] 第1章, 豊田・羽森 [1997] 第4章などが参考になる。

S_0 を意味する。もし消費者が今期、消費を控えて所得の一部を貯蓄に当てれば ($S_0 > 0$)、その元利合計 $(1+r)S_0$ だけ来期の消費を増加させることができる。反対に、今期の所得以上に消費をするため借り入れをすれば ($S_0 < 0$)、借り入れ返済額 (元金と利子の合計) だけ来期の消費を減少させなければならない。あるいは、(23)式において、右辺の第 1 項は来期首の資産 A_1 を表す。したがって、消費者は来期、持ち越した資産 A_1 に労働所得 Y_1 を加えた額だけ消費することができることを示す。

さて、消費者の最適化問題は、生涯予算制約(22)あるいは(23)の条件のもとで、生涯効用(21)を最大にするように今期と来期の消費 C_0, C_1 を決めることにある。今期と来期の消費が決まれば、両期の労働所得は確定しているので、同時に今期の貯蓄 S_0 と来期の資産 A_1 および貯蓄 $S_1 (= -A_1)$ も決まることになる。

そこで、(21)式に(23)式を代入すると、

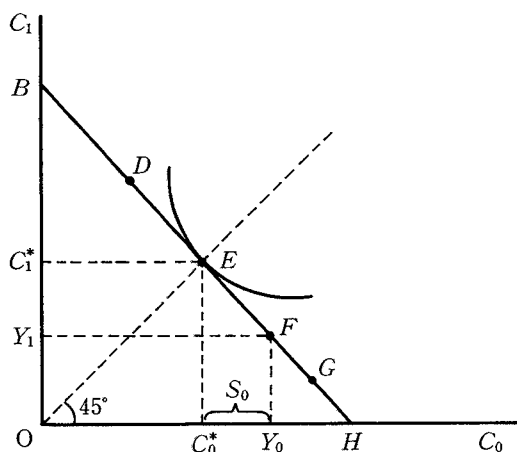
$$U = u(C_0) + \frac{1}{1+\rho} u((1+r)(A_0 + Y_0 - C_0) + Y_1) \quad (24)$$

を得る。消費者の問題は、(24)式の効用を最大にする今期の消費 C_0 を求めることに帰着する。この効用最大化問題の 1 階条件を求めると、(7)式と同じ形の「オイラー方程式」、

$$u'(C_0) = \frac{1+r}{1+\rho} u'(C_1) \quad (25)$$

が得られる。このオイラー方程式(25)から、前節で述べたように、消費者は今期と来期の消費の限界代替率が、1 プラス実質利子率に等しくなるように消費を決定することが言える。そして、もし利子率が時間選好率よりも高ければ、来期の消費は今期の消費よりも大きくなる。反対に、利子率が時間選好率よりも低ければ、来期の消費は今期の消費よりも小さくなる。また、利子率と時間選好率がちょうど等しければ、両期の消費は同じ水準になる。

第 1 図は、2 期間の消費と貯蓄の選択を図に描いたものである。ただし、貯



第1図 最適な消費と貯蓄

蓄の動きを図上で明瞭に示すため、今期の資産 A_0 はゼロと仮定してある⁽¹⁰⁾。また、今期（若年期）の所得 Y_0 の方が来期（老年期）の所得 Y_1 よりも高くしてある。直線 BH は、2 期間の予算制約⁽²³⁾を表す。この予算制約線の傾きは $-(1+r)$ であり、今期と来期の所得を示す点 F を通る。横軸との交点 H は総資源 W の大きさで、生涯所得をすべて今期に消費する場合にあたる。他方、縦軸との交点 B は $(1+r)W$ の大きさであり、生涯所得をすべて来期に消費する場合を表す。

利子率 r と時間選好率 ρ がちょうど一致する場合には、2 期間の効用関数⁽²¹⁾から描かれる無差別曲線は、45 度線上の E 点において予算線 BH と接する。この E 点では、無差別曲線の傾き（つまり、異時点間の限界代替率）と予算線の傾き（つまり、1 プラス実質利子率）は等しくなっており、効用の最大化が実現する。ゆえに、今期の最適消費は C_0^* の水準に、来期の最適消費も同じ

⁽¹⁰⁾ $A_0 \neq 0$ とする場合には、第1図の S_0 は $A_0 + S_0$ と解釈する必要がある。

大きさの C_1^* に決められる。その結果、今期の貯蓄 S_0 は $Y_0 - C_0^*$ になる。また、来期首の資産 A_1 は $(1+r)S_0$ 、来期の貯蓄 $S_1 (= Y_1 - C_1^*)$ は持ち越した資産の取り崩し額 $(-A_1)$ になる。

しかし、利子率が時間選好率よりも高い場合には、無差別曲線と予算線の接点は、45度線上の E 点よりも左上の位置（例えば D 点）に来る。今期にたくさん貯蓄が行われ、来期の消費は今期の消費を上回ることになる。反対に、利子率が時間選好率よりも低い場合には、無差別曲線と予算線の接点は予算線 BH 上で E 点よりも右下の位置に来る。そのため、今期の消費は来期の消費よりも大きくなる。もし最適な消費選択点が G 点であるとすれば、所得点 F よりもさらに右下にあるから、消費者は今期借入れをして所得以上に消費することを意味する。そして、来期に借入れ元金と利子を返済し、残った所得を消費に当てることになる。

B. 最適消費の水準

さて、特に利子率 r と時間選好率 ρ が等しい場合には、前節で明らかにしたとおり、期間効用関数がどんな形であっても最適消費水準を求めることができる。この場合、今期と来期の最適消費は同一水準であるから ($C_0 = C_1$)、2 期間の予算制約(22)より、

$$C_t = \frac{1+r}{2+r} W \quad t = 0, 1 \quad (26)$$

という関係が容易に導ける。この消費関数(26)は、両期の消費は2期間の総資源 W の一定比率 $(1+r)/(2+r)$ であることを教える。さらに2期間の場合、恒常所得は、

$$Y_P + \frac{Y_P}{1+r} = W$$

の関係を満たす一定の所得 Y_P と定義できるので、これより、

$$Y_P = \frac{1+r}{2+r} W \quad (27)$$

と表せる。したがって、(26)式と(27)式より、多期間の場合(11)と同様に、

$$C_t = Y_P$$

が成り立ち、今期と来期の消費はともに恒常所得に等しいことが分かる。

けれども、利子率と時間選好率が異なるときには、単純な2期間モデルであっても、このままでは各期の最適消費を具体的に示すことはできない。期間効用関数を特定化する必要がある。例として、前節で取り上げた4つの効用関数について、今期と来期の最適消費の値を求めてみる。

第1に、期間効用関数を「異時点間の代替の弾力性」が一定の効用関数(13)とする場合には、オイラー方程式は(14)式で与えられる。このオイラー方程式と2期間の予算制約(22)より、今期と来期の消費はそれぞれ、

$$C_0 = \frac{1}{1 + (1+r)^{\sigma-1} / (1+\rho)^\sigma} W$$

$$C_1 = \frac{[(1+r) / (1+\rho)]^\sigma}{1 + (1+r)^{\sigma-1} / (1+\rho)^\sigma} W$$

と表せる。恒常所得の大きさは(27)式のとおりであるから、今期と来期の消費は恒常所得そのものではなく、おのおの恒常所得のある一定割合に等しいことが推察できる。

第2に、対数効用関数(19)を期間効用関数とする場合には、オイラー方程式は(16)式のように簡略化される。これと予算制約(22)ならびに恒常所得を表す式(27)より、今期と来期の消費は次のように求められる。

$$C_0 = \frac{1+\rho}{2+\rho} W = k_0 Y_P$$

$$C_1 = \frac{1+r}{2+\rho} W = k_1 Y_P$$

上式は、第1のケースにおいて、特に異時点間の代替の弾力性 σ を1とした場

合にあたる。今期の消費は恒常所得 Y_P の $k_0 = (1+\rho)(2+r)/(2+\rho)(1+r)$ の割合、また来期の消費は恒常所得 Y_P の $k_1 = (2+r)/(2+\rho)$ の割合であることが分かる。

第3に、期間効用関数が指数効用関数(17)の場合には、オイラー方程式は近似的に(18)式で示される。これと(22)、(27)式より、今期と来期の消費は、

$$C_0 = \frac{1+r}{2+r} \left[W - \frac{r-\rho}{(1+r)\beta} \right] = Y_P - g_0$$

$$C_1 = \frac{1+r}{2+r} \left[W + \frac{r-\rho}{\beta} \right] = Y_P + g_1$$

のようになる。上式から、今期の消費は恒常所得 Y_P から一定数 $g_0 = (r-\rho)/(2+r)\beta$ を減じた値、来期の消費は恒常所得に一定数 $g_1 = (1+r)(r-\rho)/(2+r)\beta$ を加えた値であることが見てとれる。

最後に、2次の効用関数(19)を期間効用関数とする場合には、オイラー方程式は(20)式で表せるから、予算制約(22)を使うと、今期と来期の消費は、

$$C_0 = \frac{(1+r)^2}{(1+r)^2 + (1+\rho)} \left[W - \frac{b(r-\rho)}{(1+r)^2} \right]$$

$$C_1 = \frac{(1+r)(1+\rho)}{(1+r)^2 + (1+\rho)} \left[W + \frac{b(r-\rho)}{1+\rho} \right]$$

と示せる。恒常所得を表す式(27)を考慮に入れると、各期の消費は恒常所得の一定割合に、ある一定数を加減した大きさであることが推測できる。

付言すると、以上の4つのケースにおいてはどれも、もし利子率 r と時間選好率 ρ が等しければ、今期と来期の最適消費を表す式は先の(26)式と同じになり、各期の消費は恒常所得の水準で一定になることが確認できる。

4. 不確実性と消費選択

今までは確実な世界を想定し、将来の所得や利子率はみな確定しているもの

と扱ってきたが、本節では、不確実性の要素を考慮に入れて消費選択の問題を検討する。とりわけ、将来の労働所得は不確かな確率変数とみなす。ただし簡単化のため、これまでと同様に、実質利子率は今期の水準 r で将来にわたり一定であり、また、消費者の時間選好率 ρ も時間を通じて一定とする。さらに、将来に対する期待は「合理的期待」によって形成されるものとする。

A. 不確実性下のライフサイクル・モデル

第1節で説明したライフサイクルの多期間モデルを拡張して、不確実性の要素を組み込んだ形にする⁽¹¹⁾。ここでは、将来の労働所得は不確かな確率変数であるから、将来消費も同じく確率変数になる。このような不確実性に直面する消費者は、生涯効用(1)の期待値つまり「期待生涯効用」

$$V = E_0 \left[\sum_{t=0}^T \frac{1}{(1+\rho)^t} u(C_t) \right] \quad (28)$$

を最大にするように各期の消費 C_t を選択するものと仮定する。なお、 $E_0[\cdot]$ は、今期（0期）において消費者が利用しうるすべての情報を使って計算した数学的期待値を表す。さらに(28)式は、

$$V = \sum_{t=0}^T \frac{1}{(1+\rho)^t} E_0 [u(C_t)] \quad (29)$$

と書き換えることができるので、消費者の期待生涯効用 V とは、今期の情報を条件とした各期消費の期待効用の現在価値を合計した値を意味する。

消費者の各期の予算制約は、第1節と同じく(2)式で表される。また、不確実性下の「生涯予算制約」は、(4)式の消費 C_t と労働所得 Y_t をそれぞれ期待値に代えることにより、

(11) 本節の不確実性下のライフサイクル・モデルについては、特に、Blanchard and Fischer [1989] chapter 6, Deaton [1992] chapters 1,3, Muellbauer [1994], Obstfeld and Rogoff [1996] chapter 2, Romer [1996] chapter 7, Sargent [1987] chapter 12 を参照。

$$\sum_{t=0}^T \frac{1}{(1+r)^t} E_0 [C_t] = A_0 + \sum_{t=0}^T \frac{1}{(1+r)^t} E_0 [Y_t] \equiv E_0 [W] \quad (30)$$

のように示せる。(30)式の左辺は、各期における期待消費の現在価値の合計であるから「期待生涯消費」を、右辺は当初資産と期待生涯労働所得（各期における期待労働所得の現在価値の合計）の和であるから「期待生涯総資源」 $E_0[W]$ を表すものと言える。

消費者の最適化問題は、予算制約(2)あるいは(30)のもとで、期待生涯効用(29)を最大にするように各期の消費 C_t を選択することにある。そこで、(2)式から C_t を求めて(29)式に代入すると、消費者の期待生涯効用は(8)式に対応して、

$$V = \sum_{t=0}^T \frac{1}{(1+\rho)^t} E_0 \left[u \left(A_t + Y_t - \frac{A_{t+1}}{1+r} \right) \right] \quad (31)$$

と表せる。以上の(31)式より、 $t+1$ 期の資産 A_{t+1} に関する期待効用最大化の 1 階条件を求めると、一般的に、

$$u'(C_t) = \frac{1+r}{1+\rho} E_t [u'(C_{t+1})] \quad t=0, 1, 2, \dots, T-1 \quad (32)$$

のように表現することができる⁽¹²⁾。これが不確実性下の「オイラー方程式」であり、動学的な最適消費の条件を表す。

(32)式は、確実性下のオイラー方程式(7)の期待値をとった形になっていることが分かる。すなわち、不確実性の存在する状況において、消費が時間を通じて最適に行われているときには、今期の消費の限界効用は、1 プラス実質利率と 1 プラス時間選好率との比率で加重された、次期の消費の期待限界効用に等しいことが意味される。

(12) (32)式では、今期を 0 期ではなく一般的に t 期としてある。この時、 C_t は今期の実現値であるから、 $E_t[u'(C_t)] = u'(C_t)$ が成り立つ。

B. 消費のランダム・ウォーク仮説

不確実性下のオイラー方程式(32)が、異時点間の消費行動についてどんなインプリケーションを持つかを見るため、特に実質利子率と時間選好率が一致する場合を取り上げる。このとき(32)式は、

$$E_t[u'(C_{t+1})] = u'(C_t) \quad (33)$$

あるいは、

$$u'(C_{t+1}) = u'(C_t) + e_{t+1} \quad E_t[e_{t+1}] = 0$$

となる。ここで、 e_{t+1} は時間的に独立で、平均ゼロの確率変数である。以上の(33)式は、今期 (t 期) における次期消費の期待限界効用は、今期消費の限界効用に等しいことを示す。あるいは、消費の限界効用の確率過程はランダム・ウォークであることを示す⁽¹³⁾。

さらに明瞭なインプリケーションを得るため、期間効用関数を特定化して、2 次の効用関数(19)によって表されるものとする。この場合、消費の限界効用は $u'(C_t) = b - C_t$ であるから、不確実性下のオイラー方程式(32)は、

$$E_t[C_{t+1}] = \frac{1+\rho}{1+r} C_t + \frac{r-\rho}{1+r} \quad (34)$$

のようになる。したがって、特に実質利子率 r と時間選好率 ρ が等しい状況では、(34)式は簡潔に、

$$E_t[C_{t+1}] = C_t \quad (35)$$

あるいは、

$$C_{t+1} = C_t + \varepsilon_{t+1} \quad E_t[\varepsilon_{t+1}] = 0$$

と表せる。ここで、 ε_{t+1} は時間的に独立で、平均ゼロの確率変数である。以上の(35)式が Hall [1978] によって初めて提示された結果であり、「消費はランダム・ウォーク過程に従う」ことを示す。すなわち、今期における次期の期待消

(13) より正確には、 $E_t[x_{t+1}] = x_t$ の関係を満たす変数 x_t の確率過程はマルチンゲール (martingale) と言われる。例えば、Deaton [1992] p. 27, Sargent [1987] p. 367 を参照。

費は今期の消費に等しい。それゆえ、今期において次期の消費を予想する上で、今期の消費以外の情報は役に立たないと主張される¹⁴⁾。

さて、消費のランダム・ウォークを表すオイラー方程式(35)を、順次、将来の消費について当てはめていくと、

$$E_t [C_{t+i}] = C_t \quad i=1, 2, \dots, T \quad (36)$$

という関係が成り立つ¹⁵⁾。この(36)式は、今期における将来消費の期待値はすべて今期の消費に等しいことを意味する。つまり、将来の所得が不確実な状況において、消費者は時間を通じて消費を平準化しようとする。最適消費経路は今期の消費水準で一定と予想されるものである。

以上のように、消費がランダム・ウォーク過程に従うときには、各期の最適消費や消費の変動要因はどのように表せるかを検討する¹⁶⁾。

まず、各期の消費は今期所得と期待将来所得の関数として明示的に解くことができる。上述のとおり、消費がランダム・ウォークならば、各期の最適期待消費は今期の消費水準で一定と予想される。したがって、生涯予算制約(30)の左辺の $E_0[C_t]$ は、 C_t (一定値) に置き換えられるから、各期の消費は確実性下の消費関数(9)と同じように、

$$C_t = \frac{1}{\alpha} \left[A_0 + \sum_{i=0}^T \frac{1}{(1+r)^i} E_0[Y_i] \right] = \frac{1}{\alpha} E_0[W] \quad (37)$$

と示せる。また、消費者の生存期間は非常に長いとすれば ($T \rightarrow \infty$)、 $\alpha = (1+r)/r$ になるので、上の(37)式は、

(14) 消費はランダム・ウォークであるという主張については、Hall [1978] のほか、Blanchard and Fischer [1989] p. 286, Deaton [1992] p. 27, Kooreman and Wunderink [1997] p. 157, Muellbauer [1994] p. 10, Obstfeld and Rogoff [1996] p. 81, Romer [1996] p. 317, Sargent [1987] p. 366 などを参照。

(15) (36)式は、 $E_t[C_{t+T}] = E_t[C_{t+T-1}] = \dots = E_t[C_{t+1}] = C_t$ を意味する。

(16) Blanchard and Fischer [1989] 6.2, Deaton [1992] 3.1, Romer [1996] 7.2, Sargent [1987] 12.3 を参照。

$$C_t = \frac{r}{1+r} \left[A_0 + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^i} E_0 [Y_t] \right] = \frac{r}{1+r} E_0 [W] \quad (38)$$

という形で表せる。これは消費関数(12)に対応するものである。

上記の消費関数(37), (38)は、各期の消費 C_t は期待生涯総資源 $E_0[W]$ に依存して決まり、每期、その一定割合が消費に使われることを示す。ライフサイクル仮説や恒常所得仮説の主要点を表現していることが分かる。

また、最適な消費の決定は「確実性等価」(certainty equivalence)の原則に基づくことが見てとれる。確実性下の消費関数(9), (12)と比べると、不確実性下の消費関数(37), (38)は、将来労働所得がその期待値 $E_0[Y_t]$ に代わっている点で異なるだけである。言い換えると、生涯総資源がその期待値 $E_0[W]$ に置き換えられているだけである。消費者は不確実性のもとで、将来の確率変数がその期待値に一致するのが確かであるかのごとく行動し、意志決定するのである。不確実性下の消費行動が確実性等価の性質を示す理由は、合理的期待の他に、2次の期間効用関数を仮定して、消費の限界効用は消費水準の1次関数で表せるとしたことによる。

さらに、不確実性下の消費行動が(37)式や(38)式によって表せるとすれば、消費の変動要因を明確にすることもできる。ここでは、計算がより簡単な $T \rightarrow \infty$ のケースに注目する。不確実性下の消費関数(38)は、消費の意思決定をする時点を一般的に t 期とみなすと、

$$C_t = \frac{r}{1+r} \left[A_t + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^i} E_t [Y_{t+i}] \right] \quad (39)$$

のように示せる。次に、(39)式の関係を一期分前に進めると、

$$C_{t+1} = \frac{r}{1+r} \left[A_{t+1} + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^i} E_{t+1} [Y_{t+i+1}] \right] \quad (40)$$

が得られる。また、(39)式の両辺に $(1+r)$ を掛けた後、 $E_t[Y_t] = Y_t$ の関係を考慮に入れて整理すると、

$$(1+r)C_t = r(A_t + Y_t) + \frac{r}{1+r} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^i} E_t[Y_{t+i+1}] \quad (41)$$

を得る。そして、(40)式から(41)式を辺々減じ、各期の予算制約(2)を考慮しながら整理すると、

$$C_{t+1} - C_t = \frac{r}{1+r} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^i} [E_{t+1}[Y_{t+i+1}] - E_t[Y_{t+i+1}]] \quad (42)$$

という関係が求められる。これより、消費の変動は生涯労働所得の期待値の変化、換言すると、将来労働所得に対する期待の改訂の現在価値に依存することが分かる。

C. 労働所得の確率過程と消費選択

次に、労働所得の確率過程を具体的に仮定した場合、不確実性下の消費関数(39)や消費の変動を示す関係式(42)はどのように表せるかを検討する⁽¹⁷⁾。

<ケース a>

まず、労働所得は平均値のまわりをランダムに変動すると考え、以下の確率過程に従うものとする。

$$Y_t = \bar{Y} + \epsilon_t \quad (43)$$

ここで、 \bar{Y} は労働所得の平均値（定数）、 ϵ_t は時間的に独立で、平均ゼロ、分散一定の確率変数（ホワイト・ノイズ）である。確率過程(43)のもとでは、 $E_t[Y_t] = Y_t$ 、 $E_t[Y_{t+i}] = \bar{Y} (i \geq 1)$ を得るので、これらの関係を消費関数(39)に代入して整理すると、

$$C_t = \bar{Y} + \frac{r}{1+r} (A_t + \epsilon_t)$$

のようになる。各期の消費 C_t は、恒常所得仮説の言うように、恒常的な労働所得 \bar{Y} をもとにして、資産 A_t と変動労働所得 ϵ_t を加味して決められると解

(17) Deaton [1992] p. 86-87, Muellbauer [1994] p. 10, Obstfeld and Rogoff [1996] p. 82, Sargent [1987] p. 367, 370 を参照。

積できる。上の消費関数は、(43)式より $\varepsilon_t = Y_t - \bar{Y}$ の関係を代入すれば、

$$C_t = \frac{1}{1+r} \bar{Y} + \frac{r}{1+r} (A_t + Y_t) \quad (44)$$

と表すことも可能である。この(44)式はケインズ型消費関数の性質を持ち、経常労働所得 Y_t に関する限界消費性向 $r/(1+r)$ は正で1より小さいことを示す。ただし、経常所得 Y_t のみならず平均所得 \bar{Y} も同一額だけ高まるとすれば、限界消費性向は1になる。つまり、各期の消費は恒常所得の増加分だけ上昇することになる。

さらに、労働所得の確率過程が(43)式によって与えられるときには、 $E_{t+1}[Y_{t+1}] = Y_{t+1}$, $E_{t+1}[Y_{t+i+1}] = \bar{Y} (i \geq 1)$ が成り立つ。これらの関係を考慮に入れると、消費の変動を示す(42)式は簡単に、

$$C_{t+1} - C_t = \frac{r}{1+r} \varepsilon_{t+1} \quad (45)$$

と表せる。これより、消費を変動させる要因は来期に発生する労働所得の確率的変動 ε_{t+1} であることが分かる。また(45)式については、(35)式と同じ $E_t[C_{t+1}] = C_t$ の関係が成立するから、消費はランダム・ウォーク過程に従うことが確認できる。

<ケース b>

次に、労働所得は1階の自己回帰過程、

$$Y_t = \lambda Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad 0 < \lambda < 1 \quad (46)$$

に従うものとする。この労働所得の確率過程は確率変数 ε_t の移動平均、

$$Y_t = \varepsilon_t + \lambda \varepsilon_{t-1} + \lambda^2 \varepsilon_{t-2} + \dots$$

として表すこともできる。 t 期に生じたショックの労働所得に対する影響は、幾何級数的に減退することが意味される。

さて、(46)式の関係をも1期分前に進めて、右辺の労働所得に前期の関係を代入するという操作を次々と繰り返していくと、 $Y_{t+i} = \lambda^i Y_t + \lambda^{i-1} \varepsilon_{t+1} + \lambda^{i-2}$

$\varepsilon_{t+2} + \dots + \varepsilon_{t+i}$ という関係が求められる。これより、 $E_t[Y_{t+i}] = \lambda^i Y_t (i \geq 0)$ を得る。以上の関係を利用すると、消費関数(39)は、

$$C_t = \frac{r}{1+r} A_t + \frac{r}{1+r-\lambda} Y_t \quad (47)$$

と示せる。上の(47)式はケインズ型消費関数であり、経常労働所得 Y_t に関する限界消費性向 $r/(1+r-\lambda)$ は正で 1 より小さい。さらに、労働所得の確率過程(46)については、 $E_{t+1}[Y_{t+i+1}] = \lambda^{i+1} Y_t + \lambda^i \varepsilon_{t+1} (i \geq 0)$ という関係が成り立つので、この点も考慮すると、消費の変動を表す(42)式は、

$$C_{t+1} - C_t = \frac{r}{1+r-\lambda} \varepsilon_{t+1} \quad (48)$$

のようになる。(48)式からも、消費の変動要因は来期における労働所得の確率的変動であり、消費はランダム・ウォーク過程に従うことが見てとれる。

< ケース c >

最後に、労働所得の平均値からの乖離が 1 階の自己回帰過程、

$$Y_t - \bar{Y} = \lambda(Y_{t-1} - \bar{Y}) + \varepsilon_t \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (49)$$

に従うものとする。これは、

$$Y_t - \bar{Y} = \varepsilon_t + \lambda \varepsilon_{t-1} + \lambda^2 \varepsilon_{t-2} + \dots$$

と表すこともできる。確率過程(49)は、特に $\lambda=0$ のときには(43)式に、また $\bar{Y}=0$ のときには(46)式にそれぞれ一致する。したがってケース c は、以上のケース a、b の確率過程を特殊ケースとして含む一般的なものと言える。

労働所得の確率過程が(49)式で示される場合には、1 期分前に進めて、右辺に前期の関係を代入するというプロセスを繰り返すことにより、 $Y_{t+i} - \bar{Y} = \lambda^i(Y_t - \bar{Y}) + \lambda^{i-1} \varepsilon_{t+1} + \lambda^{i-2} \varepsilon_{t+2} + \dots + \varepsilon_{t+i}$ という関係が導かれる。これより、 $E_t[Y_{t+i}] = \bar{Y} + \lambda^i(Y_t - \bar{Y}) (i \geq 0)$ を得る。ゆえに、消費関数(39)は、

$$C_t = \frac{r}{1+r} A_t + \frac{r}{1+r-\lambda} Y_t + \frac{1-\lambda}{1+r-\lambda} \bar{Y} \quad (50)$$

となる。この50式は、以前のケース a, b の消費関数を一般化した形になっている。つまり、特に $\lambda=0$ のときには消費関数(44式)を、また $\bar{Y}=0$ のときには(47式)をそれぞれ意味する。さらに、確率過程(49)から、 $E_{t+1}[Y_{t+i+1}] = \bar{Y} + \lambda^{i+1}(Y_t - \bar{Y}) + \lambda^i \varepsilon_{t+1}$ ($i \geq 0$) の関係が得られるので、消費の変動を示す(42式)は、

$$C_{t+1} - C_t = \frac{r}{1+r-\lambda} \varepsilon_{t+1} \quad (51)$$

のように表せる。この51式はケース b の関係(48)とまったく同じである。また、 $\lambda=0$ とすれば、ケース a の(45式)に等しくなる。

おわりに

以上、本稿では、ライフサイクル・モデルに基づいて、消費の異時点間選択の問題を考察した。その際、一般的なライフサイクルの多期間モデルをベースにして分析を進めたが、2期間モデルについても言及した。また、将来所得が確定変数であるケースからはじめ、確率変数であるケースへと分析を発展させながら、動学的な最適消費はどのように決定されるのか、どんな要因に依存するのかを明らかにした。消費・貯蓄の動学分析の理論的基礎を提供することができたと考える。

しかしながら、この分野における最近の重要な課題（例えば、流動性制約や予備的貯蓄の存在、資産収益率と消費選択の関係）には論及することはできなかった。このような課題については、別の機会に検討したい。

参考文献

- Barro, R. J. and X. Sala-i-Martin [1995], *Economic Growth*, McGraw-Hill.
 Blanchard, O. J. and S. Fischer [1989], *Lectures on Macroeconomics*, MIT Press.
 Deaton, A. [1992], *Understanding Consumption*, Oxford.
 Dixit, A. K. [1990], *Optimization in Economic Theory*, 2nd ed., Oxford University Press (大石泰彦・磯前秀二訳『経済理論における最適化〔第2版〕』勁草書房, 1997年)。
 Friedman, M. [1957], *A Theory of the Consumption Function*, Princeton University Press.

- Hall, R. E. [1978], "Stochastic Implications of the Life Cycle-Permanent Income Hypothesis: Theory and Evidence," *Journal of Political Economy*, Vol. 87, December.
- Kooreman, P. and S. Wunderink [1997], *The Economics of Household Behavior*, Macmillan.
- Mankiw N. G. [1994], *Macroeconomics*, 2nd ed., Worth, 1994 (足立・地主・中谷・柳川訳『マクロ経済学』Ⅰ・Ⅱ, 東洋経済新報社, 1996年)。
- Modigliani, F. and R. Brumberg [1954], "Utility Analysis and the Consumption Function: an Interpretation of Cross-Section Data," in K. K. Kurihara (ed.), *Post-Keynesian Economics*, Rutgers University Press
- Muellerbauer, J. [1994], *Lectures on Consumption*, University of Oxford.
- Obstfeld, M. and K. Rogoff [1996], *Foundations of International Macroeconomics*, MIT Press.
- Romer, D. [1996], *Advanced Macroeconomics*, McGraw-Hill (堀・岩成・南條『上級マクロ経済学』日本評論社, 1998年)。
- Sargent, T. [1987], *Macroeconomic Theory*, 2nd ed., Academic Press.
- Takayama, A. [1994], *Analytical Methods in Economics*, Harvester Wheatsheaf
- 斎藤誠 [1996] 『新しいマクロ経済学』有斐閣。
- 嶋村紘輝 [1997] 『マクロ経済学—理論と政策—』成文堂。
- 豊田利久・羽森茂之 [1997] 『マクロ経済学』Ⅰ, 岩波書店。