

2004 年度卒業論文

ニューラルネットワークを用いた
株式ポートフォリオ構築手法の提案

提出日:2005 年 2 月 2 日

指導:山名 早人助教授

早稲田大学理工学部情報学科

学籍番号:1G01P108 - 1

柳井佳孝

概要

本研究ではニューラルネットワークを用いた株式ポートフォリオ構築手法について報告する。近年の計算機性能の大幅な向上は大量データを扱うことを可能にし、これに伴ってニューラルネットワーク、遺伝的プログラミング、サポートベクターマシン、マルチエージェント等の工学的手法を用いて株価予測の研究が行われてきた。しかし、従来研究はあまりに単一銘柄の予測に特化しすぎており、ポートフォリオをどのように組むかに注目していない。単一銘柄に特化しなくとも複数銘柄からポートフォリオを組むことによっても利益は上げられるのである。一方、ポートフォリオ構築に関する研究はMarkowitzの”Portfolio Selection”に始まる。その後、William F.Sharpeにより”Portfolio Selection”の問題点である計算量を削減する、シングルインデックスモデルが考案され、シングルインデックスモデルのリターン生成プロセスの説明力を高めるため、Barr Rosenbergによりマルチインデックスモデルが考案された。いずれの研究も、”Portfolio Selection”のポートフォリオ全体のリターンとリスクを考える分析の枠組みを用いており、この枠組みは非常に強固である。従来のポートフォリオ構築に関する研究は、リターン生成プロセスの説明力が高くなく、また、明示的にリターンに時系列構造を考慮していない。

本研究では”Portfolio Selection”における個別銘柄の期待収益率の計算にNNを用いて算出される予測期待収益率を用いることによりリターンに時系列構造を考慮してポートフォリオを構築する手法を提案する。

提案手法では日経 225 銘柄から無作為に選択した8社のデータをもとに株式売買シミュレーションを行い、全銘柄との比較を行ったところ収益率のばらつきを抑え長期的な収益を大きくする可能性があることが示された。

第1章 はじめに.....	i
1.1 研究の背景.....	1
1.2 研究の目的.....	1
第2章 関連研究.....	3
2.1 ポートフォリオ選択理論.....	3
2.1.1 Portfolio Selection.....	3
2.1.2 シングルインデックスモデル.....	6
2.1.3 マルチインデックスモデル.....	9
2.1.4 ポートフォリオ選択理論のまとめ.....	10
2.2 工学的手法による株価予測.....	10
2.2.1 ニューラルネットワークを用いた手法.....	10
2.2.2 サポートベクターマシンを用いた手法.....	11
2.2.3 遺伝的アルゴリズムを用いた手法.....	11
2.2.4 遺伝的プログラミングを用いた手法.....	12
2.2.5 工学的手法による株価予測のまとめ.....	12
第3章 提案手法.....	13
3.1 従来手法の問題点.....	13
3.2 提案手法の概要.....	13
3.3 各手法の説明.....	14
3.3.1 NNの構造最適化.....	14
3.3.2 最小分散ポートフォリオの構築手法.....	15
3.4 まとめ.....	19
第4章 評価実験.....	20
4.1 使用データ.....	20
4.1.1 分析企業.....	20
4.1.2 分析期間.....	20
4.2 実験手順.....	20
4.3 実験結果.....	21
4.4 考察.....	25
第5章 おわりに.....	27

第 1 章 はじめに

1.1 研究の背景

ポートフォリオ構築に関する研究はMarkowitzの”Portfolio Selection”[1]に始まる。Markowitzによると、投資家はポートフォリオ全体の期待収益率とリスクを考えて行動しなければならない。リスクの指標として収益率の標準偏差を使用することにより、投資を分散するとリスクが減ることが定量的に示されている。”Portfolio Selection”では期待収益率の計算に単純に過去の収益率データの平均を用いている。しかし、この理論を実用化するためには2つの問題点があった。1つは多数証券の効率的フロンティアをどのように計算するかという問題であり、2つ目は証券の期待収益率などの推定値の問題である、特に共分散(つまり相関係数)の推定が困難である。多数証券の効率的フロンティアの計算方法についてはMarkowitzがクリティカル・ライン法を発表[2]し解決した。共分散の推定値については、William F.Sharpeがシングルインデックスモデルにより相関関係を簡略化でき計算量を削減できることを示した[3]。しかしシングルインデックスモデルの説明力は高くなく、Barr Rosenbergが複数のファクターで収益率を説明するマルチインデックスモデルを提案した[4]。

一方、Famaは効率的市場仮説(EMH)を1970年に提唱[5]し株価がランダムウォークに従うとする仮説を立てた。EMHに基づく株価予測は不可能であり、市場を出し抜く売買戦略もありえない。しかし、A.Lo&A.C.MackinlayとJ.conrad&G.Kaulは、株価はランダムウォークに従うとする仮説は成り立たず、株価には自己相関が存在すると主張し、収益率の予測が可能であると主張した[6][7]。

株価予測が可能という立場から、近年、ニューラルネット、遺伝的プログラミング、サポートベクターマシンなどの各種学習理論等を用いての株価予測の研究は活発に行われている。計算機性能の大幅な向上と学習理論の発展は大規模データを扱うことを可能にし、株価予測の研究に拍車をかけている。これら研究のいくつかは、工学的手法が株価予測にある程度役に立つことを示している。

1.2 研究の目的

本研究の目的は、複数銘柄から利益を得ることに焦点をあて、”Portfolio Selection”における個別銘柄の期待収益率の計算に、NNを用いて算出される予測期待収益率を用いてポートフォリオを構築する手法を提案する。NNを用いることによって”Portfolio Selection”に明示的に収益率の時系列構造を考慮することができる。各種工学的手法を用いた市場から利益を上げるための今までの研究は、単一銘柄の株価をいかに精度良く予測するかに注目し、ポートフォリオをどのように構築するか、複数銘柄でポートフォリオを組みリスクを抑えた上で利益を上げる実用的問題に注目していない。単一銘柄に特化しなくとも、”Portfolio Selection”によれば複数銘柄からポートフォリオを組むことにより、リスクを抑え

ることにより、長期的な利益を大きくすることはできるのである。本研究では、NNによって次期収益率を予測し、その予測値をもとに複数銘柄でリスクを最小にしたポートフォリオを組み、利益を得ることに焦点を当てる。

第2章では関連研究について紹介する。第3章では本論文が提案するポートフォリオ構築手法の概要を示す。第4章では提案手法の評価実験について述べる。最後に第5章でまとめについて述べる。

第2章 関連研究

2.1 ポートフォリオ選択理論

本章では現在までに考案されている伝統的なポートフォリオ構築手法について紹介する。2.1.1項ではMarkowitzのPortfolio Selection、2.1.2節ではWilliam F. Sharpeのシングルインデックスモデルを、2.1.3節ではBarr Rosenbergのマルチインデックスモデルについて説明し、2.1.4項では2.1節のまとめを述べる

2.1.1 Portfolio Selection

1952年にHarry Markowitzは、その論文“Portfolio Selection”において、初めて個々の証券のリスクとその組み合わせであるポートフォリオのリスクを区別し、ポートフォリオを組むことによってリスクの分散が可能になることを提唱した。さらに、リターンとリスクを分布の平均と分散の統計量として具体的に示し、最適なポートフォリオの選択方法を提示した。以下で最適ポートフォリオ選択方法について述べる。

2.1.1.1 証券ポートフォリオの特性

証券ポートフォリオの期待収益率とリスクの計算方法について述べる。

ポートフォリオの期待収益率は個別銘柄の期待収益率を用いて計算される。個別銘柄を価格 P_0 で購入し、時価 P_1 で売却する場合、投資家は個別銘柄の価格変動分とともに配当 D を得ることになる。この関係から、投資収益率は次のように定義される。

$$R = \frac{R + P - P_0}{P_0}$$

実現しうる投資収益率が $(r_1, r_2, r_3, \Lambda, r_k)$ であり、それぞれの生じる確率が順に

$(f_1, f_2, f_3, \Lambda, f_k)$ であるとするなら個別銘柄の期待収益率は次のように計算される。

$$E = \sum_{i=1}^k f_i r_i$$

ポートフォリオの期待収益率は期待収益率 E_i の個別銘柄のポートフォリオへの組み入れ比

率を x_i として次のように計算される。

$$E_p = \sum_{i=1}^n x_i E_i$$

ポートフォリオの期待収益率は個別銘柄の期待収益率を組み入れ比率を重みとして加重平均したものである。

リスクは分散、標準偏差で計られる。個別銘柄のリスクは次のようになる。

$$\text{var}(\mathbf{r}) = \sigma^2(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^k f_i (\mathbf{r}_i - E(\mathbf{r}))^2$$

同様にしてポートフォリオのリスクを求めることができる。上式の \mathbf{r} を \mathbf{r}_p 、 $E(\mathbf{r})$ を $E(\mathbf{r}_p)$

として式を書き換えることによって求められる。ポートフォリオのリスクは σ_{ij} を証券iと証券jの共分散とすれば次のようになる。

$$\text{var}(\mathbf{r}_p) = \sigma^2(\mathbf{r}_p) = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^n \mathbf{x}_i \mathbf{x}_j \sigma_{ij} \right)$$

2.1.1.2 投資家の無差別曲線

第1節で証券、証券のリスクとリターンを定義したが、投資家の効用もリスクとリターンの2つのパラメータを用いて定式化される。縦軸にリターン、横軸にリスクをとった平面上で、効用が等しい線として定義される無差別曲線を考える。

- (1) リスク中立者は、リターンが同じであれば、リスクの値にかかわらず、同じ効用を得るので、無差別曲線はフラットな直線になる。
- (2) リスク回避者は、リスクが増えれば、同じ効用を得るためには、より高いリターンが必要で、無差別曲線は右上がりになる。
- (3) リスク愛好者は、リスクが増えれば、同じ効用を得るためには、リターンがより低くてもよく、無差別曲線は右下がりになる。

実際に市場に存在する投資家は、同一のリターンであればリスクが小さい方が好ましいと考えるだろう。このため、リスク回避者無差別曲線を用いて議論を進める。リスク回避者の無差別曲線を図2.1に示す。

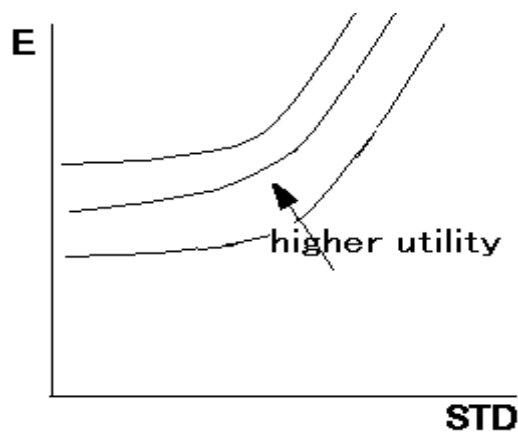


図 2.1 リスク回避者の無差別曲線

リスク回避者の無差別曲線群において、同一のリターンに対して左方のものほどリスクが小さく、高い効用に対応しているので、左上方に位置する無差別曲線ほど高い効用を示す。

2.1.1.3 有効フロンティア

有リスク証券からなるポートフォリオのリスクとリターンがどうなるかを示したのが図 2.2 である。この図で、各証券の組み入れ比率を変えるとポートフォリオは曲線で囲まれた領域の中に位置し、この領域は投資機会集合と呼ばれる。この領域のうち、曲線 AM は、

1. リスクを一定としたときにリターンが最大
2. リターンを一定としたときにリスクが最小

という性質を満たすポートフォリオ群であり、有効フロンティアないし効率的フロンティアと呼ばれる。リスク回避者は任意のリターンについて最も低いリスクの点を選好するため、選択される可能性のあるポートフォリオは有効フロンティアだけである。

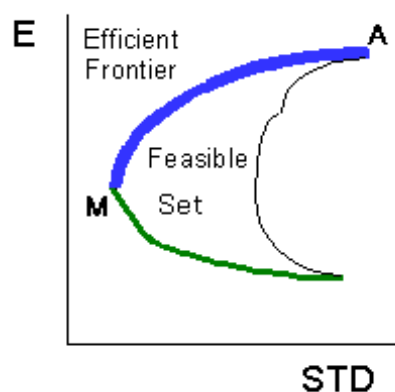


図 2.2 n 証券からなるポートフォリオ

2.1.1.4 最適ポートフォリオの選択

効率的フロンティアを制約条件とする期待効用最大化問題を解けば、最適ポートフォリ

オが得られる。図 2.3における曲線 ABを含む実線で囲まれた領域は有リスク証券ポートフォリオが実現可能なあらゆるリターンとリスクの組み合わせの集合である。このうち有効フロンティアは曲線 MA 上のもののみであるから、選択されるべきポートフォリオは曲線 MA 上でなければならない。一方、平面上に無数の無差別曲線を描くことができるが、投資家の目的は、この無差別曲線のうち最も高い効用をもたらすものを選択することである。図 2.3の点 Pは実現可能でかつ有効フロンティア上にあるが、実現可能なより高い効用を示す無差別曲線上の点が存在するため最適ポートフォリオとはなりえない。選択されるべき最適ポートフォリオは無差別曲線と有効フロンティアの接点 Qで与えられる。

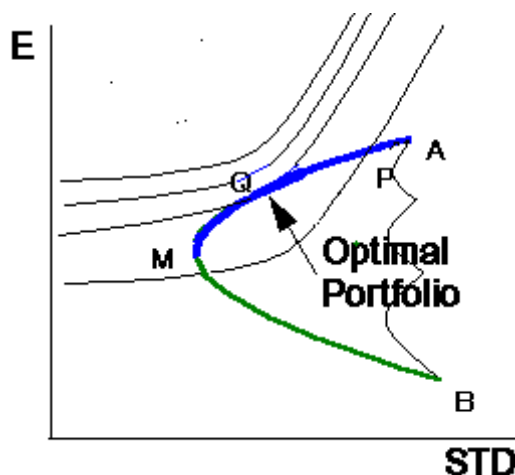


図 2.3 最適ポートフォリオ

2.1.2 シングルインデックスモデル

シングルインデックスモデルは、Portfolio Selectionの問題点である計算量を削減するために考案された。シングルインデックスモデルによれば証券間の相関関係を簡略化できる。シングルインデックスモデルは1つのインデックスによって、ある証券のリターン生成プロセスを記述する。シングルインデックスモデルによればすべての個別の収益率は市場収益率に比例する、比例係数をベータ係数と呼ぶ。言い換えれば、証券Aと証券Bに相関があるのは、証券Aと証券Bが市場との間に相関を持つからである。市場収益率と個別銘柄の時系列データをもとに最小2乗法によりベータ係数を求めることができる。

シングルインデックスモデルでは証券 i の収益率 R_i を1つの代表的な市場インデックスの収益率(市場収益率) R_m によって記述する。

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_m + e_i \quad (i = 1, A, N) \quad (2.1)$$

ここで、

β_i : R_m の変化に対する証券 i の収益率 R_i の期待変化率 (ベータ)

α_i : 市場とは独立な証券 i の個別収益率の期待値 (アルファ)

e_i : 市場とは独立な証券 i の個別収益率の誤差項

N : 証券数

である。

なお、誤差項の期待値は0であり、誤差項と市場収益率の相関係数(共分散)は0である。

次に(2.1)式によって個別証券の期待収益率、分散、共分散を計算し、ポートフォリオの期

待収益率、分散の計算方法について述べる。ここで、証券 i の誤差項 e_i の分散を $\sigma_{e_i}^2$ 、市場収益率の分散を σ_m^2 とする。

証券 i の期待収益率は、(2.1)式によって次のように計算される。

$$\begin{aligned}\bar{R}_i &= E[\alpha_i + \beta_i R_m + e_i] \\ &= \alpha_i + \beta_i \bar{R}_m\end{aligned}\tag{2.2}$$

証券 i の期待収益率は、証券 i に固有なリターン α_i と市場に関連したリターン $\beta_i \bar{R}_m$ に分けられる。

証券 i の分散は、(2.1)式、(2.2)式によって次のように計算される。

$$\begin{aligned}\sigma_i^2 &= E[R_i - \bar{R}_i]^2 \\ &= E[(\alpha_i + \beta_i R_m + e_i) - (\alpha_i + \beta_i \bar{R}_m)]^2 \\ &= E[\beta_i (R_m - \bar{R}_m) + e_i]^2 \\ &= \beta_i^2 E[R_m - \bar{R}_m]^2 + 2\beta_i E[e_i (R_m - \bar{R}_m)] + E[e_i^2] \\ &= \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{e_i}^2\end{aligned}$$

証券 i の分散は証券 i に固有なリスク $\sigma_{e_i}^2$ と市場に関連したリスク $\beta_i^2 \sigma_m^2$ に分けられる。

証券 i と証券 j の共分散は、(2.1)式、(2.2)式によって次のように計算される。

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= E[(R_i - \bar{R}_i)(R_j - \bar{R}_j)] \\ &= E[\{\beta_i(R_m - \bar{R}_m) + e_i\}\{\beta_j(R_m - \bar{R}_m) + e_j\}] \\ &= \beta_i \beta_j \sigma_m^2\end{aligned}$$

共分散は市場リスクにのみ依存している。

個別証券の期待収益率、分散、共分散を用いることによってポートフォリオの期待収益率と分散を計算することができる。

ポートフォリオの期待収益率は、期待収益率 \bar{R}_i の個別証券のポートフォリオへの組み入れ比率を x_i として、次のように計算される。

$$\bar{R}_p = \sum_{i=1}^N x_i \bar{R}_i = \sum_{i=1}^N x_i \alpha_i + \sum_{i=1}^N x_i \beta_i \bar{R}_m$$

ポートフォリオの分散は次のように計算される。

$$\begin{aligned}\sigma_p^2 &= \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij} \right) \\ &= \sum_{i=1}^N x_i^2 \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^N x_i^2 \sigma_{e_i}^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N x_i x_j \beta_i \beta_j \sigma_m^2\end{aligned}$$

シングルインデックスモデルにより Portfolio Selection の推定すべきパラメータの計算量を削減することができる。表 2.1 にシングルインデックスモデルと Portfolio Selection のパラメータの計算量の比較を示す。

表 2.1 S.I.M. と Portfolio Selection のパラメータ計算量の比較

S.I.M.		Portfolio Selection	
パラメータ	個数	パラメータ	個数
α_i	N	\bar{R}_i	N
β_i	N	σ_{ij}	$\frac{N(N+1)}{2}$

$\sigma_{e_i}^2$	N		
\bar{R}_m	1		
σ_m^2	1		
合計	3N+2	合計	$\frac{N(N+3)}{2}$

表2.1からわかるようにPortfolio Selectionが $O(N^2)$ で計算量が増加するのに対してシングルインデックスモデルは $O(N)$ でしか計算量が増加しないことがわかる。しかし、現在では高速な計算機が低価格で手に入るため、シングルインデックスモデルの計算量削減の役割は考えなくてよいが、リターン生成プロセスを記述するモデルとして重要な役割を果たしている。

2.1.3 マルチインデックスモデル

シングルインデックスモデルのリターン生成プロセスの説明力は高くなく、その欠点を克服することを目的として提案されたのがマルチインデックスモデルである。

マルチインデックスモデルでは証券 i の収益率 R_i を複数のインデックス I_k によって記述する。

$$R_i = a_i + \sum_{k=1}^L b_{ik} I_k + c_i$$

ここで、

b_{ik} : インデックス k の変化に対する証券 i の収益率 R_i の期待変化率

a_i : インデックスとは独立な証券 i の個別収益率の期待値

c_i : 市場とは独立な証券 i の個別収益率の誤差項

L : インデックスの数

である。

なお、誤差項の期待値は0であり、インデックス間の相関係数(共分散)は0、誤差項とイン

デックスの相関係数(共分散)は0である。証券 i の誤差項 ϵ_i の分散を $\sigma_{\epsilon_i}^2$ 、インデックス値の分散を $\sigma_{I_k}^2$ とすると、証券 i の期待収益率、証券 i の分散、証券 i と証券 j の共分散は以下のようになる。

$$\bar{R}_i = a_i + \sum_{k=1}^L b_{ik} \bar{I}_k$$

・ 証券 i の期待収益率 :

$$\sigma_i^2 = \sum_{k=1}^L b_{ik}^2 \sigma_{I_k}^2 + \sigma_{\epsilon_i}^2$$

・ 証券 i の分散 :

$$\sigma_{ij} = \sum_{k=1}^L b_{ik} b_{jk} \sigma_{I_k}^2 + \sigma_{\epsilon_i}^2$$

・ 証券 i と証券 j の共分散 :

マルチインデックスモデルは考案されて以来、業界標準となっているが、シングルインデックスモデルとマルチインデックスモデルのどちらが優れているかに関しては結論が出ていない。

2.1.4 ポートフォリオ選択理論のまとめ

Markowitzの”Portfolio Selection”に始まったポートフォリオ選択理論は、個別銘柄ではなく全体としての収益率とリスクに着目し、高い期待収益と低いリスクを持つポートフォリオを選択することに焦点を当てている。その後、共分散の計算量を削減するべく William F. Sharpe によってシングルインデックスモデルが提案された。その後、シングルインデックスモデルのリターン生成プロセスの記述力を高めるべく、Barr Rosenbergらによってマルチインデックスモデルが提案された。マルチインデックスモデルは業界標準となっている。いずれも、ポートフォリオ全体のリターンとリスクを考えるという分析のフレームワークを用いており、リターンとリスクを考えるフレームワークは非常に強固である。

2.2 工学的手法による株価予測

2.2.1 ニューラルネットワークを用いた手法

ニューラルネットワーク(NN)は、人間の脳内のニューロンの結合からなる神経回路網を模倣した学習手法であり、その有効性が様々な分野で認識されている[8][9]。

ニューラルネットワークにおける計算機構では、次式を使う。

$$x_i = f\left(\sum_j w_{ij} x_j\right) \quad (2.3)$$

ただし x_j はニューロン j からの信号を、 w_{ij} はニューロン j からニューロン i へのシナプス結合度である。ニューラルネットワークは(1)式でモデル化されるニューロンを多数、回路網上に組み合わせたものである。出力は入力層のニューロンに値を代入し、それらの出力を2層以降のニューロンに次々に入力し、出力層のニューロンの出力を求めることによって計算される。

ニューラルネットワークは時系列解析にも用いることができるため、株価予測の研究にもよく使われている[10][11][12]。ニューラルネットワークによる株価予測は、予測対象の株価、出来高に関連する数値をニューラルネットワークへの入力、株価変動率を教師信号としてニューラルネットワークを訓練し、株価予測に用いるという手法が用いられている。

ニューラルネットワークを使った株価予測は主に訓練中のある時点からの未来の株価の現在株価比騰落率を教師信号とし、株価の上下を予測することに焦点が当てられている。そのため、予測精度はほとんどの場合、次式で定義される方向一致率で測る。

$$\text{方向一致率} = \frac{\text{株価上昇下降の予測が的中した回数}}{\text{予測した回数}}$$

ニューラルネットワークで株価予測を行い90%以上の方向一致率が記録された、とする研究結果もあり[13]、ニューラルネットワークが株価予測に有効であることがわかる。

ニューラルネットワークの学習アルゴリズムとしては、一般に、誤差逆伝搬法(Back Propagation)、あるいはその改良型の改良型 BP が用いられる。解決しようとする問題によっては、改良型 BP では学習が遅いということが示されている[14]。これは改良型 BP は局所的最適解に陥りやすいという問題があるためである。

2.2.2 サポートベクターマシンを用いた手法

サポートベクターマシンは、多層パーセプトロンの局所最適解への収束、中間層の素子数の選択などの問題点を解決した学習機械である。学習用ベクトルのサンプルをもとに、 n 次元空間を2分する分離超平面を作り、ある入力ベクトルを n 次元空間に写像した n 次元ベクトルが、分離超平面で2分された n 次元空間のどちらに属するかで、入力ベクトルをクラス分けする手法である。株価予測においてはサポートベクターマシンを用いて株価の上下の予測进行分类する。

SVMで、NNよりも精度良い株価変動が近似できたという研究報告もある[15]。しかし、SVMの欠点は、株価の騰落を予測することしかできず、株価変動を予測することができないことである。SVMではまだ実用的な売買支援手法を構築できてはいない。

2.2.3 遺伝的アルゴリズムを用いた手法

GAは、生物界の個体進化の組み合わせをヒントに考案されたアルゴリズムである。このアルゴリズムの概要は以下の通りである。

まず、0か1の組み合わせからなる遺伝子を持つ個体を複数用意し、それぞれ個体の、ある

問題に対する適合度を求める。そして、適合度をもとに適当な進化方式で個体の淘汰を行う。ある個体の適合度は、その個体の遺伝子の関数であり、世代を経るにしたがって、適合度の高い個体を作ることがGAの戦略である。個体群の進化方法には最も適合度の高い個体を次世代に必ず残すエリート戦略、トーナメント方式、各個体の適合度に応じて次世代に残す個体を選択するルーレット方式などがある。また進化効率は、個体の突然変異率、交叉率などの変数にも影響を受ける。ここで、交叉とは、2個体間で遺伝子列の一部を交換することであり、突然変異とはある遺伝子に変質することである。

GAも株価予測問題に使われている[16]。GAを用いて、株式の売買単位を決める手法等が研究されている。

2.2.4 遺伝的プログラミングを用いた手法

遺伝的プログラミングはLisp言語のS式表現を遺伝子型として扱うことによって、プログラムそのものを進化的に設計する手法である。プログラムはS式によって表現された木構造関数として扱われる。個体は、終端記号と非終端記号から構成され、終端記号は定数を、非終端記号は関数を表す。実行手順は遺伝的アルゴリズムとほぼ同じである。非終端記号として四則演算である{+,-,*,/}、終端記号として*i*分前と*i*+1分前の差の絶対値、平均変化率を用いて、日経 225の価格方向性を60%以上予測できたという研究がある[17]。

2.2.5 工学的手法による株価予測のまとめ

株価予測が可能という立場から、ニューラルネット、遺伝的プログラミング、サポートベクターマシンなどの各種学習理論等を用いての株価予測の研究は活発に行われている。計算機性能の大幅な向上と学習理論の発展は大規模データを扱うことを可能にし、株価予測の研究に拍車をかけている。これら研究のいくつかは、工学的手法が株価予測にある程度役に立つことを示している。

表 2.2 株価予測に使われる工学的手法

工学的手法	文献
ニューラルネットワーク	[10] [11] [12] [13]
サポートベクターマシン	[15]
遺伝的アルゴリズム	[16]
遺伝的プログラミング	[17]

第3章 提案手法

3.1 従来手法の問題点

第2章で紹介したNNで株価予測を行う従来手法の最も主なものは、これらが単一銘柄の株価予測に特化しすぎており、複数銘柄内からポートフォリオをどのように構築するか、複数銘柄でポートフォリオを組みリスクを抑えた上で利益を上げる実用的問題に焦点を当てていないことである。つまり、単一銘柄のリターンにのみ焦点を当てリスクを考慮していないのである。単一銘柄に特化しなくとも、“Portfolio Selection”によれば複数銘柄からポートフォリオを組むことにより、リスクを抑えることにより、長期的な利益を大きくすることはできるのである。

また、ポートフォリオ選択理論における問題は、リターンの生成プロセスを記述するモデルが、どれも説明力が高くなく、また、明示的にリターンに時系列構造を考慮していないのである。

3.2 提案手法の概要

本研究が提案するNNを用いたポートフォリオ構築手法は従来手法の主な問題点を改善したものとなっている。

本研究では日経225銘柄から無作為に選定した8銘柄の終値ベースの月次収益率データを用いて、株式ポートフォリオ構築プログラムを構築し、性能を評価している。8銘柄に分散投資を行い、リスクが最小となるポートフォリオを構築し、投資収益率のばらつきを抑え長期的な利益を大きくすることを目指す株式ポートフォリオ構築手法を提案する。

ポートフォリオ構築の際に“Portfolio Selection”における個別銘柄の期待収益率の計算にNNを用いて算出される予測期待収益率を用いてポートフォリオを構築する。

まず、NNの入力層素子数と中間層素子数の組をいくつか生成し、その中からシステムが用いるNNの入力層素子数と中間層素子数を決定する。次に素子数の決定されたNNを学習させる。

本研究では連続する月次収益率の時系列データ $\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{A}, \mathbf{x}_{t-I+1}$ を入力として、 \mathbf{x}_{t+1} を予測の対照としてニューラルネットワーク

$$\mathbf{y}_{t+1} = \mathbf{h}_0 + \sum_{k=1}^H \mathbf{h}_k f\left(\sum_{j=1}^I \mathbf{w}_{jk} \mathbf{x}_{t-I+j} + \mathbf{w}_k\right)$$

を学習させる。ここで、 I は入力層素子数、 H は中間層素子数であり、活性化関数 f としてはシグモイド関数を用いる。最も一般的にも用いられるフィードフォワード型の3層のNNを誤差逆伝搬法を用いて学習を行う。

NNにより月次収益率時系列データ $\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{A}, \mathbf{x}_{t-I+1}$ から \mathbf{x}_{t+1} の値の予測値 \mathbf{y}_{t+1} を算出するが、その際に学習は \mathbf{x}_t から $12+I-1$ ヶ月前までの月次収益率時系列データを用いることにする。

つまり、 \mathbf{x}_{t+1} の予測値 \mathbf{y}_{t+1} と、 \mathbf{x}_{t+2} の予測値 \mathbf{y}_{t+2} では学習データセットを1ヶ月ずらすのである。これは、過去の収益率時系列データとの相関は直近の時間の方が高いと考えるためである。

NNにより算出される8銘柄の予測期待収益率を用いてPortfolio Selectionにより最小分散ポートフォリオを構築する。

ポートフォリオ構築手法の評価には、8銘柄の月次収益率データのうち2004年4月から2004年11月の8ヶ月分の月次収益率データを用いる。同じポートフォリオを保有する期間を1ヶ月とし、1か月毎にポートフォリオを組み直し、各月1回計8回の評価を行う。

3.3 各手法の説明

3.3.1 NNの構造最適化

提案手法ではまず、ランダムにNNの入力素子数と出力素子数の組を生成し、その中からAICを最小とする組を選択する。なお、NNの構造最適化の際には日経225全銘柄に影響される日経平均株価を12ヶ月間の終値を用いる。

AICとは数理モデルの性能の悪さを測る基準であり、最適なモデルの変数の数を選択する基準である。AICの値が小さい程、良いモデルと見なせる。様々な分野で使われている[18][19][20]。AICはモデルの精度が良い場合でも、モデルの変数の数が多過ぎると高い値を出してしまう[21]。変数の数Mを大きくすれば、予測誤差の分散 σ^2 はどんどん小さくなっていく。だからといって、Mは大きいほど良いと考えるのは正しくない。なぜなら、観測された時系列、つまりあるメカニズムから確率的に生成された1つの標本に対してモデルの当てはめを行っているにすぎない。たまたまそのときのノイズの現れ方まで正確に表現できるように無用に変数の数を大きくすると、そのメカニズムから生成された別の標本に対してかえって予測が悪くなってしまう。NNのように、変数の数が多過ぎるとオーバーフィットが起こる可能性を持つ数理モデルの性能を測るのにAICは都合が良い。

本研究で用いるNNは $I \times H$ 個の重みと $2 \times H$ 個の閾値によって記述されるので、AICは次式で計算することができる。

$$AIC = N \log 2\pi \hat{\sigma}^2 + N + 2\{(I+2) \times H + 1\} \quad (3.1)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\mathbf{x}_t - \mathbf{y}_t)^2$$

ここで、 N は学習に用いるデータセット数、 σ^2 は予測誤差の分散である。

3.3.2 最小分散ポートフォリオの構築手法

本研究では空売りができる場合を考慮するため、株式(有リスク証券)のみを含み空売りを認める場合の最小分散ポートフォリオ構築手法について述べる。まず、有リスク証券と無リスク証券を含み空売りを認める場合の有効フロンティアの計算法について述べ、次に有リスク証券のみを含み空売りを認める場合の有効フロンティアの計算法について述べ、そして、有リスク証券のみを含み空売りを認める場合の最小分散ポートフォリオ構築手法について述べる。

有リスク証券と無リスク証券を含み空売りを認める場合

Tobinによれば、有リスク証券と無リスク証券を含み、空売りを認める場合の有効フロンティアは図 3.1に示すようにリスク-リターン平面上で、無危険利子率 R_F を表す点と接点ポートフォリオ G を結ぶ直線である[22]。この直線上の各点是有リスク証券ポートフォリオと無リスク証券の保有比率を表すことになる。

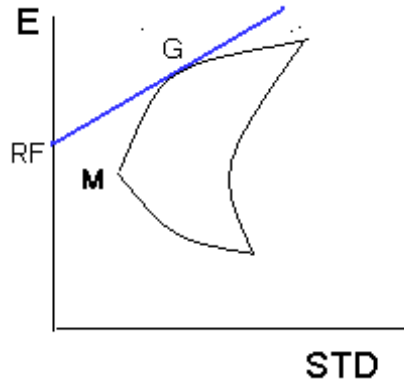


図 3.1 無リスク証券と有リスク証券を保有する場合の有効フロンティア

接点ポートフォリオ G は無危険利子率と危険ポートフォリオの組み合わせを表す直線の傾きを最大にするような危険ポートフォリオである。したがって接点ポートフォリオの投資比率 θ は

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{\bar{R}_P - R_F}{\sigma_P} \\ \text{maximize} \quad & \end{aligned} \tag{3.1}$$

$$\begin{aligned} \text{subject to} \quad & \sum_{i=1}^N x_i = 1 \end{aligned} \tag{3.2}$$

という最適化問題を解くことによって求めることができる。

ここでは、(3.2)式を(3.1)式を用いて以下のように変形することによって、

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^N \mathbf{x}_i (\bar{R}_P - R_F)}{\sigma_P} = \frac{\sum_{i=1}^N \mathbf{x}_i (\bar{R}_P - R_F)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mathbf{x}_i \mathbf{x}_j \sigma_{ij}}} \quad (3.3)$$

を最大化する無制約最適化問題にして最適解を導出する。(3.3)式を \mathbf{x}_i で偏微分した方程

式が0に等しくなる \mathbf{x}_i を求めればよい。

$$\frac{\partial \theta}{\partial \mathbf{x}_i} = 0 \quad (i = 1, \Lambda, N)$$

を変形すると、

$$\bar{R}_i - R_F = \lambda \left(\sum_{j=1}^N \mathbf{x}_j \sigma_{ij} \right) \quad (i = 1, \Lambda, N) \quad (3.4)$$

となる。ただし、 $\lambda = \frac{\theta}{\sigma_P}$ である。ここで、新しく、 Z_j を導入し、 $Z_j = \lambda \mathbf{x}_j$ とすると(3.4)式は、

$$\bar{R}_i - R_F = \sum_{j=1}^N Z_j \sigma_{ij} \quad (i = 1, \Lambda, N)$$

となる。これを各 i について具体的に記述すると、

$$\begin{bmatrix} \bar{R}_1 - R_F \\ \mathbf{M} \\ \bar{R}_N - R_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \Lambda & \sigma_{1N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ \sigma_{N1} \Lambda & \sigma_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 \\ \mathbf{M} \\ Z_N \end{bmatrix}$$

となる。よって、

$$\begin{bmatrix} Z_1 \\ \mathbf{M} \\ Z_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \Lambda & \sigma_{1N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ \sigma_{N1} \Lambda & \sigma_{NN} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \bar{R}_1 - R_F \\ \mathbf{M} \\ \bar{R}_N - R_F \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

となり、 Z_j を求めることができる。 $Z_j = \lambda x_j$ および $\sum_{j=1}^N x_j = 1$ より、 $\sum_{j=1}^N Z_j = \lambda$ であるの

で、接点ポートフォリオは、

$$x_j = \frac{Z_j}{\lambda} = \frac{Z_j}{\sum_{k=1}^N Z_k} \quad (3.6)$$

となる。接点ポートフォリオの期待収益率と標準偏差を求めることによって、直線で表される有効フロンティアを描くことができる。

有リスク証券のみを含み空売りを認める場合

有リスク証券と無リスク証券を含み空売りを認める場合に求めた接点ポートフォリオは「有リスク証券のみを含み空売りを認める場合」の有効フロンティアを構成する1つのポートフォリオである。無危険利子率を変えれば、異なる接点ポートフォリオが求められる。したがって、図 3.2に示すように無危険利子率を様々に変え、それらに対する接点ポートフォリオを求め、接点ポートフォリオを結ぶことによって有効フロンティアを求めることができる。

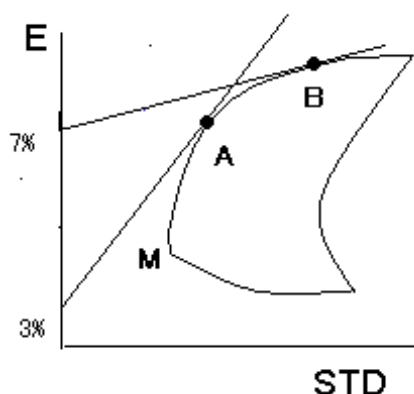


図 3.2 有効フロンティアの求め方

図 3.2では曲線 MABが有効フロンティアとして求められる。このような方法で有効フロンティアを描くために、(3.5)式を、

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \Lambda & \sigma_{1N} \\ \mathbf{M} & & \mathbf{M} \\ \sigma_{N1} & \Lambda & \sigma_{NN} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} c_{11} & \Lambda & c_{1N} \\ \mathbf{M} & & \mathbf{M} \\ c_{N1} & \Lambda & c_{NN} \end{bmatrix}$$

とおくことにより次式のように変形する。

$$\begin{bmatrix} Z_1 \\ \mathbf{M} \\ Z_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}\Lambda & c_{1N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ c_{N1}\Lambda & c_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{R}_1 \\ \mathbf{M} \\ \bar{R}_N \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{11}\Lambda & c_{1N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ c_{N1}\Lambda & c_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_F \\ \mathbf{M} \\ R_F \end{bmatrix}$$

さらに、

$$C_{0j} = \sum_{k=1}^N c_{jk} \bar{R}_k, \quad C_{1j} = -\sum_{k=1}^N c_{jk}$$

とおくことによって、以下のように Z_j を R_F の関数として記述できる。

$$\begin{aligned} Z_j &= (c_{j1}, \Lambda, c_{jN}) \begin{bmatrix} \bar{R}_1 \\ \mathbf{M} \\ \bar{R}_N \end{bmatrix} - (c_{j1}, \Lambda, c_{jN}) \begin{bmatrix} R_F \\ \mathbf{M} \\ R_F \end{bmatrix} \\ &= \sum_{k=1}^N c_{jk} \bar{R}_k - \left(\sum_{k=1}^N c_{jk} \right) R_F \\ &= C_{0j} + C_{1j} R_F \end{aligned} \tag{3.7}$$

Z_j を R_F の線形式として表現した(3.7)式を、(3.6)式に代入して、

$$\mathbf{x}_j = \frac{C_{0j} + C_{1j} R_F}{\sum_{k=1}^N C_{0k} + \left(\sum_{k=1}^N C_{1k} \right) R_F} \tag{3.8}$$

と変形される。(3.8)式の R_F の値を決めることによって、 R_F に対する接点ポートフォリオの

証券 j の投資比率 \mathbf{x}_j を求めることができる。そして、各接点ポートフォリオに対する期待収益率と標準偏差を求めることによって、有効フロンティアが描かれる。

最小分散ポートフォリオの構築手法

最小分散ポートフォリオは図3.2からもわかるように、 $R_F = -\infty$ のときの接点ポートフォリオと考えることができる。(3.8)式を変形すると、

$$x_j = \frac{\frac{C_{0j}}{R_F} + C_{1j}}{\frac{\left(\sum_{k=1}^N C_{0k}\right)}{R_F} + \sum_{k=1}^N C_{1k}} \quad (3.9)$$

(3.9)式において $R_F \rightarrow \infty$ とすると、

$$x_j = \frac{C_{1j}}{\sum_{k=1}^N C_{1k}} \quad (3.10)$$

(3.10)式により最小分散ポートフォリオの証券 j の組み入れ比率が求められる。

3.4 まとめ

本研究が提案する株式ポートフォリオ構築手法は次のようなものであった。まず、NNの入力層素子数、出力層素子数のセットをランダムに生成し、その中からAIC 最小とする組を選択する。次にNNを用いて銘柄ごとに学習を行い、各銘柄の次月予測期待収益率を算出する。その値をもとに、有効フロンティア上の接点ポートフォリオの無危険利子率の極限值として求められる最小分散ポートフォリオを構築する。

第4章 評価実験

4.1 使用データ

4.1.1 分析企業

日経 225から無作為に選択した8社を分析企業とする。以下に分析企業を示す。

表 4.1 分析企業

東レ	資生堂	新日鉄製鐵	ソニー
トヨタ自動車	旭硝子	三井物産	東芝

なお、NNの入力層素子数、中間層素子数を決定する際には日経平均株価を用いる。日経平均株価は対象が225銘柄に限られているため、8社の銘柄すべての株価の変動に影響を受けるため8社を代表してNNの構造決定に用いる。

4.1.2 分析期間

2004年4月から2004年11月までの8ヶ月間を提案手法の評価に用いる分析期間とする。

なお、NNの学習には、収益率を予測する月の前月から1年前までの12ヶ月を含む12組のデータセットを用いる。

また、NNの入力層素子数、中間層素子数の決定には2004年3月までの12ヶ月を含む12組のデータセットを用いる。

なお、8社の株価データはYahooファイナンス(<http://quote.yahoo.co.jp>)から入手した。

4.2 実験手順

実験手順は以下の通りである。まずAIC を最小とするNNの入力層素子数、中間層素子数を決定する。その際、式(3.1)より素子数を増やしすぎると、与えられた学習データへオーバーフィットしてしまう、また、期待収益率予測の際に入力層への入力データの数（つまり、入力層素子数）が少なすぎるのも良くない。また、中間層の素子数を減らしすぎると、曲線の近似精度が悪くなる。そこで入力層の素子数を4以上、中間層の素子数を10以上とし、素子数とAICの相関を把握し、AICを最小とするNNの入力層素子数、中間層素子数を決定する。以下、NNへの入力、AIC の導出について述べる。

連続する月次収益率の時系列データ $\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{A}, \mathbf{x}_{t-I+1}$ を入力、 \mathbf{x}_{t+1} を予測の対照として、ニューラルネットワーク

$$\mathbf{y}_{t+1} = \mathbf{h}_0 + \sum_{k=1}^H \mathbf{h}_k f\left(\sum_{j=1}^I \mathbf{w}_{jk} \mathbf{x}_{t-I+j} + \mathbf{w}_k\right)$$

を学習させる。ここで、I は入力層素子数、Hは中間層素子数であり、活性化関数 f としては

シグモイド関数を用いる。NNにより月次収益率時系列データ $\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{A}, \mathbf{x}_{t-I+1}$ から \mathbf{x}_{t+1} の値の予測値 \mathbf{y}_{t+1} を算出するが、その際の学習には \mathbf{x}_t から $12+I-1$ ヶ月前までの月次収益率時系列データを用いることにする。

$$AIC = N \log 2\pi\hat{\sigma}^2 + N + 2\{(I+2) \times H + 1\}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\mathbf{x}_t - \mathbf{y}_t)^2$$

ここで、 N は学習に用いるデータセット数、 $\hat{\sigma}^2$ は予測誤差の分散である。

最初に、入力素子数 (4, 5, 6)、中間層素子数 (10, 20, 30) の、計 $3 \times 3 = 9$ 組の AIC を調べる。素子数の決定の際に、NN の学習には、2002 年 12 月から 2004 年 3 月までの日経平均株価の月次収益率を用いる。実験の結果、入力層素子数 4、中間層素子数 10 の組み合わせで AIC の値が最小となるので、提案手法の評価の際に用いる。

次に、構造の決定された NN によるリターン生成プロセスとしての記述力を確認するために、ソニーを例として、2004 年 4 月から 2004 年 11 月の 8 ヶ月分の月次収益率データを用いて、従来研究の過去の平均値を用いた手法と、実際の収益率の動きとの比較を行う。

提案手法の評価には、8 銘柄の月次収益率データのうち 2004 年 4 月から 2004 年 11 月の 8 ヶ月分の月次収益率データを用いる。同じポートフォリオを保有する期間を 1 ヶ月とし、1 期間 (1 ヶ月) 毎に、式(3.10)を用いて各銘柄の組み入れ比率を算出し最小分散ポートフォリオを組み直し、各月 1 回計 8 回評価を行う。

4.3 実験結果

実験結果を以下に示す。

表 4.2 素子数と AIC の関係

入力層素子数	中間層素子数	平均 2 乗誤差	AIC
4	10	0.000704	98.76
	20	0.000617	217.18
	30	0.000631	337.46
5	10	0.000772	119.88
	20	0.000522	225.18
	30	0.000547	395.73
6	10	0.000487	134.35
	20	0.000366	290.92

	30	0.000273	447.39
--	----	----------	--------

ここで、

$$AIC = N \log 2\pi \hat{\sigma}^2 + N + 2\{(I+2) \times H + 1\}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (x_t - y_t)^2$$

である。

なお、Nは学習に用いるデータセット数、 $\hat{\sigma}^2$ は予測誤差の分散である。

図 4.1はソニーの従来手法による期待収益率とNNによる予測期待収益率である。

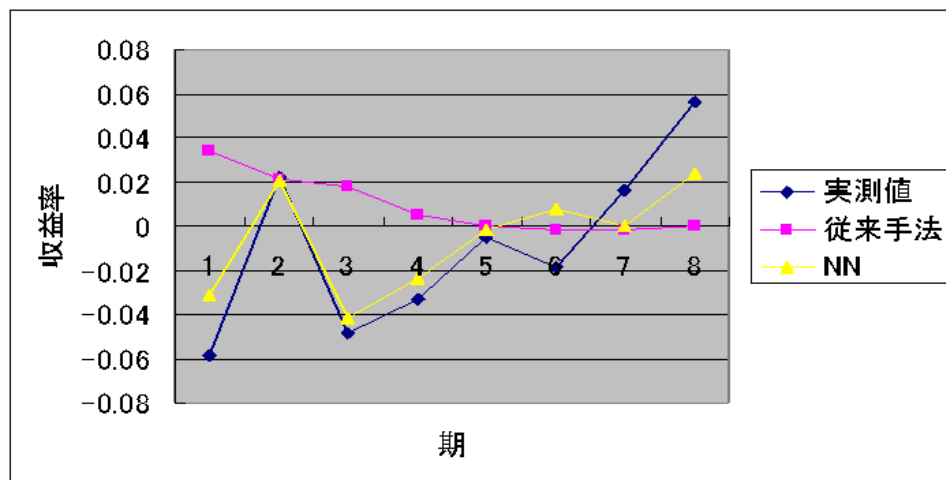


図 4.1 NNの収益率予測値の実例(ソニー)

図 4.2から図 4.9は 提案手法により1期(1月)ごとにポートフォリオ組み直した場合の収益率と、ポートフォリオを構成する各銘柄の実際の月次収益率の比較である。

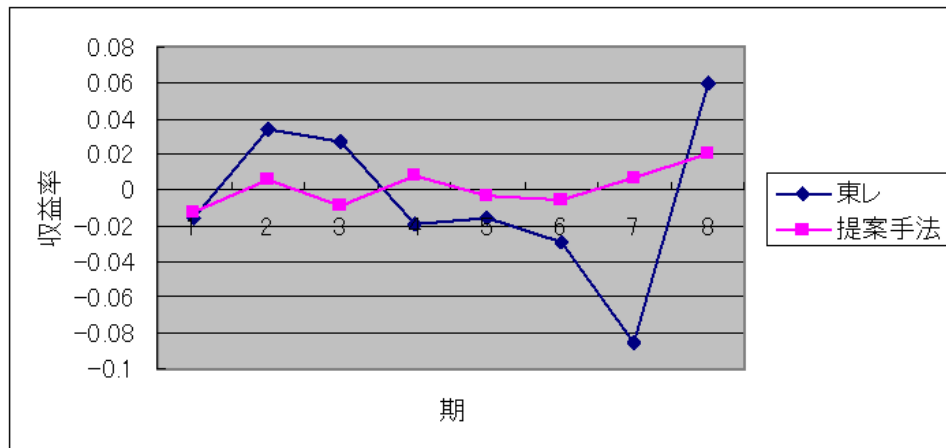


図 4.2 東レの収益率実測値と提案手法の収益率

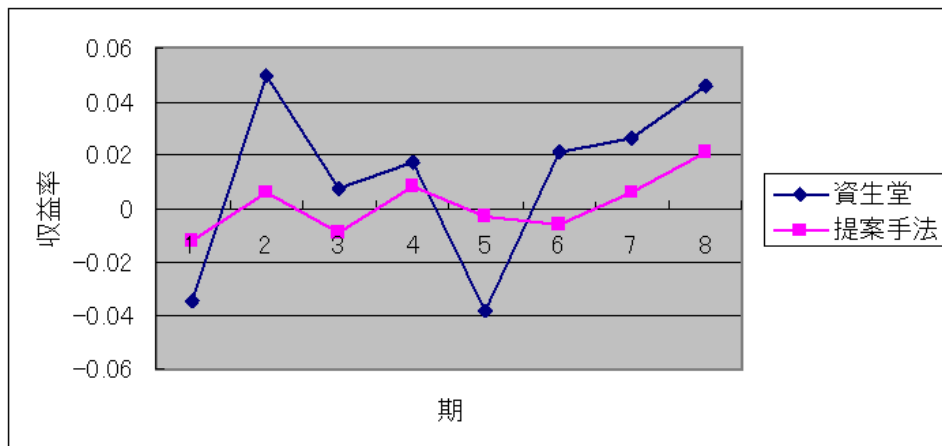


図 4.3 資生堂の収益率実測値と提案手法の収益率

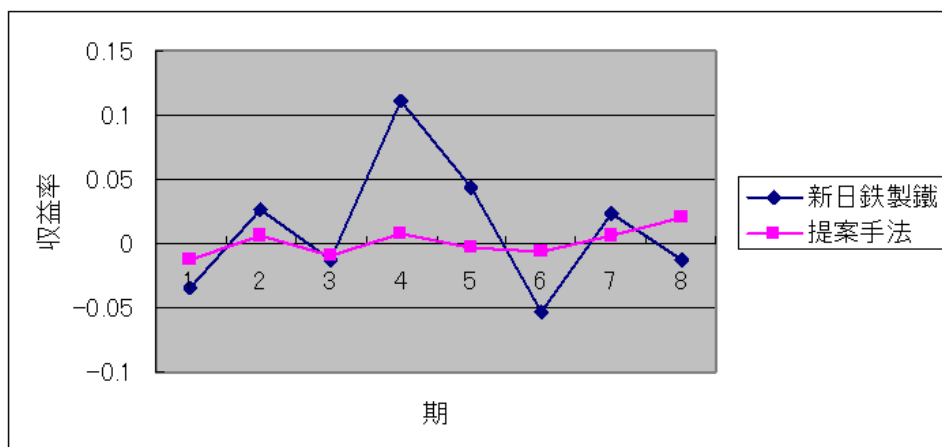


図 4.4 新日鉄製鐵の収益率実測値と提案手法の収益率

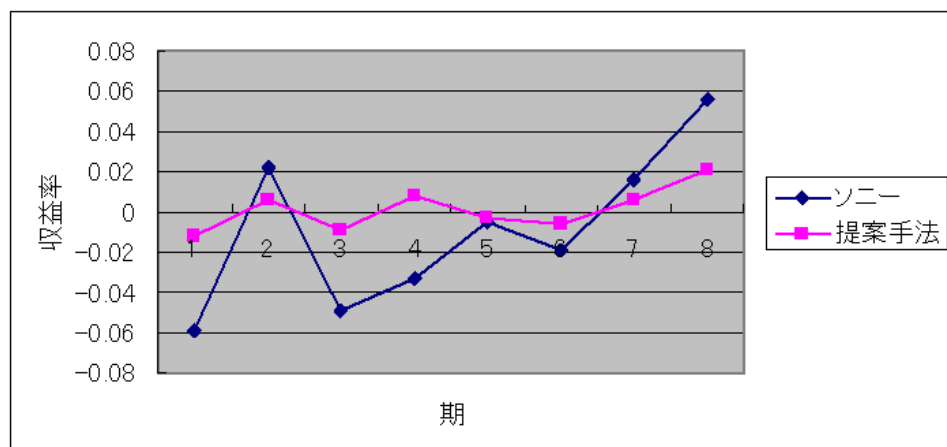


図 4.5 ソニーの収益率実測値と提案手法の収益率

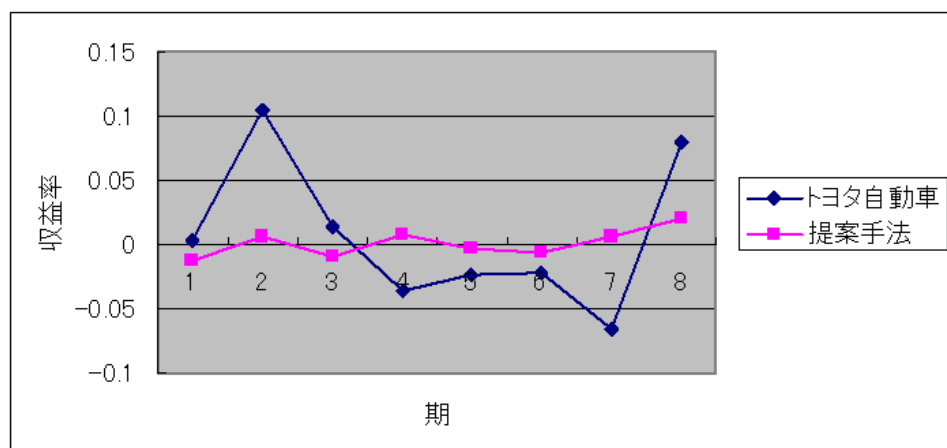


図 4.6 トヨタ自動車の収益率実測値と提案手法の収益率

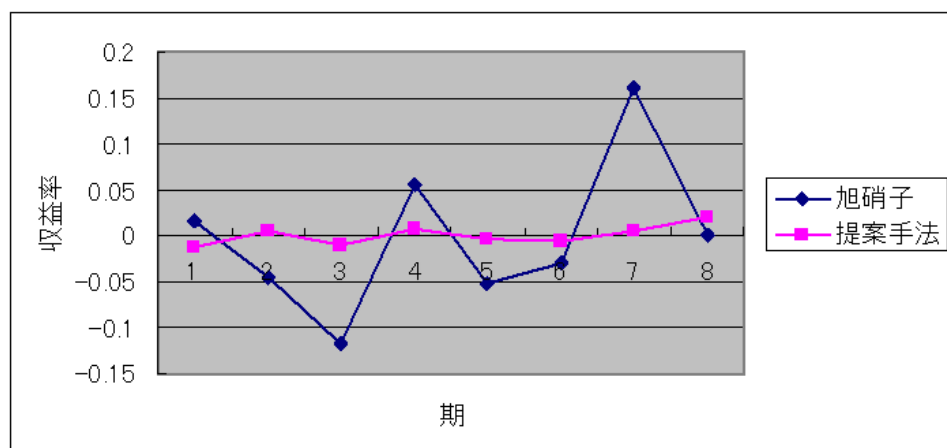


図 4.7 旭硝子の収益率実測値と提案手法の収益率

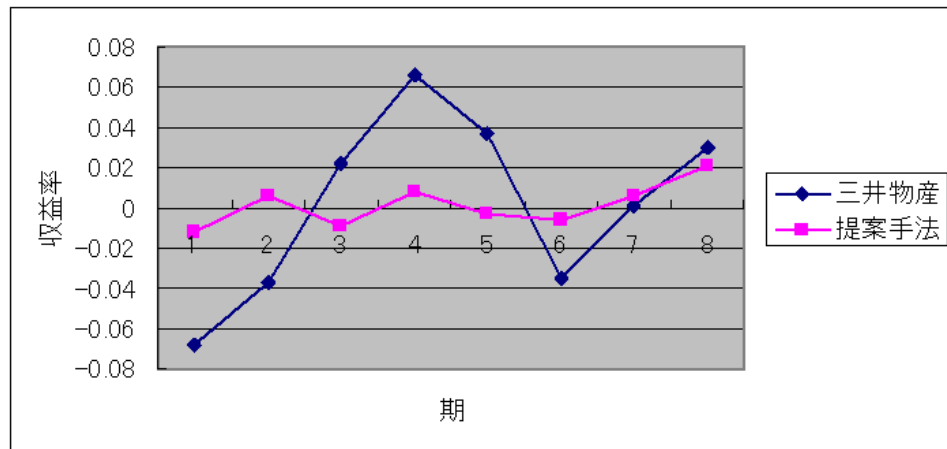


図 4.8 三井物産の収益率実測値と提案手法の収益率

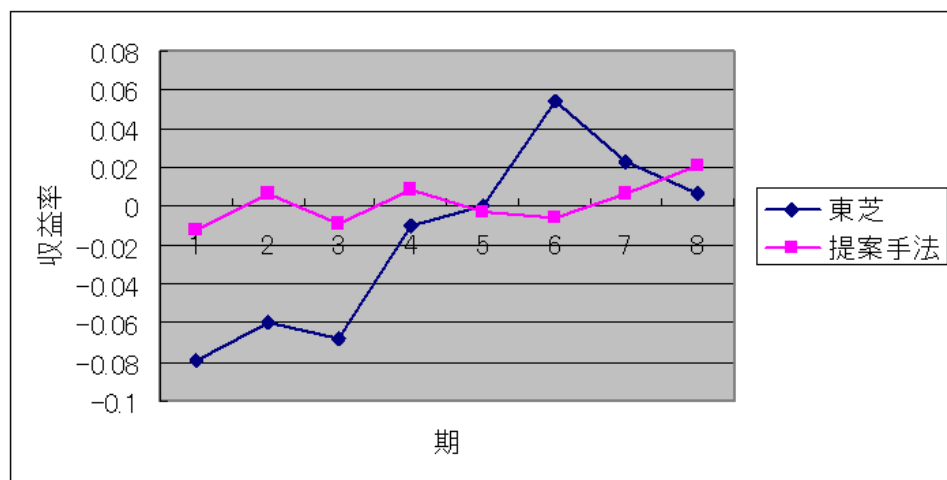


図 4.9 東芝の収益率実測値と提案手法の収益率

4.4 考察

表 4.2より、素子数を増やせば平均 2 乗誤差は小さくなるが、これは、学習データへのオーバーフィットが考えられる。よって、平均二乗誤差の低さのみでは最適な NN の構造を選択できない。そこで、平均 2 乗誤差と素子数の両方を考慮して、相対的なモデルの良さを測る AIC を導入した。同じ入力層素子数に対しては、中間層素子数を多くすれば AIC は大きくなり、同じ中間層素子数に対しては、入力層素子数を多くすれば AIC は大きくなる傾向があることがわかる。つまり、素子数の増加に対して、平均 2 乗誤差が低くはなっているものの、オーバーフィットが起こっていることが確認された。

図 4.1より従来手法と比較して NN の予測期待収益率は収益率の実測値により近い値となっていることがわかる。つまり、従来手法と比較し、期待収益率の計算に NN を用いて明示

的に時系列の構造を考慮することによって、ポートフォリオ構築の際、より精度の良い期待収益率を用いていることがわかる。

図4.2から図4.9よりNNを用いて8銘柄により最小分散ポートフォリオを構築することにより収益率のばらつきが、8銘柄それぞれより抑えられていることがわかる。また、8期間における8銘柄の収益率の平均が、0.05%、提案手法が1.01%であった。よって、本研究が提案する手法で、リスクを抑えることにより、長期的に、ポートフォリオ構成銘柄の平均より、高い収益を得られる可能性があることがわかる。

第 5 章 おわりに

近年の計算機性能の大幅な向上は大量データを扱うことを可能にし、これに伴って各種工学的手法を用いての株価予測の研究も広く行われるようになった。しかし、従来手法はあまりに単一銘柄の予測に特化しすぎており実用性に欠ける面がある。実用性のある株式売買手法が現在求められている。また、従来のポートフォリオ構築に関する研究は、リターン生成プロセスの説明力が高くなく、また、明示的にリターンに時系列構造を考慮していない。

そこで本研究では”Portfolio Selection”における個別銘柄の期待収益率の計算にNNを用いて算出される予測期待収益率を用いポートフォリオを構築する手法を提案した

まず、NNの出力素子数、入力素子数の組をランダムに生成しAICにより最適なNNの組を選択し、NNの予測値をもとに複数銘柄でリスクを最小にしたポートフォリオを構築した。

提案手法では日経 225 銘柄から無作為に選択した8社のデータをもとに株式売買シミュレーションを行った。テストデータ期間(2004年4月から2004年11月)において、ポートフォリオを構成する全銘柄との収益率との比較を行ったところ収益率のばらつきが抑えられ長期的な収益を大きくする可能性があることを示すことができた。

謝辞

本研究を行うにあたり、数々の助言やご指導を頂いた山名早人助教授、森紘一郎先輩に深く感謝いたします。

参考文献

- [1] H. M. Markowitz , "Portfolio selection", Journal of Finance 7, pp.77-91, 1952
- [2] H. M. Markowitz., "The Optimization of a Quadratic Function Subject to Linear Constraints", Naval Research Logistics Quarterly, 1956
- [3] W. F. Sharpe, "Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk", Journal of Finance 19, pp.425-442, 1964
- [4] B. Rosenberg, "Extra-Market Components of Covariance in Security Returns," Journal of Financial and Quantitative Analysis", pp.263-274, 1974
- [5] E. F. Fama, "Efficient capital markets: A review of theory and empirical work", Journal of Finance, pp.383-417, 1970
- [6] A. Lo and A. C. Mackinlay, "Stock Market Prices Do Not Follow Random Walks : Evidence from a Simple Specification Text", The Review of Financial Studies ,pp.41-46,1988
- [7] J. Conrad and G. Kaul , "Time variation in Expected Returns", Journal of Business 61, pp.409-425,1988
- [8] W. S. McCulloch and W. H. Pitts, "A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity", Bull.Math.Biophys.,Vol.5,pp.115-133,1943
- [9] D. E. Rumelhart, J. L. McClelland and the PDP Research Group, "Parallel Distributed Processing", MIT Press,1986
- [10] J. Roman, "Backpropagation and recurrent neural networks in financial analysis of multiple stock market returns", Proc 29th Annual Hawaii Int. Conf. on System Science, Jan,1996
- [11] T. Kimoto, "Stock market prediction system with modular neural networks", IEEE Int. Joint Conf. on Neural Networks, Vol.1, pp1-6,1990
- [12] W. Emad, D. Sand, V. Prokhorov and C. W. Donald, "Comparative Study of Stock Trend

Prediction Using Time Delay Recurrent and Probabilistic Neural Networks”, IEEE Trans. on Neural Networks, Vol.9, No.6, pp.1456-1470, 1998

[13] J. E. Kutsurelis, “Forecasting financial markets using neural networks : An analysis of methods and accuracy”, thesis, Naval Postgraduate School , September ,1998

[14] N. Baba, “A hybrid algorithm for finding the global minimum of error function of neural networks and its applications”, Neural Networks, Vol.7, pp.1253-1265, 1994

[15] H. Yang, L. Chan, I. King, ”Support Vector Machine Regression for Volatile Stock Market Prediction”, IDEAL2002, LNCS2412, pp361-396, November, 2002

[16] M. A. H. Dempster, ”Computational learning techniques for intraday FX trading using popular technical indicators”, IEEE Trans. Neural Networks, Vol.12, No.4, pp.744-754, July, 2001

[17] 佐々木崇, 伊庭斉志, 石塚満, ”遺伝的プログラミングを用いた実時系列データ予測”, 第 56 回情報処理学会全国大会予稿集(2), pp.189-190, 1999

[18] 坂本慶行, 石黒真木夫, 北側減四郎, ”情報量統計学”, 共立出版, 1983

[19] H. Akaike, “A new look at the statistical model identification”, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.AC-19, No.6, pp.716-723, 1974

[20] 赤池弘次, “情報処理基準 AIC とは何か-その意味と将来への展望”, 数理科学, No.153, March, 1976

[21] 栗田多喜夫, “ニューラルネットにおけるモデル選択の試み”, 信学技報, PRU89-16, June, 1989

[23] J. Tobin, “Liquidity preference as Behavior towards risk”, Review of Economics Studies, Vol.25, No.1, pp.15-29, 1958