

1982

外93-6

早稲田大学大学院理工学研究科

## 博士論文概要

### 論文題目

Estimation Problems in Superposed Markoff  
Jumping Processes and Their Applications to  
the Analysis of Membrane Current Fluctuations

重畠化マルコフ跳躍過程における推定問題と  
その細胞膜電流雑音解析への応用

申請者

簞 弘幸

Hiroyuki Mino

平成 5 年 5 月

本論文は、重畠化マルコフ跳躍過程における推定問題と、その細胞膜電流雑音解析への応用を論じたものである。多くのマルコフ跳躍過程が独立に重畠して得られる重畠化マルコフ跳躍過程は、興奮性細胞膜の生理学を議論するのに欠かせない細胞膜電流雑音だけでなく、電気工学での共同家屋の電力消費におけるゆらぎや、オペレーションリサーチでの基本的な問題である電話通話時間などの広範囲にわたる実際の現象を記述する数理モデルとして重要な役割を演じている。重畠化マルコフ跳躍過程は、このような実際的側面からみた数理モデルとして興味深いばかりでなく、理論的側面からも、数理モデルそのものとして興味ある研究対象といえる。

にもかかわらず、これまでの理論的な考察では重畠化マルコフ跳躍過程は二次統計量に限って議論されていただけで、高次統計量まで取り扱った文献はほとんど見あたらない。また重畠化マルコフ跳躍過程を、数理モデルのパラメータと統計量との関係を記述する順問題及び逆問題という枠組みで捉えて系統的に取り扱った文献も、筆者の知る限り見あたらないのが現状である。このような観点から、本論文では重畠化マルコフ跳躍過程の見本過程が観測によって得られ、見本過程から推定される統計量をもとに重畠化マルコフ跳躍過程のパラメータを推定する一種の逆問題、すなわち重畠化マルコフ跳躍過程における推定問題を論ずる。

本論文は次のように構成される。

第1章は「序論」であり、研究の背景と必要性を論じ、本論文の目的、独創的な点を述べた。また、本論文の構成を述べた。

第2章は「問題の定式化」を述べた。この章では先ず、重畠化マルコフ跳躍過程に関する基本的な定義、すなわちマルコフ跳躍過程の状態振幅ベクトル、マルコフ跳躍過程の状態遷移比率行列、マルコフ跳躍過程の重畠数、及び重畠化マルコフ跳躍過程についての定義を与えた。次に重畠化マルコフ跳躍過程のパラメータが与えられて  $n$  次統計量を導く順問題と、反対に見本過程をもとに推定された  $n$  次統計量が与えられて重畠化マルコフ跳躍過程のパラメータを推定する逆問題、すなわち推定問題、について述べた。更に本論文の引き続く章で取り扱う推定問題の各々についての問題設定も述べた。

第3章は「二次統計量に基づく信号モデリングと推定問題への応用」について述べた。ここで問題は、統計量の次数が  $n=2$  である場合の推定問題である。具体的には、定常な重畠化マルコフ跳躍過程の二次統計量（パワースペクトル）に基づくパラメトリックな信号モデリングと、実際の推定問題、つまり状態遷移比率行列の固有値、更にはある条件の下で状態遷移比率そのものを推定することへの応用を取り扱った。先ず、重畠化マルコフ跳躍過程は自己回帰移動平均（ARMA）信号モデルで表現されることが示され、ARMA 係数と状態遷移比率行列の固有値とが一一に関係づけられた。このことは、重畠化マルコフ跳躍過程を、あたかも構築されたモデルが生成する信号と見なし、重畠化マルコフ跳躍過程の  $n=2$  における推定問題を、信号モデルのパラメータの同定問題として捉えられることを意味する。次

に細胞膜電流雑音解析で意味を持つイオンチャネルの基本的な開閉モデルと局所麻酔薬を投与したときに生ずるブロック状態を加味したモデルを想定し、基本的な2状態と3状態の重畠化マルコフ跳躍過程を例題として取り扱った。なお、それらは各々 AR(1) 過程と、ARMA(2,1) 過程となることが示される。引き続き2状態と3状態のときの、実際的な状態遷移比率の推定問題を述べた。なお実際の推定では離散化過程のデータ点数が有限であるために推定誤差が生ずるが、離散化過程のガウス性を仮定して、その誤差をフィッシャーの情報量行列の逆行列として定義される推定誤差共分散行列の主対角要素を用いて表現した。なお、この誤差は推定したいパラメータの関数となり、特に離散化過程のデータ点数とは反比例の関係にあることは直観的に理解される。この関係により予め大まかなパラメータの値がわかっているれば、望まれる誤差を満足する離散化過程のデータ点数が近似的に見積もれることが理解されよう。次に計算機シミュレーションによって、提案された ARMA モデリングの妥当性及び、ARMA モデルが実際の推定問題に応用されたときの有効性を、2 状態と 3 状態の場合において確認した。また、信号モデルによらないノンパラメトリックな方法との比較により、提案された方法の優位性も示した。最後に細胞膜雑音解析への応用と第3章の結論を述べた。

第4章は「三次統計量に基づく信号モデリングと推定問題への応用」について述べた。ここで取り扱う问题是、統計量の次数が  $n=3$  である場合の推定問題である。具体的には、定常な重畠化マルコフ跳躍過程の三次キュムラントを用いたパラメトリックな信号モデリングと、状態遷移比率行列の固有値、更には状態遷移比率そのものの推定問題である。なお、重畠化マルコフ跳躍過程の三次キュムラントは非零であり、観測不可能で独立な加法性有色ガウス雑音が存在している場合を考えている。このような雑音存在下の条件が許されるのは、三次統計量が加法性ガウス雑音に感受しないことによる。最初に線形システムを導入し、その出力過程の三次キュムラントが、ある特異的なスライスにおいて重畠化マルコフ跳躍過程の三次キュムラントと等価となるように、その線形システム（仮想的な合成器）を構築した。この合成器の出力過程は、 $N_s$  をマルコフ跳躍過程の状態数としたとき、 $N_s - 1$  個の1次の微分方程式系の出力和で表現される。その出力の離散化過程は、 $N_s - 1$  個の MA( $N_s - 2$ ) 過程の和によって励振された AR( $N_s - 1$ ) 過程となった。ここで自己回帰係数は重畠化マルコフ跳躍過程の状態遷移比率行列の固有値と関係付られた。このことは、第3章と同じように、重畠化マルコフ跳躍過程をあたかも構築された信号モデルが生成する信号と見なし、重畠化マルコフ跳躍過程の  $n=3$  における推定問題を信号モデルが持つパラメータの同定問題として捉えられることを意味する。結果としてその固有値は、三次キュムラントを用いた自己回帰係数の同定によって推定し得る。次に計算機シミュレーションによって、スライスされた三次キュムラントによる信号モデリングの妥当性及び、ARMA モデルが実際の推定問題に応用されたときの有効性を、信号対雑音比、及び過程の重畠数を変化させた場合の 2 状

態と3状態において確認した。また、ノンパラメトリックな方法との比較により、提案された方法の優位性も示した。最後に細胞膜雑音解析への応用と第4章の結論を述べた。

第5章は「一次及び二次統計量の組み合わせに基づく雑音存在下での非定常信号のモデリングと推定問題への応用」について述べた。ここで取り扱う問題は、 $n=1,2$ の統計量が与えられた場合の、状態振幅と過程の重畠数の推定問題である。ただし、現象は非定常であるが見本過程は多数記録できる場合を考えている。また見本過程には定常な計測雑音が存在する場合を考えている。最初に、非定常な重畠化マルコフ跳躍過程が2項分布であることを仮定して、時間の関数としての平均と分散、すなわち $n=1,2$ の統計量、について表現された2次の回帰モデルが理論的に導出された。回帰モデルの係数は状態振幅と重畠数だけでなく、計測雑音の成分にも関係付られるので、推定したいパラメータを回帰係数の同定によって加法性計測雑音の影響なしに推定することが可能である。さらに、パラメータ推定量は、回帰係数の誤差共分散行列を用いて理論的に評価された。次に提案されたモデリングの妥当性とモデルが実際の推定問題に応用されたときの有効性が、 $\text{Na}^+$ チャネルの基本的なキネティックスを想定した3状態の場合において、計算機シミュレーションによって実証された。最後に細胞膜電流雑音への応用と第5章の結論を述べた。

第6章では、本論文の「結論」を述べた。そこでは、本研究の総括を行い、今後の展望について言及した。

最後に、本論文では、実際に不規則過程を解析する立場から重畠化マルコフ跳躍過程の推定問題を論じてきた。具体的には、ある条件のもとでの推定方法を提案し、その妥当性を実証した。その意味で、本研究はあるクラスの不規則過程の新しい解析手段を提供するものであり、実際の不規則信号解析への貢献が期待される。