早稲田大学大学院理工学研究科

博 士 論 文 概 要

論 文 題 目

Analysis of Nonlinear Dynamics in
Phase-Locked Loops and Oscillatory Neural Networks

位相同期回路及びニューラルネットワークにおける
非線形ダイナミクスに関する解析的研究

申 請 者
田中 久陽
Hisa-Aki Tanaka

電気工学専攻 情報数理工学研究

1994年 12月

生体内における信号の伝送, 処理において非線形性, 特に非線形な動特性は重要な働きを果たしているが, 通信, 信号処理システムにおいても非線形性は積極的な工学的活用がなされてきている. 実際, 生体の神経, 筋肉の細胞の膜電位とイオン伝導度の動特性を記述する非常に有名な Hodgkin-Huxley 方程式は, 神経パルスの生成は非線形性のなせる業であることを示している. 一方, ある種の光ファイバーの非線形特性は分散特性との釣合により optical soliton の存在を可能とし, これを用いた信号の伝送は次世代の光通信の一つの基盤となるべく研究が進められている. また伝送された信号の捕捉, 復調に際して, 位相同期回路 (PLL) は最も基本的な技術として確立されているが, これもまた非線形性の活用に基づくものであることが知られている. このように非線形性は通信, 信号処理系において自然に現れ, かつ積極的な活用がなされてきている.

元来, 通信, 信号処理系における信号は, ある物理量の時間変化であり, これに対応する系の動特性は広い意味での力学系理論から, 捉えられ, 抽象化されよう. 上に述べたように, そのような力学系は非線形力学系となり得る. このように通信, 信号処理系を捉えたとき, 何がわかるであろうか? 以上の問題意識に基ずいて次のような実用上重要でかつ物理, 数学の視点からも興味深い問題が提起される. 即ち, 通信, 信号処理システムにおける非線形系において,

(1) 系が何故上手く機能しているのか, 即ち動作機構を力学系理論の言葉で解明し, 更に機能の動作限界を明らかにすること,

(2) 経験的に知られている事実, 動作限界を越えたところで生じる現象を解明し, その制御の方法を与えること, 更に

(3) 上記の現実の問題から, どのような問題が数学, 物理学に提起され, どのような解析の結果が得られ, 現実の問題に還元されるか.

本研究は以上の問題に対し, まず適切な mathematical modelling を行い, そのうえで computer simulation 及び, 厳密な解析を行っている. 解析により得られた結果は元の実在系において解釈が与えられる.

本研究は 5 章から成り, 位相同期回路,oscillatory neural network model に関する研究からなる. 全ての章は, いずれも信号の変調, 処理に関する非線形系の動特性を力学系の観点より解析を行い, その結果を所与の問題に還元を行っている.

第 1 章 "Introduction" では本論文の背景を記述し, 本論文の目的, 研究手法, 及び各章の概要が述べられる.

第 2 章 "PLL's in the Presence of CW Interferences" では CW 干渉下における PLL の動特性の解析が行われる. PLL は希望信号の位相に電圧制御発振器 (VCO) の発振の位相を同期する自己帰還系であるが, 実際には希望信号以外の他の干渉信号の影響を考える必要が生じる場合がある. このような場合に CW 干渉と呼ばれるクラスの問題において PLL の支配方程式はある種のパラメーター励振の方程式で与えられることを指摘した. CW 干渉の問題に関する研究は古くから多くなされているが, これを力学系の問題として捉え, 不変多様体の幾何学的構造を Melnikov 積分を用いて明らかにしたのは本申請者による研究がはじめてである. 解析の結果, 干渉信号の強さが, ある臨界値を越えると馬蹄力学系 (horseshoe) の生成が行われることが導かれ, この理論的に予想される臨界的現象は, 数値計算により, あるシステムパラメーターのもとでフラクタル引力圏境界や高周期の周期解の生成等に対応することが検証された. また PLL の damping が強く, 干渉信号の振幅が大きい現実的な状境においても, 広いパラメーター領域のもとで strange attractor の存在が確認され,horseshoe の生成が数値的に検証された. この結果は PLL に 2 入力が与えられたとき, その非線形性ゆえに, どちらにも同期出来ずに, カオス的な状態が存続し得ることを示すものである. CW 干渉下での PLL は従来報告されていた false lock 現象以外にも多様な挙動を示すことがはじめて明らかにされた.

第 3 章 "Mutually Coupled PLL's" では相互結合位相同期回路の動特性が解析される. 2 つの位相同期回路の相互結合系 (TCPLL) は 2 つの局のクロックのタイミング同期を得るために用いられる実用的かつ基本的な回路である. その同期条件を明らかにすることは, 応用上重要な問題であり, 従来多くの理論的研究が行われている. しかしながら, それらの研究は同期状態の近傍での線形化, あるいは特別なタイプの PLL の確率微分方程式による解析に基ずくものであり, 与えられた系のパラメーターに対し, 同期の限界及び同期の限界の外でのダイナミクスに関する情報は得られなかった. 本章では, まず位相比較特性が sawtooth である場合に,2 つの PLL の相互結合系 (TCPLL) における同期限界が明らかにされ, さらに同期限界の外での複雑なダイナミクスが厳密に解析される. またこのような同期限界, 及び同期限界の外での複雑なダイナミクスが他の位相比較特性においてどのような形で得られるか解析が行われる. これは数学的には orbit-flip homoclinic point 及びその退化した特異点での分岐解析を行うことに相当する. この orbit-flip homoclinic point における分岐現象は, この数年来, 数学者を中心に精力的に研究が進められているが, 現時点では, そのような特異点の普遍開折において topological horseshoe が生成されること, またある条件のもとで N-homoclinic orbit が存在することなどが証明されている. しかしながら, このような orbit-flip homoclinic point に起因する分岐現象が物理的に観測可能な実在系において確認されたのは, 本研究がはじめてであり, この実在系 (TCPLL) を詳しく解析することにより orbit-flip homoclinic point に関する分岐理論に貢献することが期待できる. 実際,TCPLL の数値解析を糸口にして, 退化した orbit-flip homoclinic point の普遍開折においても topological horseshoe が生成されることを証明している. 3 章第 1 節では TCPLL における同期の限界の存在が明らかにされる. ここでは TCPLL の支配方程式が線形近似を用いず, 大域的な解析が行われる. その際, 系の持つ対称性によって支配方程式の階数低下が可能となり, このために実質 3 次元のベクトル場の定める不変多様体の幾何学的構造を解析することに問題が帰着される. その厳密な解析から, 従来実験的に知られていた同期, 非同期状態間の臨界的ダイナミクスは, ベクトル場における homoclinic 軌道の存在に対応することが明かとなり, さらにこの homoclinic 軌道の 2-パラメーター分岐ダイアグラムの解析から, 同期状態, 非同期状態を与えるパラメーター領域は homoclinic point の集合である 1 次元多様体 (homoclinic branch) により, それぞれ分離されることが判明した. すなわち, 工学的に重要な問題である同期の限界の存在を明らかにし, これを求めることにより同期を与え

る系のパラメーター (電圧制御発振器の自走周波数, 及びループゲイン) の設定手法が得られた. 3 章第 2 節では TCPLL における同期限界を越えた状態でのダイナミクスの解析が行われる. 同期限界を越えた非同期状態において, 同期と非同期の臨界的状態に近いとき, 系のダイナミクスは, orbit-flip homoclinic point の普遍開折として捉えることが可能な場合があることを厳密に示し, その普遍開折における topological horseshoe の生成機構の存在が理論, 数値計算の両面から検証された. これらの結果から, 従来 TCPLL の実験系において観測されていたカオス的なダイナミクスの発生機構のかなりの部分が厳密に解明された. 以上の結果は,orbit-flip homoclinicity における分岐, カオスの物理的に観測可能な実在系を初めて与えるものであり, 等価な支配方程式, 或いは幾何学的構造を有する他の多くの分野の系の解析への貢献が期待できる. 第 3 章 3 節では退化した orbit-flip point の普遍開折における topological horseshoe の存在証明が行われる. TCPLL の詳細な数値解析の結果に糸口を得て,TCPLL の支配方程式より導かれるある広いクラスの方程式系に対し,topological horseshoe の生成の十分条件を与える定理が得られる. この定理は orbit-flip homoclinic point のさらに退化した状態で, 余次元 3 の普遍開折を考えると, その 3-パラメーター空間内で orbit-flip homoclinic orbit の存続する方向と,inclinaton-flip homoclinic orbit の存続する方向と,homoclinic orbit 自身の消滅する 3 つの方向を連結する或る領域に対し topological horseshoe が生成され得ることを主張するものであり, 同時に, 考えるベクトル場の homoclinic orbit に横断的な平面上において horseshoe の生成される領域の形状とそのスケールの評価も与えている.

第 4 章 "Analytic Structure of PLL's" では, 単一の位相同期回路 (PLL) の支配方程式の解析的構造, 複素特異点の構造が解析されている. 単一の PLL の支配方程式は非線形常微分方程式で与えられ, その変数を複素変数に拡張することにより, 解は動く特異点をもつように拡張される. このような特異点の周りの解の局所的展開の様子から系の積分可能性, 不可能性, カオスとの関連が多くの方程式に対し研究されてきたが,PLL の支配方程式に対しては, 動く特異点の作る局所的なフラクタル構造がある種の形式的な解により説明でき, その構造が実数時間においてカオス解をもつときに現れることを検証した. またこのような複素特異点が実時間上のダイナミクスに及ぼす影響について従来行われてきた研究について言及している.

5 章 "Analytic Structure of Oscillatory Neural Network" では, 大域結合型ニューラル振動子系の大域的ダイナミクスが積分可能性, 積分不可能性の観点から解析される. Hopfield model type のニューラルモデルにおいて, 結合が対称的でない場合の大域的ダイナミクスの解析が行われる. ニューラル系の支配方程式において, 減衰項, しきい値が 0 の極限で, 積分可能となる場合, 積分不可能となる場合の存在を証明し, 特に積分不可能となる場合は, その計算機援用 (自己検証的数値計算) 証明を与えた.