

内96-36

早稲田大学大学院理工学研究科

## 博士論文概要

### 論文題目

構造工学分野における  
統計的確率量評価の応用

申請者

菅沼 信也

Shinya Suganuma

建設工学専攻・建築構造研究

1996年12月

工学上の理論的な問題解決にあたっては大別して解析的手法および数値的手法が用いられる。解析的手法では数学モデルで表現された対象を式のまま展開して一般性のある解を導く。一度解を得ることに成功すれば、個別の問題に対する解は少ない計算量で容易に求めることができる。また、解は通常パラメトリックな形で表されているため、現象の理解に直接結び付けることができる。しかしながら、式の展開には数学的制約があるため、複雑な問題の解を得るにはいくつかの仮定や近似を導入しなければならない場合も多い。これに対して、数値的手法では個別の問題に対する値を数学モデルに当初から代入して数値計算により個別の解を求める。概して多大な計算量が必要となり、得られた解に一般性はない。しかしながら、解析的な制約がないためモデルの設定にはかなりの自由度を持たせることができる。また、一度汎用性の高い計算プログラムを完成させれば、対象とする問題の変更や複雑化にも比較的容易に対応することができる。このように解析的手法と数値的手法は相反する特徴を持っており、互いの弱点を補い合っていると言える。

一方、近年における計算機の発達には目を見張るものがある。一昔前では想像もできなかつたほどの高速で大容量の計算が安価に実現できるようになった。このような桁違いの進歩は単に量的な変化をもたらすばかりではない。上述のような解析的手法と数値的手法とのトレードオフにおける平衡点を数値的手法の側に強く引き寄せている。その結果、従来では解析的手法が妥当とされてきた対象について、数値的手法による検討が見直されている例も少なくない。

こうした背景の中で、確率的問題は数値的手法の有効性が期待される分野の1つである。構造物の安全性や信頼性を定量的に評価することは構造工学における重要な目標となっている。構造物を対象とした解析では、どうしても確定的に把握しきれない要素が少なからず存在する。外力として作用する自然環境や構造物を構成する部材のばらつき等はもちろん、場合によっては解析時のモデル化誤差や計測時の観測誤差等も問題となる。このような不確定要素を含んだシステムの解析では、確率論に基づくモデル化が不可欠となる。最近では確率論が敬遠されがちであった我が国においても確率的問題の重要性が広く認識されてきている。確率的問題では、確定的な変数の代わりにばらつきのある量を表現する確率変数を取り扱わなければならぬ。したがって、解析的手法によって解を求めるうとすると、確定的な問題と比較して数学的困難に直面する機会が極端に増加してしまう。このため、確率変数の正規性や独立性、構造システムの線形性、確率場の定常性や等方性といった多くの仮定を導入することが多い。場合によっては、これらの仮定を満足させるために等価線形化のような付加的処理が必要となることもあり、解析的手法の長所が次第に損なわれてしまう。これに対して、確率的問題に対する数値的手法の適用は極めて明解である。そもそも確率変数の演算は標本集合に対する演算にほかならない。このとき、標本集合の各要素に対しては確定的な問題に対する既存の手法をそ

のまま利用することができる。確率変数と標本集合との相互変換には標本生成と統計処理を必要に応じて組み合わせれば良い。このように標本集合を中心とした確率的問題の数値的手法を統計的確率量評価と呼ぶことにする。特に、標本生成と統計処理を直接組み合わせた手法はモンテカルロ法として広く利用されている。統計的確率量評価は多大な計算量と引き換えにモデル設定の自由度を手に入れる手法と言うことができる。適切なモデルの設定が可能となれば、数学的制約の多い解析的な手法では得られない付加価値を見出すこともできる。

このような背景のもと、本研究では統計的確率量評価の適用により付加価値が期待される問題を取り上げている。

本論文は5章よりなる。

第1章では、上述のような研究の背景とそれに関する既往の研究を紹介した上で、本論文の目的と構成について述べた。

第2章では、直交異方性体を対象とした応力変動の解析について述べた。木材の板を例にとり、材料定数の空間的なばらつきが応答変位および応力に与える変動について検討した。このような問題に対する解析的手法の代表例は摂動法である。しかしながら、明確な異方性を持つ材料に対しては各軸方向に対して個別の摂動を考えなければならないため、その定式化は一般に繁雑なものとならざるを得ない。これに対して統計的確率量評価を適用すれば、材料定数のばらつきを表す確率場の標本生成のみに着目すれば良い。応力解析には材料が等方性か異方性かを問わずに確定的な既存の手法を用いることができる。ここでは、材料の持つ直交異方性を積極的に利用して、空間変動をその方向性により3成分に分割した。こうした考え方に基づき、1次元標本生成手法の組合せによる2次元直交異方性体の標本生成法を提案した。この生成法によれば、簡便な計算で確率場の特徴を明確に再現することができる。標本生成が可能になれば、応力解析には既存の手法を直接用いることができる。2つのモデルに対して有限要素法を用いた応力解析を行い、統計的確率量評価により応答変位および応力の変動を解析した。

第3章では、非線形フィルタを用いた構造物のパラメータ推定について述べた。各層の剛性や減衰係数といった構造物のパラメータをリアルタイム処理が可能な形で推定する問題は非線形フィルタ問題に帰着する。その代表例が拡張 Kalman フィルタである。しかしながら、拡張 Kalman フィルタはそのアルゴリズム中でシステムの線形化近似を用いているため、しばしば不安定な挙動を示すことがある。ここでは、フィルタ構成の中で1段予測部分に統計的確率量評価を適用した統計処理フィルタを構造物のパラメータ推定に応用した。これによりシステムの線形化近似を排

除して直接的な非線形推定が実現される。さらに推定パラメータに対する制約条件を付加することにより推定開始直後の安定性向上を図った。簡単なモデル構造物の例を通して拡張 Kalman フィルタと統計処理フィルタの安定性について比較検討を行った。その結果、統計処理フィルタが初期推定値のばらつきによる影響を受けにくく、複雑なシステムに対しても安定した推定精度を保つことが示された。

第 4 章では、構造物動特性の振幅依存性を推定する問題について述べた。実在する構造物の多くは何らかの非線形性を持っており、その動特性も振動振幅に依存して変化することが知られている。線形構造物の固有振動数や減衰定数といった動特性は不規則な外乱に対する定常応答を観測することによって近似的に推定することができる。この種の問題に対しては、パワースペクトル密度関数あるいは自己相関関数を経由して推定するのが一般的である。多くの場合、これらの関数は高速 Fourier 変換(FFT)を利用して求められる。ところで、自己相関関数は 1 つの観測波形を小標本の集合と見なして統計処理により求めることもできる。Random Decrement 法(RD 法)は 1 つの観測波形を小標本の集合と見なして統計的確率量評価により自己相関関数を求める推定法である。このとき一般的には観測波形のピークに着目して条件付き期待値を求めるが、この条件付き期待値の設定には自由度を持たせることができる。ここでは動特性の振幅依存性を推定するために RD 法へ振幅によるランク分けを導入した。得られた RD 波形の初期部分に着目し、非線形構造物の応答波形から動特性の振幅依存性が推定できることを示した。実在する塔状構造物の観測記録に適用して、単純な RD 法とランク分けを用いた RD 法の推定結果について比較検討を行った。ランク分けを導入することで少ないデータから振幅依存性を評価できること、また振幅に関して高い分解能を得られることができた。

第 5 章は結論であり、第 2 章から 4 章で取り上げた統計的確率量評価の適用例に関する結果をまとめた。これらの応用例は、いずれも統計的確率量評価の適用により数学的制約を排除した結果、解析的手法にはない付加価値の実現に成功した例である。序論でも述べたように、近年における計算機の発達には目を見張るものがある。統計的確率量評価は今後より多くの対象へ展開が期待され、様々な確率的問題の解決に役立つものと考える。