早稲田大学大学院理工学研究科

博　士　論　文　概　要

論　文　題　目

境界積分方程式に基づく
二次元渦法解析に関する研究
Study of Two-dimensional Vortex Method
on the Boundary Integral Equation

申　請　者

鈴木　光雄

Suzuki　Mitsuo

1999 年 12 月

本論文は、二次元非圧縮性粘性流れの数値解析方法の一つである渦法について、解析方法の組織化と有用性について検討したものである。

第１章、序論においては、以下に示すような本研究の背景を述べ、一般的な数値解析の概要と特徴に触れ、渦法の利点を示し、本研究の意義及び目的を示した。

建物の周りを過ぎる風の流れの解析は、非圧縮性粘性流体の高レイノルズ数域の問題となる。解析の基礎方程式は、連続の方程式とナビエ・ストークス方程式(以下 N・S 方程式)であるが、N・S 方程式は非線形方程式であるため理論解を得ることが難しく、建物の耐風性の検討には、風洞実験やコンピュータによる数値解析を行なう必要がある。詳細な検討は、いまだに風洞実験に頼っているが、初期の検討段階では定性的な性状を調べるために、多くのパラメータスタディーを行なう必要があり、比較的容易に検討が可能な数値解析が不可欠となる。

流れの数値解析の一般的な方法として差分法、有限要素法、境界要素法がある。これらの解析方法は、解析領域にメッシュ（計算格子）を作成する手法である。流れ解析には数値的安定性条件が存在し、メッシュの作成は非常に煩雑となり、また、開領域の無限遠を含む問題では、膨大なメッシュ数となり計算負荷が増大する。これらの問題点に対しては、乱流モデルの導入等が行われているが、いまだに、飛躍的な解決には至っていない。

これに対し、渦法は、計算領域にはメッシュを設定する必要がなく、アルゴリズムが簡便であり、数値的にも安定した解析方法で、これまでに工学の様々な分野に関連する非定常剥離流れの理解に利用されてきた。

渦法は、密度一定で非粘性の完全流体とみなすことのできる領域が支配的な、高レイノルズ数流れを対象にして生み出された離散渦法を、より低いレイノルズ数に適用可能なように、各モデル化やパラメータの設定に工夫を凝らして、確立した解析法である。モデル化やパラメータの設定が個別に検討されていたために、これらを組織して組み立てられた渦法による数値解析結果が、実際の非圧縮性粘性流れを適切に再現できているか明確ではなかったといえる。

このような背景から、本研究では、物体周りの二次元非圧縮性粘性流れに対し、連続の方程式および渦度輸送方程式の境界積分方程式に基づいて、ガウス型の微小渦モデルを用いた渦法解析およびモデル化についての組織化を行い、境界積分方程式から導かれる数値解析方法としての渦法の立場を明らかにし、高レイノルズ数域を対象にして、レイノルズ数をパラメータとした非圧縮性粘性流れの解析が可能であることを示し、渦法の有用性を示すことを目的としている。

第２章では、渦法の既往の研究についてのまとめを行った。渦法は、レイノルズ数無限大のポテンシャル流れを解析対象とする離散渦法に基づいて、近似解析解、境界層理論、また微分方程式の様々な視点からの考察といった理論面からのアプローチや、実験結果をもとにしたパラメータの導入といった、それまでの流体力学の研究成果を取り入れた工夫により発展した。また、渦法の解析手順が離散渦法の解析手順を踏襲したものあり、主に粘性を考慮した微小渦のモデル化や渦放出でのモデル化についての発展が顕著となっている。このことから、まず、渦法の起源となる離散渦法の基本的な解析方法を示した。次に、渦法の既往の解析方法及び解析のモデル化を、ポテンシャル流れの解析、微小渦のモデル化、境界層及び剥離のモデル化、微小渦の粘性拡散の考慮方法、物体に働く力の評価という項目に分類して、紹介を行った。

第３章では、境界積分方程式に基づいた渦法の解析方法の誘導を行った。第１章、第２章でも述べたとおり、渦法は離散渦法を基礎として各モデル化やパラメータの設定に工夫を凝らして発展した解析方法であるため、基礎方程式との関係が不明確となり、実際の非圧縮性粘性流れをどの程度適切に再現できているか明確ではない。解析方法の信頼性は、支配方程式に基づいて解析式を誘導し、各種のモデル化を行うという手順をたどることで明確になると言えよう。渦法で基本となる支配方程式は、連続の方程式と渦度輸送方程式である。これまで、渦法の解析式を、連続の方程式の境界積分方程式を基にして表現した例はあるが、渦法の本質的に重要な渦度輸送方程式の境界積分方程式から誘導を行った例はない。

このため、物体周りの二次元非圧縮性粘性流れに対し、連続の方程式および渦度輸送方程式の境界積分方程式からガウス型の微小渦モデルを用いて渦法の解析式を導き、解析領域内の微小渦の粘性拡散項と境界上の渦度の粘性拡散項により流れ場の渦度を表現した。次に、渦の発生のモデル化を行った。これにより、境界積分方程式から導かれる数値解析方法としての渦法の立場を明らかにし、本論文で誘導した渦法解析では、ガウス型以外の微小渦モデルの適用に制限があることを示した。また、既往の渦法解析について、境界積分方程式に基づいて考察を加えた。

第４章では、微小渦の集合で渦度分布を表現することについての知見を得るための考察を行った。微小渦は、本論文で採用しているガウス型形状を用い、一次元の基本的ないくつかの静的な解析を行い、一定に分布する渦度、勾配を有する渦度とも、ガウス型微小渦の集合で精度良く表現できることを示し、精度を規定するパラメータについての考察を行った。その結果、精度良く渦度分布を表現するには、微小渦の配置間隔 Δx とコア半径 σ を用いた形状比 $\sigma/\Delta x$ が精度を規定するパラメータとなりうることを示し、また形状比 $\sigma/\Delta x$ には上限値と下限値が存在することを明らかにした。次に、この精度を規定する上限値と下限値の定量的な評価方法を示し、数値解析による検証を行い良好な評価方法であることを示した。更に、拡散方程式に従って渦度が拡散した後の動的問題の表現精度についても検

討を行い、初期状態のコア半径σ_0を用いた形状比$\sigma_0/\Delta x$により精度を規定する条件式と、上限値と下限値の定量的な評価方法を示し、数値解析による検証を行い時間の経過と共に表現精度が向上することを示した。

第5章では、渦法による数値解析を行った。まず、既往の渦法解析で、これまで主にスタディー解析などで設定されていた微小渦の放出時間間隔、および解析時間間隔の設定について、第3章で誘導した渦法の解析方法とモデル化についての考察および解析精度に着目した設定方法を示した。この時間間隔設定方法を採用し、本論文で誘導した渦法により、円柱周りの流れの解析を行った。初めに、円柱背後の双子渦の成長について実験結果との比較を行い良好な解析結果が得られることを示した。次に、発達した流れの様子についてレイノルズ数をパラメータとした解析を行った。効力係数と、揚力係数をもとにしたストローハル数について実験結果との比較を行い、レイノルズ数に依存した流れの様子が捉えられていることを示した。これにより、本論文で示した渦法が、レイノルズ数をパラメータとした二次元非圧縮性粘性流れを再現でき、有用な数値解析法であることを示した。

第6章は、第1章から第5章までを総括した本論文の結論である。

以上、本論文では、流れの数値解析方法の一つである渦法について、境界積分方程式に基づいてガウス型の微小渦モデルを用いた解析方法を誘導し、渦発生のモデル化を行い、微小渦の放出時間間隔および解析時間間隔の設定方法を示し、解析方法の組織化を行った。次いで数値解析を行い、実験結果との比較により、本論文で示した渦法がレイノルズ数に依存した二次元の非圧縮性粘性流れの有効な解析方法であることを示した。