

# 博士論文概要

## 論文題目

無誤差4次元超3角形幾何に基づく  
ソリッドモデリングに関する研究  
- 幾何無矛盾化アルゴリズム -

Solid Modeling based on Extended Homogeneous  
Triangle Geometry with Exact Arithmetic  
- A Geometric Normalization Algorithm -

申請者

氏名

荒川	佳樹
Yoshiki	Arakawa

専攻・研究指導  
(課程内のみ)

--

2004 年 10 月

計算機を用いて幾何図形処理を行う「幾何コンピューティング」に関する技術は、40年足らずで急速に進歩・発展し、CAD/CAM (Computer-aided Design / Computer-aided Manufacturing)として実用化されてきた。しかし、幾何コンピューティングの実用化が進展するにつれて、その「複雑性」と「不安定性」という本質的かつ重要な課題が残されたままであることが明らかとなってきた。すなわち、これらの要因が、システムの信頼性の欠如(ソフトウェアの暴走等)という深刻な問題を引き起こしている。そこで、本研究では、後者の「幾何処理の不安定性」の問題を根本から解決する1つの方法を構築・提案する。

本論文は、以下のような章構成を成す。以下、章ごとにその概要を説明する。

## 第1章 序論

幾何コンピューティングに関する研究の歴史を振り返りまとめる。そして、幾何処理において、複雑性と不安定性という本質的かつ重要な課題が残されたままであることを論じる。この不安定性の問題を根本から解決するアプローチとして、「無誤差幾何処理」に関する研究が取り組まれてきている。しかし、この方法は、幾何処理を繰り返すと、数値桁数が際限なく増大するという根元的な問題がある。そこで、本研究では、この課題を解決する1つの方法として、要求精度に対応して数値の下位桁を切り捨てることを提案する。そして、この切り捨てにより発生する幾何矛盾を検出・除去する汎用的な方法として「幾何無矛盾化アルゴリズム」を構築し、評価実証することを研究の目的とする。

## 第2章 幾何コンピューティングの不安定性

幾何処理の安定化に関するこれまでの研究をサーベイした結果をまとめ論じる。これまでの研究を大別すると、(1)許容誤差法、(2)位相優先法、(3)無誤差演算法の3つの手法が提案されてきている。(1)および(2)の方法は、幾何処理に誤差を含む演算(浮動小数点演算)を前提とするために、信頼性は向上するが、完全な安定性は保証されない。(3)無誤差演算法は、数学上の幾何には誤差という概念はないので、両者の相性はよく、数学上の幾何アルゴリズムをそのままプログラミングでき、完全な安定性が保証される。しかし、無誤差でできる演算の範囲が非常に限定的であること、数値桁数が際限なく増大する等の本質的な問題点をかかえている。

## 第3章 完全4次元理論

山口らが提案・提唱している完全4次元同次処理に関して、その研究概要を説明し論じる。この理論では、4次元同次座標系( $X, Y, Z, w$ )において3次元幾何処理を行う。ここで、完全の意味は、すべての処理を一貫してこの4次元同次座標系で行うことにある。3次元ユークリッド座標系幾何演算では割り算が発生するが、4次元処理では、全ての演算は加減算とかけ算のみで済み、割り算を排除することができる(無限桁数の循環小数などが発生しない)。従って、4次元同次処理は、無誤差演算との相性が非常によく、数値的に決して破綻することのない無誤差幾何処理系を実現することが可能となる。

## 第4章 超幾何スキーム

著者のこれまでの研究成果である「超幾何スキーム」に関してまとめる。3次元幾何モデリングでは通常、境界面は多角形面を用いて表現・処理される。しかし、多角形に基づいた処理はデータ構造およびアルゴリズムともに複雑となり、その処理系も大規模なものとなる(複雑性の問題)。

一方、3角形は究極的に単純な基本図形、すなわち幾何学的には単体である。そこで、3角形のみを用いると、ある意味で究極的に単純な幾何表現および処理が実現できる。しかし、集合演算などの処理の過程で、3角形の数(データ量)が指数関数的に急激に増えてしまうなど、大きな欠点も併せ持つ。

著者は、このような3角形幾何が持つ欠点を克服した「超3角形幾何モデリング法」をこれまでに開発した。「超3角形幾何」とは、3角形の概念を拡張し、3角形の3つの頂点が同一直線上となる退化した3角形を包含する3角形幾何表現処理である。この退化した3角形を面積がゼロになることから「ゼロ3角形」と呼んでいる。

ゼロ3角形幾何により、3角形幾何の単純性はほとんど損なうことなく、大きな欠点であった3角形の数が増大を抑制することができ、処理性を飛躍的に向上させることができる。この超3角形幾何法により、幾何処理の複雑性の問題に関して、1つの解決策をこれまでに提示し実証した。

さらに、著者らはこれまでに、集合演算における数値誤差に起因する不安定性に対して、完全4次元同次処理と超3角形幾何処理を融合した「無誤差4次元超3角形幾何モデリング法」を構築・提案し、この不安定性の問題を根本から解決した。この方法では、ゼロ3角形幾何を用いることにより、特別な枠組みを必要とすることなく、幾何分割処理前の線分(辺)を保存することができ、数値桁数の不必要な増大を抑制することができる。

## 第5章 幾何無矛盾化

上述した無誤差4次元超3角形幾何モデリングでは、集合演算を繰り返すと数値桁数が際限なく増大していく。無誤差演算に伴うこの数値桁数の増大は原理的なもので不可避である。そこで、このような桁数の増大を解決する1つの方法として、必要精度に応じて数値の下位桁を切り捨てることを提案する。しかし、幾何処理において、このような切り捨てを行うと、種々の幾何矛盾が発生する。同一立体内の面と面が交差する自己干渉、面と面が同一平面上で重なる状態等が発生する。

そこで、このような幾何矛盾を検出しかつ分離・除去する汎用的な「幾何無矛盾化アルゴリズム」を構築した。無誤差整数演算、完全4次元同次処理、そして超3角形幾何を融合することにより、破綻が生じない完全に安定な幾何無矛盾化処理系を実現した。

頂点座標値の下位桁の切り捨てを行うと頂点の位置が動く。そして、超3角形処理では境界面は(複数の)3角形面のみで構成される。そこで、この頂点の移動により、「3角形自体の形の変化」と「3角形相互の相対位置の変化」が発生する。後者に関して、2つの3角形の位置関係をすべて列挙すると、別離、交差、線接触、点接触、重なりといった5通りの

みとなる。すなわち、幾何矛盾立体の排除を超3角形幾何の問題に帰着させることにより、幾何の場合分けを格段に減少させ、アルゴリズムを大幅に単純化させた。

さらに、超3角形幾何が持つ以下のような優れた特性を利用して、幾何無矛盾化アルゴリズムを構築した。

- (1) ゼロ3角形幾何により不必要なデータ量および数値桁数の増大の抑制
- (2) 3角形の3頂点はいつも必ず同一平面上（頂点が動いても同一平面性が崩れない）
- (3) 3角形は凸のみ、凹が存在しない（図形パターン分類の単純化・少数化）

## 第6章 計算機実験と考察

今回開発した幾何無矛盾化アルゴリズムを計算機（DELL DIMENSION 8250）に実装し、実証評価実験を行った。評価形状として、(1)部品（プリミティブ18個の和差）と(2)トーラス（トーラス3個の和）を取り上げ、切り捨て下位桁数 $N$ （10進数）を、0から7（形状消滅）まで変化させた。すべての場合（ $N = 0 \sim 7$ ）において、提案した幾何無矛盾化アルゴリズムは破綻することなく安定して動作し、すべての幾何矛盾を問題なく除去した。

## 第7章 無誤差／誤差ハイブリッド幾何コンピューティング

今回構築した幾何無矛盾化処理系を仲介にすることにより、無誤差幾何処理（多倍長整数演算）と誤差幾何処理（浮動小数点演算）をハイブリッド化できることを示す。これにより、幾何無矛盾化処理を含む無誤差幾何処理を、発展展開することができ、かつ実用性を飛躍的に向上できる。すなわち、無誤差幾何処理と誤差幾何処理は排他ではなく補完であることを論じる。

## 第8章 まとめ

連続した無誤差幾何演算（集合演算）を実現するために、数値桁数の切り捨てを提案した。そして、これにより発生する幾何矛盾を検出し除去する汎用的な方法として「幾何無矛盾化アルゴリズム」を構築し提案した。さらに、計算機実験により、この提案アルゴリズムは、破綻することなく安定して動作し、かつすべての幾何矛盾を取り除くことができることを実証した。

本研究の成果である幾何無矛盾化法は、無誤差幾何コンピューティングの基盤技術となるであろう。また、多重精度（可変精度）幾何モデリングへ発展展開できる。すなわち、ネットワークを含む幾何コンピューティング環境において、その状況（通信容量等）に応じたQoS（Quality of Service）を提供することができる。任意精度の幾何モデリング処理を100%の安定性を持って実現可能とする。

今後の課題としては、無誤差演算（多倍長整数演算）をソフトウェアで実現しているために、計算効率が悪い。そこで、長ビット無誤差演算ハードウェアに関する研究開発が必要不可欠である。

# 研 究 業 績

種 類 別	題名、 発表・発行掲載誌名、 発表・発行年月、 連名者（申請者含む）
論文 （筆頭）	<p>荒川佳樹，山口富士夫，“無誤差4次元超3角形による幾何無矛盾化法，” 情報処理学会論文誌，Vol.45，No.SIG11，pp.269-279，Oct.，2004.</p> <p>荒川佳樹，山口富士夫，“無誤差4次元超3角形による幾何無矛盾化法 - 無誤差・無矛盾幾何コンピューティングを目指して -，” 先進的計算基盤システムシンポジウムSACSIS 04，pp.215-224，May，2004.</p> <p>Arakawa, Y., “3D Space-shared Communications Multimedia Virtual Laboratory Project -,” Journal of the CRL, Vol.48, No.3, pp.57-70, 2001.</p> <p>荒川佳樹，“3次元空間共有通信 マルチメディア・バーチャルラボラトリ・プロジェクト”，通信総合研究所季報，Vol.47，No.3，pp.55-67，Sep. 2001.</p> <p>荒川佳樹，山口富士夫，“超3角形 BRep における無誤差完全4次元処理を用いた形状演算アルゴリズム，” 情報処理学会論文誌，Vol.40，No.9，pp.3471-3482，1999.</p> <p>Arakawa, Y., Takeya, H., Isogai, M., Suzuki, K. and Yamaguchi, F., “Space-shared Communication Based on Truly 3D Information Space,” IEEE International Conference on Image Processing, Oct. 1999.</p> <p>荒川佳樹，山口富士夫，“超3角形 BRep におけるEdge-basedデータ構造と形状演算アルゴリズム，” 情報処理学会論文誌，Vol.39，No.1，pp.39-49，1998.</p> <p>荒川佳樹，“超3角形 BRep における高速形状演算アルゴリズム，” 情報処理学会論文誌，Vol.37，No.4，pp.624-634，1996.</p> <p>荒川佳樹，“面積ゼロ3角形を用いた3角形 BRep，” 情報処理学会論文誌，Vol.36，No.2，pp.362-373，1995.</p> <p>荒川佳樹，“3次元通信における形状モデリング，” 通信総合研究所季報，Vol.40，No.1，pp.25-35，Mar. 1994.</p> <p>荒川佳樹，三谷真人，一柳高時，“Runlengthを用いた差分流体解析前処理，” 情報処理学会論文誌，Vol.34，No.9，pp.1982-1993，1993.</p>
論文 （連名）	<p>Hase, K., Miyashita, K., Ok, S. and Arakawa, Y., “Human gait simulation with a neuro-musculo-skeletal model and evolutionary computation,” the Journal of Visualization and Computer Animation, 2003.</p>

# 研 究 業 績

種 類 別	題名、 発表・発行掲載誌名、 発表・発行年月、 連名者（申請者含む）
講 演 (筆頭)	Sein, M. M. and Arakawa, Y., "Determining the depth measurement for the 3D model reconstruction," the SICE Annual Conference, Fukui, Aug. 2003.
	Sein, M. M., Suzuki, Y., Kakeya, H. and Arakawa, Y., "Generating the 3D Model of an Object for Realizing the 3D Space-Shared Communication over the Network," IEEE international Workshop on knowledge Media Networking KMN 02, pp. 37-42, July 2002.
	Kakeya, H. and Arakawa, Y., "Autostereoscopic Display with Real-Image Virtual Screen and Light Filters," SPIE Electronic Imaging 2002: Science and Technology, Jan., 2002.
	田中健二, 鈴木健治, 佐藤正人, 荒川佳樹, "高精細度映像 (WHD: Wide/Double HD) 伝送システム," 電子情報通信学会論文誌D-II, Vol.J84-D-II, No.6, pp.1094-1101, June, 2001.
	Kakeya, H. and Arakawa, Y., "Autostereoscopic Display with Real-Image Screen," SIGGRAPH2000, July, 2000.
	Kakeya, H. and Arakawa, Y., "Optical Design of Autostereoscopic Display with Real-Image Screen," 3D Image Conference, June, 2000.
	Kakeya, H., Oyama, K., and Arakawa, Y., "3D Display System for Reality-Enhanced Teleoperation," IEEE Systems, Man and Cybernetics Conference, pp. 1129-1134, Oct. 1999.
	荒川佳樹, "マルチメディア・バーチャルラボラトリ(MVL)プロジェクト成果報告," 第101回CRL研究発表会, Nov. 2001.
	Arakawa, Y., "3D Space-shared Communication based on Extended Geometry Scheme," International Symposium on Multimedia Virtual Laboratory, March, 2000.
	荒川佳樹, 大山公一, 山口富士夫, "無誤差完全4次元処理超3角形BRepにおける数値の切り下げ," 1999年度精密工学会春季大会学術講演会
	荒川佳樹, 山口富士夫, "超3角形BRepにおける無誤差完全4次元処理を用いた形状演算," 1998年精密工学会春季大会学術講演会
	荒川佳樹, "多地点MVLプラットフォーム NetUNIVERS 実証実験報告," マルチメディア・バーチャルラボ開発推進協議会成果報告会・総会, Jun., 2002.

# 研 究 業 績

種 類 別	題名、 発表・発行掲載誌名、 発表・発行年月、 連名者（申請者含む）
講演 (連名)	<p>Ok, S. and Arakawa, Y., "Application of Human Modeling with Communication in 3D Virtual Environments," International Forum on Nano &amp; Bio-Technology for Future Info-Communications, Mar., 2003</p> <p>鈴木保成, 荒川佳樹, 田中健二, "超高精細 CG における QoS 圧縮配信および空間共有通信への応用," 信学技報, NS2002-178, CQ2002-113, TM2002-48, pp.27-30, Nov., 2002.</p> <p>玉 秀列, 宮下和雄, 長谷和徳, 荒川佳樹, "GPを用いた2足歩行モデルとその3次元ビジュアライゼーション," 電子情報通信学会マルチメディア・仮想環境基礎研究会, Oct., 2001.</p> <p>Takeya, H., Isogai, M., Suzuki, K., and Arakawa, Y., "Autostereoscopic 3D Workbench," SIGGRAPH2000, July, 2000.</p> <p>鈴木剛夫, 荒川佳樹, 佐藤真知子, "ラジオシティ法におけるゼロ三角形を用いたメッシュ分割," 第58回情報処理学会全国大会, 1999.</p> <p>Takeya, H., Oyama, K., Arakawa, Y. and Sato, M., "Touchable 3D Display," SIGGRAPH '99, Aug., 1999.</p>
その他 報告書	荒川佳樹 他, 先端技術移転加速型研究開発プロジェクト「超リアリティ3次元CG通信技術の研究開発」最終報告書, 通信・放送機構, 2002.
報告書	荒川佳樹 他, "マルチメディア・バーチャル・ラボ実証実験報告書," MVL開発推進協議会, May, 2001.
記事	Arakawa, Y., "Wide/Double HD (WHD) Transmission System," New Breeze, Quarterly of the ITU Association of Japan, INC. Vol.12, No.4, pp.19-20, Sep., 2000.
記事	荒川佳樹, "超幾何図形スキームに基づく3次元空間共有通信 Internet-3D-," TELECOM FRONTIER, No.27, pp.2-9, May, 2000.
論文	磯貝光雄, 熊井満之, 小林陽一, 黒岩克年, 荒川佳樹, 鈴木龍太郎, "エージェント技術に基づいた安否照会システム," 電子情報通信学会論文誌 B, Vol. J83-B, No.3, pp.297-307, March, 2000.
論文	鈴木龍太郎, 荒幡和久, 磯貝光雄, 荒川佳樹, "ネットワーク分散型安否照会システム," 電子情報通信学会電子情報通信学会論文誌 B, Vol. J83-B, No.3, pp.308-318, March, 2000.
特許	荒川佳樹 「3次元図形データの演算処理方法及びその装置」, 特許第3018151号, (注目発明文部科学大臣表彰, 実施実績有り). 他 3件