

早稲田大学大学院理工学研究科

博士論文概要

論文題目

閉じ込められた中性原子気体 Bose-Einstein 凝縮の
量子場の理論による定式化

(Quantum Field Theoretical Formulation for
Bose-Einstein Condensates of Trapped Neutral Atomic Gases)

申請者

奥村 雅彦

Masahiko Okumura

物理学及応用物理学専攻・量子力学基礎論研究

2003 年 12 月

1995年にWieman、Cornell、Ketterle、Huletらによって実現された中性原子気体のBose-Einstein凝縮(BEC)は、1925年のEinsteinの予言の確認にとどまらず、様々な可能性を秘めた物理現象である。Einsteinの予言は元々、相互作用のない同種粒子は極低温で全ての粒子が同一のエネルギー状態を占め相転移を起こす、というものであった。この予言によるとBECは相互作用なしの相転移であり、長い間実験で実現されることはなかった。1995年以前にも ^4He の超流動など、本質的にはBECであろうと思われていた現象が知られていたが、粒子間の相互作用が強かったため、Einsteinが予言した現象の実現とはみなされていなかった。

これに対し、中性原子気体のBECは希薄で、原子間の相互作用が弱い。また、実際の相転移温度や、絶対零度での凝縮数といった観測値は相互作用のない理論の予言と良く一致している。これらの事実を見るとBoseとEinsteinの予言の通りの現象と考えられそうだが、実際は弱いながらも相互作用が存在する。そこで、相互作用が存在する場合のBECを記述する理論が必要となる。現在、相互作用の効果を取り入れるには主に平均場近似が用いられている。絶対零度での凝縮体の振る舞いを記述するGross-Pitaevskii(GP)方程式、そして、GP方程式に量子・熱揺らぎを取り入れたHartree-Fock-Bololiubov(-Popov)近似も平均場近似である。また、これらの近似を基にして非凝縮相をBoltzmann方程式で記述する2流体モデルも用いられているし、摂動を用いた計算も提案されている。例えば、Braatenらは凝縮体の密度に対する量子補正を求めているが、有限温度への拡張はなされていない。また、Morganらは摂動計算で凝縮体への量子・熱補正、エネルギーシフトなどを求めているが、理論の自己無撞着性に疑問が残る。

これらの理論は実験値を良く説明できているものもあるが、理論の自己無撞着性という観点からは問題がある。特に、上記の方法では非凝縮相を記述する準粒子場の中に南部-Goldstone(NG)モードが取り入れられていないため、準粒子場の正準交換関係が破れている。このため、系の大域的位相変換対称性が明白に破れており、粒子数保存則を破る近似となっている。正準交換関係や粒子数保存則は理論の基礎的な要請なので、これらを破らないような理論的枠組みが必要であろう。そこで、我々は量子場の理論を用いて中性原子気体のBECを定式化することを目指す。量子場の理論ではBECを大域的位相変換対称性の自発的破れとして表すが、その際Goldstoneの定理からNGモードの存在が要請される。このNGモードが量子場の正準交換関係と系の対称性から導かれる保存則を保存するのである。また、中性原子気体のBECの実験では、種々のパラメーターを高精度で制御可能であり、非平衡系を初めとする様々な状況の設定、観測が可能である。我々は、これらの点を考慮して、将来的には有限温度の場の理論の非平衡系への拡張も視野に入れる。そのためにはまず平衡系での定式化が必要である。本研究では、凝縮体に渦がない場合の平衡系の中性原子気体のBECを量子場の理論の枠組みで定式化する。

本論文は以下のように構成される。第1章は序論である。第2章では、まず、調和型ポテンシャルに捕獲された接触相互作用をする中性原子気体の作用を与える。そして、この作用が大域的位相変換対称性を持つことを確認し、Noether 流について議論する。また、秩序変数と観測量である凝縮体中の原子分布の対応を決める。次に、本研究で本質的な役割を果たす、大域的位相変換対称性を微小に破る項を導入する。この項の導入によって、第3章で取り上げるループ展開最低次でのWard–高橋 (WT) 恒等式や、真空の直交性について議論することが可能になる。また、この項は赤外部の正則化項としても働くので、第4章で計算する量子・熱補正を議論する際にも重要な役割を果たす。続いて、与えられた作用からハミルトニアンを構成し、正準形式の量子場の理論の一般論を述べる。また、理論を有限温度系に拡張する際に用いる正準形式の有限温度の場の理論である Thermo Field Dynamics について概要を述べる。

第3章ではループ展開の最低次で理論の持つ種々の性質について議論する。まず、従来平均場近似のもとで導かれている GP 方程式を、正準形式の量子場の理論の枠組みから導出する。具体的には、場の量を秩序変数と非凝縮体を記述する量子場とに自己無撞着に分割する条件から GP 方程式を導出するのである。これによって秩序変数の従う方程式が得られるので、その解を基に非凝縮体の準粒子描像を構築する。具体的な手法は、江沢らによって並進対称性がない場合に拡張された、一般化された Bogoliubov 変換を基にするが、我々は最低エネルギーモードを取り込んで、江沢らの変換をさらに一般化した。この最低エネルギーモードも含んだ一般化された Bogoliubov 変換は、準粒子場の正準交換関係を壊さないという望ましい特徴をもつ。この方法をゼロエネルギーモードの方法と呼ぶ。次に、この準粒子描像での伝播関数を構成し、ループ展開最低次において WT 恒等式を計算する。WT 恒等式は、系の対称性と正準交換関係だけから導かれる一般的な恒等式であり、その成立は保存則の成立を意味している。最低エネルギーモードを含むように拡張された上記の伝播関数を用いると、並進対称性がないこの系でも、WT 恒等式は成立していることがわかる。すなわちその成立にはこのモードの存在が不可欠である。次に、異なる位相の秩序変数に属する真空の直交性を調べる。無限系の場合には、凝縮粒子数密度を一定に保ったまま凝縮粒子数と体積を無限大にする熱力学極限を取ることによって真空が直交する。しかし、この系の粒子は調和型の磁気トラップに捕獲されているので、通常の熱力学的極限を取ることとはできない。ここではゼロエネルギーモードの方法を用いると、熱力学的極限を取ることなく、最低エネルギーモードの存在のために真空が直交する可能性があることを示す。これは、自発的対称性の破れという機構がこの系でも適用可能であることを示している。このことは凝縮体が確定した位相を持つことを表しており、二つの凝縮体が干渉するという実験の結果とも符合する。さらに、トラップされた BEC の準粒子場のエネルギースペクトルを求める方法とし

て知られている Bogoliubov-de Gennes(BdG) の定式化と、上記の一般化された Bogoliubov 変換を用いた定式化の同等性を示す。その中で、いわゆる量子座標の方法とゼロエネルギーモードの方法との関係も考察する。トラップされた BEC の系における、NG モードを扱う方法としては、上記のゼロエネルギーモードの方法の他に、量子座標の方法が知られている。量子座標とは BdG の定式化に伴うゼロ番目のモードに対する演算子であり、これまでに Lewenstein と You、松本と坂本らによって議論されている。我々は演算子のスケール変換を考えることによって両者の関係をここで初めて明らかにする。最後に、第4章で議論する量子・熱補正の計算のために、量子座標を考慮した伝播関数を構成しておく。

第4章では1次のループ展開を行い、観測量への量子・熱補正を評価する。具体的には凝縮体の分布に対する量子・熱揺らぎを、tadpole 図の計算によって評価する。最初に、ゼロエネルギーモードを考慮した伝播関数を用いて計算する。その際、ゼロエネルギーモードの存在によって現れる赤外発散は凝縮原子数という観測量に繰り込めることがわかる。次に、量子座標を考慮した伝播関数を用いて tadpole 図を計算する。この場合、量子座標が作用する状態の取り方によっては赤外発散は現れない。しかし、熱平衡状態を仮定しているにもかかわらず、量子・熱補正には時間依存性が表れてしまう。これはゼロエネルギーモードの方法では現れなかった問題点である。この問題を回避するため、量子座標を用いた準粒子場の展開は、理論に現れるある時間スケールよりも短い時間領域でのみ有効であると仮定してみる。つまり、量子・熱補正に現れた時間依存性を無視し、この近似で量子・熱補正を評価するのである。こうしてゼロエネルギーモードの方法及び量子座標の方法に基づいて量子・熱補正が従う方程式が導出される。さて、これらの方程式を解くには、まず非線形方程式である GP 方程式を解かなければならないが、非線形方程式を解析的に解くことは困難であるので、本研究ではこれを数值的に解く。したがって、量子・熱補正が従う方程式も数值的に解き、凝縮体に対する補正を評価する。その結果、量子・熱補正は凝縮体の形を中心付近に押し上げるように働くことが示される。また、NG モードの効果は観測量である凝縮体の形の変化にはさほど大きく現れないことがわかる。一方、量子座標を用いた量子・熱補正の数值的評価では、凝縮している粒子数が少なく、相互作用定数が大きければ、量子座標の効果が大きくなることがわかる。しかし、この場合も観測にかかるほどの補正は得られないことがわかる。最後に自己相互作用項の繰り込み条件を考察する。この系では磁気トラップの存在のために並進対称性が破られており、従来のように運動量表示を用いることはできない。そこで、Schwinger-Dyson 方程式を基に、 n 番目のエネルギー準位を取り出す「射影」の操作を定式化し、この操作を基にエネルギー殻上条件を課す繰り込み条件を提案する。

第5章では本論文のまとめと今後の展望を述べる。