# 差異調査決定のための数理モデル

## ——連続確率分布のアプローチ——

辻　　正雄

## I　序

原価差異調査の意思決定問題は，古くは「例外管理の原則」に基づいて，近年においては決定理論による分析や品質管理の領域で発展を遂げた統計的方法を活用して，多様な考察がなされてきた。例えば，例外管理の原則に従うと，原価差異の多くはランダムな変動のために発生するので，時間的及び情報処理的に制約のある責任管理者に対して，すべての差異についてではなく，例外的な重要性の高い差異についてのみ注目を得るように報告しなければならない，とされている。しかし，何が重要であり，原価差異がどれだけになったら調査を必要とするかの判断は，担当者の勘と経験に頼らざるをえず，なんら合理性のある基準を提示するには至らなかった。

そこで，統計的方法を応用して，原価差異がある一定の確率分布に従うと仮定し，その標準偏差 $\sigma$ の2倍ないし3倍の値を管理限界として設定し，それを越えた原価差異についてのみ調査を行なえばよい，とする提案がなされた。確かに，$2\sigma$ や $3\sigma$ を越える原価差異は，例外であると見ることができようが，該当するすべての差異を調査して，必要ならば是正措置を講じることが，経済的に合理性のあることだとは，必ずしも言えないのである。

経済的な合理性を与える数理モデルを構築する試みは，Bierman, Fouraker と Jaedicke らにより，決定理論に基づくアプローチとして定式化され，後に

は Kaplan や Dyckman らによって一層精緻化された。彼らのモデルは，管理対象のプロセスを「管理内の状態」と「管理外の状態」とに区分してそれぞれの確率分布を仮定し，「調査する」ことから生じる期待費用と，「調査しない」場合に生じる期待費用とを等しくするような管理内の状態の臨界確率を計算するメカニズムから構成されている。しかしながら，残念なことに，彼らのアプローチには，モデルの基礎にある仮定が，余りにも単純化されているため，現実とは掛け離れているという欠点が見受けられる。例えば，３つのモデルは，いずれも「管理内の状態」と「管理外の状態」という最も単純な２つの離散的な状態区分に基づき，２つの状態間及び，各状態内における多様な推移過程を認識してはいない。また，調査や是正措置に要する費用は，原価差異の大きさにかかわらず，常に一定であることが仮定されている。

そこで，この論文の目的は，差異調査の決定問題のこれまでの研究の欠陥を改めるために，より現実性の高い適切な仮定を設定し，しかしそのため数学的に余りに煩雑なものとなり実施可能性を損うことのないような，操作性の高い数理モデルを構築することにある。

## II　最適な管理限界の設定

この節において，原価差異の発生する状態が，離散的ではなく連続的であると考えた場合，差異の調査活動の決定ルールを規定する最適な管理限界を設定するためのモデルを提示することから始めよう。

まず第一に，このモデルで言う原価差異は，貨幣で表示され，実績と標準原価の差額として計算されるものとする。一般に，標準原価は，業務の遂行責任を負う管理者が，上司と綿密な調査と議論を尽くして公正に決められる。従って，設定された標準原価は，通常の能率的な業務条件の下で発生するべき原価を表わしている，と考えられる。

第２に，原価集計時点における原価差異を変数 x で，また管理限界を変数 k

$(0 \leq k < \infty)$ で表わすことにする。例外管理の原則に基づく原価差異調査の意思決定ルールは，次のように記述される。

（i） もしも $x > k$ ならば，差異を調査する。

（ii） その他の場合には，調査しない。

言うまでもなく，xの値は，正であるか正でないかの2通りしか有りえない。xが負の時には，有利な差異が発生し，xが正の時には不利な差異が発生したことになる。kが正であっても，臨界値kを越えていなければ，差異が調査されることはなく，従って業務活動は，少なくとも次の原価集計時点まで中断されることなく継続される。しかし，もしもxがkより大きい場合には，必要に応じて業務を一時中断するなりして，差異の原因を究明する調査が行なわれる。そして，可能ならば，正常な状態に業務を復帰させるために，是正措置が講じられる。

第3に，前述したように，これまでの研究は，調査費用や効益を常に一定であると仮定してきたし，また是正措置に要する費用についてはほとんど考慮してこなかった。これらの費用や効益は，恐らく差異の原因や大きさに依存して決まるものと考えられる。しかし，差異の原因が，調査開始の以前に判明するということはまず無いであろうから，原価集計の時点で下さねばならない意思決定のためには，差異原因を考慮外に置かなければならない。そこで，このモデルでは，調査費用は，原価差異の大きさにのみ依存するものと仮定し，I(x)と表示することにする。

それでは，差異の調査によってどのような結果が生まれるであろうか。 2つの可能性があるように思われる。第1には，例えば差異は，業務活動に係わる意思決定が不適切であった為に発生したことが究明された，というようなケースが考えられる。この場合，差異は，業務部門内部でコントロールすることのできる要因に起因しているので，是正措置を取ることが可能である。調査費用におけると同様に，是正措置の費用も，差異の大きさの関数であると仮定し

て，J(x) で表示することにする。更に，この節においては，差異調査の結果常に原因が究明され，もしもそれがコントロール可能な原因であるならば，直ちに取り除かれて業務は元の正常な状態に戻るものと仮定する。

第2の可能性は，調査の結果から，差異が組織の業務条件や環境条件の変化等のコントロール不可能な要因によって発生したことが判明するようなケースである。この場合，業務部門内部だけで是正措置を取ることはできないために，将来同じ原因で差異が発生することのないように，標準を正しく改訂することになる。もちろん，こうした改訂作業にも一定の費用がかかるであろうから，この固定費をEで表わして，このモデルに組み込むことにする。

以上の2つの可能性を取り扱うために，kを越える不利な差異が発生した時，原価会計担当者は，過去のデータと経験から，その差異がコントロール可能な原因から発生したことの確率pを定めることができるものと仮定する。それ故，1−pは，差異がコントロール不可能な原因から発生したことの確率を意味している。

上述の定義と仮定が認められると，原価差異の調査をすべきか否かの決定問題に関する諸要素は，第1表に要約される。

**第1表** 原価差異の大きさに対応する利得

| 差異の大きさ | 費用及び差異 | |
|---|---|---|
| $-\infty < x \leq 0$ | x | （有利な差異） |
| $0 < x \leq k$ | x | （不利な差異） |
| $k < x < \infty$ | $I(x) + \begin{cases} J(x) \\ E \end{cases}$ | （第1の可能性）<br>（第2の可能性） |

連続確率変数と仮定された原価差異xの正の確率密度関数を f(x) とすれば，総費用の期待値は，kの関数として(1)式で与えられる。

$$U(k)=\int_{-\infty}^{0} xf(x)dx+\int_{0}^{k} xf(x)dx+\int_{k}^{\infty} I(x)f(x)dx \\ +p\int_{k}^{\infty} J(x)f(x)dx+(1-p)\int_{k}^{\infty} Ef(x)dx \qquad (1)$$

(1)式の各項は，定積分で表わされているので，確率変数xは計算の過程で消えてしまい，期待総費用はkの関数となるわけである。

ここで指摘されねばならないことは，(1)の定式化において，kは発生する原価差異の確率分布に何の影響も与えない，ということがインプリシットに仮定されている点である。換言すれば，xの実現値は，原価差異の調査をするべきか否かの決定に影響されることがないものと考えられている。この仮定は，行動科学的なインプリケーションを含む，きわめて重要な条件設定であり，その採用の適否は議論の分かれるところであろう。例えば，定期的な差異の調査によって業務活動が妨げられることはなく，また管理者の業績評価は，調査の実施の有無によって判断されることのない，といった環境状況の下では，この仮定が容認されるかもしれない。そこで，第V節でこの仮定を外して，kがxの確率分布に影響を及ぼすようなケースについて考察するまでは，この仮定を認めることにする。

さて，ここでの課題は，(1)で定式化された期待総費用U(k)を最小にする最適なk(k* で示す)を求めることである。制約条件のない場合の最適化理論から，(2)式を満たす k° で，(3)と(4)の条件を満足するならば，少なくともその k° は，局所最適値を与えるものである。

$$U'(k^\circ)=\frac{dU(k^\circ)}{dk^\circ}=0 \qquad (2)$$

$$U''(k^\circ)=\frac{d^2U(k^\circ)}{dk^{\circ 2}}<0 \qquad (3)$$

$$k<0 \qquad (4)$$

つまり，最適なkとなる候補 k° は，U(k)の第1次導関数をゼロと置いた式から求められ，しかもユニークな正の値であり，U(k)は k° の近傍において強い意味で凸でなければならない。更に，候補者の中から全体最適な k* を見つけるためには，局所最適値 U(k°) を比較して，最小のU(k)をもたらす k° を求めることが必要である。

(1)式の各積分を下限あるいは上限に関して，$k=k°$ について微分すると，(5)式が得られる。

$$U'(k°)=f(k°)\{k°-I(k°)-pJ(k°)-(1-p)E\} \tag{5}$$

更に，$k=k°$ について(1)式の第2次導関数を計算すると，(3)の条件式が(6)式と書かれる。

$$\begin{aligned}U''(k°)=&f'(k°)\{k°-I(k°)-pJ(k°)-(1-p)E\}\\&+f(k°)\{1-I'(k°)-pJ'(k°)\}<0\end{aligned} \tag{6}$$

いま，モデルの解法過程を簡潔に論述するために，差異の調査と是正措置の費用は，xの線型関数で近似されるもの，と仮定する。

$$\begin{aligned}I(x)&=C+cx \qquad (C\neq0,\ c\neq0)\\J(x)&=D+dx \qquad (D\neq0,\ d\neq0)\end{aligned} \tag{7}$$

(7)の $I(x)$ と $J(x)$ を(5)式に代入し，左辺をゼロと置いて，$k°$ を求めると，

$$k°=\frac{C+pD+(1-p)E}{1-c-pd} \tag{8}$$

(8)の分母 $(1-c-pd)$ は，常に正であると考えることができる。なぜならば，アプリオリには調査の結果得られる効益が，その費用を上回ると考えられる場合にのみ調査が実施されるからである。換言すれば，もしもこの数量が正でないならば，差異の調査を行なって，可能な是正措置を講ずることの経済的なインセンティブは，もはや存在しなくなってしまう。もちろん，実施後に実際の費用と効益とを計算してみたところ，費用の方が大きくなってしまった，というような事態も起こりうる。しかし，これは，費用と効益の見積り誤差の問題であるから，このモデルでは，事前の見積りは正しいものということを前提としている。

**$k=k°$** について第2次の導関数をとると，上述の条件が成立するので，$U''(k°)$ は正となる。

$$U''(k°)=f(k°)(1-c-pd)>0 \tag{9}$$

従って，以上の分析から，(8)式で与えられる $k^{\circ}$ が，ここで求めようとしている最適な管理限界 $k^*$ に他ならないことが判明する。つまり，

$$k^* = \frac{C + pC + (1-p)E}{1-c-pd} \tag{10}$$

興味深いことに，(10)式の分子は，調査と是正措置に伴う期待固定費を表わしており，分母は，それらの行為から期待される限界効益（費用の節約額）に相当していることに気付く。つまり，最適値 $k^*$ は，固定費と限界効益との比率として与えられているのである。C-V-P 分析に明らかなように，この値は，意思決定による期待効益と期待費用とをちょうど等しくする原価差異，つまり損益分岐点を意味している。

(10)の $k^*$ を調べてみると，直観的に予想されるように，調査に要する固定費及び変動費が増大すると，$k^*$ の値はそれに応じて大きくなるので，$(-\infty, k^*)$ という調査の対象とならない差異領域が拡大される。x の確率分布の型については，なんら限定的な仮定が設けられてはいないので，(10)の $k^*$ は，正の確率密度関数をもついかなる連続確率分布についても適用することができる点を強調しておこう。

具体的な数値例で，$k^*$ がどのように計算されるか示すために，いま原価会計担当者が，c＝¥.20, d＝¥.30, C＝¥1,290, D＝¥1,875, E＝¥50 とパラメータを推定したとしよう。更に，担当者は，差異がコントロール可能な原因から発生することの確率は，経験と分析から80％である，と考えている。この問題における最適な管理限界 $k^*$ は，(10)式を用いて以下のように計算される。

$$k^* = \frac{¥1,290 + (.80)(¥1,875) + (1-.80)(¥50)}{¥1 - ¥.20 - (.80)(¥.30)} = ¥\ 5,000$$

原価集計の時点における最適な意思決定は，もしも原価差異が ¥ 5,000 よりも大きいならばその業務プロセスを調査して，差異原因の究明をはかる，ということである。

## III　予備調査の導入とその影響

前節において考察された差異調査は，必ず差異の原因を究明することが仮定されていた。そこで，このような完全な調査を本調査と呼び，失敗の可能性をもつ予備調査と区別することにしよう。予備調査は，その名前が示すとおり，本調査に先だって実施される調査で，本調査より低い費用ですむが，原因を追及しても明らかにすることができない危険を含んでいる。

本調査に加えて予備調査を導入する場合，それぞれの最適な管理限界は，どのように導出されるであろうか。予備調査と本調査の実施を決定する規準となる2つの管理限界を，それぞれ $k_1$ 及び $k_2$ $(0<k_1<k_2)$ で表示する。本調査が実行されるのは，原価差異 x が $k_2$ を越えてしまった場合であるのに対して，予備調査は，x が $k_2$ より小さいが $k_1$ よりは大きい場合に実行される。予備調査の費用を $I_1(x)$ で，また本調査の費用を $I_2(x)$ で表わすと，一般性を損うことがない仮定から，$x<k_2$ について，

$$I_1(x)<I_2(x)。\tag{11}$$

更に，予備調査が成功する（原因が究明される）可能性を，確率 $h(0<h<1)$ で示すことにする。以上の状況設定の下で，予備調査が実施されたとすると，その結果は，次の3つのケースが考えられよう。

(1)　差異原因が究明され，コントロール可能なその原因が修正される。

(2)　差異原因は究明されたが，それがコントロール不可能な要因から生じているために，是正されない。

(3)　差異原因が究明されないため，それがコントロール可能かあるいは不可能な原因によるものか判別できない。

これらのケースについて，同時確率と費用並びに差異を示すと，第2表に要約される。

第2表で注意しなければならないことは，コントロール可能な要因から発生

第 2 表　同時確率と費用並びに差異

| 可能性 | 確率 | 費用並びに差異 |
|---|---|---|
| 究明に成功．コントロール可能 | q | $J_1(x)$ |
| 究明に成功．コントロール不可能 | h−q | $E_1(<E_2)$ |
| 究明に失敗，コントロール可能 | p−q | x |
| 究明に失敗，コントロール不可能 | 1−p−h+q | 0 |

した差異の原因が，予備調査では究明できなかった場合，回避可能な原価差異を負担しなければならない点である。しかし，もしも差異の原因が，コントロール不可能な要因によるものであったならば，原因が発見されていたとしても，是正措置を取ることはできなかったであろうから，負担されるべき費用はゼロと考えることができる。

予備調査と本調査のための最適な管理限界は，関連総費用の期待値を最小にするものとして求められる。そこで，期待総費用を，定義及び仮定に基づいて定式化すると，

$$
\begin{aligned}
U(k_1, k_2) = & \int_{-\infty}^{0} xf(x)dx + \int_{0}^{k_1} xf(x)dx + \int_{k_1}^{k_2} I_1(x)f(x)dx \\
& + q\int_{k_1}^{k_2} J_1(x)f(x)dx + (h-q)\int_{k_1}^{k_2} E_1 f(x)dx \\
& + (p-q)\int_{k_1}^{k_2} xf(x)dx + \int_{k_2}^{\infty} I_2(x)f(x)dx + p\int_{k_2}^{\infty} J_2(x)f(x)dx \\
& + (1-p)\int_{k_2}^{\infty} E_2 f(x)dx。
\end{aligned}
\tag{12}
$$

$k_1=k_1°$ 及び $k_2=k_2°$ について $U(k_1, k_2)$ を偏微分すれば，

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial U(k_1°, k_2)}{\partial k_1°} &= f(k_1°)\{k_1° - I_1(k_1°) - qJ_1(k_1°) - (h-q)E_1 - (p-q)k_1°\} \\
\frac{\partial U(k_1, k_2°)}{\partial k_2°} &= f(k_2°)\{I_1(k_2°) + qJ_1(k_2°) + (h-q)E_1 \\
& \quad + (p-q)k_2° - I_2(k_2°) - pJ_2(k_2°) - (1-p)E_2\}。
\end{aligned}
\tag{13}
$$

前節におけると同様に，費用関数は(14)式で示されるように線型であると仮

定する。

$$I_1(x)=C_1+c_1x\ ;\ J_1(x)=D_1+d_1x$$
$$I_2(x)=C_2+c_2x\ ;\ J_2(x)=D_2+d_2x \tag{14}$$

(13)式の右辺をゼロに等しいと置いて，2つの方程式を解くと，(15)の解が得られる。

$$k_1{}^\circ=\frac{X_1}{1-Y_1}$$
$$k_2{}^\circ=\frac{X_2-X_1}{Y_1-Y_2} \tag{15}$$

ここで

$$X_1=C_1+qD_1+(h-q)E_1$$
$$X_2=C_2+pD_2+(1-p)E_2$$
$$Y_1=c_1+qd_1+p-q$$
$$Y_2=c_2+pd_2$$

第1式の分母 $1-Y_1$ は，前節に k について説明されたと同様の理由から，正の値をとる。また，第2式の分子と分母も，以下に論及されるように正となる。定義から，本調査の期待固定費 $X_2$ は，予備調査のそれ $X_1$ よりも大きく，他方，前者の限界費用を示す $Y_2$ は，後者のそれ $Y_1$ よりも大きくなることはない，と考えられる。なぜならば，これは，本調査を費用効益的意味において効果的なものとしてとどめておくための必要条件になっているからである。換言すれば，もしもこの条件が成立しないとするならば，予備調査が，差異の大小にかかわらず，本調査よりも小さな費用ですむ，ということになり，本調査はまったく魅力のないものになってしまうのである。従って，$k_1{}^\circ$ 及び $k_2{}^\circ$ は，共に正の値をとるという結論が導かれる。

続いて，$k_1 \leq k_2$ の条件は，もしも(16)の不等式が成立するならば，満足されることが分かる。

$$\frac{X_2}{X_1} \geq \frac{1-Y_2}{1-Y_1} \tag{16}$$

この不等式の意味するところは，予備調査に対する本調査の相対的固定費が，前者に対する後者の相対的限界効益よりも小さい値であってはならない，ということである。前述された $k_1$ 及び $k_2$ の正値条件におけるとは逆に，この条件は，予備調査を魅力あるものにとどめておくために欠くことができないのである。もしも(16)が成立しないとなると，予備調査を実施する経済的な動機は，まったく失われてしまうからである。

最小値を求める第2次（十分）条件を調べてみると，(17)に示されるように望ましい結果が得られる。

$$\frac{\partial^2 U(k_1^\circ,\ k_2)}{\partial k_1^{\circ 2}} > 0 \qquad \frac{\partial^2 U(k_1,\ k_2^\circ)}{\partial k_2^{\circ 2}} > 0$$

$$\begin{vmatrix} \dfrac{\partial^2 U(k_1^\circ,\ k_2)}{\partial k_1^{\circ 2}} & \dfrac{\partial^2 U(k_1^\circ,\ k_2^\circ)}{\partial k_1^\circ \partial k_2^\circ} \\ \dfrac{\partial^2 U(k_1^\circ,\ k_2^\circ)}{\partial k_2^\circ \partial k_1^\circ} & \dfrac{\partial^2 U(k_1,\ k_2^\circ)}{\partial k_2^{\circ 2}} \end{vmatrix} > 0 \tag{17}$$

以上の分析から，(15)で与えられる $k_1^\circ$ 及び $k_2^\circ$ は，最小の期待総費用をもたらす最適な管理限界であることが証明される。

予備調査の最適な管理限界 $k_1^*$ は本調査の意思決定からはまったく独立しているのに対して，後者の最適な管理限界 $k_2^*$ は，前者に係わる費用パラメータや確率の値によって，影響を受ける，ということが分かる。(15)から明らかなように，$k_2^*$ は，予備調査と本調査の間の固定費及び限界費用の差額に依存している。予備調査の成功する，つまり差異原因を究明しうる確率が高くなればなるほど，そして，限界費用に対する固定費の差額が増大すればするほど，$k_2^*$ の値は大きくなり，予備調査の領域が，一層拡大されることになる。

前節で導出された本調査の最適な管理限界は，予備調査の導入によって，どのようなインパクトを受けるであろうか。$k_2^*$ と $k^*$ の差を計算すると，(16)

の不等式から，非負となることが容易に証明される。

$$k_2^*-k^*=\frac{X_2(1-Y_1)-X_1(1-Y_2)}{(Y_1-Y_2)(1-Y_2)}\geq 0 \tag{18}$$

$k_2^*$ が $k^*$ よりも大きくなるということは，予備調査の導入によって，本調査の管理限界が，原点（差異ゼロ）から遠ざかっていくことを意味している。すなわち，このことは，予備調査が実施される領域の存在を明示しているに他ならない。

## Ⅳ　最適な管理方法の価値

伝統的な原価差異調査の意思決定において，これまで管理限界についてフォーマルな定式化が行なわれる，ということはなかった。そこで，「重要性の原則」に基づき，「標準原価の10％を超過する差異について調査するべし」，といった決定方法が採用されてきた。しかし，この10％という数値には，なんら理論的根拠は与えられていないのである。統計学的基礎をもつ管理図法が，この問題に適用される場合には，管理限界を概ね標準偏差の２倍ないし３倍に設定することが常であった。しかし，この基準とて，統計学的に説明はできても，経済学的な根拠から正当化することはできないのである。こうした意味で，前節で希求された最適な管理限界は，経済学的基準に基づくはじめての定式化，ということができる。

そこで第Ⅳ節では，伝統的な経験則に代えて，(10)で与えられた最適な管理限界を使用することが，どれだけ有利であるかを明示するために，最適な管理方法の価値を定義し，その値が常に非負であることを証明することにしよう。

通常の管理図法におけるように，原価差異 x は，平均値ゼロ，標準偏差 $\sigma$ をもつ正規分布に従うもの，と仮定すると，その確率密度関数 f(x) は，(19)に定義される。

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma}\right)^2} \tag{19}$$

置換積分法を用いて，以下に繰り返し使われる(20)式を導いておく。

$$\int xf(x)dx=\int x\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma}\right)^2}dx$$

$$=-\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma}\right)^2}+C \tag{20}$$

$$=-\sigma^2 f(x)+C$$

ここで，C は任意の定数を表わしている。(20)式を使えば，次の定積分は容易に計算される。

$$\int_{-\infty}^{0}xf(x)dx=-\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma}\right)^2}\Big|_{-\infty}^{0}=-\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}=-\sigma^2 f(o)$$

$$\int_{0}^{k}xf(x)dx=-\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma}\right)^2}\Big|_{0}^{k}=-\sigma^2 f(k)-(-\sigma^2)f(o)$$

$$=\sigma^2 f(o)-\sigma^2 f(k) \tag{21}$$

$$\int_{k}^{\infty}xf(x)dx=-\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma}\right)^2}\Big|_{k}^{\infty}=0-(-\sigma^2)f(k)=\sigma^2 f(k)$$

前節の仮定に加えて，原価差異の正規分布を仮定する状況の下で，(10)の最適管理限界を採用すると，期待総費用は，次のように計算される。

$$U(k^*)=\int_{-\infty}^{0}xf(x)dx+\int_{0}^{k^*}xf(x)dx+\int_{k^*}^{\infty}(C+cx)f(x)dx$$

$$+p\int_{k^*}^{\infty}(D+dx)f(x)dx+(1-p)\int_{k^*}^{\infty}Ef(x)dx \tag{22}$$

$$=(-1+c+pd)\sigma^2 f(k^*)+\{C+pD+(1-p)E\}\{1-F(k^*)\}$$

ただし，$F(k^*)=\int_{-\infty}^{k^*}f(x)dx=\frac{1}{2}+\int_{0}^{k^*}f(x)dx.$

これに対して，ある正の実数 m を定めて，原価差異が $m\sigma$ を超過した時に，差異を調査する，という経験則を採用したとすれば，この管理方法の下で期待される総費用は，

$$U(m)=\int_{-\infty}^{0}xf(x)dx+\int_{0}^{m\sigma}xf(x)dx+\int_{m\sigma}^{\infty}(C+cx)f(x)dx$$

$$+p\int_{m\sigma}^{\infty}(D+dx)f(x)dx+(1-p)\int_{m\sigma}^{\infty}Ef(x)dx \tag{23}$$

$$=(-1+c+pd)\sigma^2 f(m\sigma)+\{C+pD+(1-p)E\}\{1-F(m\sigma)\}$$

(10)の k* を用いた最適な管理方法の価値を，V(k*, m) で表わすと，それは U(m) と U(k*) の差として定義することができる。

$$\begin{aligned} V(k^*, m) &= U(m)-U(k^*) \\ &= \{1-c-pd\}\{f(k^*)-f(m\sigma)\}\sigma^2 \\ &\qquad +\{C+pD+(1-p)E\}\{F(k^*)-F(m\sigma)\} \qquad (24) \\ &= \{1-c-pd\}\{f_N(z^*)-f_N(m)\}\sigma \\ &\qquad +\{C+pD+(1-p)E\}\{F_N(z^*)-F_N(m)\} \end{aligned}$$

(24)の２行目から３行目へ移行する際に，$z^*=k^*/\sigma$ の変換がなされており，$f_N(\cdot)$ 及び $F_N(\cdot)$ は，それぞれ標準正規分布の確率密度関数と累積確率を，表わしている。

k* が最小の期待総費用をもたらす最適な管理限界であるならば，V(k*, m) は常に非負でなければならない。従って，$m\sigma$ が k* に等しく定められた時にのみ，V(k*, m) は最小値のゼロの値をとることになる。これを証明するために，$m=m^\circ$ について V(k*, m) の１次の導関数を計算して，それをゼロに等しいと置く。

$$\begin{aligned} \frac{dV(k^*, m^\circ)}{dm^\circ} &= \left\{C+pD+(1-p)E\right\}\left(-\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}m^{\circ 2}}\right) \\ &\qquad +m^\circ\sigma(1-c-pd)\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}m^{\circ 2}} \qquad (25) \\ &= \left[(1-c-pd)m^\circ\sigma-\{C+pD+(1-p)E\}\right]\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}m^{\circ 2}}=0 \end{aligned}$$

$m=m^\circ$ について V(k*, m) の第２次導関数を求めると，正であることが分かる。

$$\frac{d^2V(k^*,\ m^\circ)}{dm^{\circ 2}}=\Big[(1-c-pd)m^2\sigma-\{C+pD+(1-p)E\}\Big]$$
$$\left(-\frac{m}{\sqrt{2\ \pi}}e^{-\frac{1}{2}m^{\circ 2}}\right)+(1-c-pd)\frac{1}{\sqrt{2\ \pi}}e^{-\frac{1}{2}m^{\circ 2}}>0 \qquad (26)$$

その結果，V(k*, m) の最小値は，(25)を解いて得られる(27)式

$$m\sigma=\frac{C+pD+(1-p)E}{1-c-pd} \qquad (27)$$

が成立する時に，ゼロの値となることが結論される。予告されたように，この $m\sigma$ は，(10)の k* と同一のものである。従って，原価差異調査の意思決定に係わる期待総費用は，提示された管理方法を用いることによって，最小化されることが，ここでも検証されたことになる。

第II節で使われた数値例を利用して，上述の議論を補足することにしよう。ある伝統的な原価会計担当者が，原価差異の標準偏差 $\sigma$ を ¥1, 562. 50 と測定した時に，管理限界を $2\sigma$ と設定したとする。標準正規分布表を参照すると，次のデータが得られる。

$F_N(z^*)=.99931$; $F_N(2)=.9772$

$f_N(z^*)=.00238$; $f_N(2)=.05399$

そこで，$2\sigma$ なる経験則を排して，最適な管理限界を採用することにより期待される増加効益は，(24)から，

$$V(k^*,\ 2)=¥.56(.00238-.05399)(¥1,562.50)$$
$$+¥2,800(.99931-.9772)=¥16.75.$$

すなわち，最適な管理方法の採用によって，¥16. 75 節約されることになる。

## V　モデルの拡張

前節までのモデルにおいて，事前に設定される管理限界は，実績に対してなんらの影響も及ぼさないことが，インプリシットに仮定されていた。しかし，

実績を生むプロセスが，なんらかの管理方法の下に置かれていながら，その管理方法によって実績がなんの影響も受けない，という仮定は，現実からいささか遊離しているように思われる。例えば，管理限界を小さく設定した場合，差異調査の実施を通してプロセスへ介入する頻度は，当然多くなるであろう。その結果，調査による介入を避けるために，原価差異を小さくしようとする努力が，誘発されることになろう。しかし，こうした場合，本当に効率が上がり，実績が良くなる方向に進めばよいが，緩い標準を設定して，実績が向上したかのように見せ掛けようとする行動が，現われるかもしれない。その場合，標準が不適切なものとなるから，それを基準に測定された原価差異は，バラツキが大きくなる，という結果が起こるであろう。そこで，第V節では，こうした行動科学的要素を考慮に入れたモデルの再構築をはかることにしよう。数理的に簡便に取り扱うことのできる範囲で，より現実に接近することが，モデル再構築のねらいである。

まず初めに，不確実な原価差異 x は，(28)式で定義されるものとする。

$$x=m(k)+s(k)u(\theta) \tag{28}$$

ここで，

$$m(k)=\int_{-\infty}^{\infty}xf(x\,;\ k)dx$$

$$s^2(k)=\int_{-\infty}^{\infty}\{x-m(k)\}^2f(x\,;\ k)dx$$

$u(\theta)$＝平均値ゼロで有限な一定の分散をもつ確率変数

x の平均値と分散は，事前に設定される管理限界 k によって規定されることが仮定されている。

(7)で定義された費用関数をここでも使うことにして，(1)の期待総費用を書き換えると，

$$U(k)=\int_{-\infty}^{k}xf(x\,;\ k)dx+\int_{k}^{\infty}(C+cx)f(x\,;\ k)dx+p\int_{k}^{\infty}(D+dx)f(x\,;\ k)dx$$

$$+(1-p)\int_{k}^{\infty} Ef(x\,;\,k)dx$$

$$=\int_{-\infty}^{\frac{k-m(k)}{s(k)}} s(k)\{m(k)-s(k)u\}g(u)du$$

$$+\{C+pD+(1-p)E\}\int_{\frac{k-m(k)}{s(k)}}^{\infty} s(k)g(u)du \qquad (29)$$

$$+(c+pd)\int_{\frac{k-m(k)}{s(k)}}^{\infty} s(k)\{m(k)+s(k)u\}g(u)du$$

ここで，$du=dx/s(k)$ なる関係が存在し，$g(u)$ は確率変数 u の密度関数を表わしている。更に，(30)式を

$$F(k)=\int_{-\infty}^{\frac{k-m(k)}{s(k)}} g(u)du$$

$$W(k)=\int_{-\infty}^{\frac{k-m(k)}{s(k)}} ug(u)du \qquad (30)$$

(29)に代入して整理すると，$U(k)$ は(31)となる。

$$U(k)=m(k)s(k)F(k)+s^2(k)W(k)+s(k)\{C+pD+(1-p)E\}\{1-F(k)\}$$
$$+m(k)s(k)(c+pd)\{1-F(k)\}-s^2(k)(c+pd)W(k) \qquad (31)$$

前節におけると同様な最適化の方法を適用して，最適な管理限界 $k^*$ を求めることにする。(31)を $k=k^\circ$ について微分し，それをゼロに等しいと置くと，(32)式が得られる。

$$(c+pd)\{m'(k^\circ)s(k^\circ)+m(k^\circ)s'(k^\circ)\}+\{C+pD+(1-p)E\}s'(k^\circ)$$
$$+(1-c-pd)\{m'(k^\circ)s(k^\circ)+m(k^\circ)s'(k^\circ)\}F(k^\circ)-s'(k^\circ)\{C+pD$$
$$+(1-p)E\}F(k^\circ)+(1-c-pd)m(k^\circ)s(k^\circ)F'(k^\circ)-s(k^\circ)\{C+pD$$
$$+(1-p)E\}F'(k^\circ)+(1-c-pd)\{2s'(k^\circ)s(k^\circ)W(k^\circ)$$
$$+s^2(k^\circ)W'(k^\circ)\}=0 \qquad (32)$$

もしも $U''(k^\circ)$ が，(32)式を満たす $k^\circ$ の領域において，正であるならば，それらの $k^\circ$ は，少なくとも局所最適をもたらす。全体最適を与える $k^*$ を見

つけるためには，それらの $k^{\circ}$ のうち正のものについて，$U(k^{\circ})$ を比較し，最小値をもたらす $k^{\circ}$ を識別しなければならない。もしもこの値が，$k\to0$ 及び $k\to\infty$ のときの $U(k)$ よりも小さいならば，この $k^{\circ}$ が最適な管理限界ということになる。

これまでの一般的な議論を，より具体的に展開するために，以下では $u(\theta)$ が，(ｉ)標準正規分布する，(ii)三角分布に従う，２つのケースについて考察することにしよう。

（ｉ） 標準正規分布するケース

簡潔を期するために，$m(k)=\overline{m}k$ が与えられ，x の分散は一定であることが仮定されるものとする。(28)の原価差異 x は，簡単に(33)式のように書かれる。

$$x=\overline{m}k+\sigma n(0,1) \tag{38}$$

ここで，$\overline{m}$ はある一定の定数であり，$\sigma$ は x の標準偏差を表わしている。$n(0,1)$ は，平均値ゼロで，分散が１の正規分布する確率変数を表わしているから，x は平均値 $\overline{m}k$ で，分散 $\sigma^2$ の正規分布に従うことが導かれる。つまり，

$$f(x;k)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{-\frac{(x-\overline{m}k)^2}{2\sigma^2}} \tag{34}$$

と書くことができる。

$F'(k)$ 及び $W'(k)$ を計算して(32)に代入すると，(35)が得られる。

$$\begin{aligned}&\overline{m}\sigma(c+pd)+\overline{m}\sigma(1-c-pd)\int_{-\infty}^{\frac{k-\overline{m}k}{\sigma}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{\overline{m}^2}{2}}du\\&+[\overline{m}(1-c-pd)-\{C+pD+(1-p)E\}\\&+(1-c-pd)(k-\overline{m}k)](1-\overline{m})\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{k-\overline{m}k}{\sigma}\right)^2}=0\end{aligned} \tag{35}$$

(35)式を k についてエクスプリシットに解くことはできないので，これを満たす k を求めるためには，コンピュータを使用して，試行錯誤的に解かなければ

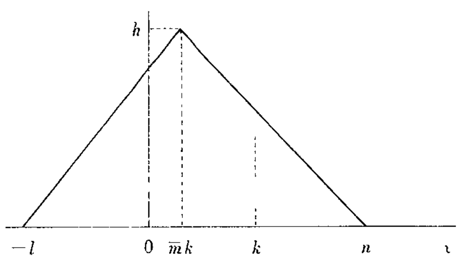
ならない。

（ii） 三角分布するケース

続いて，xが，第1図に示されるように，下限が $-l$ で上限が n の三角分布に従う場合について検討してみよう。ここでも，分布の平均値は，$m(k)=\overline{m}k$ で与えられるものとする。この三角分布の確率密度関数は，(36)式で書き表わすことができる。

$$f(x;k)=\begin{cases} \dfrac{h}{l}(x-\overline{m}k)+h & \text{もしも } x<\overline{m}k \\ -\dfrac{h}{n}(x-\overline{m}k)+h & \text{もしも } x\geq\overline{m}k \end{cases} \tag{36}$$

ここで，$h=2/(l+n)$




**第1図** 三角分布

そこで，(29)に定義された期待総費用は，次のように定式化される。

$$U(k)=\int_{-l}^{\overline{m}k}x\left\{\frac{h}{l}(x-\overline{m}k)+h\right\}dx+\int_{\overline{m}k}^{k}x\left\{-\frac{h}{n}(x-\overline{m}k)+h\right\}dx$$

$$+\int_{k}^{n}\left\{C+pD+(1-p)E+(c+pd)x\right\}\left\{-\frac{h}{n}(x-\overline{m}k)+h\right\}dx$$

$$=h\left\{-\frac{\overline{m}^2}{6}\left(\frac{1}{l}+\frac{1}{n}\right)+\frac{(3\overline{m}-2)}{6n}(1-c-pd)\right\}k^3 \tag{37}$$

$$+h\left[\frac{(1-2\overline{m})}{2n}\left\{C+pD+(1-p)E\right\}+\frac{1}{2}(1-c-pd)\right]k^2$$

$$+h\left[\frac{\overline{m}n}{2}(1-c-pd)-(1-\overline{m})\left\{C+pD+(1-p)E\right\}\right]k$$

$$+\frac{n^2}{6}(1-c-pd)+\frac{n}{2}\left\{C+pD+(1-p)E\right\}$$

(37)式を $k=k^\circ$ について微分し，それをゼロに等しいと置くと，(38)式となる。

$$\frac{dU(k^\circ)}{dk^\circ}=3Kk^{\circ 2}+2Lk^\circ+M=0 \tag{38}$$

ただし

$$K=-\frac{\overline{m}}{6}\left(\frac{1}{l}+\frac{1}{n}\right)+\frac{(3\overline{m}-2)}{6n}(1-c-pd)$$

$$L=\frac{1-2\overline{m}}{2n}\left\{C+pD+(1-p)E\right\}+\frac{1}{2}(1-c-pd)$$

$$M=\frac{\overline{m}n}{2}(1-c-pd)-(1-\overline{m})\left\{C+pD+(1-p)E\right\}$$

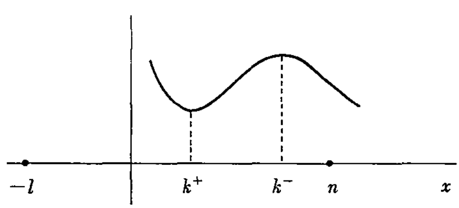
ここで，$K\neq 0$ 及び $L^2-3KM\geq 0$ が成立するならば，方程式(38)には，２つの実根が存在する。

$$k^+=\frac{-L+\sqrt{L^2-3KM}}{3K} \qquad k^-=\frac{-L-\sqrt{L^2-3KM}}{3K} \tag{39}$$

求める最適解 $k^*$ は，K，L，M 及び $k^+$，$k^-$ の符号等の条件によって，第３表に表示されるように，16通りが考えられる。一例として，$K<0$，$L>0$，$M<0$ で，しかも $k^+>0$，$k^->0$ の場合には，$U(k)$ は，概略第２図のようにスケッチされる。従って，もしも $U(k^+)>U(n)$ であれば，n が，もしも $U(k^+)<U(n)$ であれば $k^+$ が，それぞれ最適な管理限界となる。付言するまでもなく，局所最大値を与える $k^-$ が，最適解 $k^*$ になることはありえない。

**第 3 表　最適な管理限界**

<table>
<tr><th>KL&M の符号</th><th>$k^+$&$k^-$ の符号</th><th>条　　件</th><th>最適な管理限界</th></tr>
<tr><td>$K>0$, $L>0$, $M>0$</td><td>$k^+<0$, $k^-<0$</td><td></td><td>$k^*=0$</td></tr>
<tr><td>$K<0$, $L<0$, $M<0$</td><td>$k^+<0$, $k^-<0$</td><td></td><td>$k^*=n$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$K>0$, $L>0$, $M<0$<br>$K>0$, $L<0$, $M<0$<br>$K>0$, $L<0$, $M>0$</td><td>$k^+>0$, $k^-<0$</td><td>if $k^+>n$</td><td>$k^*=n$</td></tr>
<tr><td>$k^+>0$, $k^-<0$</td><td>if $k^+<n$</td><td>$k^*=k^+$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$K<0$, $L>0$, $M>0$<br>$K<0$, $L<0$, $M>0$</td><td rowspan="2">$k^+<0$, $k^->0$</td><td>if $U(0)>U(n)$</td><td>$k^*=n$</td></tr>
<tr><td>if $U(0)<U(n)$</td><td>$k^*=0$</td></tr>
<tr><td>$K<0$, $L>0$, $M<0$</td><td>$k^+>0$, $k^->0$</td><td>if $U(k^+)>U(n)$<br>if $U(k^+)<U(n)$</td><td>$k^*=n$<br>$k^*=k^+$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$K=0$, $L>0$, $M<0$</td><td rowspan="2"></td><td>if$=\frac{M}{2L}>n$</td><td>$k^*=n$</td></tr>
<tr><td>if$=\frac{M}{2L}<n$</td><td>$k^*=-\frac{M}{2L}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$K=0$, $L<0$, $M>0$</td><td rowspan="2"></td><td>if $U(0)>U(n)$</td><td>$k^*=n$</td></tr>
<tr><td>if $U(0)<U(n)$</td><td>$k^*=0$</td></tr>
<tr><td>$K=0$, $L>0$, $M>0$</td><td></td><td></td><td>$k^*=0$</td></tr>
<tr><td>$K=0$, $L<0$, $M<0$</td><td></td><td></td><td>$k^*=n$</td></tr>
<tr><td>$K=0$, $L=0$, $M<0$</td><td></td><td></td><td>$k^*=n$</td></tr>
<tr><td>$K=0$, $L=0$, $M>0$</td><td></td><td></td><td>$k^*=0$</td></tr>
</table>




**第 2 図**　$K<0$, $L>0$, $M<0$, $k^+>0$, $k^->0$ のケース

## VI 結　　び

いかなる管理方法も，その実施には限られた組織の物的，人的な資源の消費を伴うであろうから，それを実施すべきか否かの決定は，経済学的な分析の対象となる問題である。これまで管理者の経験と勘に頼っていた領域に，精緻な数理手法を導入するような場合，行動科学的要因の外にも，新しい手法が従来のものに比較してどれだけの効益をもたらすかが，その実施に要する費用と共に，分析されねばならない。原価差異調査の実施は，その効益が費用を上回ると確信される場合にのみ，施行される，という経済原則は，この論文で提示された数理モデルの実施についても，同様に妥当する。

原価差異調査の決定問題に関する多くの研究が，今日までなされてきたにもかかわらず，経済的に最適な管理限界を求める研究は，見い出すことができなかった。この論文は，原価差異が連続分布に従う場合に，$2\sigma$ や $3\sigma$ の管理限界に代わって使用されるべき，経済的に最適な管理限界を求める数理モデルを提案した。このモデルの特長は，差異の分布型のいかんにかかわらず適用することができる，という一般性にある。実証的研究に示されているように，原価差異は必ずしも正規分布に従うとは言えないので，この特長は，モデルの適用力を高めることに役立つと思われる。更に，設定される管理限界が，実績に与える影響を考慮に入れるように，モデルが拡張された。実施される管理方法によって，管理する側もされる側も，様々な影響を受けるであろうから，こうした要因の分析は，きわめて重要である。

### 参考文献

Amey, L. R. and D. A. Egginton. *Managememt Accounting: A Conceptual Approach* (London: Longman Group, 1973).

Ansari, S. L. *A System Model of Accounting Variance Control* (Ph. D. dissertation, Columbia University, 1973).

Barnard, G. A. " Control Charts and Stochastic Processes." *Journal of the Royal Statistical Society, Series B* (1959): 239–57.

Bather, G. A. " Control Charts and the Minimization of Costs." *Journal of the Royal Statistical Society, Series B* (1963): 49–70.

Bierman, H., L. E. Fouraker, and R. K. Jaedicke. " A Use of Probability and Statistics in Performance Evaluation." *The Accounting Review* (July 1961): 409–17.

Bierman, H. and T. Dyckman. *Managerial Cost Accounting,* Second Edition (New York: Macmillan, 1976).

Buzby, S. L. " Extending the Applicability of Probabilistic Management Planning and Control Systems." *The Acccounting Review* (January 1974): 42–49.

Demski, J. " Optimizing the Search for Cost Deviation Sources." *Management Science* (April 1970): 486–94.

Dopuch, N., J. G. Birnberg and J. Demski. *Cost Accounting: Accounting Data for Management's Decisions* (New York: Harcourt Brace Jovanovich, 1974).

Dittman, D. A. and P. Prakash. " Cost Variance Investigation: Markovian Control of Markov Processes." (Unpublished manuscript, Northwestern University, 1976).

Duncan, A. J. " The Economic Design of $\bar{X}$-Chart Used to Maintain Current Control of a Process." *Journal of the American Statistical Association* (June 1956): 228–42.

Duvall, R. M. " Rules for Investigating Cost Variances." *Management Science* (June 1967): 631–41.

Dyckman, T. R. " The Investigation of Cost Variances." *Journal of Accounting Research* (Autumn 1969): 215–44.

Gaynor, E. W. " Use of Control Charts in Cost Control." *N. A. C. A. Bulletin* (June 1954). In W. E. Thomas ed. *Readings in Cost Accounting Budgeting and Control.* (Cincinnati: South-Western Publishing Co., 1968), pp. 835–45.

Gibra, I. N. " Economically Optimal Determination of the Parameters of $\bar{X}$-Control Charts." *Management Science* (May 1971): 635–46.

Girshick, M. A. and H. Rubin. " A Bayes Approach to a Quality Control Model." *Annals of Mathematical Statistics* (1952): 114–25.

Goel, A. L., S. C. Jain and S. M. Wu. " An Algorithm for the Determination of Economic Design of $\bar{X}$-Charts Based on Duncan's Model." *Journal of the American Statistical Association* (1968).

Goel, A. L., S. C. Jain and S. M. Wu. " Economically Optimum Design of Cusum Charts." *Management Science* (July 1973) : 1271–82.

Goldsmith, P. L. and H. Whitfield. " Average Run Length in Cumulative Chart Quality Control Schemes." *Technometrics* (1961) : 11–20.

Hughes, J. S. " Optimal Timing of Cost Information." *Journal of Accounting Research* (Autumn 1975) : 344–49.

Johnson, N. L. " A Simple Theoretical Approach to Cumulative Sum Control Charts." *Journal of the American Statistiscal Association* (1961) : 635–840.

Juers, D. A. " Statistical Significance of Accounting Variances." *Management Accounting* (October 1967) : 20–5.

Kaplan, R. S. " Optimal Investigation Strategies with Imperfect Information." *Journal of Accounting Research* (Spring 1969) : 32–43.

Kaplan, R. S. " The Significance and Investigation of Cost Variances: Survey and Extensions." *Journal of Accounting Research* (Autumn 1975) : 311–37.

神戸大学会計学研究室編『管理会計ハンドブック』中央経済社, 1969.

Koehler, R. W. *An Evaluation of Conventional and Statistical Methods of Accounting Variance Control* (Ph. D. dissertation, Michigan State University, 1967).

Koehler, R. W. " The Relevance of Probability Statistics to Accounting Variance Control." *Management Accounting* (October 1968) : 35–41.

Luh, F, " Controlled Cost: An Operational Concept and Statistical Approach to Standard Costing." *The Accounting Review* (January 1968) : 123–32.

Magee, R. P. " A Simulation Analysis of Alternative Cost Variance Investigation Models." *The Accounting Review* (July 1976) : 529–44.

Noble, C. E. "Calculating Control Limits for Cost Control Data." *N. A. C. A. Bulletin* (June 1954). In W. E. Thomas ed. *Reading in Cost Accounting Budgeting and Cotrol.* (Cincinnati: South-Western Publishing Co., 1968), pp. 846–54.

岡本　清『米国標準原価計算発達史』白桃書房, 1969.

Onsi, M. " Quantitative Models for Accounting Control." *The Accounting Review* (April 1967) : 321–70.

Ozan, T. and T. Dyckman. " A Normative Model for Investigation Decisions Involving Multi-Origin Cost Variances." *Journal of Accounting Research* (Spring 1971) : 88–115.

Page, E. S. " Continuous Inspection Schemes." *Biometrika* (1954) : 100–15.

Page, E. S. " A Modified Control Chart with Warning Limits." *Biometrika* (1962).

Probst, F. R. " Probabilistic Cost Controls: A Behavioral Dimension." *The*

*Accounting Review* (January 1971) : 113–18.

Roberts, S. W. " A Comparison of Some Control Chart Procedures." *Technometrics* (1966) : 411–30.

Ronen, J. " Nonaggregation Versus Disaggregation of Variances." *The Accounting Review* (January 1974) : 50–60.

Taylor, H. M. " The Economic Design of Cumulative Sum Control Charts for Variables." *Technometrics* (August 1968) : 479–88.

Tsuji, M. " Determination of an Optimal Control Limit and the Value of Optimal Control Scheme in Cost Variances Investigation." *The Waseda Commercial Review* (June 1977) : 35–58.

Tuzi, L. A. *Statstical and Economic Analysis of Cost Variances.* (Ph. D. dissertation, Case Institute of Technology, 1964).

Zannetos, Z. A. " Standard Cost as a First Step to Probabilistic Control : A Theoretical Justification, An Extention and Implications." *The Accounting Review* (April 1964) : 296–304.