早稲田商学第308号
昭和60年1月

エイジェンシー・モデルによる条件付き情報システムの分析（1）

辻　正雄

1. はじめに

業績管理のための情報システムに期待される役割は，全体の組織目標から分割された個別の組織単位の目標が達成されるように，組織単位の管理者が適正な意思決定を選択し，業務活動を適切に実行していくうえで必要となる情報を提供することである。組織がそれぞれ異なる価値体系をもつメンバーから構成されているとき，実際に追求される個別の目標が組織全体の目標と矛盾することなく，整合的であることは期待されえない。管理者の行動が提供される情報に基づいて選択される以上，組織がどのような情報システムを利用するかは，組織のパフォーマンスを左右する重大な決定問題である。

一般に，組織のメンバーのもつ情報は，非対称的であり，各メンバーに共有されてはいない。しかし，この情報の非対称性を組織において効果的に生かすことは可能である。上位にいる管理者が，当該業務に精通している下位の管理者に意思決定権限を委譲し，彼の優位な情報と能力を活用することは，広く実践されているところである。[1] 意思決定権限が委譲されているとき，管理者に適切な動機づけが与えられているならば，情報が下位の管理者に偏ったとしても，それは組織のパフォーマンスを高めることにつながりうる。しかしながら，このような管理者による意思決定を改善することに役立ちうる情報の効果も，

管理者の業績を評価するための情報システムが逆機能として作用してしまうならば，実現されることが困難となる。管理者の行動は，どのような業績評価システムが適用されるかによって影響されるからである。

業績評価の観点からすると，評価基準に使われる情報が非対称的であることは望ましくない。とりわけ，コンフリクトの存在する主体間で一方が他方の業績評価を行うとすれば，使われる情報は両者に共有されるものでなければならない。そこで，このような状況において解決すべき問題は，まず第1に，いかなる情報を業績評価の目的に提供すべきかであり，第2に，その情報をどのように評価基準に組み入れるか，である。

業績評価に使われる情報に期待される主要な役割は，評価される主体に適切な動機づけを与える働きであろう。管理者の報酬が彼のあげた業績に依存して変わるとき，より高い報酬を望む管理者であれば，より優れた業績を示す情報が産出されるように業績の改善に努めるはずである。上位にたつ管理者は，このようなモチベーションの機能を生かして，権限委譲されて選択される意思決定が組織全体の目標の達成に貢献するよう，業績評価に使われる情報を選び，運用しなければならない。もしもその選択と運用を誤るようなことになれば，しばしば予算管理の領域で指摘されているように，予算の水準を緩やかに設定し，予算の達成だけを目的とするような逆機能的な行動を管理者に許す結果となる。(2)

不確実な環境の下で組織活動が営まれるとき，組織メンバーの業績評価基準に不確実な要因が含まれるならば，メンバーは何がしかのリスクを分担することになる。メンバー間にリスクを分散して個々のメンバーのリスク負担を軽減することにより，組織全体にとってリスクは大きくとも高いパフォーマンスをもたらす行動の選択が可能となる。しかし，リスクに対する態度が個人によって異なるとき，権限を委譲された管理者が，上位者の選好にそぐわないような，リスクの低い慎重な行動を選択する事態が起こる。そこで，上位者は下位の管

理者のリスク態度に適合した業績評価システムをつくり，より合目的な行動選択を導くような情報の提供を求めることになる。

本稿の目的は，以上の観点から業績評価のための情報システムの役割について，組織メンバーの合理的行動を反映したエイジェンシー・モデルに依拠し，数理的分析を試みることにある。とりわけ，情報のコストが考慮されるときに有効な代替案となる条件付きの情報システムに焦点を置き，情報提供に関する明示的な条件を導くことを，分析の主眼としたい。

注(1)　権限委譲に関するエイジェンシー理論については，Holmström (1984) を参照されたい。

(2)　Baiman and Evans (1983) は，参加的経営管理システムにおいて優位な情報をもつ管理者の行動を，エイジェンシーのフレームワークの下で分析している，また，参加的予算の効果と管理者による虚偽報告の可能性を分析したエイジェンシー・モデルが，佐藤 (1983) に提示されている。

2.　実績情報システムの分析

1人の経営者（プリンシパル）と彼から意思決定権限を委譲された1人の管理者（エイジェント）から構成される組織単位において，両者の直面する決定問題は，エイジェンシー理論に従って以下のようにモデル化される。(1)

経営者から意思決定権限を委譲され，業務の遂行を任された管理者は，代替的な行動案の集合 A の中から彼にとって望ましい行動 $a \in A \subseteq \mathbf{R}$ を選択する。この行動 a は，管理者の労働量あるいは努力の水準を示す生産的インプットを表わしている。アウトプットである組織の実績 x は，このインプット a と環境の状態 θ とから，$x = x(a, \theta)$ と測定される。ここで，x は貨幣単位で表示される利得を表わしている。

まずはじめに，経営者は管理者の行動を観察することができず，実績 x についてのみ知りうるケースの分析から始めよう。この場合，経営者が管理者に支払う報酬を決定する業績評価ルールは，実績 x のみの関数となる。自己の

経済的合理性を追求する両者の間にエイジェンシー関係が維持されるためには，この利得配分のルールが両者の共有する情報に基づいて定められねばならないからである。いま管理者の報酬を $s(x)$ で表わすならば，経営者の取得分は，残余の利得として $x-s(x)$ と計算される。

分析の範囲を組織メンバーの経済的合理性を有する行動の側面に限定しているため，ここでは両者の効用関数について以下の特性をもつことが仮定される。

（i） 経営者の効用関数は，所得 w のみに依存する $G(w)$ で与えられ，管理者の効用関数は，所得 w と労働 a の部分に分離可能な関数として，$H(w, a)=U(w)-V(a)$ と定義される。

（ii） 両者にとって所得の限界効用は正である（$G'>0$, $U'>0$）。

（iii） 経営者はリスクに対して中立的であるか（$G''=0$），リスク回避的である（$G''<0$）。管理者は，常にリスク回避的である（$U''<0$）。

（iv） 管理者は労働量が増えることを嫌うので，労働の限界負効用は正である（$V'>0$）。

さらに，本稿を通じて，不確実な環境の状態 θ に関して，経営者と管理者の確率判断は一致していることが仮定される。

Mirlees (1976) および Holmström (1979) に従って，実績 x は管理者の行動 a に応じて変化する確率分布 $F(x, a)$ をもつ確率変数である，として問題の定式化をしよう。この分布 F には，すべての (x, a) について定義される確率密度関数 $f(x, a)$ が存在し，a に関して1階および2階の偏微分が可能であることが仮定される。[2] また，労働の増加が x の分布に与える効果が合理的であるために，労働の限界生産力が正となるように，いわゆる1次の確率優位の条件が成立するものとしよう。すなわち，すべての $\hat{x}\in X$ が規定する集合 $\{x\in X \mid x\leq\hat{x}\}$ について，

$$\int f_a(x, a)dx\leq 0 \tag{2.1}$$

となり，ある x に対しては強い意味で不等式が成立する。

以上のフレームワークに依拠するならば組織の決定問題は，経営者の立場から下記プログラムの最適解を求めるものとして書き表わすことができる。

$$\max_{s(x),\ a} \int G(x-s(x))f(x,\ a)dx$$

$$\text{s. t.} \int [U(s(x))-V(a)]f(x,\ a)dx \geq \overline{H}, \tag{2.2}$$

$$\int U(s(x))f_a(x,\ a)dx = V'(a)$$

ここで，$\overline{H}$ は管理者に最低限度補償しなければならない効用水準を表わしている。添字の付いた関数は，添字の変数でその関数を偏微分したものを示している。解の存在を保証し，所有しうる利得に制約のあることを考慮するならば，$s(x)$ はある区間に属すると考えるべきであろう。

(2.2) の第1および第2の制約条件式に対応するラグランジュ定数をそれぞれ λ および μ で表わすと，(2.3) のラグランジュ関数Lが得られる。

$$L=\int G(x-s(x))f(x,\ a)dx+\lambda\left[\int \{U(s(x))-V(a)\}f(x,\ a)dx-\overline{H}\right]$$

$$+\mu\left[\int U(s(x))f_a(x,\ a)dx-V'(a)\right] \tag{2.3}$$

この関数Lを x の各点に対応する $s(x)$ で偏微分すれば，利得配分ルール $s(x)$ の最適性に関する必要条件が求められる。

$$\frac{G'(x-s(x))}{U'(s(x))}=\lambda+\mu\frac{f_a(x,\ a)}{f(x,\ a)} \tag{2.4}$$

管理者の最適行動 a^* は，(2.2) の第2制約条件式

$$\int U(s(x))f_a(x,\ a)dx=V'(a) \tag{2.5}$$

を満足するものである。さらに，μ は関数Lを a で偏微分して得られた次式の解として与えられる。

$$\int G(x-s(x))f_a(x,\ a)dx+\mu\left[\int U(s(x))f_{aa}(x,\ a)dx-V''(a)\right]=0 \tag{2.6}$$

第1表　仮　設　例

$$G(w)=w$$
$$U(w)=2\sqrt{w}$$
$$V(a)=a^2$$
$$\overline{H}=3/4$$
$$f(x,\ a)=\begin{cases}\dfrac{1}{a}\exp(-x/a), & x>0\\ 0, & x=0\end{cases}$$

実績 x のみが観測可能である経営者は，自分にとって最も望ましい行動の選択を管理者に強制することはできない。そのため，上記の決定問題の解は，「セカンド・ベスト解」と呼ばれ，制約条件式（2.5）を無視して得られたときの「ファースト・ベスト解」とは区別される。この（2.5）は，管理者の期待効用を最大にする行動で，経営者にとっても望ましいものを管理者が選択するようにインセンティブを提供する役割を果している。しかしながら，管理者の行動を正確に観測しうるような完全情報の下で得られる最適なリスク分担がもたらす利益は，このインセンティブの効果を生むことのために，部分的にあきらめざるをえないのである。換言するならば，管理者の行動を正確に観測することができずに完全に最適なリスク分担から乖離することは，リスク回避的な管理者に望まざる責任を負わせる結果になりうるのである。

以上の分析を例証するために，第1表に示される仮設例について検討することにしよう。[3] 第1に，リスクに対して，経営者は中立的であるのに対して，管理者は回避的であることが仮定されている。リスク回避測度 r(w) は，Pratt (1964) の定義によれば（2.7）で計算され，w の増加とともに減少していくことがわかる。

$$r(w)=-\frac{U''(w)}{U'(w)}=\frac{1}{2w} \tag{2.7}$$

第2に，確率密度関数 f(x, a) は指数分布で与えられている。管理者の努

力水準 a は，生産プロセスが故障しないで操業する期待時間を決定する。したがって，実績 x は，プロセスが稼働している時間に比例している。第3に，管理者の受けとる効用水準として，雇用関係が維持されていくためには少なくとも 3/4 の大きさが提供されねばならない。

最適な配分ルールは，(2.4) から次式のように導かれる。[4]

$$s(x)=\left[\lambda+\mu\frac{(x-a)}{a^2}\right]^2 \tag{2.8}$$

この (2.8) を (2.5) に代入し，ガンマ関数を解いて整理すれば，次式が得られる。[5]

$$\mu=a^3 \tag{2.9}$$

ここで，μ は a の増加とともにより一層大きくなるから，管理者からより高い努力水準を引き出すためには，より多くの費用が必要となることが理解される。さらに，(2.6) を計算すれば (2.10) となり，[6]

$$a^3-2\lambda\mu a-2\mu^2-2\mu a^3=0 \tag{2.10}$$

これに (2.9) を代入することにより，次式が導かれる。

$$\lambda=\frac{1}{2a}-2a^2 \tag{2.11}$$

以上の結果を (2.8) に代入し，(2.2) の第1制約条件を等式で成立させる a の値を探せば，最適行動は，$a^*=0.5$ と求められる。

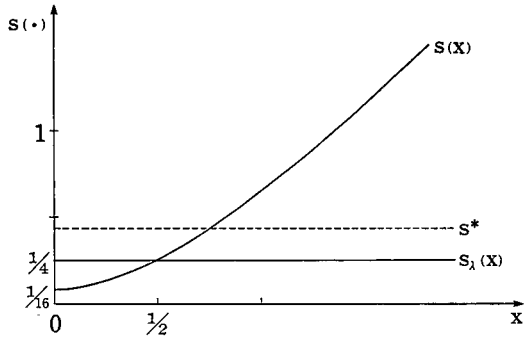
ところで，もしも完全情報が経営者にとって利用可能であるとすれば，ファースト・ベスト解として，以下の最適解が得られる。

$$s^*=\lambda^2$$

$$\lambda=1/(2a)$$

このとき $\overline{H}$ に等しい効用水準をもたらす最適行動は，$a^*=0.756373$ となる。第1図は，$\lambda=1/2$ が与えられたときのファースト・ベスト解 $s_\lambda(x)$ とセカンド・ベスト解 $s(x)$ とを対比している。Holmström (1979) に証明されてい

第1図 ファースト・ベスト解とセカンド・ベスト解



るように，$f_a(x, a) \geq 0$ となる $x \geq 1/2$ においては，$s(x) \geq s_\lambda(x)$ が成り立ち，$f_a(x, a) < 0$ となる $x < 1/2$ では，$s(x) < s_\lambda(x)$ が成立している。この仮設例において，実績 x の平均値は 1/2 である。(7) したがって，(2.8) の $s(x)$ が適用されるとき，$s_\lambda(x)$ を基準に考えるならば，平均を下回る業績にはペナルティが，平均を上回る業績にはボーナスが，それぞれ支払われる，と考えることができる。このように，リスク回避的な管理者に対しても，行動を観察できないために起りうる「モラル・ハザード」現象を防ぐため，経営者はあえてリスクを課すような業績評価ルールを採用することになる。

注(1) エイジェンシー理論については，Ross (1973), Jensen and Meckling (1976) そして Mirrlees (1976) 等を参照されない。管理会計論の立場からエイジェンシー理論を検討した論文に Baiman (1982) がある。

(2) $f(x, a)$ を a に関して 1 階および 2 階の偏微分したものをそれぞれ $f_a(x, a)$ および $f_{aa}(x, a)$ と書くことにする。

(3) 本稿で検討するケースは Holmström (1979) の仮設例に依拠したものである。

(4) $f_a(x, a) = \left(\frac{x}{a^2} - \frac{1}{a}\right)\frac{1}{a}\exp(-x/a)$ より，

$$\frac{f_a(x, a)}{f(x, a)} = \frac{x}{a^2} - \frac{1}{a}$$

となる。

(5) ガンマ関数 $\Gamma(r)$ は，次式で定義される。

$$\Gamma(r) = \int_0^\infty t^{r-1}e^{-t}dt, \qquad r > 0$$

ここで　$\Gamma(1)=\int_0^\infty e^{-t}dt=1$

$$\Gamma(r)=(r-1)\Gamma(r-1)$$

が導かれる。

$$\int_0^\infty x^n e^{-ax}dx=\frac{\Gamma(n+1)}{a^{n+1}}$$

を使えば,

$$\int_0^\infty e^{-\frac{x}{a}}dx=a,$$

$$\int_0^\infty xe^{-\frac{x}{a}}dx=a^2,$$

$$\int_0^\infty x^2e^{-\frac{x}{a}}dx=2a^3,$$

$$\int_0^\infty x^3e^{-\frac{x}{a}}dx=6a^4$$

が得られる。

(6)　$f_{aa}(x, a)=\frac{x^2}{a^5}\exp(-x/a)-\frac{4x}{a^4}\exp(-x/a)+\frac{2}{a^3}\exp(-x/a)$

を用いる。

(7)　確率変数 x が指数分布 Gamma (1, β) に従うとき，平均と分散は

$$E(x)=\beta,\qquad Var(x)=\beta^2$$

となる。

3.　追加情報の効果

前節では，管理者の行動がもたらす実績を測定する情報システムが，業績管理の目的にどのように利用されるかについて分析された。実績値は，管理者の行動についてかなりの情報を含んでいるとしても，行動それ自体を特定することを可能にはしない。したがって，当然のことながら，実績情報システムの効果は，管理者の行動を観測する完全な情報システムに及ぶことはない。しかしながら，以上の分析から，不完全な情報であっても，管理者の行動に関して実績情報に含まれていない情報内容を有しているならば，その追加情報は何らかの効果を組織にもたらすことが示唆される。

実務において観察されるように，企業組織の情報システムには，実績結果を測定するサブ・システムの他に，組織メンバーの作業行動を記録するサブ・システムをもち，管理者の管理可能性に関する情報を添えて実績を報告することが実践されている。さらに，予算と実績の差異分析から差異の原因を調査して報告する制度も，有効に機能している。そこで，本節では，このような追加情報が業績管理に利用されることの効果について分析することにしよう。

実績値 x に加えて追加情報 y が，経営者と管理者に提供されるものとする。前節の確率分布 F は，a が与えられたときの x と y の結合分布に修正されて F(x, y, a) と書かれ，その確率密度関数は，f(x, y, a) で表わされることになる。ここでも，f_a および f_{aa} が存在することが仮定される。このとき，最適な配分ルールを導く必要条件は，(2.4) の拡張として次式で与えられる。

$$\frac{G'(x-s(x, y))}{U'(s(x, y))}=\lambda+\mu\frac{f_a(x, y, a)}{f(x, y, a)} \tag{3.1}$$

かくして，最適な配分ルールは，x と y の両方に依存する。$f_a(x, y, a)/f(x, y, a)$ は y とともに変化するから，たとえ同一の実績 x が得られたとしても，y が異なるメッセージを伝えるならば，管理者の受け取る報酬は異なる金額となる。

(3.1) において，もしも (3.2) が成立する

$$\frac{f_a(x, y, a)}{f(x, y, a)}=h(x, a) \tag{3.2}$$

ならば，s(x) が (3.1) を満足させることができるが，成立しないならば，s(x) ではなく s(x, y) の形をとらなければならない。Holmström (1979) は，(3.2) と同値な (3.3) を導き，以下の命題を

$$f(x, y, a)=g(x, y)\cdot h(x, a) \tag{3.3}$$

証明した。

〔Holmström の命題〕 管理者の行動選択が一義的で A に含まれる最適な

配分ルールを s(x) とする。そのとき，(3.3) が成立しないならば，そしてそのときに限り，s(x) よりも厳密にパレート優位な配分ルール s(x, y) が存在する。

管理者の行動 a をランダムなパラメータとみなせば，(3.3) は x が (x, y) の十分統計量であるための条件に他ならない。したがって，(3.3) が成立するときには，x を既に知っていれば y を入手しても a に関して何の情報も増えることはない。それに反して，(3.3) が誤りであるならば，y には a に関して x にない情報が含まれており，x に加えて y を用いることにより組織の厚生を改善することが可能となる。

そこで，前節の仮設例を以下のように修正して，追加情報の効果について検証することにしよう。管理者の担当している生産プロセスは，管理者の努力が欠如しているためばかりでなく，管理者のコントロール範囲外の原因により故障することもある。いま後者の事故が，一定のパラメータ (1/b) をもつ指数分布に従って発生するものとしよう。前者による故障は，前節と同様な指数分布に従い，後者とは独立であることを仮定する。この場合，実績 x の確率分布 F の密度関数 f は，次式で与えられる。

$$f(x, a)=\frac{a+b}{ab}\exp\left(-\frac{a+b}{ab}x\right) \tag{3.4}$$

追加情報 y は，プロセスの故障が管理者のコントロール範囲内の原因によるものか否かについて調査し，正確に結果を知らせてくれる情報であるとする。すなわち，原因が範囲内のものであれば $y=y_1$，範囲外のものであるときには $y=y_2$ というメッセージを伝えてくる。

$$y=\begin{cases} y_1 & \text{(管理者に責任あり)}, \\ y_2 & \text{(管理者に責任なし)}。\end{cases} \tag{3.5}$$

追加情報の価値は，その情報を利用しないときの結果と比較することにより明示的に評価される。追加情報を入手しえない場合，経営者は故障の原因を究

明することはできない。そこで，この場合の最適解は，前節の（2.4）から導かれる次式の利得配分ルールを採用することになる。

$$s(x)=\left[\lambda+\mu_1\left\{\frac{x}{a^2}-\frac{b}{a(a+b)}\right\}\right]^2 \tag{3.6}$$

ここで　$\mu_1=a^3\left(1+\frac{a}{b}\right)^2$。

この μ_1 を（2.9）の μ と比較してみると，明らかに $\mu<\mu_1$ が成立する。このことは，他のことがらを一定としたとき，生産プロセスが管理者のコントロール外の原因によっても故障するようになると，管理者からより一層の努力水準を引き出すことに一層コストが掛ることを意味している。

実績 x に加えて追加情報 y を利用する場合，a が与えられたときの x と y の結合分布F の密度関数 f(x, y, a) は，伝達されるメッセージにより以下のように区分されて求められる。

$$f(x,\ y,\ a)=\begin{cases}\frac{1}{a}\exp\left(-\frac{a+b}{ab}x\right), & y=y_1 \text{ のとき。}\\ \frac{1}{b}\exp\left(-\frac{a+b}{ab}x\right), & y=y_2 \text{ のとき。}\end{cases} \tag{3.7}$$

このとき，最適な配分ルールは，（3.1）から以下のように求められる。

$$\begin{aligned} s(x,\ y_1)&=\left[\lambda+\mu_2\left(\frac{x}{a^2}-\frac{1}{a}\right)\right]^2\\ s(x,\ y_2)&=\left[\lambda+\mu_2\frac{x}{a^2}\right]^2\end{aligned} \tag{3.8}$$

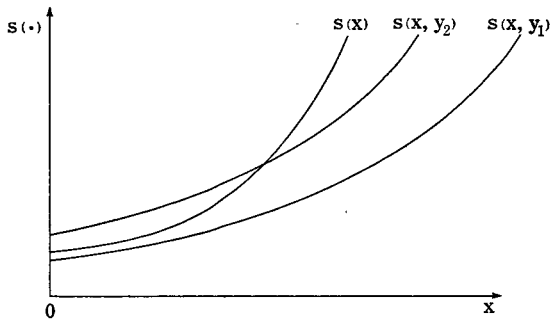
ここで，$\mu_2=a^3\left(1+\frac{a}{b}\right)$。

（3.8）から次の関係が成立していることがわかる。

$$s(x,\ y_1)<s(x,\ y_2) \qquad \forall x \tag{3.9}$$

当然のことながら，管理者のコントロール内に失敗の原因があるときよりも，

第2図　追加情報の効果



コントロール外に原因があるときの方が，管理者の報酬は高くなっている。

(3.6) の μ_1 と (3.8) の μ_2 とを比べると，$(a/b)>0$ より，$\mu_1>\mu_2$ が成立する。このことから，追加情報 y を利用することにより，管理者からある特定水準の努力を引き出すのに要するコストが，利用しない場合よりも減少していることがわかる。(3.6) および (3.8) を図示するならば，第2図のように描かれるであろう。実績 x が小さい領域において，$s(x)$ は $s(x, y_1)$ と $s(x, y_2)$ の中間に位置している。しかし，$\mu_1>\mu_2$ のために，x が大きくなると，$s(x)$ は $s(x, y_2)$ を上回るようになる。さらに，$s(x)$ は (3.10) のように書くことができるから，

$$s(x)=\left[\lambda+\mu_1\left\{\frac{x}{a^2}-\frac{1}{a}+\frac{1}{a+b}\right\}\right]^2 \tag{3.10}$$

b が増大するにつれて，$s(x)$ は $s(x, y_1)$ に近づいていくことがわかる。このことは，b の増大とともに，失敗が管理者のコントロール内のことに原因する確率が大きくなることから，当然に期待される帰結である。

4.　下位管理限界をもつ条件付き情報システム

前節の分析では追加情報のコストが考慮されていなかったために，追加情報を利用することにより常にパレート優位な結果が導かれていた。しかしながら，

追加情報の生産に無視できないコストを伴うとき，そのような情報がたとえ価値をもつとしても，それを獲得することは経済的でなくなる可能性が生じる。情報コストの節約額が，情報をもたないために被る損失を超えることが起りうるからである。そこで，費用の掛る追加情報を無条件に入手するのではなく，費用—効果の視点から追加情報を限定的に利用するシステムが，経済的に有効な制度となる。本節では，このような条件付き情報システムの効果を，前節の仮設例に当てはめて分析することにしよう。

実務において広く採用されている条件付きシステムの一例に，実績値 x が事前に設定された目標水準に達しないような業績の不振なときにのみ追加情報 y を生産し，それ以外のときにはその生産を見送るシステムがある。この場合，追加情報の生産を指示する決定ルールは，次のように表わされる。

$$\hat{y}=\begin{cases} y, & x\leq\hat{x} \text{ のとき} \\ 0, & x>\hat{x} \text{ のとき} \end{cases} \tag{4.1}$$

ここで，$\hat{x}$ は事前に決定される基準となる実績水準であり，しばしば管理限界と呼ばれる。この $\hat{x}$ の値は，情報の生産活動を規定することになるため，どの値に定めるかは，経営者にとって重要な決定問題となる。そこで，この意思決定も含めて，(4.1) の条件付き情報システムを利用するときに最適解を求める決定問題を定式化すると，以下のようになる。

$$\max_{\substack{s(x),\, s(x,y_1)\\ s(x,y_2),a,\hat{x}}} \int_0^{\hat{x}} G(x-s(x,y_1)-C)f(x,y_1,a)dx$$

$$+\int_0^{\hat{x}} G(x-s(x,y_2)-C)f(x,y_2,a)dx$$

$$+\int_{\hat{x}}^{\infty} G(x-s(x))f(x,a)dx$$

$$\text{s. t.}\quad \int_0^{\hat{x}} [U(s(x,y_1))-V(a)]f(x,y_1,a)dx$$

$$+\int_0^{\hat{x}} [U(s(x,y_2))-V(a)]f(x,y_2,a)dx$$

$$+\int_{\hat{x}}^{\infty}[U(s(x))-V(a)]f(x,\ a)dx\geq\overline{H} \tag{4.2}$$

$$\int_0^{\hat{x}}U(s(x,\ y_1))f_a(x,\ y_1,\ a)dx+\int_0^{\hat{x}}U(s(x,\ y_2))f_a(x,\ y_2,\ a)dx$$

$$+\int_{\hat{x}}^{\infty}U(s(x))f_a(x,\ a)dx=V'(a)$$

ここで，C は情報コストを表わしている。

第1および第2の制約条件式に対応するラグランジュ定数を λ および μ_3 として，配分ルールに関する最適条件を導けば，次式になる。

$$\frac{G'(x-s(x))}{U'(s(x))}=\lambda+\mu_3\frac{f_a(x,\ a)}{f(x,\ a)} \tag{4.3}$$

$$\frac{G'(x-s(x,\ y_1)-C)}{U'(s(x,\ y_1))}=\lambda+\mu_3\frac{f_a(x,\ y_1,\ a)}{f(x,\ y_1,\ a)} \tag{4.4}$$

$$\frac{G'(x-s(x,\ y_2)-C)}{U'(s(x,\ y_2))}=\lambda+\mu_3\frac{f_a(x,\ y_2,\ a)}{f(x,\ y_2,\ a)} \tag{4.5}$$

最適行動に関する必要条件は，次式で表わされる。

$$\int_0^{\hat{x}}G(x-s(x,\ y_1)-C)f_a(x,\ y_1,\ a)dx$$

$$+\int_0^{\hat{x}}G(x-s(x,\ y_2)-C)f_a(x,\ y_2,\ a)dx$$

$$+\int_{\hat{x}}^{\infty}G(x-s(x))f_a(x,\ a)dx+\mu_3\Big[\int_0^{\hat{x}}U(s(x,\ y_1))f_{aa}(x,\ y_1,\ a)dx$$

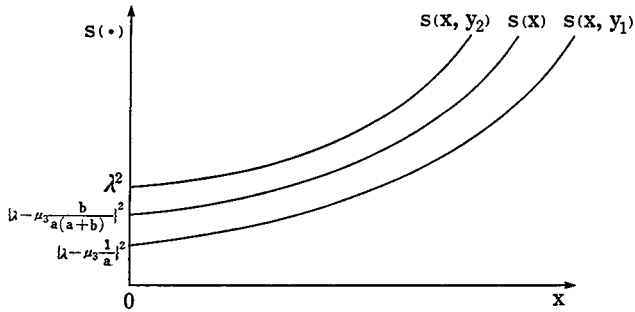
$$+\int_0^{\hat{x}}U(s(x,\ y_2))f_{aa}(x,\ y_2,\ a)dx$$

$$+\int_{\hat{x}}^{\infty}U(s(x))f_{aa}(x,\ a)dx-V''(a)\Big]=0 \tag{4.6}$$

さらに，管理限界 $\hat{x}$ に関する最適条件は，Leibnitz のルールを適用して次式で与えられる。[1]

$$G(\hat{x}-s(\hat{x},\ y_1)-C)f(\hat{x},\ y_1,\ a)+G(\hat{x}-s(\hat{x},\ y_2)-C)f(\hat{x},\ y_2,\ a)$$

第 3 図 条件付き情報システムの下での管理者の報酬



$$-G(\hat{x}-s(\hat{x}))f(\hat{x},\ a)+\lambda[U(s(\hat{x},\ y_1))f(\hat{x},\ y_1,\ a)$$
$$+U(s(\hat{x},\ y_2))f(\hat{x},\ y_2,\ a)-U(s(\hat{x}))f(\hat{x},\ a)]$$
$$+\mu_3[U(s(\hat{x},\ y_1))f_a(\hat{x},\ y_1,\ a)+U(s(\hat{x},\ y_2))f_a(\hat{x},\ y_2,\ a)$$
$$-U(s(\hat{x}))f_a(\hat{x},\ a)]=0 \tag{4.7}$$

以上の結果を仮設の数値例について計算すると，以下の最適配分ルールが導かれる。

$$s(x)=\left\{\lambda+\mu_3\left(\frac{x}{a^2}-\frac{b}{a(a+b)}\right)\right\}^2 \tag{4.8}$$

$$s(x,\ y_1)=\left\{\lambda+\mu_3\left(\frac{x}{a^2}-\frac{1}{a}\right)\right\}^2 \tag{4.9}$$

$$s(x,\ y_2)=\left\{\lambda+\mu_3\cdot\frac{x}{a^2}\right\}^2 \tag{4.10}$$

ここで注目すべきことは，追加情報が利用されないときに管理者の業績評価がコントロール外の要因 b の影響を受けているのに対して，y を利用することによってそれが評価から排除されている点である。この条件付き情報システムの下において管理者の報酬は，第 3 図に示されているように，失敗の原因が自分の責任である場合，追加情報が利用されるよりもされないときの方が高くなり，失敗の原因が自分の責任でない場合には，その逆になる。

$$s(x,\ y_1)<s(x)<s(x,\ y_2) \tag{4.11}$$

(4.2) の第2制約式に (4.8), (4.9) および (4.10) を代入して積分を計算すると，μ_3 が次式で与えられる。

$$\mu_3=a^3\left[\left(1+\frac{a}{b}\right)\left\{\frac{a+b}{a+b-a\cdot\exp\left(-\frac{a+b}{ab}x\right)}\right\}\right]$$

ここで，(4.12) の関係式が成立するので，

$$1\leq\frac{a+b}{a+b-a\cdot\exp\left(-\frac{a+b}{ab}x\right)}\leq 1+\frac{a}{b} \tag{4.12}$$

μ_3 は μ_1 と μ_2 の間に位置することが証明される。

$$\mu_2<\mu_3<\mu_1 \tag{4.13}$$

したがって，条件付き情報システムが利用されるときには，管理者からある水準の努力を引き出すことのコストは，追加情報のない場合よりは高いが，無条件で追加情報を入手しうる場合よりは低いことになる。

(4.6) を λ について解くと，(4.14) が得られる。

$$\begin{aligned}\lambda=&\frac{1}{2a^3k^2}+\frac{(1-e^{-k\hat{x}})C}{2a^4k}-\frac{ak^2}{ak+(1-ak)e^{-k\hat{x}}}\\&+\frac{2a^3k-4a^4k^2e^{-k\hat{x}}-3a^5k^3(1-e^{-k\hat{x}})}{2\{ak+(1-ak)e^{-k\hat{x}}\}^2}\\&+\frac{1}{2}(1-e^{-k\hat{x}}-bxe^{-k\hat{x}})\left\{\frac{a^4b^2-a^3b}{[ak+(1-ak)e^{-k\hat{x}}]^2}-\frac{C}{a^3k}\right\}\end{aligned} \tag{4.14}$$

ここで，$k\equiv\frac{a+b}{ab}$。

最適な管理限界 $\hat{x}$ については，(4.7) を解いて (4.11) を代入すると次式で与えられる。

$$\hat{x}=\frac{ab}{a+b}\ln\frac{\sqrt{bC}}{(1+b)\sqrt{bC}-a(a+b)\sqrt{a}} \tag{4.15}$$

ここで，自然対数内の分母は正であるものと仮定される。

最適な管理限界 $\hat{x}$ を明示的に与えている（4.15）は，それが情報コスト C ばかりでなく，管理者の選択する行動 a と管理者のコントロール不可能な要因 b にも依存して定められることを示している。第1に，情報コストが高くなるにつれて，追加情報の生産を差し控えるようになるはずである。すなわち，調査領域は狭くなり，（4.1）の管理限界 $\hat{x}$ は小さくならねばならない。この予想される結果は，$\partial\hat{x}/\partial C<0$ によって確認される。[2]

第2に，管理者の努力水準 a はどのような影響を $\hat{x}$ に対して及ぼすであろうか。この仮設例においては，$\partial\hat{x}/\partial a>0$ が成立している。[3] したがって，管理者の努力水準が高まるにつれて，調査領域を拡大していくことが意味される。他のことがらを一定とする限り，高い努力水準によって必ず好業績が保証されるならば，その労働に対して高い報酬が支払われるような業績評価のシステムでなければ不合理である。管理者にとってコントロール不能な要因 b が一定であるとき，管理者の努力水準が高まるならば，失敗が管理者の責任に帰せられる確率は小さくなり，調査からは $y=y_2$ というメッセージが伝えられる確率が大きくなる。調査の実施によって，実施しないときよりも低い報酬 $s(x, y_1)$ を得る可能性は少なくなり，より高い報酬 $s(x, y_2)$ を受け取る可能性が多くなるならば，管理者は高い努力を払うように動機づけられるはずである。とりわけ，この仮設例におけるように追加情報が完全に正確であるような場合には，このような状況が明瞭に現れるものと思われる。

最後に，管理者にとってコントロール不能な要因 b の $\hat{x}$ に与える影響については，$\partial\hat{x}/\partial b$ が正にも負にもなりうるため，無条件にそれを規定することはできない。しかしながら，情報コスト C が小さく，a に対して b が相対的にかなり大きい場合に，$\partial\hat{x}/\partial b$ は正となりうるが，相対的に小さい場合には，負となる，ということは指摘することができる。このことは，どのように解釈されるべきであろうか。管理者の努力水準 a が一定であるにしても，b の値が

増加するにつれて実績 x の期待値は大きくなる。しかし，その業績の改善が管理者の労働強化によるものでない以上，実績の向上を管理者の報酬の増加に結びつけることを，経営者は望まないであろう。ところで，努力水準 a が一定であるとき，a に対して b の値が相対的に大きければ，失敗が管理者の責任に帰せられる確率は高くなり，その逆に相対的に小さければ，その確率は低くなる。そこで，経営者は，前者の場合に調査領域を拡大して s(x) よりも s(x, y_1) を，後者の場合に調査領域を縮小して s(x, y_2) よりも s(x) を，それぞれ管理者の報酬とすることを要求するものと考えられる。

注(1) Leibnitz のルールは次の公式で与えられる。

$$\frac{d}{dy}\int_{g(y)}^{h(y)} f(x, y)dx = \int_{g(y)}^{h(y)} \frac{\partial f(x, y)}{\partial y}dx + f(h(y), y)\frac{dh(y)}{dy} - f(g(y), y)\frac{dg(y)}{dy}$$

(2) $$\frac{\partial \hat{x}}{\partial C} = -\frac{ab\{2a(a+b)\sqrt{a}+(1+b)b\}}{2(a+b)\sqrt{bC}\{(1+b)\sqrt{bC}-a(a+b)\sqrt{a}\}} < 0$$

(3) $$\frac{\partial \hat{x}}{\partial a} = \frac{b^2}{(a+b)^2}\ln\frac{\sqrt{bC}}{(1+b)\sqrt{bC}-a(a+b)\sqrt{a}} + \frac{ab\sqrt{a}\left(\frac{5}{2}a+b\right)}{(a+b)\{(1+b)\sqrt{bC}-a(a+b)\sqrt{a}\}} > 0$$

(4) $$\frac{\partial \hat{x}}{\partial b} = \frac{a^2}{(a+b)^2}\ln\frac{\sqrt{bC}}{(1+b)\sqrt{bC}-a(a+b)\sqrt{a}} + \frac{a}{2(a+b)} + \frac{a^2b\sqrt{a}-a\sqrt{bC}-3ab\sqrt{bC}}{2(a+b)\{(1+b)\sqrt{bC}-a(a+b)\sqrt{a}\}}$$

（未　完）