早稲田商学第331・332合併号
平 成 元 年 1 月

エイジェンシー・モデルによる条件付き情報システムの分析(2)

辻　正雄

（1） 目　　次

1. はじめに
2. 実績情報システムの分析
3. 追加情報の効果
4. 下位管理限界をもつ条件付き情報システム

5. 調査領域決定の基本モデル

前節の分析において検討された条件付き情報システムは，実績値xがある事前に定められた水準に達しないときに追加情報yを提供するものであった。すなわち，追加情報yを提供する調査を管理限界より下位の領域に限定するという条件が付与されていた。もちろん，こうした条件は，追加情報の入手に無視することのできないコストがかかるために必要になるものであり，追加情報からの便益とコストとの比較によってその具体的な条件が定められるはずである。

ところで，前節で求められた下位の管理限界から下方の片側領域を調査する方式は，常に最適性を有するのであろうか。エイジェンシー・モデルを適用してこうした問題に明示的に取り組む研究は，Baiman and Demski（1980 a, 1980 b）によって始められた。経営者（プリンシパル）の行う調査の確率が，

結果 x に依存する $\alpha(x)$ で表わされるとすると，経営者と管理者（エイジェント）の均衡行動は，以下のように定式化される。

$$\text{目的関数}: \max\int\{(1-\alpha(x))(x-s(x))$$
$$+\alpha(x)\int(x-s(x,y)-C)g(y|x,a)dy\}f(x|a)dx$$

$$\text{制約条件}: \int\{(1-\alpha(x))U(s(x))$$
$$+\alpha(x)\int U(s(x,y))g(y|x,a)dy\}f(x|a)dx-V(a)\geq\theta$$

$$(5.1)$$

$$\int[(1-\alpha(x))U(s(x))f_a(x|a)$$
$$+\alpha(x)\int U(s(x,y))\{f_a(x|a)g(y|x,a)$$
$$+f(x|a)g_a(y|x,a)\}dy]f(x|a)dx-V'(a)=0$$

調査決定問題の基本モデルは，一人の経営者と一人の管理者から構成される単一期間のエイジェンシー・モデルである。管理者は生産的行動 $a\in A\subseteq R$ の選択により彼の期待効用を最大化する。その行動は，不確実な環境要因とあいまって，結果キャッシュ・フロー $x\in X\subseteq R$ をもたらす。管理者の行動が結果に与える効果は，条件付き確率密度関数 $f(x|a)$ によって表わされる。関数 $f(x|a)$ に関して，第一次の確率的優位性が成立し，$a_2>a_1$ であれば，生産目的にとって $f(y|a_2)$ が $f(x|a_1)$ よりも選好されることが仮定される。また，結果の集合は，管理者の行動から独立であるため，経営者は結果の観測から管理者の行動を正確に特定することができないことが仮定される。もちろん，管理者の行動を経営者が直接観察することはできない。

経営者はリスク中立的であるが，管理者はリスク回避的であり，所得と努力水準に分離可能な効用関数をもつものと仮定される。管理者の所得を $s\in S\subseteq R$ で表わすと，業績結果から管理者への支払を控除した残余を取得する経営者の

効用関数は，リスク中立型であるから $G(x-s)=x-s$ と書かれる。管理者の効用関数については，$U'>0$, $U''<0$, $V'>0$ そして $V''>0$ が成立する。

経営者は固定的な調査費用 C を支払って，追加の情報シグナル $y\in Y\subseteq R$ をもたらす情報システムを利用することができる。この情報システムの利用が，調査の実施を意味している。情報システムの特性を表わす $g(y|x,a)$ を x と a が与えられたときシグナル y を得る確率であると定義する。さらに，経営者と管理者は，$f(x|a)$ および $g(y|x,a)$ に関して同質的な判断をいだいていることを仮定する。

(5.1) における第一の制約条件は，経営者が管理者に対して少なくとも次善の雇用機会に等しい期待効用を提供しなければならないことを要求するものである。第二の制約条件は，管理者の最適行動の選択を要求するものであり，ここでは努力水準に関して最適性の必要条件が成立することが仮定されている。この第一および第二の制約条件に対するラグランジュ乗数を，それぞれ λ および μ とすると，最適な報酬関数は以下の条件を満たすものである。

$$\frac{1}{U'(s(x))}=\lambda+\mu\frac{f_a(x|a)}{f(x|a)} \tag{5.2}$$

$$\frac{1}{U'(s(x,y))}=\lambda+\mu\frac{f_a(x|a)}{f(x|a)}+\mu\frac{g_a(y|x,a)}{g(y|x,a)} \tag{5.3}$$

(5.1) の決定問題は $\alpha(x)$ の線型関数であるから，各 x について常にコーナー解をもち，調査を実施する確率は $\alpha(x)=0$ あるいは $\alpha(x)=1$ となる。調査決定ルール $\alpha(x)$ に関する第一次の最適性の条件から，調査の実施が経済的に有効であるのは，次の条件が成立する場合に限られる。

$$\begin{aligned}&-(x-s(x))+\int\{x-s(x,y)-C\}g(y|x,a)dy\\&-U(s(x))\{\lambda+\mu f_a(x|a)/f(x|a)\}\\&+\int U(s(x,y))[\lambda+\mu\{f_a(x|a)/f(x|a)\\&+g_a(y|x,a)/g(y|x,a)\}]g(y|x,a)dy>0\end{aligned} \tag{5.4}$$

ここで，$B(x)$ を調査がもたらす（粗）便益を表わすものとして，(5.2) および (5.3) を使うと，(5.4) は以下のように書きかえられる。

$$B(x)-C>0$$

ただし，$B(x)=s(x)-\int s(x,y)g(y|x,a)dy-U(s(x))/U'(s(x))$

$$+\int\{U(s(x,y))/U'(s(x,y))\}g(y|x,a)dy \qquad (5.5)$$

調査からの便益に関して更に検討を加えるためには，管理者の効用関数をより明示的な形で与えることが必要になる。いま，管理者は (5.6) で示される HARA 効用関数をもつことが仮定されるとしよう。

$$U(z)=\beta z^{\gamma} \qquad (0<\gamma<1) \qquad (5.6)$$

管理者の報酬関数は，(5.2) および (5.3) から以下のように求められる。

$$s(x)=[\beta\gamma W(x)]^{1/1-\gamma} \qquad (5.7)$$

$$s(x,y)=[\beta\gamma\{W(x)+N(x,y)\}]^{1/1-\gamma} \qquad (5.8)$$

ただし，$W(x)\equiv\lambda+\mu f_a(x|a)/f(x|a)$

$$N(x,y)\equiv\mu g_a(y|x,a)/g(y|x,a)$$

(5.6) の効用関数に関して，$U(z)/U'(z)=z/\gamma$ となるから，(5.5) の $B(x)$ は (5.9) と書くことができる。

$$B(x)=\{(1-\gamma)/\gamma\}\left[\int s(x,y)g(y|x,a)dy-s(x)\right] \qquad (5.9)$$

(5.7) および (5.8) を代入すれば，(5.9) は (5.10) と表わされる。

$$B(x)=(1-\gamma)\gamma^{\gamma/1-\gamma}\beta^{1/1-\gamma}\left[\int\{W(x)+N(x,y)\}^{1/1-\gamma}g(y|x,a)dy\right.$$

$$\left.-\{W(x)\}^{1/1-\gamma}\right] \qquad (5.10)$$

すべての x について，$\int N(x,y)g(y|x,a)dy=0$ であるから，(1) (5.11) が成立する。

$$\int\{W(x)+N(x,y)\}g(y|x,a)dy=W(x) \qquad (5.11)$$

$0<\gamma<1$ について，$W^{1/1-\gamma}$ は W の凸関数であるから，(5.11) と Jensen の不等式によって $B(x)$ は常に非負となることが言える。[2] 調査のコストは固定的であると仮定されているので，最適な調査決定ルールは，$B(x)$ が x とともにどのように変わるかということによって定まることになる。

(5.6) の HARA 効用関数をもつ管理者は，調査の実施に対してどのような選好関係を示すであろうか。(5.7) と (5.8) から，調査が実施されなかった場合および実施された場合における管理者の効用は下式で与えられる。

$$U(s(x))=\beta^{1/1-\gamma}[\gamma W(x)]^{\gamma/1-\gamma} \tag{5.12}$$

$$U(s(x,y))=\beta^{1/1-\gamma}[\gamma\{W(x)+N(x,y)\}]^{\gamma/1-\gamma} \tag{5.13}$$

$U(\cdot)$ は，$0<\gamma<1/2$ のとき凸関数となり，$1/2<\gamma<1$ のとき凹関数となる。そこで，(5.11) と Jensen の不等式から以下の関係が導かれる。

$$\begin{array}{lll} \text{(i)}\ 0<\gamma<1/2\ \text{のとき} & \int U(s(x,y))g(y|x,a)dy<U(s(x)) & \\ \text{(ii)}\ \gamma=1/2\ \text{のとき} & \int U(s(x,y))g(y|x,a)dy=U(s(x)) & (5.14) \\ \text{(iii)}\ 1/2<\gamma<1\ \text{のとき} & \int U(s(x,y))g(y|x,a)dy>U(s(x)) & \end{array}$$

(5.14) から明らかなように，リスク回避測度のより大きい ($0<\gamma<1/2$) 管理者は，調査の実施されることを好まない。このタイプの管理者にとって調査が実施されたときの報酬関数は，調査の実施にともなうリスクを回避したいというマイナスを相殺するところまでには至らないからである。それに反して，リスク回避測度が大きくはない ($1/2<\gamma<1$) 管理者は，調査の実施を好む。調査の実施にともなうリスクを回避したい程度がそれほど大きくないために，調査が実施されたときに得られる報酬の方がより魅力のあるものになるからである。そのちょうど中間にある $\gamma=1/2$ の管理者にとっては，調査の実施に関する選好は無差別である。

$\gamma=1/2$ の管理者にとって調査の実施は無差別となるが，経営者の報酬をも考慮した調査の便益はどのようになるであろうか。$\gamma=1/2$ として (5.10) を計

算すると，(5.15) を得る。

$$B(x)=\frac{1}{4}\beta^2\left\{\int[W(x)+N(x,y)]^2 g(y|x,a)\,dy-[W(x)]^2\right\}$$
$$=\frac{1}{4}\beta^2\mu^2\left\{\int[g_a(y|x,a)/g(y|x,a)]^2 g(y|x,a)\,dy\right\} \tag{5.15}$$

$g_a(y|x,a)/g(y|x,a)$ は，すべての x について期待値がゼロとなるから中カッコの中は $g_a(y|x,a)/g(y|x,a)$ の分散に他ならない。その分散が大きくなれば，管理者の行動を推論する際に調査がより効果的な情報を提供することになる。Lambert (1986) は，この値をもって y を提供する情報システムの報知 (informativeness) 測度あるいは価値と定義している。

(注)

(1) $g(y|x,a)=\dfrac{p(y)h(x|y,a)}{f(x|a)}=\dfrac{p(y)h(x|y,a)}{\int p(y)h(x|y,a)dy}$

より，$\displaystyle\int g_a(y|x,a)dy=\frac{\int p(y)h_a(x|y,a)dy}{f(x|a)}-\frac{f_a(x|a)\int p(y)h(x|y,a)dy}{(f(x|a))^2}$

$=0$

となるから，$\displaystyle\int N(x,y)g(y|x,a)dy=\int g_a(y|x,a)dy=0$

が成立する。

(2) Jensen の不等式は，以下の定理である。

$g(\cdot)$ を区間 (a,b) 上の凸関数とし，x を $Pr(x\in(a,b))=1$ であるような確率変数とするならば，

$E_x[g(x)]\geq g(E_x[x])$

なる不等式が成立する。$g(\cdot)$ が凹関数であるならば，不等式の向きを変えた

$E_x[g(x)]\leq g(E_x[x])$

が成立する。

6. 追加情報の独立性と最適な調査領域

Baiman and Demski (1980 b) は，上記のモデル (5.1) においてさらに以下の仮定を加えて分析を進めた。

(i) 結果 x と情報シグナル y の条件付き独立性：$h(x,y|a)=f(x|a)g(y|a)$。

(ii) 管理者の効用関数は，HARA 族のメンバーである。

(iii) 単調尤度比特性 (MLRP)：$f_a(\cdot)/f(\cdot)$ および $g_a(\cdot)/g(\cdot)$ は，それぞれ x および y の非減少関数である。

(iv) 最適な報酬関数は，すべての実行可能な x および y に関して内点解である。

効用関数が HARA 族のメンバーであるならば，その一般型は (6.1) 式のように書かれる。

$$U(z)=\frac{1}{q-1}(p+qz)^{1-1/q} \tag{6.1}$$

ここで，$q>0$ ならば逓減的リスク回避の，$q<0$ ならば逓増的リスク回避の効用関数をそれぞれ表わす。リスク回避測度の逆数として定義されるリスク許容測度は，$p+qz$ で与えられる線型関数となる。

(6.1) の HARA 効用関数を用いるとき，Baiman and Demski (1980 b) が導出したと同様な調査決定の最適ルールは以下のようになる。

(i) $q<2$ ならば，$x<x^*$ のときに調査を実施する。

(ii) $q>2$ ならば，$x>x^*$ のときに調査を実施する。　(6.2)

(iii) $q=2$ ならば，x からは独立である。

いま，管理者が (5.6) の HARA 効用関数をもつときに，$g(y|x,a)$ が x から独立であるという仮定が付加されるならば，(6.2) と同様な最適ルールが導かれることをみてみよう。(5.10) の調査からの便益は，このとき (6.3) と書かれる。

$$B(x)=(1-\gamma)\gamma^{\gamma/1-\gamma}\beta^{1/1-\gamma}\left[\int\{W(x)+N(y)\}^{1/1-\gamma}g(y|a)dy\right.$$

$$-\{W(x)\}^{1/1-\gamma}] \quad (6.3)$$

この $B(x)$ を W で偏微分すると，(6.4) となる。

$$\partial B(x)/\partial W=(1-\gamma)\gamma^{\gamma/1-\gamma}\beta^{1/1-\gamma}(1/1-\gamma)\left[\int\{W(x)+N(y)\}^{\gamma/1-\gamma}g(y|a)dy - \{W(x)\}^{\gamma/1-\gamma}\right] \quad (6.4)$$

$0<\gamma<1/2$ のとき $W^{\gamma/1-\gamma}$ は厳格な意味で凹関数であり，Jensen の不等式から $\partial B(x)/\partial W<0$ が成立する。それに対して，$1/2<\gamma<1$ のときには，その逆に $\partial B(x)/\partial W>0$ が成立する。

ところで，$\mu>0$ および f_a/f は x の単調増加関数であるとする単調尤度比特性（MLRP）を仮定すると，$W(x)$ は x の増加関数となる。以上の結果をまとめると，最適な調査領域に関する以下の原則が得られる。

(i) $0<\gamma<1/2$ のとき　$x<x^*$（下位領域）を調査する。
(ii) $\gamma=1/2$ のとき　x から独立である。　(6.5)
(iii) $1/2<\gamma<1$ のとき　$x>x^*$（上位領域）を調査する。

(6.5) の原則は，管理者の調査に対する選好関係に対応したものであるから，次のような解釈が与えられる。リスク回避測度の大きな $(0<\gamma<1/2)$ 管理者は，調査にともなうリスクを嫌い，調査をペナルティと受けとめる傾向がある。ペナルティは低い業績に対して適用されるときに適切なインセンティブの効果をもたらすから，低い業績を示す下位の領域について調査を実施することを経営者は決定する。そのこととは反対に，リスク回避測度の小さい $(1/2<\gamma<1)$ 管理者は，調査を報償とみす傾向にある。報償は高い業績に対して適用されるときに適切なインセンティブの効果をもつから，高い業績を示す上位の領域について調査を実施することが最適となる。$\gamma=1/2$ の管理者は，調査の実施に対して無差別な選好をもっているので，どの領域で調査が実施されようとかまわない。しかしながら，調査は固定的なコストがかかるで，調査領域が広がればそれだけ経営者のコスト負担が大きくなる。したがって，調査領域の範囲につ

いては，$\gamma=1/2$ の場合であっても調査のコストを考慮して決定されねばならない。

前稿における仮設例は，$\gamma=1/2$ のベキ乗 HARA 効用関数をもつ管理者のケースを取り上げた。ここで再び同様の仮設例をもちいて，上述の結果について確認することにしよう。

$$G(z)=z.\quad U(z)=2z^{1/2},\quad V(a)=a^2$$

$$f(x|a)=\frac{a+b}{ab}\exp\left(-\frac{a+b}{ab}x\right)$$

$$h(x|y.a)=\begin{cases}\dfrac{1}{a}\exp\left(-\dfrac{a+b}{ab}x\right) & (y=y_1\text{ のとき}) \\[2ex] \dfrac{1}{b}\exp\left(-\dfrac{a+b}{ab}x\right) & (y=y_2\text{ のとき})\end{cases}$$

$$g(y|a)=\begin{cases}\dfrac{b}{a+b} & (y=y_1\text{ のとき}) \\[2ex] \dfrac{a}{a+b} & (y=y_2\text{ のとき})\end{cases}$$

調査からの便益 $B(x)$ は，(6.6) に示されるように x から独立な値となる。

$$B=\mu^2\frac{b}{a(a+b)^2} \tag{6.6}$$

管理者の努力水準 a およびパラメータ b が便益 B に及ぼす影響をみるために，それぞれの偏微分を計算してみよう。$\partial B/\partial a<0$ が成立するから，a が大きくなるにつれて便益は減少していく。$g_a(y_2|a)>0$ から，a が大きくなるにともない，調査から「管理者に責任は無い」というメッセージ y_2 の提供される確率が高まる。したがって，調査からの追加情報がもたらす報知性の程度も減少せざるをえない。$\partial B/\partial b$ については，$a>b$ のときに正になり，$a<b$ のときに負となる。$g_b(y_1|a)>0$ から，b が大きくなるにつれて，調査から「管理者に

責任がある」というメッセージ y_1 の提供される確率が高くなる。したがって，便益に対する影響は a との比較において変わりうる。$a>b$ である限りにおいて b が大きくなるならば，メッセージ y_1 の提供される確率が高くなったとしても便益は増える。(1)

調査決定ルールの最適性の条件から，(6.7) が導かれる。

$$\mu^2=\frac{a(a+b)^2}{b}C \tag{6.7}$$

管理者の最適行動の条件から，(6.8) が得られる。

$$\mu\left\{\frac{b^2}{a^2(a+b)^2}+\frac{b}{a(a+b)^2}\int\alpha(x)f(x|a)dx\right\}-a=0 \tag{6.8}$$

(6.7) と (6.8) から，調査実施の平均確率 F は (6.9) で与えられる。

$$F=\int\alpha(x)f(x|a)dx=\frac{a\sqrt{a}(a+b)}{\sqrt{bc}}-\frac{b}{a} \tag{6.9}$$

調査コスト C そして a および b が F に及ぼす影響をみてみよう。$\partial F/\partial C<0$ より，調査コストの上昇は調査実施の平均確率を減少させる。$\partial F/\partial a>0$ より，a が大きくなれば平均確率も高くなる。しかし，b については，a および C に対する相対的な大きさによって，平均確率に及ぼす影響は変わりうる。(2)

(注)

(1) $\dfrac{\partial B}{\partial a}=\mu^2\dfrac{-b(3a+b)}{a^2(a+b)^3}<0$

$$\frac{\partial B}{\partial b}=\mu^2\frac{(a-b)}{a(a+b)^3}$$

$$g_a(y_2|a)=\frac{b}{(a+b)^2}>0$$

$$g_b(y_1|a)=\frac{a}{(a+b)^2}>0$$

(2) $\dfrac{\partial F}{\partial a}=\dfrac{1}{b^{1/2}C}\left(\dfrac{5}{2}a^{3/2}+a^{1/2}\right)+\dfrac{b}{a^2}>0$

$$\frac{\partial F}{\partial b}=\frac{a^{3/2}}{2(bC)^{1/2}}-\frac{1}{a}$$

7.　非 HARA 効用関数と最適な調査領域

HARA 効用関数を前提にして導かれた結論の特徴のひとつは，平方根の効用関数（$\gamma=1/2$）の場合を除いて，最適な調査領域が上位か下位かの片側に限定されている点である。果たしてこの片側調査領域の最適性は，一般的妥当性を有しているのであろうか。換言するならば，リスク許容測度が線型となるHARA効用関数においてのみ導かれる結果なのではないだろうか。本節では，Young (1986) に基づいてこの問題を検討することにしよう。ただし，本節においても，y は x から独立であるとする仮定を前提とすることにする。

非 HARA 効用関数として Young (1986) が取り上げたものは，(7.1) で与えられる。

$$U(z)=bz-\exp(-cz) \tag{7.1}$$

この関数のリスク回避測度は (7.2) で示されるように，逓減的に減少する関数で与えられる。

$$r=\frac{c^2\exp(-cz)}{b+c\exp(-cz)} \tag{7.2}$$

いま，(5.3) の右辺を $M(x,y)$ と定義し，最適な報酬関数を求めると (7.3) および (7.4) を得る。

$$s(x)=-\frac{1}{c}\ln\left(\frac{1-bW}{cW}\right) \tag{7.3}$$

$$s(x,y)=-\frac{1}{c}\ln\left(\frac{1-bM}{cM}\right) \tag{7.4}$$

ただし，$M(x,y)\equiv W(x)+N(x,y)$ である。

調査が実施されるときに得られる管理者の期待効用は，(7.5) と計算される。

$$\int U(s,y))g(y|a)dy=\int\left\{-\frac{1-bM}{cM}-b\ln\left(\frac{1-bM}{cM}\right)\right\}g(y|a)dy \qquad (7.5)$$

それに対して，調査が実施されないときに得られる管理者の効用は，(7.6) と計算される。

$$U(s(x))=-\frac{1-bW}{cM}-b\ln\left(\frac{1-bW}{cM}\right) \qquad (7.6)$$

ここで

$$T(W)\equiv\frac{1-bW}{cW}+\frac{b}{c}\ln\left(\frac{1-bW}{cW}\right) \qquad (7.7)$$

を定義して，W に関する 1 階と 2 階の微分を計算すると以下の結果を得る。

$$\frac{dT}{dW}=\frac{1}{c}\left(\frac{-1}{W^2}+\frac{-b}{W(1-bW)}\right)<0 \qquad (7.8)$$

$$\frac{d^2T}{dW^2}=\frac{1}{c}\left\{\frac{2-3bW}{W^3(1-bW)^2}\right\} \qquad (7.9)$$

$2-3bW>0$ のとき (7.9) は正となるから，T は凸関数となる。その逆に $2-3bW<0$ のときに (7.9) は負となるから，T は凹関数となる。したがって，Jensen の不等式を適用すると以下の結果を得る。

(i)　$W<2/3b$ のとき $\int U(s(x,y))g(y|a)dy<U(s(x))$ 　(7.10)

(ii)　$W>2/3b$ のとき $\int U(s(x,y))g(y|a)dy>U(s(x))$ 　(7.11)

HARA 効用関数をもつ管理者の場合に，あるリスク回避測度を所与とするならば，管理者の調査に対する選好関係はすべての x について変化することはなかった。すなわち，すべての x について，調査を好むかあるいは嫌うかのいずれかであった。ところが，(7.1) の非 HARA 効用関数をもつ管理者の場合には，調査に対する選好関係がある x を境に変化している。こうした変化は，すべての x について片側領域が最適であり続けることを，もはや保証してはくれないように思われる。

調査からの便益 $B(x)$ は，(7.3) および (7.4) を (5.5) に代入することにより (7.12) と計算される。

$$B(x)=\frac{1}{c}\left\{-(1-bW)\ln\left(\frac{1-bW}{cW}\right)+\int(1-bM)\ln\left(\frac{1-bM}{cM}\right)g(y|a)dy\right\} \tag{7.12}$$

いま，$R(W)$ を (7.13) と定義し，

$$R(W)\equiv(1-bW)\ln\left(\frac{1-bW}{cW}\right) \tag{7.13}$$

W に関する 1 階および 2 階の微分を計算すると以下の結果を得る。

$$\frac{dR}{dW}=-b\ln\left(\frac{1-bW}{cW}\right)-\frac{1}{W}<0 \tag{7.14}$$

$$\frac{d^2R}{dW^2}=\frac{b}{W(1-bW)}+\frac{1}{W^2}>0 \tag{7.15}$$

$R(\cdot)$ は凸関数であり，Jensen の不等式から $B(x)$ は厳格な意味で正であることが証明される。

さらに，$B(x)$ を x に関して偏微分すると，(7.16) となる。

$$\frac{dB(x)}{dx}=\mu\frac{d}{dx}\left[\frac{f_a(x|a)}{f(x|a)}\right]\frac{1}{c}\left\{b\ln\left(\frac{1-bW}{cW}\right)+\frac{1}{W}-\int\left[b\ln\left(\frac{1-bM}{cM}\right)+\frac{1}{M}\right]g(y|a)dy\right\} \tag{7.16}$$

ここで，$S(W)$ を (7.17) と定義し，

$$S(W)\equiv b\ln\left(\frac{1-bW}{cW}\right)+\frac{1}{W} \tag{7.17}$$

W に関する 1 階および 2 階の微分を計算すると以下の結果を得る。

$$\frac{dS}{dW}=\frac{-1}{W^2(1-bW)}<0 \tag{7.18}$$

$$\frac{d^2S}{dW^2}=\frac{2-3bW}{W^3(1-bW)^2} \tag{7.19}$$

MLRP を仮定すれば，$dW/dx>0$ であるから以下の結果が導かれる。

(i)　$W/2/3b$ のとき　$S(W)$ は凸関数であり，$dB(x)/dx<0$

(ii)　$W>2/3b$ のとき　$S(W)$ は凹関数であり，$dB(x)/dx>0$

以上の結果から，最適な調査領域に関する条件が導かれる。いま，下位領域の集合を X_L，上位領域の集合を X_U で表わすと，その両方の領域を調査することが最適となるための必要条件は，次の 2 つの条件が成立することである。

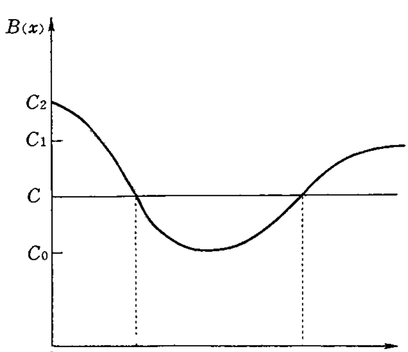
(i)　X_L に含まれるすべての x について　$0<W<2/3b$ が成立する。

(ii)　X_U に含まれるすべての x について　$2/3b<W<1/b$ が成立する。

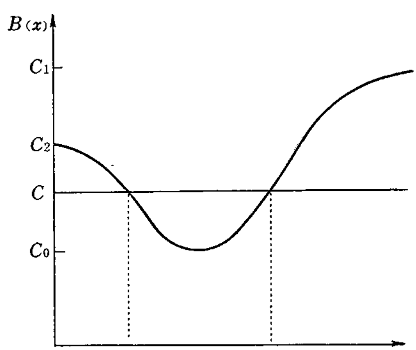
もしも (i) が満たされないときには，上位領域のみが最適な調査領域となる。同様に，(ii) が満たされないときには，下位領域のみが最適な調査領域となる。

調査のコストを考慮して両側領域が最適な調査領域となるケースは，第 4 図のように図示される。

調査コスト C は x にかかわりなく固定的であると仮定されている。この C を考慮すると，最適な両側領域は，下位について $\{x|0<x<x_L\}$，上位について $\{x|x>x_U\}$ となる。しかしながら，両側領域の最適性に関する必要条件が



第 4 図-1



第 4 図-2

満たされても，コストCの大きさによっては片側のみが最適となりうる。第4図-1 において，C が C_1 を越えていれば，上位領域の調査は実施されない。第4図-2 において，C が C_2 を越えてしまえば，下位領域の調査は実施されない。

HARA 効用関数における場合と異なり，ここではどの領域が最適な調査領域となるかの決定にリスク回避測度が明示的にかかわっていないことに注意しなければならない。(7.2) のリスク回避測度を決定する要因の中で b のみが調査領域の決定に関与している。リスク回避測度は，b が大きくなると小さくなる。そして，b が大きくなると，条件（i）および（ii）の成立する範囲が狭まるから，両側調査が最適となる可能性は小さくなっていく。それに対して，b が小さくなると，その逆のことが成立する。

8.　y の従属性と最適な調査領域

管理者が HARA 効用関数をもつとき，片側調査を最適とする結果を導いた前提のひとつに，y の確率分布が x から独立であるとする仮定が存在していた。この独立性の仮定がはずされたとき，HARA 効用関数の仮定の下においてこの結果はなおも妥当性を有するであろうか。

(5.14) に示されているように，管理者の調査に対する選好関係は，HARA 効用関数をもつ限り，すべての x について好ましいと考えるか，あるいはそうでないと考えるかのいずれかであった。そして，y が x から独立であるという仮定がさらに付加されたとき，調査からの便益 $B(x)$ は，x の単調関数として与えられ，片側領域の最適性が導かれていた。しかしながら，y と x との従属関係を前提とするならば，$B(x)$ が単調関数となることは，もはや保証されなくなるのではないだろうか。

Lambert (1985) は，y と x が従属的関係にある次の2つのケースについてこの問題を検討した。

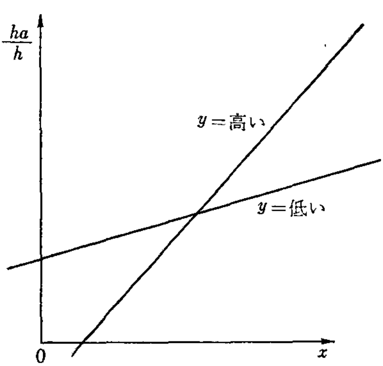
（i） $x=a+y+e$, ただし，$y \sim N(0,\sigma^2)$，$e \sim N(0,\phi^2)$

（ii） $x=ay+e$, ただし，$y \sim N(m,\sigma^2)$，$e \sim N(0,\phi^2)$

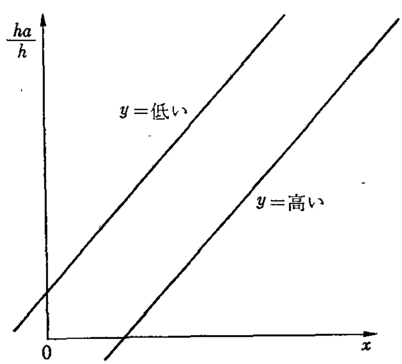
各ケースとも，y は生産プロセスに関する外生パラメータを，e は生産プロセスにおけるその他のノイズをそれぞれ表わしており，y と e とは相互に独立であることが仮定される。x を所与とする y の条件付き確率分布は，管理者の努力水準 a に依存しているから，y は a に関して報知的であり，情報価値を有している。ここでは，ある x が観測されたとき，y の値が大きければ，a の低いことが推測される。

ケース（i）において，調査の提供する追加情報は，$g_a(y|x,a)/g(y|x,a) = -1/\phi^2[y-\sigma^2(x-a)/\sigma^2+\phi^2]$ に集約される。$g_a(y|x,a)/g(y|x,a)$ の分布は，$N(0,\sigma^2\phi^2/\phi^4(\sigma^2+\phi^2))$ となり，x から独立である。したがって，調査の便益は分布の端において最大となるわけではないから，片側領域の最適性を主張することはできなくなる。

ケース（ii）の生産関数において，追加情報 y は努力の生産性を表わしている，と解釈することができる。この y の分布が x に依存するケースにおいて，$g_a(y|x,a)/g(y|x,a)$ の分散は，$|x-2\phi^2/(\phi^2-a^2\sigma^2ma)|$ の増加関数となる。その結果，最適な調査の領域は，x の分布の両端にくる。すなわち，x が大き



第 5 図-1：ケース（i）



第 5 図-2：ケース（ii）

な値をとるときばかりでなく，小さな値をとるときにも，調査を実施することが最適となる。このような両側の調査領域という結論が導かれた理由は，管理者の努力に対する結果xの実現にyが影響を及ぼしているためである。すなわち，y（生産性）が高ければ，xは管理者の努力に対して大きく反応するし，yが低ければ，小さな反応を示す。Lambert (1985) によって図示されているように，yを管理者の努力水準に関するシグナルとして使うことと使わないことの間のコンフリクトは，xの値の大きな領域と小さな領域において生じる。したがって，このようなエイジェンシー関係において，調査の実施から追加情報を得ることの価値は，xの両側の値について最大となる。

9. 結　び

差異調査の決定問題に関する伝統的な研究は，実務において差異を調査するべきか否かを決定するために使われる意思決定のルールを開発することにあった。そこにおける典型的なモデルは，多重期間においてひとりの意思決定者が，関連する費用を最小化するように差異の調査決定を行う状況を定式化したものであった。

伝統的なモデルに対する批判的指摘のひとつは，フォーマルな決定ルールがほとんど実際には使われていない，という点である。もちろん，実際に使われるに至っていない原因のすべてを，モデルの有効性の欠如に帰することはできない。意思決定者の側に数学的モデルに対する理解力の不足がみられる可能性もあるからである。数学的モデルの専門家ではない意思決定者は，複雑でその利用に困難を伴うようなものよりは，比較的単純な経験則の方を好んで利用する傾向もみうけられる。

第二の指摘は，モデルが機械的な対象のプロセスを想定している点である。すなわち，プロセスの管理あるいは実績は，そこに従事する人間の行動に依存しているにもかかわらず，選択される決定ルールが人間の行動に対して与える

影響について考慮していないのである。この点に対する考慮は，決定ルールを選択する人とプロセスの実績に対して責任を負う人が別人であるときには回避することができないはずである。

差異調査決定の問題に対する最近のエイジェンシー・アプローチは，その目的において伝統的なアプローチとは異なっている。実際に利用されるべき決定ルールを導くことよりも，現実の実務を説明しようとすることに，エイジェンシー・アプローチは関心がある。換言するならば，差異調査の決定問題に関するポジティブ理論を構築することに，その目的があるのである。そこでの特徴は，管理責任のあるエイジェントの行動に関して不完全な情報しかもたない上位者であるプリンシパルが，プロセスの条件付き調査をどのように実行して追加の情報を利用し，自己の目的を達成するようにエイジェントを導くかを明らかにしようとすることにみられる。

そうした潮流のなかで生まれたひとつの成果は，Baiman and Demski による研究であった。彼等の研究結果について，それが現実の実務をどれほど説明しているかという点から検討すると，いくつかの疑問が生じてくる。第一の疑問は，複数のメンバーから成る組織において，最適な調査決定ルールが業績評価の対象となる管理者のリスク選好などに適応するように特注されねばならない，という帰結に対してである。果たしてこのような特注のシステムが，現実の組織において設計され，導入されるようなことはあるのであろうか。管理者が交代するたびにシンテムをつくり変えるとすれば，その費用は恐らく便益を上回ることになるのではないだろうか。結局のところそうした複雑で適応的なシステムを採用せずに，単純で安価なヒューリスティックスを利用したとしても，機会損失はわずかなものであるかもしれない。さらに，管理者のリスクに対する態度を特定することは，決して容易な仕事でないことも忘れてはならないであろう。

第二の疑問は，Baiman and Demski の導出した最適な調査領域が片側にな

るとする結論の一般性についてである。差異分析に関するテキストの記述や，実務においてしばしばみられる管理方式は，例外管理の原則を適用して有利な差異と不利な差異の両方に注目するシステムである。この方式は，調査領域が実現可能な業績結果の分布の両側にくることを意味しているから，Baiman and Demski の結論とは対立するものである。彼等の用いた分析モデルのどこに片側領域を最適とする結論を導いた鍵があるか，を検討することはきわめて興味深いテーマである。Lambert (1985) は，x と y の独立性の仮定を外すことから，Baiman and Demski の結果とは異なる両側領域の最適性が導かれるケースを提示した。Young (1986) は，エイジェントが非 HARA 効用関数をもつ場合，両側の領域が最適となる 2 つのケースを示した。

差異の調査決定に関する伝統的な文献は，前述されたようにその研究目的は異なっていたが，有利および不利の差異が生じる両側の領域において調査が実施されるべきことを述べてきた。しかし，結論は同様であっても，伝統的な文献における調査情報の意義は，情報経済学的観点からすると，最近の研究におけるものと異なっていることに注意しなければならない。第一に，責任者の行動あるいは生産プロセスに関して x のもたらす情報は，調査を実施するかの決定に使われるのみであり，責任者の行動に影響を与える情報効果について認識されてはいなかった。第二に，調査が実施されなければ修正行動がとられることはなく，したがって便益も期待されることはない。こうした点を情報経済学的観点から考えると，プロセスの状態に関して最も情報内容の乏しい領域で調査が実施されていることに気が付く。たとえば，プロセスが管理外の状態であることをほぼ確信しながら調査を実施することになりうる。このような場合，調査を実施せずに修正措置をとることやプロセスを取り替えてしまうことのほうが，有効であるかもしれない。

最近のエイジェンシー・アプローチによる分析において x のもたらす情報は，調査が実施されなくとも，エイジェントの行動に関する推論に役立てられ，エ

イジェントに対してインセンティブを与える役割を果たしている。多重期間の状況へ拡張されるとき，前期の業績結果は次期の調査決定ルールの検討に利用されるはずである。次期の努力水準も，また前期の業績に影響されるであろう。前期に調査の実施から得られた環境に関する情報は，次期のプロセスに関する不確実性を減少させるために使われるであろう。

最適な調査領域について一般的な原則を打ち立てることは，困難なことであろう。それは，プリンシパルとエイジェントの効用関数，生産関数，情報システムの特性，調査費用，労働市場の状況等が最適な解に与える効果に依存して変わりうるからである。注意すべきことは，業績結果の異常値あるいは例外的値が，調査による便益の大きさを示すものではない，という点である。業績結果や調査情報がエイジェントの行動に関してもたらす情報効果が，調査の便益を決めるうえで最も重要な要因であろう。

参考文献

今井賢一，伊丹敬之，小池和男著「内部組織の経済学」東洋経済新報社，1982年。

酒井泰弘著「不確実性の経済学」有斐閣，1982年。

佐藤紘光稿管「理会計情報の有用性—エイジェンシー・モデルによる検証」(1)〜(7)『早稲田社会科学研究』第27号〜第33号。

佐藤紘光稿「エイジェンシー・モデルによる管理会計情報の分析」『会計』1984年2月。

辻　正雄稿「エイジェンシー理論と差異調査の決定モデル」(1)〜(2)『早稲田商学』第304号〜第306・307号。

辻　正雄稿「エイジェンシー・モデルによる条件付き情報システムの分析(1)」『早稲田商学』第308号，1985年。

野口悠紀雄著「情報の経済理論」東洋経済新報社，1974年。

宮沢光一著「情報・決定理論序説」岩波書店，1974年。

Baiman, S. (1982), "Agency Research in Managerial Accounting: A Survey," *Journal of Accounting Literature* (Spring 1982), pp. 154–213.

Baiman, S., and J. Demsky (1980 a), "Variance Analysis as Motivational Devices," *Management Science* (August 1980), pp. 840–848.

______ and ______ (1980 b), "Economically Optimal Performance Evaluation and Control Systems," *Journal of Accounting Research* (Supplement 1980), pp. 184–220.

______ and J. H. Evans (1983), "Pre-decision Information and Participative Management Control Svstems," *Journal of Accounting Research* (Autumn 1983), pp. 371–395.

Demski, J. S. and G. A. Feltham (1978), "Economic Incentives and Budgetary Control Systems," *Accounting Review* (April 1978), pp. 336–359.

Dittman, D. A. and P. Prakash (1978), "Cost Variance Investigation: Markovian Control of Markov Processes," *Journal of Accounting Research* (Spring 1978), pp. 14–52.

Dittman, D. A. and P. Prakash (1979), "Cost Variance Investigation: Makovian Control versus Optimal Control," *Accounting Review* (April 1979), pp. 358–373.

Evans, J. H. (1980), "Optimal Contracts with Costly Conditional Auditing," *Journal of Accounting Research* (Supplement 1980), pp. 108–128.

Holmstrom, B. R. (1979), "Moral Hazard and Observability," *Bell Journal of Economics* (Spring 1979), pp. 74–91.

Holmstrom, B. R. (1983), "Moral Hazard in Teams," *Bell Journal of Economics* (Autumn 1982), pp. 324–340.

Jensen, M. C. and W. H. Meckling (1976), "Theory of the Firm: Managerial Behavior, Agency Costs and Ownership Structure," *Journal of Financial Economics* (October 1976), pp. 305–360.

Kaplan, R. S. (1969), "Optimal Investigation Strategies with Imperfect Information," *Journal of Accounting Research* (Spring 1969), pp. 32–43.

Kaplan, R. S. (1975), "The Significance and Investigation of Cost Variances: Survey and Extensions," *Journal of Accouuting Research* (Autum 1975), pp. 311–337.

Kaplan, R. S. (1982), *Advanced Management Accounting* (Prentice-Hall, 1982).

Lambert, R. (1985), "Variance Investigation in Agency Settings," *Journal of Accounting Research* (Autumn 1985), pp. 633–647.

Magee, R. P. (1936), *Advanced Managerial Accounting*, (Harper & Row, 1986).

Mirrless, J. A. (1976), "The Optimal Structure of Insentives and Authority within an Organization," *Bell Journal of Economics* (Spring 1976), pp. 105–131.

Ross, S. A. (1973), "The Economic Theory of Agency: The Principle's Problem," *American Economic Review* (May 1973), pp. 134–139.

Townsend, R. M. "Optimal Contracts and Competitive Markets with Costly State Verification," *Journal of Economic Theory* (October 1979), pp. 265–293.

Wilson, R. B. (1968), "The Theory of Syndicates," *Econometrica* (January 1968), pp. 119–132.

Young, R. A. (1986), "A Note on "Economically Optimal Performance Evaluation and Control Systems: The Optimality of Two-Tailed Investigations," *Journal* *of Accounting Research* (Spring 1986), pp. 231-240.