

外部不経済下の Ramsey モデルにおける 最適課税

石 田 和 之

目 次

1. はじめに
2. モデル
3. first best の状況下での最適資本所得税
4. second best の状況下での最適資本所得税
5. おわりに

1. はじめに

本論文では、生産にともなう外部不経済が消費および生産の両方に影響を及ぼす場合の、ピグー税を検討する。World Bank (1992) によると環境問題は、一般的に3つのルートで経済活動に影響を与えるとされる。アメニティー、健康、生産である。したがって、環境問題を分析するにはこの3つのルートを考える必要があることになるのであるが、本論文ではこれを環境による外部不経済が家計（個人）と生産の両方に同時に影響を与えるようなモデルとして表現する。具体的には、1つの環境問題（例えば、大気汚染や水質汚濁、酸性雨等）は、家計の効用水準を低下させる働きを持つと同時に、生産性の減少という影響も持つと考えるのである。

また、本論文では生産要素が外部不経済を発生させると考えるのであるが、

このように考えることは結局、資本課税の問題を拡張したものとみなすことも可能である。資本に対する最適課税の問題は、Chamley (1986) によって、無限生存期間モデルにおいては second best 下でも資本所得には非課税（税率ゼロ）であるべきことが示されている。しかしながら、現実の経済を考えた場合、生産要素が外部不経済を発生させる例は数多く見られる。現実の経済をより正確に描写したモデルを考えるならば、生産要素が外部不経済を発生させることは考慮に値すると思われる。

最適課税論の研究は、そもそも Ramsey (1927) に始まる。外部不経済下の最適課税の研究は、外部不経済が存在する場合でもいわゆる Ramsey ルールを適当に修正する形でその成立を示すものである。このような外部不経済下の最適課税についての研究は、数多くある。その古典的なものとして、Sandmo (1975) があり、そこでは外部不経済の影響は外部不経済を生じる財の税率にのみ現われ、その他の財の税率には影響しないことが示されている。また、その後の研究として Bovenberg and Goulder (1996), Bovenberg and Mooij (1994, 1997), Bovenberg and Ploeg (1994), Cremer, Gahvari and Ladoux (1998), Fullerton (1997) がある。これらはどれも、基本的には Sandmo (1975) の結論を支持するものであり、外部不経済の存在する場合には適当に修正された形で Ramsey ルールが成立することを示している。しかしながら、これらはいずれも本論文と異なり静学的な枠組みで分析がなされている。静学的な枠組みでの分析には、資本蓄積を考慮することができないという欠点があり、資本の使用が外部不経済を発生させるような状況を考慮する場合には望ましくないといえる。また、動学的な枠組みを用いて、資本蓄積を考慮した形での外部不経済下の最適課税を分析したものに Bovenberg and Hijdra (1998), Mohtadi (1996) がある。しかし、前者は世代重複モデルを用いており、後者は AK モデルを用いている。本論文ではこれらとは異なり、Ramsey (1928) に始まる Ramsey モデルを用いて、外部不経済下の最適課税を分析する。

本論文の構成は次の通りである。2節では、本論文で用いるモデルについて説明する。3節では、first best の状況下で、無限生存期間モデルにおける外部不経済を内部化するための最適資本所得税を示し、それがピグー税となることを述べる。4節では、second best の状況下で、無限生存期間モデルにおける外部不経済を内部化するための最適資本所得税を示すとともに、first best の状況下とどのような相違があるのかを述べる。5節では、本論文で得られた結論をまとめるとともに、本論文の限界と残された課題について述べる。

2. モデル

本論文は、基本的に Chamley (1986) を外部不経済を含む場合に拡張したものである。Chamley (1986) では、Koopmans (1960, 1964) に基づいた non-additive な効用関数による無限生存期間モデルを用いていた。本論文では、Chamley (1986) と同様に無限生存期間モデルを用いるのであるが、効用関数に関しては additive な効用関数を用いる。これは、いわゆる Ramsey モデルを外部不経済を含む場合に拡張したモデルとなる⁽¹⁾。

経済には、代表的家計が1つだけ存在するとする。この代表的家計の効用関数は消費 c および労働供給 l 、そして汚染 s からなるとする。このとき、この代表的家計の t 時点での効用水準を示す効用関数は、 $u[c(t), l(t), s(t)]$ と表わすことができる。また、この経済は生産関数 f を用いて生産を行うとする。このとき、生産要素として企業は、資本 k および労働 l 、そして汚染 s を用いるとする。企業が生産要素として汚染を用いるというのは、奇妙に思われるかもしれない。これは、生産要素として企業が自発的に用いているというよりも、生産活動に必然的に汚染の影響が含まれてしまうというような状況を考えているのである。このとき、生産関数 f は、 $f(k, l, s)$ と表わすことができる。ここで、 f は k と l に関して1次同時であると仮定する。

最後に、人口および技術は一定であるとする⁽²⁾。

以上のような設定の下で、社会的計画者の解くべき問題は次のように表現できる。

$$\max \int_0^{\infty} u[c(t), l(t), s(t)] e^{-\rho t} dt \quad \text{s.t.} \quad \dot{k} = f(k, l, s) - c$$

ただし、 $u(\cdot)$ 、 $f(\cdot)$ は凹関数

3. first best の状況下での最適資本所得税

3.1 生産および消費に対して外部不経済が影響する場合の最適経路

2節の問題を解くことによって、消費の最適経路を導くことができるのであるが、その前に、汚染 s について述べておく。本論文では、生産要素の使用によって外部不経済が生じるようなケースを想定している。企業は生産要素として k および l を用いるのであるが、ここでは k の使用により外部不経済が発生すると想定しよう。したがって、 $s = s(k)$ とおくことができる。このとき、2節で示した社会計画者の問題は、

$$\max \int_0^{\infty} u[c, l, s(k)] e^{-\rho t} dt \quad \text{s.t.} \quad \dot{k} = f(k, l, s(k)) - c$$

と書き換えることができる。ここで共役変数を λ とすると、current value ハミルトニアン H^c は、

$$H^c = u[c, l, s(k)] + \lambda [f(k, l, s(k)) - c]$$

とおくことができる。最大値原理を利用して、

$$\frac{\partial H^c}{\partial c} = 0, \quad -\frac{\partial H^c}{\partial k} = \dot{\lambda} - \rho \lambda$$

より、オイラー方程式

$$\frac{\dot{c}}{c} = -\frac{u_c}{u_{cc}c} \left[(f'_k - \rho) + \frac{u_{cl}}{u_c} \dot{l} + \frac{u_{cs}}{u_c} \dot{s} + \left(f'_s + \frac{u_s}{u_c} \right) s' \right] \quad (1)$$

が得ることができる。

(1)から、消費の成長率は汚染の存在により影響を受けることがわかる。汚染のもたらす消費の成長率に対する影響は、(1)の右辺から3つに分けて考えることができる。第1に、 su_{cs}/u_c であるが、これは汚染の成長率が消費の成長率に与える影響を示す。これは、 u_{cs} の正負によって異なる含意をもつ。 u_{cs} は汚染が消費の限界効用に与える影響であるが、 $u_{cs} > 0$ のときには、経済は汚染の減少によって消費の成長率は低下することになる。一方、 $u_{cs} < 0$ のときには、経済は汚染の減少によって成長率が上昇することになる。また、 $u_{cs} = 0$ の場合には、経済は汚染の状態によって影響を受けないことになる。この汚染の第1の影響は、効用関数をどのように特定化するかに大きく依存する。例えば、汚染が効用関数において分離されている場合には、 $u_{cs} = 0$ となり、汚染の成長率は消費の成長率に影響を与えない。

第2に、 $f'_s s'$ であるが、これは汚染が生産に与える影響を示している。汚染1単位の増加が生産の減少に与える影響を示しており、これは汚染が生産に与える限界的な損失である。これは、 $f'_s < 0$ 、 $s' > 0$ であることから、必ず負の値をとり、汚染は生産に負の影響を与えることになる。

第3に、 $s'u_s/u_c$ であるが、これは汚染が効用水準に与える影響を示している。汚染1単位の増加が効用水準の減少に与える影響を示しており、これは汚染が効用水準に与える限界的な損失である。 $s' > 0$ 、 $u_s < 0$ 、 $u_c > 0$ であることから、これは必ず負の値をとり、汚染は効用水準に負の影響を与えることがわかる。

以上のように、汚染の存在は3つのルートを通じて、消費の成長率に影響を与える。

3.2 分権的経済における最適経路

次に、分権的経済における各経済主体の行動を検討する。各経済主体にとつ

ては汚染 s は所与であり、変更できないとしよう。このときの汚染を \bar{s} とすると、分権的経済における最適経路を得るための問題は、2節の問題を修正して、

$$\max \int_0^{\infty} u[c, l, \bar{s}] e^{-\rho t} dt \quad \text{s. t.} \quad \dot{k} = f(k, l, \bar{s}) - c$$

と表わすことができる。3.1と同様にして、current value ハミルトニアンを用いてこの問題を解くことにより、オイラー方程式

$$\frac{\dot{c}}{c} = -\frac{u_c}{u_{cc}c} \left[(f'_k - \rho) + \frac{u_{cl}}{u_c} \dot{l} + \frac{u_{cs}}{u_c} \dot{s} \right] \quad (2)$$

が得られる。

3.3 first best の状況下でのピグー税

(1)と(2)を比べることによって、外部不経済を内部化するための最適資本所得税を求めることができる。ここでは、生産要素 k の使用により汚染 s (外部不経済) が発生しているので、 k の使用に対して課税を行うのがもっとも自然な方法であろう。

ここで、資本 k に対する税率を τ_k とすると、(2)において f'_k は $(1 - \tau_k)f'_k$ と表わすことができる。このときの(2)を(2)' とすると、

$$\frac{\dot{c}}{c} = -\frac{u_c}{u_{cc}c} \left[(1 - \tau_k)(f'_k - \rho) + \frac{u_{cl}}{u_c} \dot{l} + \frac{u_{cs}}{u_c} \dot{s} \right] \quad (2)'$$

となる。(2)' が最適消費経路を表わす(1)と等しくなるためには、

$$\tau_k = -(f'_s + u_s/\lambda) s'$$

であればよい⁽³⁾。

税 τ_k は次のような含意をもつ。まず、 $f'_s < 0$, $u_s < 0$, $\lambda > 0$, $s' > 0$ であることより、 τ_k は正の値をとる。これは、企業に対して補助金を与えるのでな

く、課税を行うことが望ましいことを意味する。また、 τ_k の大きさは、3.1で述べた汚染 s が生産および効用水準に与える影響（限界的な損失）に他ならない。したがって、生産要素 k に直接課税することが可能であれば、first best の状況下における最適資本所得税は k が汚染を通じて生産および効用水準に与える限界的な損失をそのまま課税してやればよいことになる。

また、この最適資本所得税はピグー税に他ならない。ピグー税は、外部不経済が社会に与える限界的な損失に等しいものであり、これは本節のモデルにおいては、 $-(f'(s) + u_s/\lambda)s'$ として表わされている。したがって、Ramsey モデルにおいても、first best の状況下では、資本所得にピグー税を課すことによって外部不経済を内部化し、消費の最適経路をミミックできることになる⁽⁴⁾。

4. second best の状況下での最適資本所得税

つぎに、second best の状況下におけるピグー税を考える。前節での議論においては、政府の存在は明示的に現われなかったが、本節では歪みをもたらす租税を課す存在として政府が登場する。これは、まさに Chamley (1986) が想定していた状況である。歪みをもたらす租税を政府が課すことによって、前節までのモデルは次のように修正される。

政府は、資本及び労働に課税を行うとする。非課税財としては、消費を想定する。つまり、このモデルでは、消費に課税しないことにより、政府による課税が相対価格の変化をもたらす経済に歪みをもたらすと想定するのである。この消費を非課税とする考えは、Chamley (1986) にしたがっている。前節まででは、賃金率および資本収益率を明示的に示していないが、second best 下を考える場合には、これらを明示的に表現することが有用である。そこで、税引き前の賃金率および資本収益率を w, r とし、税引き後のそれらを \bar{w}, \bar{r} とする。このときそれぞれに対する租税は

$$\tau_w = w - \bar{w}, \quad \tau_r = r - \bar{r}$$

と表わすことができる。

政府が存在する場合、前節までの資源に関する制約は、 g を政府支出とすると、

$$\dot{k} = f(k, l, s(k)) - c - g$$

と変更される。

また、家計の予算制約は a を家計の資産とすると、

$$\dot{a} = \bar{r}a + \bar{w}l - c$$

と表わすことができる。 $\bar{r}a$ は家計の受け取る税引き後の資本所得であり、 $\bar{w}l$ は家計の税引き後労働所得である。また、 b を公債とすると $a = b + k$ であり、家計は保有する資産を資本または公債の購入にあてる。

政府に関する制約は、

$$\dot{b} = \bar{r}(b + k) + \bar{w}l - f(k, l, s(k)) + g$$

とおける。ここで、 $\bar{r}(b + k) + \bar{w}l - f(k, l, s(k))$ は政府の税収であり、資本所得税と労働所得税から得られたものである。また、 g は政府支出であるので、結局、政府制約は公債 = 税収 - 支出を表わしている⁽⁵⁾。

以上のようなモデルの変更を行うことにより、second best の状況下における最適化問題は、

$$\max \int_0^{\infty} u[c, l, s(k)] e^{-\rho t} dt$$

$$s. t. \quad \dot{k} = f(k, l, s(k)) - c - g$$

$$\dot{b} = \bar{r}(b + k) + \bar{w}l - f(k, l, s(k)) + g$$

と表現できる。ここで、資源制約にかかる共役変数を λ 、政府制約にかかる共役変数を μ とすると、current value ハミルトニアンは、

$$H^c = u[c, l, s(k)] + \lambda [f(k, l, s(k)) - c - g] + \mu [\bar{r}(b + k) + \bar{w}l - f(k, l, s(k)) + g]$$

とおくことができる。最大値原理を利用すると、

$$\frac{\partial H^c}{\partial c} = 0 \rightarrow u_c = \lambda$$

$$-\frac{\partial H^c}{\partial k} = \dot{\lambda} - \rho\lambda \rightarrow -u_s s' - \lambda [f_k' + f_s' s'] - \mu (\bar{r} - f_k' - f_s' s') = \dot{\lambda} - \rho\lambda$$

$$-\frac{\partial H^c}{\partial b} = \dot{\mu} - \rho\lambda \rightarrow \mu \bar{r} = \dot{\mu} - \rho\lambda$$

を得ることができる。 $f_k' = r$ 、および定常状態では $\dot{\lambda} = \dot{\mu} = 0$ であることを用いると、

$$\bar{r} = r + f_s' s' + \frac{u_s s'}{\lambda - \mu}$$

を得ることができる。したがって、資本所得に対する税 τ_r は、

$$\tau_r = r - \bar{r} = - \left(f_s' + \frac{u_s}{\lambda - \mu} \right) s'$$

となる。これは、資本所得に対して課税を行うべきであることを意味しており、その税率 τ_r は、外部不経済の影響によるものである。そこで、以下では外部不経済の影響であることを明示的に示す意味で、この資本所得税に対する税率を

$$\tau_s = - \left(f_s' + \frac{u_s}{\lambda - \mu} \right) s'$$

とおくことにする。

このようにして得られた second best 下での最適資本所得税 τ_s は次のような含意をもつ。 λ は資源に関する共役変数であり、これは資本の社会的限界価値であり正の値を持つ。さらに、 μ は Atkinson and Stern (1974) で示されているように、公債の社会的限界価値であり、また、一括税を歪みのある税によって置き換えることによる限界価値（限界超過負担）を意味することが知られており、負の値をもつ。したがって、 τ_s は全体として正の値となり、資本に対して課税を行うことが望ましいことを意味している。

3節で得られた first best 下でのピグー税 τ_k と比べることによって、second best 下での最適資本所得税 τ_s の性質はより明らかになるだろう。 τ_k と τ_s の相違は、 μ が τ_s には含まれることにある。 μ は負の値をもつので、 τ_s のほうがより大きな税率となっている ($u_s < 0$ である)。 μ は、先にも述べたように歪みのある租税による超過負担であり、したがって、これは second best の状況を想定したことによって新たに加えられた要素であるといえる。したがって、second best の状況下では、厳密な意味でのピグー税を資本所得に対して課すわけではないが、租税による歪みの効果を考慮したピグー税を資本所得に対して課すことが望ましい政策であるといえる。

以上をまとめると次のように言える。当然のことといえるが、資本が外部不経済を生じる場合には、最適な資本所得税率はゼロとはならない。また、second best の状況下では、first best の状況下と比べて、最適資本所得税は租税による歪みの効果の分だけ大きくなっており、租税による歪みの効果の分だけ修正されたピグー税を課すことが望ましい政策であるといえる。

5. おわりに

本論文では、資本が外部不経済を発生し、さらにその外部不経済は家計の効用水準と企業の生産に影響を与えるような場合の最適な課税政策について、Ramsey モデルを用いて検討した。その結果、first best 下では資本所得に対

してピグー税を課すことによって、最適な消費経路を分権経済においてミミックできることを示した。また、second best の状況下では、経済に租税による歪みが存在するため、歪みの効果の分だけ修正された（大きくなった）ピグー税を資本所得に対して課すことが望ましい政策となることがわかった。

以上のような結論が得られたわけであるが、本論文は次の点で不十分などころがあるだろう。第1に、技術進歩および人口成長の影響を考慮していない。本論文では、技術進歩および人口成長はゼロであるとして議論を進めている。技術進歩は外部不経済の発生に影響を与える可能性があり、また、人口成長も企業の生産関数および汚染の成長に影響を与える可能性がある。したがって、これらの要因を考慮することは、本論文に残された重要な課題であるといえる。第2に、汚染の law of motion について、本論文ではアド・ホックに決定した。しかしながら、汚染の law of motion がどのように表現できるかは、経済の成長に影響を与える可能性があり、また、これは現実の観測結果から決定されるべき事柄でもある。したがって、汚染の law of motion について、さまざまな可能性を考慮することは重要な意味を持つと思われる。このような残された課題については、筆者に課された今後の課題として、稿を改めて論じることにはしたい。

注(1) このような変更は、結論に本質的な違いをもたらさない。

(2) 人口および技術に関するこの想定は、Chamley (1986) にしたがっている。

(3) $u_c = \lambda$ を用いた。

(4) 3節では、4節と異なり、定常状態における最適な資本所得税率を用いた議論を行っていないが、定常状態においても同様の形式で最適な資本所得税率は表現され、ピグー税を課すことが望ましい政策となる。

(5) ワルラス法則により、家計の予算制約と資源制約を用いて、 $a = b + k$ であることを考慮して、政府の制約は導出できる。

参考文献

Atkinson, A. B. and N. H. Stern, (1974) "Pigou, Taxation and Public Goods," *Review of Economic Studies*, 41, 119-129.

- Bovenberg, A. L. and L. H. Goulder, (1996) "Optimal Environmental Taxation in the Presence of Other Taxes: General-Equilibrium Analyses," *American Economic Review*, 86, 985-1000.
- Bovenberg, A. L. and B. J. Heijdra, (1998) "Environmental Tax Policy and Intergenerational Distribution," *Journal of Public Economics*, 67, 1-24.
- Bovenberg, A. L. and R. A. de Mooij, (1994) "Environmental Levies and Distortionary Taxation," *American Economic Review*, 84 (4), 1085-1089.
- Bovenberg, A. L. and R. A. de Mooij, (1997) "Environmental Levies and Distortionary Taxation: Reply," *American Economic Review*, 87 (1), 252-253.
- Bovenberg, A. L. and F. van der Ploeg, (1994) "Environmental Policy, Public Finance and the Labour Market in a Second-Best World," *Journal of Public Economics*, 55, 349-390.
- Chamley, C., (1986) "Optimal Taxation of Capital Income in General Equilibrium with Infinite Lives," *Econometrica*, 54 (3), 607-622.
- Cremer, H. Gahvari, F. and N. Ladoux, (1998) "Externalities and Optimal Taxation," *Journal of Public Economics*, 70., 343-364.
- Fullerton, D., (1997) "Environmental Levies and Distortionary Taxation: Comment," *American Economic Review*, 87 (1), 245-251.
- Koopmans, T. C., (1960) "Stationary Ordinal Utility and Impatience," *Econometrica*, 28, 278-309.
- Koopmans, T. C., Diamond, P. A. and R. W. Williamson, (1964) "Stationary Utility and Time Perspective," *Econometrica*, 32, 82-100.
- Mohtadi, H., (1996) "Environmental, Growth, and Optimal Policy Design," *Journal of Public Economics*, 63, 119-140.
- Ramsey, F. P., (1927) "A Contribution to the Theory of Taxation," *Economic Journal*, 37, 47-61.
- Ramsey, F. P., (1928) "A Mathematical Theory of Savings," *Economic Journal*, 31, 543-559.
- Sandmo, A., (1975) "Optimal Taxation in the Presence of Externalities," *Swedish Journal of Economics*, 77, 86-98.
- World Bank, (1992) *The World Bank Development Report*, Washington, USA.