早稲田大学 産業経営研究所『産業経営』
第43号　2008年11月　pp. 35-56

非合理に見える選択行動の合理性について

佐々木　宏　夫*
佐　藤　　　歩**

要　旨

本稿では，近年行動経済学の研究者等によって存在が指摘されている，消費者等による一見すると合理性に背馳するかのように見える行動が，実は多くの場合モデルの定式化の不適切さに起因していることを指摘し，あわせてそのような一見不合理な行動が，適切な定式化の下では合理的な行動として説明されうることを明らかにした。すなわち，選択の結果のみを評価対象とする伝統的な選好でなく，選択の結果と共にそれがどのような選択肢の集合において選ばれたのかも評価対象とするように，選好が定義されるドメインを拡大することによって，一見不合理に見える行動を合理化するための基本的な枠組みが提案される。その上で，その拡大されたドメインにおける効用関数の存在が示され，さらに適切な公理の導入によって，Gul and Pesendorfer（2001）の効用表現が得られることが示される。

キーワード：合理性，選好，行動経済学，選択，無関連な対象からの独立性，帰結主義，非帰結主義，選択理論，社会選択理論，合理化

On the rationalization of some observed ‘irrational’ consumer behaviors

Hiroo SASAKI, Ayumi SATOU

Abstract

Recently some behavioral economists and experimental economists are doubtful of the traditional assumption of rationality in economic theory. That is, due to the observation of consumer behavior, it is suggested that many people may behave irrationally in the real world.

In this paper, we point out that this kind of irrationality arises because of the inadequacy of the model formulation model and we show that if the models are formulated adequately we may explain this phenomenon under the rationality assumption. That is, if preferences are defined in the extended domain where every agent is interested not only in the outcomes of choice but also in a set of alternatives in which the selection is done, then we can explain people's “irrational” behavior rationally.

In this paper, we show the existence of the utility function defined in the extended domain and propose several axioms by which Gul and Pesendorfer's (2001) utility function is obtained.

Key words: rationality, preference, behavioral economics, independence of irrelevant alternatives, consequentialism, choice theory, social choice, rationalization

＊早稲田大学商学学術院教授
＊＊産研リサーチ・プロジェクト研究協力員

1．はじめに

近年，行動経済学者や実験経済学者などによって経済主体の行動の「合理性」についての疑問が投げかけられている。たしかに人間の認知能力に限界があることや，パニックに直面した人間が衝動的行動を取りがちであることなどの事例から，人間の行動の合理性に対する疑問が芽生えるのは自然なことなのかもしれない。

ここで，「合理性」に対する問題意識を明確にさせるため，選択関数とその合理化について復習しておこう。X を潜在的であるか顕在的であるかにかかわりなく考え得るあらゆる選択対象（選択肢）の集合とする[2]。Γ を X の非空部分集合の適当な集合とする。Γ の各要素は「選択集合」または「制約条件」と呼ばれる。Γ から X への関数 c で，任意の $A \in \Gamma$ に対して，$c(A) \in A$ となるものを Γ 上の「選択関数」と言う。

【定義1. 1】 選択関数 Γ が「合理化できる」とは，X 上のある選好 R[3]が存在して，任意の $A \in \Gamma$ に対して，

$x = c(A)$ とするとき，xRy for all $y \in A$

が成り立っていることをいう。

【定義1. 2】 選択関数 $c : \Gamma \to X$ が「無関連な対象からの独立性（Independence of Irrelevant Alternatives: IIA)」を満たすとは，任意の A，$B \in \Gamma$ に対して，$A \subseteq B$ かつ $c(B) \in A$ ならば，$c(A) = c(B)$ でなければならないことを言う。

この条件は，人々の選択行動におけるある種の論理的首尾一貫性を表現したものである。これが，選択関数という「観察可能な」情報から選好を構成して，選択関数が合理化されるための必要十分条件になっている。

【定理1. 3】 Γ は，３つ以上の要素を含む X のあらゆる部分集合を含んでいるものとする。このとき，選択関数 $c : \Gamma \to X$ が合理化可能である必要十分条件は，それがIIA を満たしていることである[4]。

この定理から，無関連な対象からの独立性（IIA）が，人々の合理的行動のために観察されなければならない不可欠の現象であることがわかる[5]。しかし，人間行動を仔細に観察すると，しばしばIIA が満たされないようにみえる現象にわれわれは遭遇する。ここでは，Luce and Raiffa (1957) による古典的だが興味深い例を紹介しよう。

【例1. 4】 ある男が未知の町で夕食をとるため，レストランに立ち寄った。ウエイターがやってきて，「当店にはメニューはございませんが，今夜は2.5ドルのサーモンの照り焼きと4ドルのステーキがございます」と告げた。この男は見知った一流レストランだったなら，文句なくステーキを選んだだろう。しかし，知らない店であるので，無難な値段のサーモンを注文した。

注文直後，調理場に向かったウエイターが調理場から戻ってきて，「申し訳ございません。シェフとの打ち合わせが不十分でしたので，さきほどお伝えしそこなってしまったことがございます。本日は，先ほどご紹介した料理に加えて，カタツムリの揚げ物と蛙の足もございます。お値段はどちらも4.5ドルでございます」と案内した。

男はカタツムリの揚げ物や蛙の足よりもサーモンが好きだったので，ウエイターからそう言われてもカタツムリや蛙を注文することはなかった。しかし，彼はサーモンからステーキに注文を変更することにした。なぜなら，調理の難しいカタツムリ料理や蛙料理を提供できるということから考えて，このレストランはシェフの腕に期待できる良い店なのだろう，と判断したからであった[(6)]。（例終）

上の例において男の行動はIIAに反している。実際，$X=\{$サーモン，ステーキ，カタツムリ，蛙$\}$ としよう。$A=\{$サーモン，ステーキ$\}$ とし，$B=X$ とするならば，男の選択は，

$$c(A)=\text{サーモン},\quad c(B)=\text{ステーキ}$$

だということになる。ステーキは集合 A の要素でもあるから，これは明らかにIIAに反している。このように例1. 4における男の行動は，IIAに反している（したがって，定理1. 3から，定義1. 1の意味で「合理化できない」）という点で首尾一貫性を欠いていることになる。

しかし，その一方で例の最後に述べられた理由は，筋の通ったものと言えるではないだろうか。このように「理由付けが可能（reasonable）」な行動が，「（定義1. 1の意味で）合理化できない」がゆえに「非合理」とみなされるのはどこかおかしな感じがする。

例1. 4の最後に述べられた「理由付け」において，男はカタツムリ料理と蛙料理が選択対象の集合に含まれているかどうかをも，自分が選択するに際して享受できる「満足」を評価するに際して考慮していることがわかる。

つまり，例1. 4が見かけ上IIAに反しているようにみえるのは，選択関数から構成される選好として，選択の結果のみを評価しようとするものを考えている（つまり，X 上で定義された選好だけを考えようとしている）からではあるまいか。実際には，例1. 4の男は X の点 x のみに関心があるのではなくて，x がどのような選択集合から選ばれているのか，つまり (x, A) に関心があるのである。

換言すれば，この男の選好は，X 上で定義されているのではなくて，(x, A) を要素とする集合（これを $\tilde{X}$ と書くことにする[(7)]）上で定義されているのであろう。つまり，A と B を上に述べた集合とすれば，カタツムリ料理と蛙料理があることで，選択を変えた男の選好は

（サーモン，A）P(ステーキ，A）かつ（ステーキ，B）P(サーモン，B)[8]

だったのであろう。ドメインが X から $\tilde{X}$ に広がったときに，このような「逆転」が生じたとしても，それが彼の選好の論理的整合性に抵触することはないであろう。

本稿でわれわれは，選択結果とともに選択集合が考慮される選好について考察する。近年，この種の選好もしくは効用関数については，選択理論（choice theory）および社会選択理論（social choice theory）の双方において独立した形で研究が行われている。

まず，前者についてみておこう。Gul and Pesendorfer（2001）は，選択肢の集合[9]に対する選好を基礎にした二段階意思決定モデルを考えて，さまざまな誘惑（temptation）に対して自制（self-control）する人の行動の背後にある効用関数を導出した。

たとえば，以下のような例を考えてみよう。現役での大学受験に失敗して，X 大学の理系学部を目指して受験勉強にいそしんでいた α 氏が，「運試し」のつもりで受けた文系の Y 大学の9月入試に合格してしまったとしよう。α 氏は元来理系志望であったので，その意味では合格した Y 大学の文系学部は，彼が志望していた X 大学の理系学部と比べて，彼の選好において劣る対象だと言うことができる。

しかしながら，ここで Y 大学への入学を辞退したなら，さらに半年間つらい受験勉強をしなければならないし，そもそもそうやって受験勉強をやったとしても半年後に第1志望の大学に合格する保証はない。このような状況下で，α 氏が「このまま Y 大学にはいってしまおう」という誘惑に駆られても不思議ではない。しかし，もし彼が自制心に富んだ人であるならば，たとえ一時の誘惑に駆られることがあったとしても，初志貫徹を図ろうとするだろう。

自制を保つために彼は，一定の（主観的な）コストを負担せざるを得ないだろう。「自制のためのコスト」の中核を成すのは，「誘惑」がもたらすであろう便益を失うことによって生じる機会費用である。α 氏が誘惑に負けてしまうか，はたまた自制を保つことができるかは，ひとえに「自制のためのコスト」の多寡にかかっているのである。

α 氏にとって誘惑がもたらす便益は，「半年後に受験した場合に避けられないリスクを回避できる」ことや，「つらい受験勉強を終えて，ただちに楽しい大学生活が送れる」といったことから生じるものである。一方，彼が X 大学の理系学部を目指すのは，そこに入学することによって彼が希望するキャリアパスを描けるからであろう。つまり，「誘惑」はたしかに彼に喜び（効用の増大）をもたらすが，それは「キャリアパスを描く」という，彼が受験する本来の目的にとって副次的なものでしかないと言えるだろう。このような副次的便益の喪失が，α 氏にとっての自制のコストなのである。

α 氏が今直面している選択対象の集合（この中には Y 大学の文系学部も含まれている）を A としよう。集合 A から彼が選んだ選択肢が x だったとする。彼が必ずしも x に一致しない選択肢 $y\,(\in A)$ を選んだときに，副次的な喜び（誘惑）から得られる効用を $v\,(y)$ と書くことにしよう。彼がもっとも誘惑の大きな選択肢を選んだときに得られる効用は，$\max_{y \in A} v(y)$ であるから，誘惑

を振り切って彼が選択肢 x を選んだ場合，彼は $\max_{y\in A} v(y)$ の便益獲得の機会を捨てて，その代わりに $v(x)$ の便益を得たことになる。

つまり，α 氏は誘惑を振り切ることによって，正味で $\left\{\max_{y\in A} v(y)-v(x)\right\}$ の効用を失うことになる。これが α 氏の自制のためのコストだと考えることができる(10)。

一方，$w(x)$ で α 氏の本来の目標達成がもたらす効用を表すことにすれば，彼は自制を保つことによって，結局

$$w(x)-\left\{\max_{y\in A} v(y)-v(x)\right\}=w(x)+v(x)-\max_{y\in A} v(y)$$

という効用を獲得することになる。これを $U(x, A)$ と書くことにすると，Gul and Pesendorfer (2001) の効用関数

$$U(x, A)=w(x)+v(x)-\max_{y\in A} v(y) \tag{1.1}$$

が得られることになる。本稿では，社会選択理論の研究において主に用いられている一段階意思決定モデルにおいて，(1. 1)式で表されている Gul and Pesendorfer (2001) の効用関数がどのような公理によって導出されるのかを考える。

次に社会選択理論の領域では，選択の結果のみを問題にする「帰結主義 (consequentialism)」と結果が生じた過程や選択に際しての選択肢の多寡を問題にする「非帰結主義 (nonconsequentialism)」を統一的に取り扱い，いかなる公理の下で帰結主義的選好や非帰結主義的選好が生じるのか，といった研究のために，選択結果と選択集合の組 (x, A) の集合を一般的な選択肢とする枠組みが用いられている(11)。

ところで，(1. 1)式に表されている Gul and Pesendorfer (2001) の効用関数の背後にある選好は，選択集合に関して単調減少になっている(12)。これは，選択肢が増えるにしたがって，誘惑を受けたり（ある選択肢を選ばなかったことを）後悔したりする可能性が高まるので，自制のコストが大きくなるからである。それに対して，社会選択理論では選択集合の増大は人の潜在的可能性の増大(13)を意味するだろうから，むしろ選好は選択集合に関して単調増加になるものと思われる。

本稿においてわれわれが導入する選好は，単調増加，単調減少，およびどちらでもない場合のいずれとも両立する。たとえば，ある程度選択集合が大きくなるまでは潜在的可能性の高まりが単調増加性をもたらし，その後は認知能力の限界によって単調減少になるといった選好も取り扱うことができる。その意味でわれわれの選好は一般性を持つのである。

本稿は，８つの節から成っている。第２節では基本的なモデルが提示され，第３節では一般的な効用関数の存在が示される。第４節から第７節まででは，選好に対して追加的な公理が導入され，それらによって最終的に Gul and Pesendorfer (2001) の効用表現（(1. 1)式）が得られることが示される。第８節は結語である。

2．モデル

この節では，本稿において用いるモデルを構築し，基本的な仮定を提示する。まず，n 種類の財[14]があるものとする。R^n を n 次元ユークリッド空間とするとき，R^n の部分集合 X を消費可能性集合とする。（より一般的には，X は選択の可能な帰結の集合と考えてもよい。）集合 X は，R^n の空でない閉凸集合とする。X のあらゆる部分集合の集合を 2^X と書くことにする。X のあらゆる非空コンパクト部分集合の集合を C とする。すなわち，$C=\left\{A\in 2^X \middle| A\text{は非空かつコンパクト}\right\}$ である。

集合 X にはユークリッド距離を入れ，C にはハウスドルフ距離 d_H を入れる。ハウスドルフ距離は，以下のように定義される。すなわち，任意の $A, B\in C$ に対して，

$$d_H(A,B)=\max\left\{\sup_{a\in A}\inf_{b\in B}\|a-b\|, \sup_{b\in B}\inf_{a\in A}\|a-b\|\right\}$$

で定義される距離がハウスドルフ距離である（なお，$\|\bullet\|$ はユークリッド・ノルムである）。d_H が距離の公理をすべて満たすことは，よく知られた事実である。$X\times C$ に，ユークリッド距離とハウスドルフ距離の直積距離を入れる。この直積距離を d と書くことにする。

ここで，$\tilde{X}=\left\{(x,A)\in X\times C \middle| x\in A\right\}$ とする。本稿において選好が定義されるドメインが $\tilde{X}$ である。

次にドメイン $\tilde{X}$ 上の選好を定義する。

【定義2. 1】 次の条件を満たす $\tilde{X}$ 上の２項関係 R を「選好」と呼ぶ。

(1)　完全性：任意の $(x,A),(x',A')\in\tilde{X}$ に対して，$(x,A)R(x',A')$ または $(x',A')R(x,A)$ が成り立つ。

(2)　推移性：任意の $(x,A),(x',A'),(x'',A'')\in\tilde{X}$ に対して，もし $(x,A)R(x',A')$ かつ $(x',A')R(x'',A'')$ が成り立つなら，$(x,A)R(x'',A'')$ である。

(3)　連続性：任意の $(x,A)\in\tilde{X}$ に対して，集合

$$\left\{(x',A')\in\tilde{X} \middle| (x',A')R(x,A)\right\}$$

および

$$\left\{(x',A')\in\tilde{X} \middle| (x,A)R(x',A')\right\}$$

は，共に $\tilde{X}$ の（距離 d による）閉集合である。

(4)　局所的非飽和性：任意の $(x,A)\in\tilde{X}$ と任意の $\varepsilon>0$ に対して，

$d((x,A),(x',A'))<\varepsilon$　かつ　$(x',A')\,P\,(x,A)$[15]

なる $(x',A')\in\tilde{X}$ が存在する。特に $x\in \mathrm{Int}\,A$[16]であるときには，

$d\,((x, A), (x', A)) < \varepsilon$ かつ $(x', A)\; P\; (x, A)$

なる $(x', A) \in \tilde{X}$ が存在する。

3．効用表現の存在

この節では，前節で定義した選好が効用表現（効用関数）を持つことを示す。まず，効用表現について定義する。

【定義3. 1】 $\tilde{X}$ 上の任意の選好 R に対して，

$(x, A)\; R\; (x', A') \Leftrightarrow U(x, A) \geqq U(x', A')$ for all (x, A) and $(x', A') \in \tilde{X}$

なる $\tilde{X}$ 上の実数値関数 U を，選好 R の「効用表現」（あるいは，「効用関数」）と呼ぶ。

【定理3. 2（効用表現の存在）】 $\tilde{X}$ 上の選好 R が定義2. 1の条件を満たすならば，その効用表現 $U(x, A)$ が存在する。

（証明）Debreu（1959）第４章の効用関数の存在定理は，選好が定義される領域が可分で連結な位相空間ならば，連続性の仮定の下で成り立つ。付録の【補題 A. 3】より，$\tilde{X}$ は可分で連結だから，Debreu の定理から効用関数が存在する。（証明終）

4．表現定理(1)：独立性

この節では，定理3. 2で存在が示された $\tilde{X}$ 上の選好 R に公理を追加することで，効用表現 $U(x, A)$ が結果に対する効用表現 $v(x)$ を用いて，任意の $(x, A) \in \tilde{X}$ に対して，

$U(x, A) = W(v(x), \mathrm{A})$

と表されることを示す。

【公理（独立性）】 任意の $x, x' \in X$ と $A, A' \in C$ に対して，$x, x' \in A$ かつ $x, x' \in A'$ とする。このとき，

$(x, A)\; \mathrm{R}\; (x', A) \Leftrightarrow (x, A')\; R\; (x', A')$

である。

この公理は，選択結果（消費ベクトル）に関する無差別曲線の形状は，選択集合とは独立であることを主張している。ただし，この公理を前提にしても，効用の「水準」は選択集合の形状に依存することに注意すべきである。

この公理を前提にすると，選択結果について分離した効用表現が得られる。次の定理（独立性公理の下での表現定理）は，そのことを主張している。

【定理4. 1】$\tilde{X}$上の選好Rは，定義2. 1の条件(1)～(4)を満たすものとする。このとき，関数$v: X \to \Re$と第1変数について単調増加な関数$W: \Re \times C \to R \cup \{-\infty\}$が存在して，選好$R$の効用表現$U(x, A)$が

$$U(x, A) = W(v(x), A)$$

と表されるための必要十分条件は，選好Rが独立性公理を満たすことである。

（証明）【十分性】選好Rは独立性公理を満たすものとする。Rに対して，X上の二項関係R_Xを次のように定義する。

$$R_X = \left\{(x, x') \in X \times X \,\middle|\, \exists A \quad s.t. \quad x, x' \in A \quad and \quad ((x, A), (x', A)) \in R\right\}$$

「独立性」から，上述の定義においてAのとり方に依存せずにR_Xの各元は定義されるから，R_Xはwell-definedである。

次にR_XがX上の選好関係であることを示すことにする。

まず，完全性であるが，任意の$x, x' \in X$に対して，xとx'は共にn次元のベクトルであるから十分大きな有界閉集合Aをとれば，$x, x' \in A$とできる。Rが選好であることから，Rの完全性より，$(x, A)\, R\, (x', A)$または$(x', A)\, R\, (x, A)$が成り立っている。前者の場合には，xR_Xx'となるし，後者の場合には$x'R_Xx$となる。

次に，推移性を示す。任意の$x, x', x'' \in X$に対して，xR_Xx'かつ$x'R_Xx''$とする。R_Xの定義より，ある$A, A' \in C$が存在して，$x, x' \in A$，$x', x'' \in A'$，かつ

$$(x, A)\, R\, (x', A) \quad かつ \quad (x', A')\, R\, (x'', A')$$

となる。AとA'はユークリッド空間上のコンパクト（有界閉）集合だから，両者を含む十分大きなコンパクト集合A''をとることができる。当然，$x, x', x'' \in A''$であり，「独立性」より，

$$(x, A'')\, R\, (x', A'') \quad かつ \quad (x', A'')\, R\, (x'', A'')$$

である。Rの推移性から，

$$(x, A'')\, R\, (x'', A'')$$

となるので，R_Xの定義から，

$$xR_Xx''$$

を得る。以上より推移性も示された。

二項関係R_XはX上の選好になることがわかった。連続性はRの連続性から明らかである。また，Rが局所的非飽和なら，R_Xも局所的非飽和になることを簡単に示せるので，選好R_Xの効用表現$v: X \to R$が存在することがわかる（Debreu（1959））。

次に，関数$W: \Re \times C \to \Re \cup \{-\infty\}$を次のように定義する。任意の$a \in \Re$と$A \in C$に対して，

$$W(a, A) = \begin{cases} U(x^*, A) & if \ \ \exists x^* \in A \ \ s.t. \ \ a = v(x^*) \\ -\infty & otherwise \end{cases}$$

とする。W が well-defined であるためには，W の定義は x^* の取り方に依存しないことを示す必要がある。さて，任意の $a \in \Re$ と $A \in C$ に対して，$a = v(x^*)$ なる $x^* \in A$ と $a = v(x^{**})$ なる $x^{**} \in A$ があったとしよう。$v(x^*) = v(x^{**})$ であり，v は選好 R_X の効用表現だから，x^* と x^{**} は無差別である。したがって，R_X の定義から，選好 R に関して，(x^*, A) と (x^{**}, A) も無差別である。よって，$U(x^*, A) = U(x^{**}, A)$ となる。これは，$W(a, A)$ が x^* の取り方に依存せず定義されていることを意味している。

任意の $(x, A) \in \tilde{X}$ に対して，

$$U(x, A) = W(v(x), A)$$

となることは W の定義から明らかである。

【必要性】 選好 R は，$U(x, A) = W(v(x), A)$ と表現されるものとする。関数 W は，第1変数に関して単調増加だから，任意の $(x, A), (x', A) \in \tilde{X}$ に対して，

$$(x, A)\ R\ (x', A) \quad \Leftrightarrow \quad v(x) \geqq v(x')$$

である。ここで，任意の $x, x' \in X$ と $A, A' \in C$ に対して，$x, x' \in A$ かつ $x, x' \in A'$ とする。このとき，

$$(x, A)\ R\ (x', A) \Leftrightarrow W(v(x), A) \geqq W(v(x'), A) \Leftrightarrow W(v(x), A') \geqq W(v(x'), A')$$
$$\Leftrightarrow (x, A')\ \mathrm{R}\ (x', A')$$

である。よって，独立性公理が満たされている。(証明終)

5．表現定理(2)：移動不変性と双独立性

前節では，選択の帰結を分離するための条件について述べたが，ここでは選択集合を分離するための条件を提起する。そのためにまず，記号を導入する。

【定義5. 1】 任意の $a \in R^n$ と任意の $A \in C$ に対して，

$$a + A = \left\{ a + x \middle| x \in A \right\}$$

と書く。このとき，「$a + A$ は，集合 A を a で平行移動して得られた集合である」と言われる。

次の公理は，選択集合が平行移動しても上の嗜好が不変に保たれることを主張している。

【公理（移動不変性）】 (1) 任意の $(x, A) \in \tilde{X}$ と任意の $a \in R^n$ に対して，$(x, a + A) \in \tilde{X}$ であるならば，

$$(x, A)\ I\ (x, a+A)$$

である。

(2) 任意の $(x, A), (x, A') \in \tilde{X}$ と任意の $a \in R^n$ に対して,

$$(x, A)\ R\ (x, A') \Leftrightarrow (x+a, a+A)\ R\ (x+a, a+A')$$

である。

【定理5. 2】 R は効用関数の存在に必要なすべての条件を満たし，さらに「移動不変性」を満たしているものとする。$X=R^n$ とする。このとき，ある関数 $\lambda : C \to R$ と $W: X \times R \to R \cup \{-\infty\}$ が存在して，選好 R の効用表現 $U(x, A)$ は

$$U(x, A) = W(x, \lambda(A))$$

と表される。

（証明）$x_0 \in \mathrm{Int}\ X$ を任意に取って固定する。関数 $\lambda : C \to R$ を次のように定義する。任意の $A \in C$ に対して，もし $x_0 \in A$ ならば，

$$\lambda(A) = U(x_0, A)$$

と定義し，$x_0 \notin A$ ならば，任意に固定した $x \in A$ に対して，$a = x - x_0$ と置くときに，

$$\lambda(A) = U(x_0, A-a)$$

と定義する。$x_0 \notin A$ のとき，$\lambda(A)$ は x の取り方によらないことを示す。$x, x' \in A$ とする。ここで，

$$a = x - x_0 \quad かつ \quad a' = x' - x_0$$

とする。このとき，

$$a' = x' - x_0 = x' - x + x - x_0 = (x' - x) + x - x_0 = (x' - x) + a$$

であるから，移動不変性公理の条件(1)より，

$$(x_0, A-a') = (x_0, A-(x'-x)-a)\ I\ (x_0, A-a)$$

である。つまり，

$$U(x_0, A-a') = U(x_0, A-a')$$

なので，$\lambda(A)$ は x の取り方によらないことがわかった。

次に，任意の $x \in X$ と任意の実数 k に対して，$W(x, k)$ を次のように定義する。

$$W(x, k) = \begin{cases} U(x, A^*) \ \ if \ \ \exists (x, A^*) \in \tilde{X} \ \ s.t. \ \ k = \lambda(A^*) \\ -\infty \ \ otherwise \end{cases}$$

このとき，$k = \lambda(A)$ であるような A の取り方に依存せず $W(x, k)$ が定義されることを示す。任意の $(x, A), (x, A') \in \tilde{X}$ に対して，$\lambda(A) = \lambda(A') = k$ とする。

$$a = x - x_0 \quad （すなわち，x = a + x_0）$$

とするときに，λ の定義から，

$$k = U(x_0, A - a) = U(x_0, A' - a)$$

である。つまり，

$$(x_0, A - a)\ I\ (x_0, A' - a) \qquad (*)$$

である。ここで移動不変性公理の条件(2)から，(*)式は

$$(x_0 + a, A - a + a)\ I\ (x_0 + a, A' - a + a) \quad \Leftrightarrow \quad (x, A)\ I\ (x, A')$$

である。したがって，

$$U(x, A) = U(x, A')$$

となるので，A の取り方によらないことがわかった。

以上より，

$$U(x, A) = W(x, \lambda(A)) \qquad \text{for all } (x, A) \in \tilde{X}$$

が示されたことになる。(証明終)

【定義5. 3】 $\tilde{X}$ 上の選好 R に対して，ある関数 $v : X \to R$, $\lambda : C \to R$, および $W : R^2 \to R \cup \{-\infty\}$ が存在して，選好 R の効用表現 $U(x, A)$ が

$$U(x, A) = W(v(x), \lambda(A))$$

と表されるときに，この効用表現は「双独立性」を満たしていると言う。

【系】 R は効用関数の存在に必要なすべての条件を満たし，さらに「独立性」と「移動不変性」を満たしているものとする。$X = R^n$ とする。このとき，選好 R は双独立な効用表現を持つ。

(証明) 定理4. 1と定理5. 2から明らか。(証明終)

定理4. 1で見たように，独立性は所望の性質に対する必要十分条件になっているが，定理5. 2の移動不変性は，所望の効用表現に対する十分条件にすぎず，残念ながら必要十分条件になっていない。また，この定理において $X = R^n$ という仮定も強い。ここではもう少し一般的な十分条件を与える。

【定理5. 4】 R は効用関数の存在に必要なすべての条件 (すなわち，定義2. 1の条件(1)～(4)) を満たしているものとする。このとき，ある関数 $\lambda : C \to R$ と最後の変数について単調増加な関数 $W : X \times R \to R \cup \{-\infty\}$ が存在して，選好 R の効用表現 $U(x, A)$ が

$$U(x, A) = W(x, \lambda(A))$$

と表されるための十分条件は，C 上の同値関係～が存在して，以下の(i)から(iii)までを満たすことである。

(i) 任意の $(x, A), (x, B) \in \tilde{X}$ に対して，

$A \sim B \quad \Leftrightarrow \quad (x, A)\, I\, (x, B)$

(ii) 任意の $(x, A), (x, B), (x', A'), (x', B') \in \tilde{X}$ に対して，$A \sim A'$ かつ $B \sim B'$ ならば，

$(x, A)\, R\, (x, B) \Leftrightarrow (x', A')\, R\, (x', B')$

(iii)「任意の $A \in C$ に対して，$A' \sim A$ かつ $x_0 \in A'$ である $A' \in C$ が存在する」ような $x_0 \in X$ が存在する。

（証明）x_0に対して，関数$\lambda : C \to R$ を次のように定義する。任意の $A \in C$ に対して，もし $x_0 \in A$ ならば，

$\lambda(A) = U(x_0, A)$

と定義し，$x_0 \notin A$ ならば，条件(iii)で得られた A' を用いて，

$\lambda(A) = U(x_0, A')$

と定義する。$x_0 \notin A$ のとき，$\lambda(A)$ は A' の取り方によらないことを示す。A' と A'' を $A' \sim A$, $A'' \sim A$ かつ $x_0 \in A'$，$x_0 \in A''$ なる集合とする。このとき，$A' \sim A'' \sim A$ だから，条件(i)より，

$(x_0, A')\, I\, (x_0, A'')$

であるから，

$U(x_0, A') = U(x_0, A'')$

なので，$\lambda(A)$ は A' の取り方によらないことがわかった。

次に，任意の $x \in X$ と任意の実数 k に対して，$W(x, k)$ を次のように定義する。

$$W(x, k) = \begin{cases} U(x, A^*) & if \quad \exists (x, A^*) \in \tilde{X} \quad s.t. \quad k = \lambda(A^*) \\ -\infty & otherwise \end{cases}$$

このとき，$k = \lambda(A)$ であるような A の取り方に依存せず $W(x, k)$ が定義されることを示す。任意の $(x, A), (x, B) \in \tilde{X}$ に対して，$\lambda(A) = \lambda(B) = k$ とする。A' と B' を $A' \sim A$，$A' \sim B$ かつ $x_0 \in A'$, $x_0 \in B'$ なる集合とする。λ の定義から，

$k = U(x_0, A') = U(x_0, B')$

である。つまり，

$$(x_0, A')\, I\, (x_0, B') \tag{5. 1}$$

である。条件(ii)から，(5. 1)式は

$(x_0, A')\, I\, (x_0, B') \quad \Leftrightarrow \quad (x, A)\, I\, (x, B)$

である。したがって，

$U(x, A) = U(x, B)$

となるので，A の取り方によらないことがわかった。

以上より，

$U(x, A) = W(x, \lambda(A)) \qquad \text{for all } (x, A) \in \tilde{X}$

が示されたことになる。(証明終)

6．表現定理(3)：単調性と代表点公理

この節では，Gul and Pesendorfer (2001) が提案した効用関数（(1. 1)式）を実現させるための追加的公理を与える。

【定義6. 1】（1）$\tilde{X}$ 上の選好 R に対して，任意の A，$A' \in C$ と任意の x に対して，$x \in A \subseteq A'$ であるときに，

$$(x, A)\ R\ (x, A')$$

と必ずなるならば，選好 R は単調減少であるという。

（2）$\tilde{X}$ 上の選好 R に対して，任意の A，$A' \in C$ と任意の x に対して，$x \in A \subseteq A'$ であるときに，

$$(x, A')\ R\ (x, A)$$

と必ずなるならば，選好 R は単調増加であるという。

（3）$\tilde{X}$ 上の選好 R が単調増加または単調減少であるときに，単調であると言われる。

次の公理は，選好が定理5. 2または定理5. 4で与えた十分条件を満たしていて，選択集合の「効用」が関数 $\lambda(\cdot)$ で表されるときに，任意の選択集合の効用がその集合の中の１つの点によって代表されることを意味している。

【公理（代表点）】 選好 R が $W(x, \lambda(A))$ なる効用表現を持つときに，任意の $A \in C$ に対して，

$$\lambda(\{x^*\}) = \lambda(A)$$

なる $x^* \in A$ が必ず存在する。

【定理6. 2】（1）$\tilde{X}$ 上の選好 R は定理5. 2（または定理5. 4）の条件を満たし，さらに単調減少だとする。このとき，関数 $g: X \to R$ が存在して，任意の $A \in C$ に対して，

$$\lambda(A) = \min_{x \in A} g(x)$$

と表されるための必要十分条件は，λ が代表点をもつことである。

（2）$\tilde{X}$ 上の選好 R は定理5. 2（または定理5. 4）の条件を満たし，さらに単調増加であるとする。このとき，関数 $g: X \to R$ が存在して，任意の $A \in C$ に対して，

$$\lambda(A) = \max_{x \in A} g(x)$$

と表されるための必要十分条件は，λ が代表点をもつことである。

（証明）(1)［十分性］ 関数$g:X\to R$を任意の$x\in X$に対して，

$$g(x)=\lambda(\{x\})$$

と定義する。この関数gについて，ある$A\in C$について，

$$\lambda(A)\neq\min_{x\in A}g(x) \tag{6.1}$$

と仮定する。$\#A>1$である。単調減少性から，任意の$A\in C$と任意の$x\in A$に対して，

$$g(x)=\lambda(\{x\})\geqq\lambda(A)$$

であるから，これと連続性から，

$$\min_{x\in A}g(x)\geqq\lambda(A)$$

でなければならない。よって，(6.1)式より，

$$\min_{x\in A}g(x)>\lambda(A) \tag{6.2}$$

である。一方，代表点の公理から，ある$x^*\in A$が存在して，

$$\lambda(A)=\lambda(\{x^*\})=g(x^*)$$

である。これと（6.2）式から，

$$\lambda(A)\geqq\min_{x\in A}g(x)>\lambda(A)$$

を得る。矛盾が得られた。

［必要性］Aを任意の集合とする。

$$x^*=\arg\min_{x\in A}g(x)$$

とする。仮定より，

$$\lambda(\{x^*\})=\min_{x\in\{x^*\}}g(x)=g(x^*) \tag{6.3}$$

である。さらに，

$$\lambda(A)=\min_{x\in A}g(x)=g(x^*) \tag{6.4}$$

だから，(6.3)式と(6.4)式から，

$$\lambda(\{x^*\})=\lambda(A)$$

を得る。

(2)［十分性］ 関数$g:X\to R$を任意の$x\in X$に対して，

$g(x) = \lambda(\{x\})$

と定義する。この関数 g について，ある $A \in C$ について，

$$\lambda(A) \neq \max_{x \in A} g(x) \tag{6.5}$$

と仮定する。$\#A > 1$ である。単調増加性から，任意の $A \in C$ と任意の $x \in A$ に対して，

$g(x) = \lambda(\{x\}) \leqq \lambda(A)$

であるから，これと連続性から，

$$\max_{x \in A} g(x) \leqq \lambda(A)$$

でなければならない。よって，(6.5)式より，

$$\max_{x \in A} g(x) < \lambda(A) \tag{6.6}$$

である。一方，代表点の公理から，ある $x^* \in A$ が存在して，

$\lambda(A) = \lambda(\{x^*\}) = g(x^*)$

である。これと（6.6）式から，

$$\lambda(A) \leqq \max_{x \in A} g(x) < \lambda(A)$$

を得る。矛盾が得られた。

［必要性］A を任意の集合とする。

$$x^* = \arg\max_{x \in A} g(x)$$

とする。仮定より，

$$\lambda(\{x^*\}) = \max_{x \in \{x^*\}} g(x) = g(x^*) \tag{6.7}$$

である。さらに，

$$\lambda(A) = \max_{x \in A} g(x) = g(x^*) \tag{6.8}$$

だから，(6.7)式と(6.8)式から，

$\lambda(\{x^*\}) = \lambda(A)$

を得る。(証明終)

【注意】 $\max_{x \in A} g(x)$ は，単調減少の場合には，Gul and Pesendorfer（2001）の効用関数 $U(x, A) = w(x) + v(x) - \max_{y \in A} v(y)$ における「副次的属性の機会費用」である $-\max_{y \in A} v(y)$ に相当する。同様

に考えると，単調増加の場合には，機会の増大が効用の増加につながるから，$\max_{x\in A} g(x)$は「副次的属性の機会利益」とでも解することができる。

7．表現定理(4)：基数性

この節では，独立性を仮定して得られる効用表現 $W(v(x), A)$ において，さらにある種の基数性を仮定したときにどういう効用表現が得られるのかを考える。この節で考える「基数性」とは，選択結果の集合 X 上で定義される効用関数 v が「効用の数値の差の大小に意味がある」という意味で基数的なものであり，さらに効用関数 $W(v, A)$ は A を所与としたときに，「効用の差を保存する」という意味での基数性を持っている場合である。

【公理（基数性）】 効用表現 $W(v, A)$ は，A が与えられているときに v の効用の差の大小関係を維持する。すなわち，任意の $v_4 \geqq v_3$ $v_2 \geqq v_1$に対して，

$$v_4 - v_3 \geqq v_2 - v_1 \quad \Leftrightarrow \quad W(v_4, A) - W(v_3, A) \geqq W(v_2, A) - W(v_1, A)$$

である。

【定理7. 1】 選好 R が，定義2. 1の条件(1)から(4)と独立性公理を満たしているものとする。このとき，効用表現 $W(v, A)$ が基数性公理を満たすための必要十分条件は，選好 R の効用表現 $U(x, A)$ が，

$$U(x, A) = v(x) \bullet \varphi(A) + \lambda(A)$$

という形で表されることである。

（証明）［必要性］基数性公理の下では，特に

$$v_4 - v_3 = v_2 - v_1 \quad \Leftrightarrow \quad W(v_4, A) - W(v_3, A) = W(v_2, A) - W(v_1, A)$$

が成立する。したがって，任意の正数 a と任意の v,v’ に対して，

$$W(v + a, A) - W(v, A) = W(v' + a, A) - W(v', A)$$

となる。そこで，

$$\frac{W(v + a, A) - W(v, A)}{a} = \frac{W(v' + a, A) - W(v', A)}{a} \tag{7. 1}$$

が成立することになる。(7. 1)式から，$W(\bullet, A)$ は所与の A のもとで右上がりの直線でなければならない。したがって，$W(\bullet, A)$ は，A に依存して決まるパラメータ $\varphi(A)$ と $\lambda(A)$ を用いて，

$$W(v, A) = v \bullet \varphi(A) + \lambda(A)$$

と表されることになる（ただし，$\varphi(A) > 0$ for all $A \in C$ である）。

したがって，R の効用表現 $U(x, A)$ は，

$$U(x, A) = v(x) \bullet \varphi(A) + \lambda(A) \tag{7. 2}$$

となる。

［十分性］明らか。（証明終）

【系】（1）$\tilde{X}$上の選好Rは，独立性と定理5.2（または定理5.4）の条件を満たしているものとする。このとき，さらに効用表現$W(v, A)$が基数性公理を満たしているならば，選好Rの効用表現$U(x, A)$は，

$$U(x, A) = a \bullet v(x) + \lambda(A)$$

という形で表される。ただし，$a > 0$は定数である。

（2）(1)の条件に加えて，代表点の公理と単調減少性が満たされているならば，ある関数$g : X \to R$によって，

$$U(x, A) = a \bullet v(x) + \min_{x \in A} g(x)$$

と表される。

（3）(1)の条件に加えて，代表点の公理と単調増加性が満たされているならば，ある関数$g : X \to R$によって，

$$U(x, A) = a \bullet v(x) + \max_{x \in A} g(x)$$

と表される。

【注意】上記(2)で示した効用関数は，Gul and Pesendorfer（2001）が与えた効用関数と基本的には同じである。

8．結語

本稿でわれわれは，選択結果だけでなく「選択の可能性」（選択集合）もまた好ましさの評価対象になるようなドメイン$\tilde{X}$における選好を定義し，その選好の効用表現の存在と性質を明らかにした。「はじめに」で述べたように，経済学が伝統的に想定してきた経済主体の合理性の仮定は，近年行動経済学者や実験経済学者からの批判にさらされている。しかし，これについて批判をするのは容易であるが，その一方で合理性に代わる有効な行動仮説が示されているのかというと，必ずしもそうではないようにも思える。

本稿の議論から示唆されることは，一見すると非合理に見える経済主体の行動が，実は合理的な行動として説明しうるということである。序論の例1.4はまさにそのような「一見すると非合理に見える」行動の例であった。しかし，この例における男の行動が非合理であるかのように見えたのは，実は定式化の不適切さに由来していたのである。この男は「何を食べるか？」という

選択の結果だけでなく,「何を選べるのか？」ということをも気にしつつ意思決定をする人であったにもかかわらず，選択の結果だけで最適化するような定式化をしてしまったことが，彼の行動が一見すると非合理に見えた理由なのである。

実験結果や現実社会で起きる特殊な事例にもとづいて,「現実社会での人間行動は合理的でない」と批判するのは簡単である。しかし，合理性に代わる「対案」が提案されない限り，その種の批判は不毛なものにならざるを得ないだろう。そういった不毛な批判に時間をかけるよりも，なぜそういう現象が観察されたのかを冷静に検討した上で，モデルの不備をおぎない，合理性の枠組みの中でそういう「一見非合理に見える」行動を説明する余地がないのかを検討する方がより建設的であろう。

最後に，本稿で考察された選好がどのような現象を説明しうるかについて，いくつかを例示したい。まず，最初に選択肢の増加が効用を引き下げるケースの例を述べ，続いて選択肢の増加が効用を引き上げる例を述べる。

【選択肢の増加が効用を引き下げる例】

1．入居しなかったマンションがもたらす後悔

ある人が，駅から徒歩12分の新築マンションを買った。彼は，購入に際して候補となるいくつかのマンションを見比べて，このマンションを購入した。最後まで考えたのは，駅前のやや狭い物件だった。価格はほぼ同じだったが，間取りや広さ，あるいは子育てのための環境において現在のマンションが優れていると考えて，駅前の物件は購入しなかった。しかし，深夜疲れて帰宅するときに，駅からの徒歩12分は苦痛である。駅前マンションを買わなかったことの後悔がつのるのは，そういうときである。

この例では間取り，広さ，環境が彼の効用に影響を与える主要因であるが，駅からの距離は副次的要因として，彼に不効用をもたらしているとみなすことができる。

2．フリーターの増加

近年，大学等を卒業しても定職に就かず，アルバイト等で生計をたてるいわゆるフリーターが増加している。これまでの日本社会では,「大人になったら，ちゃんとした会社で定年まで働くものだ」といった暗黙の社会的合意が存在していて，それが多くの新卒者の行動を規制していた。しかし，そのような社会的規制が緩和され，新卒予定者の行動の自由度が拡大した現状は，彼らの卒業後の選択肢の数を増加させることになっただろう。しかし，選択肢の数の増加は，後悔の可能性を増やし，さまざまな職種への目移りをはなはだしくさせることにつながる。後悔することを回避し，当面の仕事を確保するために，フリーターは良いポジションと言えるかもしれない。このように，仕事に関する選択肢の増加が，フリーターを増加させるという帰結をもたらしたのかもしれない。

【選択肢の増加が効用を引き上げる例】

不人気ゼミの存在意義

どこの大学でも学生数や応募者が非常に少ない，いわゆる不人気ゼミや不人気研究室は少なくないだろうが，近年の学校経営の効率化を目指す流れの中で，これらの不人気ゼミや，研究室に対する風あたりは強まるばかりである。しかし，ゼミや研究室を選択する学生にとって，自分が選択しうるゼミ等の数が多いことは，より自分の適性にあった進路決定のために望ましいことだろう。しかし，それだけでなく，選択しうるゼミ等の数が多いことは，「私は名門ゼミに所属している」等の満足感を求めてゼミ等を選ぼうとする学生にとって，自分の所属ゼミの「名門性」を自己満足的に確認する手段になるという点でも，彼らの効用の増大に貢献するだろう。このような意味において，ゼミ等の選択における選択肢の数量的増加は，学生の効用に正の追加的効果をもたらし得るのであるので，そのような不人気ゼミ・研究室の存在それ自体が，学生の厚生を改善させるために役立つのである。

【付録】 ハウスドルフ距離空間の性質

【補題 A. 1】 空間 (C, d_H) は，可分な距離空間である。

（証明）Q をあらゆる有理数の集合とするときに，集合 Λ を

$$\Lambda = \left\{ (q_1, q_2, \cdots, q_n) \in X \middle| q_1 \in Q, q_2 \in Q, \cdots, q_n \in Q \right\}$$

と定義する。Λ は可算集合である。任意の自然数 $i = 1, 2, 3, \cdots$ に対して，C の部分集合 A_i を次のように定義する。

$$A_i = \left\{ \{a_1, a_2, \cdots, a_i\} \middle| a_1 \in \Lambda, \cdots, a_i \in \Lambda \text{ かつ } a_k \neq a_j (if \quad k \neq j) \right\}$$

つまり A_i は Λ の i 個の点から成る集合の集合である。さらに Λ は可算であるから，A_i も可算であることに注意する。ここで，

$$\Omega = \bigcup_{i \in N} A_i$$

とおく。各 A_i が可算だから，Ω も可算集合である。最後に Ω が C で稠密であることを示せば証明は終わる。

そのために任意の $F \in C$ を取る（つまり，F は X のコンパクト部分集合である）。任意の $\varepsilon > 0$ を取って固定する。$N(a, \varepsilon)$ を半径 ε の開球とするとき，

$$\left\{ N(a, \varepsilon) \middle| a \in \Lambda \right\}$$

を考える。X は可分だから，これは X の開被覆になっている。

$$F \subseteq \bigcup_{a \in \Lambda} N(a, \varepsilon)$$

であり，F はコンパクトだから，有限個の $N(a_1, \varepsilon), N(a_2, \varepsilon), \cdots, N(a_k, \varepsilon)$ によって，

$$F \subseteq \bigcup_{t=1}^{k} N(a_t, \varepsilon)$$

とできる。ここで特に $a_1, a_2, \cdots, a_k$ は各 $t = 1, 2, \cdots, k$ に対して，

$$F \cap N(a_t, \varepsilon) \neq \phi$$

となるように取っておく。

$$K = \{a_1, a_2, \cdots, a_k\}$$

とすると，

$$K \in A_k \subseteq \Omega$$

である。ここで集合 K と集合 F のハウスドルフ距離を求めてみる。各 $t = 1, 2, \cdots, k$ に対して，$F \cap N(a_t, \varepsilon) \neq \phi$ で，$N(a_t, \varepsilon)$ の半径は ε だから，任意の $a \in K$ について，

$$\inf_{b \in F} \|a - b\| < \varepsilon$$

である。したがって，K が有限集合であることから，

$$\sup_{a \in K} \inf_{b \in F} \|a - b\| < \varepsilon$$

を得る。一方，$N(a_t, \varepsilon)$ の半径は ε であり，$\{N(a_1, \varepsilon), N(a_2, \varepsilon), \cdots, N(a_k, \varepsilon)\}$ が集合 F の被覆であることから，

$$\sup_{a \in F} \inf_{b \in K} \|a - b\| < \varepsilon$$

である。よって，

$$d_H(K, F) = \max\left\{\sup_{a \in K} \inf_{b \in F} \|a - b\|, \sup_{b \in F} \inf_{a \in K} \|a - b\|\right\} < \varepsilon$$

である。以上より，可算集合 Ω は C で稠密であることが示された。(証明終)

【注意】 C が「X のコンパクト凸集合の集合」である場合にも，C は可分であることが同様に示せる。この場合には，上の証明において

$$A_i = \left\{H(a_1, a_2, \cdots, a_i) \middle| a_1 \in \Lambda, a_2 \in \Lambda, \cdots, a_i \in \Lambda \text{ かつ } a_k \neq a_j (if \quad k \neq j)\right\}$$

とすればよい。ただし，$H(a_1, a_2, \cdots, a_i)$ は $\{a_1, a_2, \cdots, a_i\}$ の凸包を表している。

【補題 A. 2】 空間 $(X \times C, d)$ は，可分距離空間である。

（証明）第２可算公理を満たす空間の直積位相空間は第２可算公理をみたす。したがって，このことと補題 A. 1から明らかである。

【補題 A. 3】 空間 $(\tilde{X}, d)$ は，可分かつ連結な距離空間である。

（証明）空間 $X \times C$ の可算基底を Ω とする。

$$\Omega' = \left\{ O \middle| \exists \tilde{O} \in \Omega \ \ s.t. \ \ O = \tilde{O} \cap \tilde{X} \right\}$$

とすると，Ω' は $\tilde{X}$ の基底となる。Ω' は可算だから，空間 $\tilde{X}$ は第２可算公理を満たしていることが示された。

任意の $(x, A), (x', A') \in \tilde{X}$ を取る。X の元 x_0を任意に固定する。ここで，任意の $t \in [0, 1]$ に対して，

$$x_t = tx + (1-t)x_0$$
$$A_t = \left\{ ty + (1-t)x_0 \middle| y \in A \right\}$$

と置く。$A_t \in C$ であり，$x_t \in A_t$ であるから，$(x_t, A_t) \in \tilde{X}$ となる。

$t = 1$ならば $(x_t, A_t) = (x, A)$ であり，$t = 0$ならば，$(x_t, A_t) = (x_0, \{x_0\})$ であるから，(x, A) と $(x_0, \{x_0\})$ はパスで結ばれることになる。同様に考えると，(x', A') と $(x_0, \{x_0\})$ もパスで結ばれる。つまり，$\tilde{X}$ は弧状連結である。弧状連結ならば連結だから，$\tilde{X}$ は連結である。（証明終）

【注】

(1) 佐々木の研究は，科学研究費補助金（課題番号19530162）のサポートを受けている。

(2) 次章で正式なモデルを定式化するにあたっては，X を n 次元ユークリッド空間 R^n の非空部分集合と仮定する。

(3) X 上の二項関係 R が X 上の選好であるとは，①【完全性】任意の $x, y \in X$ に対して，$(x, y) \in R$ または $(y, x) \in R$ であり，②【推移性】任意の $x, y, z \in X$ に対して，$(x, y) \in R$ かつ $(y, z) \in R$ ならば，$(x, z) \in R$ であることをいう。なお，$(x, y) \in R$ を xRy としばしば書く。

(4) この定理の証明は，Rubinstein（2005）p.28などにある。

(5) c が１価関数であるときにはIIA が合理化の必要十分条件になるが，それが集合値関数であるときには，IIA を一般化した顕示選好の弱公理がIIA に代わる条件になる（Rubinstein（2005））。

(6) Luce and Raiffa (1957) p.288.

(7) $\tilde{X} = \left\{ (x, A) \in X \times \Gamma \middle| x \in A \right\}$ である。なお，次節では，Γ として X のあらゆる非空コンパクト集合の全体 C を考える。

(8) P は選好 R における厳密な選好を表している。すなわち，任意の $(x, A), (y, B) \in \tilde{X}$ に対して，$[(x, A)\ P\ (y, B) \Leftrightarrow (x, A)\ R\ (y, B)$ かつ not $[(y, B)\ P\ (x, A)]]$ である。

(9) 彼らは，個々の選択肢の集合を「メニュー」と呼んだ。

(10) 自制コスト関数は y と A に依存するので，Gul and Pesendorfer（2001）のそれを $\tau_0(y, A) = \max_{y \in A} v(y) - v(x)$ と書くことができる。Noor and Takeoka（2007）は，より一般的な自制コスト関数として，① $\tau_1(y, A) = k(A) \left\{ \max_{y \in A} v(y) - v(x) \right\}$ や② $\tau_2(y, A) = \varphi \left\{ \max_{y \in A} v(y) - v(x) \right\}$（ただし，$\varphi(\bullet)$ は凸関数）などを考えて，これら

を伴う効用関数がどのような選好に対する公理の下で特徴づけられるのかを検討している。

(11) Suzumura and Xu (2001), (2003) など。なお，彼らの論文では，選択集合はすべて有限集合と仮定される。

(12) 選好 R が選択集合に関して単調減少であるとは，任意の $(x, A), (x, B) \in \tilde{X}$ に対して，$A \subseteq B$ ならば，$(x, A)\ R\ (x, B)$ であることを言う。また，選択集合に関して単調増加であるとは，任意の $(x, A), (x, B) \in \tilde{X}$ に対して，$A \subseteq B$ ならば，$(x, B)\ R\ (x, A)$ であることを言う（定義6. 1参照）。

(13) Sen（1992）など。

(14) n は自然数とする。すなわち，すべての自然数の集合を N と書くとき，$n \in N$ である。

(15) 任意の $(x, A), (x', A') \in \tilde{X}$ に対して，$(x', A')\ R\ (x, A)$ が成り立ち，$(x, A)\ R\ (x', R')$ が成り立たないときに，「(x', A') は (x, A) より厳密に好まれる」と言い，$(x', A')\ P\ (x, A)$ と書くことにする。

(16) X の部分集合 A に対して，Int A で A の内部を表すことにする。

【参考文献】

Debreu, G. (1959). *Theory of Value: An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium.* Yale Univ. Press.

Gul, F. and Pesendorfer, W. (2001). Temptation and Self-Control. *Econometrica*, 69: 1403-1435.

Luce, R. D. and Raiffa, H. (1957). *Games and Decisions: Introduction and Critical Survey.* NY: Dover Publications.

Noor, J. and N. Takeoka (2007). "Menu-Dependent Self-Control," mimeo.

Rubinstein, A. (2005). *Lecture Notes in Microeconomic Theory.* Princeton Univ. Press.

Sen, A. (1992). *Inequality Reexamined.* Oxford Univ. Press（池本幸生・野上裕生・佐藤仁訳（1999）『不平等の再検討：潜在能力と自由』岩波書店）.

Suzumura, K. and Y. Xu (2001). "Characterizations of Consequentialism and Nonconsequentialism," *J. Econ Theory*, 101: 423-436.

Suzumura, K. and Y. Xu (2003). "Consequences, Opportunities, and Generalized Consequentialism and Nonconsequentialism," *J. Econ Theory*, 111: 293-304.