早稲田商学第 446 号
2 0 1 6 年 3 月

短・中・長期のマルチタスク

鈴　木　孝　則

1．はじめに

今日，企業が生き延びるには，当面のキャッシュフロー獲得のためにライバル企業と日々の営業を競いながら，経営環境の変化に対応するために管理基盤整備の中期プロジェクトを実施し，さらに柔軟な経営構造を維持・拡張するための長期的投資に注力することが必要となっている。このような考え方の必要性は，すでに Kaplan and Norton（1996）において見ることができる。そこでは，バランスト・スコアカードの概念を導入しながら，企業のビジョンを実現するためには，目標や業績指標を，財務の視点からのみならず，顧客の視点，業務プロセスの視点，学習と成長の視点から抽出することが肝要である旨強調されている。これらの各視点から抽出された目標は，短期タスクのみならず，中期および長期のタスクをバランス良く実行することによって達成されると思われる。

このような考え方を履行するにあたっての制約のうち，最も顕著なものの一つは経営資源の有限性，とりわけ，労働資源の有限性であろう。たとえば，一人の従業員にスポットをあてるとすれば，彼にとっての利用可能な（有限な）労働時間をどのようなタスクにどのように割り振るかは非常に重要な考慮事項

となる。このような観点から，マルチタスクに関する論点を考察する必要性が生まれる。マルチタスクへの最適な努力配分問題を論じた初期の研究に Holmstrom and Milgrom（1991）がある。シングルタスクにおいては，リスクシェアリングや動機付けをいかに行うかが重要であったが，マルチタスクにおいては，これらに加えて各タスクへの努力の配分をどのようにすべきかが論じられている。そして，各タスクに対する業績指標のノイズの水準が異なる場合，各タスクへのインセンティブはシングルタスクの場合よりも弱くならざるを得ないという知見が導かれている。

これを受けて，Feltham and Xie（1994）と Baker（2002）は，マルチタスクと業績指標の関係についてたいへん興味深い考察を展開している。Feltham and Xie（1994）では，マルチタスクを複数の業績指標（マルチメジャー）によって制御しようとする場合に，キャッシュフローと業績指標の整合性の問題や，業績指標のノイズの問題が重要な論点となることを示した上で，これらを考慮したときに業績指標間の最適バランスの取り方を導き出している。一方で，Baker（2002）は，マルチタスクを一つの業績指標（シングルメジャー）で管理せざるを得ないケースを調べている。まず，各タスクへの努力に対して，限界生産力ベクトルと業績感度ベクトルという概念を提唱している。そして，それらのスカラー積によって業績指標の歪みを定義することで，指標のノイズと歪みのトレードオフがあることを指摘し，これを解決することによって最適な単一業績指標を導出できることを示している。

マルチタスクに関しては，その後も多くの研究者によって，さらに具体的で興味深い問題が考察されている。ここでは，それらの代表として Corts（2007）と Hellmann and Thiele（2011）をあげてみよう。Corts（2007）は，業績指標を良くすることへの見返りが小さいというマルチタスク問題が無視できない場合や，エイジェントに対するリスク負担問題がそれほど重大でない環境における組織の設計問題を取り扱い，このような場合には，各種の仕事をグルーピ

ングすることが最適となることがあるという知見を導いた。また，Hellmann and Thiele（2011）は，（1）業績指標によって動機付けされている通常業務と，(2）業績指標によって管理されず個人的に観察可能で事後交渉を要するイノベーションの機会を，従業員が選択できるようなマルチタスクモデルを分析した。その結果，イノベーションの内容がその企業に特定的な場合には，企業は一層のイノベーションを促すために通常業務のインセンティブを低めるが，結局，均衡においてはほとんどイノベーションが行われないことを示した。また，イノベーションの内容がその企業に特定的でない場合には，これとは逆の現象が起こることを示した。

さて，バランスト・スコアカードにおける各視点の目標を実現するためのマルチタスクを考えた場合，各タスクはその達成までに異なるタイムスパンを持つものと考えることができる。そこには，短期タスクと長期タスクという考え方を登場させる余地が生まれてこよう。さらに，これらの中間的なタイムスパンを考えれば，中期タスクという概念も考察可能となろう。このような観点から，先行研究を省みると次のようなものをあげることができるが，そこでは，短期タスクと長期タスクをそれぞれ短期契約および長期契約と捉えて研究がなされている。

まず，長期契約と短期契約の基本的な関係を明らかにしたものとして，Fudenberg et al.（1990）と Crawford（1988）がある。Fudenberg et al.（1990）は，最適な長期契約が，長期的なコミットメントを前提とせずに，逐次的な短期契約によって再構成可能となるための条件を示した。Crawford（1988）は，２企業の長期的協力関係への投資が再利用不可能な場合には，短期的契約関係は長期的協力関係への過小投資を促し非効率を実現してしまうが，投資が再利用可能な場合には，短期的契約関係は長期的協力関係への最適な投資水準を実現できることを示した。これらに続いてさらに具体的なテーマを追究したものに，Dutta and Reichelstein (2003) がある。彼らは，最適な長期契約によって，

短期契約よりも大きな投資を実行させ，先行指標への依存を弱めることができることを示すと同時に，特定の条件のもとでは，長期契約よりも逐次的短期契約によってプリンシパルが有利になることがあることを示した。また，最近では，Macho-Stadler et al.（2014）による，労働市場における長期契約と短期契約の関係に関する研究が興味深い。彼らは，労働市場において長期契約と短期契約が共存しているのは，次のような理由によることを示した。すなわち，企業価値の高い企業は能力の高い従業員を確保するために短期契約を用い，企業価値の低い企業は能力の低い従業員を雇うコストを節約するためにやはり短期契約を用いるが，企業価値が中間的な企業は従業員により効果的なインセンティブを与えるために長期契約を用いるためである。

さらに，長期契約に固有の問題を掘り下げて考察したものに次のものがある。von Thadden（1995）は，適切なモニタリング手段を有する投資家がファイナンスするならば，企業が近視眼的な投資政策に陥ることなく，長期プロジェクトを成功に導くことが可能となることを示した。Horstmann et al.（2005）は，通常，保険契約や携帯電話契約においては，販売員と顧客の間に長期の関係が持たれるが，このようなケースにおいて，販売員が企業との長期の雇用関係にコミットできないとするならば，企業と販売員の雇用契約は，初期の販売手数料報酬とそれに続く更新手数料報酬の条項を含むと同時に，顧客が契約更新前に契約破棄をしたとき，販売員は企業から初期販売手数料の一部の返還を求められることが多いことを示した。さらに，Daido（2006）は，長期契約において，客観的業績指標に対するインセンティブは割引率の増加に対して不連続かつ非単調に変化するが，主観的業績指標に対するインセンティブは，割引率に対して不連続ではあるが単調であることを示した。また，主観的業績指標に対応する生産物がプリンシパルにとって重要であるならば，たとえ第三者からの強制力がなくても，プリンシパルは契約を自主的に守ることを示した。

タイムスパンの観点からのマルチタスクを考察することによって，バランスト・スコアカードに見られるような考え方を説明しようとする場合，長期タスクと短期タスクだけでなく，その中間的存在である中期タスクを考慮した上でのきめ細かい議論が必要になるものと思われるが，筆者の調べた範囲においてはそのような先行研究は見当たらない。本稿の目的は，短期タスク，中期タスク，長期タスクの決定権限を持つ経営者が，これらに対してどのように資源配分を企てるかを調べることにより，短・中・長期のマルチタスクを実行する企業の行動特性の一端を明らかにすることである。これ以降，本稿は以下のように構成される。第２節においてモデルの設定を述べた後に，第３節で短期タスクの均衡を求め，その性質を調べる。これにもとづいて，続く第４節では，短期タスクと中期タスクのマルチタスクの性質を調べ，第５節では短・中・長期のマルチタスクの性質を調べる。最後に第６節で議論をまとめる。

２．モデル

経営者（彼女）と管理者（彼）の２者モデルとする。彼女は(1)式の効用関数を持つリスク中立者で留保効用ゼロ，彼は(2)式の効用関数を持つリスク回避者で留保賃金ゼロとする。ただし，$r(>0)$は彼のリスク回避係数である。

$$U_P(\cdot) \equiv \cdot \tag{1}$$

$$U_A(\cdot) \equiv -\exp(-r\cdot) \tag{2}$$

短期のタスクとは，経営者の在職中にキャッシュフローが実現するタスクをいう。これに対して，在職中にパフォーマンスメジャーは出力されるがキャッシュフローの実現は退職後であるタスクを中期タスクとよぶ。パフォーマンスメジャー出力もキャッシュフロー実現も退職後になされるタスクを長期タスクとよぶ。彼女は，短・中・長期のタスク $t_i(i=1,2,3)$ それぞれに対する努力

$e_i\left(\geq 0\right)\left(i=1,2,3\right)$ を彼に要求する。e_i が実現すると，彼女の在職中にキャッシュフロー $\tilde{y}_1 \equiv me_1+\tilde{\varepsilon}_1\left(m>0\right)$ が実現し，さらに，パフォーマンスメジャー $\tilde{y}_2 \equiv e_2+\tilde{\varepsilon}_2$ が出力される。この段階で，（β_0，β_1，β_2を係数とする）報酬契約にもとづいて，報酬

$$\tilde{w} \equiv \beta_0+\beta_1\tilde{y}_1+\beta_2\tilde{y}_2 \tag{3}$$

が彼に支払われる[(1)]。その後，彼女は退職し，さらにその後，パフォーマンスメジャー $\tilde{y}_3 \equiv e_3+\tilde{\varepsilon}_3$ が出力され，e_2，e_3に対応するキャッシュフローがそれぞれ実現する。e_i の発現に対して努力回避的な彼が負担する私的コストは，$k\left(>0\right)$ を係数として

$$c \equiv \frac{k}{2}\left(e_1{}^2+e_2{}^2+e_3{}^2-2\rho_{12}e_1e_2-2\rho_{23}e_2e_3\right) \tag{4}$$

である[(2)]。ただし，$\tilde{\varepsilon}_i$ は正規分布 $N\left(0,\sigma_i{}^2\right)$ に従う確率変数であり，ρ_{ij} は $\tilde{\varepsilon}_i$ と $\tilde{\varepsilon}_j$ の相関係数である。この設定のもと，契約時の彼の期待効用の確実性等価 CE と彼女の期待効用 EU_P は，それぞれ

$$\begin{aligned} CE = {} & \beta_0+\beta_1me_1+\beta_2e_2 \\ & -\frac{k}{2}\left(e_1{}^2+e_2{}^2+e_3{}^2-2\rho_{12}e_1e_2-2\rho_{23}e_2e_3\right) \\ & -\frac{r}{2}\left(\beta_1{}^2\sigma_1{}^2+2\beta_1\beta_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2+\beta_2{}^2\sigma_2{}^2\right) \end{aligned} \tag{5}$$

$$EU_P = me_1-\left(\beta_0+\beta_1me_1+\beta_2e_2\right) \tag{6}$$

となる[(3)]。

---

(1)　線形の報酬関数を用いたのは，Holmstrom and Milgrom（1987）からの示唆による。

(2)　$\dfrac{\partial c}{\partial e_j \partial e_i}=-k\rho_{ij}$ となるから，私的コスト発生態様の観点から，ρ_{ij} が正（負）のときタスク t_i と t_j は補完的（代替的）となる。

3．短期タスク

ベンチマークとして，経営者が短期タスク t_1 のみを管理者に指示する場合を考える。彼は確実性等価

$$CE = \beta_0 + \beta_1 m e_1 - \frac{k}{2} e_1{}^2 - \frac{r}{2} \beta_1{}^2 \sigma_1{}^2 \tag{7}$$

が最大となるように e_1 を決定する。すなわち，

$$\frac{\partial CE}{\partial e_1} = \beta_1 m - k e_1 = 0 \tag{8}$$

から

$$e_1 = \frac{\beta_1 m}{k} \tag{9}$$

とする。したがって，彼女が解くべき問題は

$$\max_{\beta_0, \beta_1} m\left(\frac{\beta_1 m}{k}\right) - \left(\beta_0 + \beta_1 m\left(\frac{\beta_1 m}{k}\right)\right)$$

$$s.t.\ \beta_0 + \beta_1 m\left(\frac{\beta_1 m}{k}\right) - \frac{k}{2}\left(\frac{\beta_1 m}{k}\right)^2 - \frac{r}{2}\beta_1{}^2\sigma_1{}^2 = 0 \tag{10}$$

となり，これを解いて

$$\beta_1 = \frac{m^2}{m^2 + kr\sigma_1{}^2} \equiv \beta_1{}^* \left(> 0\right) \tag{11}$$

$$\beta_0 = \frac{m^4\left(-m^2 + kr\sigma_1{}^2\right)}{2k\left(m^2 + kr\sigma_1{}^2\right)^2} \equiv \beta_0{}^* \tag{12}$$

---

(3) $\frac{r}{2}\left(\beta_1{}^2\sigma_1{}^2 + 2\beta_1\beta_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 + \beta_2{}^2\sigma_2{}^2\right)$ は彼のリスクプレミアムの大きさを表す。

となる(4)。このとき，彼女は彼から

$$e_1 = \frac{m^3}{k\left(m^2 + kr\sigma_1{}^2\right)} \equiv e_1{}^*\left(>0\right) \tag{13}$$

の努力を引き出し，期待効用

$$EU_P = \frac{m^4}{2k\left(m^2 + kr\sigma_1{}^2\right)} \equiv EU_P{}^*\left(>0\right) \tag{14}$$

を得る。

$EU_P{}^*$ および $\beta_1{}^*$ の比較静学は，それぞれ

$$\begin{cases} \mathrm{sgn}\left(\dfrac{\partial EU_P{}^*}{\partial r}\right) = \mathrm{sgn}\left(\dfrac{\partial EU_P{}^*}{\partial k}\right) = \mathrm{sgn}\left(\dfrac{\partial EU_P{}^*}{\partial \sigma_1}\right) = -1 \\ \mathrm{sgn}\left(\dfrac{\partial EU_P{}^*}{\partial m}\right) = 1 \end{cases} \tag{15}$$

$$\begin{cases} \mathrm{sgn}\left(\dfrac{\partial \beta_1{}^*}{\partial r}\right) = \mathrm{sgn}\left(\dfrac{\partial \beta_1{}^*}{\partial k}\right) = \mathrm{sgn}\left(\dfrac{\partial \beta_1{}^*}{\partial \sigma_1}\right) = -1 \\ \mathrm{sgn}\left(\dfrac{\partial \beta_1{}^*}{\partial m}\right) = 1 \end{cases} \tag{16}$$

となり，ともに日常感覚と齟齬はない。すなわち，彼のリスク回避係数 r，私的コスト係数 k（彼の能力の代理変数とみることができる），キャッシュフローの標準偏差 σ_1 が大きくなるにしたがってインセンティブ強度 $\beta_1{}^*$ を小さくせざるを得ず，その結果，彼女の期待効用 $EU_P{}^*$ も小さくなる。逆に，m（生産技術の代理変数とみることができる）が大きくなるにしたがって $\beta_1{}^*$ を大きく設定できるので，より大きな $EU_P{}^*$ を達成できるのである。

---

(4) $\beta_0{}^*$ は $m < \sqrt{kr\sigma_1{}^2}$ のとき（に限り）正の値をとる。このことは，生産技術が十分に低い場合，正の固定報酬を保証しないと彼の参加条件が満たされず，雇用契約が成立しないことを示している。

4．短・中期のマルチタスク

短・中・長期のマルチタスクの分析に入る前に，短・中期のマルチタスクを分析しておこう。経営者は短期タスク t_1 と中期タスク t_2 を管理者に指示するので，彼は確実性等価

$$\begin{aligned} CE &= \beta_0 + \beta_1 m e_1 + \beta_2 e_2 \\ &\quad - \frac{k}{2}\left(e_1{}^2 + e_2{}^2 - 2\rho_{12} e_1 e_2\right) - \frac{r}{2}\left(\beta_1{}^2\sigma_1{}^2 + 2\beta_1\beta_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 + \beta_2{}^2\sigma_2{}^2\right) \end{aligned} \tag{17}$$

が最大となるように e_1 および e_2 を決定する。すなわち，

$$\begin{cases} \dfrac{\partial CE}{\partial e_1} = -e_1 k + m\beta_1 + e_2 k \rho_{12} = 0 \\ \dfrac{\partial CE}{\partial e_2} = -e_2 k + \beta_2 + e_1 k \rho_{12} = 0 \end{cases} \tag{18}$$

から

$$\begin{cases} e_1 = \dfrac{m\beta_1 + \beta_2\rho_{12}}{k\left(1 - \rho_{12}{}^2\right)} \\ e_2 = \dfrac{\beta_2 + m\beta_1\rho_{12}}{k\left(1 - \rho_{12}{}^2\right)} \end{cases} \tag{19}$$

とする。したがって，彼女が解くべき問題は

$$\max_{\beta_0,\beta_1,\beta_2} m\left(\frac{m\beta_1 + \beta_2\rho_{12}}{k\left(1-\rho_{12}{}^2\right)}\right) - \left(\beta_0 + \beta_1 m\left(\frac{m\beta_1 + \beta_2\rho_{12}}{k\left(1-\rho_{12}{}^2\right)}\right) + \beta_2\left(\frac{\beta_2 + m\beta_1\rho_{12}}{k\left(1-\rho_{12}{}^2\right)}\right)\right)$$

$$s.t.\ \beta_0 + \beta_1 m\left(\frac{m\beta_1 + \beta_2\rho_{12}}{k\left(1-\rho_{12}{}^2\right)}\right) + \beta_2\left(\frac{\beta_2 + m\beta_1\rho_{12}}{k\left(1-\rho_{12}{}^2\right)}\right)$$

$$-\frac{k}{2}\left(\left(\frac{m\beta_1+\beta_2\rho_{12}}{k\left(1-\rho_{12}{}^2\right)}\right)^2+\left(\frac{\beta_2+m\beta_1\rho_{12}}{k\left(1-\rho_{12}{}^2\right)}\right)^2-2\rho_{12}\left(\frac{m\beta_1+\beta_2\rho_{12}}{k\left(1-\rho_{12}{}^2\right)}\right)\left(\frac{\beta_2+m\beta_1\rho_{12}}{k\left(1-\rho_{12}{}^2\right)}\right)\right)$$

$$-\frac{r}{2}\left(\beta_1{}^2\sigma_1{}^2+2\beta_1\beta_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2+\beta_2{}^2\sigma_2{}^2\right)=0 \tag{20}$$

となり，これを解いて

$$\begin{cases}\beta_1=\dfrac{m\left(m-kr\rho_{12}{}^2\sigma_1\sigma_2+kmr\sigma_2{}^2\right)}{T_1}\equiv\beta_1{}^{**}\\[2ex]\beta_2=\dfrac{kmr\rho_{12}\sigma_1\left(\sigma_1-m\sigma_2\right)}{T_1}\equiv\beta_2{}^{**}\end{cases} \tag{21}$$

$$\beta_0=\frac{m^2T_2}{2k\left(-1+\rho_{12}{}^2\right)T_1^2}\equiv\beta_0{}^{**} \tag{22}$$

ただし，

$$T_1\equiv m^2+kr\sigma_1{}^2-2kmr\rho_{12}{}^2\sigma_1\sigma_2+kr\left(m^2+kr\left(-1+\rho_{12}{}^2\right)^2\sigma_1{}^2\right)\sigma_2{}^2 \tag{23}$$

$$\begin{aligned}T_2\equiv&-4km^3r\rho_{12}{}^2\sigma_1\sigma_2\left(1+kr\sigma_2{}^2\right)+m^4\left(1+kr\sigma_2{}^2\right)^2\\&+k^2r^2\sigma_1{}^4\left(\rho_{12}{}^2-kr\left(-\rho_{12}+\rho_{12}{}^3\right)^2\sigma_2{}^2\right)\\&+2k^2mr^2\sigma_1{}^3\sigma_2\left(-\rho_{12}{}^2\left(1+\rho_{12}{}^2\right)+kr\left(-\rho_{12}+\rho_{12}{}^3\right)^2\sigma_2{}^2\right)\\&+km^2r\sigma_1{}^2\left(-1+3\rho_{12}{}^2+kr\left(-2+7\rho_{12}{}^2+\rho_{12}{}^4\right)\sigma_2{}^2-k^2r^2\left(-1+\rho_{12}{}^2\right)^2\sigma_2{}^4\right)\end{aligned} \tag{24}$$

となる。このとき，彼女は彼から

$$\begin{cases} e_1 = -\dfrac{m\left(kr\rho_{12}{}^2\sigma_1{}^2 + m\left(m - 2kr\rho_{12}{}^2\sigma_1\sigma_2 + kmr\sigma_2{}^2\right)\right)}{k\left(-1+\rho_{12}{}^2\right)T_1} \equiv e_1{}^{**} \\ e_2 = -\dfrac{m\rho_{12}\left(kr\sigma_1{}^2 + m\left(m - kr\left(1+\rho_{12}{}^2\right)\sigma_1\sigma_2 + kmr\sigma_2{}^2\right)\right)}{k\left(-1+\rho_{12}{}^2\right)T_1} \equiv e_2{}^{**} \end{cases} \tag{25}$$

の努力を引き出し，期待効用

$$EU_P = -\frac{m^2\left(kr\rho_{12}{}^2\sigma_1{}^2 + m\left(m - 2kr\rho_{12}{}^2\sigma_1\sigma_2 + kmr\sigma_2{}^2\right)\right)}{2k\left(-1+\rho_{12}{}^2\right)T_1} \equiv EU_P{}^{**} \tag{26}$$

を得る。

均衡における短期タスクと中期タスクの関係について，次の命題が成り立つ。

命題１：

経営者が短・中期のマルチタスクを指示する場合，管理者から中期タスクに対する努力を引き出すためには両タスクが補完的でなければならない。

証明：

短期タスクに対する努力が引き出せなければ，経営者の期待効用は留保効用を下回ることは明らかだから，中期タスクに対する努力を引き出せているならば

$$\begin{cases} e_1{}^{**} > 0 \\ e_2{}^{**} > 0 \end{cases} \tag{27}$$

である。この連立不等式ρ_{12}をについて解くと

$$0 < \rho_{12} < 1 \tag{28}$$

となり，このとき

$$EU_P^{**} > 0 \tag{29}$$

を満たすことも確かめられる。(28)式は

$$\frac{\partial c}{\partial e_2 \partial e_1} = -k\rho_{12} < 0 \tag{30}$$

を意味するから，t_1 と t_2 は補完的でなければならず，したがって題意が示された(5)。（証終）

この命題は，経営者は，短期タスクと補完的な中期タスクの執行を（管理者に）指示するインセンティブを持つが，代替的な中期タスクを指示するインセンティブは持たないことを意味している。中期タスクの代表例として，顧客サービス（CRM：Customer Relationship Management）と内部統制があげられるとすれば，前者は短期タスクと補完的であるのに対し後者は代替的であるといってもよかろう(6)。短・中期のマルチタスクを前提とするとき，顧客サービスは自発的に執行されるのに対し，内部統制は法的規制などの外圧がない限り執行されることがないことを暗示している。米国の上場企業会計改革および投資家保護法（Public Company Accounting Reform and Investor Protection

---

(5) $\begin{cases} e_1^{**} > 0 \\ e_2^{**} = 0 \end{cases}$ となることは $\rho_{12} = 0$ であることと同値であることも容易に確かめられる。なお，(28)式が成り立つとき $EU_P^{**} > EU_P^{*}$ となることも示されるので，中期タスクが短期タスクと補完的である限り，短期のシングルタスク指示から短・中期のマルチタスク指示への移行も自発的に行われることがわかる。

(6) このような観点から，「営業努力と統制努力の相剋」の側面を分析した先行研究に，鈴木（2010）がある。また，Liang and Nan（2014）のモデルにも同様の考え方が反映されている。

Act of 2002)[7]や，日本の金融商品取引法第24条の４の４の内部統制報告制度[8]，あるいは会社法第362条第４項６号（および会社法施行規則第100条）などの内部統制に関する法的規定によって，多くの企業に内部統制の整備・運用が急速に浸透したことは本命題と整合的であるといえよう。

５．短・中・長期のマルチタスク

短・中・長期のマルチタスクの分析に入ろう。経営者は短期タスク t_1, 中期タスク t_2 および長期タスク t_3 を管理者に指示するので，彼は確実性等価

$$\begin{aligned} CE &= \beta_0 + \beta_1 m e_1 + \beta_2 e_2 \\ &\quad - \frac{k}{2}(e_1{}^2 + e_2{}^2 + e_3{}^2 - 2\rho_{12}e_1e_2 - 2\rho_{23}e_2e_3) \\ &\quad - \frac{r}{2}\left(\beta_1{}^2\sigma_1{}^2 + 2\beta_1\beta_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 + \beta_2{}^2\sigma_2{}^2\right) \end{aligned} \tag{31}$$

が最大となるように e_1，e_2 および e_3 を決定する。すなわち，

$$\begin{cases} \dfrac{\partial CE}{\partial e_1} = -e_1k + m\beta_1 + e_2k\rho_{12} = 0 \\ \dfrac{\partial CE}{\partial e_2} = -e_2k + \beta_2 + e_1k\rho_{12} + e_3k\rho_{23} = 0 \\ \dfrac{\partial CE}{\partial e_3} = -e_3k + e_2k\rho_{23} = 0 \end{cases} \tag{32}$$

から

(7) いわゆる米国企業改革法（Sarbanes-Oxley 法）。
(8) いわゆる日本版企業改革法（J-SOX 法）。

$$\begin{cases} e_1 = \dfrac{-\beta_2\rho_{12} + m\beta_1\left(-1+\rho_{23}{}^2\right)}{k\left(-1+\rho_{12}{}^2+\rho_{23}{}^2\right)} \\ e_2 = -\dfrac{\beta_2 + m\beta_1\rho_{12}}{k\left(-1+\rho_{12}{}^2+\rho_{23}{}^2\right)} \\ e_3 = -\dfrac{\left(\beta_2 + m\beta_1\rho_{12}\right)\rho_{23}}{k\left(-1+\rho_{12}{}^2+\rho_{23}{}^2\right)} \end{cases} \tag{33}$$

とする。したがって，彼女が解くべき問題は

$$\max_{\beta_0,\beta_1,\beta_2} m\left(\frac{-\beta_2\rho_{12} + m\beta_1\left(-1+\rho_{23}{}^2\right)}{k\left(-1+\rho_{12}{}^2+\rho_{23}{}^2\right)}\right)$$
$$-\left(\beta_0 + \beta_1 m\left(\frac{-\beta_2\rho_{12} + m\beta_1\left(-1+\rho_{23}{}^2\right)}{k\left(-1+\rho_{12}{}^2+\rho_{23}{}^2\right)}\right) + \beta_2\left(-\frac{\beta_2 + m\beta_1\rho_{12}}{k\left(-1+\rho_{12}{}^2+\rho_{23}{}^2\right)}\right)\right)$$

$$s.t.\ \beta_0 + \beta_1 m\left(\frac{-\beta_2\rho_{12} + m\beta_1\left(-1+\rho_{23}{}^2\right)}{k\left(-1+\rho_{12}{}^2+\rho_{23}{}^2\right)}\right) + \beta_2\left(-\frac{\beta_2 + m\beta_1\rho_{12}}{k\left(-1+\rho_{12}{}^2+\rho_{23}{}^2\right)}\right)$$
$$-\frac{k}{2}\left(\begin{array}{l} \left(\dfrac{-\beta_2\rho_{12} + m\beta_1\left(-1+\rho_{23}{}^2\right)}{k\left(-1+\rho_{12}{}^2+\rho_{23}{}^2\right)}\right)^2 + \left(-\dfrac{\beta_2 + m\beta_1\rho_{12}}{k\left(-1+\rho_{12}{}^2+\rho_{23}{}^2\right)}\right)^2 \\ +\left(-\dfrac{\left(\beta_2 + m\beta_1\rho_{12}\right)\rho_{23}}{k\left(-1+\rho_{12}{}^2+\rho_{23}{}^2\right)}\right)^2 \\ -2\rho_{12}\left(\dfrac{-\beta_2\rho_{12} + m\beta_1\left(-1+\rho_{23}{}^2\right)}{k\left(-1+\rho_{12}{}^2+\rho_{23}{}^2\right)}\right)\left(-\dfrac{\beta_2 + m\beta_1\rho_{12}}{k\left(-1+\rho_{12}{}^2+\rho_{23}{}^2\right)}\right) \\ -2\rho_{23}\left(-\dfrac{\beta_2 + m\beta_1\rho_{12}}{k\left(-1+\rho_{12}{}^2+\rho_{23}{}^2\right)}\right)\left(-\dfrac{\left(\beta_2 + m\beta_1\rho_{12}\right)\rho_{23}}{k\left(-1+\rho_{12}{}^2+\rho_{23}{}^2\right)}\right) \end{array}\right)$$

$$-\frac{r}{2}\left(\beta_1^{\,2}\sigma_1^{\,2}+2\beta_1\beta_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2+\beta_2^{\,2}\sigma_2^{\,2}\right)=0 \tag{34}$$

となり，これを解いて

$$\begin{cases}\beta_1=\dfrac{m\left(kr\rho_{12}^{\,2}\sigma_1\sigma_2+m\left(-1+kr\left(-1+\rho_{23}^{\,2}\right)\sigma_2^{\,2}\right)\right)}{-T_3}\equiv\beta_1^{***}\\[2ex] \beta_2=\dfrac{kmr\rho_{12}\sigma_1\left(\sigma_1+m\left(-1+\rho_{23}^{\,2}\right)\sigma_2\right)}{T_3}\equiv\beta_2^{***}\end{cases} \tag{35}$$

$$\beta_0=\frac{-m^2T_4}{2k\left(-1+\rho_{12}^{\,2}+\rho_{23}^{\,2}\right)T_3^{\,2}}\equiv\beta_0^{***} \tag{36}$$

ただし，

$$\begin{aligned}T_3\equiv&-2kmr\rho_{12}^{\,2}\sigma_1\sigma_2+m^2\left(-1+kr\left(-1+\rho_{23}^{\,2}\right)\sigma_2^{\,2}\right)\\&+kr\sigma_1^{\,2}\left(1+kr\left(-1+\rho_{12}^{\,2}\right)\left(-1+\rho_{12}^{\,2}+\rho_{23}^{\,2}\right)\sigma_2^{\,2}\right)\end{aligned} \tag{37}$$

$$\begin{aligned}T_4\equiv&\,4km^3r\rho_{12}^{\,2}\left(-1+\rho_{23}^{\,2}\right)\sigma_1\sigma_2\left(-1+kr\left(-1+\rho_{23}^{\,2}\right)\sigma_2^{\,2}\right)\\&+m^4\left(-1+\rho_{23}^{\,2}\right)\left(-1+kr\left(-1+\rho_{23}^{\,2}\right)\sigma_2^{\,2}\right)^2\\&+k^2r^2\rho_{12}^{\,2}\sigma_1^4\left(-1+kr\left(-1+\rho_{12}^{\,2}\right)\left(-1+\rho_{12}^{\,2}+\rho_{23}^{\,2}\right)\sigma_2^{\,2}\right)\\&+2k^2mr^2\rho_{12}^{\,2}\sigma_1^{\,3}\sigma_2\begin{pmatrix}1+\rho_{12}^{\,2}-\rho_{23}^{\,2}\\+kr\left(-1+\rho_{12}^{\,2}\right)\left(-1+\rho_{23}^{\,2}\right)\left(-1+\rho_{12}^{\,2}+\rho_{23}^{\,2}\right)\sigma_2^{\,2}\end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$+km^2r\sigma_1^2\begin{pmatrix}1-3\rho_{12}{}^2-\rho_{23}{}^2+kr\left(-1+\rho_{23}{}^2\right)\begin{pmatrix}\rho_{12}{}^4+\rho_{12}{}^2\left(7-3\rho_{23}{}^2\right)\\+2\left(-1+\rho_{23}{}^2\right)\end{pmatrix}\sigma_2{}^2\\+k^2r^2\left(-1+\rho_{12}{}^2\right)\left(-1+\rho_{23}{}^2\right)^2\left(-1+\rho_{12}{}^2+\rho_{23}{}^2\right)\sigma_2{}^4\end{pmatrix} \tag{38}$$

となる。このとき，彼女は彼から

$$\begin{cases}e_1=\dfrac{m\begin{pmatrix}-kr\rho_{12}{}^2\sigma_1{}^2\\+m\left(-1+\rho_{23}{}^2\right)\left(m-2kr\rho_{12}{}^2\sigma_1\sigma_2-kmr\left(-1+\rho_{23}{}^2\right)\sigma_2{}^2\right)\end{pmatrix}}{k\left(-1+\rho_{12}{}^2+\rho_{23}{}^2\right)T_3}\equiv e_1{}^{***}\\ e_2=\dfrac{m\rho_{12}\begin{pmatrix}-kr\sigma_1{}^2+kmr\left(1+\rho_{12}{}^2-\rho_{23}{}^2\right)\sigma_1\sigma_2\\+m^2\left(-1+kr\left(-1+\rho_{23}{}^2\right)\sigma_2{}^2\right)\end{pmatrix}}{k\left(-1+\rho_{12}{}^2+\rho_{23}{}^2\right)T_3}\equiv e_2{}^{***}\\ e_3=\dfrac{m\rho_{12}\rho_{23}\begin{pmatrix}-kr\sigma_1{}^2+kmr\left(1+\rho_{12}{}^2-\rho_{23}{}^2\right)\sigma_1\sigma_2\\+m^2\left(-1+kr\left(-1+\rho_{23}{}^2\right)\sigma_2{}^2\right)\end{pmatrix}}{k\left(-1+\rho_{12}{}^2+\rho_{23}{}^2\right)T_3}\equiv e_3{}^{***}\end{cases} \tag{39}$$

の努力を引き出し，期待効用

$$EU_P=\frac{m^2\begin{pmatrix}-kr\rho_{12}{}^2\sigma_1{}^2\\+m\left(-1+\rho_{23}{}^2\right)\left(m-2kr\rho_{12}{}^2\sigma_1\sigma_2-kmr\left(-1+\rho_{23}{}^2\right)\sigma_2{}^2\right)\end{pmatrix}}{2k\left(-1+\rho_{12}{}^2+\rho_{23}{}^2\right)T_3}\equiv EU_P{}^{***} \tag{40}$$

を得る。

中期タスクに対する努力の誘導に関して，次の命題が成り立つ。

命題２：

経営者が短・中・長期のマルチタスクを指示する場合，（短・中期のマルチタスク指示の場合と異なり）短期タスクと中期タスクが補完的でなくとも，管理者から中期タスクに対する努力を引き出せることがある[(9)]。

証明：

短・中・長期の各タスクに対するそれぞれの努力を引き出すためには

$$\begin{cases} e_1^{***} > 0 \\ e_2^{***} > 0 \\ e_3^{***} > 0 \end{cases} \tag{41}$$

でなければならない。この連立不等式を

$$-1 < \rho_{12} < 0 \tag{42}$$

のもとでρ_{23}について解くと

$$\begin{cases} m > \dfrac{\sigma_1}{{\rho_{12}}^2\sigma_2} \\ k > \dfrac{m^2}{-r{\sigma_1}^2 + mr{\rho_{12}}^2\sigma_1\sigma_2} \end{cases} \tag{43}$$

なる条件下で

$$\sqrt{\frac{m^2 + kr{\sigma_1}^2 - kmr\sigma_1\sigma_2 - kmr{\rho_{12}}^2\sigma_1\sigma_2 + km^2r{\sigma_2}^2}{kmr\sigma_2\left(-\sigma_1 + m\sigma_2\right)}} < \rho_{23} < 1 \tag{44}$$

となることがわかり，このとき

(9)　一般に，業績を測定していない努力は動機付けできないとされているが，ここでは $\tilde{y}_3$ の実現値が測定されていないにもかかわらず，動機付けが可能となっていることが興味深い。

$$EU_P^{***} > 0 \tag{45}$$

を満たすことも確かめられる。(42)式は

$$\frac{\partial c}{\partial e_2 \partial e_1} = -k\rho_{12} > 0 \tag{46}$$

を意味するから，t_1 と t_2 は代替的である。したがって，条件(43)および(44)式が成り立つならば，t_1 と t_2 が補完的でなくとも中期タスクに対する努力を引き出せることが示された。(証終)

この命題は，生産技術は十分高いが管理者の能力が十分低い状況で，中期タスクと長期タスクの補完性が十分強い場合には，中期タスクが自発的に指示されることを示している。たとえば，高度な生産技術を有する比較的規模の大きな企業が，内部統制活動など（日々の販売活動とは代替的な）中期タスクの一層の効率化のために，業務担当者の（現状は未熟な）能力の向上を目的とした長期教育投資を行っているようなケースを考えることができよう。このようなケースでは，（命題１の含意とは異なり）規制により強制されなくとも，内部統制活動（そのもの）が自主的に指示・実現されることを意味している。経済社会において（専門職大学院をはじめとする）ビジネス教育環境を整備することが，各種規制の緩和につながる可能性を示唆しているようにも思われる。

短期のシングルタスク指示から短・中・長期のマルチタスク指示への移行について，次の命題が成り立つ。

命題３：

短期タスクと中期タスクが補完的でなくとも，短期のシングルタスク指示から短・中・長期のマルチタスク指示への移行が自発的に行われる場合がある。

証明：

(41)および(42)式のもとで，不等式

$$EU_P^{***} > EU_P^{*} \tag{47}$$

を ρ_{23} について解くと，

$$\begin{cases} -1 < \rho_{12} < -\dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ \dfrac{\sigma_1}{\rho_{12}{}^2\sigma_2} < m \leq \dfrac{2\sigma_1}{\sigma_2} \\ k > \dfrac{m^2}{-r\sigma_1{}^2 + mr\rho_{12}{}^2\sigma_1\sigma_2} \end{cases} \tag{48}$$

なる条件下で

$$\sqrt{\frac{m^2 + kr\sigma_1{}^2 - kmr\sigma_1\sigma_2 - kmr\rho_{12}{}^2\sigma_1\sigma_2 + km^2r\sigma_2{}^2}{kmr\sigma_2\left(-\sigma_1 + m\sigma_2\right)}} < \rho_{23} < 1 \tag{49}$$

または，

$$\begin{cases} -1 < \rho_{12} < -\dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ \dfrac{2\sigma_1}{\sigma_2} < m < \sqrt{-\dfrac{\sigma_1{}^2}{\left(-\rho_{12}{}^2 + \rho_{12}{}^4\right)\sigma_2{}^2}} \\ k > \sqrt{\dfrac{-2m^5\rho_{12}{}^2\sigma_1\sigma_2 + m^6\rho_{12}{}^2\sigma_2{}^2}{r^2\sigma_1{}^2\left(\sigma_1{}^2 - m^2\rho_{12}{}^2\sigma_2{}^2 + m^2\rho_{12}{}^4\sigma_2{}^2\right)^2}} \\ \qquad + \dfrac{-m^2\sigma_1 + m^3\rho_{12}{}^2\sigma_2}{r\sigma_1\left(\sigma_1{}^2 - m^2\rho_{12}{}^2\sigma_2{}^2 + m^2\rho_{12}{}^4\sigma_2{}^2\right)} \end{cases} \tag{50}$$

なる条件下で

$$\rho_{23}' < \rho_{23} < 1 \tag{51}$$

ただし，ρ_{23}' は ρ_{23} に関する4次方程式

$$\begin{aligned}
&m^4 + 2km^2r\sigma_1^{\ 2} + k^2r^2\sigma_1^{\ 4} - 2km^3r\rho_{12}^{\ 2}\sigma_1\sigma_2 - 2k^2mr^2\sigma_1^{\ 3}\sigma_2 + km^4r\sigma_2^{\ 2} \\
&+3k^2m^2r^2\sigma_1^{\ 2}\sigma_2^{\ 2} - 3k^2m^2r^2\rho_{12}^{\ 2}\sigma_1^{\ 2}\sigma_2^{\ 2} + k^2m^2r^2\rho_{12}^{\ 4}\sigma_1^{\ 2}\sigma_2^{\ 2} \\
&+\left(2k^2mr^2\sigma_1^{\ 3}\sigma_2 - km^4r\sigma_2^{\ 2} - 4k^2m^2r^2\sigma_1^{\ 2}\sigma_2^{\ 2} + 2k^2m^2r^2\rho_{12}^{\ 2}\sigma_1^{\ 2}\sigma_2^{\ 2}\right)\rho_{23}^{\ 2} \\
&+k^2m^2r^2\sigma_1^{\ 2}\sigma_2^{\ 2}\rho_{23}^{\ 4} = 0
\end{aligned} \tag{52}$$

の0より大きく1より小さい実数解[10]，となる。(42)式は t_1 と t_2 は代替的であることを表していたから，(48)乃至(52)式のもとで題意が成り立つことが示された。（証終）

本命題は，命題2が成り立つ状況のなかで，短期のシングルタスク指示から短・中・長期のマルチタスク指示へ自主的に移行し得ることを示している。命題1から，短・中期のマルチタスク指示では t_1 と t_2 が代替的ではあり得ないことがわかっているから[11]，命題3は，命題2の実現可能性を保証している[12]と解釈することができる。すなわち，一定以上の生産技術を有していれば，（今は低い）業務担当者の能力を伸ばすための長期投資と，内部統制等の中期タスクを自主的に行うインセンティブが経営者に生まれるのである。

なお，証明は省略するが次の2つの命題も成り立つ。

---

(10) このような実数解が存在することも確かめられる。

(11) 「$EU_P^{**} > EU_P^{***} > EU_P^{*}$ とはなり得ないから」と言い換えることもできる。

(12) 特に，(48)，(49)式は(42)，(43)，(44)式を満たしていることから，このことは明らかである。

命題４：

短・中・長期のマルチタスク指示において，短期タスクと中期タスクが補完的な場合でも，中期タスクに対する努力を引き出せる場合が存在する。

命題５：

短・中・長期のマルチタスク指示が均衡点を持つためには，中期タスクと長期タスクの相関係数は正でなければならない。

６．おわりに

本稿では，短期タスク，中期タスク，長期タスクの決定権限を持つ経営者が，これらに対してどのように資源配分を企てるかを調べ，短・中・長期のマルチタスクを実行する企業の行動特性を分析した。その結果，次の各事項が明らかとなった。(1) 経営者が短・中期のマルチタスクを指示する場合，管理者から中期タスクに対する努力を引き出すためには両タスクが補完的でなければならない。(2) 経営者が短・中・長期のマルチタスクを指示する場合，（短・中期のマルチタスク指示の場合と異なり）短期タスクと中期タスクが補完的でなくとも，管理者から中期タスクに対する努力を引き出せることがある。(3) 短期タスクと中期タスクが補完的でなくとも，短期のシングルタスク指示から短・中・長期のマルチタスク指示への移行が自発的に行われる場合がある。(4) 短・中・長期のマルチタスク指示において，短期タスクと中期タスクが補完的な場合でも，中期タスクに対する努力を引き出せる場合が存在する。(5) 短・中・長期のマルチタスク指示が均衡点を持つためには，中期タスクと長期タスクの相関係数は正でなければならない。なお，本稿のモデルは各方面への拡張の余地を残している。たとえば，短期タスクと長期タスクのパフォーマンスメ

ジャーが相関を持つモデルへの拡張は，最も重要なものの一つであろう。また，繰り返しゲームと割引率の概念の導入によって長期タスクを定義し直すことで，割引率との関係において，短・中・長期のマルチタスクを論じることも可能となろう。

7．付録

本節では，マルチタスクを前提とした，インセンティブ係数や管理者努力の計算方法を示す。

リスク中立的で効用関数が $U_P(\cdot)\equiv\cdot$ で留保効用がゼロのプリンシパル（彼女）と，リスク回避係数 r で効用関数が $U_A(\cdot)\equiv-\exp(-r\cdot)$ で留保賃金がゼロのエイジェント（彼）の2者モデルとする。エイジェントが n 種類のタスクに対して努力 $\mathbf{e}\equiv\begin{bmatrix}e_1\\ \vdots\\ e_n\end{bmatrix}$ を配分する場合，彼は私的コスト $C(\mathbf{e})$ を負担し，プリンシパルは期待利得 $B(\mathbf{e})$ を受け取り，情報システム $\mathbf{M}\equiv\begin{bmatrix}m_{11} & \cdots & m_{1n}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ m_{k1} & \cdots & m_{kn}\end{bmatrix}$ はノイズ $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}\equiv\begin{bmatrix}\tilde{\varepsilon}_1\\ \vdots\\ \tilde{\varepsilon}_k\end{bmatrix}\sim\mathbf{N}(\mathbf{0},\boldsymbol{\Sigma})$ を含むパフォーマンスメジャー $\tilde{\mathbf{y}}\equiv\begin{bmatrix}\tilde{y}_1\\ \vdots\\ \tilde{y}_k\end{bmatrix}\equiv\mathbf{Me}+\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$ を出力する。プリンシパルは，インセンティブ $\boldsymbol{\beta}\equiv\begin{bmatrix}\beta_1\\ \vdots\\ \beta_k\end{bmatrix}$ を用いて報酬 $\tilde{w}\equiv\beta_0+\boldsymbol{\beta}^T\tilde{\mathbf{y}}$ をエイジェントに支払う。このとき，エイジェントの期待効用 EU_A は

$$EU_A=\int_{-\infty}^{\infty}-\exp\left[-r\left(\beta_0+\boldsymbol{\beta}^T\mathbf{y}-C(\mathbf{e})\right)\right]f(\boldsymbol{\varepsilon})d\boldsymbol{\varepsilon}$$

$$
\begin{aligned}
&= \int_{-\infty}^{\infty} -\exp\left[-r\left(\beta_0 + \boldsymbol{\beta}^T\left(\mathbf{Me} + \boldsymbol{\varepsilon}\right) - C\left(\mathbf{e}\right)\right)\right] f\left(\boldsymbol{\varepsilon}\right) d\boldsymbol{\varepsilon} \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} -\exp\left[-r\left(\beta_0 + \boldsymbol{\beta}^T\mathbf{Me} - C\left(\mathbf{e}\right)\right)\right] \exp\left[-r\boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{\varepsilon}\right] f\left(\boldsymbol{\varepsilon}\right) d\boldsymbol{\varepsilon} \\
&= -\exp\left[-r\left(\beta_0 + \boldsymbol{\beta}^T\mathbf{Me} - C\left(\mathbf{e}\right)\right)\right] \\
&\qquad \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-r\boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{\varepsilon}\right] \frac{1}{\left(2\pi\right)^{\frac{n}{2}}\left(\det\boldsymbol{\Sigma}\right)^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{\varepsilon}^T\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}\right)\right] d\boldsymbol{\varepsilon} \\
&= -\exp\left[-r\left(\beta_0 + \boldsymbol{\beta}^T\mathbf{Me} - C\left(\mathbf{e}\right)\right)\right] \\
&\qquad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\left(2\pi\right)^{\frac{n}{2}}\left(\det\boldsymbol{\Sigma}\right)^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2}\underbrace{\left(\boldsymbol{\varepsilon}^T\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{\varepsilon} + 2r\boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{\varepsilon}\right)}_{T_1}\right] d\boldsymbol{\varepsilon} \qquad (53)
\end{aligned}
$$

となる。ここで，T_1の部分に平方完成を適用すると

$$
\begin{aligned}
T_1 &= \boldsymbol{\varepsilon}^T\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{\varepsilon} + 2r\boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{\varepsilon} \\
&= \boldsymbol{\varepsilon}^T\boldsymbol{\Sigma}^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{\Sigma}^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{\varepsilon} + 2r\boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{\Sigma}^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{\varepsilon} \\
&= \left(\boldsymbol{\Sigma}^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{\varepsilon}\right)^T\left(\boldsymbol{\Sigma}^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{\varepsilon}\right) + 2\left(r\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{\beta}\right)^T\left(\boldsymbol{\Sigma}^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{\varepsilon}\right) \\
&= \left(\boldsymbol{\Sigma}^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{\varepsilon} + r\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{\beta}\right)^T\left(\boldsymbol{\Sigma}^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{\varepsilon} + r\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{\beta}\right) - \left(r\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{\beta}\right)^T\left(r\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{\beta}\right) \\
&= \left(\boldsymbol{\Sigma}^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{\varepsilon} + r\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{\beta}\right)^T\left(\boldsymbol{\Sigma}^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{\varepsilon} + r\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{\beta}\right) - \left(r\boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}\right)\left(r\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{\beta}\right) \\
&= \left(\boldsymbol{\Sigma}^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{\varepsilon} + r\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{\beta}\right)^T\left(\boldsymbol{\Sigma}^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{\varepsilon} + r\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{\beta}\right) - r^2\boldsymbol{\beta}^T\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\beta}
\end{aligned}
$$

$$=\left(\boldsymbol{\Sigma}^{-\frac{1}{2}}\left(\boldsymbol{\varepsilon}+r\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{\beta}\right)\right)^{T}\left(\boldsymbol{\Sigma}^{-\frac{1}{2}}\left(\boldsymbol{\varepsilon}+r\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{\beta}\right)\right)-r^{2}\boldsymbol{\beta}^{T}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\beta}$$

$$=\left(\left(\boldsymbol{\varepsilon}+r\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{\beta}\right)^{T}\boldsymbol{\Sigma}^{-\frac{1}{2}}\right)\left(\boldsymbol{\Sigma}^{-\frac{1}{2}}\left(\boldsymbol{\varepsilon}+r\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{\beta}\right)\right)-r^{2}\boldsymbol{\beta}^{T}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\beta}$$

$$=\left(\left(\boldsymbol{\varepsilon}+r\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\beta}\right)^{T}\boldsymbol{\Sigma}^{-\frac{1}{2}}\right)\left(\boldsymbol{\Sigma}^{-\frac{1}{2}}\left(\boldsymbol{\varepsilon}+r\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\beta}\right)\right)-r^{2}\boldsymbol{\beta}^{T}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\beta}$$

$$=\left(\boldsymbol{\varepsilon}+r\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\beta}\right)^{T}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\left(\boldsymbol{\varepsilon}+r\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\beta}\right)-r^{2}\boldsymbol{\beta}^{T}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\beta} \tag{54}$$

となるから，

$$EU_{A}=-\exp\left[-r\left(\beta_{0}+\boldsymbol{\beta}^{T}\mathbf{Me}-C\left(\mathbf{e}\right)\right)\right]\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\left(2\pi\right)^{\frac{n}{2}}\left(\det\boldsymbol{\Sigma}\right)^{\frac{1}{2}}}\exp\left[-\frac{1}{2}T_{1}\right]d\boldsymbol{\varepsilon}$$

$$=-\exp\left[-r\left(\beta_{0}+\boldsymbol{\beta}^{T}\mathbf{Me}-C\left(\mathbf{e}\right)\right)\right]$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\left(2\pi\right)^{\frac{n}{2}}\left(\det\boldsymbol{\Sigma}\right)^{\frac{1}{2}}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\left(\boldsymbol{\varepsilon}+r\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\beta}\right)^{T}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\left(\boldsymbol{\varepsilon}+r\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\beta}\right)-r^{2}\boldsymbol{\beta}^{T}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\beta}\right)\right]d\boldsymbol{\varepsilon}$$

$$=-\exp\left[-r\left(\beta_{0}+\boldsymbol{\beta}^{T}\mathbf{Me}-C\left(\mathbf{e}\right)\right)+\frac{1}{2}r^{2}\boldsymbol{\beta}^{T}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\beta}\right]$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\left(2\pi\right)^{\frac{n}{2}}\left(\det\boldsymbol{\Sigma}\right)^{\frac{1}{2}}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\left(\boldsymbol{\varepsilon}+r\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\beta}\right)^{T}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\left(\boldsymbol{\varepsilon}+r\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\beta}\right)\right)\right]d\boldsymbol{\varepsilon}$$

$$=-\exp\left[-r\left(\beta_{0}+\boldsymbol{\beta}^{T}\mathbf{Me}-C\left(\mathbf{e}\right)-\frac{1}{2}r\boldsymbol{\beta}^{T}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\beta}\right)\right]\times 1$$

$$=-\exp\left[-r\left(\beta_{0}+\boldsymbol{\beta}^{T}\mathbf{Me}-C\left(\mathbf{e}\right)-\frac{1}{2}r\boldsymbol{\beta}^{T}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\beta}\right)\right] \tag{55}$$

となる。したがって，エイジェントの確実性等価 CE は

$$CE = \beta_0 + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{Me} - C(\mathbf{e}) - \frac{1}{2} r \boldsymbol{\beta}^T \boldsymbol{\Sigma\beta} \tag{56}$$

となる。エイジェントの努力選択は，一階条件

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{e}} CE = \mathbf{M}^T \boldsymbol{\beta} - \frac{\partial C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}} = \mathbf{0} \tag{57}$$

すなわち

$$\mathbf{M}^T \boldsymbol{\beta} = \frac{\partial C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}} \tag{58}$$

すなわち

$$\boldsymbol{\beta} = \left(\mathbf{M}^T\right)^{-1} \frac{\partial C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}} \tag{59}$$

を満足するようになされる。ここで，(59)式の両辺を $\mathbf{e}$ で微分すると

$$\frac{\partial \boldsymbol{\beta}}{\partial \mathbf{e}} = \left(\mathbf{M}^T\right)^{-1} \frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \tag{60}$$

となるから，逆関数定理より

$$\frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \left(\left(\mathbf{M}^T\right)^{-1} \frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2}\right)^{-1} \tag{61}$$

となることに注意しておく。エイジェントの参加条件から

$$\beta_0 = \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{Me} - C(\mathbf{e}) - \frac{r}{2} \boldsymbol{\beta}^T \boldsymbol{\Sigma\beta} \tag{62}$$

となるから，プリンシパルの期待利得 Π は

$$\Pi = B(\mathbf{e}) - \left(\beta_0 + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{Me}\right)$$

$$= B(\mathbf{e}) - C(\mathbf{e}) - \frac{r}{2} \boldsymbol{\beta}^T \boldsymbol{\Sigma\beta} \tag{63}$$

となる。プリンシパルのインセンティブ選択は，一階条件

$$\begin{aligned}\frac{d\prod}{d\boldsymbol{\beta}} &= \frac{dB(\mathbf{e})}{d\boldsymbol{\beta}} - \frac{dC(\mathbf{e})}{d\boldsymbol{\beta}} - r\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\beta} \\ &= \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \boldsymbol{\beta}}^T \frac{\partial B(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}} - \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \boldsymbol{\beta}}^T \frac{\partial C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}} - r\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\beta} \\ &= \mathbf{0}\end{aligned} \tag{64}$$

を満足するようになされる。これに(58)式を適用すると

$$\frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \boldsymbol{\beta}}^T \frac{\partial B(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}} - \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \boldsymbol{\beta}}^T \mathbf{M}^T\boldsymbol{\beta} - r\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{0} \tag{65}$$

となるが，整理して

$$\left(\frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \boldsymbol{\beta}}^T \mathbf{M}^T + r\boldsymbol{\Sigma}\right)\boldsymbol{\beta} = \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \boldsymbol{\beta}}^T \frac{\partial B(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}} \tag{66}$$

すなわち

$$\boldsymbol{\beta} = \left(\frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \boldsymbol{\beta}}^T \mathbf{M}^T + r\boldsymbol{\Sigma}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \boldsymbol{\beta}}^T \frac{\partial B(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}} \tag{67}$$

となる。ところで，(61)式の転置をとると

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \boldsymbol{\beta}}^T &= \left(\left(\left(\mathbf{M}^T\right)^{-1} \frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2}\right)^{-1}\right)^T \\ &= \left(\left(\left(\mathbf{M}^T\right)^{-1} \frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2}\right)^T\right)^{-1} \\ &= \left(\frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2}^T \left(\left(\mathbf{M}^T\right)^{-1}\right)^T\right)^{-1}\end{aligned}$$

$$= \left(\frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2}^T \left(\left(\mathbf{M}^T \right)^T \right)^{-1} \right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \mathbf{M}^{-1} \right)^{-1} \tag{68}$$

となるから，(67)式と併せて，プリンシパルが選択するインセンティブは

$$\boldsymbol{\beta}^{\dagger} \equiv \boldsymbol{\beta} = \left(\left(\frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \mathbf{M}^{-1} \right)^{-1} \mathbf{M}^T + r\boldsymbol{\Sigma} \right)^{-1} \left(\frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \mathbf{M}^{-1} \right)^{-1} \frac{\partial B(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}}$$

$$= \left(\left(\frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \mathbf{M}^{-1} \right) \left(\left(\frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \mathbf{M}^{-1} \right)^{-1} \mathbf{M}^T + r\boldsymbol{\Sigma} \right) \right)^{-1} \frac{\partial B(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}}$$

$$= \left(\left(\frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \mathbf{M}^{-1} \right) \left(\frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \mathbf{M}^{-1} \right)^{-1} \mathbf{M}^T + \left(\frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \mathbf{M}^{-1} \right) r\boldsymbol{\Sigma} \right)^{-1} \frac{\partial B(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}}$$

$$= \left(\mathbf{M}^T + r \frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \mathbf{M}^{-1} \boldsymbol{\Sigma} \right)^{-1} \frac{\partial B(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}} \tag{69}$$

となる。

$$\mathbf{M} = \mathbf{I} \tag{70}$$

の特殊ケースを考えると

$$\boldsymbol{\beta}^{\dagger} = \left(\mathbf{I}^T + r \frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \mathbf{I}^{-1} \boldsymbol{\Sigma} \right)^{-1} \frac{\partial B(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}}$$

$$=\left(\mathbf{I}+r\frac{\partial^2 C\left(\mathbf{e}\right)}{\partial \mathbf{e}^2}\mathbf{I\Sigma}\right)^{-1}\frac{\partial B\left(\mathbf{e}\right)}{\partial \mathbf{e}}$$

$$=\left(\mathbf{I}+r\frac{\partial^2 C\left(\mathbf{e}\right)}{\partial \mathbf{e}^2}\mathbf{\Sigma}\right)^{-1}\frac{\partial B\left(\mathbf{e}\right)}{\partial \mathbf{e}} \tag{71}$$

となる。(61)式の両辺を $\boldsymbol{\beta}$ で積分すると

$$\int\frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \boldsymbol{\beta}}d\boldsymbol{\beta}=\int\left(\left(\mathbf{M}^T\right)^{-1}\frac{\partial^2 C\left(\mathbf{e}\right)}{\partial \mathbf{e}^2}\right)^{-1}d\boldsymbol{\beta} \tag{72}$$

となるが，左辺は

$$\int\frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \boldsymbol{\beta}}d\boldsymbol{\beta}=\mathbf{e} \tag{73}$$

となり，右辺は

$$\int\left(\left(\mathbf{M}^T\right)^{-1}\frac{\partial^2 C\left(\mathbf{e}\right)}{\partial \mathbf{e}^2}\right)^{-1}d\boldsymbol{\beta}$$

$$=\left(\left(\mathbf{M}^T\right)^{-1}\frac{\partial^2 C\left(\mathbf{e}\right)}{\partial \mathbf{e}^2}\right)^{-1}\int d\boldsymbol{\beta}$$

$$=\left(\left(\mathbf{M}^T\right)^{-1}\frac{\partial^2 C\left(\mathbf{e}\right)}{\partial \mathbf{e}^2}\right)^{-1}\boldsymbol{\beta} \tag{74}$$

となるから，

$$\mathbf{e}=\left(\left(\mathbf{M}^T\right)^{-1}\frac{\partial^2 C\left(\mathbf{e}\right)}{\partial \mathbf{e}^2}\right)^{-1}\boldsymbol{\beta} \tag{75}$$

となる。したがって，(69)式からエイジェントが選択する努力は

$$\mathbf{e}^\dagger \equiv \left(\left(\mathbf{M}^T\right)^{-1} \frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \right)^{-1} \boldsymbol{\beta}^\dagger$$

$$= \left(\left(\mathbf{M}^T\right)^{-1} \frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \right)^{-1} \left(\mathbf{M}^T + r \frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \mathbf{M}^{-1} \boldsymbol{\Sigma} \right)^{-1} \frac{\partial B(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}}$$

$$= \left(\left(\mathbf{M}^T + r \frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \mathbf{M}^{-1} \boldsymbol{\Sigma} \right) \left(\left(\mathbf{M}^T\right)^{-1} \frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \right) \right)^{-1} \frac{\partial B(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}}$$

$$= \left(\mathbf{M}^T \left(\mathbf{M}^T\right)^{-1} \frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} + r \frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \mathbf{M}^{-1} \boldsymbol{\Sigma} \left(\mathbf{M}^T\right)^{-1} \frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \right)^{-1} \frac{\partial B(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}}$$

$$= \left(\frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} + r \frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \mathbf{M}^{-1} \boldsymbol{\Sigma} \left(\mathbf{M}^{-1}\right)^T \frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \right)^{-1} \frac{\partial B(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}}$$

$$= \left(\frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \left(\mathbf{I} + r \mathbf{M}^{-1} \boldsymbol{\Sigma} \left(\mathbf{M}^{-1}\right)^T \frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \right) \right)^{-1} \frac{\partial B(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}} \qquad (76)$$

となる[13]。

$$\mathbf{M} = \mathbf{I} \qquad (77)$$

という特殊ケースでは，

$$\mathbf{e}^\dagger = \left(\frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \left(\mathbf{I} + r \mathbf{I}^{-1} \boldsymbol{\Sigma} \left(\mathbf{I}^{-1}\right)^T \frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \right) \right)^{-1} \frac{\partial B(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}}$$

⒀　$C(\mathbf{e})$ が $\mathbf{e}$ の要素の二次形式のとき，行列 $\dfrac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2}$ のすべての要素は定数となる。また，$B(\mathbf{e})$ が $\mathbf{e}$ の要素の一次形式のとき，ベクトル $\dfrac{\partial B(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}}$ のすべての要素は定数となる。

$$= \left(\frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \left(\mathbf{I} + r\boldsymbol{\Sigma} \frac{\partial^2 C(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}^2} \right) \right)^{-1} \frac{\partial B(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}} \tag{78}$$

となる。

謝辞

本稿は，日本学術振興会科学研究費補助金（基盤研究（A）：課題番号24243037：グローバル経済におけるビジネスと会計制度の変化に関する経済学的研究）による研究成果の一部である。記して感謝の意を表したい。

参考文献

Baker, G., (2002). “Distortion and Risk in Optimal Incentive Contracts.” *The Journal of Human Resources*, Vol. 37, No. 4, pp. 728–751.

Corts, K. S., (2007). “Teams versus individual accountability: Solving multitask problems through job design.” *RAND Journal of Economics*, Vol. 38, No. 2, pp. 467–479.

Crawford, V. P., (1988). “Long-Term Relationships Governed by Short-Term Contracts.” *American Economic Review*, Vol. 78, No. 3, pp. 485–499.

Daido, K., (2006). “Formal and relational incentives in a multitask model.” *International Review of Law and Economics*, Vol. 26, No. 3, pp. 380–394.

Dutta, S. and Reichelstein, S., (2003). “Leading Indicator Variables, Performance Measurement, and Long-Term Versus Short-Term Contracts.” *Journal of Accounting Research*, Vol. 41, No. 5, pp. 837–866.

Feltham, G. A. and Xie, J., (1994). “Performance Measure Congruity and Diversity in Multi-Task Principal/Agent Relations.” *The Accounting Review*, Vol. 69, No. 3, pp. 429–453.

Fudenberg, D., Holmstrom, B. and Milgrom, P., (1990). “Short-term contracts and long-term agency relationships.” *Journal of Economic Theory*, Vol. 51, No. 1, pp. 1–31.

Hellmann, T. and Thiele, V., (2011). “Incentives and innovation: A multitasking approach.” *American Economic Journal: Microeconomics*, Vol. 3, No. 1, pp. 78–128.

Holmstrom, B. and Milgrom, P., (1987). “Aggregation and Linearity in the Provision of Intertemporal Incentives.” *Econometrica*, Vol. 55, No. 2, pp. 303–328.

Holmstrom, B. and Milgrom, P., (1991). “Multitask principal-agent analyses: Incentive contracts, asset ownership, and job design.” *Journal of Law, Economics and Organization*, Vol. 7, No. January 1991, pp. 24–52.

Horstmann, I. J., Mathewson, F. and Quigley, N., (2005). “Agency Contracts with Long - Term Customer Relationships.” *Journal of Labor Economics*, Vol. 23, No. 3, pp. 589–608.

Kaplan, R. S. and Norton, D. P., (1996). *The Balanced Scorecard: Translating Strategy Into Action*, Cambridge, MA: Harvard Business Press.

Liang, P. J. and Nan, L., (2014). "Endogenous Precision of Performance Measures and Limited Managerial Attention." *European Accounting Review*, pp. 1–35.

Macho-Stadler, I., Pérez-Castrillo, D. and Porteiro, N., (2014). "Coexistence of long-term and short-term contracts." *Games and Economic Behavior*, Vol. 86, pp. 145–164.

von Thadden, E.-L., (1995). "Long-Term Contracts, Short-Term Investment and Monitoring." *Review of Economic Studies*, Vol. 62, No. 4, pp. 557–575.

鈴木孝則，（2010）．“規制下における営業と統制のトレードオフ．”早稲田商學，Vol. 425, pp. 53–70.