

建築構造物の耐震設計を対象とした  
波動論による評価検証に関する研究

Interpretation of Seismic Design for  
Building Structures Based on  
Wave Propagation Analysis

2016年2月

中溝 大機  
Daiki NAKAMIZO



建築構造物の耐震設計を対象とした  
波動論による評価検証に関する研究

Interpretation of Seismic Design for  
Building Structures Based on  
Wave Propagation Analysis

2016年2月

早稲田大学大学院 創造理工学研究科  
建築学専攻 応答御構造研究

中溝 大機  
Daiki NAKAMIZO



# 目次

## 第1章 序論

1.1.	研究背景：新耐震設計法の背景、耐震設計のこれから	1- 1
1.2.	研究目的と目的達成のための方法	1- 4
1.3.	本論文の構成	1- 6

## 第2章 質点系の波動伝播解析による評価検証

2.1.	はじめに	2- 1
2.1.1.	質点系の波動論研究の動向と耐震設計における波動論の可能性	2- 2
2.1.2.	質点系の運動方程式と波動方程式の等価性	2- 3
2.1.3.	耐震・制振・免震構造の振動性状を波動論の観点から考察する意味合い	2- 5
2.2.	質点系の波動伝播特性の考察	2- 6
2.2.1.	質点系の空間状態方程式と伝達マトリクス	2- 6
2.2.2.	伝達マトリクスの対角化による波動成分への変換	2- 8
2.2.3.	伝達マトリクスの固有値に基づく波動減衰の考察	2-11
2.2.4.	散乱行列による波動の透過・反射	2-15
2.2.5.	透過振幅比・反射振幅比の考察	2-23
2.2.6.	質点系の波動の伝達関係	2-29
2.3.	波動エネルギーとエネルギーの流れ	2-31
2.3.1.	波動エネルギーの定義	2-31
2.3.2.	エネルギー透過率・エネルギー反射率の考察	2-34
2.3.3.	エネルギーフローの定義	2-38
2.4.	固有モードの波動変換	2-43
2.4.1.	分散関係と基準振動	2-43
2.4.2.	波動伝播速度	2-46
2.4.3.	複素固有値解析による複素固有モード	2-50
2.4.4.	複素固有モードの波動変換	2-52
2.5.	2章のまとめ	2-57

## 第3章 建物と地盤の動的相互作用効果の設計的評価検証

3.1.	はじめに.....	3- 1
3.2.	建物と地盤の動的相互作用による応答低減効果の設計用評価式の提案.....	3- 4
3.2.1.	加速度応答比 $D_{SSJ}$ の評価式に関する基本概念.....	3- 4
3.2.2.	時刻歴応答解析による慣性の相互作用効果の確認.....	3- 7
3.2.3.	慣性の相互作用による応答比 $\mu D_{SSJ}$ の設計用評価式の提案.....	3-12
3.2.4.	入力の相互作用による応答比 $\mu D_{SSJ}$ の設計用評価式の提案.....	3-18
3.2.5.	慣性・入力の相互作用を考慮した応答比 $D_{SSJ}$ の設計用評価式.....	3-22
3.2.6.	3.2節のまとめ.....	3-25
3.3.	杭基礎建物の動的相互作用に関する考察.....	3-26
3.3.1.	スウェイモデル適用の妥当性に関する検証方法.....	3-28
3.3.2.	算定結果とその分析.....	3-32
3.3.3.	実建物での算定事例.....	3-37
3.3.4.	3.3節のまとめ.....	3-38
3.4.	波動インピーダンスを用いた動的相互作用の評価.....	3-39
3.4.1.	動的相互作用の要因の波動インピーダンス比による表現.....	3-40
3.4.2.	建物地盤境界における波動エネルギー伝達率.....	3-43
3.5.	波動エネルギーの保存則を用いた地震荷重の設定.....	3-45
3.5.1.	地盤増幅関数の保存量.....	3-45
3.5.2.	加速度フーリエ振幅とエネルギースペクトルの等価性.....	3-46
3.5.3.	観測記録における地震基盤のエネルギースペクトル.....	3-46
3.5.4.	表層地盤の減衰による影響.....	3-48
3.5.5.	設計用地震荷重の設定方法.....	3-52
3.6.	3章のまとめ.....	3-54

## 第4章 実在建物を対象とした波動伝播解析による評価検証

4.1.	はじめに.....	4- 1
4.2.	検証対象建物の概要.....	4- 2
4.3.	波動伝播解析・動的相互作用解析による評価検証.....	4-12
4.3.1.	解析諸条件の設定.....	4-12
4.3.2.	建物Aの検証結果.....	4-16
4.3.3.	建物Bの検証結果.....	4-26
4.4.	4章のまとめ.....	4-36

## 第5章 結論

謝辭

参考文献

研究業績書





## 第1章 序論

### 1.1. 研究背景：新耐震設計法の背景、耐震設計のこれから

我が国は世界有数の地震国であり、建築構造物における耐震設計の重要性は言うまでもない。ここ数十年の間に振動論に立脚した耐震設計の考え方は大きく進展した。たとえば、高層建物の動的解析技術、建物と地盤の相互作用解析技術、免震・制振技術など、振動学の基礎的素養なしには現在の耐震設計を論じることはできない。本節では耐震設計の目的、現行の建築基準法における耐震設計基準である新耐震設計法<sup>1)</sup>の背景および考え方とその妥当性について触れ、これからの耐震設計が進むべき方向性について論じる。

現行の建築基準法による耐震設計基準は、1981年に施行されたいわゆる「新耐震設計法」が中心となっている。ここには1923年関東地震はじめとする多くの建築物地震被害から得られた知見が盛り込まれている。耐震設計ルートの考え方など設計法を形成する骨格となる各項目において、設計用地震荷重の大きさは標準せん断力係数（地上最下層せん断力を全重量で除した値）の形で1次設計、2次設計それぞれに定められている。

1次設計において中地震に対して0.2、2次設計において大地震に対して1.0とされている。この大地震において1.0という数値には次のような根拠があるとされている。1923年関東地震における下町の地表面震度が0.3程度であったと推察されることから、建物による応答増幅を3~4倍程度とすれば、弾性挙動であれば大地震時の水平震度として1.0になるというものである。

基準法では設計クライテリアとして、1次設計においては許容応力度以内（つまり構造体は弾性範囲内）、2次設計に対しては建物が倒壊崩壊しないことと定めている。2次設計で想定する極めて稀に発生する地震として、建築物の供用期間中に1回遭遇するかしないかという程度の地震を想定しており、このような巨大地震に対しては構造体の塑性変形や損傷を許容し、倒壊崩壊しないことを最低限の要求としている。

また60mを超える超高層建築物や免震構造物などにおいては、原則的に時刻歴応答解析を行うことが求められる。そのさいの、大地震時にあたる「極めて稀に発生する地震」に相当する設計用入力地震動として、過去の代表的な観測地震動、告示1461に規定される工学的基盤における応答スペクトルに適合する地震動（いわゆる告示波）、敷地の特性を考慮した地震動（いわゆるサイト波）の3種類の地震動を入力として安全性の検証が行われている。この告示波の大きさは工学的基盤において最大応答スペクトル値  $S_v = 0.8\text{m/s}$ ,  $S_a = 8.0\text{m/s}^2$  となっており、前述の  $C_0 = 1.0$  というレベルに対応したものと設定されている<sup>2)</sup>。

新耐震設計法では以上のように建物に付与すべき耐震性能を定めているが、その妥当性はこの設計法による建築物の地震被害の小ささからも確認されている。1981年の新耐震設計法施行以降に市街地で発生した大地震として、1995年兵庫県南部地震があるが、この地

震において新耐震設計法に基づいて建設された建物の多くは倒壊を免れている。建設省建築研究所の被害調査最終報告書<sup>3)</sup>において、この事実をもって、建物に最低限付与すべき水平耐力として  $C_0=1.0$  という値は適切であったとの判断を示している。

この報告書は、建物に生じた地震荷重(ベースシア係数)はほぼ  $C_0=1.0$  もしくはそれを少し上回る程度であったが、建物と地盤の動的相互作用効果、塑性化によるエネルギー吸収、不静定次数の効果、設計時に考慮しない余力、材料強度安全率、部材耐力安全率などが重なって大破・倒壊を免れたと推定している。これらの要因の中で動的相互作用を除く各項目については、設計時にこれらを考慮に入れることは建物の耐震性を低下させてしまう恐れがあり、あくまで非常時に取っておくべき余裕分である、とも述べられている。つまり上記要因の中では、動的相互作用のみは、設計に取り込む余地があると言えるし、建物に作用する真の地震荷重の評価にさいして考慮すべきものとなる。

動的相互作用については古くから多くの研究がなされており、膨大な研究成果が蓄積されているものの、その成果は設計に積極的に取り入れられていない。この理由としては現象が複雑であること、設計時に考慮に入れないことが建物の余力となる場合が多いこと等が挙げられる。新耐震設計法の成果として大地震においても一定以上の安全性を発揮したことは耐震工学の大きな成果と言えるが、余力の一部として効果が認識されている動的相互作用については、いまだ構造設計者の設計行為の対象として十分にコントロールできる段階にないというのが現状である。また多くの場合は余力として働くと考えられているものの、逆に相互作用を考慮することにより建物の応答が大きくなることもあり、そのメカニズムをある程度把握し、設計に考慮できるようにすることは重要であると考えられる。

一方近年では、数千年といったスパンで過去の地震を振り返った時に、幾度となく繰り返され、いずれ必ず起こるとされている南海トラフ巨大地震に対する内閣府での検討が繰り返行われている<sup>4)</sup>。日本全体での被害想定としても、2013年3月に発表された直接被害額 169.5兆円、その他間接的な影響による被害で 50.8兆円に上るなど、具体的な数字も公表されている。各自治体はこの被害想定に基づいた防災計画を策定しているため、内容が更新されるたびに改めることが必要な状況にある。いずれ来る大地震の波形やそのような地震がどんな破壊力を持って建築構造物に被害を与えるのか、を予測することが、各研究機関によって盛んに行われている。しかし、地震波形の大きさは研究者の考え方によって変動幅が大きく、被害想定も変動する。このように想定被害が大きく変動している現状では、被害の大きさを踏まえた具体的な防災計画は必ずしも容易でないと考えられる。また構造設計を行う上でも、このような大きな変動幅を持った予測地震動をそのまま設計用入力地震動として用いることは、非現実的で、適切で経済的な設計を行うという観点からは難しいといえる。

どんな地震が来るかを確定的に予測することは不可能であるが、耐震設計には、過去の地震でなく、将来の地震において人命を担保する役割が期待されている。無限に大きな地震が来るとすれば建物の倒壊は避けられないが、どれだけ大きな地震が来るとしても、構

造設計者にできる唯一のことは揺れ方、壊れ方を制御することである。それにより建物被害から人命を守る猶予を与え、使用者に地震による被害を最小限に抑えることへの選択の余地を残すことができる。

地震への応答のあり方、建物の壊れ方を制御することが構造設計者の使命であるとするれば、そこにこそ耐震設計の技術の更なる発展の道筋が残されているといえる。地震の規模に応じた建物への要求性能を満足するように設計していくために、様々な選択を可能とすることが、これからの免震・制振・耐震技術の方向であるといえる。

このように選択肢が増えていくことは建物の使用者にとって有用であると考えられる。先に述べた、今後の巨大地震の被害想定情報は、一般報道でも盛んに行われており、もはや研究者や設計者のような専門家のみが見知りうる情報ではなく、一般市民も少なからずその危機感を共有できるものとなって来ている。このような状況の中では、建築主にとっては建物にどんな構造性能を付与するか、建物使用者にとってはどんな構造性能を持った建物を利用するかを選択できる時代になりつつある。耐震設計は多くの要素技術が成熟する段階に来ており、充実期を迎えているといえるのかもしれない。

本論文の表題が示すように、波動伝播、動的相互作用は本研究における上記の議論のキーワードとなる。これらのキーワードがなぜ重要となるかについては次節で述べ、関係する既往研究については関連する各章の冒頭において参考文献として挙げる。

## 1.2. 研究目的と目的達成のための方法

上記背景を踏まえ、建築構造物の耐震設計に対して波動論による評価検証の考え方を提示することを本論文の目的とする。耐震設計技術をこれまでの振動論に立脚したものはやや異なる波動論の観点から考察し、評価する。本節ではこの目的設定に至った根拠を示す。

研究目的の設定にあたり、建築構造物における耐震設計とその基礎理論である振動論の関係性を以下の図の様に表すことができる。

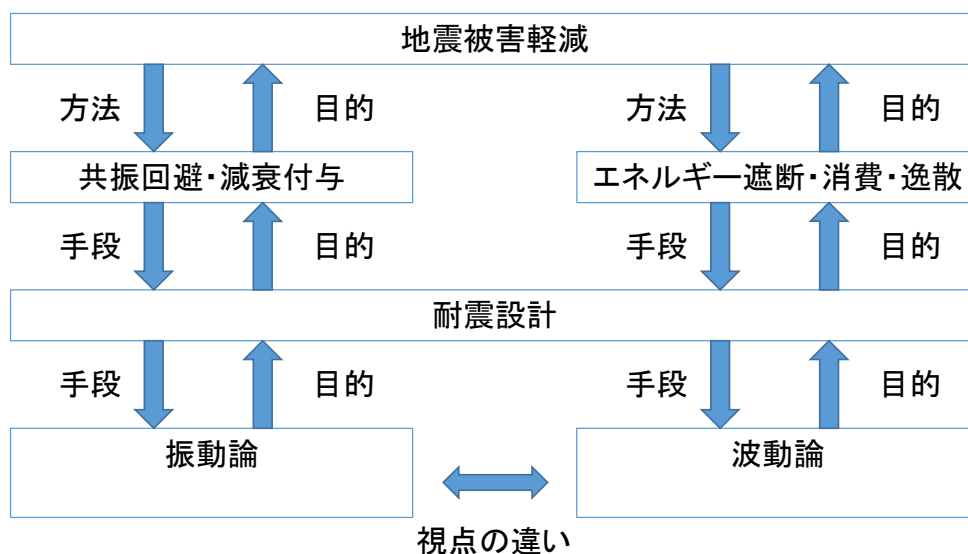


Fig. 1.2-1 耐震設計の目的とその周辺の基礎理論

耐震設計の目的は地震被害を軽減させ、建物の安全性を与条件の中で出来得る限り高めることにある。耐震設計と地震被害の関係性については次のように説明できる。

建築構造物は直接基礎や杭基礎などの剛強な基礎を介して支持地盤上に支持されている。地盤の震動は構造物に伝達され構造物に慣性力が生じる。この慣性力の作用が構造物を変形させ、被害を生じさせる。これが地震被害である。地震による慣性力に抵抗し、建物被害を抑えるために建物の構造物にさまざまな構造特性を付与することで、建物の内部にある人命や財産を保護する。この目的をもって振動のあり方を工夫することで構造特性を付与する行為が耐震設計であるとも言える。この被害とその軽減のメカニズムの説明において、設計行為における言語として振動論が必要となる。

振動論は、地震被害の検証と理解、その被害軽減への対策・技術の考案、技術の高度化、廉価化のような順序で発展してきたと考えられる。地震被害をなくすことはできないが、先に述べた通り、新耐震設計法に基づいて設計された建物の多くは、過去の大きな地震においても倒壊を免れ、新耐震設計法に準拠していなければ失われたかもしれない多くの人

命を救ったといえる。つまり耐震設計の真の目的である地震被害の軽減については、新耐震設計法が最低限の基準として妥当であると判断されている現状では、築き上げられてきた多くの振動論における知見によりすでに地震被害の軽減という工学としての役割を果たしつつあるように思える。

地震被害軽減に対して耐震工学技術を具現化したものとして、耐震・制振・免震といった技術がある。これらの技術により被害軽減を達成する手段は大まかに言って次の二つになる。

- ① 建物の共振を避け、入力エネルギーの伝達を抑制すること。→共振回避
- ② 建物にエネルギー消費機構を付与すること→減衰付与

耐震設計の目的である被害軽減を共振回避・減衰付与によって達成するのが、制振技術である。これらをもう少し詳細に述べるとすれば、建物にどのようなエネルギーを吸収させるか、建物のどこでエネルギー吸収を行うか、どんな機構によりエネルギー消費を行うかといったことである。その機構とは摩擦熱に変換するか、液体の粘度により位相遅れを発生させ振動の一部を打ち消すか、物体の永久変形による破壊エネルギーへ変換するかというものである。

このような振動論の観点からの被害軽減のための技術がある一方で、地震による建物の振動現象の本質を述べるとすれば、振動現象をエネルギーの授受が空間的にも時間的にも連続的に行われること、と見ることもできる。

地震による構造物の振動現象をその発生から考えてみると、Fig. 1.2-2 のようになる。断層面の破壊により生じた地震波はエネルギーを持って地盤の深い部分を伝播し、やがて地震基盤へ到達する。そこから波動エネルギーは表層地盤の内部を伝達し、建物の基礎へと到達する。到達した地震波はさらに建物の上部まで上昇し、最後には自由端となる建物の頂部にたどり着く。ここまでの過程はすべて、波動が地震波のエネルギーを運搬することにより、媒質から媒質へと次々に変形を伝達していくものである。各部に伝達されたエネルギーによって、建物の各部が次々に時間的に連続して強制的に変形する。これが建物の振動現象の全体像である。つまり波動は振動の要因であり、振動は波動の伝播による結果であるという見方もできる。

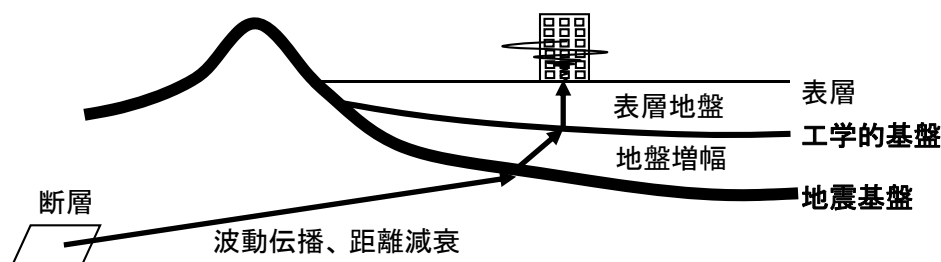


Fig. 1.2-2 断層～地盤～建物への地震波動伝播

被害軽減には共振を避けることや、減衰を付与することが必要となるが、これらを結果としての振動ではなく、振動の原因である一連の波動伝播現象として捉えれば、上記の①②は次の①' ②' のように言い換えることができる。

- ①' 波動エネルギーをいかに遮断し、入力させないか。→入力エネルギー低減
- ②' 入力した波動エネルギーをいかに消費・逸散させるか。→エネルギー消費・逸散

波動エネルギーをいかに反射させ、入力させないようにするか。いったん入力してしまった波動エネルギーをどのように逸散させるか、あるいは内部で消費させるか、といった議論が、振動現象の原因にまで遡った、より本質的で直観的な応答低減のアプローチに言及することを可能とするはずである。

今後さらに建物の耐震設計を進歩させるには、建物の振動を波動現象としてとらえることが重要な手がかりになると考える。波動現象の理解を通じて効果的な波動エネルギーの逃がし方や打消し方を把握できれば、より合理的な設計が可能になると考えられる。

以上より、本研究では建物の波動論の立場からの定性的・定量的考察を行い、それをもとに建物への入力エネルギーの決定に重要な役割を果たす動的相互作用の解釈、および建物の制振の波動論の立場からの解釈を行うことで建物の設計における新たな尺度を提案することを目的とする。

### 1.3. 本論文の構成

本論文は、建築構造物の耐震設計を対象とした、波動論に基づく評価検証法の提案を目的とした研究である。構造物の耐震設計は1981年の新耐震設計法制定以降、法定の設計用地震荷重はその大枠を維持したまま現在に至っているが、設計時あるいはその後の検証により予測される被害と観測される実被害の間に乖離がみられることが少なくない。多くの場合、実被害は予測被害を下回っており、この事実は建物損傷に寄与する入力エネルギーが予測よりも小さいことを意味している。このような実現象との乖離の要因として、エネルギーの消費・遮断・逸散などに関連するメカニズムの解明が十分でないことが挙げられる。このメカニズムの解明を目的として、建物の振動を励起する波動伝播の性質を検証するとともに、設計において意図した性能を満たすために必要な機構をいかに設計すべきかを論じる。

本論文は5章よりなる。

第1章は序論であり、ここまでに示した通り、耐震設計の現状と今後の地震被害に対して求められる耐震設計の役割について述べ、研究目的として今後の耐震設計に有効であると考えられる波動論を考える意味合いについて論じる。

第2章「質点系の波動伝播解析を用いた建造物の評価検証」では、建物の質点系モデルを用いた波動伝播解析の方法を論じ、建造物のエネルギー吸収機構の波動論に基づく解釈について論ずる。まず伝達マトリクス法を用いて1次元の質点系モデルの状態方程式を構築し、波動の透過や反射を波動インピーダンス比により表現できることを示す。質点系モデルの複素固有値解析を利用した固有モードの波動変換について述べたのち、得られた複素固有モードを波動成分に分解することにより、質点間の互いの影響を可視的に確認する。さらに波動エネルギーやその流れに着目し、上述の質点間の互いの影響を考察する。均質モデルや、柔軟層を含むモデル、局所的に大きな減衰を持つモデルなどの波動伝播性状をシミュレーションする。

第3章「建物と地盤の動的相互作用効果の設計的評価検証」では、建物と地盤の動的相互作用を設計的観点から評価する方法について述べ、前章で波動論に基づく内容を踏まえた動的相互作用の解釈を論じる。

種々の要因を設計的に評価した動的相互作用による応答比  $D_{SSI}$  の設計用評価式を提案する。この提案にあたっては、以下の4点に焦点を当てる。

- (1) 地盤増幅関数の平滑化を用いた  $I_{D_{SSI}} \cdot K_{D_{SSI}}$  評価式の導出
- (2) 加速度応答に基づいた応答比  $D_{SSI}$  評価式の導出
- (3) 応答低減効果⇔振動特性変化⇔地盤・建物条件の関係の整理
- (4) 地盤・建物条件を考慮した応答比のコンタ図による可視化

動的相互作用には様々な非線形現象を伴うが、その前段階としての線形理論に基づく考察も設計に十分に反映されていない現状を考慮し、ここでは地盤・建物の非線形性は考慮していない。ここで提案する設計評価式は、今後非線形相互作用を等価線形的に取込むための基礎理論と位置づけている。

上記の設計用評価式は主に直接基礎を想定している。さらに杭基礎をも対象として、より幅広い基礎の形式にも利用できるようにする目的で、杭基礎建物を対象としたスウェイモデルにこの設計用評価式を採用したときの妥当性を論じる。

また2章での波動伝播解析の概念を考慮し、上記の相互作用に関する提案と合わせて建物の設計用地震荷重を設定する方法も提案する。

第4章「実在建物における耐震性能の評価」では、著者が実施設計を行った複数の建物を対象に、前章までの内容を踏まえた波動伝播に基づく評価法について述べる。

対象とする建物は、高層S造免震建物、中層S造制振建物である。これらについて2章で提示した波動伝播解析、および3章で提示した動的相互作用を考慮した波動論に基づく議論を展開する。具体的には、波動伝播解析としては、各層間の層間伝達減衰比、透過・反射振幅比、複素固有モードの波動分解、波動エネルギーの伝達関数を求め、建物各層での波動の伝播状況を検証する。一方、動的相互作用としては、実際の地盤性状を考慮したうえで設計用評価式に基づく応答比を求める。波動伝播解析と動的相互作用による検証結

果を総合して実在建物の耐震性能について論じ、構造物の耐震設計において波動伝播の概念を適用した検証の有用性を示す。

第 5 章は結論であり、各章の成果をまとめる。



## 第2章 質点系の波動伝播解析による評価検証

### 2.1. はじめに

本章では質点系の波動伝播を考察するための諸量の定義を行うとともに、基本的な構造物モデルを用いてその波動伝播性状の考察を行う。耐震設計を波動論の観点から評価するために、以下の様な構成で質点系の波動伝播について論じる。

2.1節ではこれまでの質点系の波動伝播に関する研究を振り返り、振動と波動の等価性について述べる。また耐震・制振・免震構造においてどのような点を波動論から考察すべきかについて述べる。

2.2節では1次元質点系の波動の基本的性質を表す波動の減衰と散乱の諸量の定義を行う。伝達マトリクス法を用いて質点系モデルの空間状態方程式を作成し、対角化による波動成分への変換、伝達マトリクスの固有値から波動の減衰や波数を抽出する方法を述べる。また同様に伝達マトリクスからの変換によって波動の透過や反射を抽出する。これらは波動の分散性を考慮した波動インピーダンス比をパラメータとして表現できる。この透過・反射を、構造物を模擬した2質点系モデルにおいて確認し、波動伝播の性質を考察する。

2.3節では波動エネルギーに着目し、前節のモード毎の質点同士の互いの影響をエネルギーの視点から確認し、均質モデルや、柔軟層を含むモデル、局所的に大きな減衰を持つモデルなどについて、波動エネルギーの性質を通してその波動伝播性状を考察する。

2.4節では質点系の固有モードを波動成分に分解する。このことにより系の振動を形作る要素を振動モードの生成要因に踏み込んで抽出し、固有モードの波動成分の干渉度合を調整することが振動系の設計において有効であることについて言及する。本節では質点系の固有モードの意味合いを分散関係式から考察し、質点系における遮断振動数の意味合いを考察する。また耐震・制振・免震などの非比例減衰を持つ振動系の固有モード算定のための複素固有値解析について述べる。複素固有値解析により得られる固有モードを波動成分に分解することにより固有モードにおける質点同士の互いの影響を可視的に確認する。

### 2.1.1. 質点系の波動論研究の動向と耐震設計における波動論の可能性

質点系の波動伝播に関する考察は古くは Brillouin の著書に詳しく述べられている<sup>6)</sup>。その内容は建物のような各層の物性が異なる複雑な質点系ではなく、物質の原子や分子などで構成される結晶格子を周期的な質点と相互作用による周期的構造物としてモデル化し、その振動性状や波動伝播特性の分析を行っている。ここに述べられている内容は直接的に建築の振動系に適用できる知見ばかりではないが、多くの興味深い考察が述べられている。

福和らは宇宙構造物の波動制御を目的とした周期的構造物の分析を行っており、波動の分散性について考察している<sup>7),8)</sup>。その中で建築物に質点系モデルを適用する場合には整合質量を考慮すべきであることを述べている。

山田らは質点系の伝達マトリクス法を用いて波動論の観点から質点系の局所的な減衰を定義し、層間伝達減衰比の概念を提案している<sup>9)</sup>。この層間伝達減衰比を Kelvin 型モデル、Maxwell 型モデルについてそれぞれ定義し、ランダム加振シミュレーションによる質点系の応答解析結果から局所的な減衰を抽出することを試みている。

三田らは高層建物の波動制御について考察し、実験においてその実証性を検証している<sup>10),11),12)</sup>。ここでは最頂部の質点応答をフィードバック制御することにより、振動をかなりの範囲で抑えることができ、かつそれほど大きくない制御力で実現可能であることを示している。

田中らは波動制御によって構造物の無振動状態を実現することを提案している<sup>13)</sup>。一連の研究では柔軟梁の振動モードを形成させない無反射境界を実現することにより、従来のモード制御を凌駕する無振動の状態を実現させる制御方法について述べている。

國生は波動伝播について波動エネルギーからアプローチする方法を数多く検討している<sup>14)</sup>。著書では伝播する波動エネルギーを定義し、地盤においては連続体の波動伝播、建物と地盤の境界においては動的相互作用の影響を波動伝播の観点から論じている。

最近では損傷検知の分野でも波動伝播を考慮した研究がみられる。王らは常時微動の観測を利用して 9 階建 SRC 建物のせん断波速度を測定し、各層の被災による損傷度の評価を行っている<sup>15)</sup>。成田らは均質な曲げせん断系の波動伝播の性質について論じ、実際の建物のパラメータ推定を行っている<sup>16),17)</sup>。ここでは質点間の波動伝播による最大応答の遅れ時間（離散スローネス）を観測することにより、パラメータ推定が可能であることを示している。

以上に述べたように波動論の考え方に基づいた振動制御に関する研究は数多く行われてきている。しかしそれらの研究の多くは耐震設計の中には取り込まれていない。特に制御の分野の研究は大きな制御効果を比較的小さな制御力でも成り立たせることができることを実証しているにもかかわらず、このような制御方法が実際の建築物に適用された事例はない。その背景にはアクティブ制御が積極的に耐震設計に取り込まれていないことがあげられる。

波動は進行方向をもって空間を伝播していくものである。このことを踏まえれば振動現象を波動として捉えることの利点は、変位や力の空間的な連続性や隣り合う質点同士の相互作用を明確にできることといえる。耐震設計は振動を意図したようにコントロールする行為であるから、特に耐震要素や減衰装置等がその周辺や建物全体に空間的にどのように作用しているかを把握するためには波動伝播の性状を確認することが有効であると考えられる。すなわち上記に挙げた研究における多くの知見を組み合わせ、かつより深めていくことにより耐震設計を改めて異なる視点から包括的に評価することが可能であると思われる。

### 2.1.2. 質点系の運動方程式と波動方程式の等価性<sup>21),22),23)</sup>

波動の観点から振動を考察していくため、まずは質点系の振動を表現する運動方程式と波動方程式がどのような関係にあるかを考察しておく必要がある。ここで Fig. 2.1-1 のような質点とばねが無限に続くモデルを考える。各質点の質量  $m$  と各ばね定数  $k$  はすべて等しいものとする。

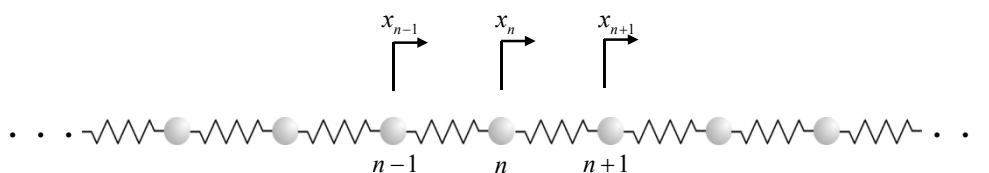


Fig. 2.1-1 無限に続く質点系モデル

このとき  $n$  番目の質点の自然状態からの変位を  $x_n$ 、各質点の位置を  $z_n$  とする。この質点に関する運動方程式は次のように書くことができる。

$$m \frac{d^2 x_n}{dt^2} = -k(x_n - x_{n-1}) + k(x_{n+1} - x_n) \quad (2.1.1)$$

ここで単位長さあたりの質量  $M$  を一定としながら、単位長さあたりの質点の数  $N \rightarrow \infty$ 、質点  $m$  の間隔  $H \rightarrow \Delta z$  に近づける。この操作は連続体近似と呼ばれる。このとき  $N\Delta z = 1$  である。単位長さ当たりの合成ばね定数を  $K$  とすれば以下のようなになる。

$$K = \frac{k}{N} = k\Delta z \Leftrightarrow k = \frac{K}{\Delta z} \quad (2.1.2)$$

$$M = Nm = \frac{1}{\Delta z} m \Leftrightarrow m = M\Delta z$$

また微小区間において  $x_{n+1} - x_n = \frac{dx_n}{dz} \Delta z$  となるので式(2.1.1)は以下のように変形できる。

$$m \frac{d^2 x_n}{dt^2} = -k \frac{dx_n}{dz} \Delta z + k \frac{dx_{n+1}}{dz} \Delta z$$

さらに式(2.1.2)を代入すれば以下の通り波動方程式が求まる。

$$\begin{aligned} M \Delta z \frac{d^2 x_n}{dt^2} &= -\frac{K}{\Delta z} \frac{dx_n}{dz} \Delta z + \frac{K}{\Delta z} \frac{dx_{n+1}}{dz} \Delta z \\ \Leftrightarrow M \Delta z \frac{d^2 x_n}{dt^2} &= K \left( \frac{dx_{n+1}}{dz} - \frac{dx_n}{dz} \right) = K \frac{d}{dz} (x_{n+1} - x_n) = K \frac{d}{dz^2} dx_n \Delta z \\ \therefore \frac{\partial^2 x_n}{\partial t^2} &= \frac{K}{M} \frac{\partial^2 x_n}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (2.1.3)$$

式(2.1.3)方程式が波動方程式であり、変位の時間方向の二階微分が変位の空間方向の二階微分に比例する形で表される。運動方程式から波動方程式への変換には、連続体近似を施した操作が含まれるだけであるから、運動方程式には基本的に波動方程式と同じ情報が含まれていることになる。この波動方程式の一般解は次式で表せることが知られている。

$$x = {}_+f(z-ct) + {}_-f(z+ct) \quad (2.1.4)$$

一方、2階常微分方程式である運動方程式の一般解は、角振動数  $\omega$ 、時刻  $t$ 、任意定数  $A, B$  を用いると次式で表せる。なお本論文では  $j$  を虚数単位として用いるものとする。

$$x = Ae^{j\omega t} + Be^{-j\omega t} \quad (2.1.5)$$

式(2.1.4)の各成分である解  ${}_+f, {}_-f$  は  $z, t$  の一次結合  $z \pm ct$  の関数でありさえすればどんなものでもよい。式(2.1.4) (2.1.5)を比較すると、運動方程式における解は波動方程式の解の形式の一つであることがわかる。式(2.1.5)の右辺の  $e^{j\omega t}, e^{-j\omega t}$  は前節に示した波動方程式を満たす基本解であり、それぞれ上昇波と下降波を表している。その理由は式(2.1.3)に式(2.1.4)の第1項、第2項をそれぞれ代入することで明らかとなる。

以上から波動について考えることを通して振動を考えることが可能であるといえる。

### 2.1.3. 耐震・制振・免震構造の振動性状を波動論の観点から考察する意味合い

前節のような振動と波動の等価性を踏まえた上で、耐震・制振・免震構造の振動性状を波動論の観点から考察することの意味合いについて述べる。

耐震・制振・免震いずれについても耐震性能上の核となる要素、つまり耐震要素については基本的に建物全層に均一に設けられることは稀である。これは建物の建築計画上必ずしも各層が同一の用途ではないことや、同じ用途であっても各層の平面的に同じ位置にある部分を構造的に同一の条件にできないことが多いからである。そのため適材適所に、耐震要素や免震要素などを設け、特定の位置で集中的にエネルギー吸収を行うことで建物全体の構造安全性を高めることは近年の構造設計ではよく行われている。免震構造、ソフトファーストストーリー構造、特定層集中制振などの構造計画はこの典型例である。

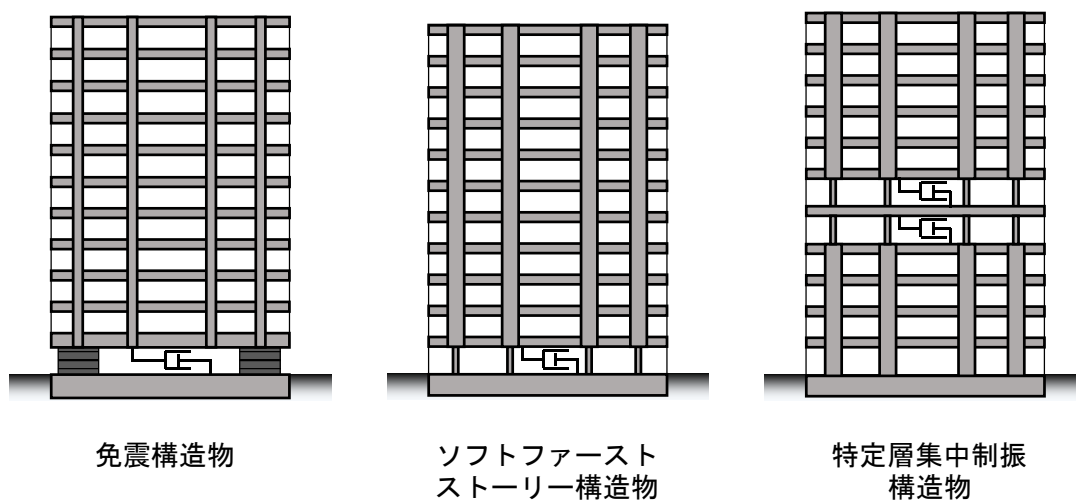


Fig. 2.1-2 柔軟層を有する制振・免震構造物の例

このため耐震・制振・免震構造物の振動解析モデルにおいては何らかの形でエネルギーを集中させるための低剛性の層（本論文ではこれを柔軟層と呼ぶ）を持つことが多い。このような上下の層と剛性の異なる層における波動の振舞いが建物モデル全体の挙動に与える影響は大きいと考えられ、この柔軟層の周りの波動の振る舞いを考えることは振動性状を決める要因を究明することであるといえる。

以上から、本章では耐震・制振・免震構造の振動モデルとして柔軟層を含む構造物、すなわち柔軟層構造物の波動伝播解析を行うものとする。なお本論文では振動解析モデルとして1次元の質点系振動モデルを扱う。

## 2.2. 質点系の波動伝播特性の考察

本節では質点系の波動伝播特性について考察する。質点系の運動方程式における状態量(変位、せん断力)を、伝達マトリクスに対角化を用いて波動成分に変換する。この方法を通して質点系の持つ様々な波動伝播特性を抽出し、考察する。

伝達マトリクス法<sup>24)</sup>は複雑な構造要素をいくつかの簡単な構造要素に分解し、その要素についての瞬間的な釣り合いをマトリクス化して各要素の挙動を解析していくものである。要素ごとのマトリクスを作成するため、扱うマトリクスのサイズは小さく、構造要素ごとの関係から運動方程式を解くため、構造物の各部の力のやり取りが明快になることが利点である。要素ごとの伝達マトリクスをすべて重ね合わせたときのマトリクスを变形と力の関係に整理した時に出てくるのが剛性マトリクスであるため、伝達マトリクスは剛性マトリクスに含まれる各要素同士の相互作用を最小単位で取り出したものであるといえる。

まず伝達マトリクスによる状態方程式を示し、次に伝達マトリクスの対角化による波動成分への変換、最後に対角化した状態量が波動成分となる理由について論じる。

### 2.2.1. 質点系の空間状態方程式と伝達マトリクス

ここでは質点系の運動方程式から伝達マトリクスを求める。ここで定常状態における質点系モデルの応答変位、応答せん断力の動的釣り合いを考える。質点系が振動している際は Fig. 2.2-1 のような質点における動的釣り合いと層間における動的釣り合いが成り立っている。ここで第  $i$  層の変位を  $x_i$ 、せん断力を  $Q_i$  としている。ただし変位は絶対変位とする。

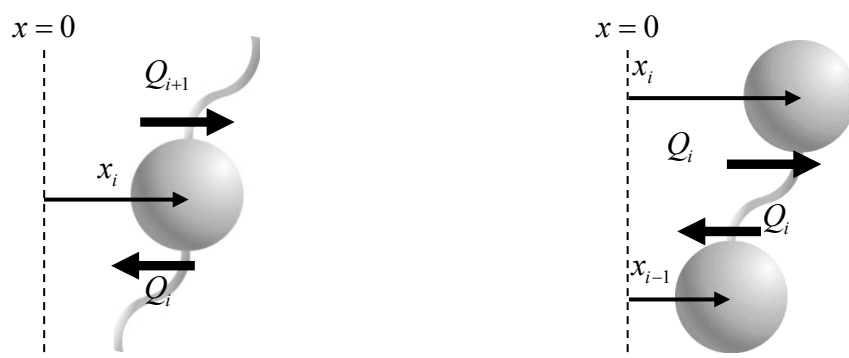


Fig. 2.2-1 (a) 質点における動的釣り合い

(b) 層間における動的釣り合い

質点とばねを単位とする要素を基本単位と呼ぶものとする。この 2.2.1 節から 2.2.3 節では基本単位が全層にわたって同一の場合を考える。基本単位が異なる場合については 2.2.4 節以降で扱う。

基本単位の質量と剛性が質量を  $m$ 、複素剛性を  $k^*$  とし、これらを式に表せば以下のようなになる。

〈質点における動的釣合い〉

$$\begin{aligned} x_i &= x_i \\ Q_{i+1} &= -m\omega^2 x_i + Q_i \end{aligned} \quad (2.2.1)$$

〈層間における動的釣合い〉

$$\begin{aligned} x_i &= x_{i-1} + \frac{1}{k^*} Q_i \\ Q_i &= Q_i \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

これをマトリクス表現すると以下のようになる。

〈質点における動的釣合い〉

$$\begin{bmatrix} x_i \\ Q_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -m\omega^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ Q_i \end{bmatrix} \quad (2.2.3)$$

〈層間における動的釣合い〉

$$\begin{bmatrix} x_i \\ Q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k^*} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{i-1} \\ Q_i \end{bmatrix} \quad (2.2.4)$$

これらの式におけるマトリクス部分はそれぞれ格点マトリクス、格間マトリクス<sup>24)</sup>と呼ばれる。式(2.2.4)を式(2.2.3)に代入すると以下のように質点の変位と質点上部のせん断力を1組の状態量としたときの関係式が得られる。一般的には状態方程式という用語は変位と速度を状態量とした関係式に対して用いられるが、本論文ではそれらの応対方程式と区別する意味でこの関係式を空間状態方程式と呼ぶものとする。

$$\begin{bmatrix} x_i \\ Q_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k^*} \\ -m\omega^2 & 1 - \frac{m\omega^2}{k^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{i-1} \\ Q_i \end{bmatrix} \quad (2.2.5)$$

行列部分である伝達マトリクスを  $\mathbf{T}$ 、ベクトル部分である空間状態量ベクトルを  $\mathbf{z}$  とすると空間状態方程式は以下のように書ける。

$$\mathbf{z}_i = \mathbf{T}\mathbf{z}_{i-1} \quad (2.2.6)$$

これより隣接する2質点間の遷移関係を表す伝達マトリクスを用いて、多質点系の各層の空間状態量ベクトルが順次求められることになる。地震動に対する応答の場合には、最下層の地動入力が存在するため、以下のように最下層の空間状態量  $\mathbf{z}_0$  が定まることで各層の遷移関係を順次掛け合わせることで各層の状態量を得ることができる。

$$\mathbf{z}_i = \mathbf{T}^i \mathbf{z}_0 \quad (2.2.7)$$

## 2.2.2. 伝達マトリクスの対角化による波動成分への変換

次に伝達マトリクス $\mathbf{T}$ の対角化について述べる。伝達マトリクス $\mathbf{T}$ の固有ベクトルを $\begin{bmatrix} 1 \\ +\gamma \end{bmatrix}$ ,

$\begin{bmatrix} 1 \\ -\gamma \end{bmatrix}$ とおき、 $\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ +\gamma & -\gamma \end{bmatrix}$ とおくと、伝達マトリクスを以下のように対角化できる。

$$\mathbf{\Gamma}^{-1}\mathbf{T}\mathbf{\Gamma} = \frac{1}{-\gamma - +\gamma} \begin{bmatrix} -\gamma & -1 \\ -+\gamma & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k^*} \\ -m\omega^2 & 1 - \frac{m\omega^2}{k^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ +\gamma & -\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +\lambda & 0 \\ 0 & -\lambda \end{bmatrix}$$

対角成分の $+\lambda$ ,  $-\lambda$ は以下のように伝達マトリクスの固有方程式の解より求められる。

$$\begin{aligned} +\lambda &= \frac{2k^* - m\omega^2 - \sqrt{m\omega^2(m\omega^2 - 4k^*)}}{2k^*} \\ -\lambda &= \frac{2k^* - m\omega^2 + \sqrt{m\omega^2(m\omega^2 - 4k^*)}}{2k^*} \end{aligned} \quad (2.2.8)$$

波動変換に際して必要となる固有ベクトルを求める。伝達マトリクスの固有ベクトルの1行目を1、2行目を $\gamma$ とすると、以下のように求められる。

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k^*} \\ -m\omega^2 & 1 - \frac{m\omega^2}{k^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \gamma \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} 1 \\ \gamma \end{bmatrix}$$

これよりベクトルの第2成分 $\gamma$ は $+\lambda$ ,  $-\lambda$ にそれぞれ $+\gamma$ ,  $-\gamma$ が対応し、以下のように表せる。

$$\begin{aligned} +\gamma &= k^*(+\lambda - 1) = \frac{-m\omega^2 - \sqrt{m\omega^2(m\omega^2 - 4k^*)}}{2} \\ -\gamma &= k^*(-\lambda - 1) = \frac{-m\omega^2 + \sqrt{m\omega^2(m\omega^2 - 4k^*)}}{2} \end{aligned}$$

この固有ベクトルを並べたマトリクス $\mathbf{\Gamma}$  (本論文では波動変換マトリクスと呼ぶものとする)



る)で状態量  $\mathbf{z}_{i-1}$  を分解すると以下となる。

$$\mathbf{\Gamma}^{-1}\mathbf{z}_{i-1} = \frac{1}{-\gamma - +\gamma} \begin{bmatrix} -\gamma & -1 \\ -+\gamma & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{i-1} \\ \mathbf{Q}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{i-1,i} \\ F_{i-1,i} \end{bmatrix} \quad (2.2.9)$$

ここで  $E_{i-1,i}, F_{i-1,i}$  は  $i-1$  層の状態量  $\mathbf{z}_{i-1}$  を、第  $i$  層の波動変換マトリクス  $\mathbf{\Gamma}_i$  で変換した状態量でありそれぞれ上昇波と下降波である。

伝達マトリクスの対角化により得られる状態量が波動成分となる理由は以下のように説明できる。運動方程式から得られる第  $i$  層の変位の一般解およびせん断力を次のようにおく。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{i-1} &= A_{i-1}e^{-j\alpha x} + B_{i-1}e^{j\alpha x} \\ \mathbf{Q}_i &= k^* \left\{ (A_i - A_{i-1})e^{-j\alpha x} + (B_i - B_{i-1})e^{j\alpha x} \right\} \end{aligned} \quad (2.2.10)$$

とおく。 $A, B$  は未定係数であり、境界条件と初期条件を定めることにより定まるものである。一方、式(2.2.10)を式(2.2.9)に代入し整理すると、

$$\begin{bmatrix} E_{i-1,i} \\ F_{i-1,i} \end{bmatrix} = \frac{1}{-\gamma - +\gamma} \begin{bmatrix} -\gamma - k^*(A_i/A_{i-1} - 1) & -\gamma - k^*(B_i/B_{i-1} - 1) \\ -+\gamma + k^*(A_i/A_{i-1} - 1) & -+\gamma + k^*(B_i/B_{i-1} - 1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{i-1}e^{-j\alpha x} \\ B_{i-1}e^{j\alpha x} \end{bmatrix} \quad (2.2.11)$$

式(2.2.11)において振幅比  $A_i/A_{i-1}=+\lambda$ ,  $B_i/B_{i-1}=-\lambda$  となるように未定係数を設定すれば、非対角成分は 0 となって、式(2.2.11)右辺のマトリクス部分が単位行列となり、以下が成り立つ。

$$\begin{bmatrix} E_{i-1,i} \\ F_{i-1,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{i-1}e^{-j\alpha x} \\ B_{i-1}e^{j\alpha x} \end{bmatrix} \quad (2.2.12)$$

この式は  $E$  が上昇波、 $F$  が下降波になっている。以上の通り、未定係数  $A, B$  の選び方によって振動を表す状態量  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{Q}$  を進行方向ごとに分解された空間状態量  $E, F$  に変換することができる。また式(2.2.5)を対角化した式を示すと以下のようなになる。

$$\begin{bmatrix} E_i \\ F_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +\lambda & 0 \\ 0 & -\lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{i-1,i} \\ F_{i-1,i} \end{bmatrix} \quad (2.2.13)$$

ここで波動成分  $E_{i-1,i}, F_{i-1,i}$  の表記法にならえば、状態量ベクトル  $\mathbf{z}_i$  を波動変換マトリクス  $\mathbf{\Gamma}_i$  で変換したベクトルの波動成分は上昇波  $E_{i,i}$ , 下降波  $F_{i,i}$  となるが、表記上の簡略化のため上昇波を  $E_{i,i}$  でなく  $E_i$ 、下降波を  $F_{i,i}$  でなく  $F_i$  とすることとする。

波動成分を  $\mathbf{w}$ 、対角化ベクトルを  $\mathbf{\Lambda}$  と表すと式(2.2.13)は以下のようにも表記できる。

$$\mathbf{w}_i = \mathbf{\Lambda}_i \mathbf{w}_{i-1,i} \quad (2.2.14)$$

式(2.2.13)の右辺に式(2.2.12)を代入し、設定した未定係数が振幅比  $A_i/A_{i-1}=+\lambda$ ,  $B_i/B_{i-1}=-\lambda$  であることを考慮すると以下ようになる。

$$\begin{bmatrix} E_i \\ F_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_i/A_{i-1} & 0 \\ 0 & B_i/B_{i-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{i-1}e^{-j\omega t} \\ B_{i-1}e^{j\omega t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_i e^{-j\omega t} \\ B_i e^{j\omega t} \end{bmatrix} \quad (2.2.15)$$

つまり式(2.2.12)の  $\mathbf{z}_i$  を  $\mathbf{\Gamma}_i$  で変換した波動成分  $E_i, F_i$ 、および式(2.2.15)の  $\mathbf{z}_{i-1}$  を  $\mathbf{\Gamma}_i$  で変換した波動成分  $E_{i-1,i}, F_{i-1,i}$  はいずれも、波動方程式を満たす解  $e^{j\omega t}, e^{-j\omega t}$  に振幅を乗じたものであることがわかる。これらの解は2.1.2節に示した通り、それぞれ上昇波と下降波を表しているから、伝達マトリクスを対角化することで空間状態方程式より得られる状態量は波動成分に変換されていることになる。

### 2.2.3. 伝達マトリクス固有値に基づく波動減衰の考察

本節ではより波動の減衰の性質を考察する。隣り合う二つの質点間の伝達マトリクスの固有値は質点間の振幅比を表し、変位状態量の波動としての性質はこの固有値によって決定される。固有値 $+\lambda$ ,  $-\lambda$ は次の固有方程式を満たす2つの解であり、以下のような形となる。

$$\lambda^2 - \left(2 - \frac{m\omega^2}{k^*}\right)\lambda + 1 = 0 \quad (2.2.16)$$

したがって2つの解の積は1となり、以下のように置くことができる。

$$+\lambda = \exp(-a - jb), \quad -\lambda = \exp(a + jb) \quad (a, b \geq 0) \quad (2.2.17)$$

$a$ は2質点の振幅比率の情報を、 $b$ は位相の比率の情報を担う。すなわち多質点系での波動伝播における固有値の意味合いは以下の Fig. 2.2-2 のように考えられる。

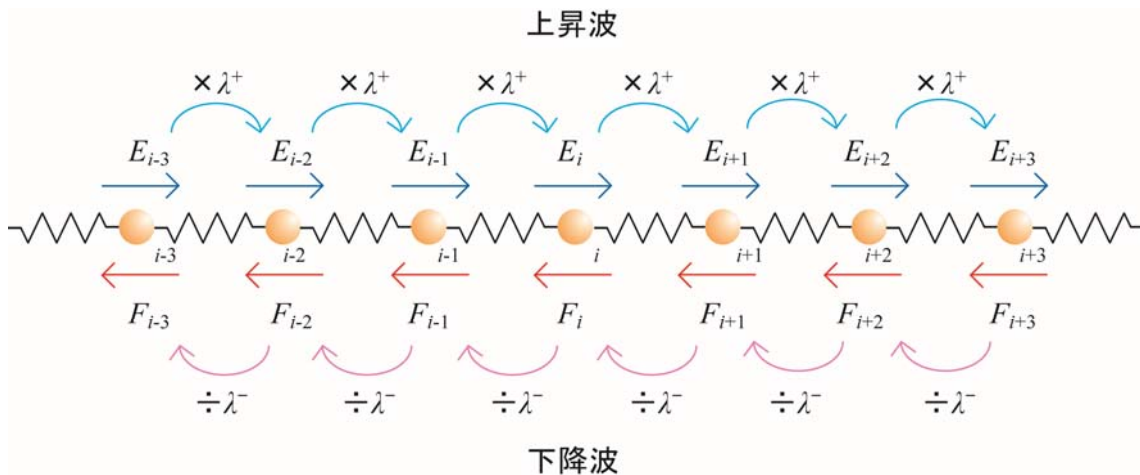


Fig. 2.2-2 波動伝播における固有値

Fig. 2.2-2 の上昇波で考えれば、進行方向である左から右に沿って位相は遅れることになるため、式(2.2.17)の  $+$  符号が下降波、 $-$  符号が上昇波を表すことになる。いずれの波も進行方向に沿って振幅が小さくなっていく。これらそれぞれを角振動数  $\omega$  について減衰定数  $h$  をパラメータとして複素平面上で描いたものが以下の Fig. 2.2-3 である。

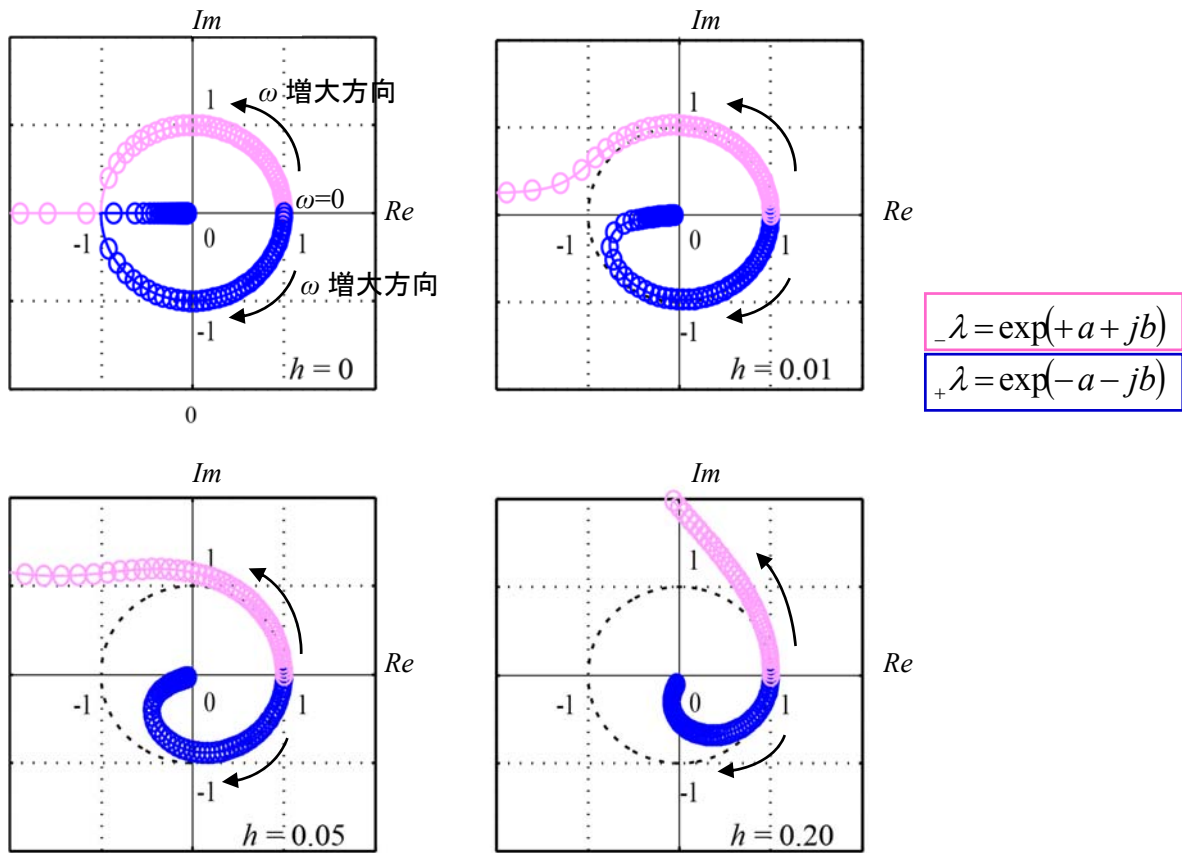


Fig. 2.2-3 固有値  $\lambda^+, \lambda^-$  の値

丸印は  $\omega$  について一定間隔で描いた  $+\lambda, -\lambda$  である。両者とも 1 の位置から始まり、図中に示した矢印の方向に  $\omega$  が増大する。 $h=0$  から見ると、 $\omega$  が大きくなるにしたがって単位円上を動き  $-1$  を超えると実軸上を、 $+\lambda$  は原点に向かって収束し、 $-\lambda$  は無限遠に向かって発散していく。 $h=0.01$  では  $+\lambda$  は単位円上を動く途中から徐々に原点に向かい始め、最後に 0 に収束する。 $-\lambda$  は単位円上を動く途中から絶対値が 1 より大きくなり、実部が  $-1$  を超える範囲では実軸上から外れた位置にある。 $h=0.05, 0.20$  では  $+\lambda$  はより速く原点に向かって収束し、 $-\lambda$  はより速く無限遠へと発散する。これは減衰定数の増加によって固有値の絶対値を決める  $a$  の値が増加することによる。すなわち減衰定数が大きくなることで層間におけるエネルギー吸収量が増大し、伝播方向に沿った波動の振幅の減少度合いが増大することを意味する。したがって  $a$  は波動の減衰を表すパラメータとして与えられる。

ここで注目したいことは  $h=0$  の場合の  $+\lambda$  が減衰を持たないにもかかわらず、 $-1$  を超えて実軸上で原点に向かって収束し、 $+\lambda$  の絶対値が 1 より小さな値となる点である。これは減衰を持たなくても振幅は進行方向に向かって小さくなっていくことを意味している。ここで  $+\lambda = -1$  となるときの角振動数を  $\omega_c$  求めると、 $k^*$  は複素剛性ではなくなって  $k$  と表記され、式(2.2.8)より以下のようなになる。

$$\omega_c = 2\sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.2.18)$$

この角振動数は基本単位が連なった多質点系における最大次モードの角振動数であり、これを  $2\pi$  で割った  $f_c$  は遮断振動数と呼ばれる。層間に減衰要素を持たない媒質内での波動伝播はこの最大振動数を境にそれより小さい振動数の領域 ( $h=0$  の場合の単位円上) では減衰は起こらず、それよりも大きな振動数の領域 ( $h=0$  の場合の実軸上) では減衰が働くことになる。

時間領域における減衰は粘性減衰定数によって表現される。その本質は時間方向の対数減衰率として Fig. 2.2-4 のように表現される。

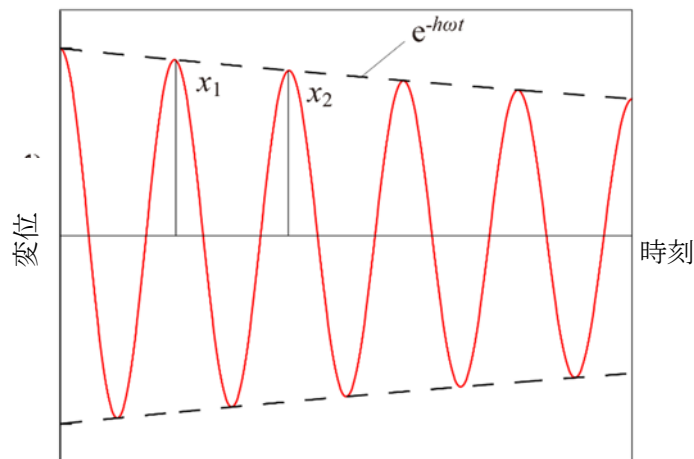


Fig. 2.2-4 自由振動波形の振幅と減衰定数の関係

この図から減衰定数は以下のように求められる。

$$h = -\frac{1}{2\pi} \ln \frac{x_2}{x_1} \quad (2.2.19)$$

2.1 節の式(2.1.3)より、波動を支配する波動方程式は時間、空間のいずれに関しても同じ形式で表現されている。したがってその空間方向の減衰の性質は時間方向のものと同様の形で表されるべきである。すなわち空間方向の減衰は時間領域での振幅比  $x_1/x_2$  を空間領域での振幅比  $\lambda$  に置き換えて以下のように定義できる。

$$h_a = -\frac{\text{Re}\{\ln_+ \lambda\}}{|\ln_+ \lambda|} \quad (2.2.20)$$

この減衰は層間伝達減衰比と呼ばれる<sup>9)</sup>。添え字  $a$  は空間 area における減衰であることを意味する。

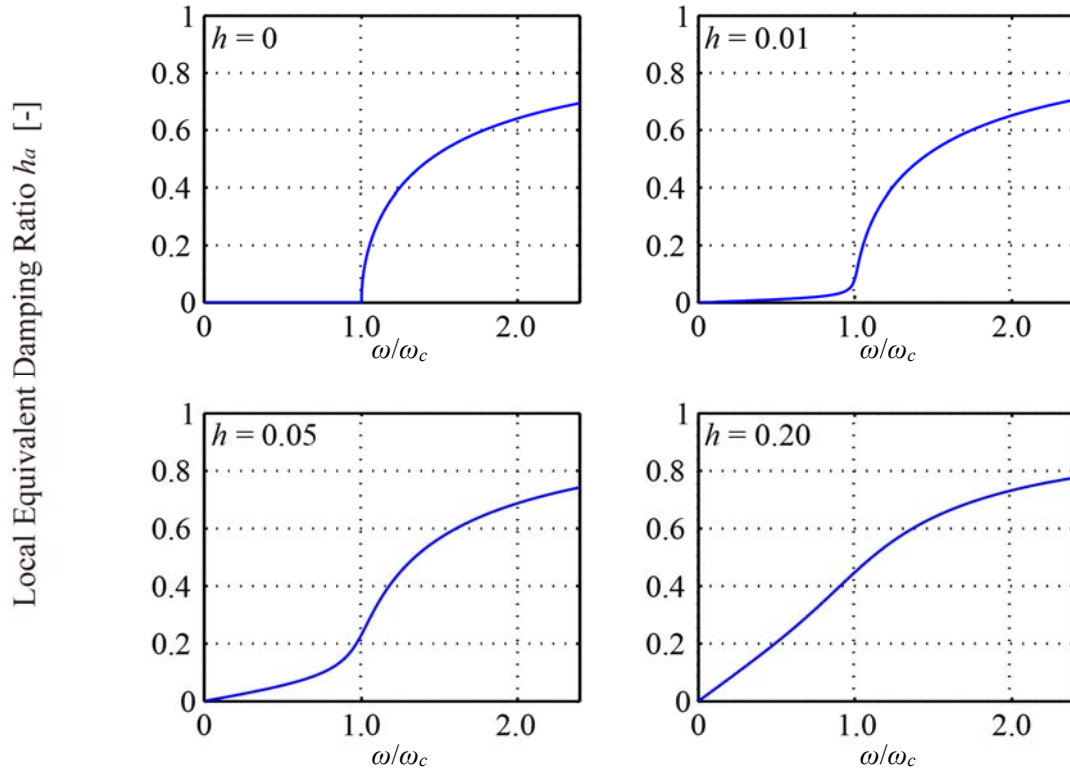


Fig. 2.2-5 層間伝達減衰比

この層間伝達減衰比  $h_a$  を角振動数  $\omega$  に対して描いたものが Fig. 2.2-5 である。横軸は  $\omega_c$  で規準化した無次元化角振動数である。 $h = 0$  のとき、小さな角振動数では  $h_a$  は値を持たず、ある値を境にそれより大きな角振動数において減衰の値が存在する。この境目の振動数は最大次数の振動数であり、これは Fig. 2.2-3 で述べた  $\lambda$  の減衰の性質を表している。 $h = 0$  でない場合は、振動数が小さい範囲でも減衰が働き始める。

#### 2.2.4. 散乱行列による波動の透過・反射

ここまでは質点系の釣合を一組の隣り合う質点とそれらに挟まれたばねで構成される基本単位で考え、伝達マトリクスを定義した。ここからは基本単位同士の特性の違う場合を考察する。異なる媒質同士の境界面においては波動インピーダンスが異なることによる波動の透過と反射が生じる。本節では伝達マトリクスを用いて波動の透過と反射を表現する。式(2.2.6)の空間状態方程式において各層毎に伝達マトリクスの要素の値は異なることとなるため、第  $i$  層であれば  $\mathbf{T}_i$  となり、添字を一つずらして以下のように並べる。これは隣り合う3つの質点の釣り合いを考えることになる。

$$\mathbf{z}_i = \mathbf{T}_i \mathbf{z}_{i-1}$$

$$\mathbf{z}_{i+1} = \mathbf{T}_{i+1} \mathbf{z}_i$$

これらを波動変換マトリクス  $\mathbf{\Gamma}$  によって波動変換すると式(2.2.14)より次のようになる。

$$\mathbf{w}_i = \mathbf{\Lambda}_i \mathbf{w}_{i-1,i} \tag{2.2.21}$$

$$\mathbf{w}_{i+1} = \mathbf{\Lambda}_{i+1} \mathbf{w}_{i,i+1} \tag{2.2.22}$$

上記の式(2.2.21)の左辺の波動成分  $\mathbf{w}_i$  と式(2.2.22)右辺の波動成分  $\mathbf{w}_{i,i+1}$  の関係について考察する。これらはそれぞれ状態量  $\mathbf{z}_i$  より求められる。

$$\mathbf{w}_i = \mathbf{\Gamma}_i^{-1} \mathbf{z}_i \tag{2.2.23}$$

$$\mathbf{w}_{i,i+1} = \mathbf{\Gamma}_{i+1}^{-1} \mathbf{z}_i \tag{2.2.24}$$

ここで  $\mathbf{w}_{i,i+1}$  は  $i$  層の状態量  $\mathbf{z}_i$  を、波動変換マトリクス  $\mathbf{\Gamma}_{i+1}$  で変換した状態量である。上記2式より状態量ベクトル  $\mathbf{z}_i$  を消去すると以下の関係が得られる。

$$\mathbf{w}_{i,i+1} = \mathbf{\Gamma}_{i+1}^{-1} \mathbf{\Gamma}_i \mathbf{w}_i \tag{2.2.25}$$

行列  $\Gamma_{i+1}^{-1}\Gamma_i$  は以下のように書き下すことができる。

$$\Gamma_{i+1}^{-1}\Gamma_i = \begin{bmatrix} \frac{-\gamma_{i+1} - \gamma_i}{-\gamma_{i+1} + \gamma_{i+1}} & \frac{-\gamma_{i+1} - \gamma_i}{-\gamma_{i+1} + \gamma_{i+1}} \\ \frac{-\gamma_{i+1} - \gamma_{i+1}}{-\gamma_{i+1} + \gamma_{i+1}} & \frac{-\gamma_{i+1} - \gamma_{i+1}}{-\gamma_{i+1} + \gamma_{i+1}} \\ \frac{+\gamma_i - \gamma_{i+1}}{-\gamma_{i+1} + \gamma_{i+1}} & \frac{-\gamma_i - \gamma_{i+1}}{-\gamma_{i+1} + \gamma_{i+1}} \\ \frac{-\gamma_{i+1} - \gamma_{i+1}}{-\gamma_{i+1} + \gamma_{i+1}} & \frac{-\gamma_{i+1} - \gamma_{i+1}}{-\gamma_{i+1} + \gamma_{i+1}} \end{bmatrix} \quad (2.2.26)$$

容易にわかるとおり、行列の各列の和は 1 となる。 $\mathbf{w}_i$  の成分である  $E_i, F_i$  は質点の変位と質点下部のせん断力の状態量を変換した波動の状態量であり、 $\mathbf{w}_{i+1}$  の成分である  $E_{i+1}, F_{i+1}$  は質点の変位と質点上部のせん断力の状態量を変換した波動である。各波動成分がどの位置における状態量であるかを示すと Fig. 2.2-6 のようになる。

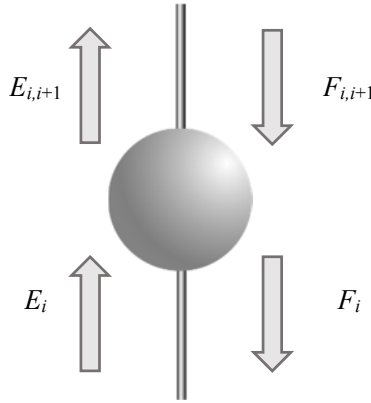


Fig. 2.2-6 質点における波動成分とその位置関係

波動は進行方向を持つため、上昇波においては  $E_i$  が先にあり、質点を越えて伝達されて  $E_{i+1}$  となる。一方下降波においては  $F_{i+1}$  が先にあり、伝達されて、 $F_i$  となる。このような因果関係を明示すると、以下のように式(2.2.26)を変更できる。

$$\begin{bmatrix} E_{i+1} \\ F_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-\gamma_i - \gamma_i}{-\gamma_i + \gamma_{i+1}} & \frac{-\gamma_{i+1} - \gamma_i}{-\gamma_i + \gamma_{i+1}} \\ \frac{+\gamma_i - \gamma_{i+1}}{-\gamma_{i+1} + \gamma_{i+1}} & \frac{-\gamma_{i+1} - \gamma_{i+1}}{-\gamma_{i+1} + \gamma_{i+1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_i \\ F_{i+1} \end{bmatrix} \quad (2.2.27)$$

これは質点に対して入射する波と透過・反射により質点から出ていく波の関係を表した行列の関係式であり、行列部分は散乱マトリクスと呼ばれる。電磁気学分野では  $\mathbf{S}$  行列とも呼ばれ、それぞれの要素は  $\mathbf{S}$  パラメータと呼ばれる。対角に並ぶ要素は上昇波から上昇波、下降波から下降波への伝達関数を表しており、これらを透過振幅比、非対角要素は上



昇波から下降波、下降波から上昇波への伝達関数を表しており、これを反射振幅比と呼ぶものとする。透過振幅比を  $p$ 、反射振幅比を  $r$ 、波動の進行方向を $+$ 、 $-$ の左添字で表せば以下のように書き換えられる。透過振幅比の記号は、通常 transmit の頭文字をとって” $t$ ”が用いられることが多いが、時刻  $t$  との混同を避けるため、本論文では penetrate の頭文字をとって” $p$ ”としている。

$$\begin{bmatrix} E_{i,i+1} \\ F_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +p_i & -r_i \\ +r_i & -p_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_i \\ F_{i,i+1} \end{bmatrix} \quad (2.2.28)$$

波動変換マトリクスの成分である  $\gamma$  は伝達マトリクスの固有ベクトルの成分である。固有ベクトルはその成分の比率のみが定まり、その大きさは任意である。そこで以下の仮定を設けて  $i$  層、 $i+1$  層の  $\Gamma$  を定めるものとする。ここでは  $\gamma_i$  を基準として以下のように設定する。

$$\begin{aligned} \Gamma_{i+1} &= \begin{bmatrix} x & x \\ vx - \gamma_i & x - \gamma_i \end{bmatrix} \\ \Gamma_i &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ u - \gamma_i & -\gamma_i \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.2.29)$$

ここで  $u = +\gamma_i / -\gamma_i$ ,  $v = +\gamma_{i+1} / -\gamma_{i+1}$  である。このとき  $x = \gamma_{i+1} / \gamma_i$  の値を定めることにより、固有ベクトルを規定する。これにより変換される波動成分も一意に決定することになる。まず式(2.2.27)から求められる透過・反射振幅比は式(2.2.29)を考慮すれば以下のようになる。

$$+p_i = \frac{1-u}{1-vx} \quad (2.2.30)$$

$$-p_i = \frac{x-vx}{1-vx} \quad (2.2.31)$$

$$+r_i = -\frac{u-vx}{1-vx} \quad (2.2.32)$$

$$-r_i = \frac{x-1}{1-vx} \quad (2.2.33)$$

ここで  $x$  を定めるために、波動インピーダンス比  $\alpha$  を導入して、散乱行列の各成分を以下のように表すことにより、波動の透過や反射を表すことにする。

$$+p_i = \frac{1-u}{1-vx} = \frac{2}{1+\alpha} \quad (2.2.34)$$

$$-p_i = \frac{x-vx}{1-vx} = \frac{2\alpha}{1+\alpha} \quad (2.2.35)$$

$$+r_i = -\frac{u-vx}{1-vx} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \quad (2.2.36)$$

$$-r_i = \frac{x-1}{1-vx} = -\frac{1-\alpha}{1+\alpha} \quad (2.2.37)$$

このように定めた透過・反射振幅比は $+p_i p_i - +r_i r_i = 1$  の関係を満たす。この関係については後述するが、境界面におけるエネルギー保存則を示しており重要な性質である。式(2.2.34)(2.2.35)をそれぞれ $\alpha$ について解き、それぞれから求められる $\alpha$ を等置すれば、得られる二次方程式から以下のように上記を満たす2つの $x$ が求められる。

$$x = 1, \frac{u+1}{v+1} \quad (2.2.38)$$

ここで $x = 1$ の場合は $i$ 層、 $i+1$ 層の物性や外力の角振動数 $\omega$ にかかわらず散乱行列が単位行列となり、反射や透過の性質を表現できなくなってしまうため、式(2.2.38)の2つ目の解によって散乱行列を表現できる。この2つ目の解によって $\alpha$ を表すと以下ようになる。

$$\alpha = \frac{(1-v)(1+u)}{(1-u)(1+v)} = \frac{m_i \sqrt{m_{i+1}(m_{i+1}\omega^2 - 4k_{i+1}^*)}}{m_{i+1} \sqrt{m_i(m_i\omega^2 - 4k_i^*)}} = \frac{\sqrt{(\omega^2 - 4k_{i+1}^*/m_{i+1})}}{\sqrt{(\omega^2 - 4k_i^*/m_i)}} \quad (2.2.39)$$

質点系の波動インピーダンスについて考察する。連続体において密度 $\rho$ と波動の位相速度 $V_s$ の積 $\rho V_s$ は波動インピーダンスと呼ばれる量である。質点系における波動インピーダンス $Z$ を求める。以下の Fig. 2.2-7 のような諸元を仮定するとき、質点系の波動インピーダンスは式(2.2.40)で表せる。

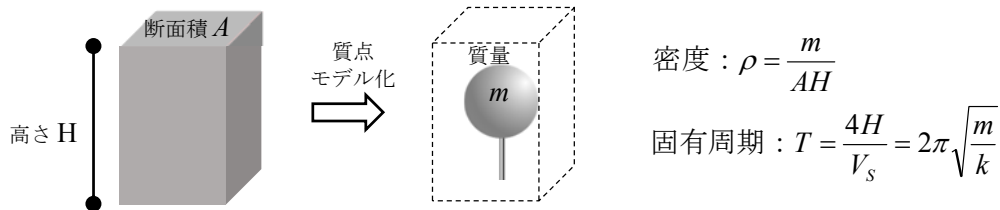


Fig. 2.2-7 物体とモデル化した質点モデルの諸元

$$Z_s = \rho V_s = \frac{m}{AH} \frac{4H}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{\sqrt{mk}}{A} \frac{2}{\pi} \quad (2.2.40)$$

$Z_s$  の下付き添え字  $s$  は角振動数  $\omega=0$  のときの静的な波動インピーダンスであることを示している。質点系においては振動数ごとに波動伝播速度が異なることが知られており、この性質を波動の分散性という。ここに示した波動インピーダンス  $Z_s$  は静的な波動インピーダンスであり、振動数依存性を考慮していない。そこで式(2.2.39)との比較により動的な波動インピーダンスを求める。式(2.2.39)の分子において  $\omega=0$  を代入したもの(添え字は取って  $m, k$  とする)を  $Z_s$  で割ると、動的波動インピーダンス  $Z_d$  と静的波動インピーダンス  $Z_s$  との比率を求めることができる。

$$\frac{\sqrt{0^2 - 4k/m}}{\frac{\sqrt{mk}}{A} \frac{2}{\pi}} = \frac{2j\sqrt{k}}{m\sqrt{k}} \frac{2}{\pi} = \frac{j\pi A}{m}$$

これより分散性を考慮した動的波動インピーダンス  $Z_d$  は以下で表せる。

$$Z_d(\omega) = \frac{\sqrt{m(m\omega^2 - 4k)}}{j\pi A} = Z_s \phi(\omega)$$

ただし、振動数依存部分は以下のようにあらわせる。

$$\phi(\omega) = \frac{Z_d(\omega)}{Z_s} = \frac{\sqrt{m\{m\omega^2 - 4(k + j\omega c)\}}}{j\pi A} \frac{A}{\sqrt{mk}} \frac{\pi}{2} = \frac{\sqrt{\Omega_0^2 - 4(1 + 2hj\Omega_0)}}{2j}$$

$$\Omega_0 = \frac{\omega}{\omega_0}$$

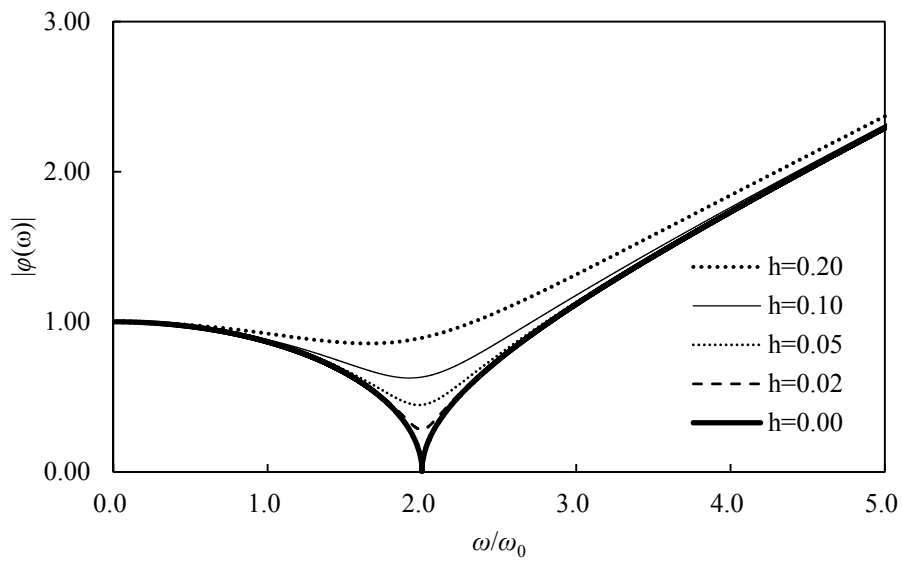
以上により質点系の波動インピーダンスを定義できた。動的波動インピーダンスの振動数依存部分の絶対値を、減衰を変化させて描いたものを Fig. 2.2-8(a), (b) に示す。  $h=0$  のときは  $\omega/\omega_0=2$  において動的波動インピーダンスは 0 となり、グラフ上で谷形状となる。減衰が

大きくなるにつれてこの谷は明瞭でなくなり、滑らかになる。

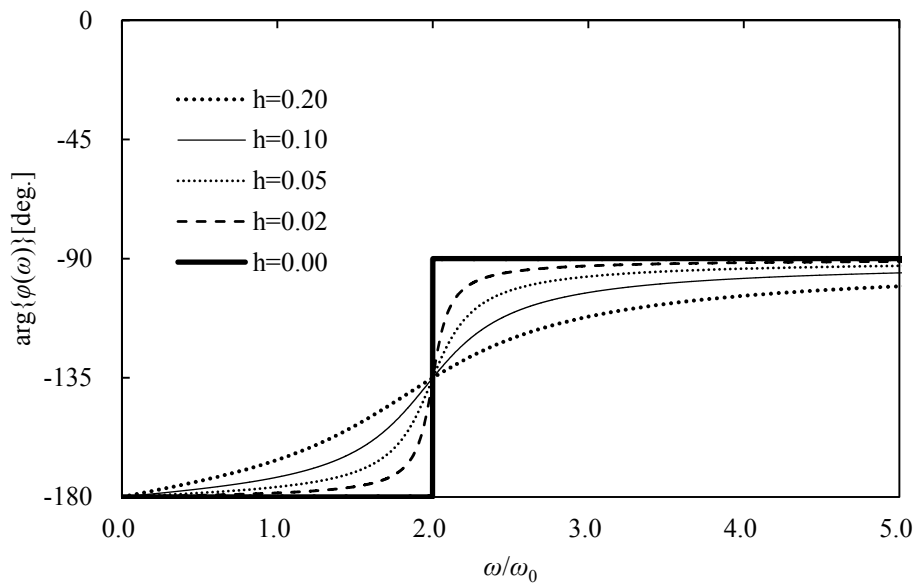
ここで共振振動数  $\omega/\omega_0=1$  における動的波動インピーダンスの値は  $h=0$  の場合、以下のよう  
に表せる。

$$Z_d(\omega) = \frac{\sqrt{m(m\omega_0^2 - 4m\omega_0^2)}}{j\pi A} = \frac{m\omega_0\sqrt{3}}{\pi A} = \frac{\sqrt{3}}{2} Z_s \approx 0.866Z$$

上記は共振状態においては静的波動インピーダンスよりも小さくなり、見かけ上、系が軟  
化していることを意味している。



(a) 絶対値



(b) 位相角

Fig. 2.2-8 質点モデルの動的インピーダンス

以上から波動インピーダンス比  $\alpha$  の意味を明示するため以下のように  $\omega=0$  で考える。

$$\alpha(\omega=0) = \frac{\frac{\sqrt{m_{i+1}k_{i+1}}}{A} \frac{1}{m_{i+1}}}{\frac{\sqrt{m_i k_i}}{A} \frac{1}{m_i}} = \frac{Z_{i+1}}{Z_i} \quad (2.2.41)$$

つまりこの  $\alpha$  は質点の単位質量あたりの波動インピーダンスの比率を表していることがわかる。

### 2.2.5. 透過振幅比・反射振幅比の考察

2.2.4 節で求めた散乱行列の成分である透過振幅比、反射振幅比について考察する。Fig. 2.2-9 に示すモデルにおいて透過・反射振幅比を求める。下図は相対的に大きな質量を質点の大ききさで示し、相対的に大きな剛性を質点同士をつなぐバネの太さで模式的に表している。

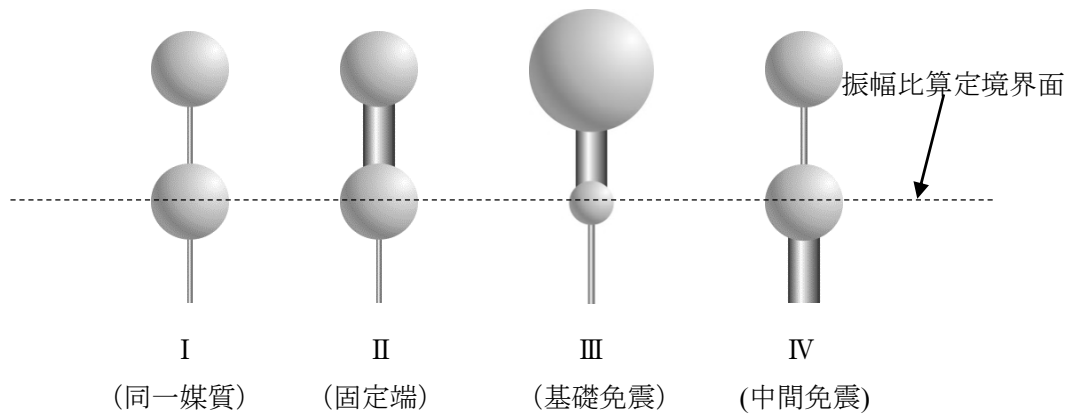


Fig. 2.2-9 解析モデルの模式図

Table 2.2.1 モデル諸元

モデル	層数	質量 M [t]	剛性 k [kN/m]	減衰 c [kN・s/m]	減衰定数 h[-]	固有周期 T[sec]	波動インピー ダンス比 $\alpha(\omega=0)$
I (同一媒質)	上層	5000	$5.17 \times 10^5$	$2.03 \times 10^3$	0.02	1次:1.00	1.00
	下層	5000	$5.17 \times 10^5$	$2.03 \times 10^3$	0.02	2次:0.38	
II (固定端)	上層	5000	$\infty$	$\infty$	0	1次:1.00	$\infty$
	下層	5000	$3.95 \times 10^5$	$1.78 \times 10^3$	0.02	2次:—	
III (基礎免震)	上層	9100	$3.60 \times 10^5$	$2.50 \times 10^3$	0.02	1次:4.00	1.17
	下層	900	$2.61 \times 10^4$	$7.00 \times 10^3$	0.20	2次:0.29	
IV (中間免震)	上層	5000	$1.26 \times 10^4$	$3.19 \times 10^3$	0.20	1次:4.00	0.13
	下層	5000	$7.80 \times 10^5$	$2.50 \times 10^3$	0.02	2次:0.50	

Fig. 2.2-10~Fig. 2.2-19 は各モデルの透過・反射振幅比である。各図の点鎖線は式(2.2.18)に示した遮断振動数と呼ばれる値である。遮断振動数は一組の質点とバネからなる基本単位が無限に繰り返されるモデルの最大固有振動数で、これより高振動数の波は伝播速度を持たず、モデル内で遮断される。したがって、これを超える高振動数領域では振動は励起されず、建築の振動を考える場合には、これより低振動数の領域が問題となる。1層側の遮断振動数を一点鎖線、2層側を二点鎖線で示している。モデル I, II では遮断振動数は一つのみである。

透過振幅比を基本単位の質量と剛性を用いて表せば以下ようになる。

$$+P = \frac{2\sqrt{(m_1\omega^2 - 4k_1^*)}}{\sqrt{(m_1\omega^2 - 4k_1^*)} + \sqrt{(m_2\omega^2 - 4k_2^*)}}$$

ここで  $m_2, k_2^*$  は前頁各モデルにおける上側の質量、複素剛性、 $m_1, k_1^*$  は下側の質量、複素剛性である。この式から、低振動数のときは、剛性の影響が支配的であり、軟らかい層に入射する波動が増幅されるが、高振動数領域では質量の影響が大きくなり、硬い層に入射する波動が増幅される。



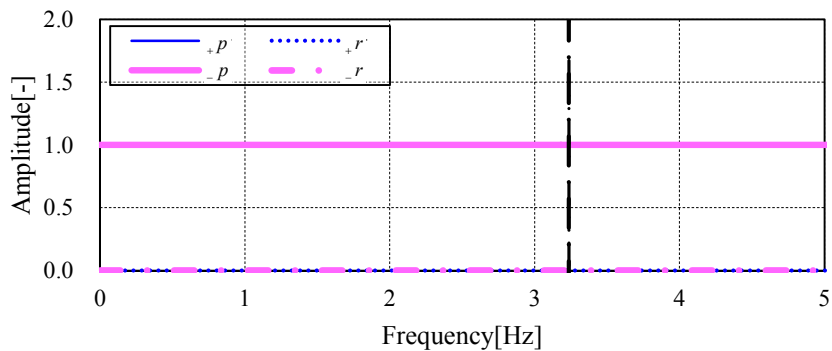
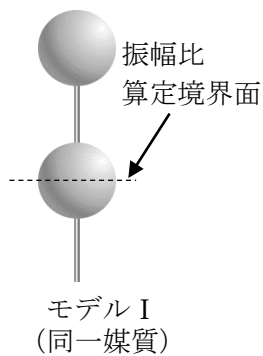


Fig. 2.2-10 透過・反射振幅比の絶対値 (モデル I)

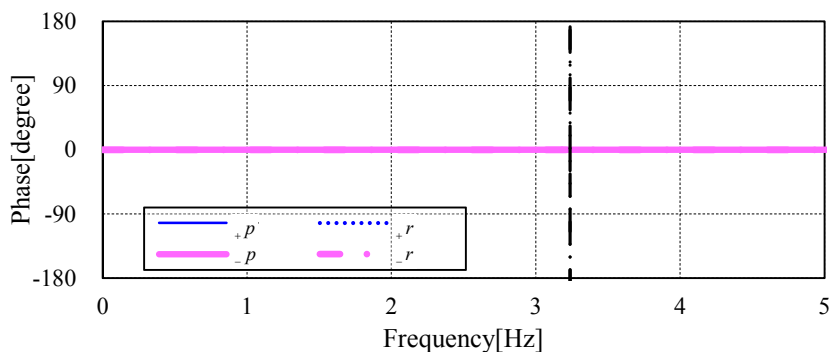


Fig. 2.2-11 透過・反射振幅比の位相 (モデル I)

モデル I は剛性、質量が同一の場合である。Fig. 2.2-10 のとおり、反射振幅比は 0、つまり反射波は生じない。また透過振幅比は上昇波、下降波のいずれの場合も 1 となっている。Fig. 2.2-11 に示す位相は各振幅比において 0 となる。これは同一媒質同士の境界面では反射が起こらず、増幅、位相ともに変化せずに波動が通過することを示す。

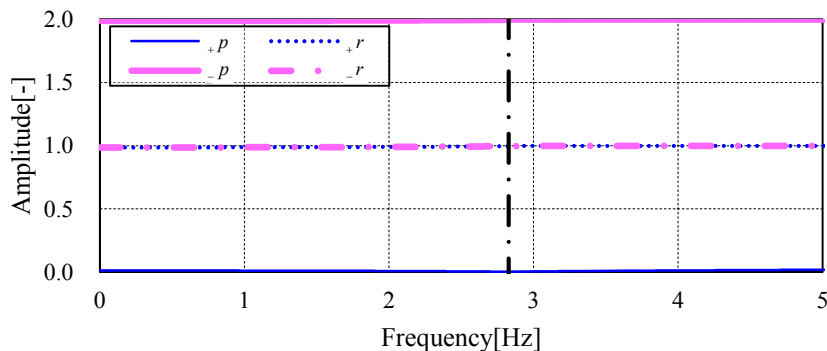
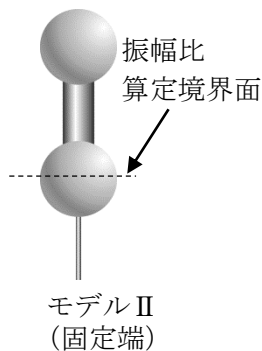


Fig. 2.2-12 透過・反射振幅比の絶対値 (モデルII)

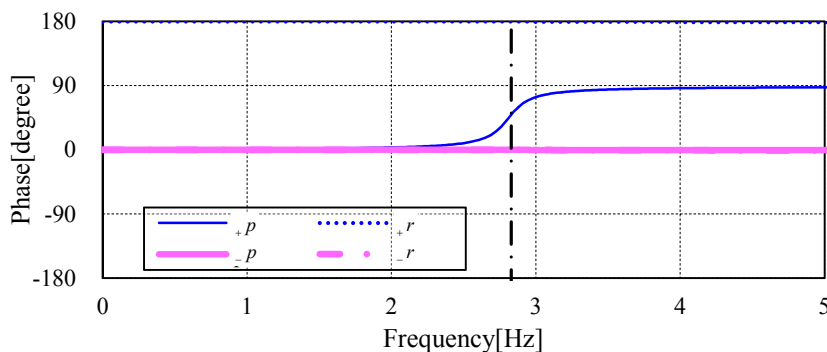


Fig. 2.2-13 透過・反射振幅比の位相 (モデルII)

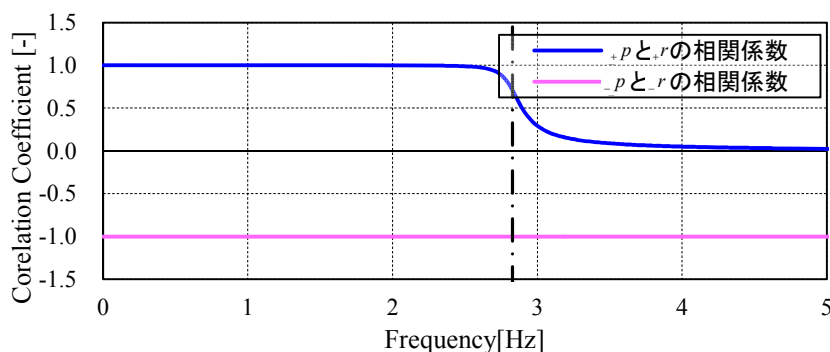


Fig. 2.2-14 上昇波成分・下降波成分の相関係数 (モデルII)

モデルIIは固定端モデルであり、上昇波の透過振幅比 $+p$ は0、反射振幅比 $+r$ は1程度となる。固定端においては、上昇波は振幅を変えずに反射する。下降波は透過振幅比が2程度となる。硬い媒質から軟らかい媒質に波動が透過するときは振幅が増幅される。反射振幅比は1となるが、位相はちょうど $\pi$ となり、下降波にとっては自由端反射となる。

下層側の遮断振動数を上図の1点鎖線で示す。振幅比の絶対値は全振動数で変化はないが、位相についてはこの遮断振動数を境に構振動数側で透過振幅比の位相が $90^\circ$ 変化している。実際には透過振幅比の絶対値は0であるから、上昇波の振幅自体は消失していると考えられるため、この高振動数側の位相が持つ意味は工学的には無視しうると考えられる。

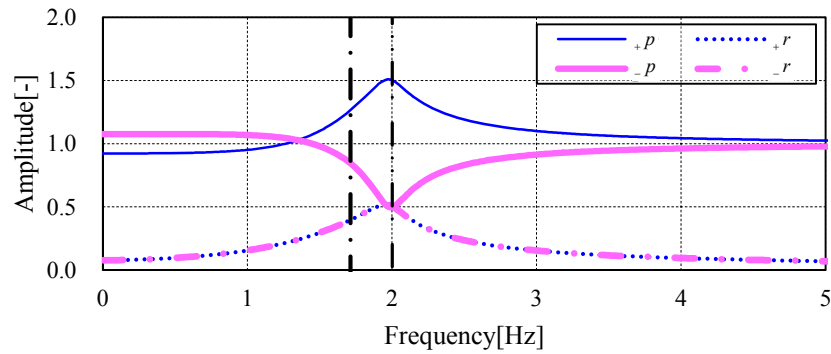
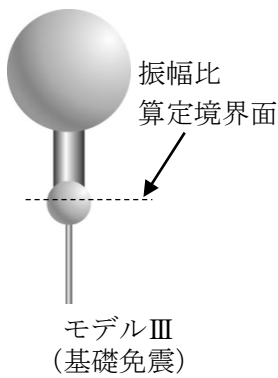


Fig. 2.2-15 透過・反射振幅比の絶対値 (モデルⅢ)

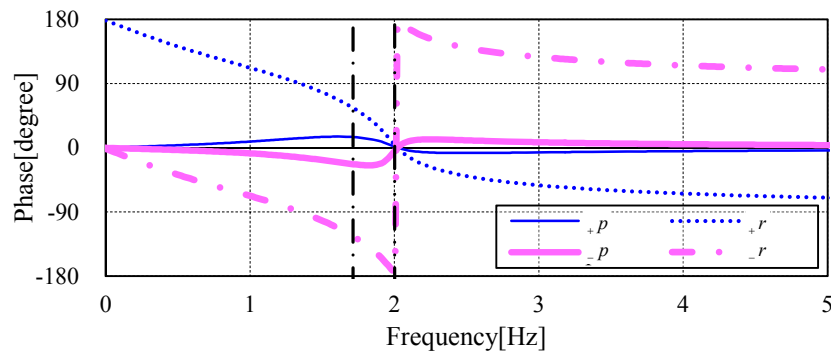


Fig. 2.2-16 透過・反射振幅比の位相 (モデルⅢ)

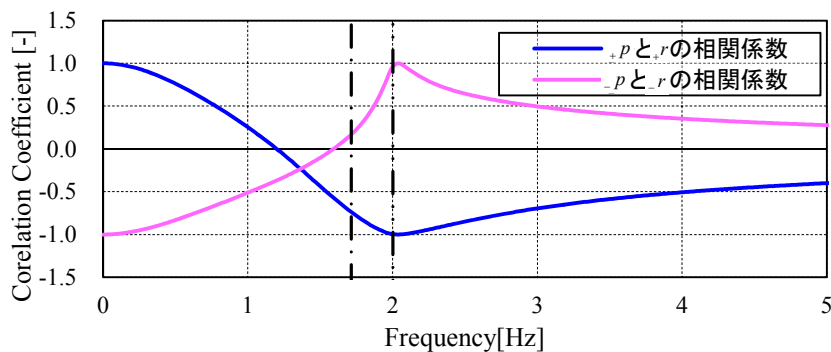


Fig. 2.2-17 上昇波成分・下降波成分の相関係数 (モデルⅢ)

モデルⅢは基礎免震を模擬したものである。下層(免震層)側の遮断振動数(1.8Hz)以下の領域では透過振幅比上昇波、下降波ともに1.0程度、反射振幅比はほぼ0となっている。振動数が大きくなり下層側の遮断振動数を超え、上層(上部構造)側の遮断振動数(2.0Hz)に近い領域では透過振幅比が上昇波1.5程度、下降波0.5程度、反射振幅比は0.5程度に変化する。この1.8Hz~2.0Hzの振動数範囲は免震層では波動が遮断され、上部構造では波動が伝達される領域である。

ここで $+p$ と $r$ の位相に着目する。これら二つの振幅比は建物内部の上昇波を形成するが、1.8Hzを超え2.0Hzよりやや小さい振動数範囲では $+p$ が $0^\circ$ 程度、 $r$ が $180^\circ$ 程度となっておりほぼ逆位相となる。つまりこれらは互いに波動振幅を打ち消し合う関係にあり、これが免震層における絶対変位が小さくなる効果を表していると考えられる。

Fig. 2.2-17には $+p$ と $r$ 、 $-p$ と $+r$ の相関係数を示す。1.0に近いほど互いの波動は強めあい、-1.0に近いほど打ち消し合う関係となる。

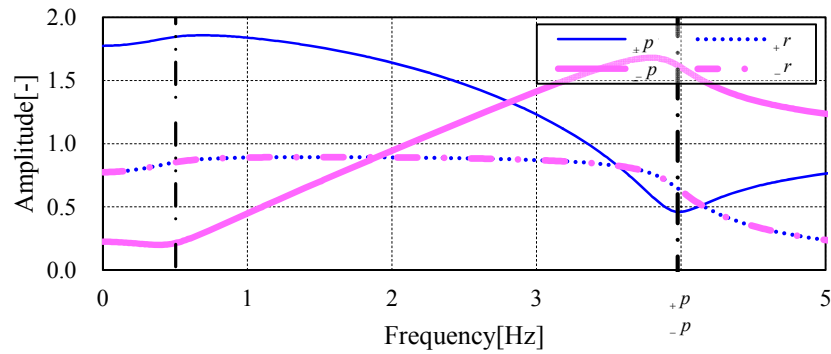
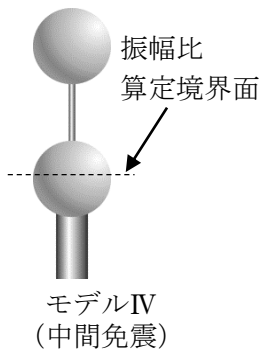


Fig. 2.2-18 透過・反射振幅比の絶対値 (モデルⅣ)

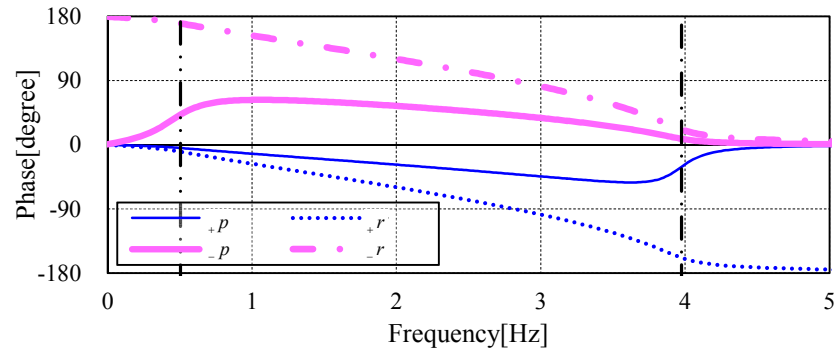


Fig. 2.2-19 透過・反射振幅比の位相 (モデルⅣ)

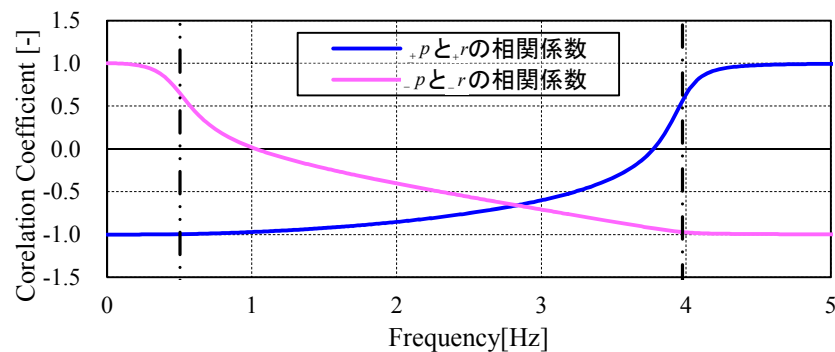


Fig. 2.2-20 上昇波成分・下降波成分の相関係数 (モデルⅣ)

モデルⅣは中間免震を模擬したものである。まず中間免震層を模擬した上層側の遮断振動数 0.5Hz より低振動数の側では上昇波の透過振幅比は概ね 2.0 程度その位相は  $0^\circ$  となっている。これは硬い層から柔らかい層に波動が入射する際、その振幅が増大する現象であり、これは表層地盤の解析において地表面の層において振幅が 2 倍となるいわゆる 2E となることと同様の現象である。一方で下降波の透過振幅比はほぼ 0 に近い値となっており、硬い層に入射する波はその振幅が 0 に近づく。

上層側の遮断振動数 0.5Hz を超え下層側の遮断振動数 4.0Hz 以下の範囲を確認する。この領域は上層側の波動は遮断されるが、下層側の波動は遮断されていない領域である。上昇波の透過振幅比は 2.0 から次第に減少し、4.0Hz 付近では 0.5 程度まで小さくなる。一方下降波の透過振幅比は 0 から 2.0 近くまで増加する。

## 2.2.6. 質点系の波動の伝達関係

2.2 節での検討結果から質点系の波動伝播は以下のように模式的表すことができる。

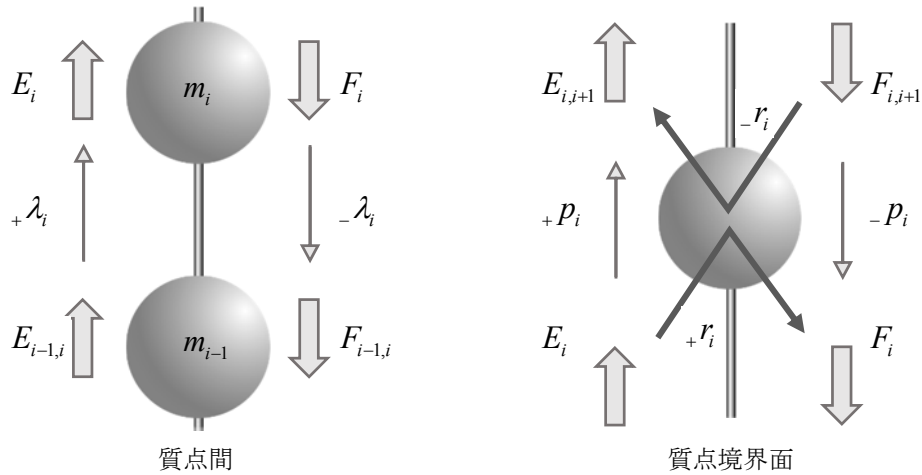


Fig. 2.2-21 質点系の波動の伝達関係

基本単位が全ての位置で均質なモデルにおいては質点間の波動伝播は伝達マトリクスの固有値  $\lambda$  のみでその波動伝播の性質を表現できる。

一方隣り合う異なる基本単位を含む系においては、隣り合う二つの異なる基本単位において、それぞれの伝達マトリクスから得られる固有ベクトルは異なるものとなる。そのため散乱行列は単位行列でなくなり、波動の透過と反射が生じる。その大きさは基本単位同士の特徴値から得られる波動インピーダンス比によって決定づけられる。

建築構造物の場合には各層の質量や剛性は基本的に同じ値とはならないため、各層の境界=質点位置において散乱が起こっていることになる。この散乱によって複雑な波動の透過と反射が重複して繰り返され、質点系の振動モードが多様な形態をなすことになる。

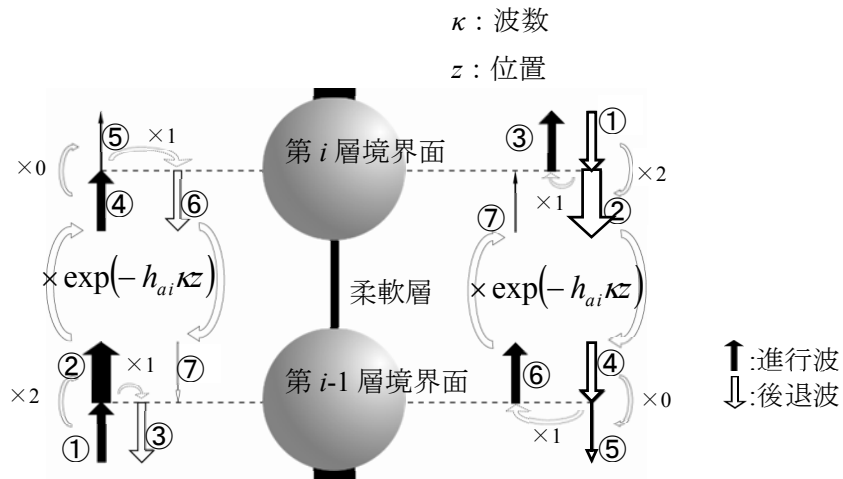


Fig. 2.2-22 共振状態における柔軟層内部の波動伝播のメカニズム

以上の結果から柔軟層における波動の性質は次のように理解される。Fig. 2.2-22 内の直線的な太矢印はその太さにより相対的な振幅の大きさを模式的に表している。極端に柔らかい層がある場合、Fig. 2.2-22 内①で示す波動が柔軟層に入射すると、一部は振幅が2倍に増幅されて②の波動となって透過し、一部は同振幅で③となって反射する。透過した波動は柔軟層を伝播し、波動の持つエネルギーが柔軟層の減衰によって消費され④となって、上の質点に達する。ここでは透過波⑤はほとんど生じず、⑥の反射波のみが生じる。反射された波動⑥は再び柔軟層を伝播し、⑦となってまた質点の境界面に達する。このように、一旦柔軟層に入射した波動は一般層にはほとんど透過しない。すなわち波動は柔軟層において循環するものと考えられ、以上から、柔軟層に入った波動がそこに留まってエネルギーを消費されることへの波動伝播の視点からの解釈を与えることができる。

### 2.3. 波動エネルギーとエネルギーの流れ

#### 2.3.1. 波動エネルギーの定義

時間  $dt$  の間に物体の内部を通過する単位面積当たりの波動エネルギー  $\tilde{E}$  の合計値は文献 14)において國生らにより以下のように定義されている。

$$\tilde{E} = \rho V_s dt \left( \frac{du}{dt} \right)^2$$

すなわち波動エネルギーは、波動が通過している部分の波動インピーダンスと波動の変位速度の2乗との積で表せる。これを上下部質点側の上昇波、下降波それぞれに適用すれば以下のように表せる。

$$\text{上部質点側の上昇波のエネルギー} : \tilde{E}_i = Z_i \dot{E}_i^2$$

$$\text{上部質点側の下降波のエネルギー} : \tilde{F}_i = Z_i \dot{F}_i^2$$

$$\text{下部質点側の上昇波のエネルギー} : \tilde{E}_{i-1,i} = Z_i \dot{E}_{i-1,i}^2$$

$$\text{下部質点側の下降波のエネルギー} : \tilde{F}_{i-1,i} = Z_i \dot{F}_{i-1,i}^2$$

質点間の波動とそのエネルギーの伝達関係は以下の図のように表せる。

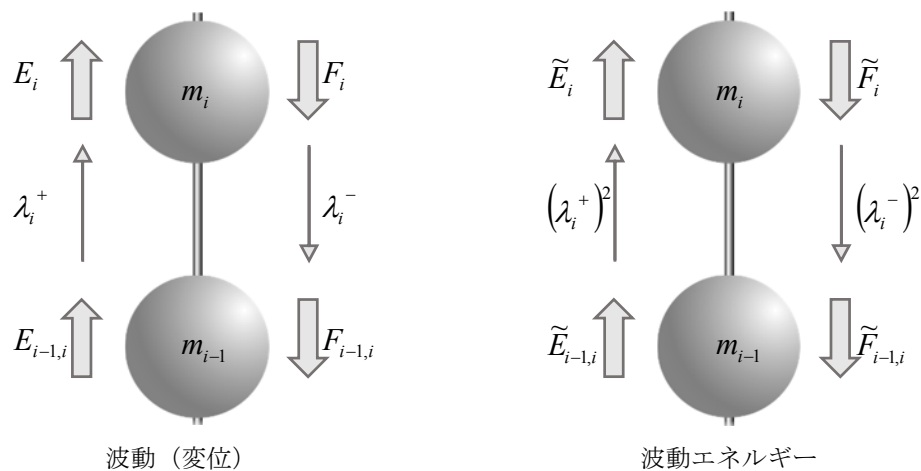


Fig. 2.3-1 質点間における波動の伝達関係

Fig. 2.3-1 の左図は変位の次元の波動の関係を示しており、2.2 節に示した通り、質点間の波動の振幅比である伝達マトリクス固有値でそれぞれの伝達関係が結び付けられる。波動エネルギーの次元で考えても右図のように伝達関係を定義することができる。 $i$  層と  $i-1$  層上下の波動の伝達関係を示す式(2.2.13)を用いれば以下のようにマトリクス表現により表せる。

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_i \\ \tilde{F}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\lambda_i^+)^2 & 0 \\ 0 & (\lambda_i^-)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_{i-1,i} \\ \tilde{F}_{i-1,i} \end{bmatrix} \quad (2.3.1)$$

一方、質点の位置を境界面とみなした際の波動とこれを境界面上側下側の上昇波、下降波それぞれに適用すれば以下のように表せる。

$$\text{境界面上側の上昇波のエネルギー： } \tilde{E}_{i,i+1} = Z_{i+1} \dot{E}_{i,i+1}^2$$

$$\text{境界面上側の下降波のエネルギー： } \tilde{F}_{i,i+1} = Z_{i+1} \dot{F}_{i,i+1}^2$$

$$\text{境界面下側の上昇波のエネルギー： } \tilde{E}_i = Z_i \dot{E}_i^2$$

$$\text{境界面下側の下降波のエネルギー： } \tilde{F}_i = Z_i \dot{F}_i^2$$

変位から変換した波動とその波動が持つエネルギーは以下の図のように表せる。

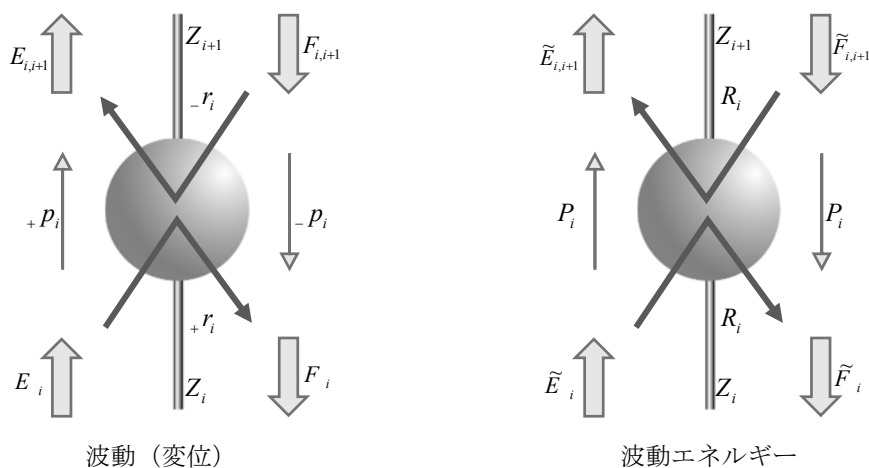


Fig. 2.3-2 境界面における波動の伝達関係

上図の左図は変位の次元の波動の関係を示しており、2.2 節に示した通り、境界面における



透過・反射を表す透過振幅比、反射振幅比でそれぞれの伝達関係が結び付けられる。これを波動エネルギーについても同様に定義することができる。境界面下側からの波動が境界面に達し、透過・反射が起こるとき、その透過成分  $\tilde{E}_i^p$ 、反射成分  $\tilde{F}_i^r$  は波動エネルギーの定義に基づいて次のように求められる。

$$\text{透過成分： } \tilde{E}_i^p = Z_{i+1} \left( {}_+p_i \dot{E}_i \right)^2$$

$$\text{反射成分： } \tilde{F}_i^r = Z_i \left( {}_+r_i \dot{E}_i \right)^2$$

これらを透過・反射する前の波動で割れば以下のようにエネルギー透過率、反射率が求められる。

$$\text{エネルギー透過率： } P_i = \frac{\tilde{E}_i^p}{\tilde{E}_i} = \frac{Z_{i+1}}{Z_i} {}_+p^2 = {}_+p_-p$$

$$\text{エネルギー反射率： } R_i = \frac{\tilde{F}_i^r}{\tilde{E}_i} = {}_+r^2 = -{}_+r_-r$$

ここでは式(2.2.34)～式(2.2.38)の透過・反射振幅比の波動インピーダンス比を用いた表現、(2.2.41)の波動インピーダンス比を用いている。これらの和を取ると以下のことがわかる。

$${}_+p_-p + (-{}_+r_-r) = \frac{4\alpha_i}{(1+\alpha_i)^2} + \left( \frac{1-\alpha_i}{1+\alpha_i} \right)^2 = 1$$

上記よりエネルギーの透過成分と反射成分の和はもとの波動エネルギー  $Z_i \dot{E}_i^2$  に等しく、エネルギーが境界面で保存されること（境界面の波動エネルギー保存則）を意味している。2.2節に示したように波動インピーダンス比  $\alpha$  は  $\omega$  に依存するが、上記は  $\alpha$  の値にかかわらず成り立つ。

### 2.3.2. エネルギー透過率・エネルギー反射率の考察

本節では 2.2.5 節と同様のモデルを用いてエネルギー透過率・エネルギー反射率について考察を行う。

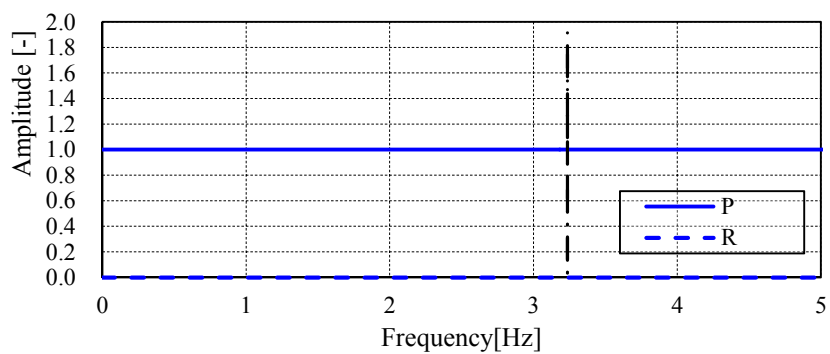
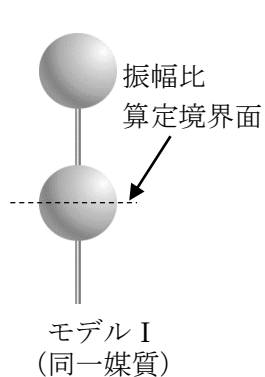


Fig. 2.3-3 エネルギー透過率・反射率の絶対値（モデル I）

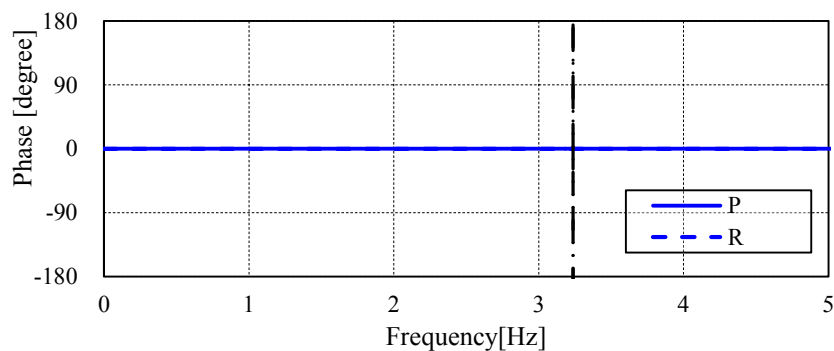


Fig. 2.3-4 エネルギー透過率・反射率の位相（モデル I）

モデル I は剛性、質量が同一の場合であり、反射波は生じない。このためエネルギー反射率が 0 であり、透過率は絶対値として 1.0 となる。

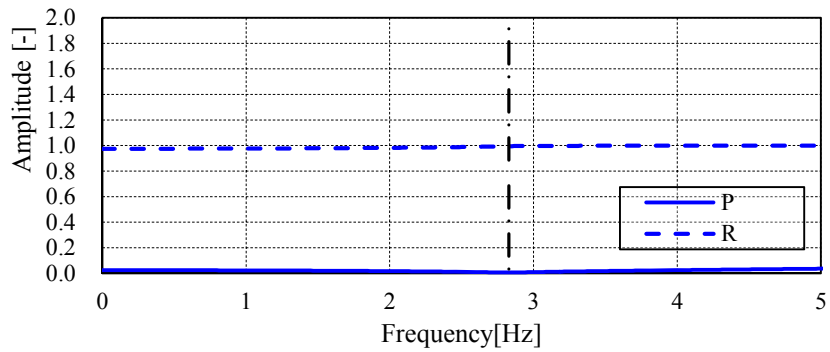
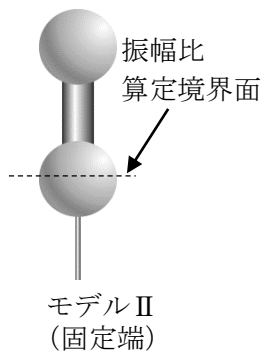


Fig. 2.3-5 エネルギー透過率・反射率の絶対値（モデルⅡ）

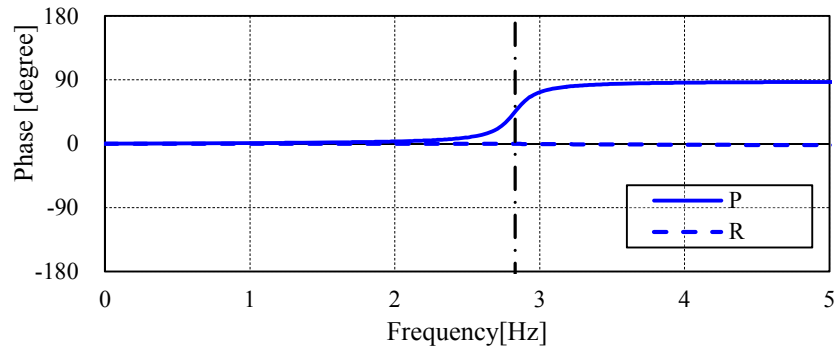


Fig. 2.3-6 エネルギー透過率・反射率の位相（モデルⅡ）

モデルⅡは固定端モデルである。この場合にはエネルギー反射率が1.0となっており、逆にエネルギー透過率はほぼ0となっている。エネルギー反射率の位相は0である。このことは入射した波と反射した波のエネルギーが同位相となっていることを表す。すなわち境界面における変位の持っている合計のエネルギーは入射波の2倍となっていることを意味する。

下層側の遮断振動数を上図の1点鎖線で示す。エネルギー透過率の絶対値は全振動数で変化はないが、位相についてはこの遮断振動数を境に高振動数側で透過振幅比の位相が90°変化している。これは振幅比における傾向と同様である。ただしエネルギーについても同様に、実際にはエネルギー透過率の絶対値が0のため、上昇波の振幅が持つエネルギー自体は消失していると考えられるため、この高振動数側の位相が持つ意味は工学的には無視しうると考えられる。

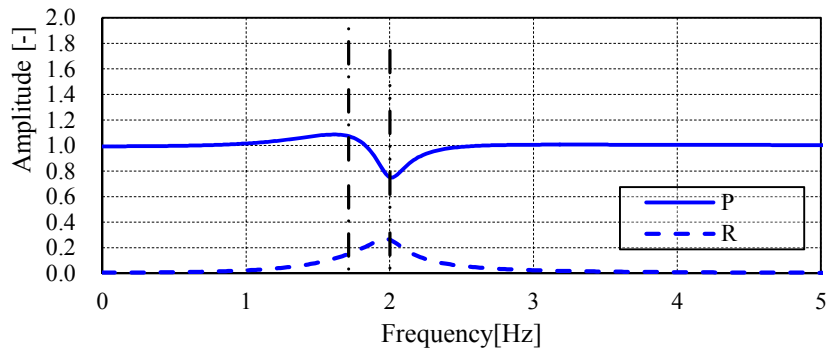
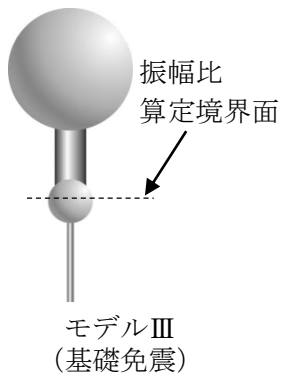


Fig. 2.3-7 エネルギー透過率・反射率の絶対値（モデルⅢ）

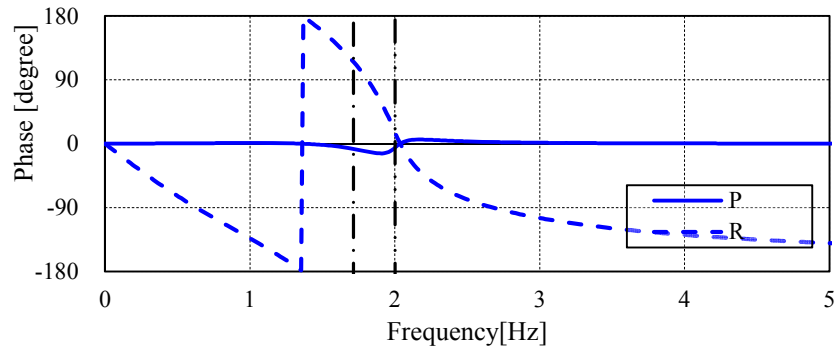


Fig. 2.3-8 エネルギー透過率・反射率の位相（モデルⅢ）

モデルⅢは基礎免震を模擬したものである。下層すなわち免震層側の遮断振動数 1.8Hz 以下の領域ではエネルギー透過率はほぼ 1.0 であるが一部では 1.0 以上の値となっている。遮断振動数 1.8Hz において概ねピークでとなって 1.1 程度の値を取っている。1.8Hz を超え上層すなわち上部構造側の遮断振動数 2.0Hz 以下の領域ではやや減少し、2.0Hz において極小値として 0.75 程度の値を取っている。一方エネルギー反射率は低振動数側ではほぼ 0 であるが、2.0Hz におけるピークが約 0.3 程度の値となる。2.0Hz を超える範囲ではエネルギー透過率はやや上昇するが、1.0 以下の値となっている。エネルギー反射率は徐々に低下し、高振動数側ではほぼ 0 に戻る。

免震構造は一般的に長周期化を図ることで高振動数成分をフィルタリングすることにより加速度応答を低減する効果があるが、この場合の 1.8Hz 以上の範囲においてエネルギー反射率が上昇し、エネルギー透過率が 1.0 よりも小さくなっていることが特定の振動数成分をフィルタリングしていることを表していると考えられる。

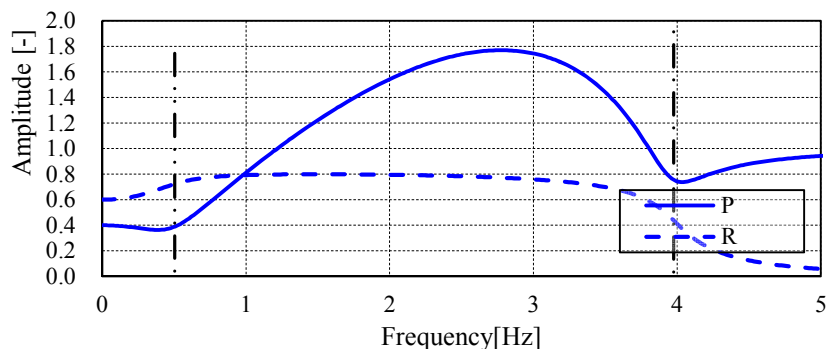
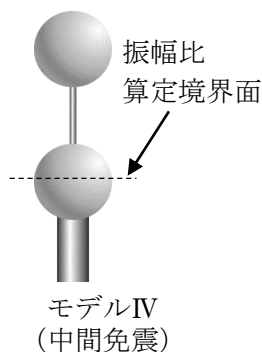


Fig. 2.3-9 エネルギー透過率・反射率の絶対値（モデルIV）

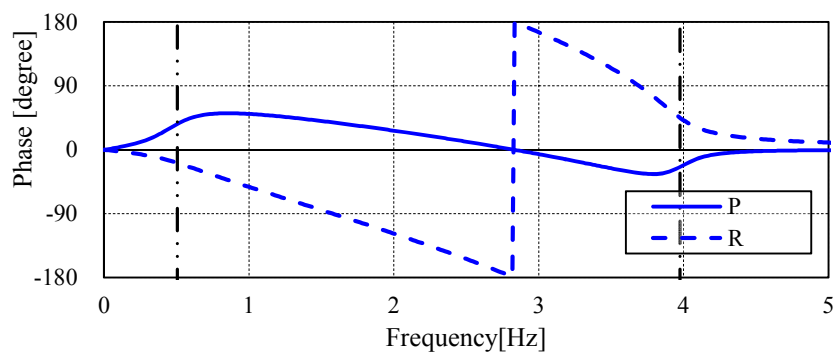


Fig. 2.3-10 エネルギー透過率・反射率の位相（モデルIV）

モデルIVは中間免震を模擬したものである。遮断振動数は上側の0.5Hzと下側4.0Hzとなっている。0.5Hz以下ではエネルギー反射率0.6程度、エネルギー透過率0.4程度となっている。0.5Hzを超える範囲ではエネルギー透過率・反射率は徐々に上昇し、1.0Hzで両者の関係が逆転する。エネルギー透過率は最大で3.0Hzにおいて1.8程度となる。一方エネルギー反射率は0.8を最大としてほぼその値を維持する。この最大値を取っているときには両者の位相差はちょうど180°となっており、両者は一部を打ち消し合っている。下側の遮断振動数4.0Hz以上ではエネルギー透過率は0.8~1.0程度、エネルギー反射率は0.5程度から徐々に0に近づいている。

このモデルにおいては透過するエネルギーの波動は境界面において増幅される。ただし、それを打ち消す反射エネルギーも同時に生じる。

### 2.3.3. エネルギーフローの定義

多質点系の第  $i$  番目の質点における運動方程式は

$$m_i \ddot{x}_i + c_i (\dot{x}_i - \dot{x}_{i-1}) - c_{i+1} (\dot{x}_{i+1} - \dot{x}_i) + k_i (x_i - x_{i-1}) - k_{i+1} (x_{i+1} - x_i) = 0$$

となる。これは減衰力と復元力の和を内力  $Q$  と考えると

$$m_i \ddot{x}_i + Q_i - Q_{i+1} = 0$$

と書ける。これに第  $i$  層の速度をかけて 0 から  $t$  まで積分すると

$$\int_0^t \dot{x}_i m_i \ddot{x}_i dt + \int_0^t \dot{x}_i Q_i dt - \int_0^t \dot{x}_i Q_{i+1} dt = 0$$

左辺を変形すると

$$\int_0^t \dot{x}_i m_i \ddot{x}_i dt + \int_0^t (\dot{x}_i - \dot{x}_{i-1}) Q_i dt + \int_0^t \dot{x}_{i-1} Q_i dt - \int_0^t \dot{x}_i Q_{i+1} dt = E_{ki} + E_{di} + E_{si} + \int_0^t \dot{x}_{i-1} Q_i dt - \int_0^t \dot{x}_i Q_{i+1} dt$$

$E_{ki}$ ,  $E_{di}$ ,  $E_{si}$  はそれぞれ第  $i$  質点の運動エネルギー、第  $i$  層のダッシュポットの吸収エネルギー、ばねの弾性歪エネルギーである。このとき第  $i$  質点への入力エネルギー  $E_i$  のうちで第  $i+1$  層のバネとダッシュポットの吸収分を定義したい。まず  $i=1$  のときは第 1 層のバネ、ダッシュポットによる吸収エネルギーは  $E_1$  のみによってもたらされるため、 $E_1$  は一部が運動エネルギー  $E_{k1}$ 、さらに一部はバネ、ダッシュポットの吸収エネルギー  $E_{d1}$ ,  $E_{s1}$  となり、残ったものが第 2 層に使用されるエネルギーであると考えられるため、このエネルギーを第 2 層へ流れるエネルギーフローと考えて、

$$E_1 - (E_{k1} + E_{d1} + E_{s1}) = - \int_0^t \dot{x}_1 Q_2 dt \equiv EF_{12}$$

ここで右辺の  $EF$  は *Energy Flow* を意味する。次に  $i=2$  のとき、第 2 質点の運動エネルギーと第 2 層のバネ、ダッシュポットのエネルギーは  $E_2$  と  $EF_{12}$  によってまかなわれているため、

第3層へ流れるエネルギーは以下で表せる。

$$E_2 - (E_{k2} + E_{d2} + E_{s2} - EF_1) = -\int_0^t \dot{x}_2 Q_3 dt \equiv EF_{23}$$

と定義される。したがって一般に第*i*質点への入力エネルギー  $E_i$ のうちで第*i*+1層のバネとダッシュポットへ流れるエネルギー  $EF_{i,i+1}$  は

$$EF_{i,i+1} \equiv -\int_0^t \dot{x}_i Q_{i+1} dt$$

と定義できる。同様にして第*i*質点への入力エネルギー  $E_i$ のうちで第*i*層のバネとダッシュポットへ流れるエネルギー  $EF_{i,i}$  は

$$EF_{i,i} \equiv \int_0^t \dot{x}_i Q_i dt$$

と定義される。これは空間内を伝播するエネルギーであり、機械分野の制御においてはこれを微分した次のようなものが制御における評価関数として用いられる。

$$PF_{i,i} = \dot{x}_i Q_i$$

これは瞬間的なエネルギーの流れを示すものであり、パワーフローと呼ばれる。また速度と応力の積を用いた量としては次のような量も用いられる

$$IVI = \frac{(\dot{x}_i + \dot{x}_{i+1})Q_i}{2}$$

これはある位置における流れの強さを表す量として瞬間振動インテンシティと呼ばれ、音響工学などで頻繁に用いられている。異なる分野において異なる記号、異なるモデルに対して定義されているが、これらは基本的に同一の物理量である。機械分野の制御においてはパワーフロー制御といった制御方法も検討されている。

エネルギーフローの値を 2 自由度系の基礎免震構造物について確認してみる。免震層に減衰を持たない場合について外乱の周期  $T_e$  を非免震周期である 1.0 [s] の場合と免震周期 4.0 [s] とした場合が Fig. 2.3-11, Fig. 2.3-12 である。 $T_e = 1.0$  の場合、 $EF$  の絶対値は 0.05 [kN・m] 程度となっている。これに対し  $T_e = 4.0$  の場合は時間につれて大きくなっており  $t = 60$  [s] の時には 1000 [kN・m] に達している。共振周期における応答値を非減衰の場合の伝達関数で考えれば、その値は無限大となるのである値に収束することなく、時間が進むごとに応答値は際限なく大きくなっていく。エネルギーに関しても同じで構造物に投入されるエネルギーは時間が進むにつれ無限に大きくなっていく。

それぞれのエネルギーフローの符号について考える。Fig. 2.3-11, Fig. 2.3-12 のいずれの場合においても 1 層において下向きの流れ  $EF_{i,i}$  が正、上向きの  $EF_{i,i+1}$  が負となっている。エネルギーの値が負になることは一見意味を持たないことに思われるが、これは単にエネルギーが本来定義した向きと逆の向きに流れていることを意味している。すなわち 1 層においてはいずれも下の向きにエネルギーが流れていることがわかる。 $EF_{i,i}$  の始めの 2 秒間程度の部分に注目すれば、時刻  $t = 0$  において  $EF_{i,i} = 0$  から始まって、その後ある極値に達し、その値が減少していく。続いて再び  $EF_{i,i} = 0$  となって負の値に転ずることなく、増加を始める。これはいったん下に向かって流れたエネルギーが 1 層バネの弾性エネルギーとして蓄積され、最大値を迎えた後で蓄積された弾性歪エネルギーが解放され、バネから質点にむかってエネルギーが流れる。これは弾性歪エネルギーと運動エネルギーの間にエネルギーの交換が起こっていることを意味している。このようにエネルギーフローは周期的な値を繰り返してはいるが、その値は負となることは無く、流れの向きは常に下の向きであることがわかる。 $EF_{i,i}$  と  $EF_{i,i+1}$  の絶対値の大きさについて見てみると、どの時刻においても  $EF_{i,i}$  の絶対値のほうが大きな値をとっている。これは質点における入力エネルギー  $E_i$  が作用していることによる。2 層においては  $EF_{i,i}$  のみが正の値を持ち、これも下向きの流れをもっていることを示している。 $EF_{i,i+1}$  は全時刻で 0 となっている。第 2 質点ではその上部にエネルギーの逃げ道となるバネやダッシュポットが接続されていないため、上向きにはエネルギーが流れることが無い。

つぎに免震層に減衰を有する場合の Fig. 2.3-13, Fig. 2.3-14 を見てみる。Fig. 2.3-13 での各エネルギーフローの値はほぼ時間に比例する直線となっている。実際にはわずかに振動する正弦的な振動と時間に比例する直線を足し合わせたものとなっている。減衰を有する場合にはエネルギーフローはバネへ流れたエネルギーとダッシュポットへ流れたエネルギーの和として表されるが、その値は Fig. 2.3-13 においてはほぼ直線として現れている。これは減衰がある場合エネルギー応答は減衰による消費エネルギーが支配的であることを示している。弾性歪エネルギーは運動エネルギーとの間で交換を行うが、ダッシュポットに吸収されるエネルギーは再び運動エネルギーに戻ることはない。そのため時間が進んでもエネルギーフローが 0 に戻ることは無い。Fig. 2.3-14 では地震波入力時のエネルギーフローであるがここでもエネルギーフローは次々に下に向かって流れていることがわかる。



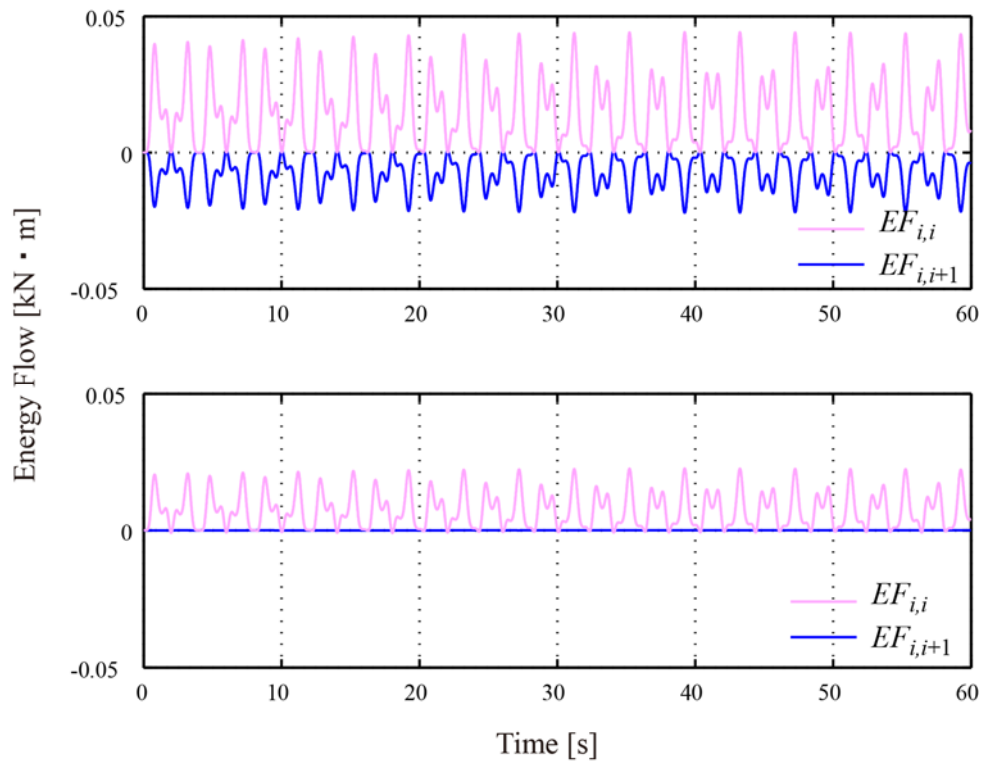


Fig. 2.3-11 免震層減衰  $h = 0$ , 外乱周期  $T_e = 1.0$  [s] の場合

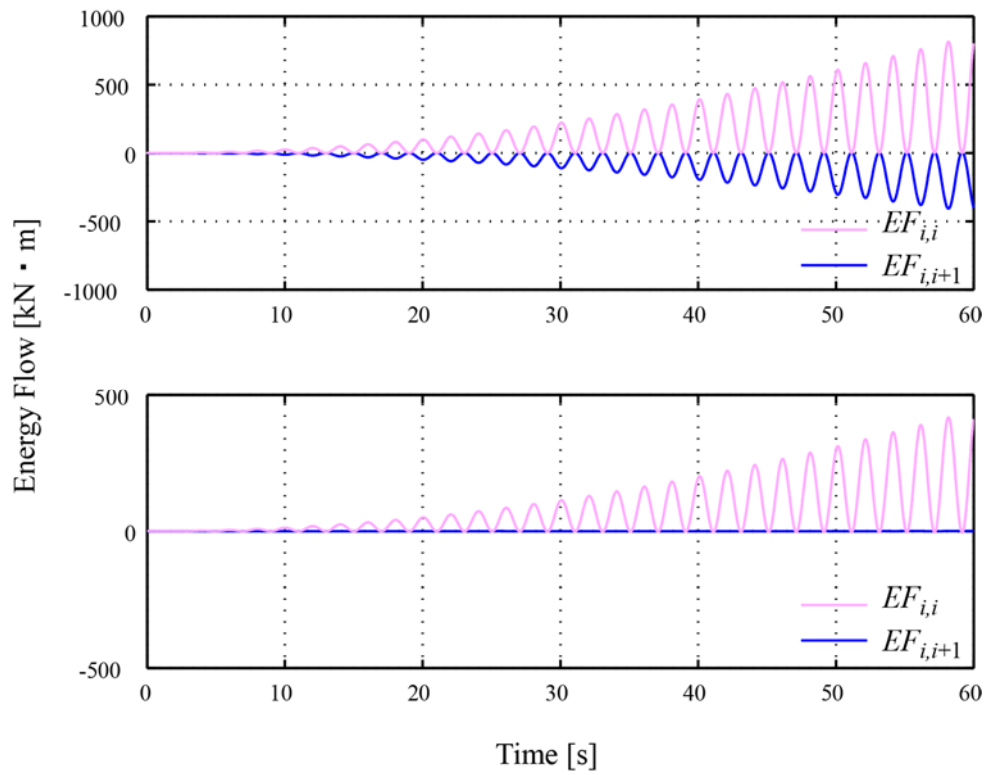


Fig. 2.3-12 免震層減衰  $h = 0$ , 外乱周期  $T_e = 4.0$  [s] の場合

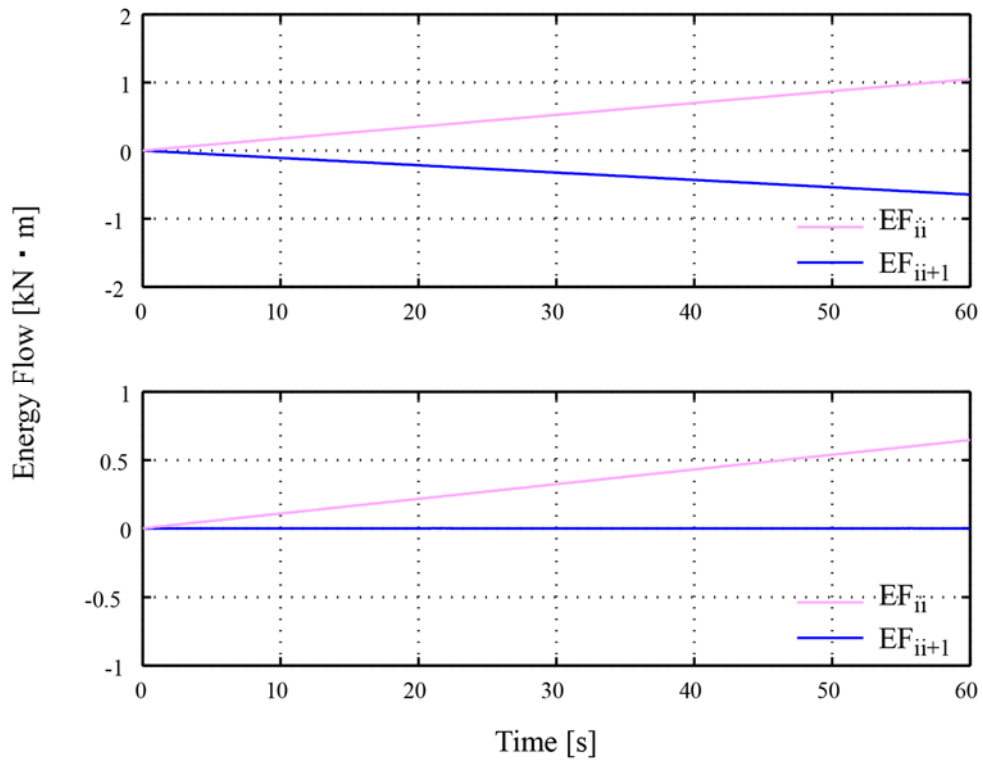


Fig. 2.3-13 免震層減衰  $h = 0.20$ , 外乱周期  $T_e = 1[s]$ の場合

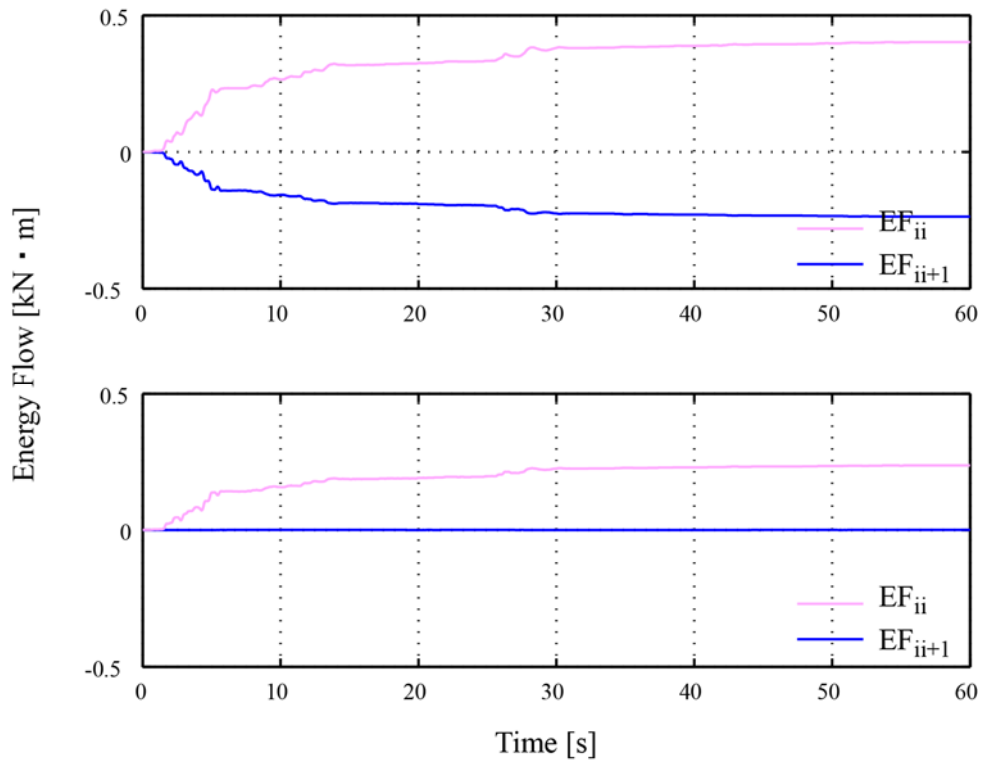


Fig. 2.3-14 免震層減衰  $h = 0.20$ , El Centro NS 成分の場合

## 2.4. 固有モードの波動変換

本節では分散関係による基準振動、質点系の最大振動数の意味、波動伝播速度の意味、固有モードの波動変換、質点同士の作用反作用について論じる。

また本論文では耐震・制振・免震といった構造技術を波動論から論じることを目的の一つとしているため、質点系の固有モードについて議論するためには通常固有値解析ではなく減衰を考慮した複素固有値解析が必要となる。

一般的には振動モードは通常これ以上分解できない系の振動の最小単位と考えられるが、この固有モードをさらに上昇と下降の波動成分に分解することにより、振動モードがどのように形成されているかを把握できると考えられる。またその波動成分の分布形状や干渉度合を調整することが可能になればモード形状自体を調整することで系全体の振動を制御していくことが可能になると考えられる。

### 2.4.1. 分散関係と基準振動

本節では質点系の基準振動について考察する。

2.1 節に示した無限に続く質点系の運動方程式を再掲すると以下のものであった。

$$m \frac{d^2 x_n}{dt^2} = -k(x_n - x_{n-1}) + k(x_{n+1} - x_n) \quad (2.4.1)$$

式(2.4.1)の解を次のように仮定する。

$$x_n = e^{j(\kappa \Delta z - \omega t)} \quad (2.4.2)$$

ここで  $\kappa$  は波数、 $\Delta z$  は質点間隔である。これを式(2.4.1)に代入すると以下ようになる。

$$\omega^2 = \frac{k}{m} (2 - e^{-j\kappa \Delta z} - e^{j\kappa \Delta z}) = 4 \frac{k}{m} \sin^2 \frac{\kappa \Delta z}{2} \quad (2.4.3)$$

式(2.4.3)は仮定した解(2.4.2)の定数である波数  $\kappa$ 、角振動数  $\omega$  が満たすべき条件であり、分散関係と呼ばれる。ある質点の変位  $x_1$  とそこから  $N$  個隣の質点の変位  $x_{N+1}$  を等値すると波長と波数の関係より  $N$  個の波が以下に示す基準振動となる。

$$\begin{aligned} \kappa_s &= \frac{2\pi s}{N\Delta z} \\ \omega_s &= 2\sqrt{\frac{k}{m}} \sin \frac{s\pi}{N} \end{aligned} \quad (s = 1, 2, \dots, N) \quad (2.4.4)$$

$s$  はモード次数である。ここで固有モードの概念は以下の図を用いて解釈できる。

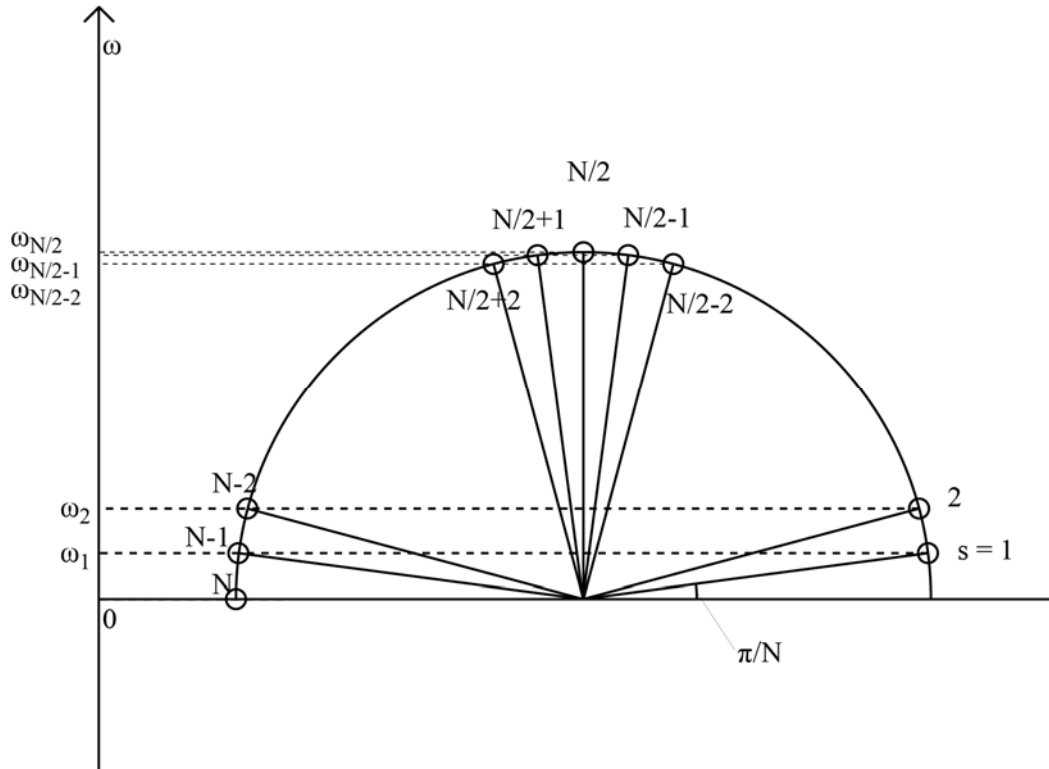


Fig. 2.4-1 各次固有角振動数

Fig. 2.4-1 は縦軸を  $\omega_s$  とし、単位円上に式(2.4.4)の第2式の  $\omega_s$  を  $s = 1, 2, \dots$  について描いたものである。 $\omega_s$  は  $s = 1$  の時から順に大きくなっていき、 $s = N/2$  の時に最大の値をとる。これが遮断振動数である。以降  $s = N/2 + 1$  のときは  $s = N/2 - 1$ 、 $s = N/2 + 2$  のときは  $s = N/2 - 2$  の  $\omega_s$  と同じ値をとりながら最終的に  $\omega_s = 0$  となる。したがって  $N$  個の質点による周期的境界条件により得られる固有角振動数はその半分の  $N/2$  個の固有角振動数を与える。そして  $s = 1$ 、 $N - 1$  の時に最も小さな角振動数  $\omega_1$ 、すなわち1次モードの角振動数を与える。

一方最大次数については  $s = N/2$  のときの波数  $\kappa_{N/2}$ 、角振動数  $\omega_{N/2}$  は以下のようなになる。

$$\kappa_{N/2} = \frac{\pi}{\Delta z}, \omega_{N/2} = 2\sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.4.5)$$

したがって質量  $m$ 、バネ定数  $k$  を持つ無限格子は最大振動数として、質量  $m$ 、剛性  $k$  の 1 質点系の固有角振動数の 2 倍の値をもつ系であることになる。このときの波長は以下のように求められる。

$$\kappa_{N/2} = \frac{2\pi}{l_{N/2}} = \frac{\pi}{\Delta z} \quad \therefore l_{N/2} = 2\Delta z \quad (2.4.6)$$

となる。これは Fig. 2.4-2 のような振動状態である。

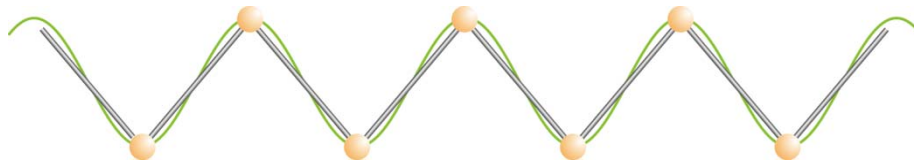


Fig. 2.4-2 最大振動数における振動モード

これは局在振動と呼ばれる振動状態で、隣り合う点同士が逆位相で振動する状態である。質点系はこれ以上に波長の短い波を表現できないため、この時の振動数よりも大きな振動数を取りえない。そのため遮断振動数以上においては波動伝播速度が定義できないのである。これは質点系モデルが持つモデル化上の限界であり、離散化により生じるものである。離散化により生じる限界という意味では、振動数領域におけるナイキスト振動数に対応するものが空間離散化においても同様に出現しているものであるといえる。

また振動モード形状については式(2.4.2)に(2.4.4)を代入すると

$$x_n = e^{j\left(\frac{2\pi ns}{N} - \omega t\right)} = e^{j2\pi \frac{n}{N}s} e^{-j\omega t} \quad (2.4.7)$$

となり、 $\exp(j2\pi ns/N)$  が  $s$  次モードにおけるモード形状を表している。モード形状が正弦波的な分布を示すのは波動解の空間に依存する振幅  $\exp(j2\pi ns/N)$  が指数関数で表されることによる。建築構造物のモデルは、境界条件は下端固定、上端自由で、質点数の限られた質点系であり、質点数の数だけモードが存在する。これは上に述べた  $N$  個の質点に対して  $N/2$  個のモード形状が存在することと一見矛盾するが、建築モデルは境界条件が上端自由であるので周期的境界条件を与える  $N$  が自由度の 2 倍になる。そのため  $S$  自由度の系に対して  $S$  個のモードが存在する。

### 2.4.2. 波動伝播速度

本節では波動方程式に表れる波動伝播速度について考察する。

2.1 節に示した波動方程式の解は以下で与えられる。

$$x = {}_+f(z-ct) + {}_-f(z+ct) \quad (2.1.4)$$

この解を波動方程式に代入して確認してみる。  $\xi = z \pm ct$  とし、微分における変数変換を用いると、まず時間微分については以下のようになる。

$$\text{一階微分: } \frac{\partial x(\xi)}{\partial t} = \frac{\partial x(\xi)}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial x(\xi)}{\partial \xi} (\pm c)$$

$$\text{二階微分: } \frac{\partial^2 x(\xi)}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial x(\xi)}{\partial \xi} (\pm c) = \frac{\partial^2 x(\xi)}{\partial \xi^2} c^2$$

同様に空間微分については

$$\text{一階微分: } \frac{\partial x(\xi)}{\partial z} = \frac{\partial x(\xi)}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial z} = \frac{\partial x(\xi)}{\partial \xi}$$

$$\text{二階微分: } \frac{\partial^2 x(\xi)}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial x(\xi)}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 x(\xi)}{\partial \xi^2}$$

したがって式(2.1.4)の解は以下を満たしているため、波動方程式の形式となっていることがわかる。

$$\frac{\partial^2 x(\xi)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 x(\xi)}{\partial z^2} \quad (2.4.8)$$

上式を式(2.1.3)と比較すれば次が成り立つ。

$$c^2 = \frac{K}{M} \quad (2.4.9)$$

式(2.4.9)右辺は合成ばね  $K$  と総質量  $M$  により表されているためこれを基本単位の  $k, m$  に置き換えれば最終的に以下が得られる。

$$c^2 = \frac{k}{m} (\Delta z)^2 \Leftrightarrow \therefore c = \sqrt{\frac{k}{m}} \Delta z \quad (2.4.10)$$

上式によれば  $m$  は  $\Delta z$  当たりの質量、 $k$  は質量間のばね定数である。これを改めて建築物の振動モデルであることを考慮すれば式(2.4.10)の平方根部分は建築の床集中質量モデルにおける質量  $m$ 、剛性  $k$  を持つ 1 質点系の固有角振動数であり、 $\Delta z$  は層の高さすなわち階高に相当する。すなわち  $c$  は単位時間あたりに半径  $\Delta z$  の単位円上で円周方向に進む距離であり、波動の伝播速度を表している。また  $s=1$  のときの波数  $\kappa_1$ 、角振動数  $\omega_1$ 、波長  $l_1$  は以下のようになる。

$$\kappa_1 = \frac{2\pi}{N\Delta z}, \omega_1 = 2\sqrt{\frac{k}{m}} \sin \frac{\pi}{N}, l_1 = N\Delta z \quad (2.4.11)$$

式(2.4.10)を 1 次モードの波長  $l_1$ 、周期  $T_1$  によって表すと

$$c = \frac{\omega_1}{2\sin \frac{\pi}{N}} \frac{l_1}{N} \cong \frac{\omega_1}{2\pi} l_1 = \frac{l_1}{T_1} = c_1 \quad (2.4.12)$$

となり  $c$  は近似的に 1 次モードの波の速度を表していることがわかる。したがって式(2.1.3)の波動方程式の解  $f, f$  は位置  $x$  を始点として  $t$  秒後に  $c$  進んだ位置での状態量であることがわかり、それぞれの符号が  $\pm$  となっていることから進行方向が異なる二つの変位成分、すなわち進行波と後退波であることがわかる。

また式(2.1.15) を  $N/2$  次モードの波長  $\lambda_{N/2}$ 、周期  $T_{N/2}$  によって表すと

$$c = \frac{\omega_{N/2}}{2} \frac{l_{N/2}}{2} = \frac{\pi}{2} \frac{l_{N/2}}{T_{N/2}} = \frac{\pi}{2} c_{N/2} \quad (2.4.13)$$

となり、最低次モードと最大次モードとの伝播速度の関係として

$$c_1 = \frac{\pi}{2} c_{N/2} \quad (2.4.14)$$

が導かれる。

波動はある量が空間を伝播していくものであるから、ここまでに述べた通り、その伝播速度を定義することができる。波動の伝播速度には位相速度、群速度の二つがある。位相速度は単一の振動数の波の速度であり、前節で触れたように以下で定義される。

$$v_p = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\pi/\kappa}{2\pi/\omega} = \frac{\omega}{\kappa} = \frac{\omega}{\beta} \quad (2.4.15)$$

ここで添え字の  $p$  は位相速度であることを表す。一方群速度は

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial \kappa} \quad (2.4.16)$$

と定義される。連続体の波動伝播における両者の関係は

$$v_p = v_g \Leftrightarrow \frac{\partial \omega}{\partial \kappa} = \frac{\omega}{\kappa} \quad (2.4.17)$$

これは角振動数が波数によらない、つまり 2.4.1 で述べた分散関係は

$$\omega = c\kappa \quad c: \text{constant} \quad (2.4.18)$$

となる。このような場合には分散がない、という。また質点系においては一般に

$$v_p \neq v_g \Leftrightarrow \frac{\partial \omega}{\partial \kappa} \neq \frac{\omega}{\kappa} \quad (2.4.19)$$

となる。したがって質点系での波動は単一の振動数の波とそれらの集合としての波束の速度が異なるので、波形が崩れながら伝播していく。位相速度と群速度を角振動数について描いたものが Fig. 2.4-3 である。



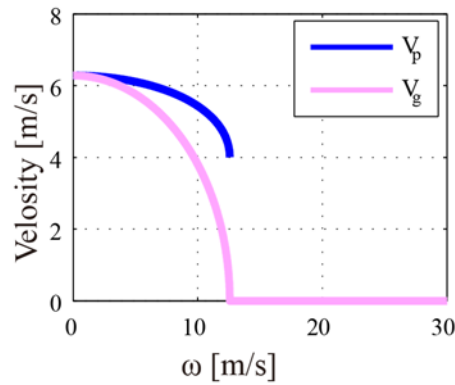


Fig. 2.4-3 位相速度と群速度

位相速度、群速度ともに最大振動数よりも大きな振動数では値が存在しない。これは速度の値が 0 となる、または複素数となり定義できないことによる。したがって波動は伝播しない。これを 2.2.3 節の減衰における考察の結果と合わせて考えると、波動は最大振動数よりも小さな振動数領域においては空間的に伝播していくが、この振動数を超えると波動は伝播せず、空間方向に減衰する性質を持つ。この最大振動数が 2.2.4 節に述べた遮断振動数と呼ばれるものである。つまり建築モデルで考えれば最大次数のモードまでは波動が伝播する領域なので、外乱のうち遮断振動数より小さい成分のみが波動伝播の対象となり、そのうち分散関係を満たす波長の波のみが伝播速度を持って伝播する。建築モデルは外乱に対する強制振動によって振動するが、これは外乱の各振動数成分がモデルの固有振動数と異なる場合、モデルの各モードに外乱によるエネルギーが分配されることによる。したがって系が減衰を持たない場合、系の各モードはその固有振動数近傍の成分のみしか選択しないため、振動数の異なる外乱による強制振動の場合の系の振幅は極めて小さなものとなる。これはエネルギーフローの考察において Fig. 2.3-11 でのエネルギーフローが非常に小さな値であったことからわかる。

### 2.4.3. 複素固有値解析による複素固有モード

ここまでの固有モードに関する考察を踏まえ、複素固有モードについて述べておく。  
減衰を持つ質点系の自由振動は以下の運動方程式でその運動を記述できる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (2.4.20)$$

このときの振動解を以下のように仮定する。

$$\mathbf{x} = \mathbf{u}e^{\lambda t} \quad (2.4.21)$$

式(2.4.21)を式(2.4.20)に代入すれば以下のようなになる。

$$(\lambda^2 \mathbf{M} + \lambda \mathbf{C} + \mathbf{K})\mathbf{u}e^{\lambda t} = \mathbf{0} \quad (2.4.22)$$

上式が自明でない解を持つためには、左辺( )内の行列の行列式が以下を満足する必要がある。

$$|\lambda^2 \mathbf{M} + \lambda \mathbf{C} + \mathbf{K}| = 0 \quad (2.4.23)$$

これは2次固有値問題であり、固有値 $\lambda$ は一般に複素数となる。 $s$ 次モードの固有値は以下のように表せる。

$$\begin{aligned} \lambda &= -h\omega + j\omega\sqrt{1-h^2} \\ \lambda &= -h\omega - j\omega\sqrt{1-h^2} \end{aligned} \quad (2.4.24)$$

上記の通り一つのモードに対して二つの複素共役関係にある固有値が得られる。これに対応する固有モードも一般には複素共役関係にある二つの固有モードベクトルが得られる。ただし比例減衰系の場合においては固有モードは実数であり、非減衰としたときの固有モードに一致する。制振構造においては免震構造や局所集中型のエネルギー吸収構造物など、非比例減衰系モデルを用いるべきものは少なくない。よってその固有モードは複素固有モードとなり各層の値は複素数となっている。実固有モードと複素固有モードの違いは要素が実数であるか否かの違いであるが、固有モードの要素が複素数で表されるということは、

各層に位相差が生じることを意味している。

上記は以下のように状態方程式化することによって、一般固有値問題に変換できる。

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} &= \mathbf{0} \\ -\mathbf{K}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (2.4.25)$$

マトリクス表現を用いて表すと以下となる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{x}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{K} \\ \mathbf{K} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \mathbf{A}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{B}\mathbf{X} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (2.4.26)$$

$\mathbf{A}$  の逆行列を左から乗じると

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{x}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{X} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (2.4.27)$$

この方程式の解を  $\mathbf{x} = \mathbf{v}e^{\lambda t}$  とおけば以下のようなになる。

$$\begin{aligned} \lambda\mathbf{v} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{v} &= \mathbf{0} \\ \Leftrightarrow \{(-\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}) - \lambda\mathbf{I}\}\mathbf{v} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (2.4.28)$$

第 2 式は一般固有値問題と同様の形式であり、非減衰振動の固有値問題と同様である。ただし、行列  $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$  は非対称行列であるため、固有値は一般に複素数となる

#### 2.4.4. 複素固有モードの波動変換

得られた固有モードを波動に変換する。 $s$  次固有モードベクトル  ${}_s\mathbf{u}$  から第  $i$  質点と第  $i-1$  質点のモード変位  ${}_s\mathbf{u}_i, {}_s\mathbf{u}_{i-1}$  を取り出し、波動変換マトリクス  $\Gamma_i$  を用いて変換すると下記のようになる。

$$\begin{bmatrix} {}_sE_i \\ {}_sF_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ +\gamma_i & -\gamma_i \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} {}_s\mathbf{u}_i \\ k_i^*({}_s\mathbf{u}_i - {}_s\mathbf{u}_{i-1}) \end{bmatrix} \quad (2.4.29)$$

マトリクス表現すると以下のようなになる。

$${}_s\mathbf{w}_i = \Gamma_i^{-1} {}_s\mathbf{z}_i \quad (2.4.30)$$

このようにして得られる複素固有モードの波動変換を質点系モデルについて行う。ここでは、対象として、中間層免震層を持つ超高層建物を想定した以下のようなモデルの、波動の挙動を検証する目的で、これまでに扱ってきた2質点系よりも多くの質点からなるモデルを採用する。

超高層中間層免震を模擬した解析モデル

階数（質点数）：50 質点

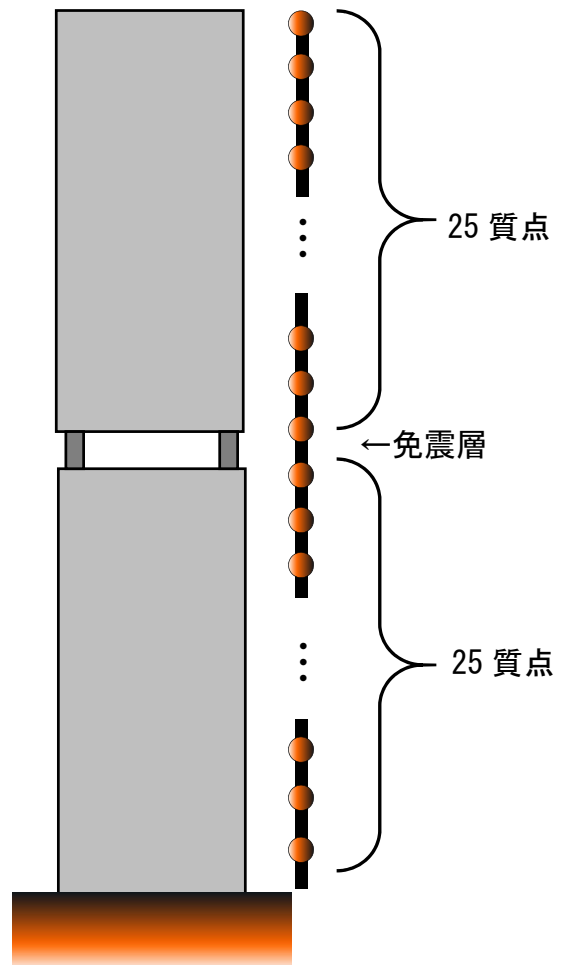
免震層位置：26 層

質量分布：各階 3000t の一様分布

剛性分布：一様（免震層を除く）

減衰分布：一様剛性比例（免震層を除く）

Mode	固有周期 ${}_sT[\text{sec}]$	減衰定数 ${}_sh[-]$
1st	${}_1T=6.62$	${}_1h=0.11$
2nd	${}_2T=2.02$	${}_2h=0.14$
3rd	${}_3T=1.19$	${}_3h=0.16$



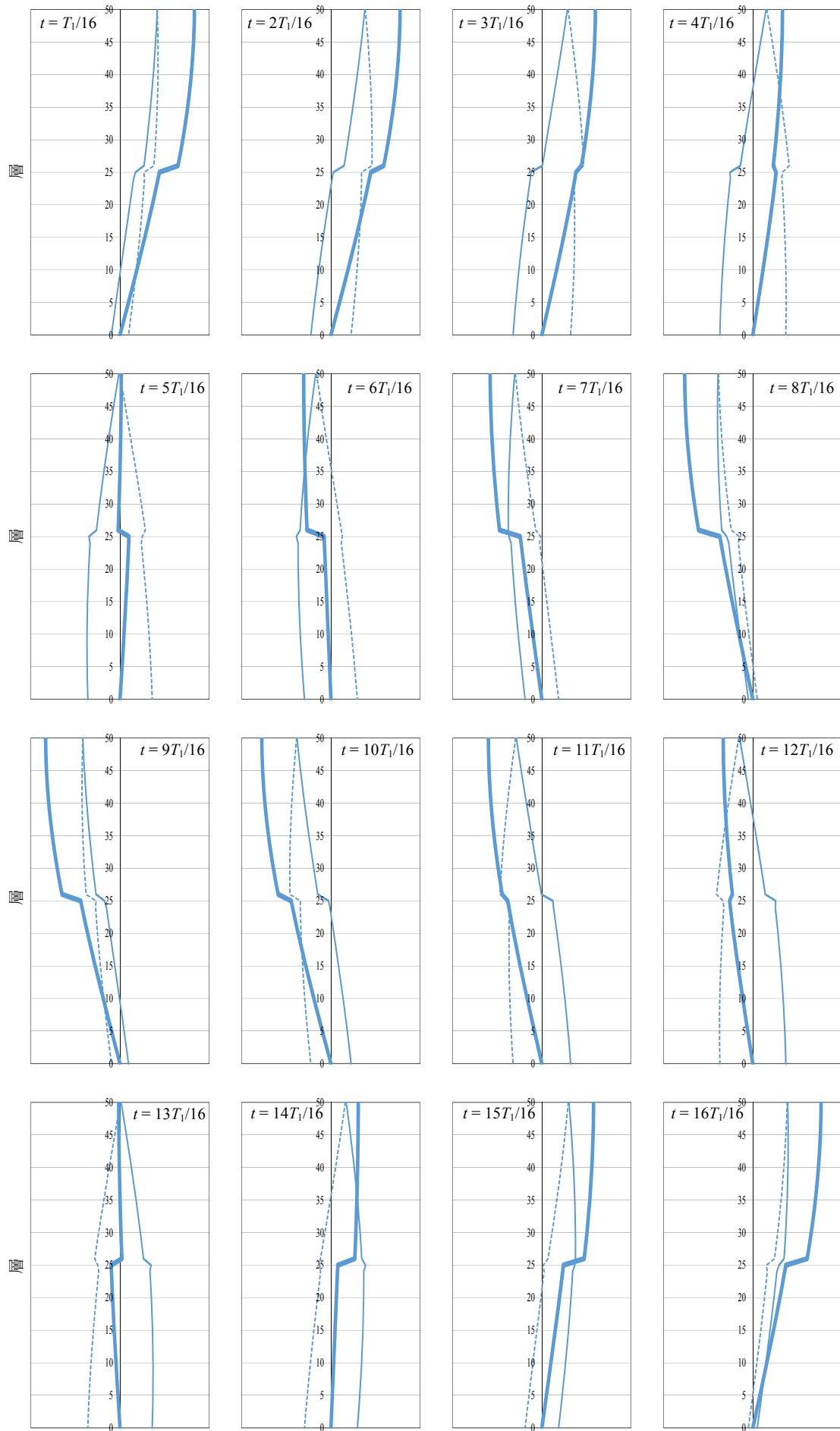


Fig. 2.4-4 1次モードの自由振動と波動成分 (太字:固有モード, 細実線:上昇波, 細点線:下降波)

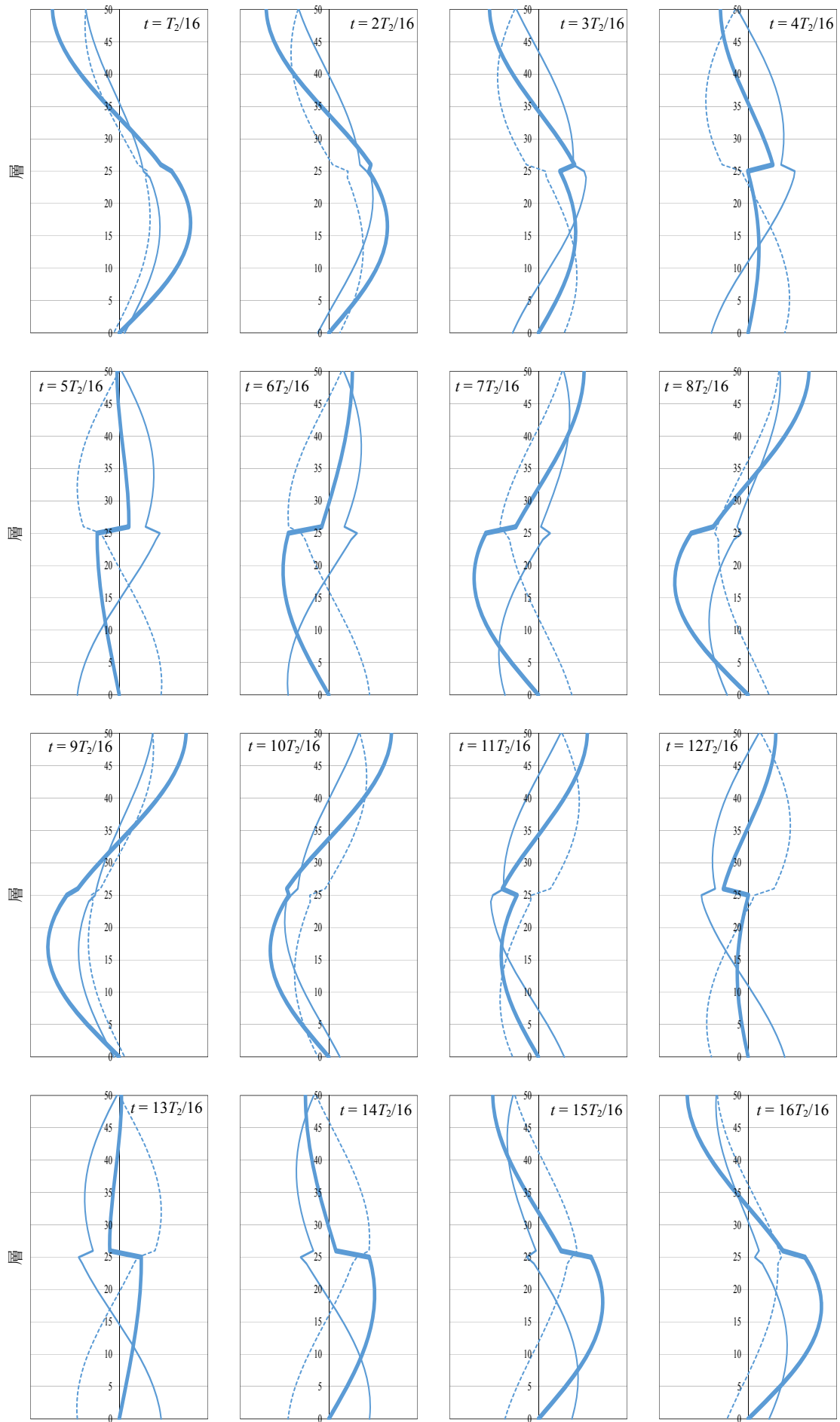


Fig. 2.4-5 2次モードの自由振動と波動成分 (太字:固有モード, 細実線:上昇波, 細点線:下降波)

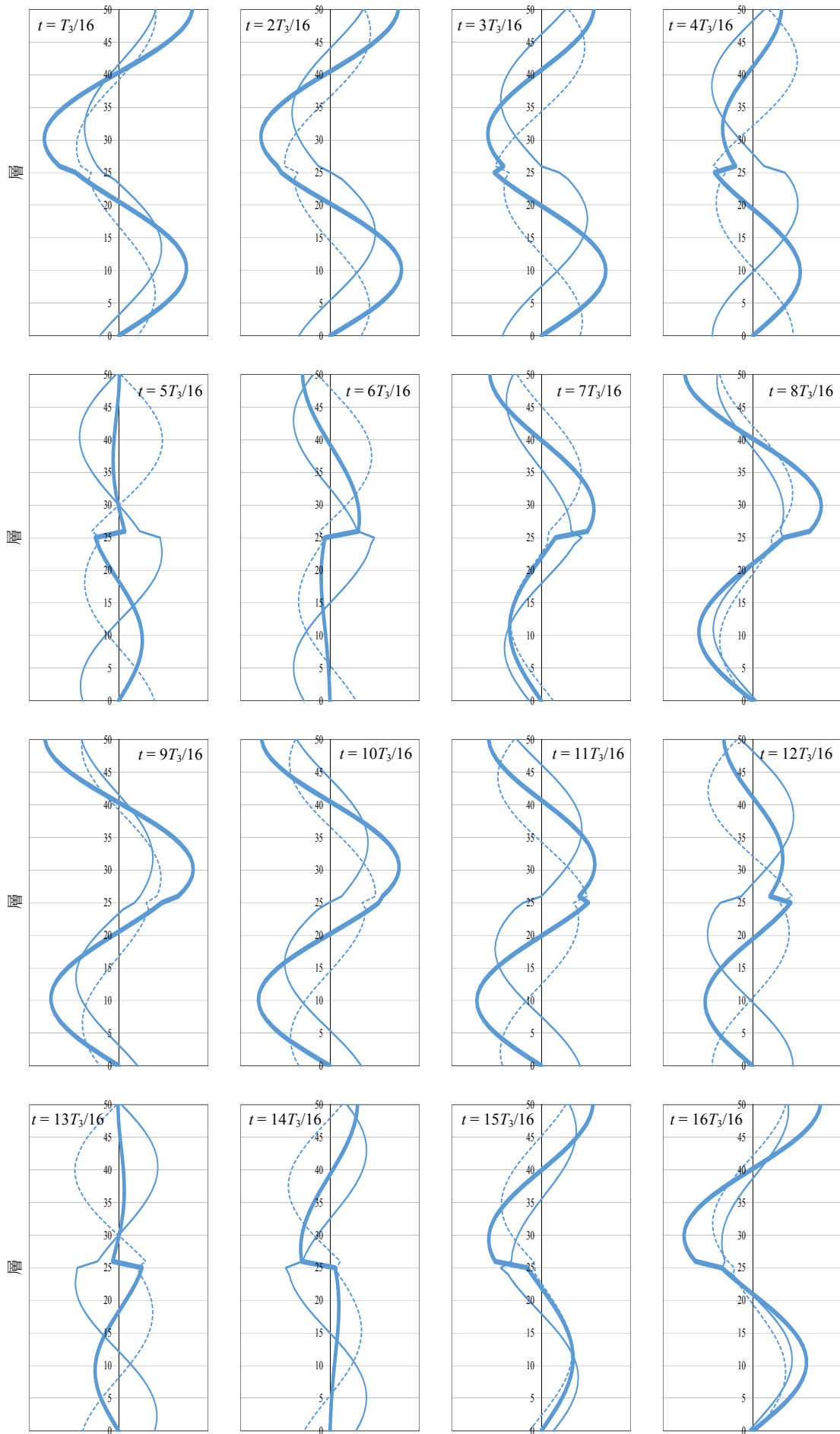


Fig. 2.4-6 3次モードの自由振動と波動成分 (太字:固有モード, 細実線:上昇波, 細点線:下降波)

各次の振動モードとその波動分解した成分を Fig. 2.4-4~Fig. 2.4-6 に示す。各図は各次モードの自由振動の 1 周期分を 16 分割し、順番に示したものである。図の太線が複素固有モード、細実線がその上昇波成分、細点線が下降波成分である。横軸は各モードの最大値で基準化している。

1 次モードでは免震層の上部と下部は必ずしも同位相で振動していないことがわかる。免震層上部が下部に対して先行して振動している。またその波動成分は特に免震層直下層でその周辺と異なるホイッピングの成分が見られることがわかる。これは 2.2 節に示した柔軟層付近の固い層から柔らかい層への波動の入射に伴う透過振幅比が 2.0 倍に近くなる現象が表れているものと考えられる。

2 次モードでは 1 次モードよりも免震層の相対変形が大きく、位相差が大きいことが確認できる。また 1 次モードとは逆に免震層下層部が上部に対して先行して振動していることが確認でき、その波動成分では 1 次モードと同様にホイッピングが見られる。

3 次モードでは 2 次モードよりもさらに免震層の相対変形が大きく、大きな位相差が生じている。また 1 次モードとは同様に免震層上部が下部に対して先行して振動していることが確認できる。その波動成分では 1 次, 2 次モードと同様にホイッピングが見られる。

以上のように波動分解により、位相の先行具合を見ることで固有値解析のみでは得られない免震層上部と下部の力のやり取りを可視化できることがわかる。



## 2.5. 2章のまとめ

本章では波動伝播解析手法を提示することを目的として、質点系の波動伝播に関する様々な指標とその意味について論じた。以下に本章において得られた知見をまとめる。

- ・ 伝達マトリクスを用いた質点系の空間状態方程式のマトリクス部分を対角化することにより、波動伝播の関係式に変換できることを示した。
- ・ 伝達マトリクスの固有値が質点間の波動の振幅比を表すことを示し、質点間における波動の減衰（層間伝達減衰比）の情報を有していることを確認した。この考察においては層間に減衰を持たないにもかかわらず、ある振動数よりも高振動数の領域では減衰が生じることを確認した。
- ・ 質点系の波動インピーダンスを定式化した。これにより質点系の波動インピーダンスが振動数依存性を有していることを確認し、振動数-波動インピーダンスの関係を図示した。
- ・ 性質の異なる基本単位間においては、境界面において、その波動インピーダンス比に応じた波動の透過・反射が生じることを論じた。4種類の2質点モデルにおける透過振幅比、反射振幅比を算定し、各モデルの波動伝播性状について論じた。その結果、均質のモデルでは波動の反射が生じないこと、固定端モデルでは全反射が生じること、基礎免震、中間層免震モデルでは柔軟層に入射する波動はその振幅を増大させることを確認した。
- ・ 質点系の波動エネルギーの伝達関係を定式化した。これにより質点系のエネルギー透過率とエネルギー反射率を定義し、上記と同じ4種類のモデルに対して検証した。概ね上記の透過・反射振幅比の検証と同様の性質を確認したものの、免震モデルでは一部の振動数領域に透過エネルギーが1.0を超える倍率となる部位があることが免震による加速度の低減効果に影響していることを明らかにした。
- ・ 固有モードを波動の分散関係から考察し、質点系における波動伝播速度や遮断振動数の意味合いについて考察した。遮断振動数は振動数領域におけるナイキスト振動数に相当する意味を持つものであることを確認した。
- ・ 質点系の複素固有モードを波動に変換することにより、各モードを形成する上昇波と下降波に分解した。これにより質点系の波動の伝播方向を可視化することができ、質点同士がどのように影響を及ぼしているかを確認することができた。

以上が本章において得られた知見である。これらの知見は質点系の波動論に基づく解釈であり、振動論に基づく解釈からは得ることのできない重要な性質を見出すものである。



## 第3章 建物と地盤の動的相互作用効果の設計的評価検証

### 3.1. はじめに

構造設計における地震荷重を決める要因の一つである建物と地盤の動的相互作用は、一般には建物の応答を低減する方向に作用することが多いため、設計上安全側の判断となるものとして地震荷重に反映させない場合が多く、現状の設計体系に積極的に組み込まれているとは言えない。

しかし、実際に建物に作用する地震荷重と現行の建築基準法の設計体系の中で想定している地震荷重<sup>2)</sup>の間には大きな隔たりがあることは、多くの観測事実からも確認されている。  
例えば<sup>26)</sup>

動的相互作用の研究には、地盤と建物の相対的な柔剛度合を要因とする慣性の相互作用については田治見<sup>27)</sup>、小堀ら<sup>28)</sup>の研究がある。また基礎による地盤拘束に起因する入力 of 相互作用の研究においては入力損失と呼んだ山原<sup>29)</sup>の研究をはじめとして、線形の理論として解析的な扱いを明確にした Thau<sup>30)</sup>、Luco<sup>31)</sup>、また簡易な評価方法として原田ら<sup>32)</sup>、栗本ら<sup>33)</sup>、鈴木ら<sup>34)</sup> 他多数の研究がある。最近の動的相互作用研究の主領域は液状化や側方流動などの地盤の塑性化、基礎・杭体の損傷による塑性化、基礎と地盤間の剥離やすべり、浮き上がり等の非線形相互作用へと関心が移りつつある。将来的に非線形相互作用を設計体系に取込むためには、非線形な事象を考えるために線形理論の適用限界を考慮したうえで等価線形化の概念などを持ち込んで考えることが有用であると考えられる。従って線形理論による簡便な設計式を整備することは重要であるが、実情は線形理論の設計体系への組み込みも未だ十分でなく、上記の多くの知見も設計への反映までには至っていない。

建築基準法の構造計算における動的相互作用の取り扱い、許容応力度等計算では、構造特性係数 $D_s$ の基準とされる減衰5%の中に逸散減衰効果を含んでいとされているが<sup>35)</sup>、この設定は動的相互作用の効果を積極的に取込んだ形にはなっていない。限界耐力計算では動的相互作用を考慮することができ、Sway-Rocking モデル（以下、SR モデル）の固有周期と減衰定数や、入力 of 相互作用に関する係数を算出する形をとっている。しかし地盤と建物の剛性比等の動的相互作用をもたらす要因と応答に与える効果との関係が陽な形で数式として表現されていないこと、および、動的相互作用による応答低減効果の数値を直接的に算出できる形にはなっていないということにおいては、なお改善の余地があると考えられる。この点は動的相互作用の評価手法を初めて明記した米国の設計規定案である ATC3<sup>36)</sup>にも同様のことが言える。

また、動的相互作用に関する建築学会刊行物<sup>37),38)</sup>では、個々の建物に対する動的相互作用効果を詳細に検討した設計事例が紹介されているが、その効果の全体像を様々な地盤・建物の条件に対して包括的に評価するには至っていない。更に解析モデルとして用いられる FEM モデルや、修正 Penzien モデル等は、複雑なモデル設定を必要とする。そのため、

設計者がこれらの解析モデルを動的相互作用の影響が大きいとされる中低層建物において採用することは必ずしも簡単ではないと考えられる。

このように、楊・秋山<sup>39)</sup>も指摘するとおり、動的相互作用効果を設計用地震荷重に取込み難い要因は、影響因子の多さと逸散現象の複雑さに対する明快な評価がしにくいこと、および固有周期と減衰の増大という振動系の特性変化と応答低減効果を直接結び付けた簡潔な評価がしにくいことの2点にあり、この2点を解決する簡便な設計式は見当たらない。

振動系の特性変化と応答低減効果の関係として、楊・秋山は有効入力率<sup>39)</sup>、水谷らは実効入力率<sup>40)</sup>を提案し、基礎固定モデル (FIX モデル) と SR モデルのエネルギー Spektral 比から動的相互作用を評価している。これらは動的相互作用を建物と地盤の間のエネルギーの授受として捉えており、明快な解釈を与えている。このエネルギーを用いた解釈と加速度での解釈との関係を明らかにすることで、加速度応答 Spektral を基準とした現行の設計用地震荷重において動的相互作用をいかに位置づけるかが明確になるはずである。

既往の提案評価式はより高度化されてきている。しかし設計的な扱いやすさ、すなわち限られたパラメータを用いて実現象を表現する方法は設計において有益であるが、既往の多くの提案式は設計的に扱いやすいものとは言えない。

以上より、建物の設計に動的相互作用効果を考慮するためにはその効果を包括的に評価し、効果とその要因である振動系の特性変化の関係を明快に表現した直観的で簡便な設計用評価式が必要となる。そこで本章では、動的相互作用による応答比の設計用評価式を提案する。提案する応答比  $D_{SSI}$  は慣性の相互作用による加速度応答比 (以下、応答比  $I D_{SSI}$ ) と入力相互作用による加速度応答比 (以下、応答比  $K D_{SSI}$ ) の積で表されるものであり、種々の要因を設計的に評価する。評価式の表現においては、次の4点に着目する。

- (1) 地盤増幅関数の平滑化を用いた  $I D_{SSI} \cdot K D_{SSI}$  評価式の導出
- (2) 加速度応答に基づいた応答比  $D_{SSI}$  評価式の導出
- (3) 応答低減効果⇔振動特性変化⇔地盤・建物条件の関係の整理
- (4) 地盤・建物条件を考慮した応答比のコンタ図による可視化

3.2 節における提案はエネルギーの概念を介して加速度の面から動的相互作用を評価するものであり、本章の役割は動的相互作用を設計用地震荷重に取り込む枠組みを示すことである。そのため、本章では地盤・建物の非線形性は考慮せずにまずは線形理論として整理し、将来非線形相互作用を等価線形的に取込むための基礎理論と位置づける。なお本章では高さ 60m 程度以下の建物を対象とする。

3.2 節の提案が直接基礎を対象とした方法であることから、3.3 節では杭基礎建物に適用する方法を提案する。具体的にはスウェイモデルを採用することで杭基礎建物にも提案する設計用評価式を適用できることを確認する。

3.4 節では、2 章での検討内容も踏まえ、動的相互作用効果を波動インピーダンス比によ

り表す。これにより動的相互作用は波動の概念にもとづいて定式化されることになり、動的相互作用の主たる要因である地盤と建物の柔剛度合とその柔剛度合に応じてもたらされる動的相互作用効果との関係を明示できることになる。

3.5 節では 3.2 節の提案式に用いた表層地盤の増幅関数を平滑化する方法を使って地表面における地震荷重を設定する方法を提案する。

3.6 節に 3 章のまとめを述べる。

### 3.2. 建物と地盤の動的相互作用による応答低減効果の設計用評価式の提案

#### 3.2.1. 加速度応答比 $D_{SSI}$ の評価式に関する基本概念

本節では設計用地震荷重に動的相互作用効果を反映させるときの考え方を示す。

建物に作用する地震時の荷重効果は、地震動に対する応答レベルと、動的相互作用による応答低減の程度に依存する。応答スペクトルでこれを考える。例として Fig. 3.2-1 (a)~(d) に、東京都墨田区における南関東地震、内陸直下地震、静岡市における東海地震、福岡市における警固断層による内陸直下地震を想定した設計用入力地震動（位相差分特性を考慮した手法<sup>41)</sup>により作成）の応答スペクトルのトリパタイトを示す。Fig. 3.2-1 (a)では  $S_a$  軸(図中の片側矢印で示す方向)の最大加速度レベルは  $12.0 \text{ m/s}^2$  程度(図中太破線で示すレベル)となっている。小山ら<sup>2)</sup>は建築基準法で想定する  $C_0=1.0$  を加速度に換算すると  $12.0 \text{ m/s}^2$  となることを指摘している。この指摘によれば Fig. 3.2-1 (a) の地震動は短周期側において  $C_0=1.0$  相当の最大応答値を示す地震動であるといえる。

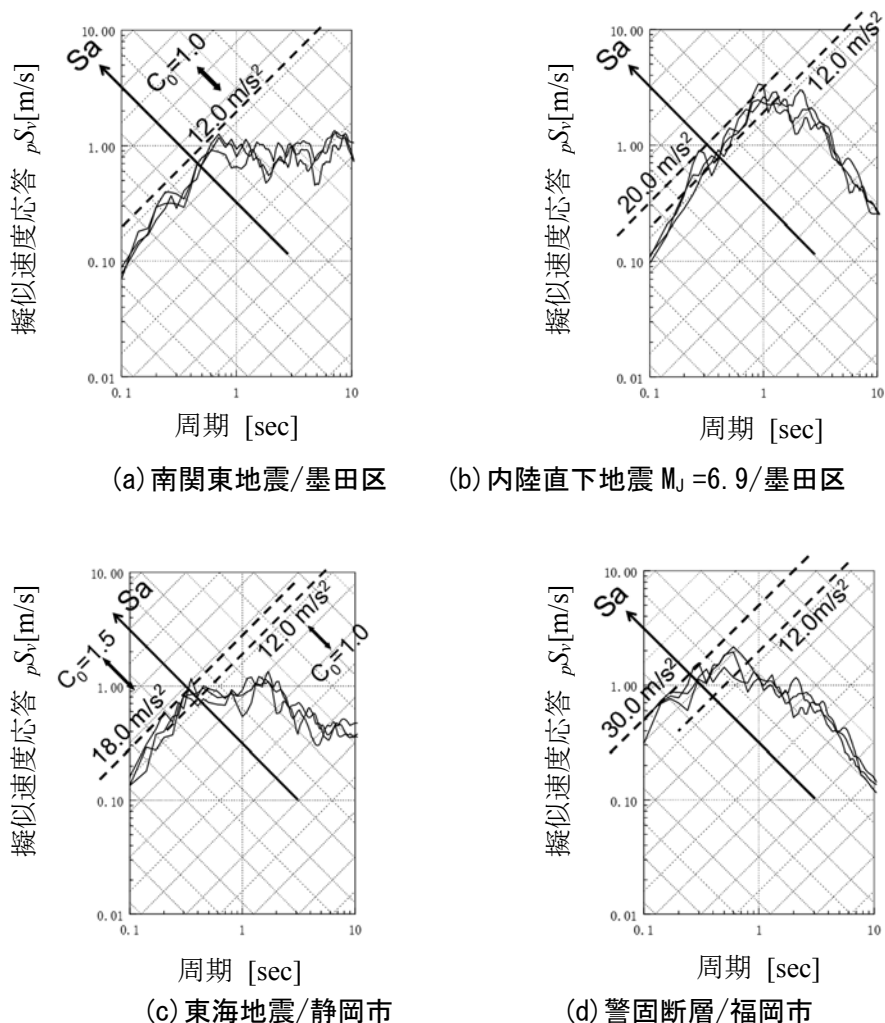


Fig. 3.2-1 サイト特性を考慮した模擬地震動の応答スペクトル

一方、Fig. 3.2-1 (b)の場合には、 $S_a$ 軸の最大加速度は  $20.0 \text{ m/s}^2$  に達し、 $12.0 \text{ m/s}^2$  を上回っている。仮にこの地盤・建物条件における応答比  $D_{SSV}$  が  $0.60$  程度と評価される場合には、連成系の加速度は  $20.0 \times 0.6 = 12.0 \text{ m/s}^2$  ( $C_0 = 1.0$  相当) となるが、 $0.90$  程度の場合には、 $20.0 \times 0.9 = 18.0 \text{ m/s}^2$  ( $C_0 = 1.5$  相当) となり、動的相互作用を加味しても  $12.0 \text{ m/s}^2$  を上回る。同様に Fig. 3.2-1 (c)、Fig. 3.2-1 (d)では  $S_a$ 軸の最大加速度レベルは  $18.0 \text{ m/s}^2$  ( $C_0 = 1.5$  相当)、 $30.0 \text{ m/s}^2$  ( $C_0 = 2.5$  相当) であり、 $C_0 = 1.0$  相当となるのであればそれぞれ応答比  $0.67, 0.40$  が必要となる。このように動的相互作用の地震荷重への影響度合いは加速度の低減率の形で評価することができる。動的相互作用において、慣性の相互作用は建物単体の系に対する地盤・建物連成系（以下、連成系）の振動特性の変化に起因する。ここでの振動特性の変化とは、建物慣性力の伝達による地盤変形から来る固有周期の伸び、建物の振動エネルギーの地盤への逸散による減衰の増大を意味する。また入力相互作用は、＜建物が存在しない地盤単体の系＞（以下、自由地盤系）に対する＜建物基礎により変形を拘束されている系＞（以下、拘束地盤系）の地盤応答の変化、すなわち入力損失に起因する。

Fig. 3.2-2 は、以上の内容を加速度応答スペクトル上で模式的に表している。本章では動的相互作用による応答低減効果が①入力損失の効果、②減衰の増大の効果、③固有周期の伸びの効果によることを基本として評価式を構成する。

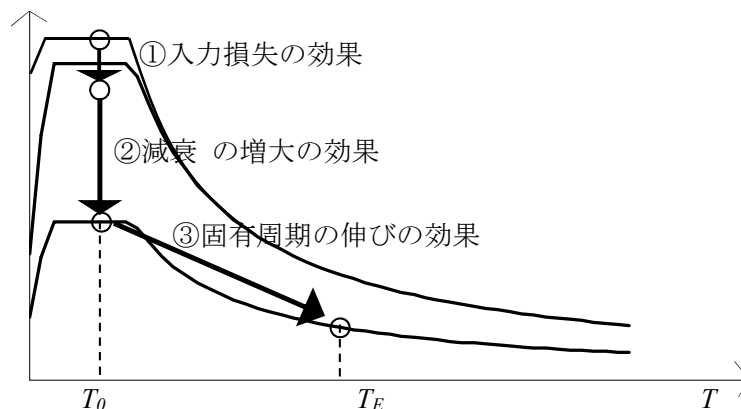


Fig. 3.2-2 加速度応答スペクトル上の動的相互作用効果





### 3.2.2. 時刻歴応答解析による慣性の相互作用効果の確認

次節での設計用評価式の提案に先立って、まずは本節で慣性の相互作用効果の傾向を包括的に把握するため、パラメトリックに変化させた地盤建物条件での定性的評価を行う。評価に当たっては時刻歴応答解析によって FIX モデルと SR モデルの応答比  $I_{DSSI}$  を算出し、コンタ図を用いて効果の把握を行う。

(1) モデル設定 解析モデルの概念図を Fig. 3.2-4、諸元を Table 3.2-1 に示す。RC 造を想定し、建物面積当りの重量は  $12 \text{ kN/m}^2$ 、高さは階高  $4 \text{ m}$  の階数  $1\sim 15$  層建物、建物固有周期を  $0.02 \times \text{高さ}[\text{m}]$  とする。建物の幅高さ比(以下、アスペクト比と呼ぶ)は  $0.5\sim 3.0$  まで  $0.5$  刻みの  $6$  通りとし、減衰定数は  $2\%$  とする。建物は  $1$  質点とし、逆三角形の  $1$  次固有モードから求まる有効質量と等価高さとする。地盤は成層地盤として各層諸元を Table 3.2-2<sup>44)</sup> で評価し、表層地盤は Table 3.2-2 の最上層表面から層厚  $10, 30, 50$  [m] の部分を Table 3.2-1 に示す地盤に置換する。設定した最上層の  $V_s$  の下限値は直接基礎としては小さいが、軽い鉄骨低層建物等であれば設計可能となり得るため、全体傾向を概観するために設定した範囲において全て直接基礎とした。採用する地盤ばねは式(3.2.1)<sup>38)</sup> とする。

底面部水平地盤ばね(スウェイばね)

$$\text{剛性: } K_{bs} = \frac{8GR}{2-\nu} \quad \text{減衰: } C_{bs} = 0.6 \frac{R}{V_s} K_{bs}$$

底面部回転地盤ばね(ロッキングばね)

$$\text{剛性: } K_{br} = \frac{8GR^3}{3(1-\nu)} \quad \text{減衰: } C_{br} = \frac{0.3}{\omega_E} \left( \frac{\omega_E R}{V_s} - 0.56 \right) K_{br} \text{ ただし } C_{br} \geq 0$$

(3.2.1)

ただし式(3.2.1)は半無限地盤を仮定しているため、コーンモデル<sup>36)</sup>で成層性を考慮する。コーンモデルのスウェイばね補正係数  $\beta_{sw}$  を用いて、成層地盤を同等の地盤ばねとなる半無限地盤に置換した時の等価せん断波速度を  $V_{Seq} = \sqrt{\beta_{sw}} V_s$  とし、これを式(3.2.1)に代入する。この  $\sqrt{\beta_{sw}}$  の値は  $V_s$ , 層厚が小さいほど、建物幅が大きいほど大きくなり、ここでの諸元の範囲では  $1.0\sim 2.0$  の値になる。

入力地震動は、敷地を東京千代田区北の丸公園と想定し、位相差分特性を考慮した手法<sup>41)</sup>を用い、南関東地震を想定した地震動とした。震源特性は  $\omega^2$  モデル、伝播特性は  $1/r$  型 ( $r$  は震源距離) の距離減衰とし、位相特性は M8 クラスのプレート境界地震として豊富な記録が得られている 2003 年十勝沖地震の K-NET における留辺蘂 NS 成分、陸別 NS 成分、糠平 EW 成分の位相を採用し、それぞれ Wave1, Wave2, Wave3 と呼ぶものとする。留辺蘂 NS 成分の観測波形を Fig. 3.2-5 に、Wave1 の時刻歴波形と応答スペクトルをそれぞれ Fig. 3.2-6、

Fig. 3.2-7 に示す。以上の条件を用いて、FIX モデルと SR モデルの絶対加速度の最大値の比率を算定する。

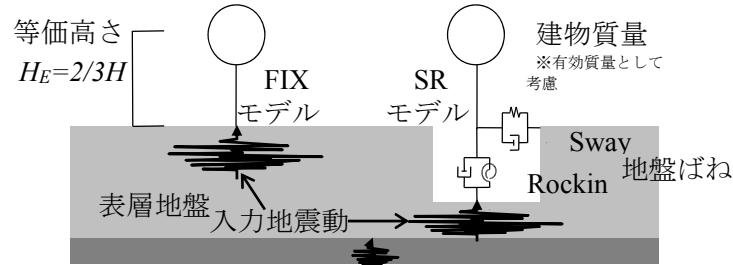


Fig. 3.2-4 FIX モデルと SR モデル

Table 3.2-1 解析モデル諸元

建物固有周期 $T_0$ [s]	$0.02 \times H$ (RC 建物)
建物減衰定数 $h_0$ [-]	0.02
重量 $w$ [kN/m <sup>2</sup> ]	12.0
建物高さ $H$ [m]	4.0, 8.0, ..., 60.0
アスペクト比 [-]	0.5, 1.0, ..., 3.0
せん断波速度 $V_s$ [m/s]	100~250
地盤密度 $\rho$ [t/m <sup>3</sup> ]	1.80
ポアソン比 $\nu$ [-]	0.45
地盤減衰定数 $s_h$ [-]	0.02

Table 3.2-2 深部地盤の諸元<sup>44)</sup>

層番号	密度 $\rho$ [t/m <sup>3</sup> ]	せん断波速度 $V_s$ [m/s]	層厚 $H_g$ [m]
1	1.88	520	130
2	1.93	690	260
3	2.01	940	1170
4	2.19	1500	1010
5	2.71	3110	-

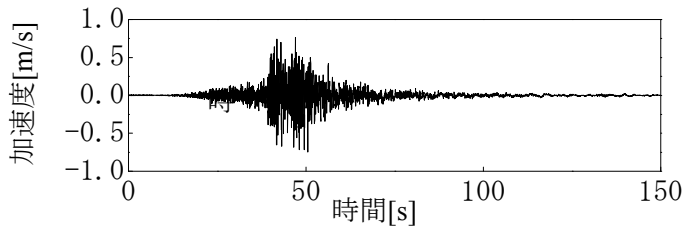


Fig. 3.2-5 位相特性を採用した観測波 (留辺薬 NS 成分)

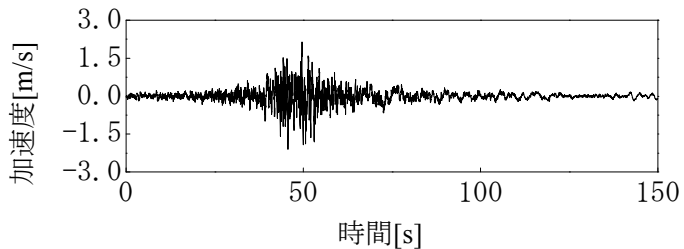


Fig. 3.2-6 作成した模擬地震動 (層厚 10m,  $V_s=200$ m/s)

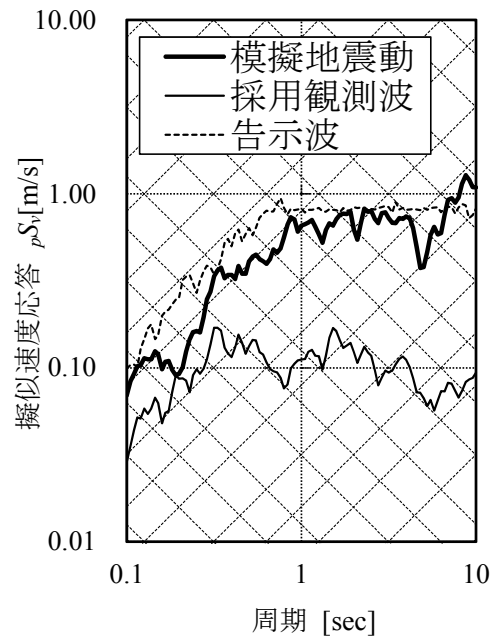


Fig. 3.2-7 採用観測波と模擬地震動の応答スペクトル

(2) 解析結果 (1)における時刻歴応答解析から求めた応答比  $iD_{SSI}$  を Fig. 3.2-8～Fig. 3.2-16 に示す。各図は横軸を建物固有周期、縦軸をアスペクト比とし、各パターンで求めた応答比  $iD_{SSI}$  (建物絶対加速度の最大値の比率)をコンタ化している。一枚のコンタ図には固有周期 15 通り、アスペクト比 6 通り、合計 90 通りの解析結果がプロットされ、それらを補間して示している。なお加速度応答スペクトルは周期に敏感で、応答比のばらつきも大きいいため応答比は±0.2 秒の周期幅で移動平均を取り、全体傾向を抽出している。各図から以下の傾向が読取れる。

- ・アスペクト比、表層地盤のせん断波速度が大きいほど  $iD_{SSI}$  も大きくなる。これは動的相互作用の一般的傾向に合致している。
- ・本解析で用いた設計用入力地震動 3 波では、位相特性が異なる場合でも応答比の全体的傾向に大きな相違は見られない。
- ・各コンタ図の左上の領域では応答比 1.0 を超え、SR モデルの応答の方が大きい。これはエネルギー入力が周期に比例する短周期の領域にあるためと考えられる。ただしこの領域、図中では白破線で示す領域は例えば  $H/B=2.0$ 、1 階建建物の場合、高さ 4.0m に対して幅 2.0m となり、現実的な形状ではないものとなる。
- ・各コンタ図の中央～右上部のアスペクト比が大きい範囲で応答比が大きくなるのは、SR モデルの固有周期と表層地盤の増幅を考慮した地震動の卓越周期が一致し、応答が大きくなるためと考えられる。例えば Fig. 3.2-12 の  $V_S=100$  m/s の場合、表層地盤卓越周期  $T_g=4H_g/V_S=1.2$  秒であり、 $T_0=0.5\sim 0.9$  秒、 $H/B=1.5\sim 3.0$  の範囲では応答比 1.0 を超える。この場合の SR モデルの固有周期は 0.9~1.5 秒程度(次節の式(3.2.8)で算定、以下同様)であり、その平均値は表層地盤の卓越周期に近く、共振している。
- ・ $V_S$  が小さい場合、層厚が異なる場合の傾向が大きく異なる。例えば Fig. 3.2-14 ～Fig. 3.2-16 の  $V_S=100$  m/s では、 $T_0=0.6$  秒の  $H/B=2.5\sim 3.0$  で応答比 0.3~0.4 程度となる。一方、Fig. 3.2-11～Fig. 3.2-13 の  $V_S=100$  m/s では、 $H/B=2.5\sim 3.0$ 、 $T_0=0.6$  秒で応答比 1.0 を超えている。このとき SR モデル固有周期は 1.0~1.2 秒程度で、概ね  $T_g=1.2$  秒に対応する。
- ・ $V_S$  が大きい場合は層厚の影響は小さい。例えば  $V_S=250$  m/s では、固有周期の伸び率は  $H/B=3.0$  で 1.20 程度と小さく、FIX モデルと SR モデルどちらかが表層地盤に共振しても、他方も共振に近くなる。これより応答比のばらつきが小さくなるためと考えられる。

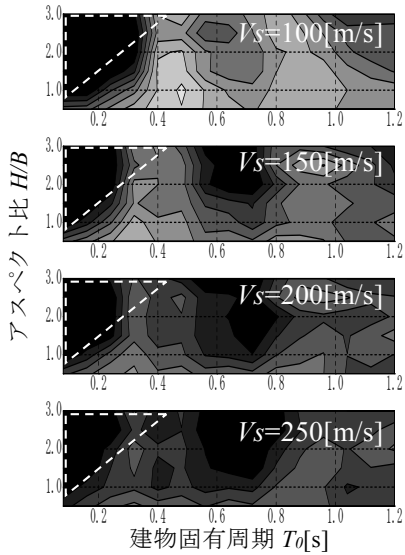


Fig. 3.2-8  $iD_{SSI}$  (Wave1, 層厚 10m)

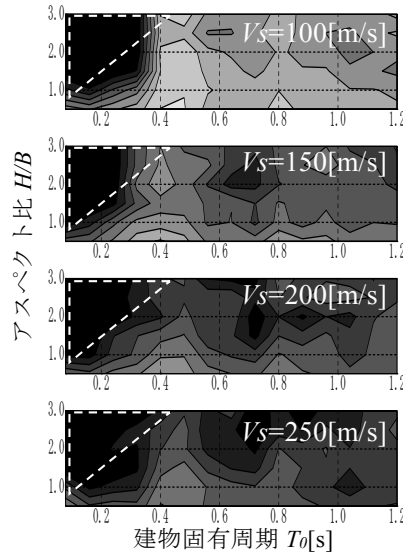


Fig. 3.2-9  $iD_{SSI}$  (Wave2, 層厚 10m)

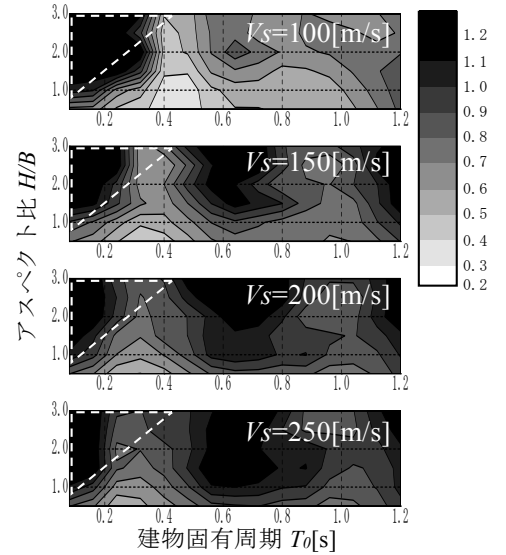


Fig. 3.2-10  $iD_{SSI}$  (Wave3, 層厚 10m)

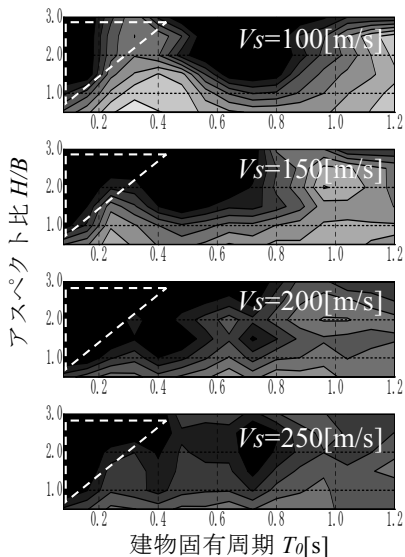


Fig. 3.2-11  $iD_{SSI}$  (Wave1, 層厚 30m)

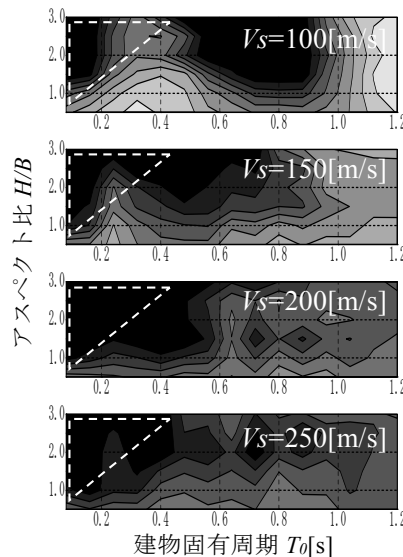


Fig. 3.2-12  $iD_{SSI}$  (Wave2, 層厚 30m)

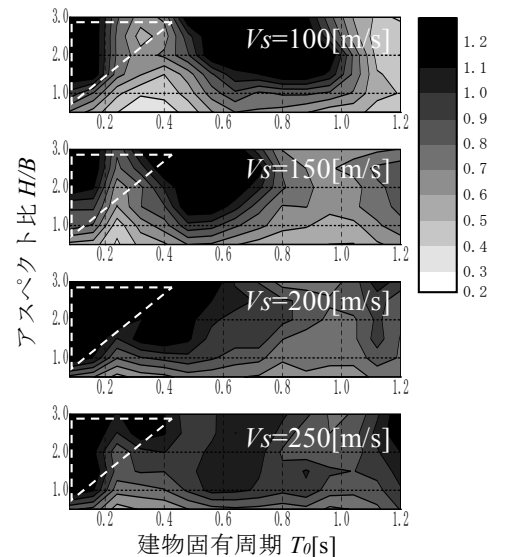


Fig. 3.2-13  $iD_{SSI}$  (Wave3, 層厚 30m)

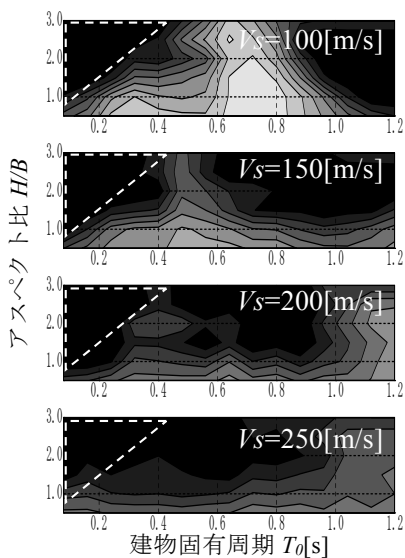


Fig. 3.2-14  $iD_{SSI}$  (Wave1, 層厚 50m)

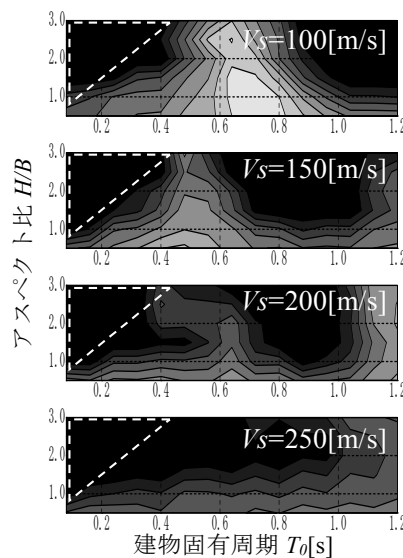


Fig. 3.2-15  $iD_{SSI}$  (Wave2, 層厚 50m)

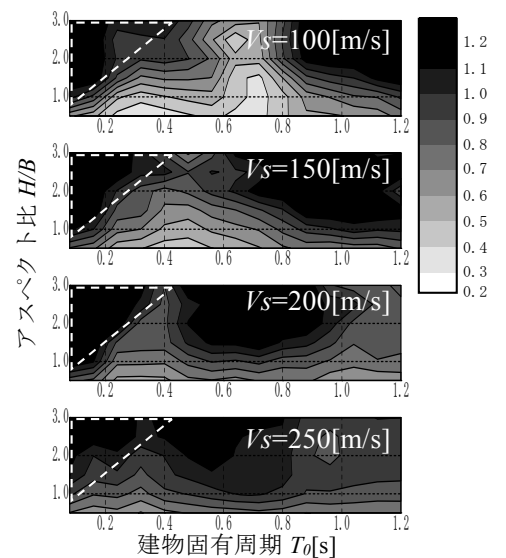


Fig. 3.2-16  $iD_{SSI}$  (Wave3, 層厚 50m)

以上は次の5点に要約される。

- (1) アスペクト比が小さいほど、また表層地盤せん断波速度が小さいほど応答低減効果が大きい。
- (2) SR、FIX モデルのいずれかの固有周期が表層地盤の卓越周期に近いと応答比に共振の影響が現れる。
- (3) 応答比への影響度合いをせん断波速度と層厚で比べると前者の影響が大きい。
- (4) 固有周期 0.4 程度秒以下でアスペクト比の大きい範囲では応答比は 1.0 を超える。
- (5) 応答比への位相特性の違いの影響は小さい。

コンタ図では(1)～(4)によって動的相互作用の一般的傾向が表現されている。ただし SR モデルと表層地盤が共振する場合は応答比の値は大きくなるが、このことは次節で詳しく述べる。

### 3.2.3. 慣性の相互作用による応答比 $D_{SSI}$ の設計用評価式の提案

本節では動的相互作用効果とその要因との関係を整理し、応答比  $D_{SSI}$  の設計用評価式を提案する。また提案評価式での傾向を前節で把握した相互作用効果の全体的傾向と比較し、妥当性を確認する。

(1) 応答低減効果と連成系の振動特性変化の関係 応答低減効果と連成系の振動特性変化(減衰の増大・固有周期の伸びとそれに伴う入力の変化)の関係を導く。この関係の導出ではエネルギー釣合い式に基づく最大応答値を用いる。1 質点弾性振動系の最大変位応答は  $S_d(T)$  として式(3.2.2)で表せる。<sup>43)</sup>

$$S_d(T) = \frac{1}{\sqrt{1 + 4n\pi h}} \frac{T}{2\pi} V_E(T) \quad (3.2.2)$$

$n$  は最大変位となるまでの系への総エネルギー入力を最大変位応答時の 1 サイクル分の減衰消費エネルギーで割った値で、等価繰返し数と呼ばれる。 $V_E(T)$  はエネルギースペクトルであり、減衰系として  $h=0.1$  に対応するもので代表させることができる<sup>43)</sup>。一般に  $V_E(T)$  は加速度フーリエ振幅  $|\ddot{U}(T)|$  と等価なため<sup>42)</sup>、 $V_E(T) \doteq |\ddot{U}(T)|$  と考えると、1 質点系の最大加速度応答  $S_a$  は式(3.2.3)となる。

$$S_a(T) \approx \omega^2 S_d(T) = \frac{1}{\sqrt{1 + 4n\pi h}} \frac{2\pi |\ddot{U}(T)|}{T} \quad (3.2.3)$$

震源特性として  $\omega^2$  モデル<sup>45)</sup>を仮定すると、震源の  $|\ddot{U}(T)|$  は地震動のコーナー周期 (M7~M8 クラスの地震を想定すると数秒から十数秒程度) より短周期側で概ね一定とみなせる。この一定値を  $\ddot{U}_R$  とおき、地震基盤の  $|\ddot{U}(T)|$  が震源の  $|\ddot{U}(T)|$  に比例することを考えると、地盤増幅関数  $A(T)$  を用いて、式(3.2.4)が成り立つ。

$$|\ddot{U}(T)| = A(T) \ddot{U}_R \quad (3.2.4)$$

以上より、FIX モデルと SR モデルの式(3.2.3)による最大加速度応答に式(3.2.4)を代入し、応答比  $D_{SSI}$  が式(3.2.5)で表せる。

$${}_I D_{SSI}(T_E, T_0) = \frac{S_a(T_E)}{S_a(T_0)} = \sqrt{\frac{1+4n\pi h_0}{1+4n\pi h_E}} \frac{T_0}{T_E} \frac{|A(T_E)|}{|A(T_0)|} \quad (3.2.5)$$

連成系の振動特性変化と応答低減効果の関係を示す式(3.2.5)右辺は、減衰の増大による第一因子、固有周期の伸びによる第二因子、地盤増幅関数に依存する第三因子から構成されており、応答低減効果と振動特性変化の関係が簡潔に分かる形の式となっている。

(2) 連成系の振動特性変化と地盤・建物条件の関係 設計用評価式の各因子を整理し、連成系の振動特性変化と地盤・建物条件の関係を導く。式(3.2.5)の第一因子は SR モデルの等価減衰定数  $h_E$  に式(3.2.7)、第二因子は等価固有周期  $T_E$  に式(3.2.6)<sup>36)</sup>を用いる。

$$T_E = T_0 \sqrt{1 + \frac{K_0}{K_{bs}} + \frac{K_0 H_E^2}{K_{br}}} \quad (3.2.6)$$

$$h_E = \left(\frac{T_0}{T_E}\right)^3 \left\{ h_0 + h_{bs} \left(\frac{K_0}{K_{bs}}\right)^{3/2} + h_{br} \left(\frac{K_0 H_E^2}{K_{br}}\right)^{3/2} \right\} \quad (3.2.7)$$

建物は質量  $M_0 = \rho_0 H B^2$ 、剛性  $K_0 = M_0 \omega_0^2$ 、密度  $\rho_0 = w/H_0$  とする。ここで  $w$  は単位面積当りの質量(1 質点系を想定するため、有効質量とする)、 $H_0$  は階高である。以上を式(3.2.1)とともに式(3.2.6),(3.2.7)に代入すると、固有周期の伸び率  $T_E/T_0$  と減衰定数  $h_E$  は式(3.2.8),(3.2.9)となる。

$$\frac{T_E}{T_0} = \sqrt{1 + \frac{\sqrt{\pi}(2-\nu)}{8} \frac{\rho_0}{\rho} \left(\frac{\omega_0 H}{V_s}\right)^2 \frac{1}{H/B} + \frac{\pi\sqrt{\pi}(1-\nu)}{6} \frac{\rho_0}{\rho} \left(\frac{\omega_0 H}{V_s}\right)^2 \frac{H}{B}} \quad (3.2.8)$$

$$h_E = \left(\frac{T_0}{T_E}\right)^3 \left\{ h_0 + \frac{3(2-\nu)}{80} \frac{\rho_0}{\rho} \left(\frac{\omega_0 H}{V_s}\right)^3 \left(\frac{1}{H/B}\right)^2 + \frac{\pi(1-\nu)}{40} \frac{\rho_0}{\rho} \left(\frac{\omega_0 H}{V_s}\right)^2 \left(\frac{\omega_0 H}{V_s} - \frac{T_E}{T_0} \frac{H}{B}\right) \right\} \quad (3.2.9)$$

Fig. 3.2-18 は式(3.2.8)の固有周期の伸び率  $T_E/T_0$ 、Fig. 3.2-19 は式(3.2.9)の減衰定数  $h_E$  を縦軸とし、横軸を無次元化振動数  $\omega_0 H/V_s$  としている<sup>37)</sup>。 $\omega_0 H/V_s$  に対して  $T_E/T_0$  は単調に増加、 $h_E$  は極小値を持つ傾向が見られる。

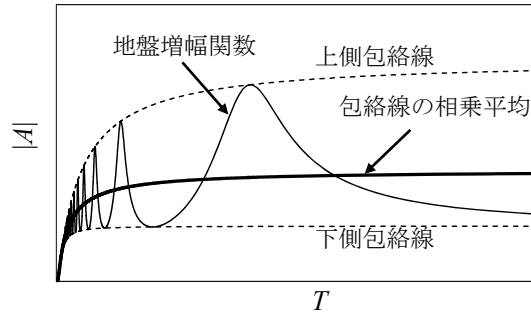


Fig. 3.2-17 地盤増幅関数と包絡線

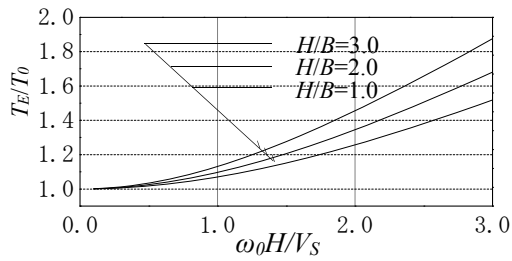


Fig. 3.2-18  $\omega_0 H/V_S - T_E/T_0$  関係

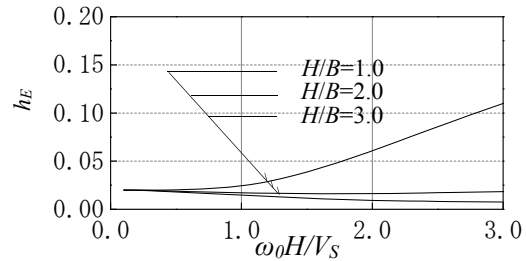


Fig. 3.2-19  $\omega_0 H/V_S - h_E$  関係

式(3.2.5)第三因子 $|A(T_E)|/|A(T_0)|$ は、Fig. 3.2-17 に細実線で示す地盤増幅関数を太実線で示す包絡線の平均値で代表させるものとする。このことを表層と支持層からなる2層地盤を仮定して整理する。地盤層厚 ${}_s H$ 、せん断波速度 ${}_s V_S$ 、減衰定数 ${}_s h$ 、支持層との波動インピーダンス比 ${}_s \alpha$ とすると地盤増幅関数 $|A(T)|$ は式(3.2.10)となる。

$$|A(T)| = \frac{2}{\left| e^{j(a+jb)}(1+{}_s \alpha) + e^{-j(a+jb)}(1-{}_s \alpha) \right|} \quad (3.2.10)$$

ここで $a+jb = \omega {}_s H / ({}_s V_S \sqrt{1+2j {}_s h}) \approx \omega {}_s H (1-j {}_s h) / {}_s V_S$ で $a, b$ は実数であり、 $a$ は地盤伝達関数の凹凸形状を決める部分である。採用する包絡線の相乗平均値 $|\bar{A}|(T)$ は式(3.2.11)で表現できる。

$$|\bar{A}(T)| = \frac{2}{\sqrt{(1+{}_s \alpha)^2 e^{2 {}_s h \omega {}_s H / {}_s V_S} - (1-{}_s \alpha)^2 e^{-2 {}_s h \omega {}_s H / {}_s V_S}}} \quad (3.2.11)$$



したがって2層地盤の増幅関数比 $|\bar{A}(T_E)|/|\bar{A}(T_0)|$ は式(3.2.12)で表せる。

$$\left| \frac{\bar{A}(T_E)}{\bar{A}(T_0)} \right| = \sqrt{\frac{(1 + \alpha)^2 e^{2s h \omega_0 s H / s V_s} - (1 - \alpha)^2 e^{-2s h \omega_0 s H / s V_s}}{(1 + \alpha)^2 e^{2s h \omega_E s H / s V_s} - (1 - \alpha)^2 e^{-2s h \omega_E s H / s V_s}}} \quad (3.2.12)$$

式(3.2.11),(3.2.12)は $\omega$ の関数だが、他の式と統一するため $(T)$ と記す。

以上から式(3.2.5)の第三因子 $|A(T_E)|/|A(T_0)|$ は深部地盤と浅部地盤各々の $V_s, \rho, h$ を各層の層厚み付け平均で代表させて式(3.2.12)に代入し、式(3.2.13)を用いる。 $A_d, A_s$ は各々、深部地盤、浅部地盤の増幅関数を表す。

$$\left| \frac{A(T_E)}{A(T_0)} \right| = \left| \frac{\bar{A}_d(T_E)}{\bar{A}_d(T_0)} \right| \left| \frac{\bar{A}_s(T_E)}{\bar{A}_s(T_0)} \right| \quad (3.2.13)$$

以上を整理すると式(3.2.5)の各因子である式(3.2.8),(3.2.9),(3.2.13)は、各変数から設計的に概ね一定値とみなせるものを除外すると、残る変数はアスペクト比 $H/B$ とせん断波速度 $V_s$ (建物固有周期 $T_0=2\pi/\omega_0=\mu H$ ( $\mu$ は定数)とすると、 $\omega_0 H/V_s=2\pi/(\mu V_s)$ となり、独立変数は $V_s$ のみ)、および表層地盤層厚 $sH$ の3つとなる。設計的には、地域を限定した時の深部地盤の諸元、浅部地盤ではポアソン比0.45、減衰0.02、密度 $1.8\text{t/m}^3$ 、建物では減衰0.02、密度 $0.2\sim 0.3\text{t/m}^3$ 程度で概ね一定値とみなせる。また式(3.2.8),(3.2.9),(3.2.13)は地盤ばねを陽に介さず直接的に振動特性変化と地盤・建物条件を関係付ける式となっている。

**(3) 応答低減効果と動的相互作用の主要因の関係** 3.2.3(1),(2)節から、応答比 $iD_{SSl}$ と地盤・建物条件の中で動的相互作用の主要因となる地盤・建物条件の関係は、式(3.2.8),(3.2.9),(3.2.13)を用いて式(3.2.5)で表現できる。式(3.2.5)を用いて3.2.2節と同じモデルから算定した応答比 $iD_{SSl}$ のコンタをFig. 3.2-21～Fig. 3.2-23に示す。なお式(3.2.5)第一因子の $n$ は、文献43)では代表的な地震動を用いて固有周期0.1～10秒の範囲の $S_v, V_E$ の各平均値を式(3.2.2)に代入して求めているが、本章は短周期領域の加速度応答が対象のため、3.2.2節の地震動の0.1～1.0秒の範囲の $S_a, \omega V_E$ の平均値から $n=8$ を採用した。

3.2.2節の考察に述べた要約のうち(1),(3)～(5)の全体的な傾向がよく整合していること、また、例えばFig. 3.2-10とFig. 3.2-21を比較すると、周期の長い領域においては評価式による応答比 $iD_{SSl}$ の方が大きく、設計に用いる指標として安全側であることを考慮すると、この指標は動的相互作用の応答低減効果の傾向を適切に評価していると判断できる。ただし、本評価式は地盤増幅関数を平滑化しているため、(2)の共振の影響は現れない。そのためSRモデルの固有周期と地盤卓越周期が一致する場合は、評価式の方が応答比は小さくなり、

応答低減効果の過大評価となる。本手法は高さ 60m 程度以下の建物における相互作用効果を包括的に捉えるものであり、地震動の周波数依存性は表現していない。よって共振の場合には、設計用地震荷重に共振効果を含めて評価する必要がある点に注意が必要である。

Fig. 3.2-20 には Fig. 3.2-10 と Fig. 3.2-21 の  $V_S=100\text{m/s}$  の場合で、評価式と時刻歴解析の応答比同士での比率を取ったものを示す。評価式が分子、時刻歴応答解析が分母である。この図からは周期 0.4 秒以上で概ね評価式の方が大きな値となっていることがわかる。周期 0.2~0.4 秒に大きな谷ができているのは共振の影響によるものであり、先にも示した通り、この影響については設計用地震荷重の設定において考慮することが必要である。

ここまでの検討結果から、 $H/B$ ,  $V_S$ ,  ${}_sH$  が連成系の振動特性変化  $T_E/T_0$ ,  $h_E$  を通して応答比  ${}_iD_{SSi}$  に与える影響を考察する。

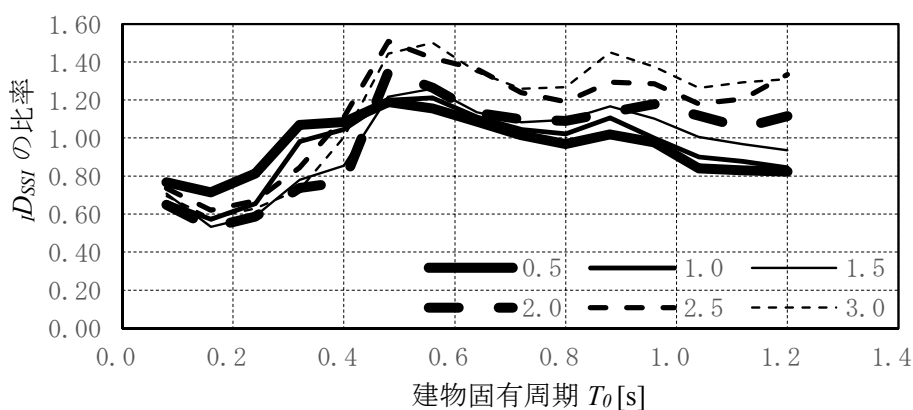


Fig. 3.2-20

評価式と時刻歴解析の  ${}_iD_{SSi}$  の比率

(Fig. 3.2-10 と Fig. 3.2-21 の  $V_S=100\text{m/s}$  の場合)

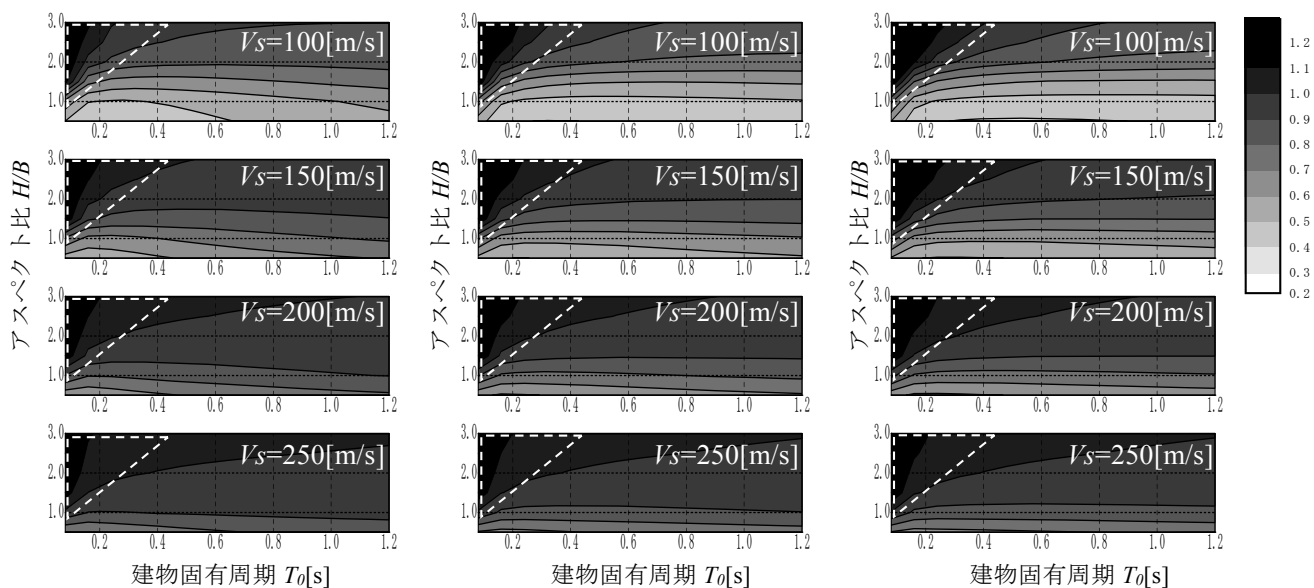


Fig. 3.2-21  ${}_iD_{SSi}$ (設計用評価式, 層厚 10m)

Fig. 3.2-22  ${}_iD_{SSi}$ (設計用評価式, 層厚 30m)

Fig. 3.2-23  ${}_iD_{SSi}$ (設計用評価式, 層厚 50m)

まず  $H/B$ ,  $V_S$  は応答比  ${}_I D_{SSI}$  との関係は以下の様に整理できる。

- A. 地盤・建物条件  $H/B$ ,  $V_S$  と応答比  ${}_I D_{SSI}$  の関係
  - (A-1)  $H/B$  が小さいほど  ${}_I D_{SSI}$  は小さい(3.2.2 節, 傾向(1))
  - (A-2)  $V_S$  が小さいほど  ${}_I D_{SSI}$  は小さい(3.2.2 節, 傾向(1))
- B. 地盤・建物条件  $H/B$ ,  $V_S$  と振動特性変化  $T_E/T_0$ ,  $h_E$  の関係
  - (B-1)  $H/B$  が小さいほど  $T_E/T_0$  は小さい(3.2.3 節, Fig. 3.2-18)
  - (B-2)  $H/B$  が小さいほど  $h_E$  は大きい(3.2.3 節, Fig. 3.2-19)
  - (B-3)  $V_S$  が小さいほど  $T_E/T_0$  は大きい(3.2.3 節, Fig. 3.2-18)
  - (B-4)  $V_S$  が小さいほど  $h_E$  は大きい (3.2.3 節, Fig. 3.2-19)
- C. 振動特性変化  $T_E/T_0$ ,  $h_E$  と応答比  ${}_I D_{SSI}$  の関係
  - (C-1)  $T_E/T_0$  が小さいほど  ${}_I D_{SSI}$  は大きい(3.2.3 節 Fig. 3.2-2, 式(3.2.5))
  - (C-2)  $h_E$  が小さいほど  ${}_I D_{SSI}$  は大きい(3.2.3 節 Fig. 3.2-2, 式(3.2.5))

これらの関係を Table 3.2-3 に示す。記号の右の $\uparrow$ は“大きい”、“小さい”を示し、“ $\downarrow$ ”の部分はグレーで示す。これらを総合すると、 $V_S$  の低下は応答を低減する方向に  $T_E/T_0$ ,  $h_E$  を変化させるが、 $H/B$  の減少は  $T_E/T_0$ ,  $h_E$  に対して、応答への効果が相反するように変化を与え、 $H/B$  の減少による応答低減は  $h_E$  が支配的であると判断できる。

また層厚  ${}_s H$  は、コーンモデルを介した等価な  $V_S$  と、式(3.2.5)の第三因子部分を介して応答比に影響する。 ${}_s H$  が増大すると等価  $V_S$  は減少するため、Table 3.2-3 の通り応答比が減少する効果をもたらすが、式(3.2.5)の第三因子である式(3.2.12)は  ${}_s H$  に対する単調増加関数であり、応答比が増大する効果をもたらす。つまり応答比に対する  ${}_s H$  の影響は明確ではない。3.2.2 節の解析結果においても同じ傾向が見られたが、要約(3)のとおり  $V_S$  よりは影響が小さく、 ${}_s H$  の影響は現れにくくなる。Fig. 3.2-21～Fig. 3.2-23 に示す本評価式による応答比では、その傾向が表現されていることがわかる。

Table 3.2-3  $H/B \cdot V_S - T_E/T_0 \cdot h_E - {}_I D_{SSI}$  関係

建物・地盤条件	$H/B \downarrow$		$V_S \downarrow$	
振動特性変化	$T_E/T_0 \downarrow$	$h_E \uparrow$	$T_E/T_0 \uparrow$	$h_E \uparrow$
	$\Rightarrow {}_I D_{SSI} \uparrow$	$\Rightarrow {}_I D_{SSI} \downarrow$	$\Rightarrow {}_I D_{SSI} \downarrow$	$\Rightarrow {}_I D_{SSI} \downarrow$
応答比	${}_I D_{SSI} \downarrow$		${}_I D_{SSI} \downarrow$	

### 3.2.4. 入力相互作用による応答比 ${}_K D_{SSI}$ の設計用評価式の提案

本節では入力相互作用による応答比  ${}_K D_{SSI}$  の設計用評価式を提案する。初めに本章で提案する入力相互作用の評価式の考え方を述べ、次に東北地方太平洋沖地震の際に日建設計東京ビルで観測された地震記録を用いて入力損失の効果を確認し、観測記録と評価式を比較する。

(1) 入力相互作用効果に関する設計用評価式 入力相互作用による応答比  ${}_K D_{SSI}$  は基礎入力動と自由地盤の応答との比率で表すことができる。基礎入力動は建物の基礎により動きを拘束された地盤の応答であり、自由地盤の応答に対し、排土重量による慣性力の除去と、地盤応答を拘束する基礎への変位の適合を行うことにより求められる<sup>33)</sup>。地盤の応答については式(3.2.5)同様に平滑化するものとする。自由地盤の応答を用いると、ドライビングフォース  $f^*$  は地盤ばねを用いて以下の式(3.2.14)で表せる<sup>46)</sup>。ここで上付き  $\sim$  は自由地盤の応答、右添字 1 文字目の  $s$  は側面、 $b$  は底面の値、2 文字目の  $s$  はスウェイの値であることを示す。すなわち  $K_{ss}$  は側面におけるスウェイばね、 $K_{bs}$  底面におけるスウェイばねである。 $-\tilde{p}$  は切欠き力と呼ばれ、自由地盤での基礎底位置のせん断応力を解除する力である。

$$f^* = K_{ss} \tilde{u}_s + K_{bs} \tilde{u}_b - \tilde{p} \quad (3.2.14)$$

これを辺々地盤ばねの和  $K_{ss} + K_{bs}$  で除したものが基礎入力動  $u^*$  であり、さらに自由地盤の応答  $\tilde{u}$  で除したものが、応答比  ${}_K D_{SSI}$  となる。これをさらに分母分子とも  $K_{bs}$  で除すれば式(3.2.15)となる。

$${}_K D_{SSI}(T) = \frac{u^*}{\tilde{u}} = \frac{K_{ss}/K_{bs} \cdot \tilde{u}_s/\tilde{u} + \tilde{u}_b/\tilde{u} - \tilde{p}/(K_{bs}\tilde{u})}{K_{ss}/K_{bs} + 1} \quad (3.2.15)$$

ここで  $K_{ss}/K_{bs}$ 、 $\tilde{u}_s/\tilde{u}$ 、 $\tilde{u}_b/\tilde{u}$ 、 $\tilde{p}/(K_{bs}\tilde{u})$  についてそれぞれ整理する。まず  $K_{ss}/K_{bs}$  は埋め込み深さを  $D$  として側面の地盤ばね  $K_{ss} = 4GD$ <sup>38)</sup> とすると式(3.2.16)となる。ここで表層地盤では  $\nu = 0.45$  程度となることを考えると以下となる。

$$\frac{K_{ss}}{K_{bs}} = \frac{4GD}{8GR/(2-\nu)} \approx \frac{4D}{3B} \quad (3.2.16)$$

次に  $\tilde{u}_s/\tilde{u}$  は自由地盤における側面位置の応答と地表面位置の応答の比である。基礎入力動は無質量剛基礎の応答であり、側面位置の応答には地盤を拘束する条件を導入する必要がある。これを質点系せん断地盤モデルで考えると Fig. 3.2-24(b) のようになる。すなわち無質量の剛体の拘束効果により側面地盤にはせん断変形が生じず、地盤応答が平均化され、一定値となる。この水平変位が一定値となることを表現するため、本提案では地盤のせん断波速度を無限大とする。鈴木ら<sup>34)</sup>は側面地盤応答として全変位場の平均値をドライビングフォースに代入しており、本提案も考え方は同様のものとなる。以上の考えに基づき 2 層地盤モデルで考えると  $\tilde{u}_s/\tilde{u}$  は式(3.2.17)となる。導出過程の詳細は補遺に示す。

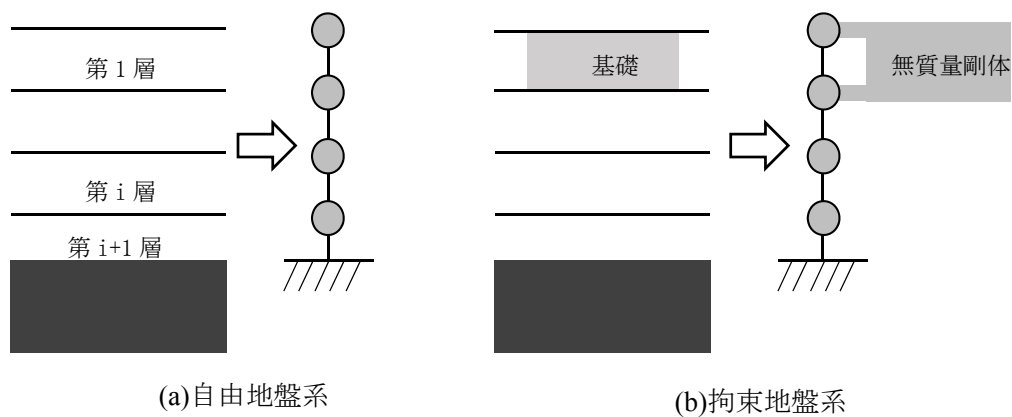


Fig. 3.2-24 自由地盤系・拘束地盤系とそのモデル化

$$\frac{\tilde{u}_s}{\tilde{u}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega D/V_s)^2}} \quad (3.2.17)$$

三つ目の  $\tilde{u}_b/\tilde{u}$  は自由地盤の基礎底面と地表面の応答比率であり、これは埋込深さ部分の伝達関数の逆数であるから、式(3.2.18)となる。

$$\frac{\tilde{u}_b}{\tilde{u}} = \frac{1}{|A_b|} = \frac{1}{2} \left| e^{j\frac{\omega D}{V_s}(1-j_s h)} + e^{-j\frac{\omega D}{V_s}(1-j_s h)} \right| \quad (3.2.18)$$

ただし、 $A_b$  は解放地盤面(2E)からではなく、地盤内部から地表面への伝達関数(E+F)である。この伝達関数を安全側として上側の包絡線 ( $\omega D(1-j_s h)/V_s$  の実部のみ 0 とする。Fig. 3.2-17 参照)で考え、減衰定数は  $s h \ll 1$  であることを考慮すると、式(3.2.19)のように表せる。

$$\frac{\tilde{u}_b}{\tilde{u}} = \frac{1}{2} \left| e^{\frac{\omega D}{V_s} s h} + e^{-\frac{\omega D}{V_s} s h} \right| = \cosh \frac{\omega D}{V_s} s h \approx 1 \quad (3.2.19)$$

最後の  $\tilde{p}/(K_{bs}\tilde{u})$  は自由地盤基礎底面のせん断応力と地表面の応答の比を  $K_{bs}$  で除したものである。せん断応力は式(3.2.18)の変位を深さ方向に微分した形で求められ、地表面応答  $\tilde{u}$  は深さによらず一定、 $s h \ll 1$  であることを考慮すると式(3.2.20)となる。

$$\frac{\tilde{p}}{K_{bs}\tilde{u}} = \frac{(2-\nu)}{8GR} \pi R^2 G \frac{\partial \tilde{u}_b}{\partial D} \frac{\tilde{u}_b}{\tilde{u}} \approx \frac{1}{3} \frac{\omega B}{V_s} \frac{\omega D}{V_s} s h \quad (3.2.20)$$

以上をまとめて式(3.2.15)に代入すると、以下の様に地盤ばねを陽に介さず、地盤・建物条件から直接動的相互作用効果を求められる形の応答比  ${}_{\kappa}D_{SSI}(T)$  が得られる。

$${}_{\kappa}D_{SSI}(T) = \frac{u^*}{\tilde{u}} = \frac{1 + \frac{4}{3} \frac{D}{B} \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega D/V_s)^2}} - \frac{1}{3} \frac{\omega B}{V_s} \frac{\omega D}{V_s} s h}{1 + \frac{4}{3} \frac{D}{B}} \quad (3.2.21)$$

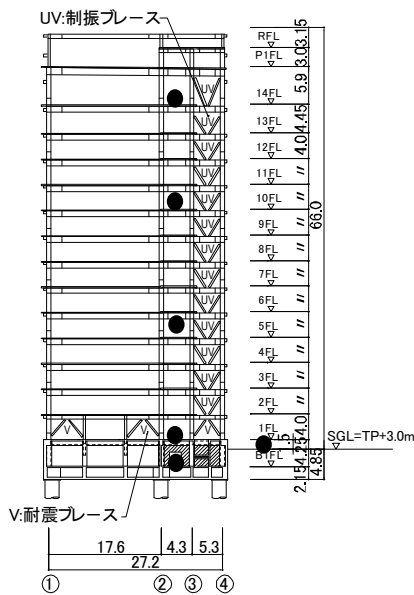
(2) 観測記録での入力の相互作用効果と設計用評価式との対応 日建設計東京ビル(Table 3.2-4, 写真 1, Fig. 3.2-25, Fig. 3.2-26)における 2011 年 3 月 11 日東北地方太平洋沖地震本震と余震を合わせて 58 回の地震記録を用い、前節の設計用評価式と観測記録の対応を確認する。本ビルの地震記録の詳細な報告は原田ら<sup>47)~49)</sup>に譲り、本章では観測記録の動的相互作用効果と 5.1 節の評価式による値と比較する。

Fig. 3.2-27 に観測記録における地表面フーリエスペクトルと地下 1 階のフーリエスペクトルとの比率で求められた伝達関数を示し、全 58 波の平均値を太線で示す。慣性の相互作用については本章の 3.2.3 節の方法により算定すると応答比 0.99 となることやアスペクト比  $H/B=1.5$  程度で細長い建物形状であることから、この伝達関数への影響はごく小さいとみなすものとする。また杭による入力損失については、水平動において杭基礎と埋込基礎の基礎入力動はほとんど異ならないとの考察結果<sup>38)</sup>から、この影響も小さいとみなすものとする。1次元重複反射理論より求まる本敷地の卓越振動数は 3.8 Hz である。一方、太線の谷となっている位置は X 方向で 4~5Hz、Y 方向で 3.5~5Hz であり、卓越振動数 3.8Hz に概ね対応する。これは卓越振動数の位置で自由地盤系の応答は大きくなるが、拘束地盤系では基礎近傍の地盤応答を基礎が拘束し、卓越振動数の位置で応答が抑制されることによる<sup>38)</sup>。

Fig. 3.2-27 中に式(3.2.21)により求めた設計用評価式での値を一点鎖線、自由地盤系の工学的基礎から地表面まで増幅関数の拘束地盤系に対する比(付録式(A4))を破線で示す。



Photo 3.2-1 建物全景



●:地震計設置位置を示す。

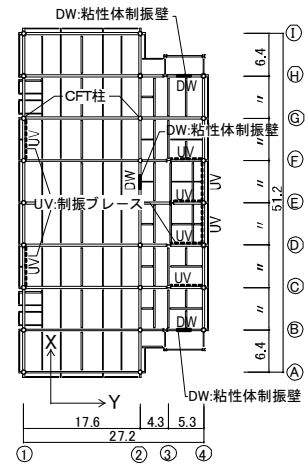


Fig. 3.2-26 基準階床梁伏図

Table 3.2-4 表層地盤特性

層番号	密度 $\rho_i$ [t/m <sup>3</sup> ]	せん断波速度 $V_{Si}$ [m/s]	ポアソン比 $\nu_i$ [-]	層厚 $H_i$ [m]
1	1.70	90	0.498	3.60
2	1.60	120	0.497	2.20
3	1.89	250	0.487	2.00
4	1.80	220	0.490	1.90
5	1.73	220	0.490	3.00
6	2.18	590	0.446	2.90

地盤減衰：各層 0.02

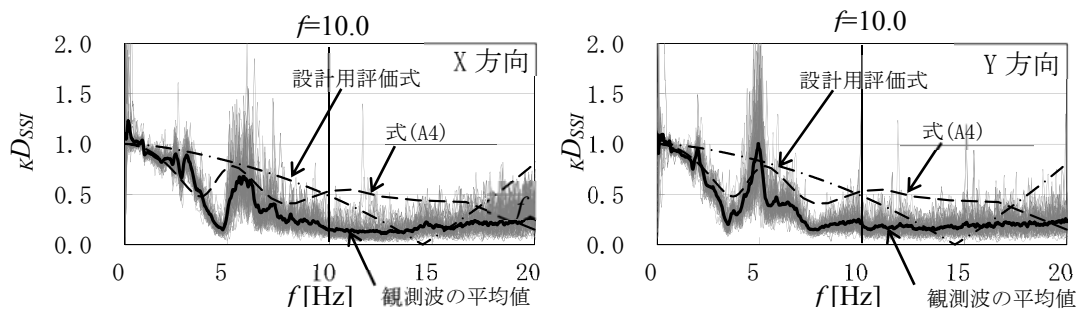


Fig. 3.2-27 日建設計東京ビルにおける入力損失と設計用評価式の比較

本章では 60m 程度以下の建物を対象としており、連成系の固有周期にして 0.1~2.0 秒の間にあると考えられることから、検証対象範囲を示すために、連成系固有振動数の上限(10Hz)を細い縦実線で示している。この振動数よりも低振動数側を検証対象とし、本提案の適用範囲としている。

設計用評価式は観測波の平均値の全体的な傾向を概ね捉えており、以下の理由から設計的な有用性を有していると判断できる。

- ・ 0~3Hz 程度では評価式は観測波平均値を概ね包絡している。
- ・ 3~10Hz 程度では観測波平均値に谷があるが、建物固有周期や入力周波数特性がばらつくこと考えると、応答比が特定の振動数で小さくなる傾向を設計値に反映することは適切でないと考えられ、式(3.2.21)は観測における入力損失の全体像を捉えている。

また破線で示す補遺式(A4)は太線で示す観測波の平均値と凹凸が概ね対応しており、設計用評価式(一点鎖線)として式(3.2.17)を採用することも考えられる。しかし、式(3.2.21)はドライビングフォースを考慮しており、入力の相互作用の各要素が地盤増幅関数の平滑化という設計的判断を持って適切に盛り込まれていること、また上記のように応答低減効果の全体的傾向を捉えていることから、式(3.2.21)を設計用評価式として採用するものとする。

### 3.2.5. 慣性・入力の相互作用を考慮した応答比 $D_{SSI}$ の設計用評価式

本節では 3.2.3 節、3.2.4 節で提案した慣性・入力の相互作用の両方を考慮した評価手法について述べる。評価手法の検証は 3.2.2 節と同様に、SR モデルの時刻歴応答解析による応答比と、評価式による応答比をコンタ図によって比較することにより行う。時刻歴応答解析では埋込を考慮した SR モデルに基礎入力動を入力して解析を行う。またいくつかのモデル建物を設定して比較検証を行う。

ここで用いる入力地震動は Wave1 とする。地盤モデルは 3.2.2 節と同様とし、表層地盤の  $V_S=100, 200\text{m/s}$  の場合を例示する。建物も地上部の諸元は 3.2.2 節と同様とするが、入力の相互作用を考えるため、埋込の深さは 2.0, 6.0m の 2 通りを考慮する。基礎入力動は近似値として広く用いられる自由地盤の応答の基礎底位置における E+F 波<sup>49)</sup>を用いる。SR モデルの地盤ばねは式(3.2.1)と以下の埋込側面部の地盤ばねの和とする。



埋込側面部水平地盤ばね(スウェイばね)

$$\text{剛性: } K_{ss} = 4GD \qquad \text{減衰: } C_{ss} = \frac{3R}{V_s} K_{ss}$$

埋込側面部回転地盤ばね(ロッキングばね) (3.2.22)

$$\text{剛性: } K_{sr} = GD \left( B^2 + \frac{4}{3} D^2 \right) \qquad \text{減衰: } C_{sr} = GD \left\{ B^2 \left( \frac{R}{V_s} - \frac{0.22}{\omega_E} \right) + 4D^2 \frac{R}{V_s} \right\}$$

ただし  $R/V_s - 0.22/\omega_E \geq 0$

一方設計用評価式では、3.2.3 節で示した慣性の相互作用の評価式中の固有周期の伸び率と減衰定数の評価において、埋込側面部のばねを考慮し、式(3.2.8),(3.2.9)がそれぞれ式(3.2.23), (3.2.24)に改められる。

$$\frac{T_E}{T_0} = \sqrt{1 + \frac{\sqrt{\pi}(2-\nu) \rho_0}{8 \rho} \left( \frac{\omega_0 H}{V_s} \right)^2 \frac{1}{H/B} \left( 1 + 0.5\sqrt{\pi}(2-\nu) \frac{D}{B} \right)^{-1} + \frac{\pi\sqrt{\pi}(1-\nu) \rho_0}{6 \rho} \left( \frac{\omega_0 H}{V_s} \right)^2 \frac{H}{B} \frac{1}{1 + K_{sr}/K_{br}}}$$
 (3.2.23)

$$h_E = \left( \frac{T_0}{T_E} \right)^3 \left\{ h_0 + \frac{3(2-\nu) \rho_0}{80 \rho} \left( \frac{\omega_0 H}{V_s} \right)^3 \left( \frac{1}{H/B} \right)^2 \frac{1 + 2.5\sqrt{\pi}(2-\nu) \frac{D}{B}}{1 + 0.5\sqrt{\pi}(2-\nu) \frac{D}{B}} + \frac{\pi(1-\nu) \rho_0}{40 \rho} \left( \frac{\omega_0 H}{V_s} \right)^2 \left( \frac{\omega_0 H}{V_s} - \frac{T_E}{T_0} \frac{H}{B} \right) \left( \frac{1 + C_{sr}/C_{br}}{1 + K_{sr}/K_{br}} \right) \right\}$$
 (3.2.24)

$$\text{ただし } \frac{K_{sr}}{K_{br}} = \frac{\pi\sqrt{\pi}(1-\nu) D}{2 B} \left\{ \frac{3}{4} + \left( \frac{D}{B} \right)^2 \right\}$$

$$\frac{C_{sr}}{C_{br}} = \frac{5\pi\sqrt{\pi}(1-\nu) D}{4 B} \left( \frac{\omega_0 H}{V_s} - \frac{T_E}{T_0} \frac{H}{B} \right)^{-1} \left\{ \left( \frac{\omega_0 H}{V_s} - 0.39 \frac{T_E}{T_0} \frac{H}{B} \right) + 4 \frac{\omega_0 H}{V_s} \left( \frac{D}{B} \right)^2 \right\}$$

なお応答比  $D_{SSI}$  は慣性・入力の相互作用の各応答比の積とし、式(3.2.25)で評価する。なお  ${}_K D_{SSI}$  において  $T=T_E$  で評価する。

$$D_{SSI}(T_E, T_0) = {}_I D_{SSI}(T_E, T_0) \cdot {}_K D_{SSI}(T_E) \qquad (3.2.25)$$

時刻歴応答解析、および設計用評価式のコンタを Fig. 3.2-28～Fig. 3.2-31 に示す。コンタ

図中には①学校建築 RC 造 4 階、 $H=16\text{m}$ 、 $B=32\text{m}$ 、②中高層住宅 RC 造 8 階、 $H=32\text{m}$ 、 $B=21\text{m}$  の建物モデル(減衰は2%)をプロットしている。また各応答比の値を Table 3.2-5 に示す。

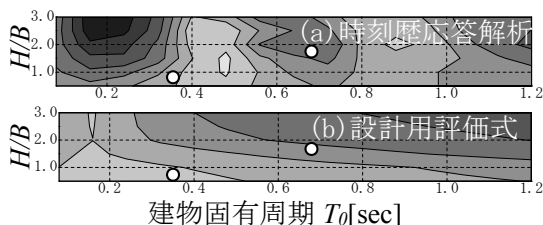


Fig. 3.2-28  $D_{SSR}$ (入力:Wave1,  $sV_s=100\text{ m/s}$ ,  $D=2.0\text{ m}$ )

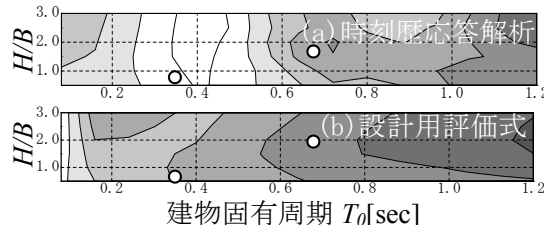


Fig. 3.2-29  $D_{SSR}$ (入力:Wave1,  $sV_s=100\text{ m/s}$ ,  $D=6.0\text{ m}$ )

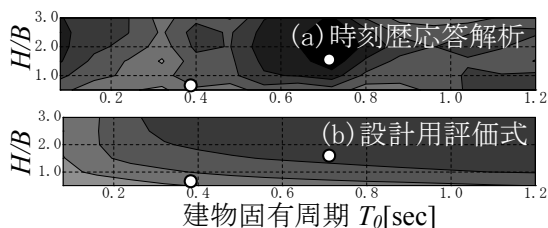


Fig. 3.2-30  $D_{SSR}$ (入力:Wave1,  $sV_s=200\text{ m/s}$ ,  $D=2.0\text{ m}$ )

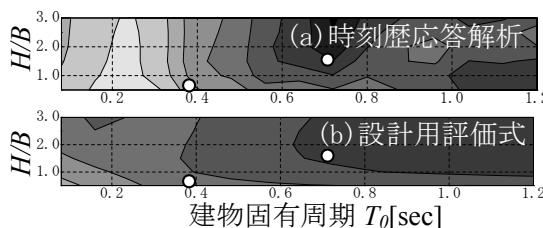


Fig. 3.2-31  $D_{SSR}$ (入力:Wave1,  $sV_s=200\text{ m/s}$ ,  $D=6.0\text{ m}$ )

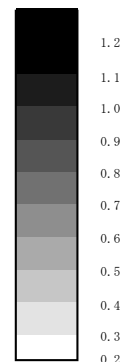


Table 3.2-5 各建物・地盤条件におけるモデル建物の応答比

地盤・建物条件		モデル①	モデル②
$V_s=100\text{m/s}$	時刻歴応答解析	0.53	0.67
	$D=2.0\text{m}$	設計用評価式	0.46
$V_s=100\text{m/s}$	時刻歴応答解析	0.23	0.53
	$D=6.0\text{m}$	設計用評価式	0.49
$V_s=200\text{m/s}$	時刻歴応答解析	0.68	1.06
	$D=2.0\text{m}$	設計用評価式	0.69
$V_s=200\text{m/s}$	時刻歴応答解析	0.40	0.93
	$D=6.0\text{m}$	設計用評価式	0.73

各図(a),(b)の分布傾向は概ね類似しており、応答比の傾向を捉えている。ただし各図(a)に見られる共振の影響により、Table 3.2-5に見られるとおり、評価式での値が小さめとなるケースがある。本手法は地震動の周期依存性を平滑化して評価し設計に用いる手法であるため、個々の固有周期に対して厳密に評価するものではない。このように平滑化を行っているのは、設計的判断として設定値近傍の平均的な状態を考えているためである。その理由は設計対象の地盤・建物の各変数に誤差やばらつき、振幅依存性があり、地盤の卓越振動数・建物の固有振動数も地震毎に変動すると考えられるため、最大最小の包絡線の平均値を押さえることにより、一つの設計案件に対して一つ求まる予測値と地震毎にばらつく実現象との誤差を小さくできるとの考えによる。以上から、提案した応答比  $D_{SSR}$  の評価式は動的相互作用による応答低減効果を設計的に評価する指標として有効であると判断できる。

### 3.2.6. 3.2 節のまとめ

本章では建物と地盤の動的相互作用による地震荷重低減効果を設計的に評価するため、時刻歴応答解析により応答低減効果を検証するとともに、慣性の相互作用による応答比  ${}_lD_{SSl}$  と入力との相互作用による応答比  ${}_K D_{SSl}$  の設計用評価式を提案した。本章の検証と提案の具体的内容は以下のように要約できる。

- (1) 慣性の相互作用による連成系の振動特性変化である固有周期の伸び率と減衰定数を、地盤ばねを陽に介さず、地盤・建物のパラメータによって直接的に表現し、動的相互作用の要因(アスペクト比、せん断波速度、地盤層厚) と連成系の振動特性変化の陽な関係を表した(式(3.2.8),(3.2.9),(3.2.13))。また連成系の振動特性変化と応答低減効果の関係を明快に表現した設計用評価式を提案した(式(3.2.5))
- (2) 既往の論文で用いられてきたドライビングフォースを用い、基礎入力動を求める手法に地盤増幅関数の平滑化の概念という設計的判断を導入した入力との相互作用の評価式を提案した(式(3.2.21))。提案した手法を観測記録と比較し、評価式によって包絡的な性質が表現でき、安全側の評価を与える手法となっていることを確認した。
- (3) 時刻歴応答解析、および評価式による FIX モデルと SR モデルの加速度応答比をコンタ図で表現することで、様々な地盤・建物条件に対する動的相互作用の加速度応答低減効果の全体的傾向を包括的に整理・把握した。
- (4) 以上から、提案した評価式は、設計に動的相互作用による荷重低減効果を取り込むための指標として有効であると考えられる。実際の観測記録に見られる動的相互作用効果と本評価式の比較をより多くの事例に適用し、傾向を分析することが必要であると考えられる。なお地盤・建物の非線形性や杭基礎を考慮した同様の検討、埋込基礎により回転動が励起される効果の反映、本評価式にある等価繰返し数  $n$  を地震動の主要なパラメータから直接算定できる適切な評価方法については今後の課題である。

### 3.3. 杭基礎建物の動的相互作用に関する考察

建物の基礎底が、十分な支持力・剛性を有する支持層に到達しない場合には、杭基礎建物として設計されるのが一般的である。その際、杭基礎建物における動的相互作用効果を加味した地震時挙動をどのようにモデル化するかが設計上重要となる。設計においては、杭の設計は上部構造からの慣性力と地盤変形の強制応力の影響を考慮して行われるが、上部構造に作用する地震力への杭の影響は、現行の許容応力度等計算においては考慮されていない。このような影響を定量的に把握することは当然重要であるが、それ以上に設計者は杭考慮の有無が設計用地震荷重にどの程度差異を生じさせるかの感覚を掴んだ上で設計判断を行うことが最も重要であろう。この差異の程度を把握するという意味では、建物・地盤連成系(以下、「連成系」と呼ぶ)の解析モデルとしては、薄層要素法や有限要素法のような精度は高いがモデル作成に労力が必要で計算負荷の大きな解析モデルよりも、スウェイモデルやスウェイロッキングモデル(以下「SR モデル」と呼ぶ)などのモデル作成が比較的容易な方法が設計者にとっては扱いやすい。

公的な文献に記されている杭基礎建物のモデル化の方法としては動的相互作用に関する建築学会刊行物『建物と地盤の動的相互作用を考慮し応答解析と耐震設計』<sup>51)</sup>(以下、「緑本」と呼ぶ)に示される簡便法、限界耐力計算法<sup>52),53)</sup>(以下、「限耐法」と呼ぶ)の2種類がある。

「緑本」には杭基礎建物における相互作用ばねを求めるための簡便法が示されている。この方法により、精算解と見做されている薄層要素法の傾向を模擬した算定値が得られ、簡便法としては良好な精度が得られるものとして推奨されている。設計に用いるという観点から考えると、静的な地震荷重を求めるために系の一次固有周期と減衰定数が重要となるが、これらを算定する途中過程において多くのパラメータと計算が必要となるため、より簡便な算定方法が望ましいと考えられる。

また「限耐法」では、上記の簡便法をより簡略化した算定方法を採用している。その算定方法は、水平剛性は直接基礎と同じ値を採用し、回転剛性は簡便法と同じ方法としている。また減衰定数は概ね安全側となるような工学的判断に基づいており、水平方向は直接基礎と同じ、回転方向は直接基礎の2/3を取るものとしている。この方法は直接基礎の相互作用ばねの算定方法をベースにしており、設計上の扱いやすさという点からは有用性が高いものの、設計者はモデル化による差異や、適用限界を認識し、地震荷重の差異や余力を感覚的に掴んでおくことが重要となる。

上記の二つの方法の解析モデル(以下では各々簡便法モデル、限耐法モデルと呼ぶ)は、地盤の水平と回転の変形を考慮したSRモデルであり、広く用いられている。一方、杭基礎は直接基礎に比べて鉛直剛性、回転剛性が高いため、特に比較的低層でかつアスペクト比の小さな建物ではスウェイ挙動が支配的である。このため、ロッキング成分を無視したスウェイモデルの採用も考えられるが、スウェイモデルの杭基礎建物設計用モデ

ルとしての適性・妥当性の観点から他のモデルとの比較を行う検討はあまりされていない。

3.2 節において 60m 程度以下の直接基礎建物を対象として、SR モデルを前提とした動的相互作用による荷重低減効果の設計用評価式を提案した<sup>54)</sup>。スウェイモデルによる杭基礎建物の地震時挙動のモデル化には設計上は次のような利点がある。スウェイモデルは SR モデルの回転成分を無視することで得られるため、提案した設計用評価式を杭基礎建物にも適用できる。直接基礎建物に限定していた提案設計用評価式の適用範囲が拡大され、より多くの建物の設計において動的相互作用による荷重低減効果を簡便かつ一貫した概念に基づいて評価できれば、設計上大いに有益である。

上記は設計上の利点であるが、実際にスウェイモデルの杭基礎建物設計用モデルとしての妥当性を判断するには、以下の 3 点を確認する必要がある。

- ・スウェイモデルでの相互作用効果が建築基準法に規定される限耐法モデルでの相互作用効果と同等であること
- ・杭基礎の回転剛性が十分大きく、ロッキング変位考慮の有無が建物の相互作用効果に与える影響が小さいこと
- ・地盤・杭・建物条件の違いによって、どの程度の相互作用効果の差異があるかを定量的に把握すること

これら 3 点を検証するため、まず相互作用効果は 3.2 節で提案した動的相互作用による地震荷重の低減効果を表す指標  $D_{SSI}$  を用いる(相互作用の考慮が必ずしも地震荷重効果の低減に直結するとは限らないが、設計上低減につながる場合が多い)。次にロッキングの有無による影響を確認するため、スウェイモデル、簡便法モデル、限耐法モデルのそれぞれで上記の指標  $D_{SSI}$  を比較する。各手法において地盤・杭・建物条件の違いによる影響を確認するため、杭の有無によるスウェイとロッキングの剛性・減衰の比率や固有周期の比率を確認する。

### 3.3.1. スウェイモデル適用の妥当性に関する検証方法

本節では杭基礎建物に簡便法のモデル、限耐法モデル、スウェイモデルを適用した結果得られる、指標の比較を通して、スウェイモデル適用の妥当性を検証する。設定したパラメータに対してこれら3つのモデルによって相互作用ばねを算定し、以下の比較を行う。

- ・スウェイモデルと限耐法モデルによる各指標(連成系の固有周期  $T$ 、減衰定数  $h$ 、加速度応答比  $D_{SSR}$ )の比較
- ・スウェイモデルと簡便法モデルによる各指標の比較
- ・簡便法におけるロッキング率、スウェイ率、杭基礎の直接基礎に対する剛性比・減衰比の検証

解析対象とする建物・杭・地盤の概念図を Fig. 3.3-1 に示し、パラメータを Table 3.3-1 のように設定する。

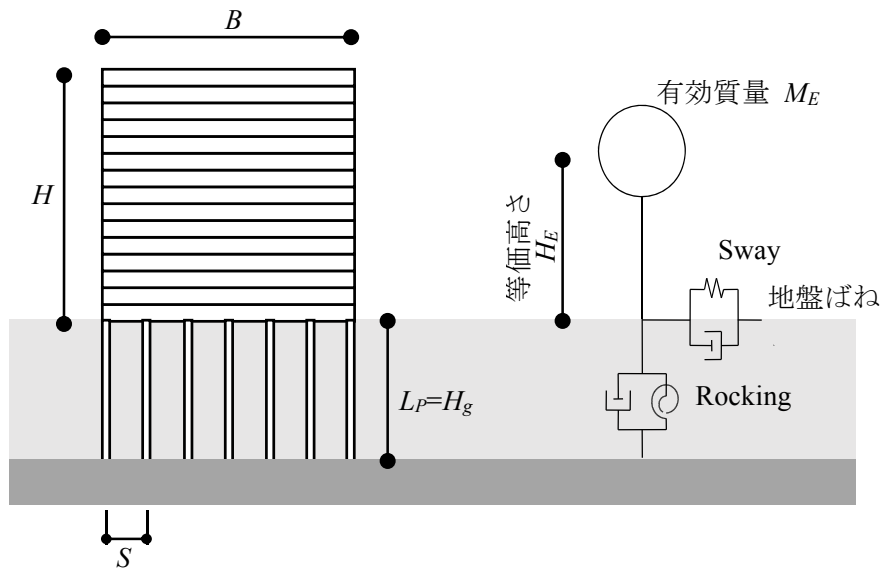


Fig. 3.3-1 解析対象とする建物・杭・地盤とSRモデル

Table 3.3-1 解析モデルのパラメータ

建物固有周期 $T_0$ [s]	$0.02 \times H$ (RC 建物)
建物減衰定数 $h_0$ [-]	0.02
建物面積当り重量 $w$ [kN/m <sup>2</sup> ]	(建物)12.0,(基礎)20.0
建物高さ $H$ [m]	20,40,60(5,10,15 階)
基礎幅 $B$ [m]	20×20,60×60
平均杭間隔 $S$ [m]	4.0,4.5,⋯,8.0m(正方配置)
杭工法	場所打コンクリート杭(拡底無)
杭コンクリート強度 $F_c$ [N/mm <sup>2</sup> ]	24
杭断面	1次設計用地震荷重時の軸力を満足する断面積
杭長	表層地盤層厚と同じ
表層せん断波速度 $V_s$ [m/s]	100,150(支持層 400)
地盤密度 $\rho$ [t/m <sup>3</sup> ]	1.80(支持層も同じ)
ポアソン比 $\nu$ [-]	0.45(支持層も同じ)
地盤減衰定数 $h$ [-]	0.02(支持層も同じ)
地盤層厚 $H_g$ [m]	20,50

簡便法では杭諸元を考慮して各相互作用ばねの値を算定する方法である。限耐法は回転剛性についてのみ簡便法と同じであるが、その他については杭諸元を考慮せず、直接基礎として相互作用ばねを算定する方法である。スウェイモデルはスウェイ方向の相互作用ばねのみを定める方法である。本節のスウェイモデルでは水平方向の剛性・減衰とも直接基礎として求めるものとし、杭諸元は考慮していない。Table 3.3-1 のパラメータを元に構築されるモデル数は建物 6 通り、杭 9 通り、地盤 4 通りの合計 216 通りとなる。各種の相互作用ばねを Table 3.3-2 のように定める。詳細な設定方法は文献 51),52),53)に記載されているため、本節では概略のみ示す(各記号の意味も Table 3.3-2 に示す)。なお減衰定数の設定は限耐法の方法(地盤卓越周期を境にして長周期側で材料減衰のみ考慮、短周期側では逸散減衰も考慮する方法。減衰定数の上限値を設定)を各モデルに採用する。

Table 3.3-2 簡便法と限耐法の相互作用ばね

簡便法 <sup>51)</sup>		限耐法 <sup>52),53)</sup>		
	剛性 $K$	減衰係数 $C$	剛性 $K$	減衰係数 $C$
水平	<p>杭頭ばね <math>K_{HG}</math></p> <p>単杭頭地盤ばねと杭周地盤ばねの関係式(弾性支承梁の理論解)に群杭効果を考慮したもの</p> $K_{HG} = (4N_p E_p I_p)^{3/4} (k_{jsi} N_p \beta_H^4)^{3/4}$ <p><math>N_p</math> : 杭本数  <math>E_p</math> : 杭のヤング係数  <math>I_p</math> : 杭の断面2次モーメント  <math>k_{jsi}</math> : 杭周地盤ばね(Francisの式)  <math>\beta_H</math> : 群杭係数(評価法1を採用)</p>	<p>逸散減衰 <math>C_{HG}</math></p> $C_{HG} = \min\{N_p c_{gsi}, c_{gbi}\} \times \frac{\sum u_i}{u_1}$ <p><math>c_{gsi}</math> : Gazetasの減衰  <math>c_{gbi}</math> : 基礎躯体の逸散減衰  <math>\sum \frac{u_i}{u_1}</math> : 杭頭変位を1としたときの杭の変形の総和</p>	<p>地盤ばね <math>K_H</math></p> <p>直接基礎として算定</p> $K_H = \beta \frac{8G_1 R}{2 - \nu_1}$ <p><math>\beta</math> : コーンモデルによる成層補正係数  <math>G_1</math> : 第1層のせん断剛性  <math>R</math> : 基礎等価半径  <math>\nu_1</math> : 第1層のポアソン比</p>	<p>逸散減衰 <math>C_H</math></p> <p>直接基礎として算定</p> $C_H = \rho V_s A$ <p><math>\rho</math> : 地盤密度  <math>V_s</math> : せん断波速度  <math>A</math> : 基礎底面積</p>
回転	<p>回転ばね <math>K_{RG}</math></p> <p>直接基礎部分を除いた群杭全体の断面2次モーメント</p> $K_{RG} = \sum (K_{iVS} x_i^2)$ $= \frac{1}{12} N_p (N_p - 1) S^2 K_{iVS}$ <p>(本論文では正方配置と仮定)</p> <p><math>x_i</math> : 回転中心からの距離  <math>N_p</math> : 杭本数  <math>S</math> : 平均杭間隔  <math>K_{iVS}</math> : 杭上下地盤ばね</p>	<p>逸散減衰 <math>C_{RG}</math></p> <p>基礎投影面積を接地範囲とした支持地盤部分における逸散減衰</p> $C_{RG} = \rho_b V_{Lab} I$ <p><math>\rho_b</math> : 支持層の地盤密度  <math>V_{Lab}</math> : 支持層のLysmerの波動速度  <math>I</math> : 基礎底面の断面2次モーメント</p>	簡便法と同じ	<p>逸散減衰 <math>C_R</math></p> <p>回転の減衰定数 <math>h_R</math> を水平の減衰定数 <math>h_H</math> の1/2とし、以下より減衰係数を算定する</p> $C_R = 2h_R M \omega$

簡便法モデルにおいて、杭平均間隔を Table 3.3-1 の通り変動させるが、この際に同一モデル内では杭種類は同径同種とし、杭配置は正方配置とする。

また各モデルでの杭径は杭の許容支持力が杭に生じる圧縮軸力を上回るように設定する。杭の長期軸力は基礎を含めた全重量を杭本数で割ったもの、変動軸力は許容応力度計算における1次設計用地震荷重が作用する際の建物最下層で生じる転倒モーメント  $M_{OT}$  から、直線分布を仮定して求めた最外部の杭の軸力として算定する。これらにより生じる杭への圧縮軸力が杭の許容支持力の0.8倍となるように杭断面を設定する。断面が長期で決まる場合もあるため、長期軸力の2倍と長期+変動軸力の大きいほうを設計用応力とする。支持層では十分な  $N$  値が得られるものと仮定して、 $N=60$  と設定し、杭の許容支持力度を下記の式によって算定する。

$$\text{杭の長期軸力} : N_L = W / N_p$$



$$\text{杭の変動軸力} : N_E = \frac{M_{OT}}{\frac{1}{12} N_P (N_P - 1) S} \times \frac{\sqrt{N_P} - 1}{2}$$

$$\text{必要杭径} : R_P = \sqrt{\frac{\max(2N_L, N_L + N_E)}{(\pi/4)q_A \times 0.8}}$$

$$\text{杭の許容支持力度} : q_A = 2 \times \min\left(\frac{150N}{3}, \frac{F_C}{4.5}, 6\right)$$

ただし、 $W$ ：地下を含めた建物全重量、 $N_P$ ：杭本数、 $S$ ：平均杭間隔、 $F_C$ ：コンクリート強度である。

また簡便法モデル、限耐法モデル、スウェイモデルの比較検証のための各指標は以下により算定する。各記号は  $M$ ：有効質量(質量は各階同一、三角形モード分布を仮定した)、 $K$ ：剛性、 $C$ ：減衰係数、 $T$ ：固有周期、 $h$ ：減衰定数を示す。添字については、 $0$ ：基礎固定系、 $E$ ：連成系、 $H$ ：スウェイ、 $R$ ：ロッキングで表すものとする。なお  $H_E$  は等価高さである。

$$\text{連成系固有周期} : T_E = \sqrt{T_0^2 + T_H^2 + T_R^2}$$

ただし、各固有周期は

$$T_0 = 2\pi\sqrt{M/K_0}, T_H = 2\pi\sqrt{M/K_H}, T_R = 2\pi\sqrt{MH_E^2/K_R}$$

$$\text{連成系減衰定数} : h_E = \left(\frac{T_0}{T_E}\right)^3 \left\{ h_0 + h_H \left(\frac{T_H}{T_0}\right)^3 + h_R \left(\frac{T_R}{T_0}\right)^3 \right\}$$

ただし、各減衰定数は

$$h_0 = C_0/2\sqrt{MK_0}, h_H = C_H/2\sqrt{MK_H}, h_R = C_R/2\sqrt{MH_E^2 K_R}$$

加速度応答比(慣性の相互作用による応答低減効果)

$${}_l D_{SSI}(T_E, T_0) = \sqrt{\frac{1 + 4n\pi h_0}{1 + 4n\pi h_E} \frac{T_0}{T_E} \frac{|A(T_E)|}{|A(T_0)|}}$$

加速度応答比  ${}_l D_{SSI}^{(2)}$ (以後本節では  $D_{SSI}$  と表記する)は連成系と基礎固定系の応答比によって慣性の相互作用による応答低減効果を表すものである。ただし  $A(T)$  は周期  $T$  における地盤増幅率である。 $n$  は最大変位となるまでの系への総エネルギー入力を最大変位

応答時の1サイクル分の減衰消費エネルギーで割った値で、等価繰返し数と呼ばれる。  
本論文では3.2節と同様に  $n=8$  を採用した。

全体の水平変形に占めるスウェイ変形、ロッキングに起因する水平変形の比はそれぞれスウェイ率、ロッキング率と呼ばれるが、以下の式で表せる。

$$\text{スウェイ率} : \left( \frac{T_H}{T_E} \right)^2, \quad \text{ロッキング率} : \left( \frac{T_R}{T_E} \right)^2$$

また杭基礎と直接基礎の剛性比は水平方向： $K_{HG}/K_H$ 、回転方向： $K_{RG}/K_R$ 、減衰係数比は水平方向： $C_{HG}/C_H$ 、回転方向： $C_{RG}/C_R$  で表す。

以上により各指標を算定し、次節にて比較検証を行う。

### 3.3.2. 算定結果とその分析

前節で設定したパラメータから求められる各指標の比率を次頁に示す。横軸に平均杭間隔  $S$ 、縦軸に各指標の比率を取っている。縦軸の指標の右上添字は  $Sm$ ：スウェイモデル、 $L$ ：限耐法、 $G$ ：簡便法を表す。Fig. 3.3-4, Fig. 3.3-5 の添字無は直接基礎を示す。これらの図から読み取れる傾向とその分析内容を以下に示す。

#### ① スウェイモデルと限耐法での各指標の比較(Fig. 3.3-2)

- ・ いずれの指標も杭の本数の違いによる変動は小さい
- ・ モデル化の違いによる動的相互作用効果の差異を表す  $D_{SSI}^{Sm}/D_{SSI}^L$  は、最も大きな差の見られる地盤せん断波速度  $V_S=100\text{m/s}$ 、層厚  $H_g=20\text{m}$ (図 1 段目)、杭平均間隔  $S=8\text{m}$ 、建物5階建(丸印)、幅  $B=20\text{m}$ (実線)の場合でも 0.94 であり、その他の場合では 0.98~1.02 程度となっている。建物では幅 60m の場合(破線)、地盤では  $V_S=150\text{m/s}$  でほぼ 1.0 となっている。
- このため、相互作用効果の評価上は、スウェイモデルは限耐法モデルとの間に設計上考慮すべき差はほとんどないと判断できる。
- ・ 固有周期の比率  $T^{Sm}/T^L$  は 0.9~1.0 となっている。基礎幅  $B=20\text{m}$  の時に差異が生じており、いずれの建物高さでもスウェイモデルの方が固有周期は短くなる。 $V_S=100\text{m/s}$ (図の 1, 2 段目)よりも  $150\text{m/s}$ (図の 3, 4 段目)の場合の方が 1.0 に近く、スウェイモデルと限耐法モデルの差が小さい。基礎幅  $B=60\text{m}$  ではほぼ 1.0 となっている。
- ・ 減衰定数の比率  $h^{Sm}/h^L$  は 0.9~1.2 程度となっている。基礎幅  $B=20\text{m}$  のときに差異が多くなっており、層厚が大きいときにはスウェイモデルの方が小さく、層厚が小さいときにはスウェイモデルの方が大きい。 $V_S$  の影響はそれほど大きくない。基礎幅  $B=60\text{m}$  ではほぼ 1.0 となっている。

② スウェイモデルと簡便法モデルでの各指標の比較(Fig. 3.3-3)

- $D_{SSI}^{Sm}/D_{SSI}^G$  は建物モデルや杭の間隔により異なるが、最小で 0.7 程度まで値が小さくなっている。
- 固有周期の比率  $T^{Sm}/T^G$  は 0.9~1.1 程度となっている。1.0 を超えているのは基礎幅  $B=60\text{m}$  の時で、層厚が 50m の時が最大で 1.1 程度の値となっている。
- 減衰定数の比率  $h^{Sm}/h^G$  は 1.0~3.0 程度となり、スウェイモデルの方が、減衰が大きい。 $h^{Sm}/h^G$  が 3.0 程度になっているのは杭間隔が小さい場合である。

→スウェイモデルでは杭の諸元は考慮しないため、杭間隔によって相互作用ばねの値は変化しない。簡便法モデルにおいては杭間隔の小さい場合に減衰が小さくなっていることを示している。

- $D_{SSI}^{Sm}/D_{SSI}^G$  と  $h^{Sm}/h^G$  を併せて見ると、スウェイモデルの減衰が大きいパターンではスウェイモデルの  $D_{SSI}$  が小さくなっている。 $D_{SSI}^{Sm}/D_{SSI}^G$  において値が小さくなっている部分は、 $h^{Sm}/h^G$  が大きいことと対応している。

→簡便法による減衰はやや小さめの評価となるが、スウェイモデルと限耐法では減衰に大きな差は見られない。このことからスウェイモデルを採用しても、限耐法のモデルと同様に機能するものとして、スウェイモデルは十分有用であると考えられる。

③ 簡便法モデルにおけるロッキング率、スウェイ率、杭基礎の直接基礎に対する剛性比・減衰比(Fig. 3.3-4, Fig. 3.3-5)

- ロッキング率は基礎幅  $B=20\text{m}$  の時に 0.1~0.2 程度の値を取り、建物が高い方が値は大きい。また  $V_S=100\text{m/s}$  で  $H_g=50\text{m}$  の時が最も値が大きい。基礎幅  $B=60\text{m}$  の時には最大でも 0.03 程度となっており、挙動に占めるロッキングの影響は小さい。
- ロッキング剛性比は最大で 20 倍程度の値となり、直接基礎に比して杭基礎の回転剛性は非常に大きい。 $V_S=100\text{m/s}$  の時に値が大きくなる。基礎幅  $B=60\text{m}$  の時に比率は特に大きい。

→基礎幅が大きくなると回転剛性が大きくなり、回転方向の変形は小さくなるためロッキング率が低下する。基礎幅の小さい  $B=20\text{m}$  では回転剛性が小さくなるためにロッキング率が上昇する。しかし  $B=20\text{m}$  のときでも最大で 0.2 と支配的な要因にはならない。

- ロッキング減衰比は簡便法でも杭の影響を考慮しておらず、基礎の投影面積で決まるため、杭間隔によらず一定値となっている。この比率は支持層の  $V_S$  と成層性の影響を考慮した表層の  $V_S$  の比そのものとなる。
- スウェイの指標では全体的に層厚の影響が小さい。
- スウェイ率は基礎幅  $B=60\text{m}$  の時に 0.1~0.4 程度であり、建物が低い方が値は大きい。また  $V_S=100\text{m/s}$  で  $H_g=20\text{m}$  の時に値が大きい。基礎幅  $B=20\text{m}$  の時には最小で 0.03 程度となる。この時のロッキング率は 0.10~0.15 程度だが、 $D_{SSI}^{Sm}/D_{SSI}^G$  はほぼ 1.0 である。

- ・スウェイ剛性比は 1.0~1.8 倍程度の値となり、直接基礎に比して杭基礎の水平剛性は同程度からやや大きい程度である。 $V_S=100\text{m/s}$ ,  $H_g=50\text{m}$  の時に値が大きくなる。
- 簡便法モデルのスウェイ剛性は層厚(=杭長)がパラメータとなっていないため、層厚の影響は受けない。一方直接基礎のスウェイ剛性はコーンモデルにおいて成層性を考慮しているために、層厚が厚くなるとスウェイ剛性が小さくなり、簡便法モデルの剛性が相対的に大きくなる。すなわち層厚が大きくなることで簡便法と直接基礎のばねの誤差が大きくなり、限耐法で前提としている水平方向の特性は杭基礎と直接基礎でほぼ同じという仮定は層厚によっては成立しないことも考えられる。ただし、Fig. 3.3-3 に見られるように固有周期の比率は最大でも 1.1 倍程度の範囲に収まっており、今回検討した程度の層厚の範囲であれば許容されよう。
- ・スウェイの減衰比は 0.2~2.0 程度まで差異が大きい。建物が高い方が比率は大きく、基礎幅が小さいときの方が比率は大きい。層厚の影響は小さい。 $V_S$  が小さい方が比率は大きい。
- スウェイの減衰係数比の差異が大きいことが Fig. 3.3-3 に見られた減衰定数比の差異の大きさに影響していると考えられる。減衰係数で見れば簡便法モデルの方が大きい場合もあるが、減衰定数比で見ると簡便法モデルの方がスウェイモデルよりも常に小さくなっている。たとえば Fig. 3.3-5 の  $V_S=100\text{m/s}$ ,  $H_g=20\text{m}$ , 15 階建, 基礎幅  $B=20\text{m}$  の場合にはスウェイ減衰比 1.5~2.0 程度となるが、スウェイ剛性比も 1.5 程度のため減衰定数としては差がなく、 $h^{Sm}/h^G$  はほぼ 1.0 となっている。一方同じ地盤条件で 5 階建、基礎幅  $B=60\text{m}$  の場合はスウェイ減衰比 0.2~0.3 に対しスウェイ剛性比約 1.0 のため、 $h^{Sm}/h^G$  は最大 3.0 程度となって両モデルの動的相互作用効果の評価値には大きな差が生じることになる。

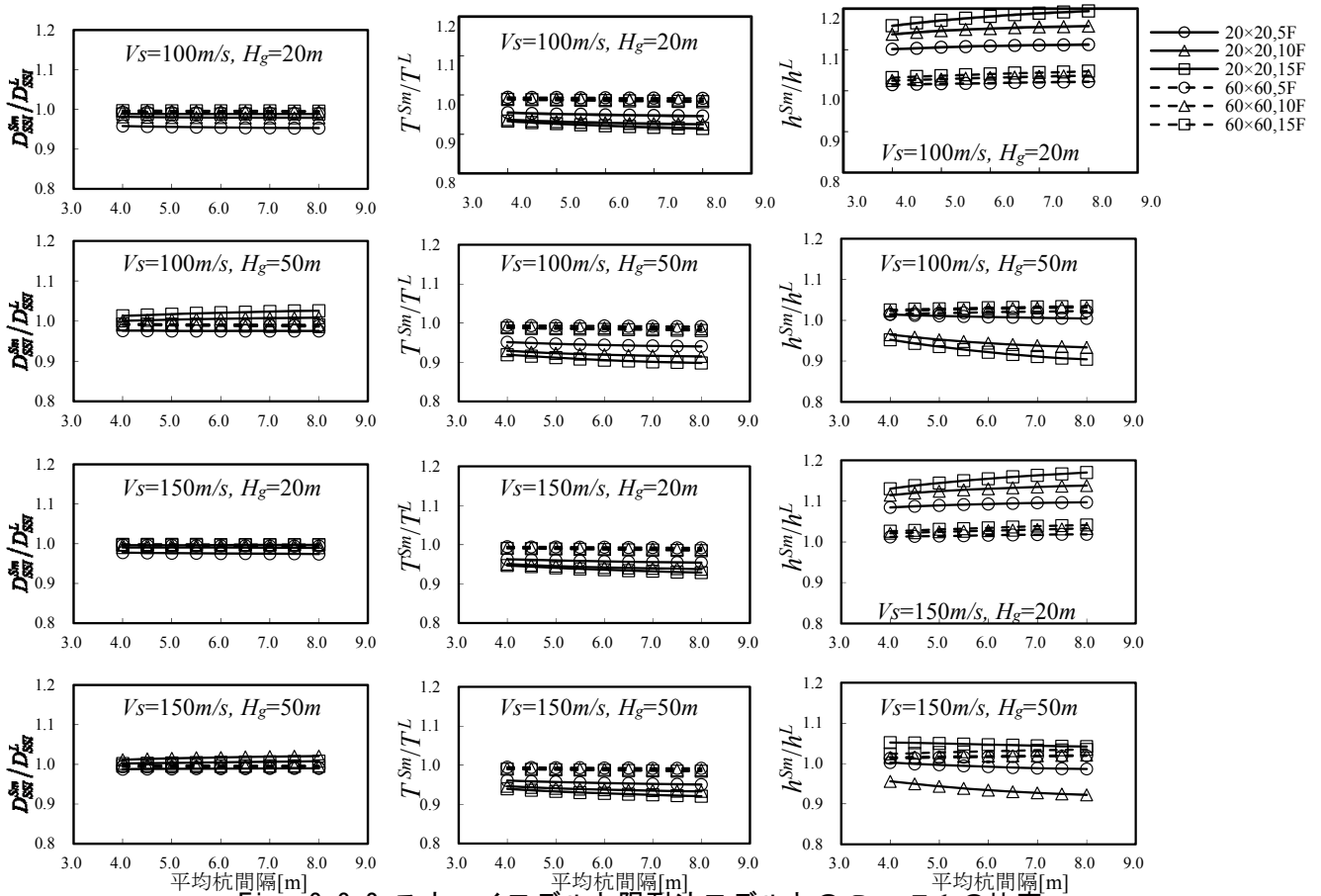


Fig. 3.3-2 スウェイモデルと限耐法モデルとの  $D_{SSI}$ ,  $T$ ,  $h$  の比率

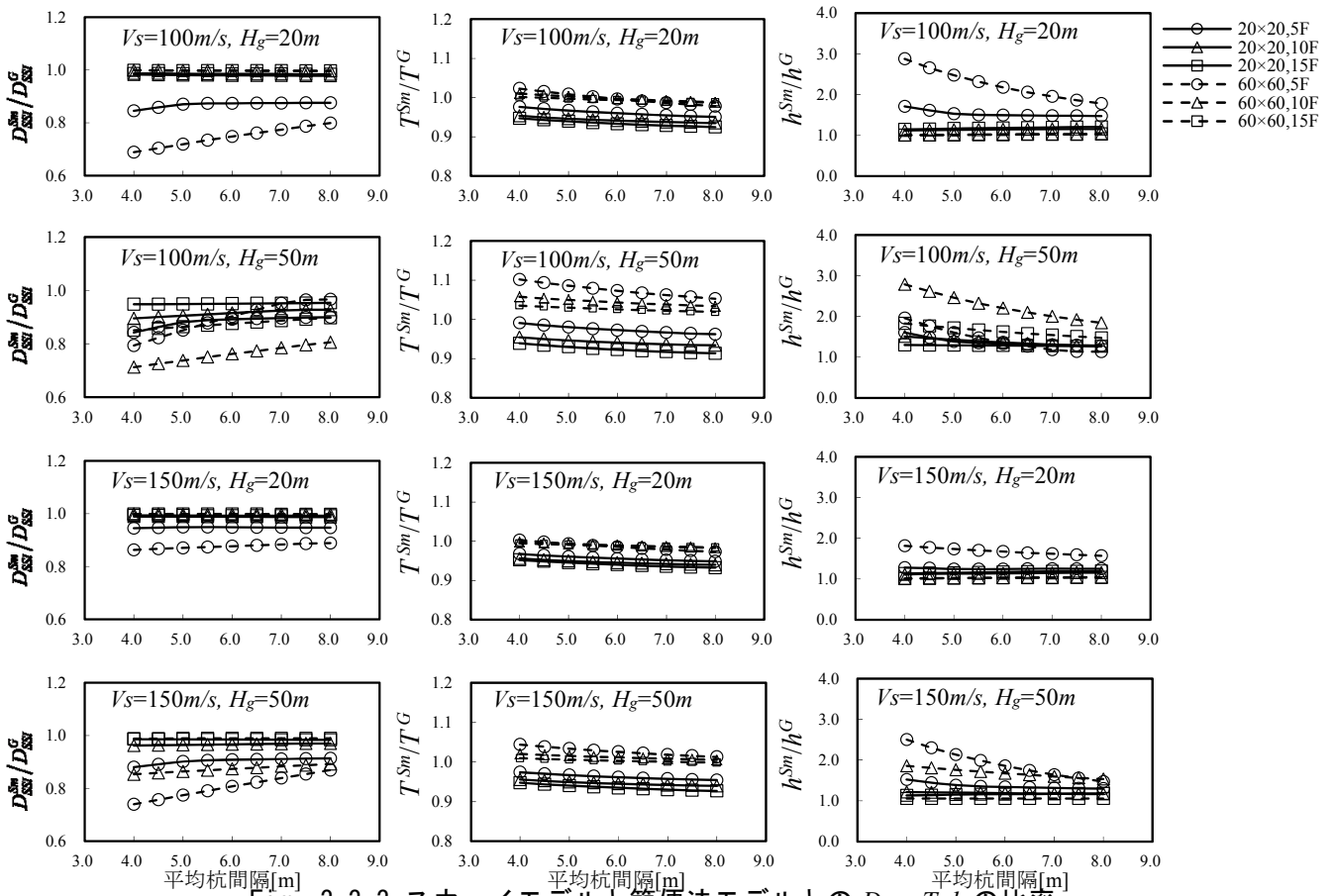


Fig. 3.3-3 スウェイモデルと簡便法モデルとの  $D_{SSI}$ ,  $T$ ,  $h$  の比率

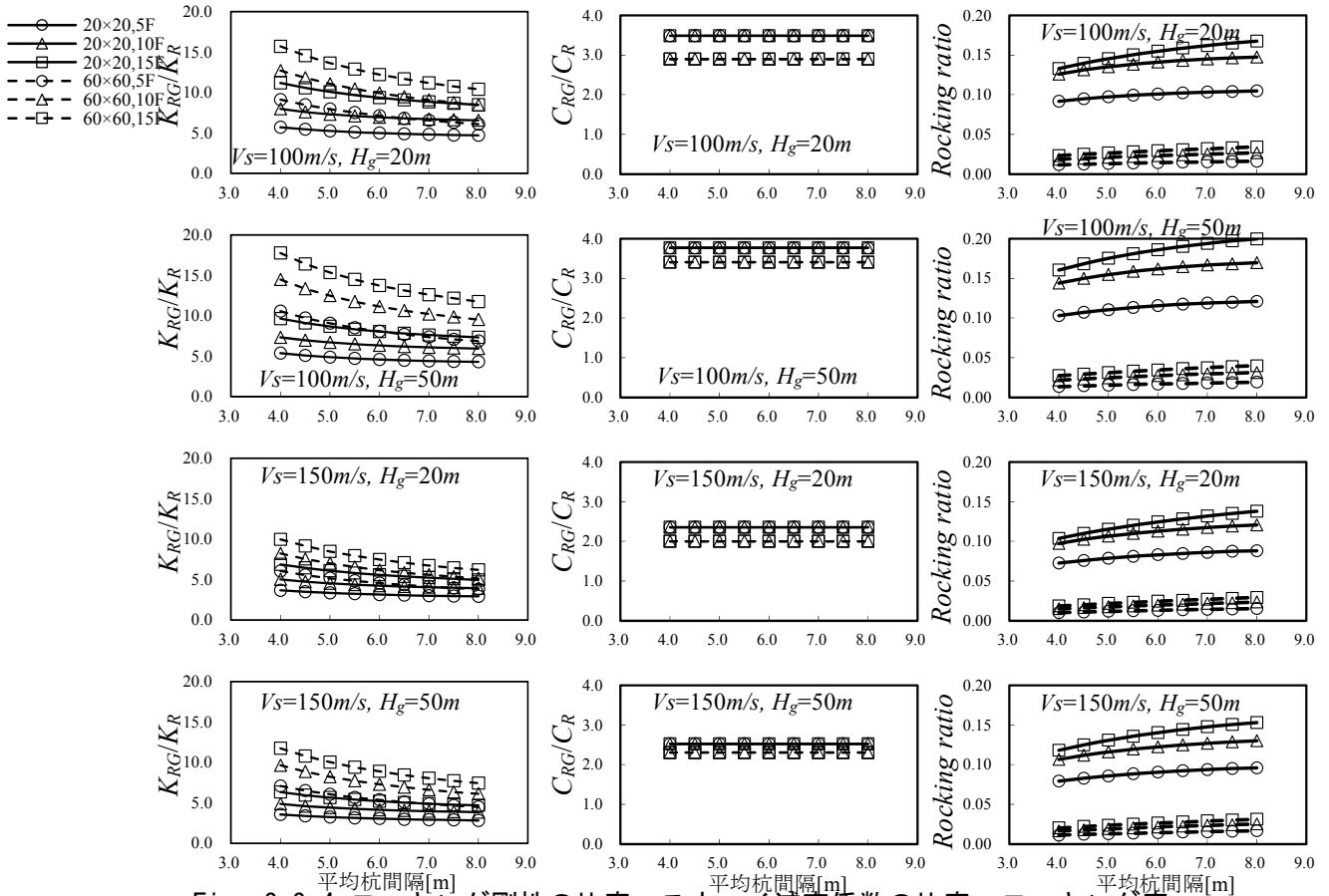


Fig. 3.3-4 ロッキング剛性の比率、スウェイ減衰係数の比率、ロッキング率

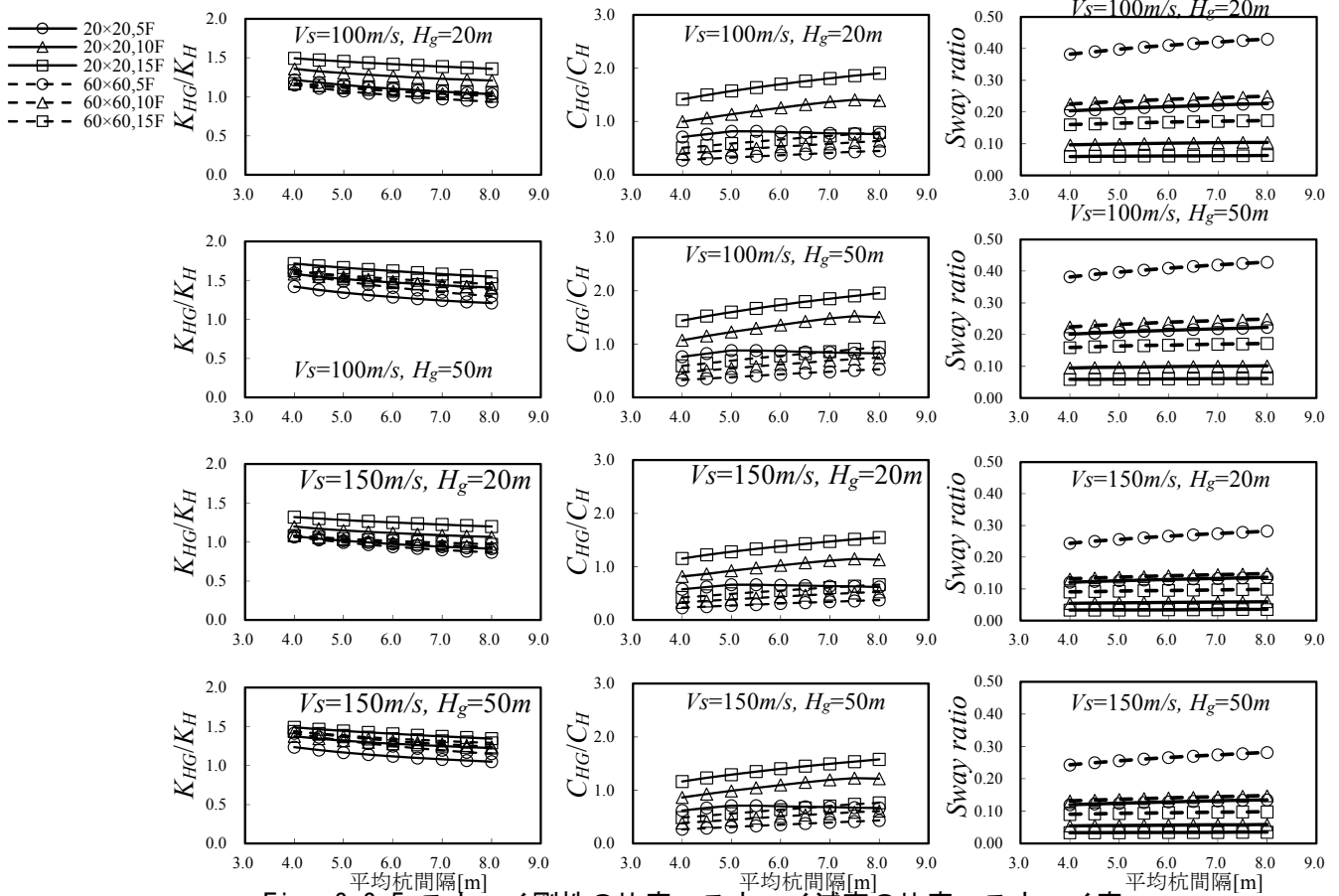


Fig. 3.3-5 スウェイ剛性の比率、スウェイ減衰の比率、スウェイ率

### 3.3.3. 実建物での算定事例

本節では実際の建物において2節と同じように相互作用ばねと各指標を算定する。3.2節で示した日建設計東京ビルを事例として、算定値を比較し、swayモデルの妥当性を検証する。建物・杭の諸元はTable 3.3-3に記す通りである。

本事例での算定結果をTable 3.3-4に示す。各手法で固有周期 $T_E$ 、減衰定数 $h_E$ 、加速度応答比 $D_{SSV}$ のいずれもほぼ同じ値となっている。なお本事例でのロッキング率はX方向：0.028、Y方向：0.034、スウェイ率はX方向：0.052、Y方向：0.034であり、全体変形に占める地盤変形の割合が小さくなっている。これらの結果はFig. 3.3-2, Fig. 3.3-3の3段目のグラフの杭間隔が大きい側での結果と同傾向であり、実建物でもスウェイモデルが適用可能であることを示唆している。

Table 3.3-3 日建設計東京ビルの特性

建物固有周期 $T_0$ [s]	X 方向:1.19 Y 方向:1.47
建物減衰定数 $h_0$ [-]	0.02
建物面積当り重量 $w$ [kN/m <sup>2</sup> ]	(建物)8.0,(基礎)20.0
建物高さ $H$ [m]	59.9(14 階)
基礎幅 $B$ [m]	55.0×28.8
平均杭間隔 $S$ [m]	X 方向:6.4 Y 方向:13.6
杭工法	場所打コンクリート杭(拡底有)
杭コンクリート強度 $F_c$ [N/mm <sup>2</sup> ]	24
杭断面[mm]	$\phi=2000$ (8 本),2200(17 本)
杭長[m]	13m

Table 3.3-4 日建設計東京ビルでの算定結果

	sway model		簡便法モデル		限耐法モデル	
	X	Y	X	Y	X	Y
固有周期 $T_E$ [sec]	1.23	1.50	1.24	1.52	1.25	1.53
減衰定数 $h_E$ [-]	0.018	0.019	0.018	0.018	0.018	0.018
加速度応答比	1.009	1.005	1.011	1.009	1.013	1.010

### 3.3.4. 3.3 節のまとめ

本節では杭基礎建物の設計におけるスウェイモデル適用の妥当性を検証するため、スウェイモデル、限耐法、簡便法による各指標を算定し、その傾向の分析を行った。その結果得られた知見を以下にまとめる。

- ・直接基礎と見なして算定したスウェイモデルにおける動的相互作用効果は、限耐法の SR モデルから算定される相互作用効果とほぼ同等である。よって、スウェイモデルは限耐法と同等に機能するモデルとして設計上有用であると判断できる。
- ・スウェイモデルと限耐法モデルでは、平面規模の小さい建物に対しては固有周期、減衰とも 1~2 割程度の差異があるが、算定される動的相互作用効果には差がない。これは固有周期の増大効果と減衰の効果が互いに打ち消しあっていることによる。
- ・杭の影響を考慮して算定する簡便法モデルは、スウェイモデルや限耐法モデルよりも減衰が小さめであり、結果として動的相互作用による加速度応答比  $D_{SSI}$  の値が大きめに、すなわち動的相互作用効果が小さめに算定される。
- ・スウェイモデルの固有周期は、基礎幅が大きければ限耐法モデル・簡便法モデルとも差は小さい。基礎幅 20m の場合でも最大で 1 割異なる程度で、水平剛性において杭基礎と直接基礎を同等とすることは妥当であると考えられる。
- ・杭基礎のロックンク剛性は直接基礎に比べると非常に大きい。またロックンク率は基礎幅が小さいと最大で 0.20 程度まで大きくなるが、ロックンク率が大きくなっても  $D_{SSI}$  を比較するとスウェイモデルと簡便法モデルでほとんど差がない場合もある。これは、ロックンク率が 0.20 程度まで上昇したとしても固有周期の変動が小さく、加速度応答比  $D_{SSI}$  に与える影響が小さいためであると考えられる。むしろ固有周期の差異よりも減衰の値の差異の幅の方が大きいため、減衰の差異が  $D_{SSI}$  とよく対応している。
- ・一例として算定した実建物事例においてもスウェイモデルと限耐法モデルでの各指標の算定結果は同程度である。

以上から、スウェイモデルは、基礎幅が 20m 程度と比較的小さな建物であっても、杭基礎建物の設計用モデルとして採用することは十分妥当であると考えられる。設計において固有周期や減衰を単独で評価する場合には、1 割程度の差異を有するものと認識する必要があるが、スウェイモデルは限耐法と同等の地震荷重を算定できるモデルであるといえる。



### 3.4. 波動インピーダンスを用いた動的相互作用の評価

本節ではここまで検討した内容を踏まえ、動的相互作用効果を波動インピーダンス比により表すことを行う。このことにより動的相互作用は波動の概念により定式化されることになり、動的相互作用の主たる要因である地盤と建物の柔剛度合とその柔剛度合に応じてもたらされる動的相互作用効果との関係を明示できることになる。

本節での波動状態量の表記の規約を以下に示す。

#### 主記号 $E, F$

- ・  $E$  は上昇波、 $F$  は下降波を表す。

#### 添え字

- ・ 添え字は一つ目が位置( $s$  は建物重心、 $g$  は地盤境界)、二つ目が境界面のどちら側かもしくは、透過成分か反射成分か( $s$  は建物側、 $g$  は地盤側、 $p$  は透過成分、 $r$  は反射成分)を表すものとする。
- ・ ただし一つ目の添え字と二つ目の添え字が同じ場合は二つ目を省略するものとする。  
例えば地盤境界の位置における地盤側の波動は  $E_{gg} \Rightarrow E_g$  とする。

#### 境界面の透過・反射

- ・ 波動インピーダンス比:  $\alpha$ 、透過振幅比:  $p$ 、反射振幅比:  $r$  と表記する。添え字により、どの位置での境界面における振幅比であるかを示す。(  $g$ : 地盤と建物の境界面)

#### 波動エネルギー

- ・ 波動エネルギーを表す場合は主記号の上にチルダ“ $\sim$ ”をつける。

これらを要約すると質点と地盤で以下の様に表記ができる。

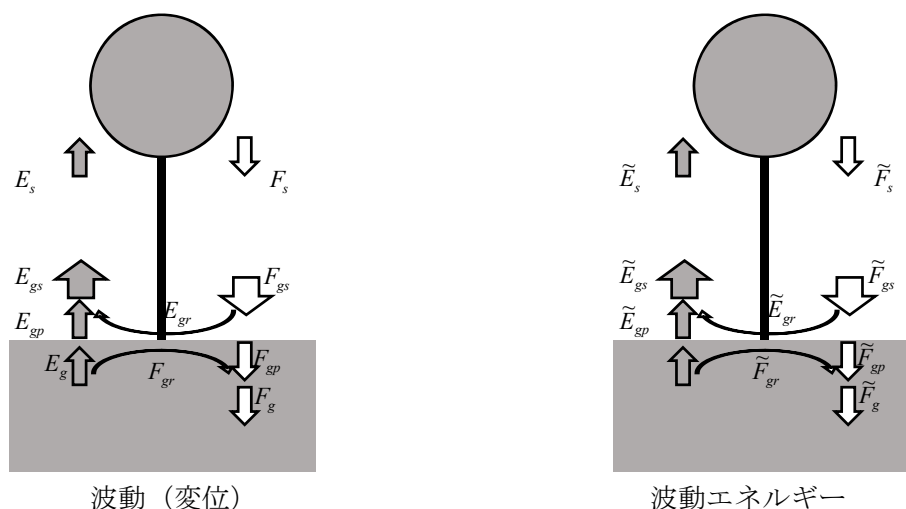


Fig. 3.4-1 地盤と建物の相互作用に関わる波動の表記

### 3.4.1. 動的相互作用の要因の波動インピーダンス比による表現

3.2 節式(3.2.5)に示した通り、動的相互作用による応答比は減衰の増大による第一因子、固有周期の伸びによる第二因子、地盤増幅関数に依存する第三因子の積で表せることが分かった。これらの因子は建物と地盤の硬軟関係によって定まることから、建物と地盤の質点系モデルにおける波動インピーダンスにより表せると考えられる。このうち第一、第二因子を波動インピーダンス比で表す。

SR モデルの固有周期と等価減衰定数は以下で表せる。

$$T_E = T_0 \sqrt{1 + \frac{K_0}{K_{bs}} + \frac{K_0 H_E^2}{K_{br}}} \quad (3.4.1)$$

$$h_E = \left(\frac{T_0}{T_E}\right)^3 \left\{ h_0 + h_{bs} \left(\frac{K_0}{K_{bs}}\right)^{3/2} + h_{br} \left(\frac{K_0 H_E^2}{K_{br}}\right)^{3/2} \right\} \quad (3.4.2)$$

$K_{br}$  は回転成分であり、このままの形では波動インピーダンスを導入によって複雑な形となるため、等価なスウェイばねに置換して考慮するものとする。スウェイロッキングモデルにおいてはスウェイバネとロッキングバネは直列の関係にあるため、等価なスウェイバネ  $K', C'$  は回転慣性  $I$  も考慮して以下の式より求められる。

$$\frac{1}{K_{bs}' + i\omega C_{bs}'} = \frac{1}{K_{bs} + i\omega C_{bs}} + \frac{(H/2)^2}{K_{br} + i\omega C_{br} - \omega^2 I}$$

$$K_{bs}' = \operatorname{Re} \left\{ \frac{(K_{bs} + i\omega C_{bs})(K_{br} + i\omega C_{br} - \omega^2 I)}{(K_{br} + i\omega C_{br} - \omega^2 I) + (K_{bs} + i\omega C_{bs})(H/2)^2} \right\} \quad (3.4.3)$$

$$C_{bs}' = \frac{1}{\omega} \operatorname{Im} \left\{ \frac{(K_{bs} + i\omega C_{bs})(K_{br} + i\omega C_{br} - \omega^2 I)}{(K_{br} + i\omega C_{br} - \omega^2 I) + (K_{bs} + i\omega C_{bs})(H/2)^2} \right\}$$

ここで  $\operatorname{Re}\{\}$  は  $\{\}$  内に示す複素数の実部、 $\operatorname{Im}\{\}$  は虚部をとることを示す。また円柱形の構造物の重心位置を回転中心としたときの回転慣性  $I$  は以下で表せる。

$$I = M \left( \frac{r^2}{4} + \frac{H^2}{12} \right) \quad (28)$$

実際には以下の様にせん断波速度に対して回転による水平方向の変形分を加味することで回転成分による影響を考慮することができる。

$$V_S' = \sqrt{\frac{K_{bs}'}{K_{bs}}} V_S$$

$K_0/K_H$ を波動インピーダンスで整理する。スウェイのばねは以下の様に表せる。

$$K_{bs} = \frac{8\rho V_S^2 R}{2-\nu}$$

$$C_{bs} = \rho V_S \pi R^2 = \frac{2-\nu}{8} \frac{R}{V_S} K_{bs}$$

また質点系の波動インピーダンス比は2章に示した通り、以下の様になる。

$$Z_s = \rho_0 V_0 = \frac{\sqrt{MK_0}}{A} \frac{2}{\pi} \quad (3.4.4)$$

これらを用いると建物と地盤の波動インピーダンス $\alpha$ 比は以下の様に表せる。

$$\alpha^2 = \frac{32}{\pi^3(2-\nu)} \frac{\rho_0}{\rho} \frac{H}{R} \frac{K_0}{K_H}$$

$$\therefore \frac{K_0}{K_H} = \beta \frac{\rho}{\rho_0} \frac{1}{H/B} \alpha^2 \quad \text{ただし} \quad \frac{\pi^3(2-\nu)}{32} \frac{1}{H/R} = \beta \frac{1}{H/B} \text{と置いた}$$

これを式(3.4.1),式(3.4.2)に代入すれば以下の様になる。

$$\frac{T_E}{T_0} = \sqrt{1 + \beta \frac{\rho}{\rho_0} \frac{1}{H/B} \alpha^2} \quad (3.4.5)$$

$$h_E = \frac{h_0 + \frac{\beta^2}{\pi} \left( \frac{\rho}{\rho_0} \frac{1}{H/B} \right)^2 \alpha^3}{\left( 1 + \beta \frac{\rho}{\rho_0} \frac{1}{H/B} \alpha^2 \right)^{3/2}} \quad (3.4.6)$$

上記に含まれる各変数において、 $\beta$ はアスペクト比により定まるため概ね定数であり、また建物と地盤の密度比 $\rho/\rho_0$ と構造物の減衰定数 $h_0$ は3.2節と同様に構造種別が定まれば概ね定数と見做すことができる。よって上記の式の変数は、波動インピーダンス比 $\alpha$ 、建物のアスペクト比 $H/B$ の二つである。

下図に式(3.4.5),式(3.4.6)を横軸 $\alpha$ として書いたグラフを示す。ここではアスペクト比5パターンに応じて曲線を描いている。このグラフにより建物と地盤の波動インピーダンスと動的相互作用効果である固有周期の増大と減衰定数の増大の関係を示すことができる。3.2節に述べた通り、動的相互作用による応答比は固有周期の伸びと減衰の増大により表すことができるため、このグラフの意味するところは波動インピーダンス比によって動的相互作用効果の全体像を明らかにすることができるということである。

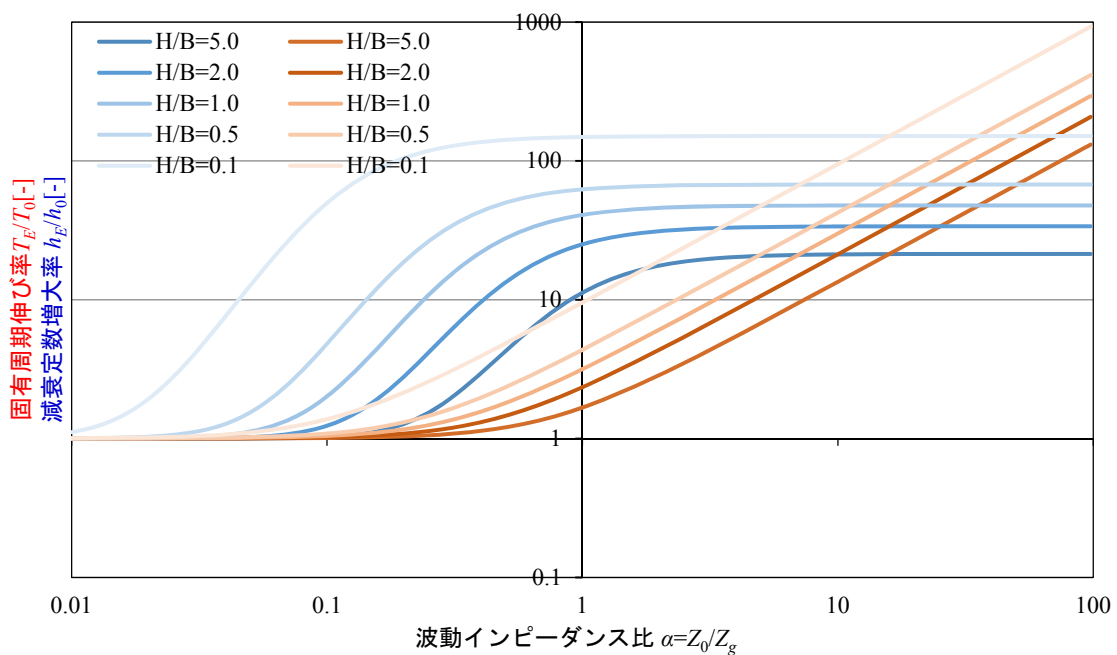


Fig. 3.4-2 波動インピーダンス比 $\alpha$ と相互作用の関係

### 3.4.2. 建物地盤境界における波動エネルギー伝達率

上昇波が下側から境界面に達し、透過する成分と反射する成分が生じる。透過した成分は建物内部を伝播し、頂部に達すると、全反射し、下降に転じる。この波が再び境界面まで下降してくると、再び境界面で透過と反射を生じる。ここで透過する波は地盤へと逃げていく波であり、これが動的相互作用の一つの要因である逸散減衰である。

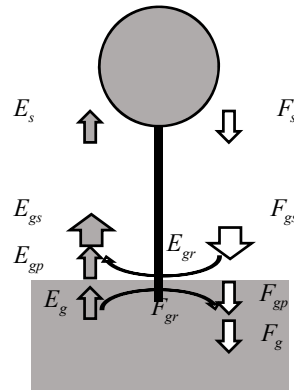
$$\begin{aligned}\tilde{F}_{gp} &= Z_g (p^- \dot{F}_{gs})^2 \\ F_{gs} &= \lambda_s F_s = \lambda_s^2 E_s = \lambda_s^3 E_{gs} = \lambda_s^3 (E_{gp} + E_{gr}) = \lambda_s^3 (p_g^+ E_g + r_g^- F_{gs}) \\ \therefore F_{gs} &= \frac{\lambda_s^3 p^+}{1 - \lambda_s^3 r^-} E_g \\ \frac{\tilde{F}_{gp}}{\tilde{E}_g} &= \frac{Z_g (p^- \dot{F}_{gs})^2}{Z_g \dot{E}_g^2} = (p^-)^2 \left( \frac{\lambda_s^3 p^+}{1 - \lambda_s^3 r^-} \right)^2 = (p^+ p^-)^2 \left( \frac{\lambda_s^3}{1 - \lambda_s^3 r^-} \right)^2\end{aligned}$$

以上から表層地盤上昇波エネルギーのうち反射と逸散により失われる全損失エネルギーは以下の様になる。

$$\begin{aligned}\tilde{F}_{gr} + \tilde{F}_{gp} &= Z_g (r^+ \dot{E}_g)^2 + Z_g (p^- \dot{F}_{gs})^2 = Z_g \dot{E}_g^2 \left\{ (r^+)^2 + (p^+ p^-)^2 \left( \frac{\lambda_s^3}{1 - \lambda_s^3 r^-} \right)^2 \right\} \\ &= Z_g \dot{E}_g^2 \left\{ (1 - p^+ p^-) + (p^+ p^-)^2 \left( \frac{\lambda_s^3}{1 - \lambda_s^3 r^-} \right)^2 \right\}\end{aligned}$$

表層地盤上昇波エネルギーから全損失エネルギーを引いたものが建物内部に取り込まれた波動エネルギーであるから建物の消費エネルギーは以下で表せる。

$$\tilde{E}_g - (\tilde{F}_{gr} + \tilde{F}_{gp}) = Z_s (p^+ \dot{E}_g)^2 \left\{ 1 - \alpha_g \left( \frac{p^+ \lambda_s^3}{1 - \lambda_s^3 r^-} \right)^2 \right\}$$



以下は波動インピーダンス  $\alpha$  を横軸とし境界面における入射波に対する各波動のエネルギーの伝達率を描いたものである。

まず透過エネルギー伝達率は  $\alpha=1.0$  で最大となり、それ以上でも以下でも値は小さくなる。反射エネルギー伝達率は逆に  $\alpha=1.0$  で 0 となって最小となり、それ以上でも以下でも値は大きくなる。すなわち境界面で接する二つの媒質が異なるインピーダンスを持つときには必ず反射波が生じ、その波動エネルギーが生じるということを示している。一方逸散エネルギー伝達率は  $\alpha=1.0$  ではちょうど 1.0 となるが、上部の媒質の方がインピーダンスが小さいときには逸散エネルギー伝達率は 1.0 より小さくなる。実際の建物と地盤の関係においてはほとんどの場合、建物の方がインピーダンスが小さいので逸散エネルギー伝達率は 1.0 を下回る。ここから、逸散しなかったエネルギーは建物の振動として吸収されることになるため、内部粘性減衰や、塑性変形の伴う履歴減衰などによりエネルギーが消費されることになる。

一方波動インピーダンスが 1 より大きくなる場合、逸散エネルギーは入射波のエネルギーよりも大きくなる。またこのとき建物消費エネルギーは負の値を取る。このことは建物からエネルギーが地盤に向かって流れることを意味していると考えられ、これがいわゆる逸散の効果である。実際の建物では  $\alpha$  が 1.0 よりも大きいことはまれであるが、原子力建屋などはコンクリートの塊のような建物であり、このような場合には建屋の方が大きなインピーダンスを取ることも起こりうることであり、特にその逸散減衰の評価が振動性状の分析に重要となる。

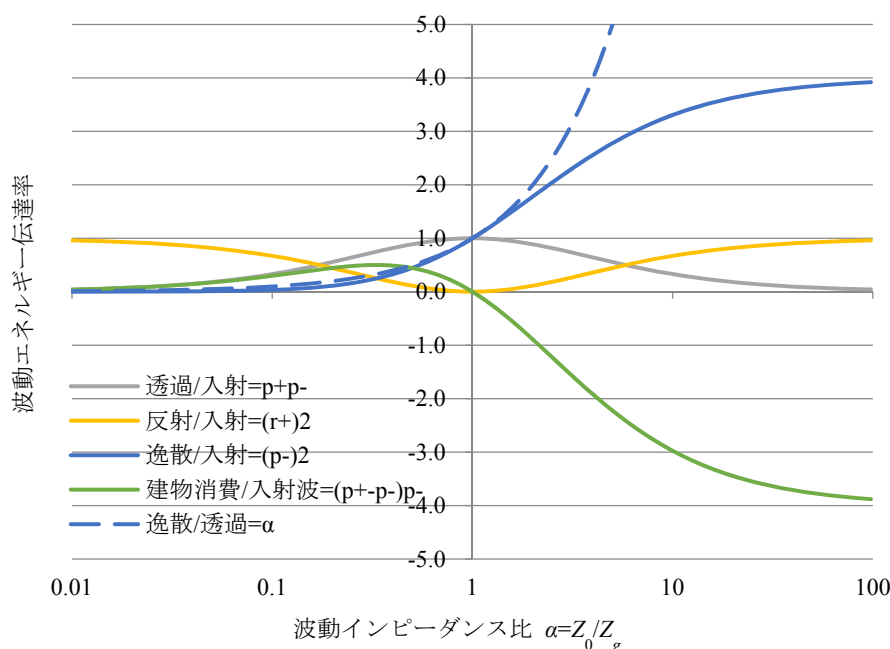


Fig. 3.4-3 波動インピーダンス比  $\alpha$  と波動エネルギーの関係

### 3.5. 波動エネルギーの保存則を用いた地震荷重の設定

本節では表層地盤の増幅関数の性質を用いて地表面における地震荷重を設定する方法を提案する。以下のような各層の密度  $\rho_i$ 、せん断波速度  $V_{Si}$ 、層厚  $H_i$  の平行成層地盤を考える。

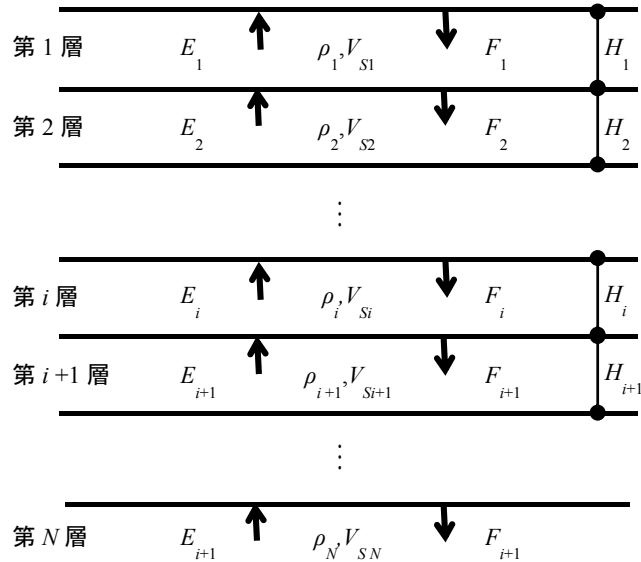


Fig. 3.5-1 並行成層地盤の物性値と上昇波・下降波

#### 3.5.1. 地盤増幅関数の保存量

減衰の無い平行成層地盤におけるエネルギー保存則が文献(54)において平井により詳細に検討されている。波動エネルギーの保存則について平井は以下のような関係が存在することを示している。

$$\rho_1 V_{S1} \left\langle \left| \frac{E_1(\omega)}{E_N(\omega)} \right|^2 \right\rangle = \rho_2 V_{S2} \left\langle \left| \frac{E_2(\omega)}{E_N(\omega)} \right|^2 \right\rangle = \rho_3 V_{S3} \left\langle \left| \frac{E_3(\omega)}{E_N(\omega)} \right|^2 \right\rangle = \dots = \rho_N V_{SN} \left\langle \left| \frac{E_N(\omega)}{E_N(\omega)} \right|^2 \right\rangle \quad (3.5.1)$$

ここで  $\langle |E_i/E_N|^2 \rangle$  は基盤における上昇波に対する第  $i$  層における上昇波の伝達関数パワーの平均値であり、以下で定義される。

$$\left\langle \left| \frac{E_i(\omega)}{E_N(\omega)} \right|^2 \right\rangle = \lim_{\Omega \rightarrow \infty} \frac{1}{\Omega} \int_{-\Omega/2}^{\Omega/2} \left| \frac{E_i(\omega)}{E_N(\omega)} \right|^2 d\omega \quad (3.5.2)$$

式(3.5.2)において  $E_N/E_N=1$  であるから式(3.5.1)から以下の関係が得られる。

$$\left\langle \left| \frac{E_1(\omega)}{E_N(\omega)} \right|^2 \right\rangle = \langle |A_1(\omega)|^2 \rangle = \frac{\rho_N V_{SN}}{\rho_1 V_{S1}} = \alpha_1 \quad (3.5.3)$$

この式(3.5.3)の意味するところは、地盤に減衰がない場合、表層地盤の地盤増幅関数の2乗平均値は中間の層の物性値に関係なく、基盤と最表層のインピーダンス比  $\alpha_1$  のみにより決定されることを意味している。

### 3.5.2. 加速度フーリエ振幅とエネルギースペクトルの等価性

加速度フーリエ振幅はエネルギースペクトルと等価であることが知られている。この等価性によれば、加速度フーリエ振幅の比率である地盤増幅関数はエネルギースペクトルの比率と等価である。したがって式(3.5.3)によれば、地盤の減衰がない場合、基盤と地表面のエネルギースペクトル比  $V_{E,h=0}/V_{EN,h=0}$  の2乗平均値が波動インピーダンス比  $\alpha_1$  に一致することになる。すなわち以下のようなになる。

$$\left\langle \left| \frac{E_1(\omega)}{E_N(\omega)} \right|^2 \right\rangle = \langle |A_1(\omega)|^2 \rangle = \left\langle \left\{ \frac{V_{E,h=0}(\omega)}{V_{EN,h=0}(\omega)} \right\}^2 \right\rangle = \frac{\rho_N V_{SN}}{\rho_1 V_{S1}} \quad (3.5.4)$$

### 3.5.3. 観測記録における地震基盤のエネルギースペクトル

山根らは以下の事実を東北地方太平洋沖地震の観測波形の分析により確認している<sup>57)</sup>。

$$V_{EN}(\omega) \approx 0.50 [m/s] \quad (3.5.5)$$

上記は「2011年東北地方太平洋沖地震の観測地震動に関して、震源断層に近い地域の地震基盤における振幅特性が  $\omega^2$  モデルで評価でき（中略）コーナー周期より短周期側での加速度フーリエ振幅とエネルギースペクトル ( $h=10\%$ ) の上限は約  $0.50m/s$ （中略）であった」との知見が述べられていることによる<sup>57)</sup>。これはエネルギースペクトルやフーリエ振幅スペクトルにおいて、地盤伝達関数の値が概ね 1.0 とみなせるような比較的周期の長い範囲での値を調べることにより導いた観測事実である。 $0.50m/s$  の値について、地震学における震源モデルとして一般的に用いられる  $\omega^2$  モデル<sup>45)</sup>を仮定した際に理論的に与えられるフーリエ振



幅の大きさはおおむね  $0.53\text{m/s}$  となり、観測と対応していることを述べている。山根らはこの理論値を以下の式により、算出している。

$$|\ddot{U}(r_0, f)| = \frac{R_{\theta\phi}}{4\pi\rho V_S^3} \frac{1}{r_0} \Omega_A(f) \quad (3.5.6)$$

ここで各記号は以下のとおりである。

$r_0$	: 震源距離	→	$r_0 = L$ と仮定 <sup>41)</sup>
$R_{\theta\phi}$	: ラディエーションパターン係数	→	$R_{\theta\phi} = 0.63$ <sup>59)</sup>
$\rho, V_S$	: 地殻密度およびせん断波速度	→	$\rho = 2.8\text{t/m}^3, V_S = 3.8\text{km/s}$ <sup>60)</sup>
$\Omega_A$	: $\omega^2$ モデルのフーリエ振幅	→	$\Omega_A = M_0 (2\pi f_c)^2$ <sup>45)</sup>
$M_W$	: モーメントマグニチュード		
$M_0$	: 地震モーメント	→	$\log M_0 = 1.5M_W + 9.1$ <sup>61)</sup>
$\tau_c$	: 立ち上がり時間	→	$\tau = 4.3 \times 10^{-7} M_0^{1/3}$ <sup>62), 41)</sup>
$f_c$	: コーナー振動数	→	$f_c = 1/\pi\tau_c$

文献 57) では東北地方太平洋沖地震の断層長さを  $450\text{km}$  として、上記の各値を式(3.5.6)に代入すれば  $|\ddot{U}(r_0, f)| = V_E \doteq 0.53\text{m/s}$  が得られる。この値は地震の規模によらず一定となる。その理由は次による。断層長さ  $L$  と地震モーメント  $M_0$  の間には  $M_0 \sim L^3$  として知られるスケーリング則が成立している。一方、式(3.5.6)のフーリエ振幅は、立ち上がり時間を考慮すると  $\Omega_A = M_0 (2\pi f_c)^2 \sim M_0^{1/3}$  となる。 $r_0 = L$  と仮定しているため、式(3.5.6)の第二、第三因子は互いに反比例の関係にあり、その積は一定値となる。したがって式(3.5.6)は全体として定数の値をとることになる。

式(3.5.5)を式(3.5.4)に用いれば以下の通りとなる。

$$\left\langle \left\{ \frac{V_{E,h=0}(\omega)}{0.50} \right\}^2 \right\rangle = \frac{\rho_N V_{SN}}{\rho_1 V_{S1}} \quad (3.5.7)$$

$$\therefore \sqrt{\left\langle \left\{ V_{E,h=0}(\omega) \right\}^2 \right\rangle} = \sqrt{\frac{\rho_N V_{SN}}{\rho_1 V_{S1}}} \times 0.50 [\text{m/s}]$$

この式は地盤に減衰がない場合の地表面のエネルギースペクトルの rms 値が地表と地震基盤の波動インピーダンス比  $\alpha_1$  だけで決定できることを意味する。

### 3.5.4. 表層地盤の減衰による影響

式(3.5.1)は減衰がない場合を仮定しており、減衰があるとした場合には式(3.5.1)の仮定は成り立たない。そこで減衰の影響を近似的に考慮する。式(3.5.3)は減衰のない地盤増幅関数の2乗積分平均値を求めたものである。ここでは減衰のある地盤増幅関数の2乗積分平均値を近似的に求めるものとする。

2層地盤の伝達関数  $A(\omega)$  は以下で表される。

$$|A(\omega)| = \frac{2}{\left| (1+\alpha)e^{i\frac{\omega H}{V_s\sqrt{1+2hi}}} + (1-\alpha)e^{-i\frac{\omega H}{V_s\sqrt{1+2hi}}} \right|} \quad (3.5.8)$$

$h \gg 1$  であることから、マクローリン展開を利用すると  $\sqrt{1+2hi} \approx 1-hi$  となるため以下の様に整理できる。

$$|A(\omega)| = \frac{2}{\left| (1+\alpha)e^{i\frac{\omega H}{V_s} + h\frac{\omega H}{V_s}} + (1-\alpha)e^{-i\frac{\omega H}{V_s} - h\frac{\omega H}{V_s}} \right|} \quad (3.5.9)$$

ここで式(3.5.9)において exponential の指数のうちで虚部の部分が増幅関数の凹凸形状を決定する要素となっている。すなわちこの虚部の値を  $0$  から  $2\pi$  の間で一定値を取れば増幅関数の凹凸形状を取り除いた包絡形状を定めることができる。増幅関数の上部の包絡線と下部の包絡線は以下のように求められる。

上部包絡線  $A_U(\omega)$

$$e^{i\frac{\omega H}{V_s}} = i \quad \text{すなわち} \quad \frac{\omega H}{V_s} = \frac{\pi}{2} \quad \text{のとき}$$

$$A_U(\omega) = \frac{2}{\left| (1+\alpha)e^{h\frac{\omega H}{V_s}} - (1-\alpha)e^{-h\frac{\omega H}{V_s}} \right|}$$

下部包絡線  $A_L(\omega)$

$$e^{i\frac{\omega H}{V_s}} = 1 \text{ すなわち } \frac{\omega H}{V_s} = 0 \text{ のとき}$$

$$A_L(\omega) = \frac{2}{\left| (1+\alpha)e^{i\frac{\omega H}{V_s}} + (1-\alpha)e^{-i\frac{\omega H}{V_s}} \right|}$$

地盤増幅関数とその包絡線の一例として、Fig. 3.5-2 の 2 層地盤モデルについて描いたものが Fig. 3.5-3(a), Fig. 3.5-3(b)である。

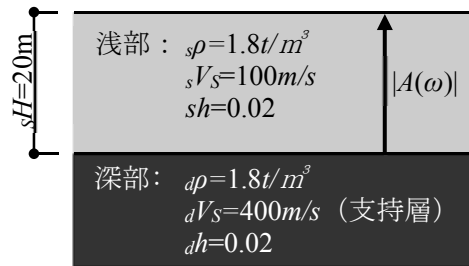


Fig. 3.5-2 2 層地盤モデルの諸元

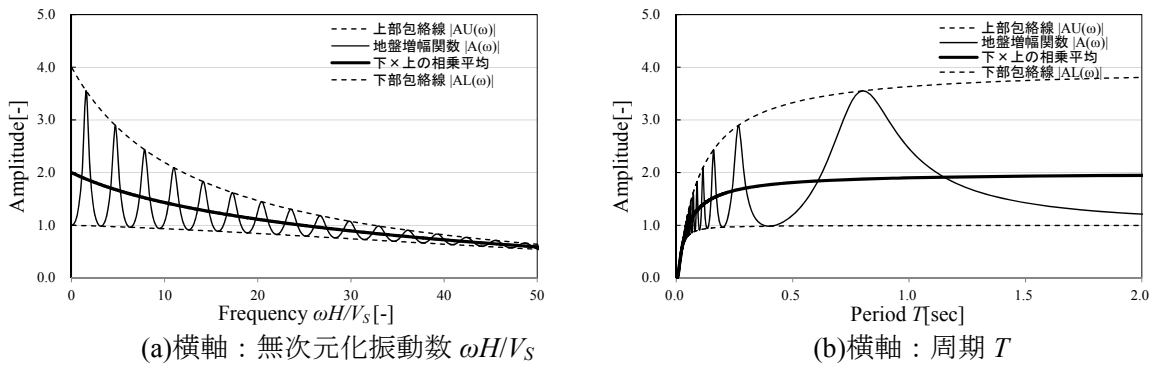


Fig. 3.5-3 2 層地盤の地盤増幅関数とその包絡線

Fig. 3.5-3 には地盤増幅関数を描くとともに、上部包絡線と下部包絡線の相乗平均曲線（以降相乗平均曲線と呼ぶ）も示している。上述の通り、本節で求めたいのは減衰のある地盤増幅関数の 2 乗積分値であるが、この積分は解析的に求めることはできないため、近似的に求めることにする。そこで地盤増幅関数の 2 乗積分値の近似値として相乗平均曲線の 2 乗積分値を採用することにする。

Fig. 3.5-2 の 2 層地盤モデルについての地盤増幅関数と相乗平均曲線の 2 乗積分値を台形積分により求めた結果を Fig. 3.5-4 に示す。両者が概ね一致していることが確認できる。

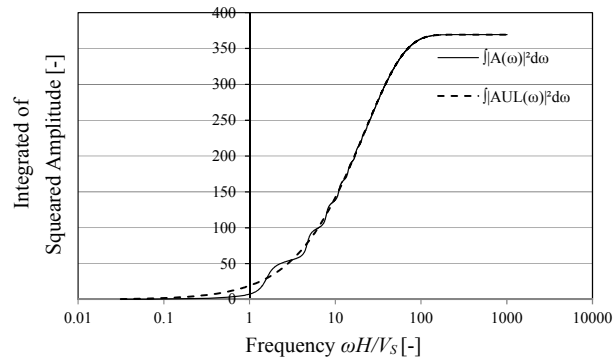


Fig. 3.5-4 2層地盤の地盤増幅関数と相乗平均曲線の2乗積分値

相乗平均曲線の積分値は以下のように解析的に求めることができる。

$$\int \{A_{UL}(\omega)\}^2 d\omega = \int \frac{4}{(1+\alpha)^2 e^{\frac{2h\omega H}{V_s}} - (1-\alpha)^2 e^{-\frac{2h\omega H}{V_s}}} d\omega \quad (3.5.10)$$

ここで  $X = e^{\frac{2h\omega H}{V_s}}$  とおくと  $\frac{1}{X} dX = 2h \frac{H}{V_s} d\omega$  であることを用いると以下のようになる。

$$\begin{aligned} \int A_{UL}(\omega) d\omega &= \frac{2V_s}{hH} \int \frac{1}{(1+\alpha)^2 X^2 - (1-\alpha)^2} dX = -\frac{2}{(1-\alpha)^2} \frac{V_s}{hH} \int \frac{1}{1 - \left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)^2 X^2} dX \\ &= -\frac{1}{1-\alpha^2} \frac{V_s}{hH} \ln \left| \frac{1 + \frac{1+\alpha}{1-\alpha} X}{1 - \frac{1+\alpha}{1-\alpha} X} \right| + C \quad (C \text{ は積分定数}) \end{aligned}$$

Fig. 3.5-4 における積分値の一致は1つの計算例であるが、 $\alpha$  以外の変数については一般性があると考えられる。式(3.5.10)は $\omega$  についての積分であるが、 $h\omega H/V_s$  について積分しても積分値は定数倍されるのみなので、結果には変化がないといえるからである。そこで $\alpha$  の値を0~1の間で変動させて積分値を計算した結果を Table 3.5-1 に示す。

Table 3.5-1 地盤増幅関数と相乗平均曲線の2乗積分値の比較

$\alpha$	地盤増幅関数の 2乗積分値 $\int_0^{\infty}  A(\omega) ^2 d\omega$	相乗平均曲線の 2乗積分値 $\int_0^{\infty} \{A_{UL}(\omega)\}^2 d\omega$	error
0.03	838.7	868.7	-3.58%
0.10	578.1	581.2	-0.54%
0.20	418.5	419.0	-0.12%
0.50	231.1	231.0	0.05%
0.60	199.6	199.5	0.05%
0.80	155.1	154.9	0.09%
0.95	131.6	131.5	0.10%

$\alpha$  がかなり小さい 0.03 の場合には誤差が 3.58% とやや大きくなるが、そのほかの場合では誤差は 1% 以下となっているため、両者は十分一致度が高いと言える。この  $\alpha = 0.03$  という値は、例えば表層の密度  $\rho = 1.8 \text{ t/m}^3$ 、せん断波速度  $V_s = 150 \text{ m/s}$ 、基盤の密度  $\rho = 2.7 \text{ t/m}^3$ 、せん断波速度  $V_s = 3000 \text{ m/s}$  のときに  $\alpha = (\rho_s V_s / \rho_a V_s) = 0.033$  となる。これは地震基盤の上に、建築物が置かれる最表層の地盤が直接載っているような極端な状態を表すことになるため、実際の地盤において考えられる波動インピーダンスとしては起こりえないものである。そのため  $\alpha = 0.10$  程度で十分な精度が得られていると考えれば地盤増幅関数の近似値として相乗平均曲線を用いることは工学的には問題ないと考えられる。

### 3.5.5. 設計用地震荷重の設定方法

以上の内容をまとめ、地震荷重の設定方法の骨格として以下のような方法が考えられる。

#### 基礎固定 1 質点系の加速度応答スペクトル(=せん断力係数 $C_0$ )

加速度応答スペクトル  $S_a$  とエネルギースペクトル  $V_E$  との変換 [3.2 節、式(3.2.2)]

$$S_a = \frac{1}{\sqrt{1+4n\pi h}} \omega V_E$$

地表面レベルのエネルギースペクトル  $V_E$  [式(3.5.7)]

$$V_E = \langle A_{UL}(\omega) \rangle V_{EN}$$

地表面レベルのエネルギースペクトル  $V_{EN}$  [式(3.5.5)]

$$V_{EN} = 0.50[m/s]$$

地震基盤から地表面までの地盤による増幅率  $\langle A_{UL}(\omega) \rangle$  (相乗平均曲線の 2 乗平均値)

$$\langle A_{UL}(\omega) \rangle = \sqrt{\frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \frac{-1}{1 - \alpha^2} \frac{V_S}{hH} \left[ \ln \alpha \left| \frac{1 + \frac{1+\alpha}{1-\alpha} X}{1 - \frac{1+\alpha}{1-\alpha} X} \right| \right]_{X_{\omega_1}}^{X_{\omega_2}}}$$

ここで  $X = \exp(2h\omega H/V_S)$ 、 $\omega_1 \sim \omega_2$  は地震荷重を求める構造物系の固有振動数を含む角振動数のある範囲とする。

$V_S$  : せん断波速度の地震基盤から地表面までの層厚平均値

$h$  : 地盤減衰の地震基盤から地表面までの層厚平均値

$H$  : 地震基盤から地表面までの合計の層厚

以上により建物の 1 質点系の基礎固定時の設計用地震荷重の大きさを定めることができる。ここで求められる地震荷重に 3.2 節、3.3 節での相互作用による応答比を乗じたものが、本論文で提案する設計用地震荷重の全体像である。

Fig. 3.5-5 に地震荷重を算定した例を示す。細線は建築基準法における  $C_0=1.0$  を  $S_a=1200\text{gal}$  相当としたときの  $R_tC_0$  の値を地盤種別ごとに示す。また太線は前ページまでの手法によって地震荷重を算定したものである。地盤は3.2節で用いた深部地盤上に表層地盤をそれぞれ第一種：せん断波速度  $V_S=250\text{m/s}$ 、層厚 10m、第二種：せん断波速度  $V_S=200\text{m/s}$ 、層厚 20m、第一種：せん断波速度  $V_S=150\text{m/s}$ 、層厚 30m としている。本手法は相乗平均を用いる形で全体を平滑化しているため、特に周期の長い領域では基準法の地震荷重の方が算定値が大きい。これは基準法の算定値が多くの実地震記録の応答スペクトルを包絡して求められたものであることによる。逆に短周期の領域では本手法の方が大きな加速度を示している。

Fig. 3.5-6 には 3.2 節に述べた動的相互作用の設計用評価式を考慮した場合の本節の手法による地震荷重を示す。建物のアスペクト比を 0.5~2.0 まで変化させている。H/B=1.0 の周期 0 に近いごく短周期の領域において建築基準法の地震荷重とほぼ同等となっている。

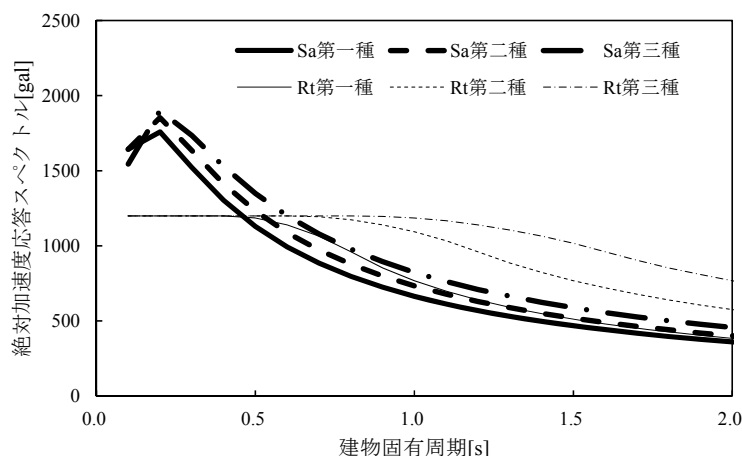


Fig. 3.5-5 本手法による加速度応答スペクトルと基準法の地震荷重

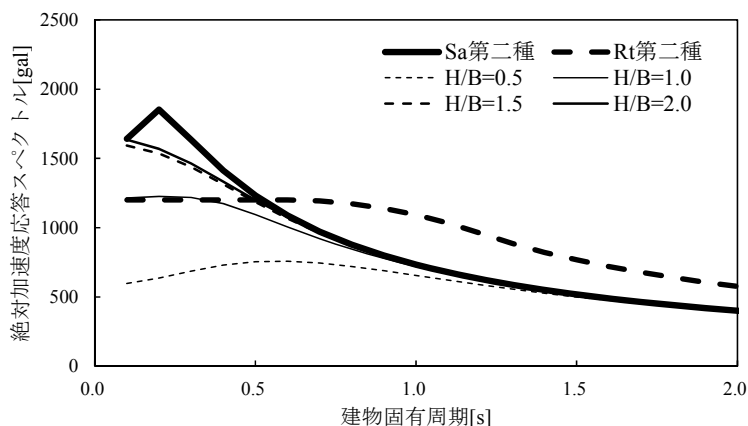


Fig. 3.5-6 動的相互作用を考慮した本手法の地震荷重

### 3.6. 3章のまとめ

本章では動的相互作用が設計においては現状の設計体系に積極的には組み込まれていないとは言えない状況を鑑み、設計用の動的相互作用評価式の提案と相互作用も含めた設計用地震荷重の設定方法の提案を行った。以下に本章で得られた知見をまとめる。

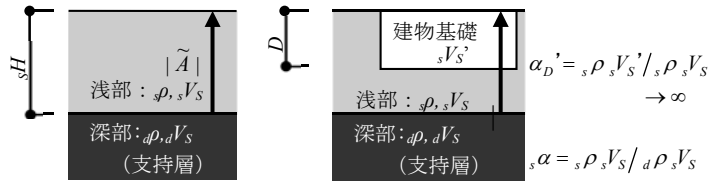
- ・慣性の相互作用と入力 of 相互作用の両方を統一的に表現できる設計用評価式の提案を行いその有用性を確認した。提案式は設計用として扱いやすくするため、限られたパラメータのみで表現することができるものである。また慣性の相互作用、入力 of 相互作用ともに地盤増幅関数の平滑化の概念を用いて、両者を統一的に表現することができた。
- ・提案した設計用評価式を、杭基礎建物の振動解析モデルとしてスウェイモデルを採用することにより、直接基礎のみを対象としていた 3.2 節での設計用評価式を、格段に多くの建物に適用できるようにその対象建物範囲を拡張した。
- ・2 章の内容も踏まえて動的相互作用と波動インピーダンスの関係性を整理した。
- ・平行成層地盤の地盤増幅関数の性質、および、山根らによる地震観測記録の分析による地震基盤でのエネルギースペクトルの大きさに関する知見に加え、地盤に減衰がある場合地盤増幅率を地盤増幅関数の相乗平均曲線の 2 乗平均値を利用し、地震荷重を設定する方法を述べた。

以上が 3 章で得られた知見である。これらの知見は現行法における設計用地震荷重に対してこれまでの最新の知見の多くを盛り込んだものであり、今後の建築構造物の設計において扱いやすさと実現象の再現性の両面から有益であると考えられる。



### 補遺 式(3.2.17)の導出

本文式(3.2.17)の導出過程を示す。2層地盤を付図1の通り設定する。



$\alpha_D' = \rho_s V_s' / \rho_s V_s = V_s' / V_s$  : 基礎底面での波動インピーダンス比  
 $\alpha = \rho_s V_s / a \rho_s V_s$  : 支持層上面の波動インピーダンス比

付図1 自由地盤系・拘束地盤系と2層モデル

自由地盤系における表層1層の伝達関数  $|\tilde{A}(T)|$  は式(A1)で表される。ここでは三角関数の合成を行うため、指数関数でなく、三角関数で地盤増幅関数を表記するものとする。

$$|\tilde{A}(T)| = \frac{1}{\left| \cos \frac{\omega_s H}{s V_s} + i \alpha \sin \frac{\omega_s H}{s V_s} \right|} \quad (A1)$$

一方、拘束地盤系の伝達関数  $|A_{fix}(T)|$  は式(A2)となる。

$$|A_{fix}(T)| = \frac{1}{\left| \cos \frac{\omega D}{s V_s'} \left\{ \cos \frac{\omega (s H - D)}{s V_s} + i \alpha \sin \frac{\omega (s H - D)}{s V_s} \right\} + i \alpha_D' \sin \frac{\omega D}{s V_s'} \left\{ i \sin \frac{\omega (s H - D)}{s V_s} + \alpha \cos \frac{\omega (s H - D)}{s V_s} \right\} \right|} \quad (A2)$$

式(A2) に  $\alpha_D' = V_s' / V_s$  を代入し以下のように変形する。

$$|A_{fix}(T)| = \frac{1}{\left| \cos \frac{\omega D}{s V_s'} \left\{ \cos \frac{\omega (s H - D)}{s V_s} + i \alpha \sin \frac{\omega (s H - D)}{s V_s} \right\} + i \frac{\omega D}{s V_s'} \frac{V_s'}{\omega D} \sin \frac{\omega D}{s V_s'} \left\{ i \sin \frac{\omega (s H - D)}{s V_s} + \alpha \cos \frac{\omega (s H - D)}{s V_s} \right\} \right|}$$

$s V_s' \rightarrow \infty$  とするとき、分母第1項においては  $\cos(\omega D / s V_s') = 1$  となり、第2項においては  $(s V_s' / \omega D) \cdot \sin(\omega D / s V_s') = 1$  となって消去され、実部虚部を整理したうえで三角関数の合成を

行うと以下の式(A3)となる。

$$|A_{fix}(T)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega D}{sV_S}\right)^2}} \frac{1}{\left| \cos\left\{\frac{\omega(sH-D)}{sV_S} + \theta\right\} + i_s \alpha \sin\left\{\theta + \frac{\omega(sH-D)}{sV_S}\right\} \right|} \quad (A3)$$

式(A1), (A3)の比を取ると式(A4)のようになる。

$$\frac{|A_{fix}(T)|}{|\tilde{A}(T)|} = \frac{1}{\underbrace{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega D}{sV_S}\right)^2}}_{\text{第一因子}}} \frac{\left| \cos \frac{\omega}{sV_S} + i_s \alpha \sin \frac{\omega sH}{sV_S} \right|}{\underbrace{\left| \cos\left\{\frac{\omega(sH-D)}{sV_S} + \theta\right\} + i_s \alpha \sin\left\{\frac{\omega(sH-D)}{sV_S} + \theta\right\} \right|}_{\text{第二因子}}} \quad (A4)$$

ここで  $\theta = \tan^{-1}(\omega D/sV_S)$  である。式(A4)の第一因子は自由地盤系と拘束地盤系の伝達関数の大きさの比率であり、第二因子は自由地盤系と拘束地盤系の伝達関数の位相差  $\theta - \omega D/sV_S$  に依存する関数である。3.2.3 節,式(3.2.5)の第三因子と同様の理由で式(A4)を平滑化したもので代表させるため、第一因子のみ取って  $\tilde{u}_s/\tilde{u}$  を評価するものとする。

$$\frac{\tilde{u}_s}{\tilde{u}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega D}{sV_S}\right)^2}} \quad (A5)$$

## 第4章 実在建物を対象とした波動伝播解析による評価検証

### 4.1. はじめに

本章での議論を展開するにあたり、これまでの考察内容を改めて要約する。

2章では質点系の波動伝播解析の方法を示し、質点系の持つ性質からどのようにその挙動が決定されるかを検証した。これにより超高層建築物を模擬した多くの質点を持つモデルを対象に波動伝播解析を行い、質点系のモードとその波動的な性質を考察した。

また3章では建物と地盤の相互作用効果を評価するための方法を提案した。ここでは地盤増幅関数を平滑化するという考えを用いている。また波動伝播と動的相互作用の関係性を論じることで、地震荷重を設定する方法を波動伝播の概念を用いて提案した。

以上のような検証を踏まえ、本章では前章までに展開した考え方を応用して、筆者が構造設計・構造解析を行った実在建物について波動伝播解析による検証と動的相互作用効果の検証を行う。

本章の目的は第一に、波動伝播解析とその検証により、実在建物の一様でない各層の物性により生じる複雑な波動伝播現象を定量的に明らかにし、その度合いを評価することである。第二に、3章で提案した動的相互作用効果を実在建物において求め、地盤と建物の関係からどの程度の相互作用効果が生じているかを明らかにすることである。

4.2節に解析対象建物の概要を示し、4.3節に解析・検証の結果を示す。

## 4.2. 検証対象建物の概要

対象とする建物 A と建物 B は都内の大学キャンパスに建つ大学施設である。建物 A には、地震観測システムが搭載されており、竣工以来多くの地震記録を蓄積している。

建物 A は、地上 14 階（高さ 61.0m）、地下 1 階、平面規模は 87m×50m である。大地震時でも無被害かつ建物の継続使用が可能となる耐震グレードを有する鉄骨造免震構造建築物であり、地下 1 階を駐車場として使用するため、地下 1 階柱の上に免震部材を設置する方式（柱頭免震）を採用している。コア部は、地震時の免震層変位の影響を受けない建築計画が可能となるよう、地下 1 階床下に免震装置を設置している。これにより、縦シャフト等は、非免震構造と同等の建築計画が可能となっている。

建物 B はアンボンドブレースを有する鉄骨造制振建物である。50m×30m 程度の整形なブレース付ラーメン構造である。保有水平耐力は必要保有水平耐力の 1.25 倍である。構造特性係数は  $D_s=0.3$  である。



Photo 4.2-1 建物 A（写真左側の建物）および建物 B（写真右側の建物）

建物 A の諸元は以下の通りである。

建築面積： 4,700 m<sup>2</sup>  
延床面積： 35,000 m<sup>2</sup>  
基準階床面積： 1,600 m<sup>2</sup>  
容積率： 354.0 %  
階数： 地下 1 階、地上 14 階、塔屋 1 階  
建物高さ： 軒高 SGL +59.9m  
最高部 SGL +61.0 m  
基礎深さ SGL -6.4 m  
基準階階高： 4.0m (7~14 階)

#### 構造種別

- ・基礎： 鉄筋コンクリート造
- ・地業： 杭地業（鋼管杭プレボーリング拡大根固め工法 鋼管杭 1000 φ）
- ・架構： 鉄骨造（柱は CFT 構造柱）
- ・床： 鉄筋コンクリート造

耐震設計：地下 1 階柱頭免震構造、耐震間柱付ラーメン架構

免震部材：天然ゴム系積層ゴムアイソレータ 1000 φ、鉛プラグ入り積層ゴムアイソレータ 1000□、1100□、鉛ダンパーU2426、オイルダンパー1000kN タイプ

Fig. 4.2-1～Fig. 4.2-5 に建物 A の構造計画概要図、床梁伏図、軸組図を示す。

地盤の概要は 4.3 節に示す。

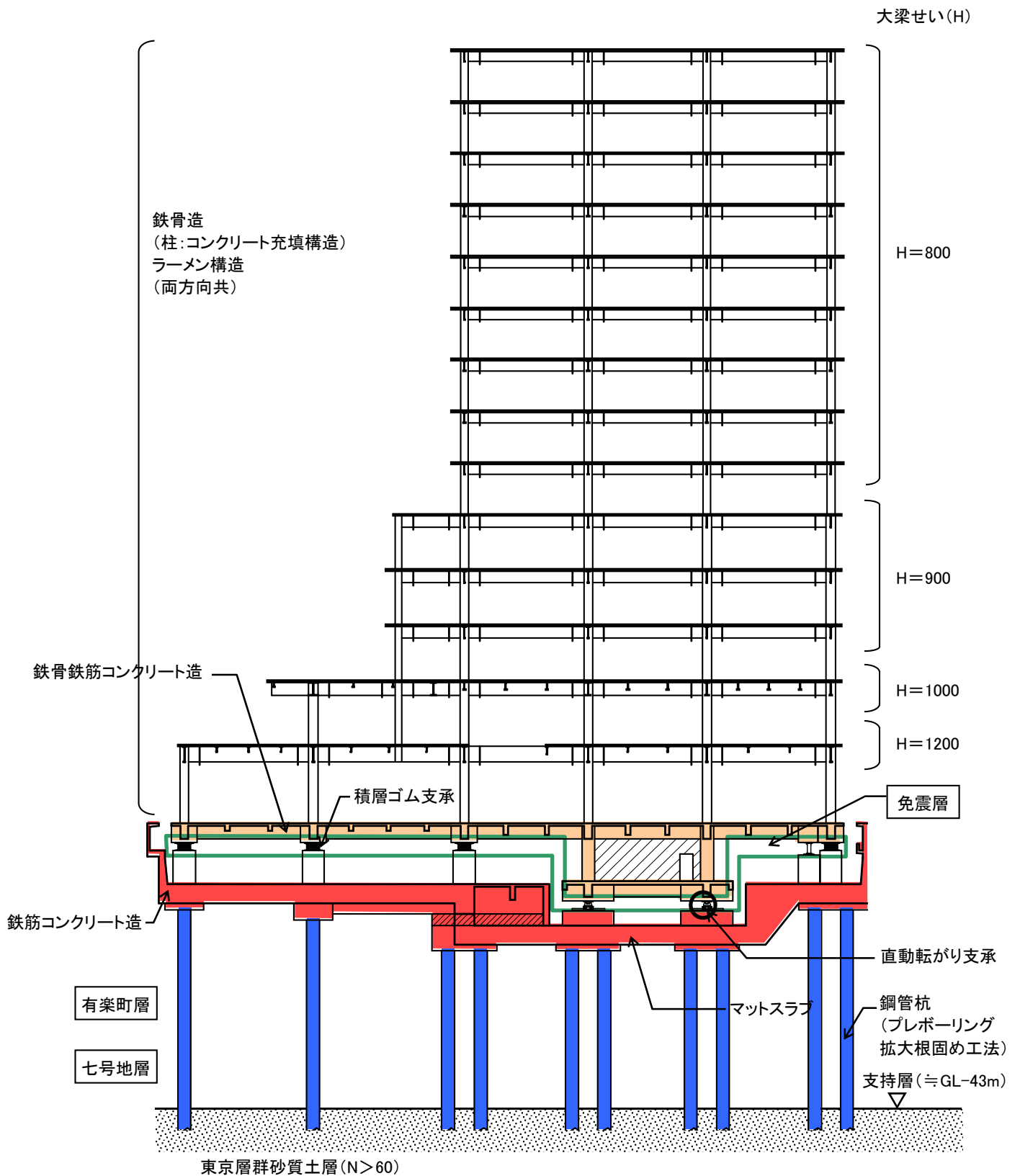


Fig. 4.2-1 建物 A : 構造計画概要図

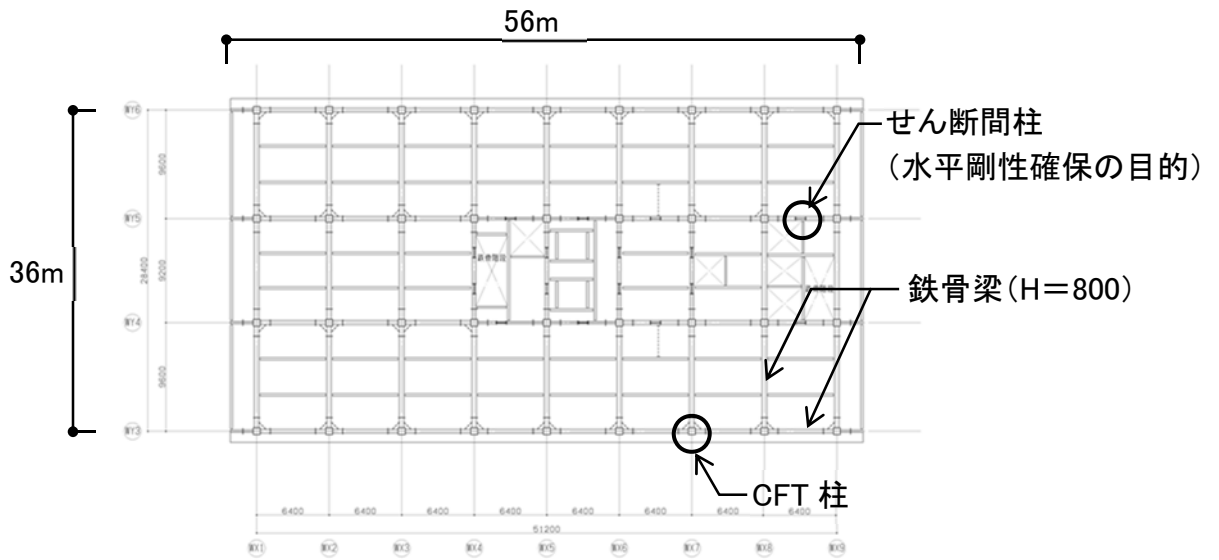


Fig. 4.2-2 建物 A : 基準階床梁伏図

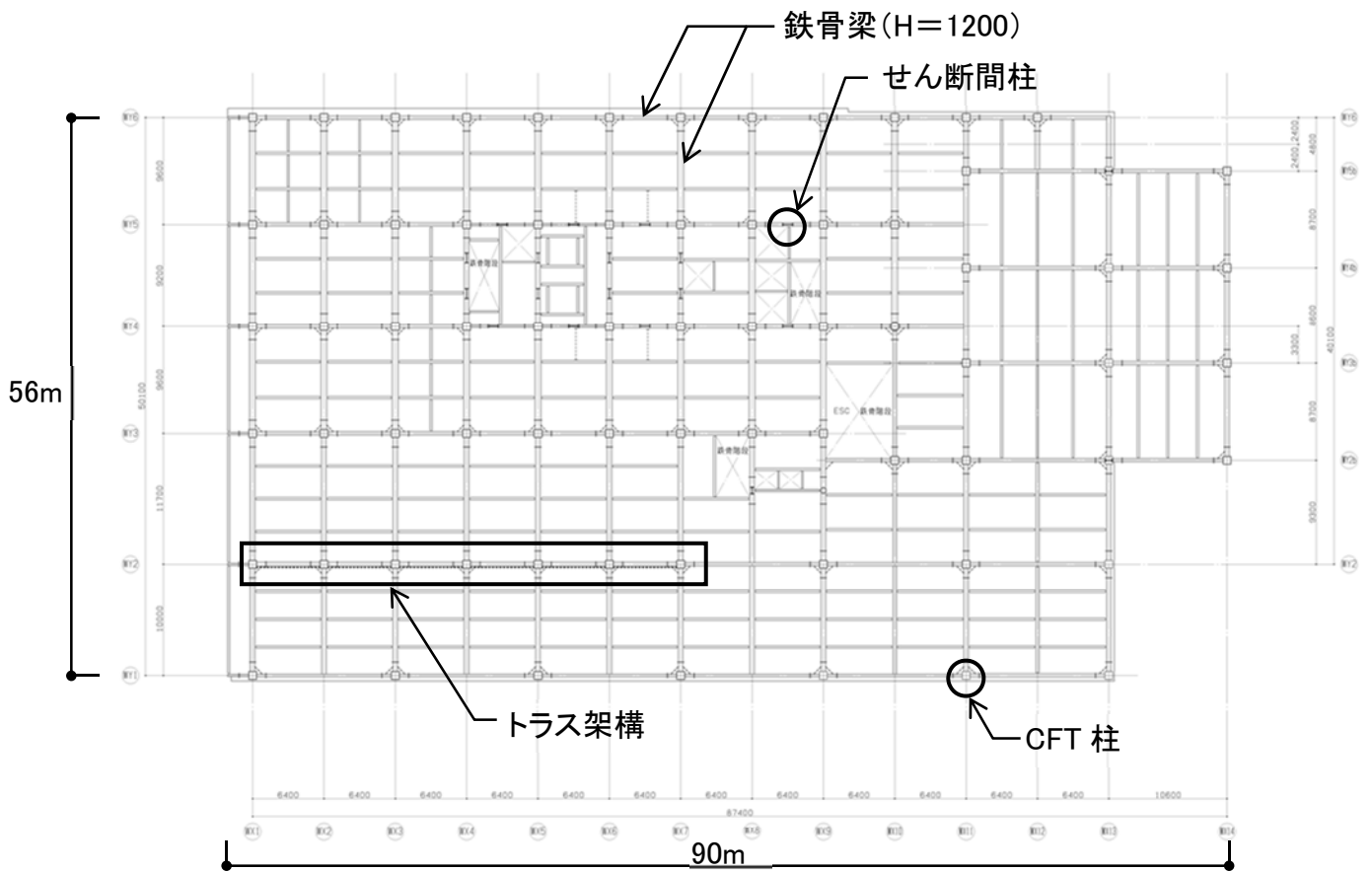


Fig. 4.2-3 建物 A : 2階床梁伏図

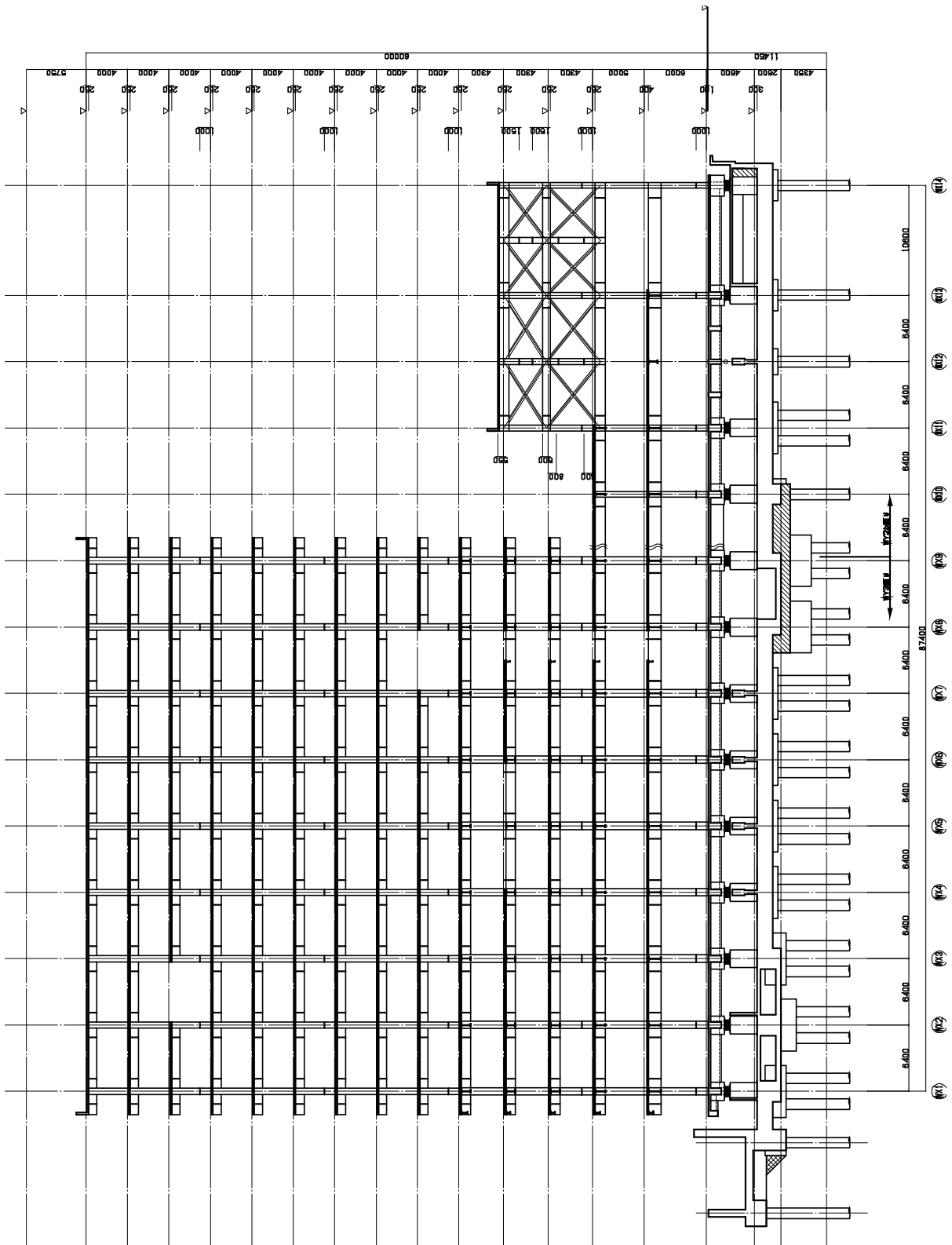


Fig. 4.2-4 建物A：軸組図 (WY3, WY2 b 通り)



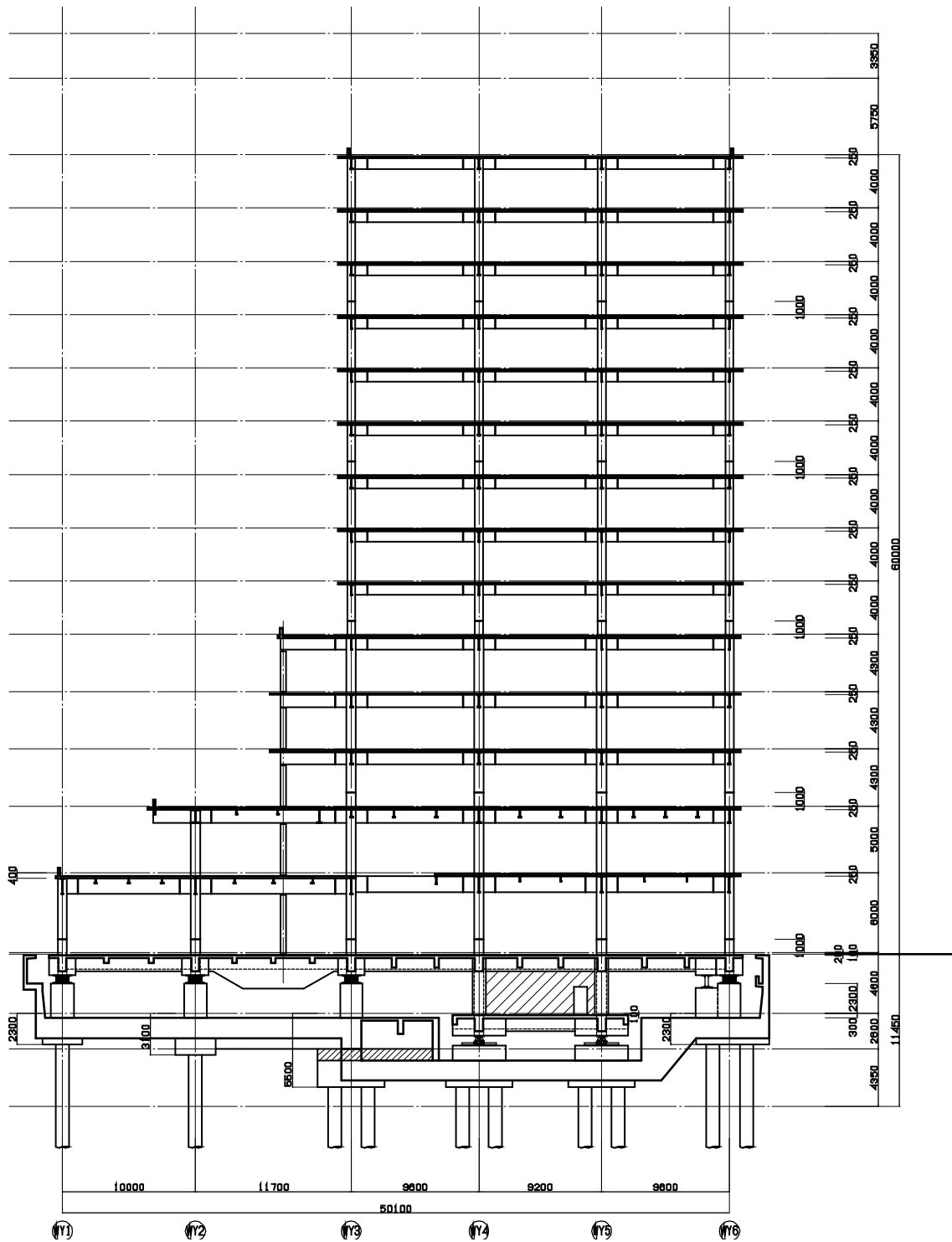


Fig. 4.2-5 建物 A : 軸組図 (WX9 通り)

免震層の概要は Fig. 4.2-6 に示す通りの配置で、すでに述べたように、1 階床梁下で地下 1 階の柱頭に積層ゴム支承を配置している。

積層ゴムは、免震層の各変形レベルにおける偏心率が 10%程度以下となる様に、鉛プラグ入り積層ゴム支承と天然ゴム系積層ゴム支承を組合せて配置している。

また、建物のコア部は、地下 1 階床梁下に免震部材を設けるが、この部位には、減衰力及び水平剛性が無視できるが、高軸力を支持できる直動転がり支承を配置している。

なお、免震層全体の降伏せん断力が、上部構造の建物総重量に対して 3.0%程度以上を目標とすることから、降伏せん断力を別置の鉛ダンパーで補う計画としている。

一方、免震層の応答変位を制御する目的で、速度依存型のオイルダンパーを配置している。

免震部材の配置計画を下図に示す。

凡例	符号	名称	台数
●	I10	天然ゴム系積層ゴムアイソレータ 1000φ	23
■	ID10	鉛プラグ入り積層ゴムアイソレータ 1000□	32
	ID11	鉛プラグ入り積層ゴムアイソレータ 1100□	2
■	LD1	鉛ダンパー U2426	6
■	OD1	オイルダンパー 1000kN タイプ	10
+	CLB1	直動転がり支障(1560T)	7
	CLB2	直動転がり支障(2000F)	3

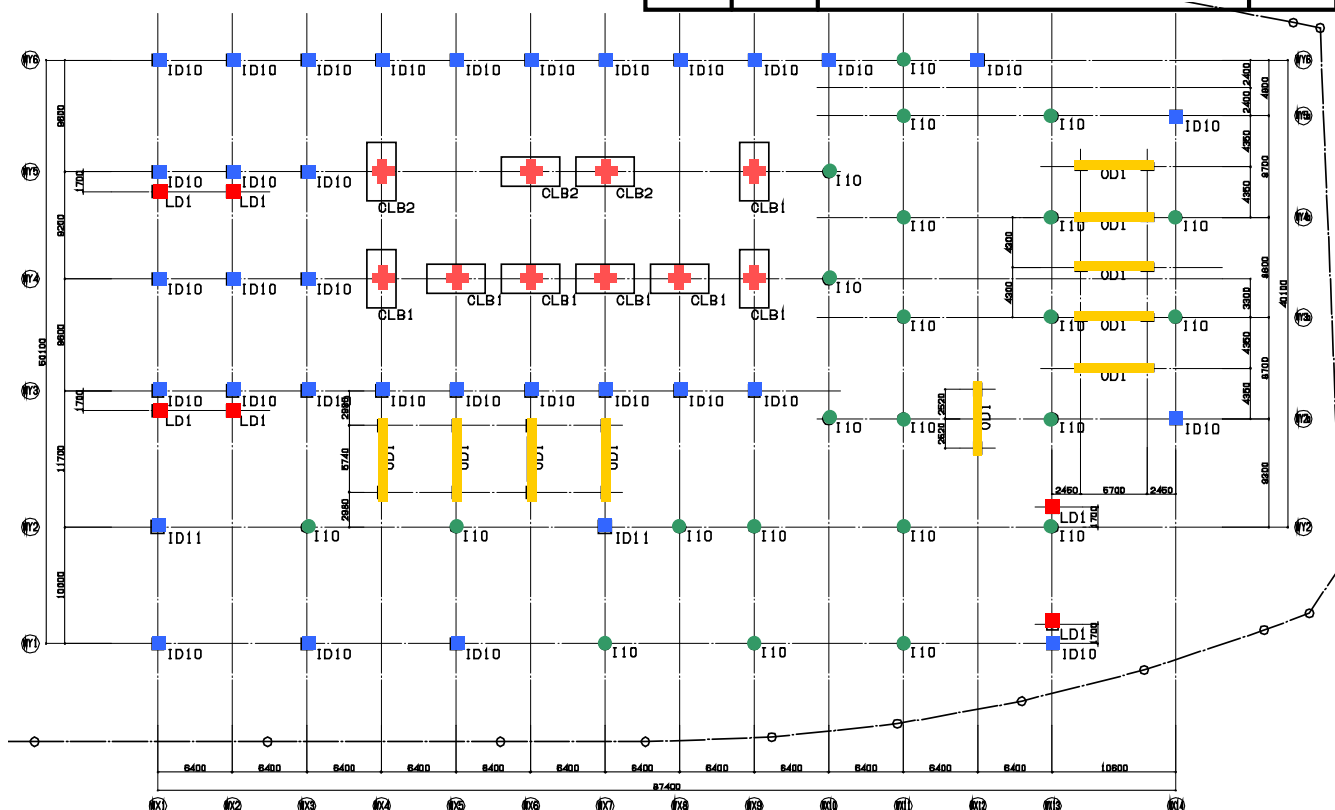


Fig. 4.2-6 建物 A : 免震部材配置図

建物 B の諸元は以下の通りである。

建築面積： 4,700 m<sup>2</sup>  
延床面積： 35,000 m<sup>2</sup>  
基準階床面積： 1,600 m<sup>2</sup>  
階 数： 地下 1 階、地上 10 階、塔屋 1 階  
建物高さ： 軒 高 SGL +42.9m  
          最高部 SGL +43.1 m  
          基礎深さ SGL -6.0 m  
基準階階高： 4.0m (7~10 階)

#### 構造種別

- ・ 基 礎： 鉄筋コンクリート造
- ・ 地 業： 杭地業 (中掘り拡大根固め工法 SC 杭+PHC 杭 1000 φ)
- ・ 架 構： 鉄骨造 (柱は CFT 構造柱)
- ・ 床 : 鉄筋コンクリート造

耐震設計：制振ブレース付ラーメン架構

制振部材：アンボンドブレース

Fig. 4.2-6~Fig. 4.2-8 に建物 B の床梁伏図、軸組図を示す。

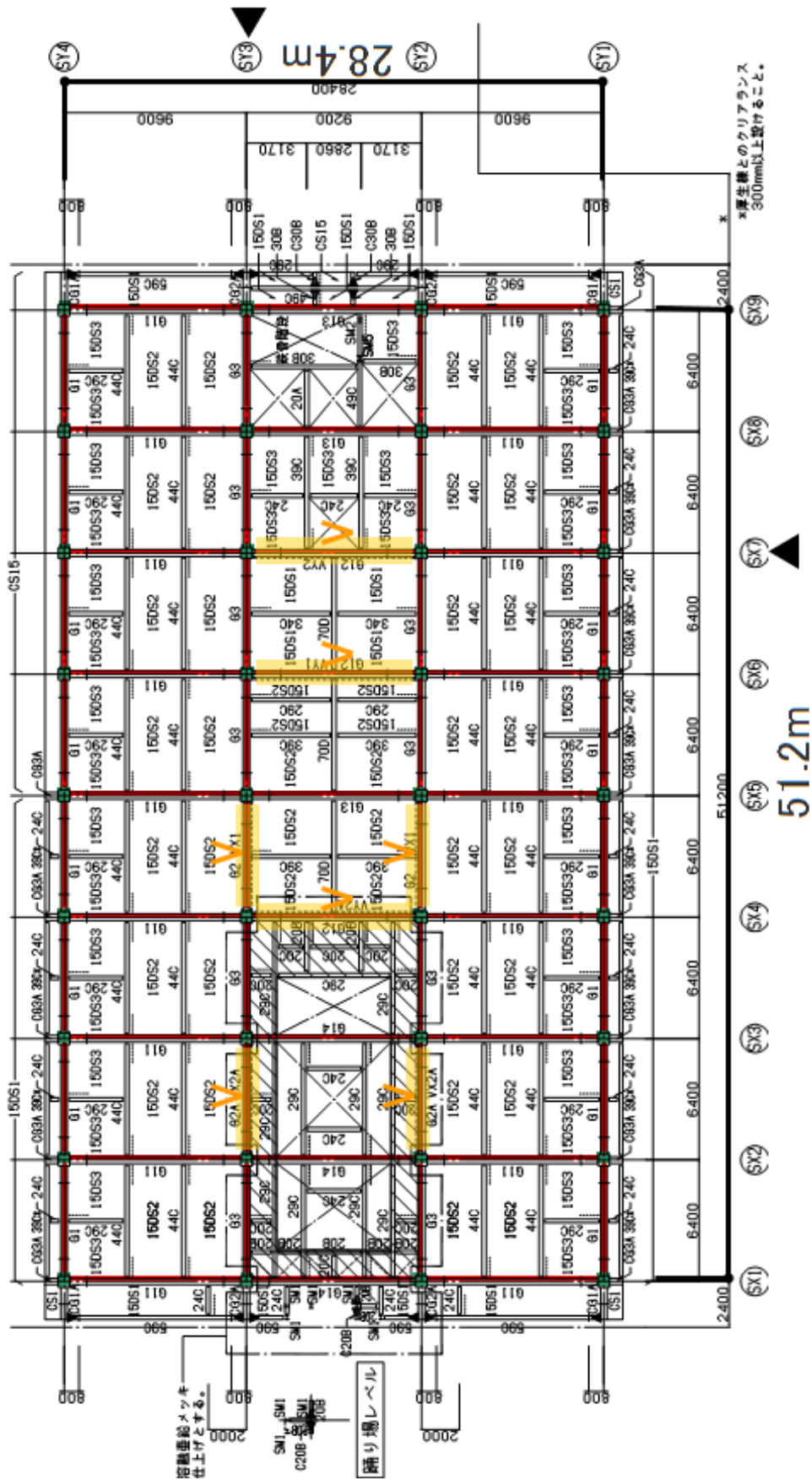


Fig. 4.2-7 建物 B : 基準階床梁伏図

# アンボンド(制振)ブレース

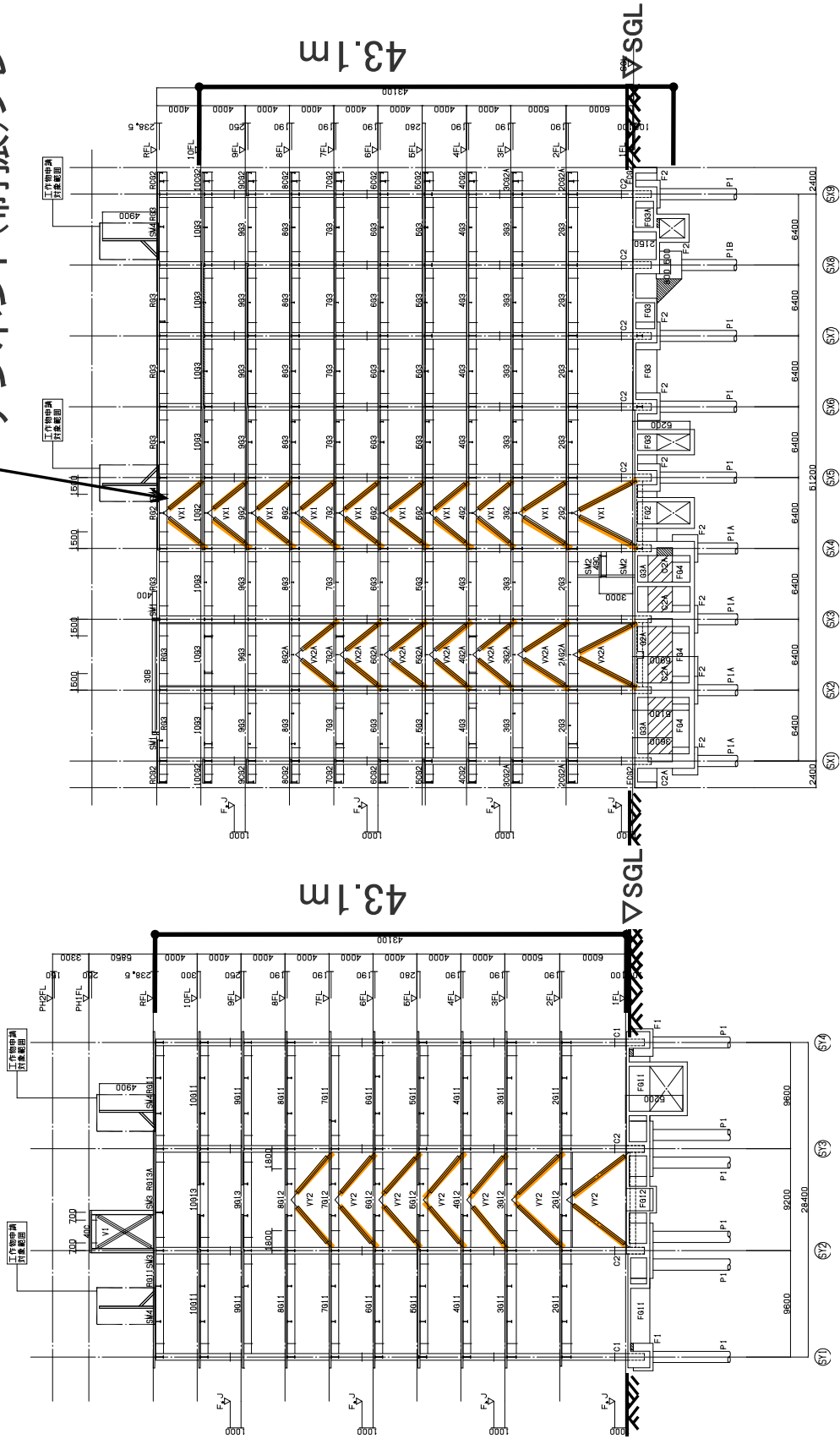


Fig. 4.2-8 建物B：軸組図（左図：SX6通り；右図：SY3通り）

### 4.3. 波動伝播解析・動的相互作用解析による評価検証

#### 4.3.1. 解析諸条件の設定

本節では解析諸条件について述べる。免震構造物（履歴系ダンパーおよび粘性系ダンパーを含む）、制振構造物（履歴ダンパー）を対象としている。以下では積層ゴムアイソレータ、ダンパーを含む層の等価線形化の方法についてもあわせて述べる。

- ・解析は X,Y 方向それぞれに独立について行うが、結果として両方向に性状に大きな差は見られなかったため、図による表示は X 方向のみとする。
- ・解析対象の質量、剛性等の諸元は立体解析モデル（BUILDING3D）より求めている。各層の剛性は各方向に水平加力した際の層せん断力と層の重心での層間変位より求める。
- ・減衰は瞬間剛性比例型とする。（免震層を除く）
- ・層の復元力特性は荷重増分解析により求めた  $Q$ - $\delta$  関係から、履歴面積が同等となるトリニア型にモデル化する。
- ・解析モデルは免震建物である建物 A の解析モデルでは、免震層弾性時、免震層せん断ひずみ 100%時（稀に発生する地震動相当）、免震層せん断ひずみ 250%時（極めて稀に発生する地震動時）とする。制振構造物である建物 B では、弾性モデル、 $C_0=1.0$  相当時の等価線化モデルを考える。

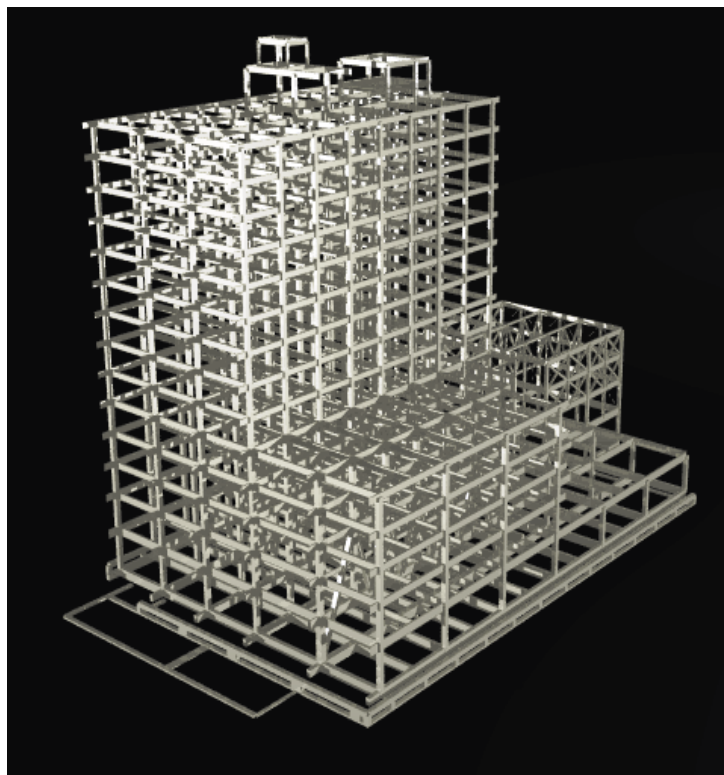


Photo 4.3-1 建物 A : 立体解析モデル

・建物 A の免震層のモデル化

免震層の復元力特性を以下に示す。免震層は概ねバイリニア形状となるため、最大点剛性法により等価剛性および等価減衰係数を定める。最大点剛性法は変位最大となる点と原点を結ぶ割線勾配を剛性とするものである。このときの等価減衰については、正負両方向が同じ最大変形となるときの履歴面積に相当する等価な粘性減衰を設定する。なお部材の内部粘性減衰は 0 とする。

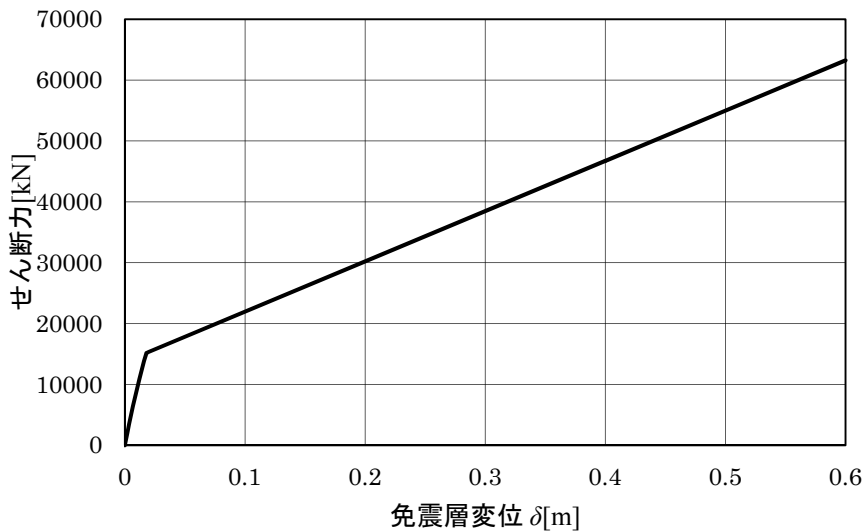


Fig. 4.3-1 免震層の復元力特性

$$\text{等価剛性} \quad : k_{eq} = \frac{k_1 \delta_y + k_2 (\delta_{max} - \delta_y)}{\delta_{max}}$$

$$\text{等価減衰係数} \quad : c_{eq} = \frac{4 \delta_y (k_1 - k_2) (\delta_{max} - \delta_y)}{\pi \omega_{eq} \delta_{max}^2}$$

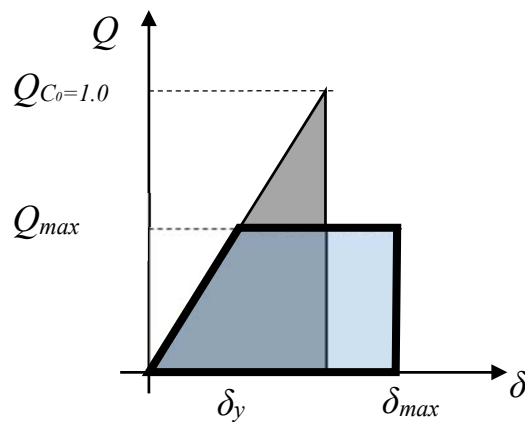
ここで  $k_1$  : 弾性時剛性、 $k_2$  : 免震層降伏後剛性、 $\delta_y$  : 免震層降伏変位、 $\delta_{max}$  : 免震層最大変形、 $\omega_{eq}$  : 等価角振動数である。最大変形を、弾性時、アイソレータのせん断ひずみ 100% 時 ( $\delta_{max}=20\text{cm}$ )、250% 時 ( $\delta_{max}=50\text{cm}$ ) としたそれぞれの場合について算定を行い検証する。

なお建物 A では設計クライテリアを、大地震時においても免震層より上部の構造躯体を短期許容応力度以内として設定し、設計を行っているため、免震層より上部の各層は弾性とする。

- ・建物 B の履歴エネルギー吸収を伴う層の復元力特性の等価線形化

層の弾塑性復元力特性の等価線形化の方針を以下に示す。

$C_0=1.0$  の応答を想定するにあたり、 $C_0=1.0$  に相当する弾性応答時のひずみエネルギー（下図の細線枠内三角形部分の面積）を履歴エネルギー（下図の太線枠内台形部分の面積）により消費するものと考え、層の最大変形  $\delta_{max}$  を算定する。 $\delta_{max}$  から以下のように等価剛性および等価減衰定数を最大点剛性法により設定する。



$$\text{等価剛性} : k_{eq} = \frac{Q_{max}}{\delta_{max}}$$

$$\text{等価減衰} : h_{eq} = \frac{1}{\pi} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{\mu}} \right)$$

弾性時の最大せん断力を以下の通り求める。

- ・固有値解析により刺激関数、固有周期を算定
- ・各モードの加速度応答を  $ZR_i C_0$  と考えこれを刺激関数に乗じて求め、得られた各モード各層の加速度応答を SRSS 合成して最大加速度とする。
- ・得られた最大加速度を各層の質量に乘じ、各層の地震力とする。
- ・求めたい層より上部の地震力を足し合わせ、その層の最大せん断力とする。



解析項目は以下の通りである。

- ・複素固有値解析による刺激関数、固有周期
- ・動的相互作用解析 3章における動的相互作用による応答比の算出 (B 建物のみ)
- ・各層の層間伝達減衰比、層間波数
- ・各床位置の透過振幅比 (絶対値、位相)、反射振幅比 (絶対値、位相)
- ・各床位置のエネルギー透過率 (絶対値、位相)、エネルギー反射率 (絶対値、位相)
- ・固有モードの波動分解

以下に建物 A、建物 B の弾性時の諸元を示す。

Table 4.3.1 建物 A の質量・剛性・減衰係数 (弾性時)

階数	質量M[ton]	剛性K[kN/m]	減衰係数C[kN/m・s]
RF	2,845	1,819,000	16,618
14F	1,611	1,939,900	17,722
13F	1,446	2,019,500	18,450
12F	1,484	2,044,700	18,680
11F	1,583	2,117,400	19,344
10F	1,492	2,213,700	20,224
9F	1,467	2,347,600	21,447
8F	1,645	2,384,600	21,785
7F	1,469	2,530,700	23,120
6F	3,763	2,009,700	18,360
5F	2,692	4,364,500	39,873
4F	2,811	7,361,400	67,252
3F	5,472	4,824,600	44,076
2F	6,182	3,306,700	30,209
1F	9,572	819,328	37,692

Table 4.3.2 建物 B の質量・剛性・減衰係数 (弾性時)

階数	質量M[ton]	剛性K[kN/m]	減衰係数C[kN/m・s]
RF	1,571	970,328	16,116
10F	1,467	783,119	16,351
9F	1,182	554,403	16,830
8F	1,260	541,553	18,715
7F	1,386	462,751	19,406
6F	1,291	424,862	19,813
5F	1,661	454,594	22,734
4F	1,637	428,817	23,543
3F	1,557	325,420	19,838
2F	1,658	248,952	15,451

#### 4.3.2. 建物 A の検証結果

次頁以降に解析結果を示す。

層間伝達減衰比の結果を Fig. 4.3-4 に示す。免震層アイソレータのせん断ひずみの増大により各モードの値が増大していることがわかる。一方免震層よりも上部は弾性的ため、各層における値には変動はない。ただ 1 次モードにおいては免震層での値は歪 100% の時最大で、250% の時にはやや減少している。

透過振幅比の絶対値の結果を Fig. 4.3-6、Fig. 4.3-7 に、位相の結果を Fig. 4.3-9、Fig. 4.3-10 に示す。これらの図のうち、Fig. 4.3-6、Fig. 4.3-7 を見ると、7 層～14 層まで上昇波、下降波ともに絶対値は概ね 1.0 倍となっているが 6 層以下については 1.0 より大きい層と小さい層がある。免震層上の 1 階床(1 層)においては最も小さい値を取り、0.5 程度である。この値は塑性化に応じてさらに小さくなっている。これは塑性化によって免震層とそれ以外の層との剛性差が顕著になるため、1 階床位置のインピーダンス比が変化し、反射が大きくなっていることを示している。すなわちこれが免震による振動を遮断する効果であると考えられる。表層地盤と建物境界(0 層)においては絶対値で上昇波では約 2.0、下降波では概ね 0 となっている。これは建物のインピーダンス  $M\omega$  の方が地盤のインピーダンス  $\rho Vs$  より小さく建物側の方が層として柔軟であることを示している。Fig. 4.3-9、Fig. 4.3-10 を見ると位相は各層ほぼ 0 であるが、免震層のみ位相に有意な値が認められる。0 層の位相は、上昇波では 0、下降波では 180° となっている。なお透過振幅比については塑性化による変動はほとんど見られない。

反射振幅比の絶対値の結果を Fig. 4.3-8 に、位相の結果を Fig. 4.3-11 に示す。7 層～14 層まで絶対値は概ね 0 となっているが、位相はほぼ 0 もしくは 180°、6 層より下では反射振幅比が下に行くほど大きくなっており、1 層では弾性時 0.4 程度、250% ひずみ時では 0.7 程度まで増大している。本建物は 4.2 節に示した通り、7 層より上が基準階となっており、6 層より下の各層は平面的にも断面的にも形状が大きく異なり、各層の剛性や質量の分布が大きく異なる。そのため、波動伝播解析の結果として低層部には反射を生じる層がみられ、複雑な波動伝播性状を持つと言える。

上記のような反射波の傾向はエネルギー反射率においても同様となる。免震層の塑性化による変動は 1 次モードが最も大きく、2 次モード、3 次モードの順で変動が小さい。

Fig. 4.3-16～Fig. 4.3-18 にはモード形状とその波動分解を示す。高次ほど顕著であるが、すべての時刻において 6 層よりも下の層における層間変形が小さい傾向がみられる。これは低層部分に 2 層吹き抜けのトラスを含むことが影響していると考えられ、剛性が基準階の層よりも高くなっていることを意味している。特に 6～5 層間においてほかの解と比較して変形角が大きくなっていることが見て取れる。この傾向は上記の振幅比の分析で反射が生じていることと符合している。またモードの波動分解した曲線を見るとモードだけでは見られない波動の進行方向が顕著にみられる。

○複素固有値解析結果

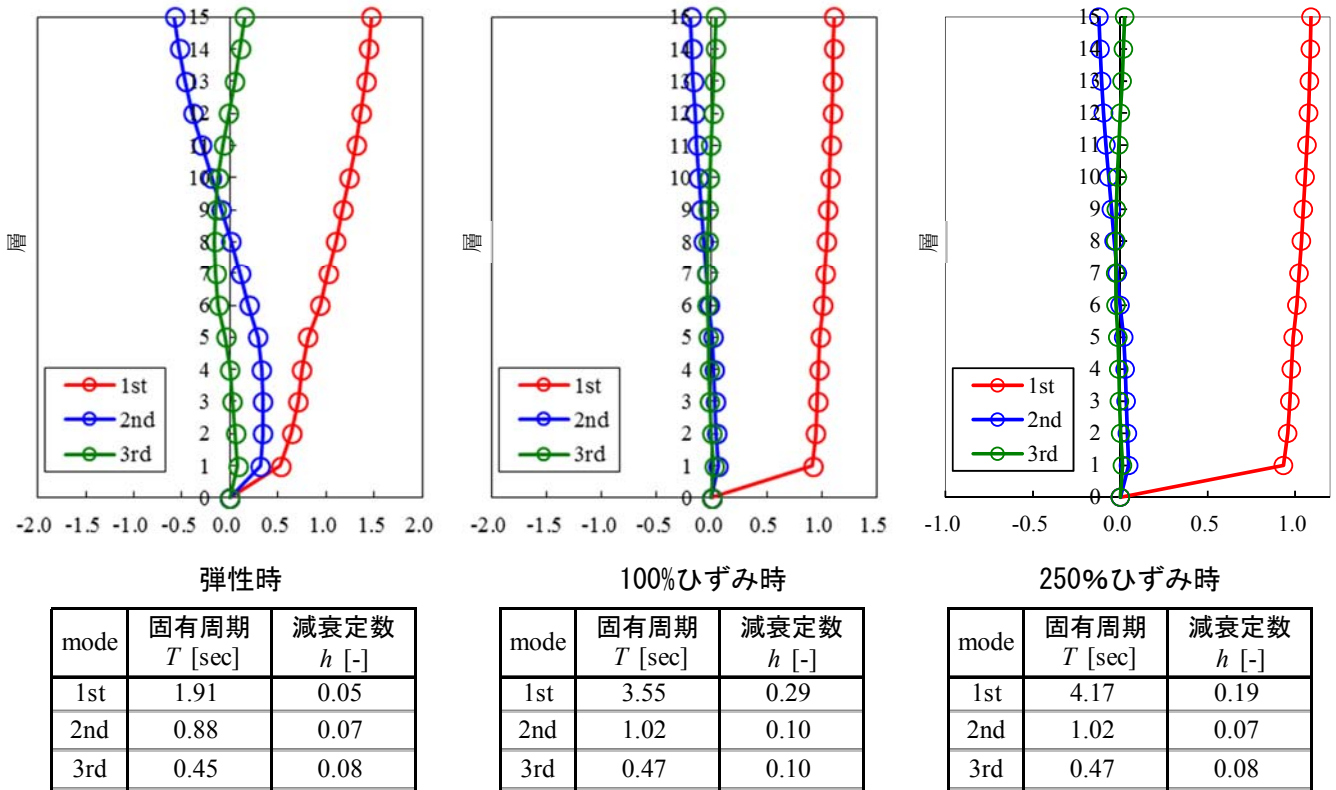


Fig. 4.3-2 各次刺激関数 (X方向)

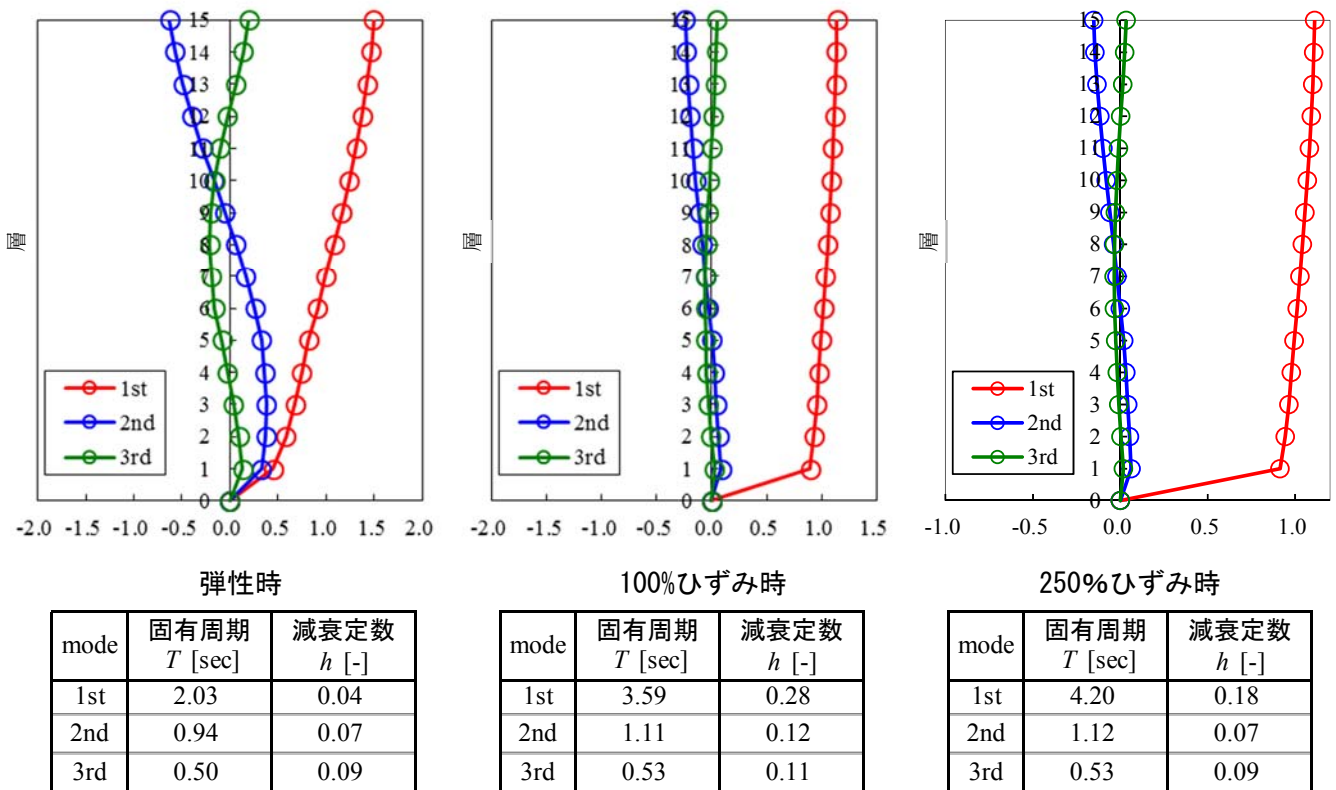


Fig. 4.3-3 各次刺激関数 (Y方向)

○波動伝播解析結果

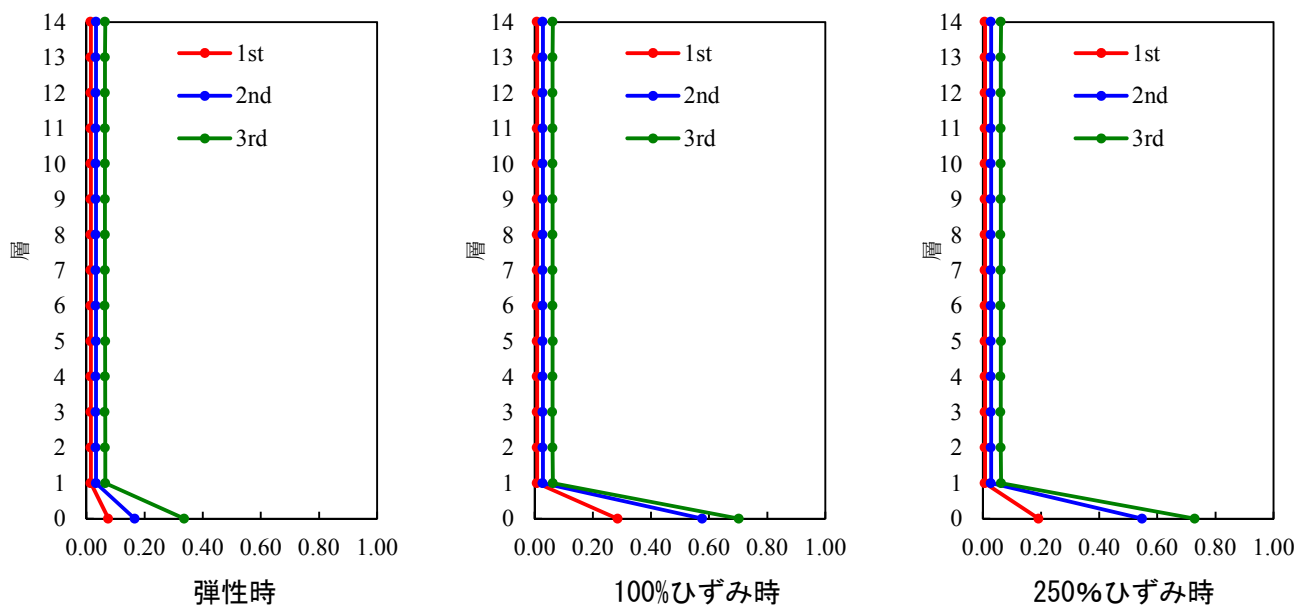


Fig. 4.3-4 各次層間伝達減衰比 (X方向)

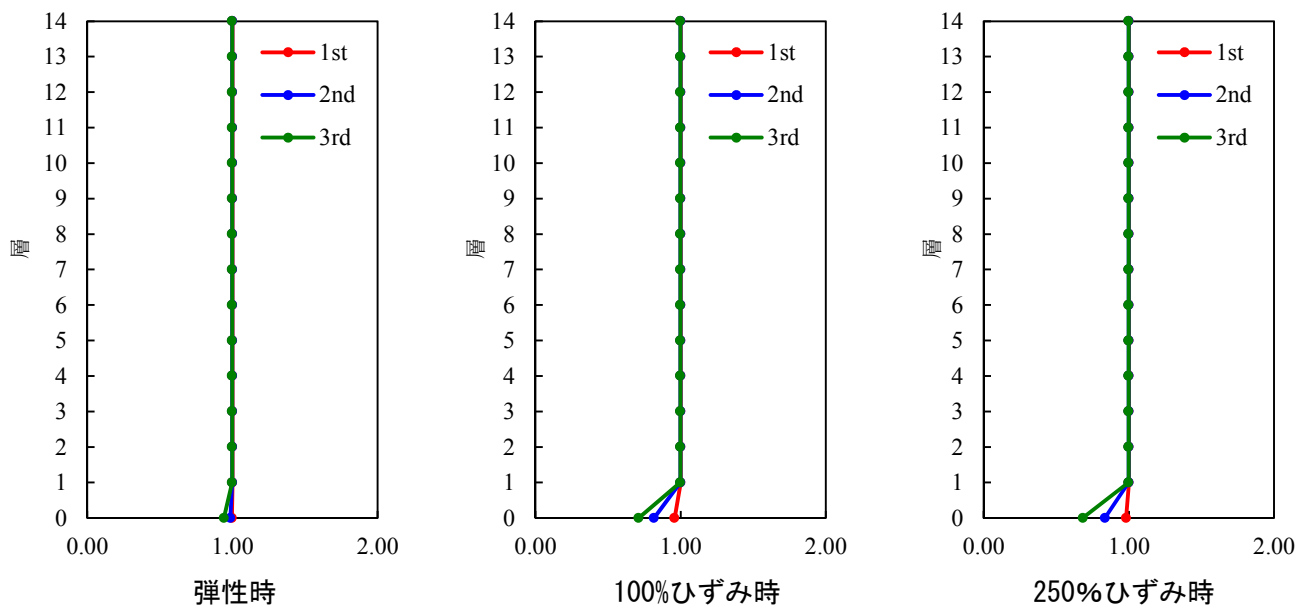


Fig. 4.3-5 各次層間波数 (X方向)

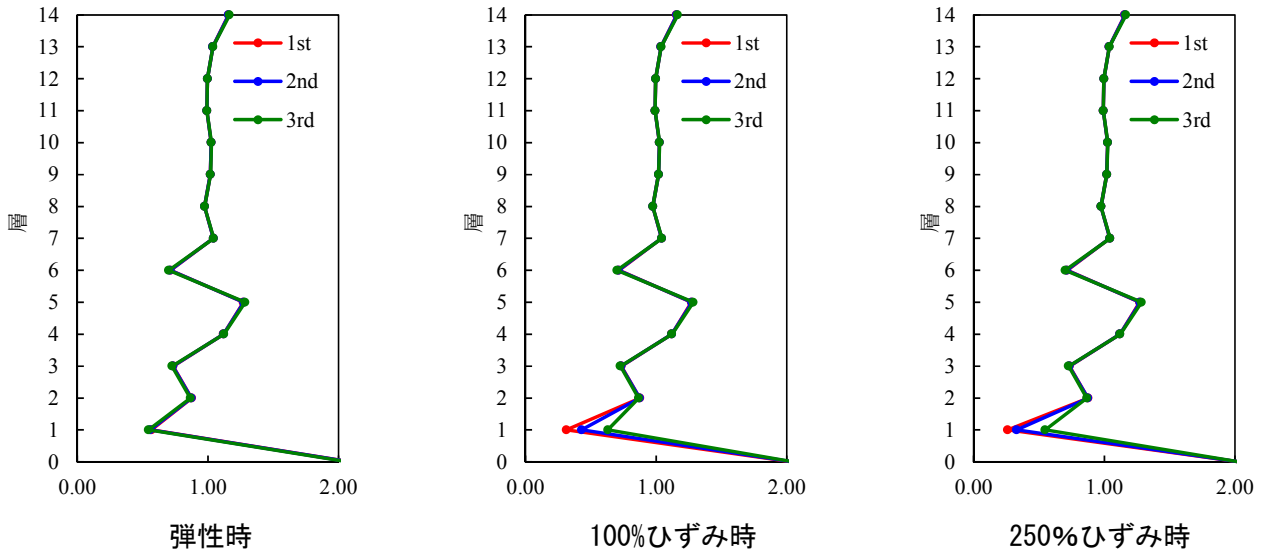


Fig. 4.3-6 上昇波透過振幅比絶対値  $p^+$  (X 方向)

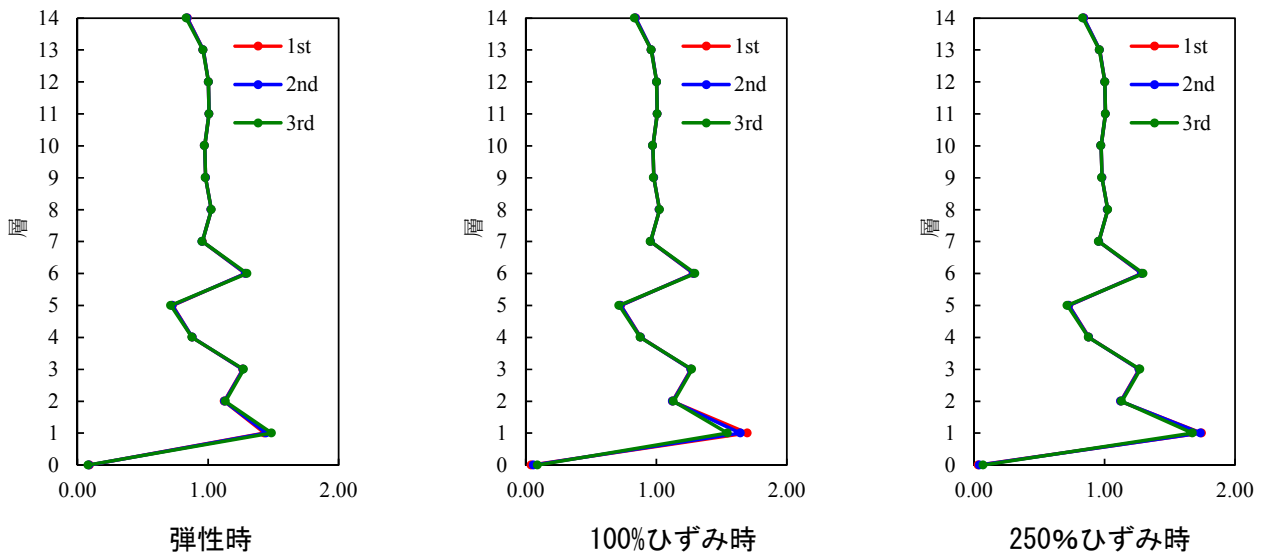


Fig. 4.3-7 下降波透過振幅比絶対値  $p^-$  (X 方向)

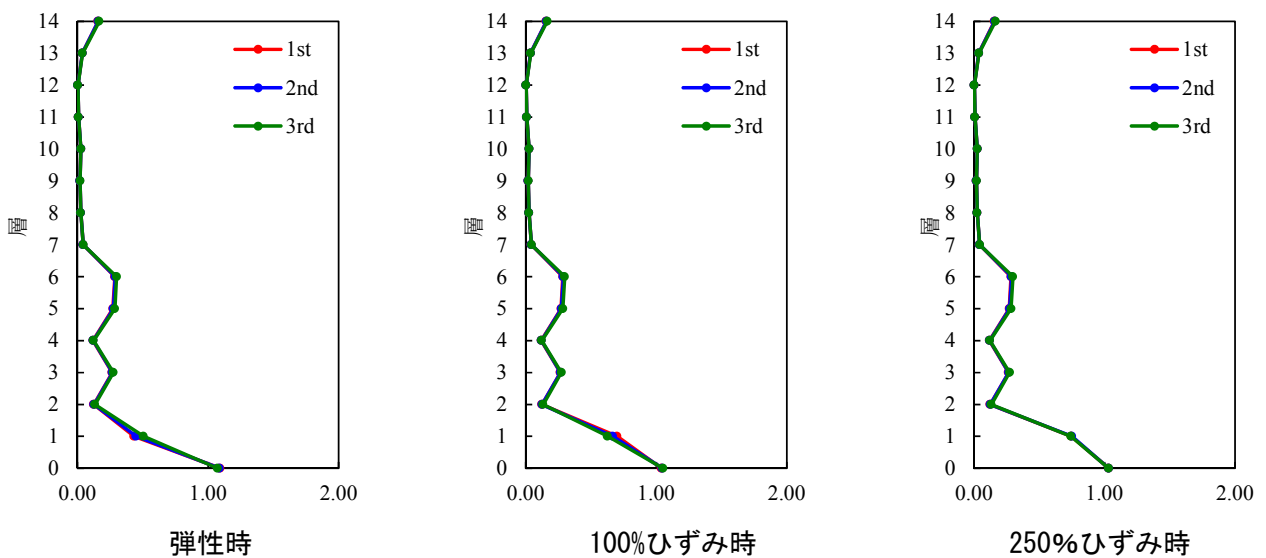
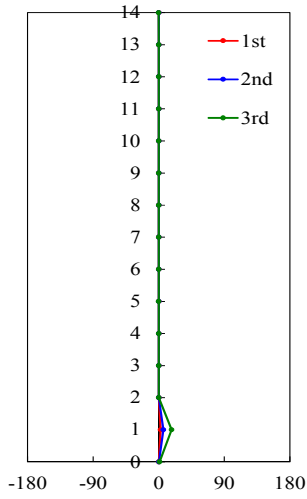
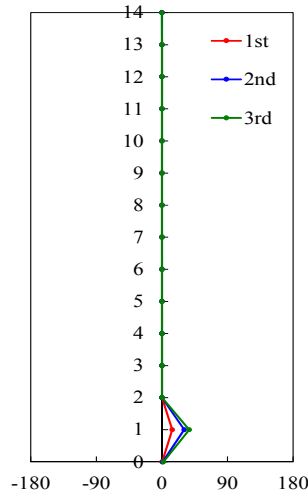


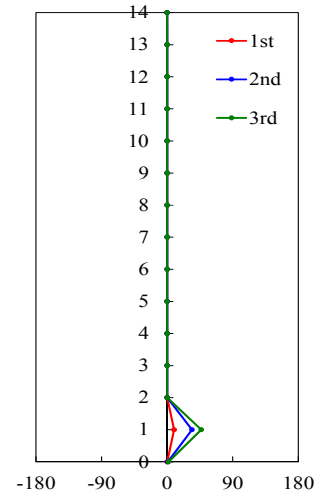
Fig. 4.3-8 反射振幅比絶対値  $r^+$ ,  $r^-$  (X 方向)



弾性時

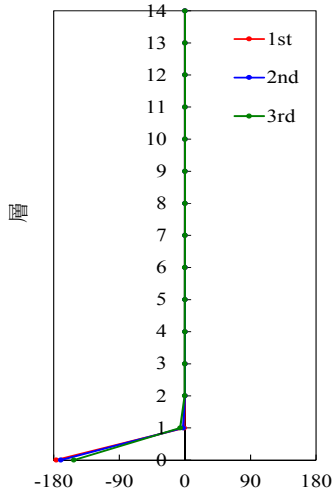


100%ひずみ時

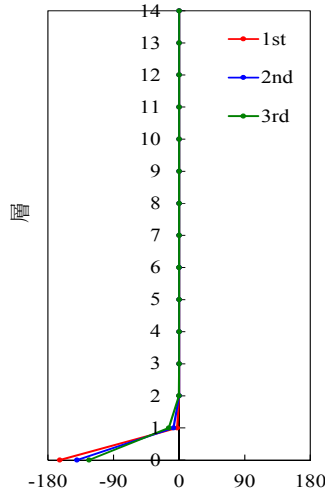


250%ひずみ時

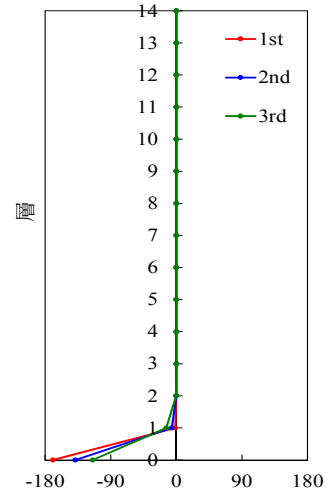
Fig. 4.3-9 上昇波透過振幅比位相  $p^+$  (X 方向)



弾性時

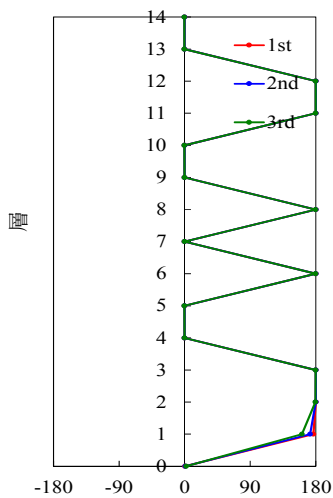


100%ひずみ時

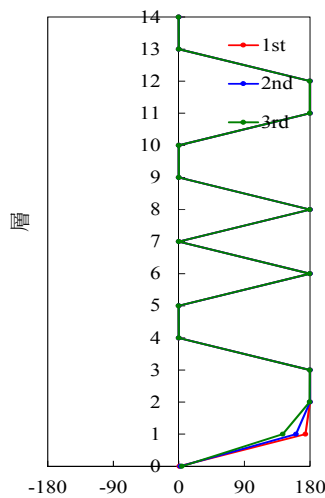


250%ひずみ時

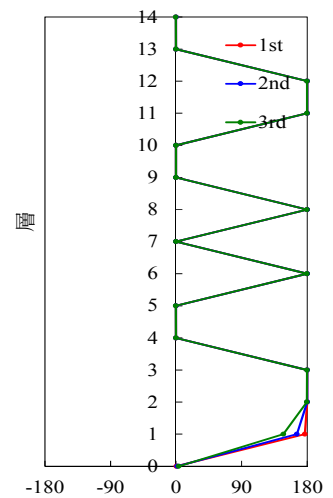
Fig. 4.3-10 下降波透過振幅比位相  $p^-$  (X 方向)



弾性時



100%ひずみ時



250%ひずみ時

Fig. 4.3-11 反射振幅比位相  $r^+, r^-$  (X 方向)

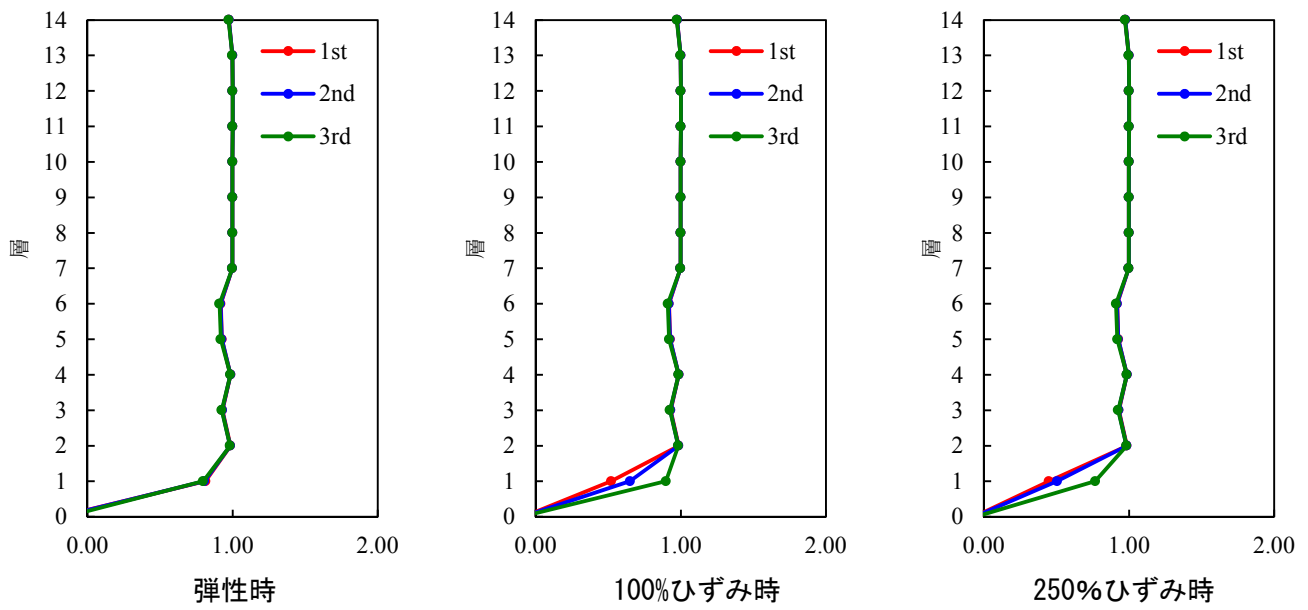


Fig. 4.3-12 エネルギー透過率絶対値 (X方向)

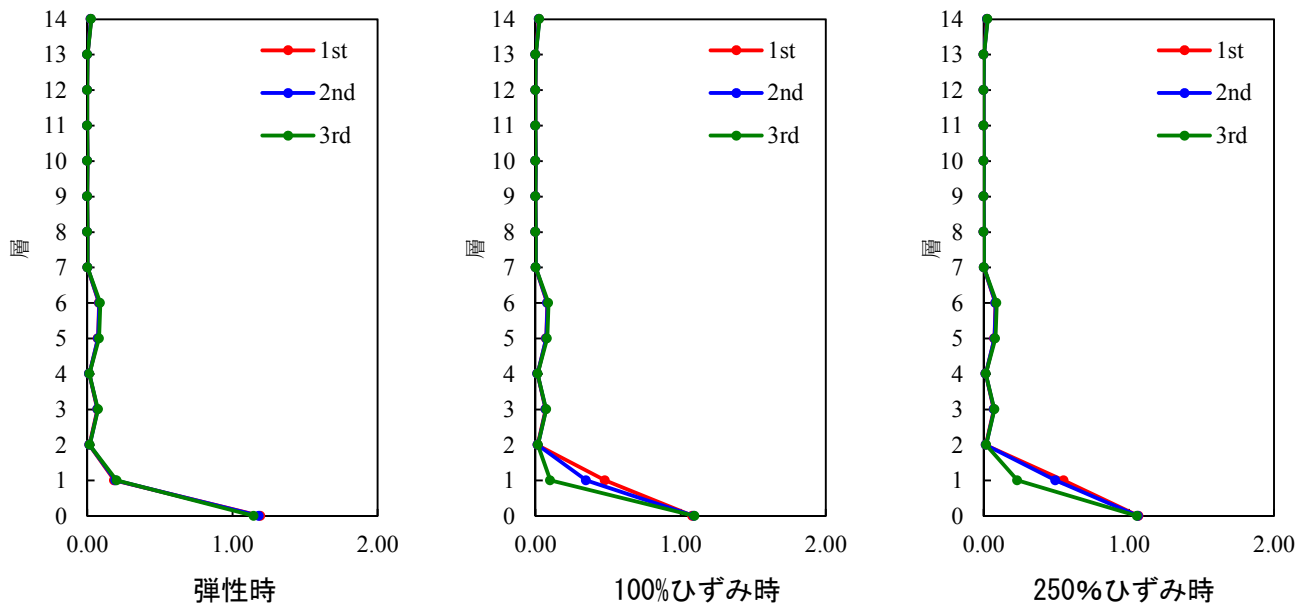


Fig. 4.3-13 エネルギー反射率絶対値 (X方向)

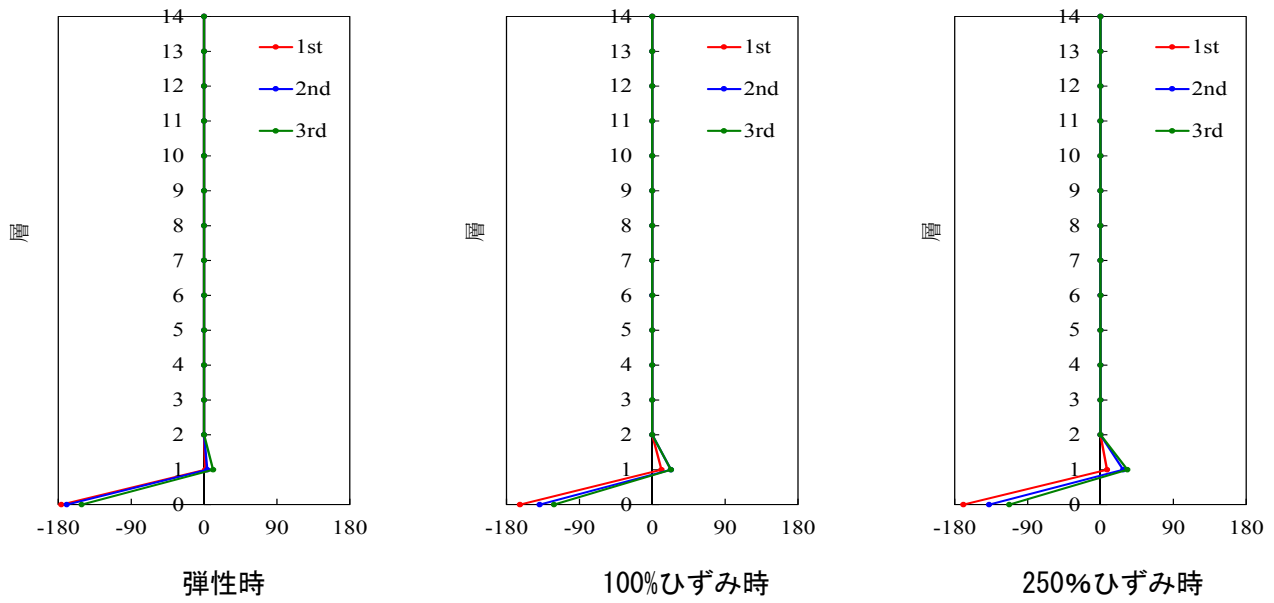


Fig. 4.3-14 エネルギー透過率位相 (X 方向)

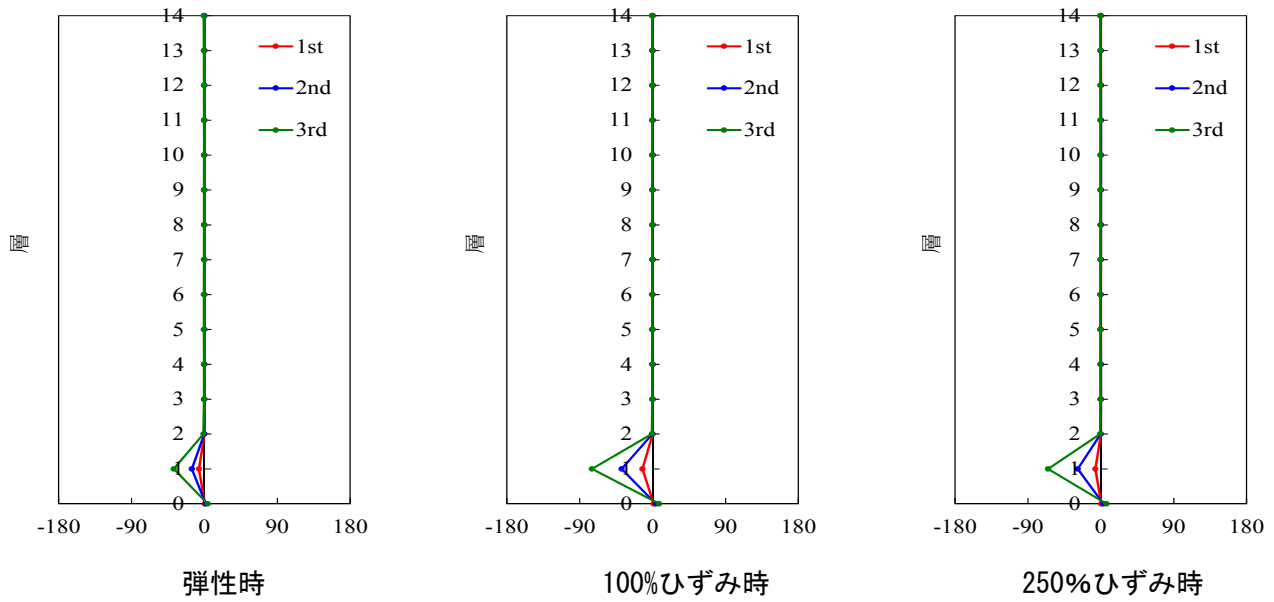


Fig. 4.3-15 エネルギー反射率位相 (X 方向)



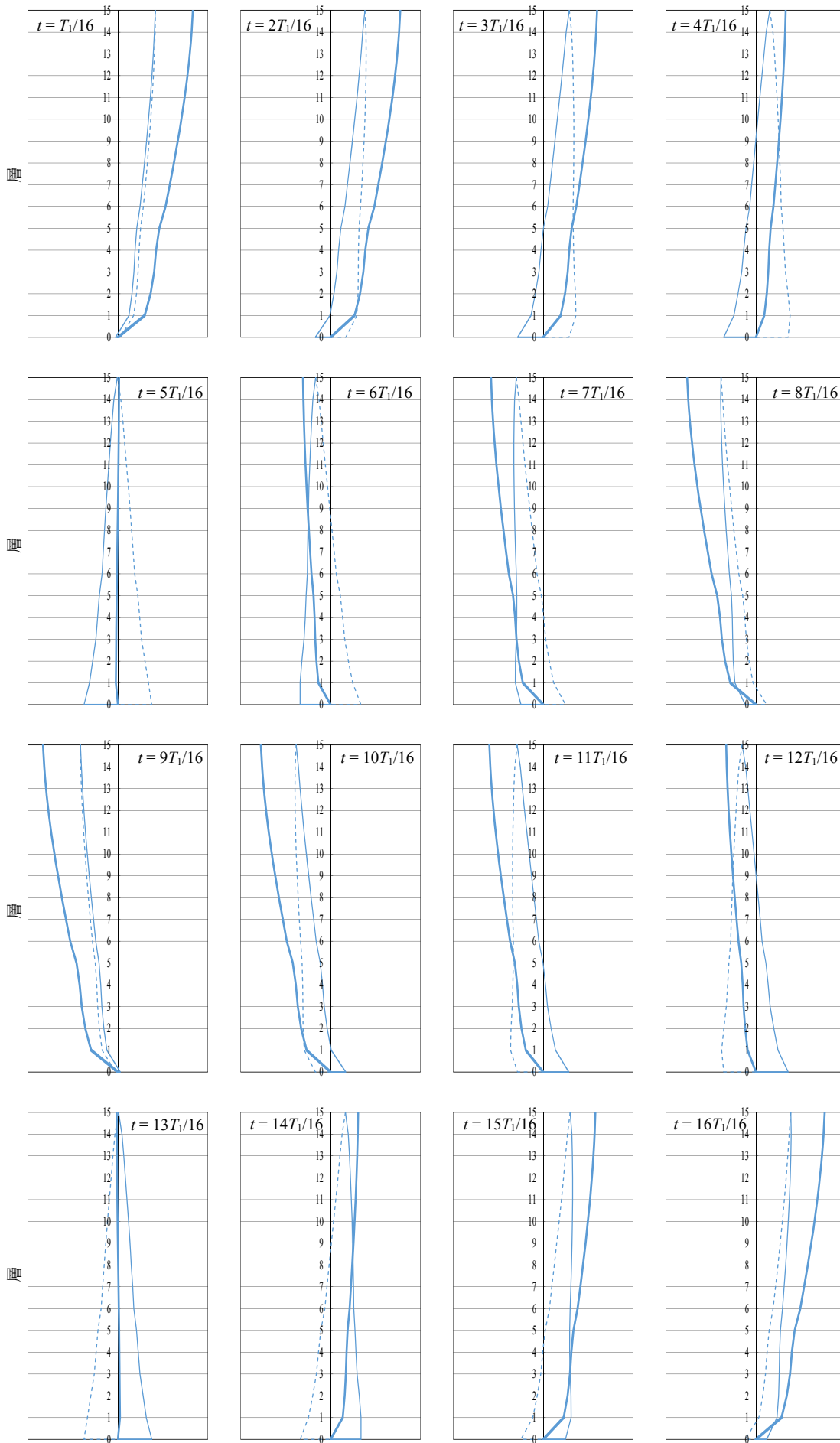


Fig. 4.3-16 弾性時 1 次モード ( $T_1=1.91$ sec) の自由振動と波動分解 (X 方向)

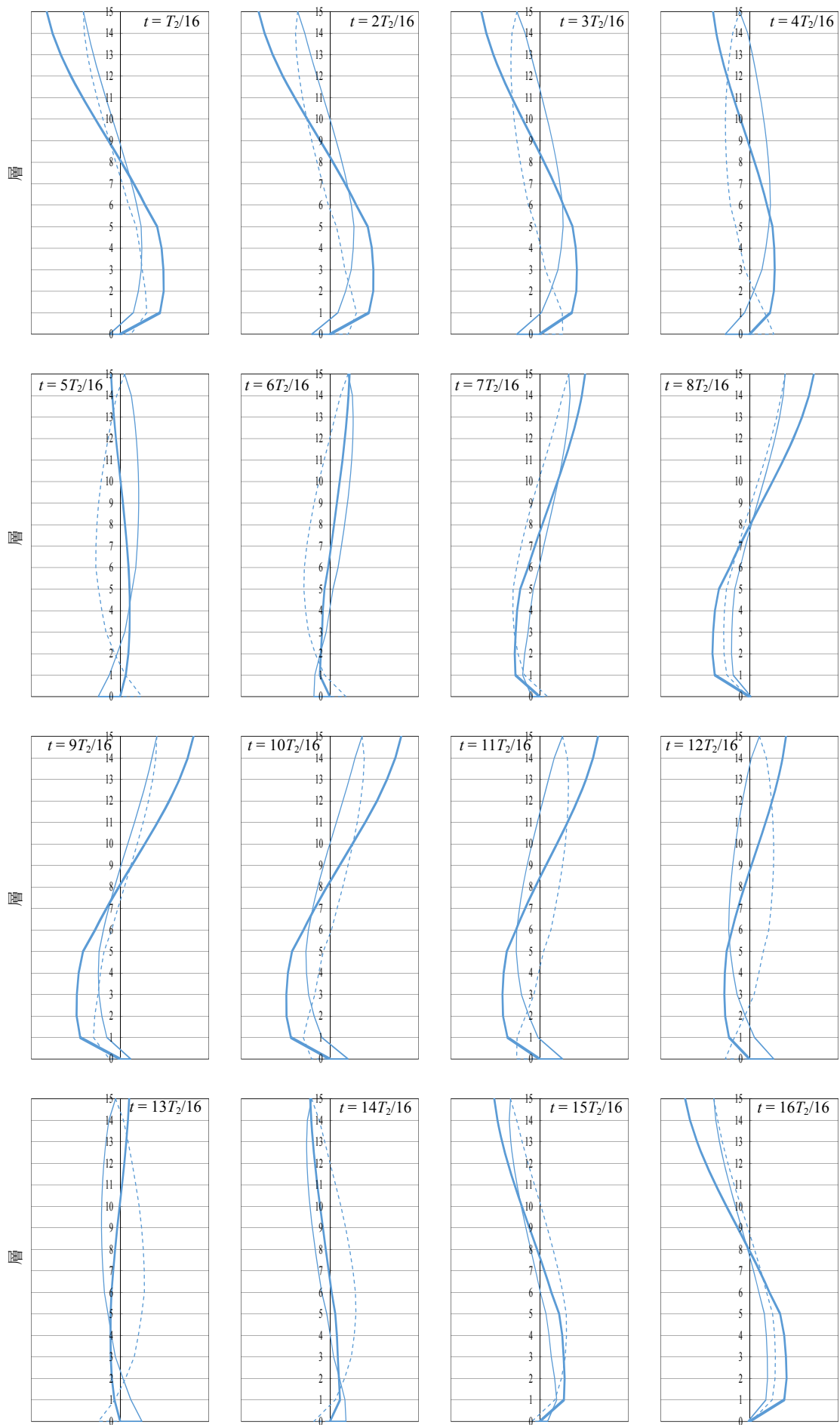


Fig. 4.3-17 弾性時 2 次モード ( $T_2=0.88\text{sec}$ ) の自由振動と波動分解 (X 方向)

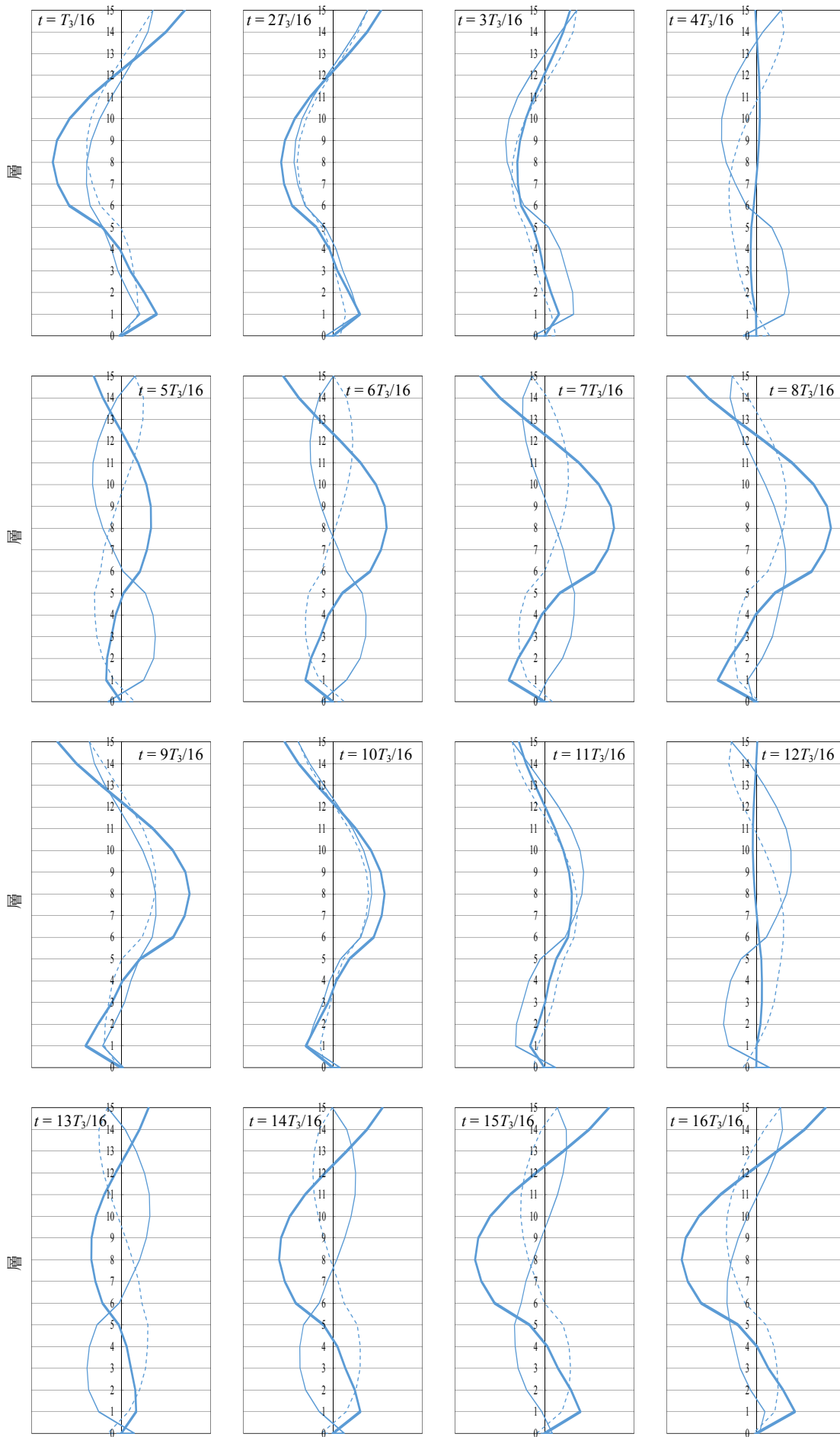


Fig. 4.3-18 弾性時 3 次モード ( $T_3=0.45\text{sec}$ ) の自由振動と波動分解 (X 方向)

### 4.3.3. 建物 B の検証結果

次頁以降に解析結果を示す。

動的相互作用の検討結果を 4-24～4-25 頁に示す。本敷地の地盤条件および B 建物の諸元を考慮した際の動的相互作用効果は慣性の相互作用による応答比が 0.9 程度となる。入力 of 相互作用による応答低減効果はほとんどない結果となっている。本敷地の表層地盤は層厚平均で見ると  $V_s=200\text{m/s}$  程度であり、建物高さは 45m 程度と比較的高い建物であるため、一般的には動的相互作用の効果はそれほど大きくないと考えられる建物であるから、検討結果は概ね妥当なものであると考えられる。

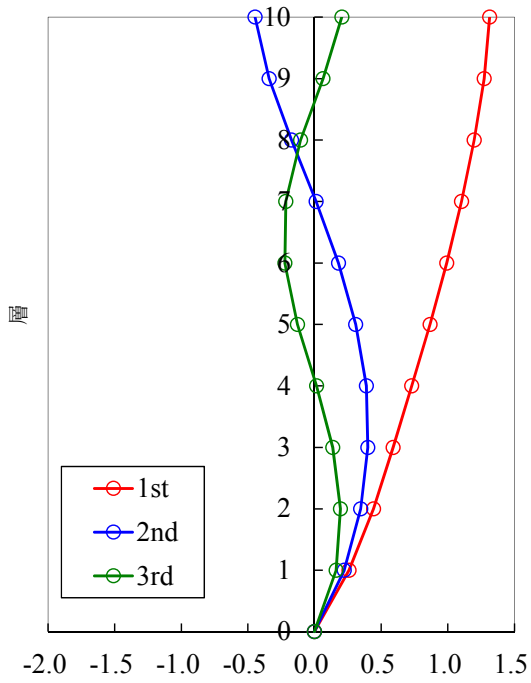
層間伝達減衰比の検討結果を Fig. 4.3-21 に示す。塑性化により各モードの値が増大していることがわかる。とくに低層部ではせん断力が上層部のせん断力が合算されるため、塑性率の大きくなり、最大で減衰は弾性時の 4 倍程度に増大する。

透過振幅比の絶対値の結果を Fig. 4.3-23、Fig. 4.3-25、位相の結果を Fig. 4.3-24、Fig. 4.3-26 に示す。2 層～10 層で上昇波・下降波ともに絶対値は概ね 1.0 倍となっている。表層地盤と建物境界(1 層)においては絶対値は上昇波約 2.0、下降波概ね 0 となっている。これは建物のインピーダンス  $M\omega$  の方が地盤のインピーダンス  $\rho V_s$  より小さく建物の方が層として柔軟であることを示している。1 層の位相は上昇波では 0、下降波では  $180^\circ$  となっている。なお透過振幅比については弾性時と  $C_0=1.0$  相当時ではほとんど変動が見られない。

反射振幅比の絶対値の結果を Fig. 4.3-27、位相の結果を Fig. 4.3-28 に示す。2 層～10 層まで上昇波、下降波ともに絶対値は概ね 0 となっているが、位相はほぼ 0 もしくは  $180^\circ$  となっている。絶対値が小さく、絶対値 0 の前後に値を取るため、符号が正負両方を取る形となっているためであると考えられる。また絶対値は弾性時と  $C_0=1.0$  相当時で分布形状に変動が見られる。位相については弾性時と  $C_0=1.0$  相当時で大きく変動しており、弾性時に位相が 0 であった層においても  $C_0=1.0$  相当時には  $180^\circ$  近くまで位相が大きくなっている。 $C_0=1.0$  相当時には 1 次モードが最も  $180^\circ$  に近く、続いて 2 次モード、3 次モードの順に  $180^\circ$  よりも小さな位相となる。位相が  $180^\circ$  になるということは反射による入射波と反射波が逆符号になることを意味しているため、1 次モードほど波動の打ち消し合いが生じていることになる。

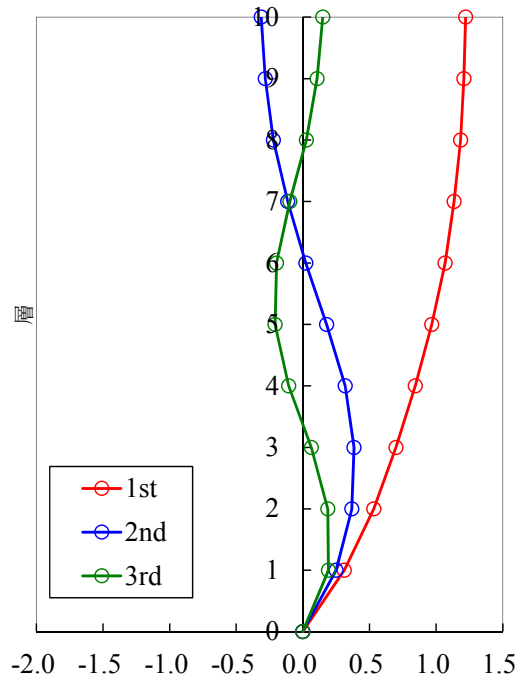
上記のような反射波の傾向はエネルギー反射率においても同様となる。絶対値は、その値は小さいものの各層の分布には変動が見られる。また位相は弾性時に比べて  $C_0=1.0$  相当時に大きく変動しており、モード毎にその分布形状も異なる。

○複素固有値解析結果



弾性時

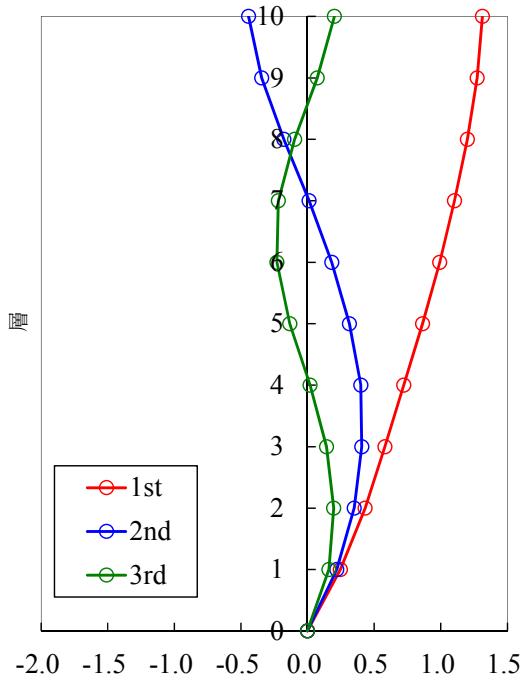
mode	固有周期 $T$ [sec]	減衰定数 $h$ [-]
1st	1.44	0.02
2nd	0.53	0.05
3rd	0.31	0.09



$C_0=1.0$  相当

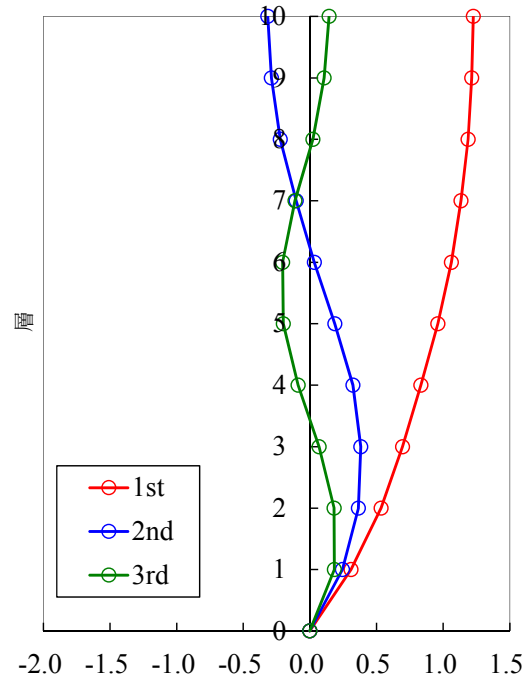
mode	固有周期 $T$ [sec]	減衰定数 $h$ [-]
1st	2.58	0.07
2nd	0.82	0.17
3rd	0.47	0.28

Fig. 4.3-19 刺激関数 (実部) (X方向)



弾性時

mode	固有周期 $T$ [sec]	減衰定数 $h$ [-]
1st	1.46	0.02
2nd	0.54	0.05
3rd	0.32	0.09

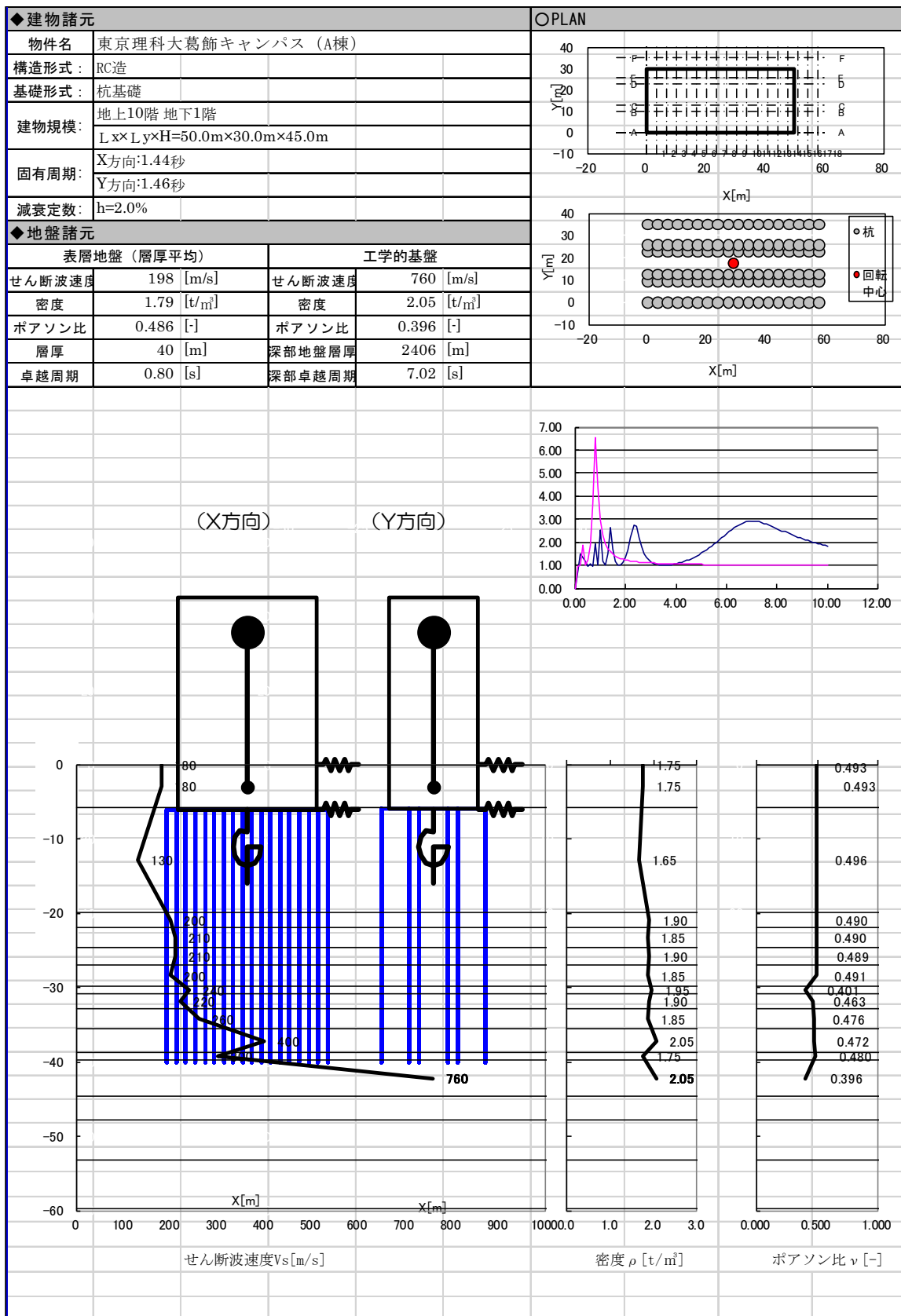


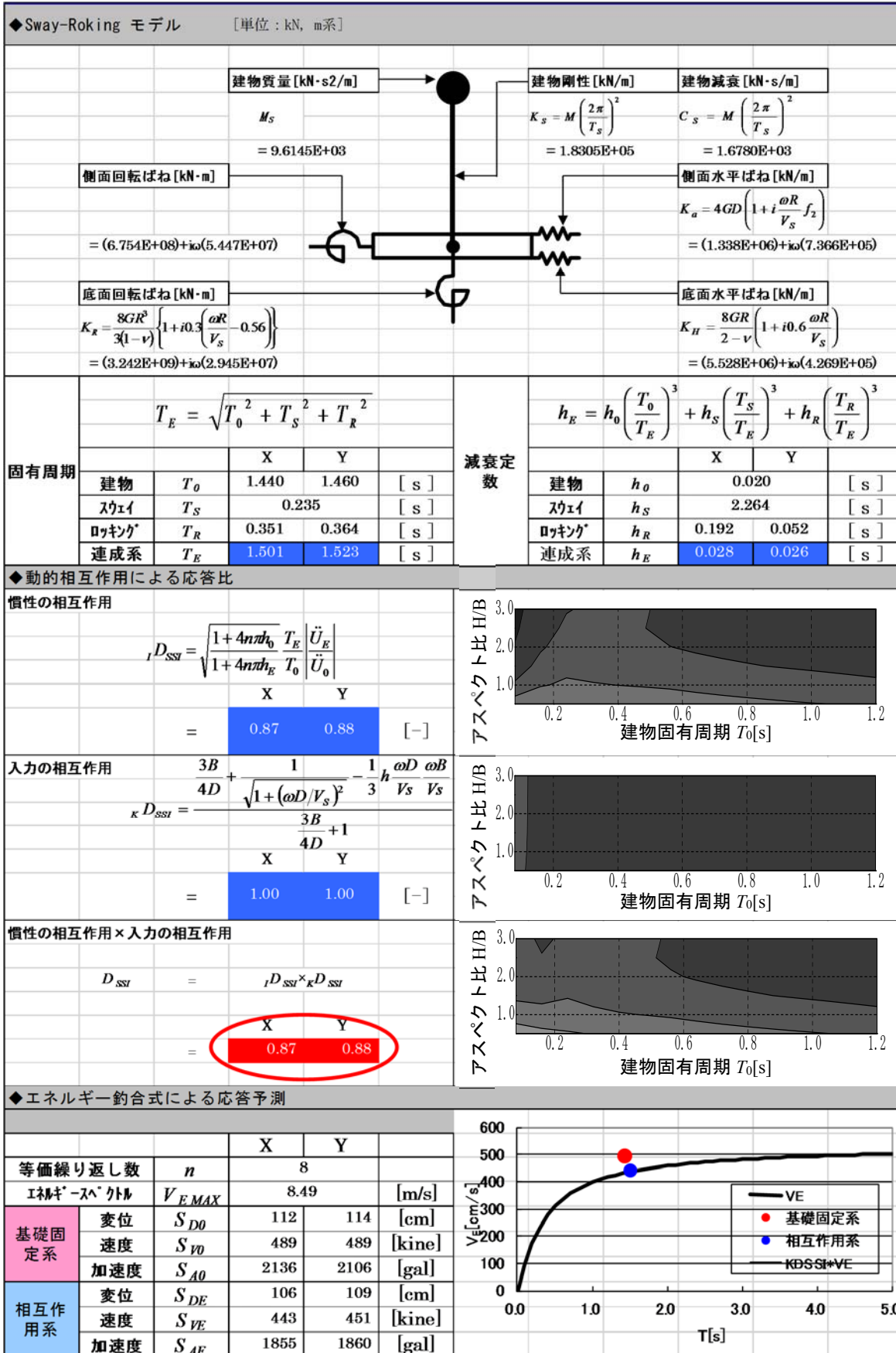
$C_0=1.0$  相当

mode	固有周期 $T$ [sec]	減衰定数 $h$ [-]
1st	2.60	0.07
2nd	0.84	0.17
3rd	0.47	0.28

Fig. 4.3-20 刺激関数 (実部) (Y方向)

○動的相互作用の検討





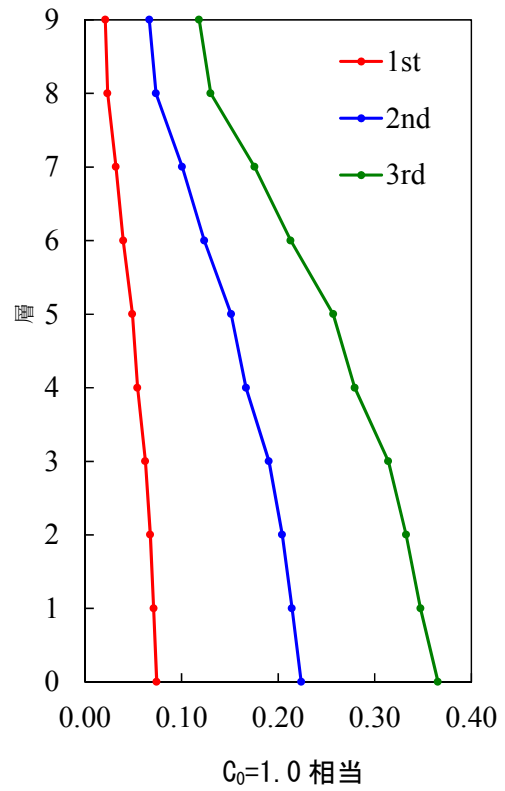
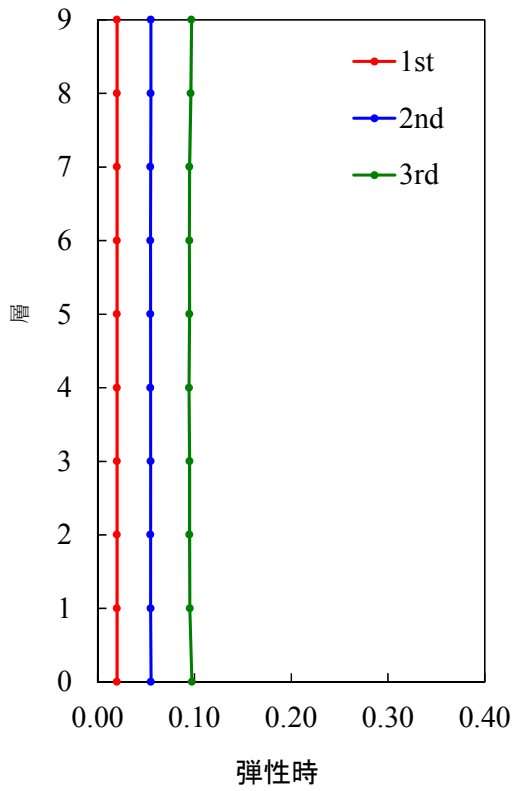


Fig. 4.3-21 各次層間伝達減衰比 (X方向)

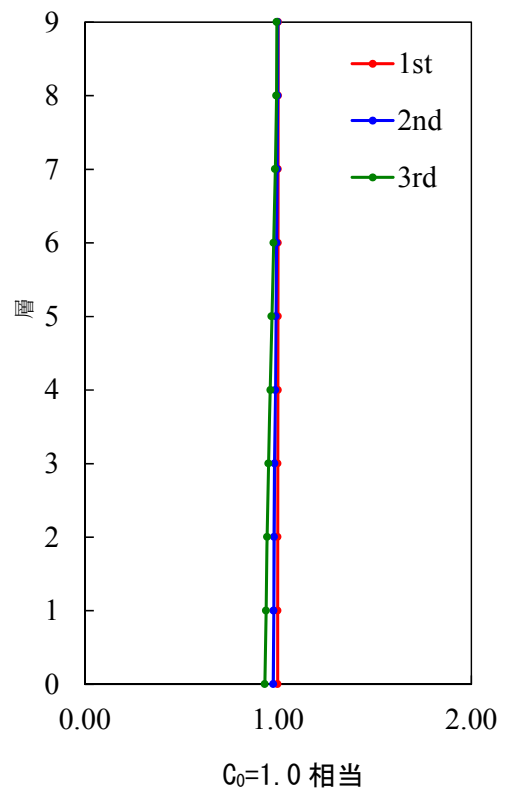
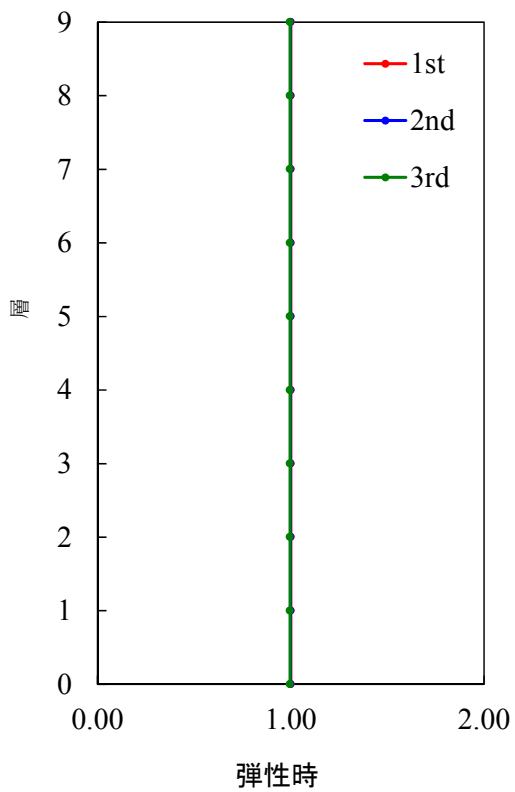


Fig. 4.3-22 各次層間波数 (X方向)



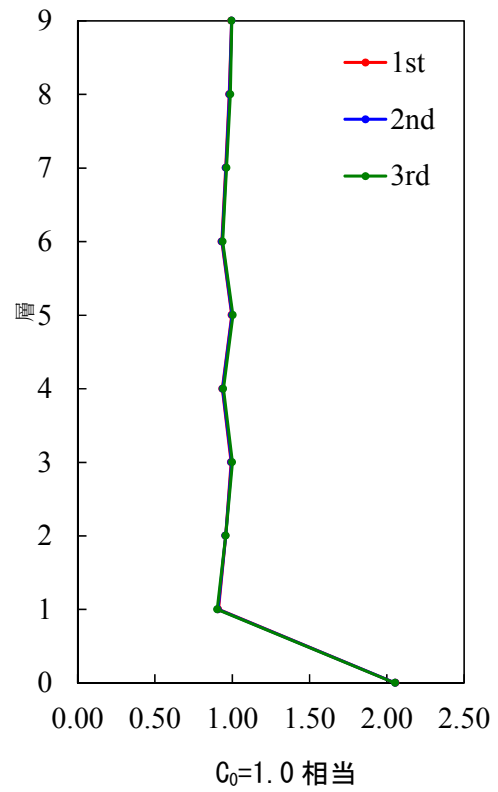
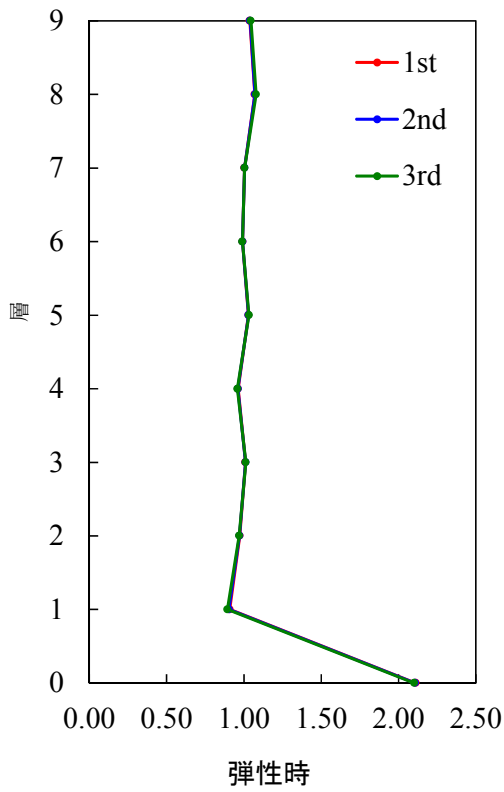


Fig. 4.3-23 上昇波透過振幅比絶対値 (X方向)

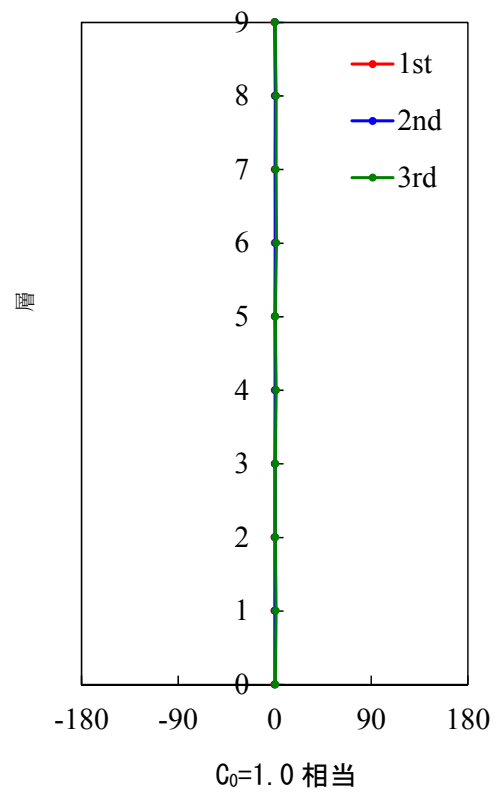
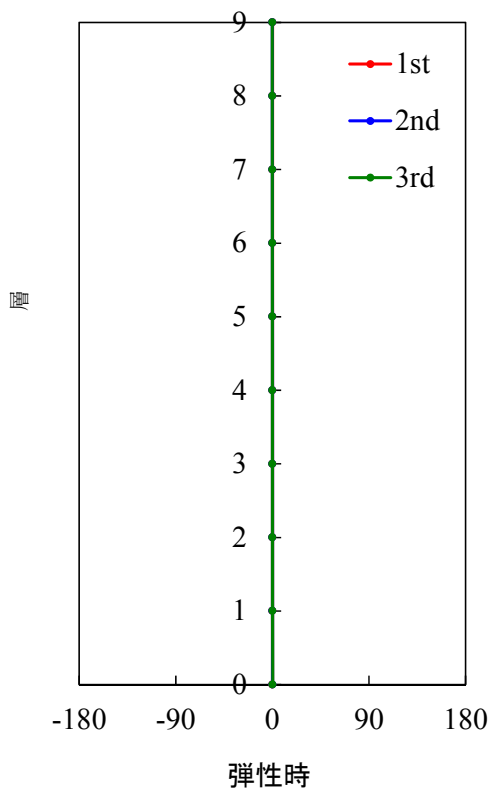


Fig. 4.3-24 上昇波透過振幅比位相 (X方向)

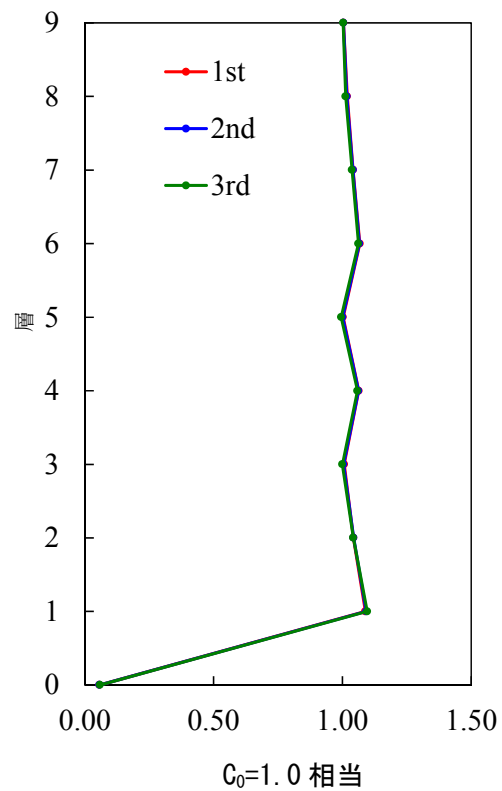
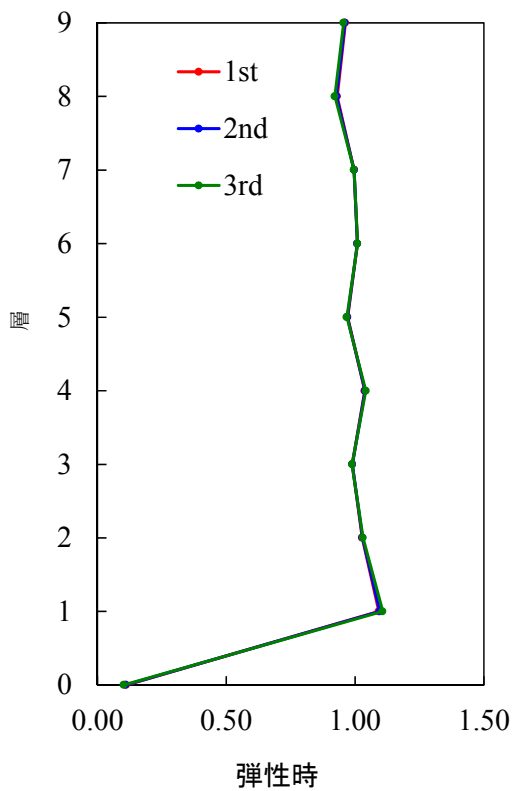


Fig. 4.3-25 下降波透過振幅比絶対値 (X方向)

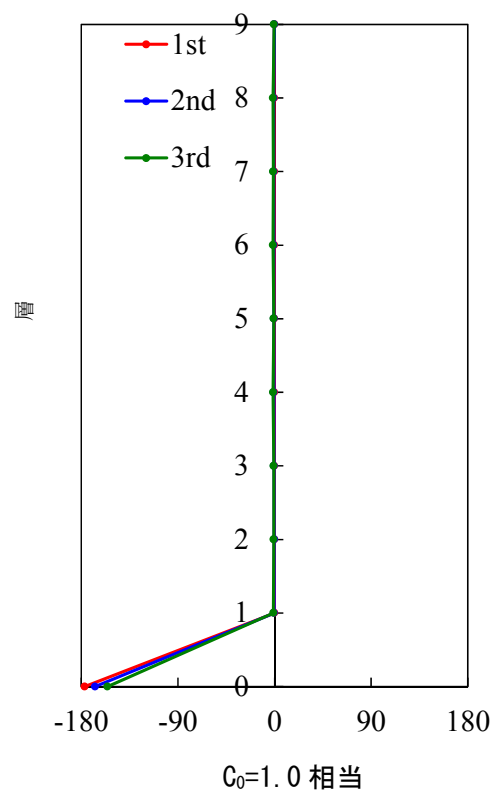
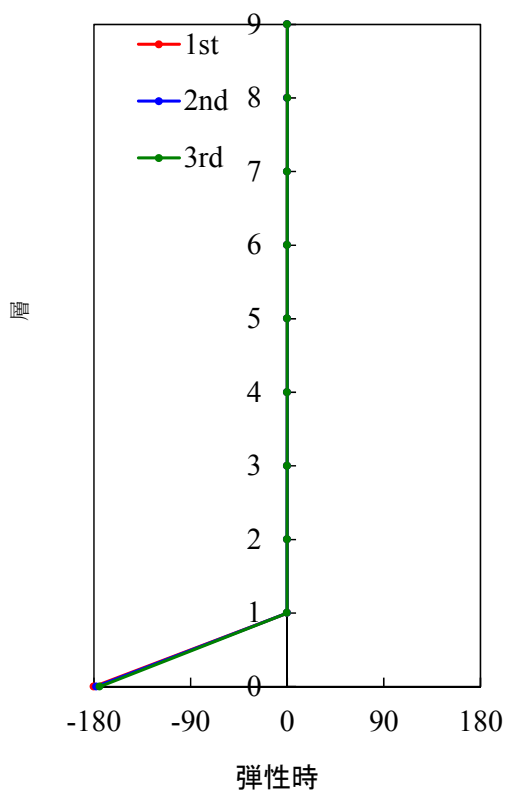


Fig. 4.3-26 下降波透過振幅比位相 (X方向)

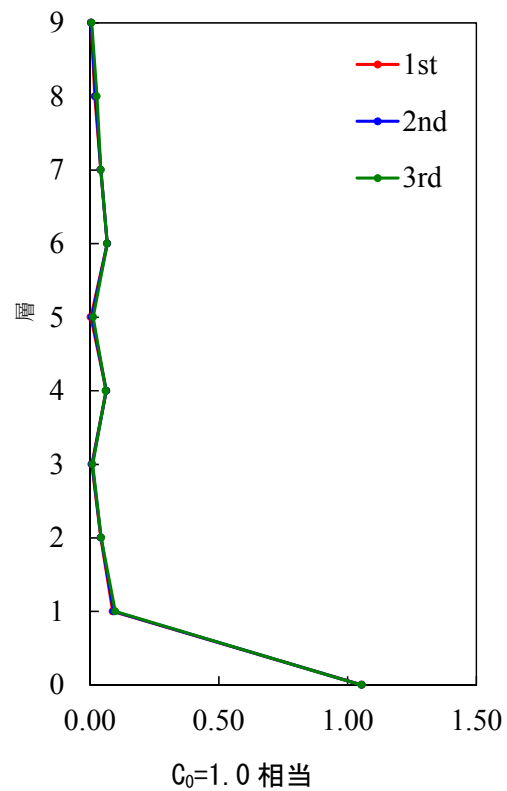
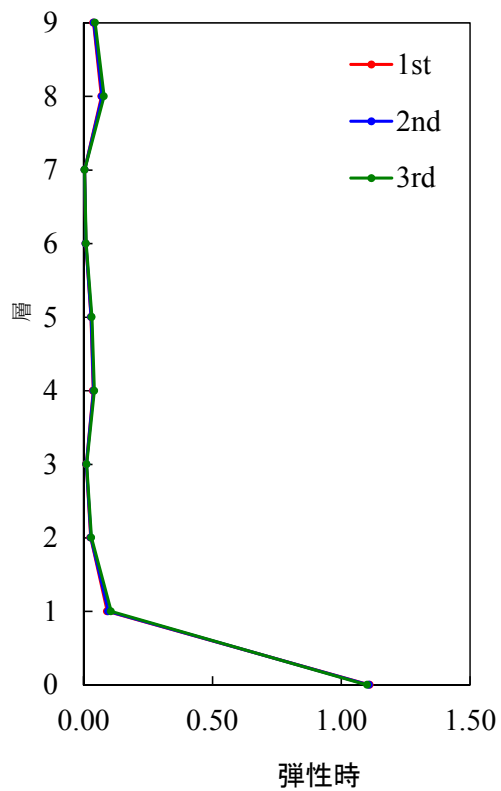


Fig. 4.3-27 反射過振幅比絶対値 (X 方向)

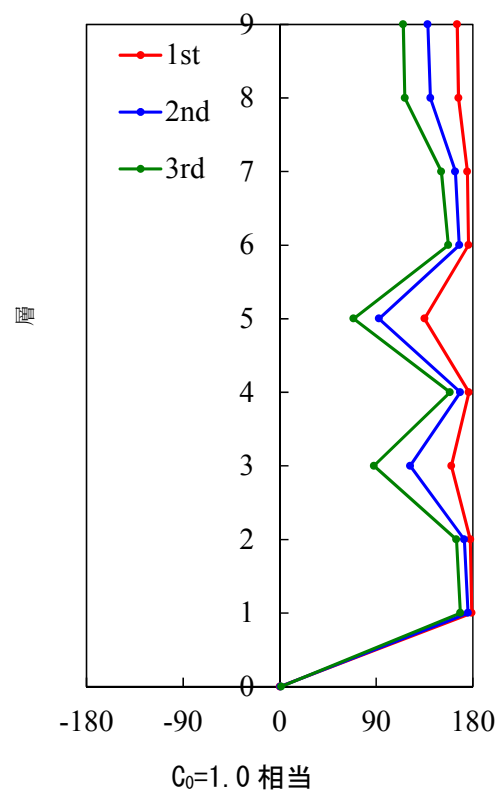
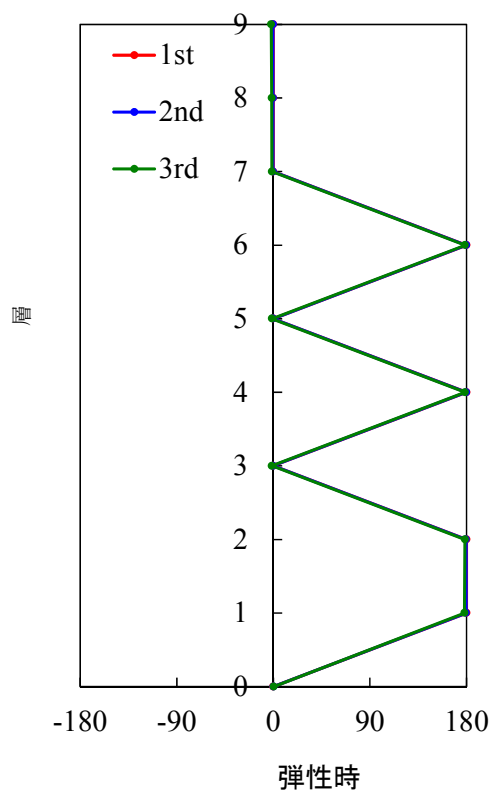


Fig. 4.3-28 反射過振幅比位相 (X 方向)

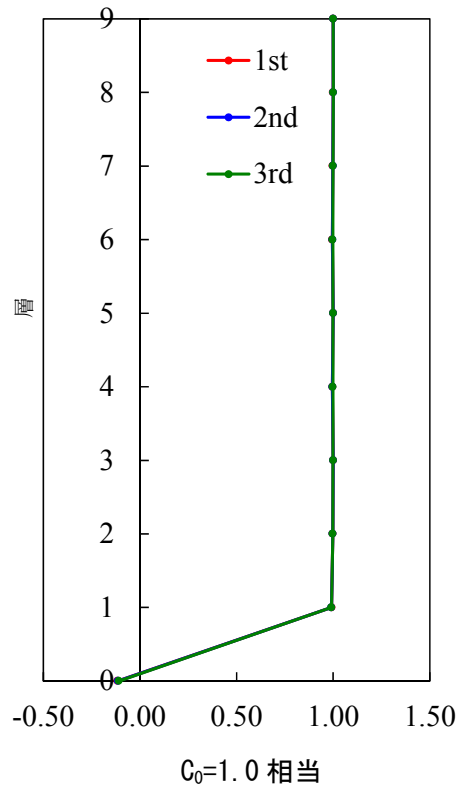
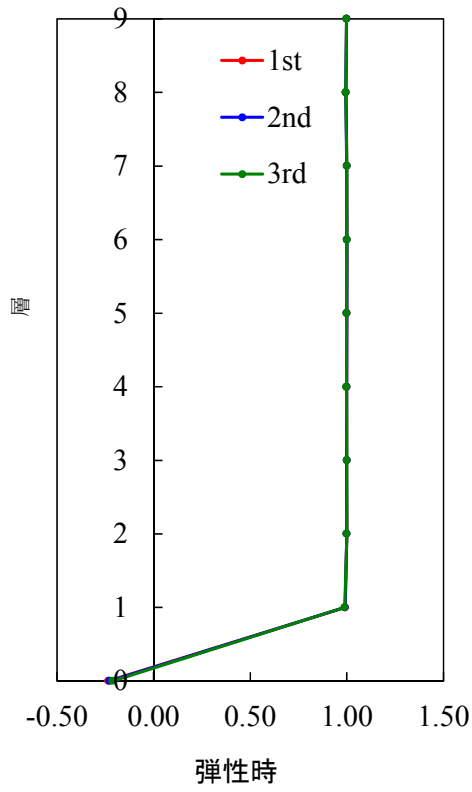


Fig. 4.3-29 エネルギー透過率絶対値 (X方向)

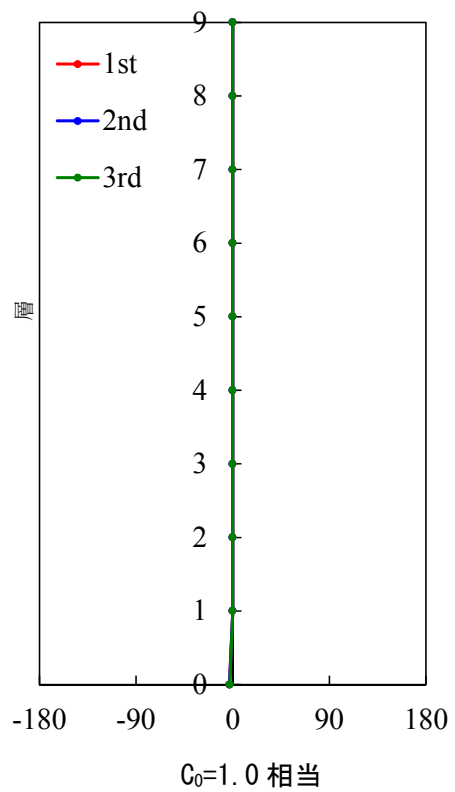
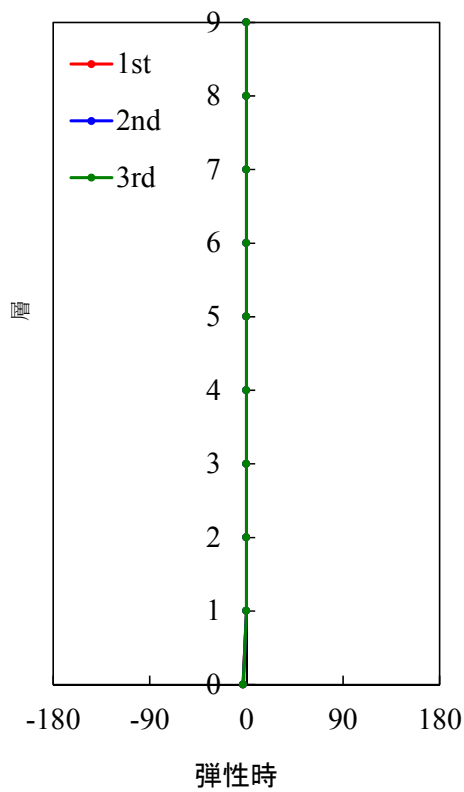


Fig. 4.3-30 エネルギー透過率位相 (X方向)

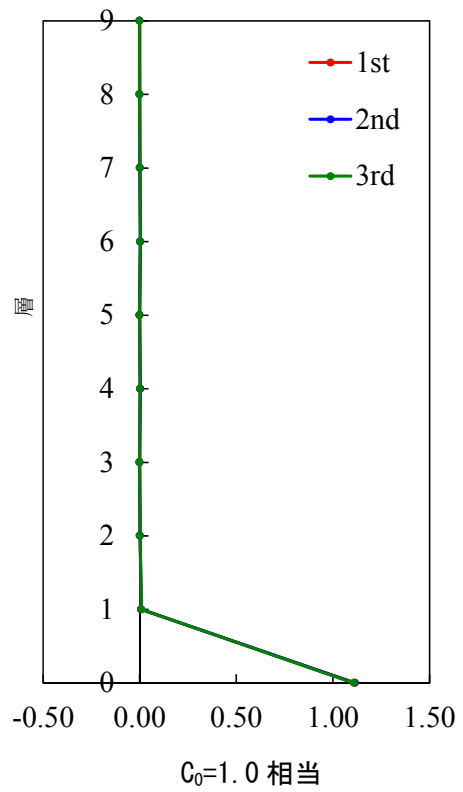
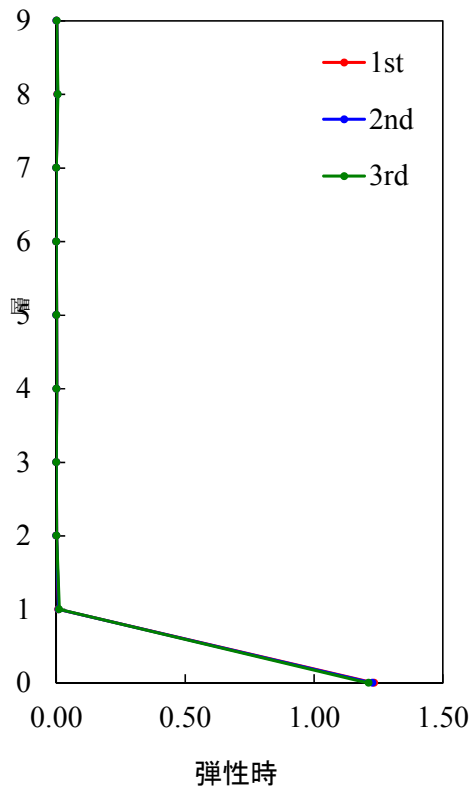


Fig. 4.3-31 エネルギー反射率絶対値 (X方向)

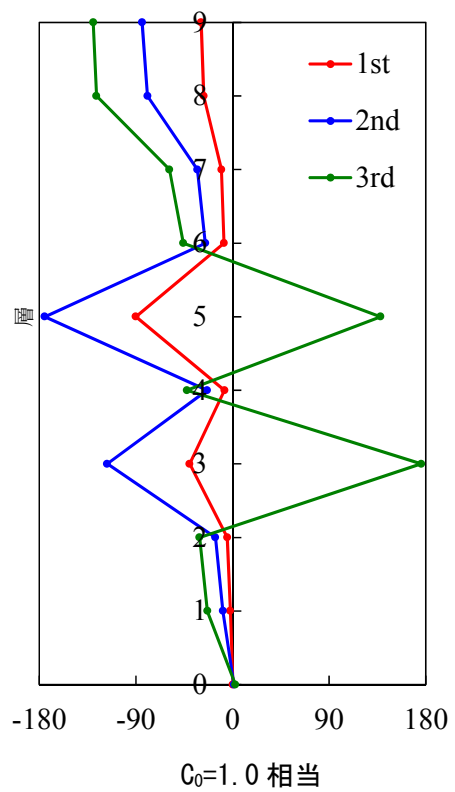
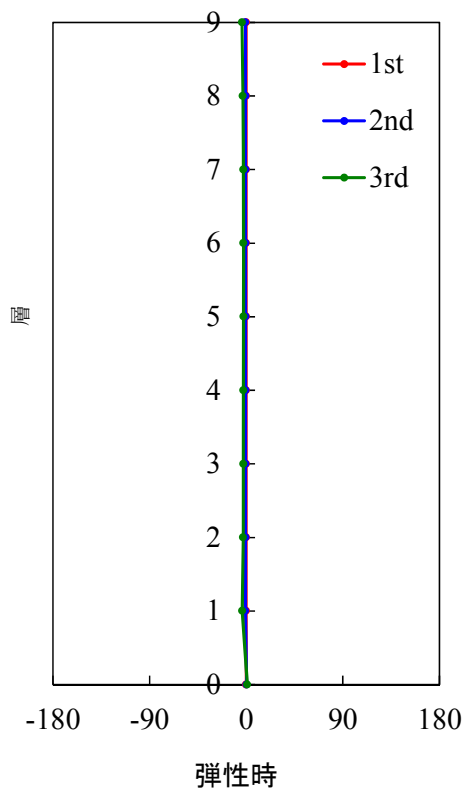


Fig. 4.3-32 エネルギー反射率位相 (X方向)

#### 4.4. 4章のまとめ

4章では著者が実際に設計・解析を行った建築構造物について波動伝播解析による検証、動的相互作用効果の検証を行った。本章で得られた知見を以下にまとめる。

- ・層間伝達減衰比を見ることにより、塑性化に応じた減衰の変化が現れた。層間伝達減衰比は波動の減衰を表す指標であるため、実際の各層の観測記録などから時刻歴や伝達関数を分析することによっても算定することが可能となる。
- ・建物 A は 7 層より上の高層部は基準階が繰り返される建物であり、各階の剛性・質量の変動が少ないため、波動の透過・反射がほとんど起こっていない。免震構造物のような柔軟層構造物ではその波動伝播特性を考察するのに柔軟層における波動の振舞いを考察することで建物全体の挙動を評価できる。
- ・一方 6 層から下では低層部の延床面積や高さ、トラスなどの特殊な構造形式を含む層もあり、剛性・質量が大きく異なるため、波動の反射が生じる。このため低層部では複雑な波動伝播性状を示している。一度反射が生じると振動の継続時間の中で反射が繰り返される。2.2 節での考察のとおり、反射や透過においては必ず振幅の増大が伴うため、振動性状は複雑となる。
- ・免震層を除くと構造体の塑性化がほとんど起こらない A 建物では塑性化による波動伝播特性の変動が少ない。一方各層のブレースが降伏することにより層の物性の変動する B 建物では、波動伝播特性は特に層間伝達減衰比や反射振幅比、エネルギー反射率の位相において顕著な変動が見られた。そのほかの各指標は塑性化による変動はあまり顕著には見られない。位相の着目した評価はあまり一般的ではないが、波動に関する指標として位相に変動の影響が大きく見られたことから、更なる検証を重ねることで位相は有用な指標となりうるものと考えられる。
- ・建物 B において検討した動的相互作用効果は応答比  $D_{SSI}$  にして 0.9 程度である。本敷地の表層地盤は比較的軟弱であるが、相互作用効果としては 1 割程度応答が減少するのみなので、それほど大きな効果があるとはいえない。このことは建物の高さが 45m 程度と比較的高い建物であることに起因していると考えられる。

## 第5章 結論

世界有数の地震国である我が国では、これまでの耐震技術の発展の背景として振動論が重要な役割を果たしてきた。現状の耐震設計技術、および現行の設計用地震荷重の意味合いを整理し、振動の本質である波動現象の観点から耐震設計された建物を評価することや、耐震設計における地震被害軽減を目的とした技術の再評価を行うことが重要となる。

以上の観点から本論文は、波動伝播をキーワードとして、建築構造物の耐震設計に対して波動論による評価検証の考え方を提示することを目的に波動伝播解析による建築構造物の評価検証、動的相互作用を考慮した地震荷重の設定手法の提案を行ったものである。各章の検証および得られた結論は次のようになる。

第1章「序論」では、研究背景と研究目的、本論文の構成について論じた。研究背景として、新耐震設計法の地震荷重の概要とその妥当性、動的相互作用を考慮することの重要性、今後の向かうべき耐震設計の方向性などについて述べた。また研究目的として上述したような波動論の考え方に基づいて耐震設計を捉え直し、建築構造物の振動現象の要因ともいえる波動に注目することがより本質的なアプローチとなるであろうことを論じた。

第2章「質点系の波動伝播解析による評価検証」では、質点系モデルを用いた波動伝播解析の方法を論じた。まず従来の質点系の波動伝播に関する研究を振り返り、波動を考えることの前提として振動をあらわす運動方程式と波動方程式の関係に言及し、振動と波動が等価であること確認した。

次に質点系の波動伝播解析の具体的な手法について述べ、伝達マトリクス法を用いて1次元の質点系モデルの空間状態方程式を作成し、伝達マトリクスの対角化により状態量を波動成分に変換できること、伝達マトリクスの固有値から波動の減衰を表現できること、波動インピーダンス比から透過や反射を表現できることを確認した。この透過・反射を、構造物を模擬した2質点系モデルにおいて確認し、質点系の波動伝播の性質を考察した。

さらに波動をエネルギーの観点から考察する方法について論じた。波動のエネルギーには波動インピーダンスが関与しているため、さきに述べた波動インピーダンスおよび上下質点間の波動インピーダンス比を用いて、異なる性質を持つ基本単位間の波動エネルギーの伝達関数にあたるエネルギー透過率やエネルギー反射率を定義できることを述べた。これにより均質モデルや、固定端モデル、基礎免震モデル、中間層免震モデルなどについて、波動エネルギーの性質を通してその波動伝播性状を定量的に評価できることを確認した。

最後に質点系モデルの固有モードについて論じた。質点系の固有モードの意味合いを分散関係式から考察した。また複素固有モードを波動に変換することでモード形状を形成する進行波と後退波に分解した。これにより通常は振動の基本単位と考えられている振動モードをさらに波動成分に分解することで、振動の生成要因に踏み込んだ解析的な考察が可

能になることを示した。

第 3 章「建物と地盤の動的相互作用の評価手法の提案」では、建物と地盤の動的相互作用を設計的観点から評価する方法について述べ、前章での波動論に基づく内容を踏まえた動的相互作用の解釈を論じた。

はじめに建物と地盤の動的相互作用を設計的に評価し、実際に設計実務において有益な評価方法を提案した。相互作用効果を定量化した応答比  $D_{SSI}$  を導入し、慣性の相互作用効果と入力相互作用効果のそれぞれを限られたパラメータ（建物形状や地盤・建物の相対的な固さに関するパラメータ）で表現できる評価式を提案した。これらの提案により構造設計において動的相互作用を考慮した設計用地震荷重も評価が可能となることを論じた。

さらに動的相互作用を波動論的観点から考察するため、提案した評価式を波動インピーダンス比で改めて定式化し、波動論的観点から相互作用効果を論じた。ここでは波動インピーダンスすなわち地盤と建物の硬さの比が動的相互作用に直結する評価指標であることを可視化することにより明らかにした。

本章の最後では地盤増幅関数の性質を利用した地震荷重の設定方法について論じた。ここではまず地震基盤におけるエネルギースペクトルの値の上限値が概ね一定値であるという観測事実を前提とした。そのうえで地盤増幅を考慮する際に、減衰のない地盤では増幅関数にある一定の保存量が存在することを踏まえ、減衰のある場合の地盤増幅率を定式化し、地表面におけるエネルギースペクトルの平均的なレベルとしての地震荷重の算定手法を提案した。

第 4 章「実在建物を対象とした波動伝播解析による評価検証」では、著者が設計・構造解析を行った建物を対象に、前章までの内容を踏まえた波動伝播解析や動的相互作用に基づく評価検証を行った。ここでは建物や地盤が非線形領域に達する状況も考慮した評価を行った。その結果、構造物の波動伝播特性の分析から、透過振幅比や透過エネルギーにおいては弾性時と大地震時相当の応答時で大きな変動がないものの、反射振幅比の、特に位相において顕著な変動が見られることを指摘した。この指摘から、非線形性を考慮したモデルでは複雑な波動の散乱が建物内に生じていることを明らかにした。一般的な振動解析による応答値の考察のみからは得られない知見を得ている。また対象敷地における動的相互作用効果として加速度応答比が 0.9 程度であることを確認した。

以上が本論文において得られた結論であり、波動論に基づく考察によって建物の振動性状をその要因に踏み込んで分析を行うことができたと考える。このような検証内容を設計に応用し、解析・分析結果の蓄積を行うことで、耐震設計を新たな捉え方により評価できるものとする。



## 参考文献

### 第1章

- 1) 建築研究所：総プロ「新耐震設計法の開発」研究報告，新耐震設計法（案），建築研究報告，No.79, 1977.3.
- 2) 小山信：建築基準法での限界耐力計算における表層地盤の取り扱い，物理探査，第59巻第2号，pp.163-169, 2006.
- 3) 建設省建築研究所：平成七年兵庫県南部地震被害調査最終報告書，1996.
- 4) 内閣府・南海トラフ地震のモデル検討会：南海トラフの巨大地震による震度分布・津波高について（第一次報告），2012.3.31.
- 5) 石山祐二：耐震規定と構造動力学—建築構造を知るための基礎知識，三和書籍，2008.3.

### 第2章

- 6) Brillouin, 「Wave Propagation in Periodic Structures」, Dover, 1953.
- 7) 福和伸夫, 勝倉裕, 中井正一, イグサタケル:伝達行列法を用いた線状周期構造物の振動特性に関する研究—1次元連続体と集中質点で構成される周期構造の波動伝播特性に関する基礎的考察—, 日本建築学会構造系論文集, 第421号, pp.101-108, 1991.3.
- 8) 福和伸夫, ガナド・M・アリ, 八木茂治:構造物の固有振動数特性に及ぼす動的相互作用効果に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, 第475号, pp.35-44, 1995.9.
- 9) 山田聖治, 西谷章:伝達マトリクス法による建築構造システムの局所的減衰評価に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, 第532号, pp.79-85, 2000.6.
- 10) 三田彰, 来田義弘, 柴慶治, 奈良岡浩二, 金子美香:波動論に基づく高層建物の振動制御(その1) 理論的検討, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.857-858, 1990.10.
- 11) 三田彰, 来田義弘, 柴慶治, 奈良岡浩二, 金子美香:波動論に基づく高層建物の振動制御(その2) 検証実験, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.859-860, 1990.10.
- 12) 三田彰, J.E.Luco:波動伝播を考慮した高層建物の地震応答制御, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.837-838, 1992.8.
- 13) 田中信雄, 菊島義弘:柔軟ばりの曲げ波制御に関する研究(アクティブ・シンク系の基本的性質とその検証), 日本機械学会論文集(C編), 56巻530号, pp.2575-2582, 1990.10.
- 14) 國生剛治:地震地盤動力学の基礎: エネルギー的視点を含めて, 鹿島出版会, 2014.1.
- 15) 王欣, 正木和明, 入倉孝次郎:常時微動を用いた被災建物の層間せん断波速度測定, 日本地震工学会論文集, 第13巻, 第2号, 2013.
- 16) 成田修英, 渡壁守正, 保井美敏, 稲井慎介, 山本健史, 石田琢史:1次元多質点系における波動伝播の理論と応用, 日本建築学会構造系論文集, Vol.78, No.690, pp.1385-139, 2013
- 17) 成田修英, 渡壁守正, 保井美敏, 稲井慎介, 山本健史, 石田琢志, 曲げ変形を含む1次元多質点系における波動論伝播理論および波動論的アプローチと振動論的アプローチの

- 整合, 第14 回日本地震工学シンポジウム論文集, pp.731-740, 2014.12.
- 18) 王欣, 正木和明, 入倉孝次郎, 源栄正人, 久田嘉章: 超高層ビルの層間せん断波速度の抽出およびヘルスマニタリングへの応用, 第 14 回日本地震工学シンポジウム論文集, pp.3822-3831, 2014.12.
- 19) 中溝大機, 西谷章: 波動伝播の概念に基づいた柔軟層を有する構造物の挙動と変形に関する基礎的考察, 日本建築学会構造系論文集, No.74, Vol.645, pp.1967-1974, 2009.11.
- 20) 中溝大機, 西谷章: 質点系モデルにおける透過・反射性状の定量的検証, 日本建築学会大会学術講演梗概集. B-2, 構造 II, 2009 年 7 月, pp.779-780
- 21) FN の高校物理 <http://www.fnorio.com/index.html>
- 22) 戸田盛和: 新物理学シリーズ 3 振動論, 培風館, 1968.
- 23) F.G.Smith 著, 高橋秀俊 訳: バークレー物理学コース 波動上・下, 丸善, 1973.
- 24) E.C.ペステル, F.A.レキエー, 加川幸雄(訳): マトリクス法による振動解析—伝達マトリクス法, ブレイン図書出版, 1978.
- 25) 徳岡辰雄: ライブラリ工学基礎 4 波動論, サイエンス社, 1984.

### 第 3 章

- 26) 林康裕, 藤森健史, 安井譲, 井口道夫: 1995 年兵庫県南部沖地震における相互作用効果と建物応答, 日本建築学会構造系論文集, 第 520 号, pp.45-51, 1999.6.
- 27) 田治見宏: 建築構造学体系 1・地震工学, 彰国社, 1966.
- 28) Kobori, T. : Dynamic Response of rectangular Foundations on an Elastic-Space, Proc. of Japan National Symposium on Earthquake Engineering, pp.81-86, 1962.
- 29) 山原浩: 地震時の地動と地震波の入力損失, 日本建築学会論文報告集, 第 165 号, pp.61-66, 1969.11
- 30) Thau, S.A. : Radiation and scattering from rigid inclusion in an elastic medium, J. Appl. Mech, 34(2), pp.509-511, 1967.6.
- 31) J.E.Luco. : On the Relation between the Radiation and Scattering Problems for Foundations Embedded in an Elastic Half-Space, Soil Dyn. Earthq. Eng., Vol.5, No.2, pp.61-66, 1986.4
- 32) 原田隆典, 久保慶三郎, 片山恒雄: 有効地震動の計算式とその実測例による検討, 土木学会論文集, 第 362 号 I-4, 1985.10.
- 33) 栗本修, 井口道雄: 実地震記録に基づく基礎入力動評価, 日本建築学会構造系論文集, 第 472 号, pp.67-74, 1995.6.
- 34) 鈴木承慈, 福和伸夫, 護雅史: 埋込み基礎の基礎入力動簡易評価法, 日本建築学会構造系論文集, 第 661 号, pp.535-541, 2011.3.
- 35) 建築物の構造関係技術基準解説書編集委員会: 2007 年版 建築物の構造関係技術基準解説書, 全国官報販売共同組合, 2007.8.
- 36) Tentative Provisions for the Development of Seismic Regulations for Building, Prepared by

ATC Appl. Tech. Council, 1978.

- 37) 日本建築学会：建物と地盤の動的相互作用を考慮した応答解析と耐震設計, 2006.2
- 38) 日本建築学会：入門・建物と地盤との動的相互作用, 1996.3.
- 39) 楊志勇, 秋山宏：エネルギーの授受に基づく相互作用の効果に対する評価, 日本建築学会構造系論文集, 第 536 号, pp.39-45, 2000.10.
- 40) 水谷美和, 吉江慶祐, 秋山宏, 北村春幸：地盤と建物の相互作用を考慮した地震動の実効入力の評価, 日本建築学会構造系論文集, 第 601 号, pp.43-51, 2006.3
- 41) 山根尚志, 長橋純男：位相差分特性を考慮した設計用模擬地震動作成に関する研究 その 4  $\omega^2$  モデルで規定したフーリエ振幅と位相差分の標準偏差を基準として選択したフーリエ位相を用いた模擬地震動作成手法, 日本建築学会構造系論文集, 第 590 号, pp.45-53, 2005.4.
- 42) 加藤勉, 秋山宏：強震による構造物へのエネルギー入力と構造物の損傷, 日本建築学会論文報告集, 第 235 号, pp.9-18, 1975.9.
- 43) 秋山宏, 北村春幸：エネルギースペクトルと速度応答スペクトルの対応, 日本建築学会構造系論文集, 第 608 号, pp.37-43, 2006.10.
- 44) 東京都：平成 15 年度 23 区内微動アレイ探査委託 (その 2) に関する調査成果報告書, 地震調査研究推進本部, 2004.3.
- 45) Aki, K. : Scaling law of seismic spectrum, J.Geophys. Res., 72, pp.1217-1231, 1967.2.
- 46) 中井正一, 市川隆之, 渡辺孝英, 廣谷勉, 室井一夫：切欠き型サブストラクチャー法の分類と適用, その 1 切欠き型サブストラクチャー法の体系化, 日本建築学会大会学術講演梗概集(構造 II), pp.349-350, 1985.10.
- 47) 原田公明, 石井正人, 篠原達巳, 風間宏樹：2011 年東北地方太平洋沖地震を受けた日建設計東京ビルの地震記録, その 1 2011 年 3 月 11 日本震での観測記録および分析, 日本建築学会大会学術講演梗概集(構造 II), pp.1149-1150, 2012.9.
- 48) 篠原達巳, 風間宏樹：2011 年東北地方太平洋沖地震を受けた日建設計東京ビルの地震記録, その 2 2003 年 4 月以降 2012 年 2 月までの記録に対する総合的評価, 日本建築学会大会学術講演梗概集(構造 II), pp.1151-1152, 2012.9.
- 49) 榊原啓太, 石井正人, 原田公明：2011 年東北地方太平洋沖地震を受けた日建設計東京ビルの地震記録, その 3 2011 年 3 月 11 日本震での観測記録と解析モデルの比較検証, 日本建築学会大会学術講演梗概集(構造 II), pp.1153-1154, 2012.9.
- 50) 「高層建築物の構造設計実務」編集委員会：評定評価を踏まえた高層建築物の構造設計実務—中高層・高層建築物の構造設計者が実際に行ってきた検討と判断を集大成—, 日本建築センター, pp.15-16, 2002.7.
- 51) 日本建築学会：建物と地盤の動的相互作用を考慮した応答解析と耐震設計, 日本建築学会, 2006.2.
- 52) 日本建築学会：ワークショップ「建物と地盤の動的相互作用の簡易計算法」, 日本建築

学会, 2011.1.

- 53) 国土交通省住宅局建築指導課ほか編：2001 年版限界耐力計算法の計算例とその解説, 2001, 工学図書株式会社
- 54) 平井俊之：地震動のエネルギー指標の活用法に関する研究, 京都大学博士論文, 2010.3.
- 55) 中溝大機, 小坂橋裕一, 水谷美和, 山根尚志: 建物と地盤の動的相互作用による地震荷重低減効果の設計用評価式の提案, 日本建築学会構造系論文集, 第 704 号, pp.1425-1434, 2014.10.
- 56) 中溝大機, 西谷章：杭基礎建物の設計におけるスウェイモデル適用の妥当性に関する検証, 構造工学論文集, Vol.61B, pp.349-335, 2015.3.
- 57) 山根尚志, 長橋純男： $\omega^2$  モデルに基づいた 2011 年東北地方太平洋沖地震の観測地震動及び模擬地震動の振幅特性に関する考察, シンポジウム「東日本大震災からの教訓、これからの新しい国づくり」講演梗概集, pp.183-186, 2012, 3
- 58) Kanamori, H. and D. L. Anderson：Theoretical basis of some empirical relations in seismology, Bull. Seism. Soc. Am., 65, pp.1073-1095, 1975.10
- 59) Aki, K. and P. G. Richards：Quantitative Seismology, Theory and Methods, W. H. Freeman and Company, San Francisco, California, 1980
- 60) 中央防災会議：東南海、南海地震等に関する専門調査会、第 16 回資料、2003.12
- 61) Kanamori, H.：The energy release in great earthquakes, J. Geophys. Res., 82, pp.2981-2987, 1977.7
- 62) Sato, R.：Theoretical basis on relationships between focal parameters and earthquake magnitude, J. Phys. Earth, 27, pp.353-372, 1979

#### 第 4 章

- 63) 東京電機大学東京千住キャンパス 1 号館の地震観測記録分析に関する報告：その 1 建物概要, 日本建築学会大会学術講演梗概集. B-2, 構造 II, 2014 年 7 月, pp945-946, 長嶋千草・中溝大機・原田公明・藤田聡・井山義信
- 64) 東京電機大学東京千住キャンパス 1 号館の地震観測記録分析に関する報告：その 3 地震観測記録における地盤増幅と動的相互作用の分析, 日本建築学会大会学術講演梗概集. B-2, 構造 II, 2014 年 7 月, pp949-950, 中溝大機・原田公明・藤田聡

## 謝辞

本研究をまとめるに当たり、多くの方からご支援とご指導を賜りました。ここに謹んで感謝の意を表します。

本研究の主査としてご指導下さいました理工学術院 西谷章教授に感謝申し上げます。本研究は2008年にまとめた修士論文における波動論に関する研究から、長い時間をかけて少しずつ進めてきた内容であり、本研究をまとめるまでの間いつも研究に関して丁寧かつ適切なご指導をして下さいました。心より厚く御礼申し上げます。

本研究の副査としてご指導下さいました、理工学術院 曾田五月也教授、前田寿朗教授、東京大学 神田順名誉教授には貴重なご意見を数多く賜り、これにより論文をより良いものとする事ができたと考えております。ここに感謝申し上げます。

動的相互作用に関する論文について共同執筆者としてご指導下さいました日建設計 山根尚志主査には多くのご意見を頂きました。2008年当時に修士論文の波動論に関する内容にご興味を持っていただき、関連する内容として動的相互作用の研究を行うきっかけを頂きました。ここに感謝申し上げます。

日建設計 小坂橋裕一部長、水谷美和主管、刀田健史氏にも相互作用に関する論文の共同執筆者としてご支援とご指導を頂きました。また日建設計 設計用入力地震動研究会に所属されている吉江慶祐部長、白瀬陽一主任、山本恵市主管には多くのご意見やご指摘を頂きました。

動的相互作用に関する研究に関して、名古屋大学減災連携研究センター 福和伸夫教授、飛田潤教授、護雅史特任教授から貴重なご意見を頂きました。

4章の実在建物の設計にあたっては日建設計 原田公明技師長からご指導を頂きました。またこの実在建物における共同研究においては東京電機大学 藤田聡教授からご指導を頂きました。

最後に設計業務を行いながらのこれまでの研究生活を支えてくれた家族、そして妻に感謝します。

2016年2月 中溝大機



# 早稲田大学 博士（工学） 学位申請 研究業績書

(2016年 2月4日現在)

種 類 別	題名、 発表・発行掲載誌名、 発表・発行年月、 連名者（申請者含む）
論文 (査読付)	<ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> [1] 波動伝播の概念に基づいた柔軟層を有する構造物の挙動と変形に関する基礎的考察, <b>日本建築学会構造系論文集</b>, No. 74, Vol. 645, pp. 1967-1974, 2009年11月, <b>中溝大機・西谷章</b></li> <li><input type="radio"/> [2] 建物と地盤の動的相互作用による地震荷重低減効果の設計用評価式の提案ー加速度応答に基づいた動的相互作用効果の評価ー, <b>日本建築学会構造系論文集</b>, No. 79, Vol. 704, pp. 1425-1434, 2014年10月, <b>中溝大機・小板橋裕一・水谷美和・山根尚志</b></li> <li><input type="radio"/> [3] 杭基礎建物の設計におけるスウェイモデル適用の妥当性に関する検証, <b>構造工学論文集</b>, Vol. 61B, pp. 349-335, 2015年3月, <b>中溝大機・西谷章</b></li> </ul>
講演	<ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> [1] 柔軟層を有する構造物の極限変形に関する基礎的考察, <b>日本建築学会大会学術講演梗概集. B-1, 構造 I</b>, 2008年7月, pp383-384, <b>中溝大機・西谷章</b></li> <li><input type="radio"/> [2] 質点系モデルにおける透過・反射性状の定量的検証, <b>日本建築学会大会学術講演梗概集. B-2, 構造 II</b>, 2009年7月, pp779-780, <b>中溝大機・西谷章</b></li> <li><input type="radio"/> [3] 建物と地盤の動的相互作用による地震荷重低減効果に関する研究：その1 地震荷重低減係数の設計的評価式の提案, <b>日本建築学会大会学術講演梗概集 2012(構造 I)</b>, 2012年9月, pp.51-52, <b>中溝大機・刀田健史・水谷美和・小板橋裕一・山根尚志</b></li> <li><input type="radio"/> [4] 建物と地盤の動的相互作用による地震荷重低減効果に関する研究：その2 東北地方太平洋沖地震における調査結果と観測記録を用いた実効入力に関する考察, <b>日本建築学会大会学術講演梗概集 2012(構造 I)</b>, 2012年9月, pp.53-54, <b>刀田健史・中溝大機・水谷美和・小板橋裕一・山根尚志</b></li> <li><input type="radio"/> [5] 東京電機大学東京千住キャンパス 1号館の地震観測記録分析に関する報告：その1 建物概要, <b>日本建築学会大会学術講演梗概集. B-2, 構造 II</b>, 2014年7月, pp945-946, <b>長嶋千草・中溝大機・原田公明・藤田聡・井山義信</b></li> <li><input type="radio"/> [6] 東京電機大学東京千住キャンパス 1号館の地震観測記録分析に関する報告：その3 地震観測記録における地盤増幅と動的相互作用の分析, <b>日本建築学会大会学術講演梗概集. B-2, 構造 II</b>, 2014年7月, pp949-950, <b>中溝大機・原田公明・藤田聡</b></li> </ul>
博士論文とは直接関連しない講演	<ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> [1] 複数種のダンパーを持つ構造物のシステム同定手法に関する基礎的研究, <b>日本建築学会大会学術講演梗概集. B-2, 構造 II, 振動, 原子力プラント</b>, 2008年7月, pp475-476, <b>若原知広・中溝大機・仁田佳宏・西谷章</b></li> <li><input type="radio"/> [2] 東北地方太平洋沖地震における東北電力本店ビルの動的挙動：その1 地震動観測記録の分析, <b>日本建築学会大会学術講演梗概集. B-2, 構造 II</b>, 2013年8月, pp625-626, <b>田坂政則・中溝大機・倉科雅一・鶴飼和也・奥田真治</b></li> <li><input type="radio"/> [3] 東北地方太平洋沖地震における東北電力本店ビルの動的挙動：その2 過去に発生した地震動による累積損傷の評価, <b>日本建築学会大会学術講演梗概集. B-2, 構造 II</b>, 2013年8月, pp627-628, <b>中溝大機・田坂政則・鳥井信吾</b></li> <li><input type="radio"/> [4] 東京電機大学東京千住キャンパス 1号館の地震観測記録分析に関する報告：その2 地震観測システムと地震観測記録の分析, <b>日本建築学会大会学術講演梗概集. B-2, 構造 II</b>, 2014年7月, pp947-948, <b>藤田聡・中溝大機・原田公明・今井修一</b></li> <li><input type="radio"/> [5] 東京電機大学東京千住キャンパス 1号館の地震観測記録分析に関する報告：その4 地震観測記録を用いた建物解析モデルの応答評価, <b>日本建築学会大会学術講演梗概集. B-2, 構造 II</b>, 2014年7月, pp951-952, <b>今井修一・藤田聡・皆川佳祐・原田公明・中溝大機</b></li> </ul>

