

博士論文概要

論文題目

ループ量子重力理論に基づく
宇宙物理学の基礎的問題の解析

Analysis of Fundamental Problems in Astrophysics
based on Loop Quantum Gravity

申請者

田中	友
Tomo	TANAKA

物理学及応用物理学専攻 理論宇宙物理学研究

2013年3月

(受理申請する部科主任会開催年月を記入)

Einstein は重力を 4 次元時空の幾何学として捉えることによって一般相対性理論を定式化した。一般相対性理論はそれまでの Newton の重力理論では説明ができなかった水星の近日点移動を説明し、さらに光の屈折などの太陽系近傍の観測により検証されている。また、宇宙の進化やブラックホールの存在が予言され、それらは観測によって確認されるどころとなり、一般相対性理論は正しいとされている。しかし、ブラックホール中心や宇宙初期においては密度や曲率などが発散する特異点が存在することが示されており、そこでは一般相対性理論が破綻する。しかし、この特異点は一般相対性理論という古典論の範囲で考えた時に生じるものであり、時空の量子論的な効果も含めて考えると特異点が生じないと考えられる。一般相対性理論と量子論を統一する理論は量子重力理論と呼ばれており、2 つの理論が現れて以降多くの理論物理学者によって取り組まれてきたが、いまだに完成されていない。

強重力場の典型であるブラックホールには熱力学に類似した性質があり、ブラックホール熱力学として大変よく研究されている。例えば、ブラックホールのエントロピーと事象の地平線の表面積には比例関係(Bekenstein-Hawking の関係式)があることや、曲がった時空での場の量子論を考えることで、ブラックホールがある温度の熱放射(Hawking 放射)を放出していることが示され、その温度の表式にはプランク定数が含まれる。これらの結果からエントロピーの表式にもプランク定数が含まれることがわかり、エントロピーは通常量子統計力学のように量子論的な効果によって説明されることが期待される。しかし、このブラックホールの熱力学的性質の量子統計力学的な起源は未だ明らかにはされておらず、量子重力理論によって解決されると予想されている。

量子重力理論の一つで、現在有望視されているものにループ量子重力理論(loop quantum gravity[LQG])がある。量子重力理論を含む素粒子統一理論の有力候補と考えられている超弦理論もあるが、非摂動論的な定式化がまだ出来ていないためブラックホールなどの強重力場を伴う現象の記述は困難である。しかし、LQG は 4 次元時空を基礎とし一般相対性理論をゲージ理論的に扱い、格子 QCD での手法を応用することにより、非摂動論的な方法で数学的に厳密に構築されている理論である。このため重力場の量子化が必要とされるような強重力場を伴うミクロなスケールにおいても解析を行うことが可能であり、ブラックホール熱力学の量子統計力学的起源や宇宙初期の特異点回避の解析において極めて有効な理論であると期待されている。そして非摂動論的な量子重力理論である LQG において、これらを説明することが現在重要な課題の 1 つとなっており、またブラックホールエントロピーの量子統計力学的な起源の説明や特異点の回避について明確な答えを与えることが出来れば、量子重力理論完成へ向けた大きな第一歩になる。

この LQG には 3 つの特徴がある。1 つ目は、正準変数として 3 次元空間の接続

と三脚場を採用している点であり、この変数を用いることで一般相対性理論は $SU(2)$ ゲージ理論の形式に書き直すことが出来る。2 つ目は、量子化する際に格子ゲージ理論などで用いられるホロノミーと呼ばれる接続から作られる幾何学量を用いている点である。そして、3 つ目の特徴として量子状態がスピンネットワークと呼ばれる 3 次元空間に埋め込まれたグラフ(頂点と頂点同士を結ぶエッジにより構成されるグラフ)によって与えられることである。そのエッジには半整数であるスピンが重み付けされている。3 次元空間中の 2 次元面の面積は面積演算子で表され、その固有値はエッジのスピンの依存した一般的な表式で与えられる。そして、その固有値は離散的になることが知られている。また体積についても同様に離散固有値を持つことが知られている。このことから空間が最小の大きさを持つ量子構造を持っていることがわかる。この空間の離散的な性質を用いてブラックホール熱力学の量子統計力学的起源やブラックホールや初期宇宙の特異点の解析がなされてきた。

本論文では、上記で述べたような LQG で知られている面積固有値の表式を用いたブラックホールのエントロピーの導出を一般化し、またループ量子宇宙論を用いた初期特異点の回避の可能性について調べた。

現在、LQG におけるブラックホールのエントロピーに関する研究では、LQG を用いてブラックホール時空そのものを取り扱う研究はされていない。実際に行われている方法は、ブラックホールの地平線を時空の内部境界と捉える古典的な描像を用い、地平線の自由度を計算することによりエントロピーを求める方法である。また、ブラックホールの地平線を定める境界面を量子化する際に、古典的計算により単純化した変数を用いて量子化を行っているため、先に量子化を行った時空に演算子化された地平線条件を課す場合と同じ結果を得ることが出来るかは自明ではない。さらに、量子状態であるスピンネットワークのエッジと 2 次元地平線面との関係として、(i)エッジが 2 次元面を貫いている場合と (ii)エッジが 2 次元面上にも存在する場合、つまりグラフの頂点が地平線上に存在する場合があるが、これまでの研究においては (i)のみ考慮されている。その理由として、地平線は量的に見ると揺らいでいるため地平線上にはエッジは存在しないとする (i)の場合のみを考えている。その結果、面積固有値の表式を単純化し、その表式でブラックホールの地平線面積を表しエントロピーを導出している。また別の方法として、ブラックホールの内側は存在しないとし、(ii)の場合および (i)の場合のうち、地平線の内側にはエッジがない場合を考え、面積固有値を単純化したエントロピーの導出法が行われてきた。しかしそれらの結果は一致しておらず、どちらが正しいのか、またはどちらも正しくないのか未だにわかっていない。

そこで我々はすべての場合も含む (i)(ii)の場合を考えたブラックホール地平面

の自由度の計算を行った。その場合 LQG において知られている一般的な面積固有値の表式を用い、ブラックホールのエントロピーの導出を行った。さらに LQG には Immirzi パラメータとよばれる 1 つの自由パラメータが含まれるが、導出されたエントロピーを古典的な Bekenstein-Hawking の関係式に一致させることで決定することができる。その結果、我々の研究において得られたこのパラメータの値はそれまでの研究において得られたものとは異なる値となる。我々の計算ではブラックホールの地平線を形成する量子状態として地平線上にエッジがある状態の状態数が一番多く、その結果、ブラックホールの地平線は、今までのような古典的直感と反し、地平線上にもエッジが存在し、頂点も含まれる状態によって構成されているという解釈をする必要があることになる。これは地平線の境界条件を古典的な解析から課すことの危険性を表しており、LQG の従来のアプローチに警鐘を与えるものである。

ループ量子宇宙論は対称性を課した時空に LQG の量子化の方法を使って量子宇宙論を展開する理論である。これまでの研究においてホロノミーを考える際に離散化が等面積で与えられる方法と等体積で与えられる方法の 2 つが提案されており、共に初期特異点が回避されている。また、量子論で問題になってくるハミルトニアン演算子の演算子順序についての議論も限られた場合が計算されているのみでどのようにするべきなのかといった系統的な議論はなされていない。そこで我々は、平坦な一様等方宇宙モデルにおいてホロノミーの取り方と演算子順序について宇宙が大きくなった時の波動関数の振る舞いと初期特異点での演算子順序による波動関数の振る舞いの違いに着目して系統的な解析を行った。その結果、ホロノミーの取り方として等体積離散化になる方法が良く、三脚場演算子を右に置く演算子順序をとるべきであることを示した。LQG ではホロノミーの取り方は一般的に与えられているが、演算子順序についてはわかっていない。本研究により、取るべき演算子順序についての示唆が得られたが、その他の宇宙モデル等においても同様の結果を得、本論文の結果の普遍性が示されるならば、量子重力理論完成への大きな一歩となるだろう。

以上の結果より、LQG を用いたブラックホールの地平線の新たな量子的描像を明らかにし、頂点やエッジにより地平線が構成されていることがわかった。そのような量子状態はこれまでの研究では簡単化のため無視していたため、従来のアプローチの見直しを行う必要があることがわかった。またループ量子宇宙論を用いた特異点回避の可能性の議論では演算子順序により回避するかどうかが決まることがわかり、演算子順序の取り方を一意に定めるための示唆を与えた。今後の課題としてこれらの結果の普遍性を様々なモデル等で検証したい。

早稲田大学 博士（理学） 学位申請 研究業績書

氏名 田中友 印

(2013年 3月 現在)

種 類 別	題名、 発表・発行掲載誌名、 発表・発行年月、 連名者（申請者含む）
○ 論文	Discretization parameter and operator ordering in loop quantum cosmology with the cosmological constant, Physical Review D 83, 104049, 2011年5月, 田中友、雨宮史年、島野誠大、原田知広、玉置孝至
○ 論文	Area spectrum of horizon and black hole entropy , The European Physical Journal C, 73, 2314, 2013年2月, 田中友、玉置孝至
講演 (国際会議)	Discretization parameter and operator ordering in loop quantum cosmology with the cosmological constant, Spanish Relativity Meeting ERE2010, グラナダ(スペイン), 2010年9月, 田中友、雨宮史年、島野誠大、原田知広、玉置孝至
講演 (国際会議)	Robustness of singularity avoidance in loop quantum cosmology, The 19th Workshop on General Relativity and Gravitation in Japan, 立教大学(東京), 2009年12月, 田中友、雨宮史年、島野誠大、原田知広、玉置孝至
講演 (国際会議)	Black hole entropy for the general area spectrum, Spanish Relativity Meeting ERE2009, ビルバオ(スペイン), 2009年9月, 田中友、玉置孝至
講演 (国際会議)	Black hole entropy for the general area spectrum, Loops' 09, 北京(中国), 2009年8月, 田中友、玉置孝至
講演 (国際会議)	Black hole entropy for the general area spectrum, The 18th Workshop on General Relativity and Gravitation in Japan, 広島大学(広島), 2008年12月, 田中友、玉置孝至

早稲田大学 博士（理学） 学位申請 研究業績書

種 類 別	題名、 発表・発行掲載誌名、 発表・発行年月、 連名者（申請者含む）
講演 (国際会議)	Black hole entropy from spin-network, The 17th Workshop on General Relativity and Gravitation in Japan, 名古屋大学(愛知), 2007年12月, 田中友、玉置孝至
講演 (国際会議)	Considering boundary conditions for black hole entropy in loop quantum gravity, Quantum Gravity in the Southern Cone IV, プンタデルエステ(ウルグアイ), 2007年10月, 田中友、玉置孝至
講演 (研究会)	ループ量子宇宙論における初期特異点回避について, 第11回特異点研究会『特異点と時空、および関連する物理』, 芝浦工業大学(東京), 2010年1月, 田中友、雨宮史年、島野誠大、原田知広、玉置孝至
講演 (研究会)	ループ量子重力理論によるブラックホールエントロピー, 第10回特異点研究会『特異点と時空、および関連する物理』, 高エネルギー加速器研究機構(茨城), 2009年1月, 田中友、玉置孝至
講演 (研究会)	Analysis of black hole via Loop Quantum Gravity, 1st Waseda Workshop on Theoretical Astrophysics and Cosmology, 松代(新潟), 2007年7月, 田中友
講演 (学会)	ループ量子宇宙論における初期特異点回避, 日本物理学会 第65回年次大会, 岡山大学(岡山), 2010年3月, 田中友、雨宮史年、島野誠大、原田知広、玉置孝至
講演 (学会)	ループ量子重力理論によるブラックホールエントロピーについて, 日本物理学会 2008年秋季大会, 山形大学(山形), 2008年9月, 田中友、玉置孝至