

早稲田大学大学院 先進理工学研究科

博士論文審査報告書

論文題目

ループ量子重力理論に基づく
宇宙物理学の基礎的問題の解析

Analysis of Fundamental Problems in Astrophysics
based on Loop Quantum Gravity

申請者

田中	友
Tomo	TANAKA

物理学及応用物理学専攻 理論宇宙物理学研究

2013年6月

Einstein の一般相対性理論は、重力を 4 次元時空の幾何学として捉える斬新な考え方に基づいているが、3 つの有名な太陽系近傍の観測（水星の近日点移動、光の屈折、Shapiro 遅延）および連星パルサーの観測により、重力場が比較的弱い場合にはその正しさが検証されている。また、一般相対性理論に基づくビッグバン膨張宇宙論も観測的に正しいことがわかっており、さらに、存在が予言されているブラックホールも実在がほぼ確実である。このように一般相対性理論は重力を記述する正しい理論と考えられるが、その理論そのものに理論が破綻する状況を内在する。星の重力崩壊で形成されるブラックホールの内部には特異点が必ずつくられ、また、ビッグバン膨張宇宙を過去に遡ると宇宙のはじまりには特異点が存在したことが Penrose と Hawking により証明されている。この特異点では、物質密度や時空曲率が発散し、一般相対性理論は破綻する。この特異点が発生する状況では、重力場は非常に強くなり、量子論的效果が重要になると考えられる。重力場つまり時空の量子論的效果を考慮すると、特異点は生じず、理論的破綻が回避されと期待される。しかしながら、一般相対性理論を量子化した理論、つまり量子重力理論はいまだに完成されていない。

本論文は、重力場量子化の新しい試みであるループ量子重力理論(loop quantum gravity theory[LQG 理論])を基礎に、強重力場を伴う宇宙初期とブラックホールの基本的な問題を扱ったものである。一般相対性理論は摂動論的には繰り込み不可能な理論であるが、この LQG 理論は、一般相対性理論をゲージ理論の形式で記述し、量子状態や演算子を非摂動論的かつ数学的に厳密に与える理論で、このため重力場の量子化が必要とされるような強重力場を伴う時空に対しても具体的な解析を行うことが可能になるという利点を持つ。この LQG 理論には次の 3 つの特徴がある。第一の特徴としては、正準変数として 3 次元空間の接続と三脚場を用いている点である。この変数を用いることで一般相対性理論は SU(2)ゲージ理論の形式で記述することが出来る。第二としては、量子化する際に格子ゲージ理論などで用いられるホロノミーと呼ばれる接続からつくられる幾何学量を導入している点である。そして、第三の特徴として量子状態が 3 次元仮想空間に埋め込まれたグラフ(格子点とそれらを結ぶエッジにより構成されるグラフ)によって定義されることである。各エッジには半整数スピンの重み付けされており、全体はスピネットワークと呼ばれる。3 次元仮想空間中の 2 次元面の面積は面積演算子で表され、その固有値はエッジスピンの依存した表式で与えられ、離散的な値をとる。体積演算子についても同様に離散固有値を持つことが知られている。これらの演算子を用いスピネットワークを解析することで時空の量子的構造およびその統計的性質を具体的に調べる事が可能になる。一般に、量子重力理論を考察する際の重要な研究対象としては、強重力場を伴うブラックホールや宇宙初期の特異点近傍が考えられるが、上記の LQG 理論はその具体的な解析方法を与えるということで注目されている。

ブラックホールには熱力学に酷似した法則が存在するが、Hawking により発見されたブラックホール熱放射の存在により、熱力学と類似性以上の実質的関係があると考えられるようになった。ブラックホールのエントロピーは事象の地平線の表面積で記述され(Bekenstein-Hawking 則)、温度は表面重力加速度で表される。熱力学は現象論的理論で、その背景には量子統計力学というより原理的な理論が存在する。そこで、ブラックホールが熱力学で記述されるとしたら、その原理的理解は背景に存在する量子重力理論の解明につながると期待される。一方、宇宙初期特異点の問題に関しては、LQG 理論を基礎にした宇宙論としてループ量子宇宙論が存在する。これは空間対称性を課した時空に対して LQG 理論の量子化法を用いて量子的宇宙を議論するアプローチで、宇宙の始まりに関して何らかの示唆が得られるものと考えられている。

以上のことを踏まえて、著者は本論文で 2 つの課題について解析を行っている。第一に、LQG 理論を基礎

にブラックホール熱力学、特にエントロピーについて考察を行っている。第二には、ループ量子宇宙論の定式化に従い、宇宙初期特異点回避の可能性について考察している。

本論文は9章と4つの補遺から構成されている。以下に各章ごとにその概要と評価を述べる。

まず著者の研究の背景と動機が第1章にまとめられている。第2章から第6章までは、LQG理論を中心とした量子重力理論の詳細なまとめである。第2章では接続理論としての重力理論の定式化、第3、4章ではその量子化の方法、第5章では幾何学量の量子化法、第6章では拘束条件の取り扱いをそれぞれLQG理論の基礎として再構成している。第7章および第8章が著者による研究である。

第7章では、LQG理論によるブラックホールエントロピー導出およびその一般化がまとめられている。現在、LQG理論におけるブラックホールエントロピーの研究では、LQG理論に基づくブラックホール時空が用いられているわけではなく、ブラックホールの地平線を時空の内部境界と捉える古典的な描像を用い、面積を固定した場合の地平線の状態自由度を計算することによりエントロピーを求める方法が採用されている。また、量子状態であるスピンネットワークのエッジと2次元地平線境界面との関係として、(i)エッジが2次元境界面を貫いている場合と(ii)エッジが2次元境界面上にも存在する場合、つまりグラフの格子点が地平線上に存在する場合が考えられるが、これまでの多くの研究においては(i)のみ考慮されている。その理由として、地平線は量子的に見ると揺らいでいるため地平線境界面上にはエッジは存在しないと考えられるからである。その条件の下、面積固有値の表式を単純化し、ブラックホールの地平線の状態自由度を計算することでエントロピーを導出している。また別のアプローチとして、ブラックホールの内側は遠方の観測者には見えないので、地平線内側にはエッジが存在しないとする事で面積固有値を単純化したエントロピーの導出法も行われている。しかしそれら二つの結果は一致しておらず、どちらが正しいのか、またはどちらも正しくないのか未だにわかっていない。これらのアプローチの問題点として、著者が指摘しているのは、ブラックホール地平線を定める境界面を量子化する際に古典的計算により単純化した変数を用いて量子化を行っているため、量子化された時空に演算子化された地平線条件を課す場合と同じ結果を得ることが出来るかは自明ではないという点である。

そこで著者は、上記のアプローチの問題点を明確にすべく、すべての可能性を含む(i)および(ii)の両方の場合を考えたブラックホール地平線の状態自由度の計算を行い、ブラックホールエントロピーを導出している。その場合LQG理論において知られている一般的な面積固有値の表式を用いている。LQG理論にはImmirziパラメータとよばれる1つの未知の基本定数が含まれるが、通常その値はブラックホールエントロピーを古典的なBekenstein-Hawkingの関係式に合わせることで決定されている。著者の研究において得られたこの基本定数の値は従来の研究において得られたものとは大きく異なる。それは、著者の計算ではブラックホール地平線を形成する量子状態として地平線上にエッジがある状態の状態数が最も多く、(ii)の状態が無視できないからである。著者は、ブラックホールの地平線は、従来信じられていた古典的直感と反し、地平線上にも格子点が存在する状態によって構成されていると考える必要があると主張している。この研究は、古典的な解析を元に地平線の境界条件を課すことの危険性を指摘しており、LQG理論のブラックホールエントロピーの従来の計算法に警鐘を与えるものとして非常に重要な成果と考えられる。

第8章では、ループ量子宇宙論を基礎にした宇宙初期特異点回避の可能性について考察をしている。これまでの研究においては、ホロノミーを考える際の離散化を「等面積」で行う方法と「等体積」で行う2つの方法が提案されており、共に初期特異点が回避可能とされていたが、どちらの方法が正しいのかよくわかっていない。また、量子論で重要な演算子順序については限定された場合のみ議論されて

おり、系統的な解析はなされていない。そこで著者は、平坦な一様等方宇宙モデルにおいて、ホロノミーの取り方と演算子順序について初期特異点近傍での波動関数の振る舞いの違いに着目し、その系統的な解析を行うことでどの場合に特異点回避が可能になるかを調べている。その結果、ホロノミーの取り方としては等体積離散化の方法が適切で、演算子順序については三脚場演算子を右に置く場合が望ましいことを明らかにしている。LQG 理論ではホロノミーの取り方は一般的に与えられているが、演算子順序については十分な議論がなされていなかった。本研究により、取るべき演算子順序についての示唆が得られたことは重要な成果と考えられる。その他の宇宙モデル等の解析により上記の結果の普遍性が示されるならば、本研究は量子重力理論完成への大きな一歩となるであろう。

第9章では、本研究で得られた成果についてまとめ、今後の展望について述べている。

以上が本論文の各章ごとの概要とその評価である。要約すると、本研究では、ループ量子重力理論において従来議論されているブラックホールエントロピーの量子論的起源の問題点を指摘し、どのような量子状態を考慮に入れる必要があるかを明らかにしている。また、ループ量子宇宙論においてこれまで十分に議論されていなかった演算子順序の問題を宇宙初期特異点回避の観点から解析し、演算子順序に関して重要な成果を得ている。このように、本研究は、重力場の量子論の候補として有望なループ量子重力理論の2つの主たる課題に大いなる寄与を与え、今後の展開が十分期待される意義深いものと評価される。よって、本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。

2013年5月

審査員

主査

早稲田大学教授
早稲田大学教授
早稲田大学准教授
立教大学准教授

理学博士（京都大学）
博士（理学）東京大学
博士（理学）広島大学
博士（理学）京都大学

前田 恵一
山田 章一
安倍 博之
原田 知広