

変分法による非対称核物質状態方程式と
重力崩壊型超新星爆発への適用

The equation of state for asymmetric nuclear matter
by the variational method
with its application to core-collapse supernovae

2014年2月

富樫 甫

Hajime TOGASHI

変分法による非対称核物質状態方程式と
重力崩壊型超新星爆発への適用

The equation of state for asymmetric nuclear matter
by the variational method
with its application to core-collapse supernovae

2014年2月

早稲田大学大学院 先進理工学研究科
物理学及応用物理学専攻 理論核物理学研究

富樫 甫

Hajime TOGASHI

目次

第1章	序論	1
第2章	絶対零度における非対称核物質状態方程式	7
2.1	一様非対称核物質に対するクラスター変分法	7
2.2	エネルギーと関連する熱力学量	18
2.3	中性子星への適用	22
第3章	有限温度における非対称核物質状態方程式	29
3.1	Schmidt-Pandharipande による変分法の拡張	29
3.2	自由エネルギーと関連する熱力学量	33
3.3	自由エネルギーの陽子混在度依存性	38
第4章	超新星物質への適用	43
第5章	断熱的重力崩壊型超新星爆発への適用	49
5.1	数値計算手法	49
5.2	シミュレーション結果	51
第6章	ニュートリノ輻射輸送を考慮した重力崩壊型超新星爆発への適用	59
6.1	数値計算手法	59
6.2	シミュレーション結果	60
第7章	非一様核物質状態方程式	67
7.1	低密度領域における一様核物質状態方程式	67
7.2	Thomas-Fermi 計算による非一様核物質状態方程式	72
第8章	結論	77
	謝辞	81
付録 A	低温極限における Fermi 積分の表式	83

付録 B 原始中性子星への適用	85
付録 C 略語集	89
参考文献	91

第1章 序論

中性子星 (Neutron Star: NS), 重力崩壊型超新星爆発 (Supernova: SN), ブラックホール形成などの高エネルギー天体现象の研究において, 核物質状態方程式 (Equation of State: EOS) は重要な役割を果たす. ここで, 核物質とは陽子と中性子 (総称して核子と呼ぶ) で構成された無限に大きい仮想的な物質であるため, その EOS は実験的な決定が困難である. なぜなら, 高エネルギー天体においては, 通常の原子核中心密度の数倍以上にも及ぶ高密度核物質の情報が必要となるからである. そのため, 高エネルギー現象の研究に用いることのできる信頼性の高い EOS を得るためには, 理論計算が不可欠となる.

現在まで, そのような核物質 EOS に対する理論研究は, 現実的な核力で構成されるハミルトニアンから出発した多体計算に基づく手法と現象論的なモデルに基づく手法の両面から行われてきている. 前者としては, 第一原理的な多体計算法として, 摂動論 [1] と変分法 [2] がよく知られており, 一様核物質の EOS を求める多体計算研究は, 両者の比較によって発展してきた. 後者は, 非相対論的な平均場モデルである Skyrme-Hartree-Fock 計算や, 相対論的平均場 (Relativistic mean field: RMF) 近似などが挙げられる. これらは実験値のある原子核密度において核力のモデルを作成し, それを高密度物質へと外挿することで EOS を求めている.

絶対零度の核物質 EOS は冷えた NS の構造を支配し, これまで数多くの絶対零度核物質 EOS が提案されてきている. それらの EOS は, 現実的核物質ハミルトニアンから出発した多体計算によるものから現象論的モデルに基づくものまで多岐にわたり, NS 研究に適用されるとともに, その観測データとの比較によって EOS が制限されるなど, NS と絶対零度核物質 EOS の研究は密接に関連しながら発展してきた. 特に, NS に対する近年の観測データが核物質 EOS に対して非常に厳しい制限を与えている [3, 4, 5].

一方で, 有限温度の核物質 EOS は重力崩壊型 SN の研究に欠かすことができず, その数値シミュレーションに適用する核物質 EOS の研究も, 長い間に渡って進められてきた. 初期の頃には, 解析的に簡単に表現された核物質 EOS が採用され, その核物質 EOS に含まれる硬さのパラメーターが SN に与える影響が調べられた [6, 7]. Hillebrandt-Wolff は, よりもっともらしい核力モデルに基づき, Skyrme-Hartree-Fock 計算によって核物質 EOS テーブルを構築した [8]. その後, Lattimer と Swesty (LS) [9] は, 一様核物質に対しては Skyrme 型の相互作用を, 非一様核物質に対しては圧縮性液適模型を用いた, 超新星爆発計算用核

物質 EOS (SN-EOS) を作成した。この LS EOS はその後、SN 研究に広く使われている。およそ 10 年後、Shen らは新しい SN-EOS [10, 11, 12] を作成した。この Shen EOS は、一様核物質は RMF 近似に基づいて、非一様核物質は Thomas-Fermi (TF) 近似に基づいて作成されている。Shen EOS は極端に幅広い密度、温度、陽子混在度に対する熱力学量を与えるテーブルとして公開され、複雑な SN シミュレーションにおいて比較的容易に利用可能であり、SN 研究分野で広く普及した。近年、Shen EOS に対して様々な改良が加えられてきている。例えば、Ishizuka らはハイペロン混合を考慮し [13]、Nakazato らは Quark-Hadron 相転移を取り込んでいる [14]。加えて、Shen EOS で用いられた TM1 [15] と呼ばれる RMF の Lagrangian のパラメーターセットとは異なるパラメーターを用いた RMF 計算による SN-EOS も提案されている [16, 17, 18]。更に最近では、非一様相の EOS の改良も精力的に行われている。具体的には、LS EOS や Shen EOS で採用されたいわゆる single-nucleus 近似ではなく、核統計平衡に従い多核種を取り扱う EOS が提案されたり [16, 17, 18, 19, 20]、virial 展開 [17] が適用されている。

近年における、これらの SN-EOS の発展は目覚ましいものがある。しかし、これらの EOS において、一様核物質は全て原子核の現象論的模型に基づいて取り扱われている。Shen EOS の場合には、核物質のスカラーポテンシャルとベクトルポテンシャルが、核力ポテンシャル Bonn A を用いた 相対論的多体計算である Dirac-Brueckner-Hartree-Fock 計算 [21] の結果を再現するように RMF Lagrangian のパラメーターセット TM1 を決定しているが、Bonn A ポテンシャルから直接 Shen EOS を構築しているわけではない。つまり、現実的な核力から成る核物質ハミルトニアンに基づく核物質 EOS が SN シミュレーションに適用された例は無い。この状況下で、著者らは現実的な核物質ハミルトニアンから出発して多体変分法により作成した核物質 EOS を、SN シミュレーションに適用することを目的とした研究を始めた。

いわゆる標準的な変分法では、Jastrow 波動関数 [22] を仮定し、ハミルトニアンの期待値をクラスター展開する [23]。そして、変分法として代表的な Fermi Hypernetted Chain (FHNC) 法 [24] では、高次クラスター項を部分的に足し上げる。Akmal, Pandharipande, Ravenhall (APR) らは、2 体核力として Argonne v18 (AV18) ポテンシャル [25] を、3 体核力として Urbana IX (UIX) ポテンシャル [26, 27] を含む核物質ハミルトニアンから出発し、FHNC 法によって核物質 EOS を計算した [28]。得られた核物質 EOS は、絶対零度における標準的な核物質 EOS の一つとして、現在まで数多く引用されてきている。さらに Mukherjee は、Schmidt と Pandharipande (SP) [29, 30] によって提案された変分法を用いて、APR の核物質 EOS を有限温度へと拡張した [31]。ただし、FHNC 法は陽子混在度 Y_p が $Y_p = 1/2$ である対称核物質と、 $Y_p = 0$ である中性子物質に対して良く適用されるが、 $0 < Y_p < 1/2$ である非対称核物質への適用は非常に困難である。実際、非対称核物質

に対する変分計算例は非常に限られている [32, 33, 34, 35]. したがって, FHNC 法を直接 SN-EOS 作成に適用することは困難である. さらに, 非常に手が混んでいるために計算に手間がかかる多体数値計算は, 量子 Monte Carlo 法 [36, 37, 38] も含め, SN-EOS 作成には事実上適さない. なぜなら, SN-EOS を完成させるためには, 60 万を超える数の, 互いに異なる熱力学状態に対する熱力学量を完備する必要があるからである.

そこで著者らの研究では, 比較的簡単な変分法を採用した. まず, その先行研究である文献 [39] において, Kanzawa らは, 対称核物質と中性子物質に対して, 現実的な核物質 EOS を構築した. 今後, 文献 [39] を paper I と呼ぶ. この論文では, AV18 と UIX ポテンシャルからなる核物質ハミルトニアンから出発し, 適切な拘束条件を考慮しながら 2 体エネルギーを 2 体クラスター近似 [23] で表現し, 3 体力エネルギーは多少現象論的に取り扱い, 全エネルギーが核物質飽和点での経験的データを再現するように, 核物質 EOS を作成した. そして, SP の手法を用いて, 有限温度核物質の自由エネルギーを計算した.

SN-EOS を完成させるためには, 一様核物質だけでなく, 非一様核物質も扱う必要がある. 本研究では, 一様核物質 EOS を変分法で作成することに主眼をおくため, 非一様核物質に対しては Shen らの方法 [10, 11, 12] を踏襲し, TF 近似を採用する. ここで, この非一様核物質の取り扱いについても, Kanzawa らの先行研究では, 孤立した原子核の実験的に知られる性質を考慮した. すなわち, 地球上の原子核に関しては大量の実験データが利用可能であるため, 文献 [40] では, 一様核物質 EOS において, 特に 3 体力の不定性に関連して導入されたパラメーターを微調整して, 孤立した原子核に対する TF 計算が原子核の半径や質量の大局的性質を良く再現するようにした. 今後この文献 [40] を paper II と呼ぶ. paper II では, 絶対零度における β 安定な非一様核物質の EOS も TF 計算で作成した. これは中性子星クラスト領域の EOS に対応する. 得られた EOS は, 中性子星クラスト領域に対する典型的な EOS [41, 42] と矛盾しないものであった.

SN-EOS を完成させるために, 次に必要な研究は, $0 < Y_p < 1/2$ に対する非対称核物質の EOS を作成することである. 本論文の前半では, この非対称核物質の EOS をクラスター変分法により完備することを目的とする [43]. また, 論文の後半では, クラスター変分法で作成した一様核物質 EOS を, 具体的に重力崩壊型 SN シミュレーションに適用する [44].

SN シミュレーションへの適用では, その第 1 歩として, 一般相対論的球対称流体数値シミュレーションを行い, Shen EOS を用いた場合とのシミュレーション結果の比較を行う. ここで, シミュレーションにおけるニュートリノ輸送を考慮する場合としない場合の 2 通りの計算を行った. ニュートリノ輸送を考慮しない場合では, 弱い相互作用を無視することとする. そのため, 星を構成する各流体素片の電子混在度は, シミュレーション中に変化することが無い. つまり, 陽子混在度はシミュレーションの初期の progenitor 模型

により決定される。通常それは比較的大きい値なので、このシミュレーションのダイナミクスは、大きな陽子混在度での核物質 EOS に支配されることになる。すなわち、このニュートリノ輸送なしのシミュレーションは、単に作成した核物質 EOS が実際の SN シミュレーションへの適用に耐え得ることを確認するだけでなく、陽子混在度が大きい場合の核物質 EOS の特徴を探る役割を果たす。ただしこのシミュレーションは仮想的であるため、次に、より現実的な場合として、弱い相互作用を考慮したニュートリノ輸送入りの SN シミュレーションも行う。この場合、ニュートリノ放出により電子混在度は大きく減少し、中性子過剰の核物質 EOS が SN のダイナミクスを支配する。

良く知られている通り、一般には、球対称なシミュレーションにおいて SN の爆発現象を再現することはできない [45, 46, 47, 48]。2次元または3次元のシミュレーションへ拡張することにより、対流等を取り扱うことが可能となる。流体素片は対流によって、コア内部から放出されるニュートリノによる加熱をより長時間受けることが可能となり、その結果、最終的に外層が爆発する、というシナリオが有力である。加えて、Standing Accretion Shock Instability が原始中性子星の周辺の衝撃波に対して主に双極子的な周期振動を引き起こすことも、この多次元シミュレーションで指摘されており、それは星の爆発に有利に働くかもしれない [49]。

以上のように、球対称性を破る多次元の効果は、当然球対称のシミュレーションでは取り入れることができない。しかし、これらの多次元の効果が重要になるのは、SN において比較的遅いステージにおいてである。重力崩壊型 SN の初期のステージでは、progenitor の中心の鉄のコアが重力崩壊を開始してから、高密度一様核物質の EOS の効果によってコアバウンスが生じるまでは、ほぼ球対称に起こる現象であり、球対称シミュレーションが十分良い近似となっている。従って、変分法による核物質 EOS を SN シミュレーションに適用する第1段階として、球対称流体シミュレーションは適している。

ただし、実際のシミュレーションを行う際には、非一様核物質の EOS も必要となる。SN シミュレーションに適用可能な核物質 EOS は、非常に幅広い密度、温度、陽子混在度に対する熱力学量を完備していなければならないが、これは、絶対零度の一様核物質 EOS だけを用いて、冷えた中性子星の研究が推進できる状況と大いに異なる。本論文では簡単のため、非一様核物質 EOS として Shen EOS を採用し、それを一様核物質 EOS と接続して、SN シミュレーションへと適用する。

なお、このように作成した EOS を用いることで、高密度核物質 EOS の SN 現象への影響を調べることが可能ではあるが、初期状態の progenitor からコアが重力崩壊を起こしてバウンスをするまでの電子捕獲反応、またバウンス後に衝撃波が一度停滞し、やがてニュートリノ加熱で衝撃波が復活する過程は、低密度非一様核物質の EOS が重要な役割を果たす [50]。そのため、非一様核物質の EOS も、クラスター変分法に基づき作成した一様相

EOS と自己無矛盾に構築されなければならない。非一様核物質 EOS の TF 計算は容易に遂行はできないが、著者は共同研究者と共にその困難を克服しつつある。この非一様核物質 EOS 作成の現状も報告する。

第 2 章, 第 3 章では, クラスタ変分法に基づく一様非対称核物質 EOS の作成について報告する。すなわち, paper I, II で構築した変分法を, 任意の Y_p に適用するように理論を拡張する。まず第 2 章では絶対零度非対称核物質について EOS を作成し, それを中性子星に適用して, 中性子星観測データとの比較を行う。また, 対称エネルギーの Y_p 依存性の議論も行う。第 3 章では, 有限温度における非対称核物質を扱い, 非対称核物質の様々な熱力学量の計算を行う。さらに, これまで採用していた, いわゆる Frozen-Correlation 近似の妥当性の検証も行う。具体的には, 現状での変分法において自由エネルギーに対する Full Minimization を行うことで, Frozen-Correlation 近似の妥当性を確認する。加えて, 自由エネルギーの Y_p 依存性についても定量的に論じる。第 4 章では, 得られた一様核物質 EOS を用いて, ニュートリノが閉じ込められた超新星物質の状態方程式の特徴を, Shen EOS と比較しながらまとめる。第 5 章では, 得られた核物質 EOS を, 球対称断熱シミュレーションに適用し, その結果を Shen EOS と比較する。そして第 6 章では, より現実的なニュートリノ輸送を考慮した球対称な SN シミュレーションを行い, その結果を Shen EOS を用いた場合と比較する。第 7 章では, 本論文で作成した一様核物質 EOS と自己無矛盾な非一様核物質 EOS の作成状況を報告する。第 8 章では, まとめと今後の展望について述べる。

第2章 絶対零度における非対称核物質 状態方程式

本章では、絶対零度における一様非対称核物質状態方程式の作成 [43] について述べる。Paper I・II で構築した中性子物質と対称核物質に対するクラスター変分法を、任意の陽子混在度を持つ非対称核物質へと拡張し、現実的核力に基づいた非対称核物質の一核子あたりのエネルギーを求める。そして、得られたエネルギーから圧力や化学ポテンシャル等の熱力学量を導出し、それらの振る舞いについて解析する。さらに、このクラスター変分法で作成した絶対零度一様核物質の状態方程式を中性子星の構造計算へと適用し、中性子星の質量と半径に関する観測データとの比較を行う。

2.1 一様非対称核物質に対するクラスター変分法

クラスター変分法を用いて、一様な非対称核物質の一核子あたりのエネルギー E/N を核子数密度 n_B と陽子混在度 Y_p の関数として求める。Paper I・II と同様に、現実的な2体及び3体核力で相互作用する N 核子系の非相対論的ハミルトニアン H から出発する。 H は以下のように、2体ハミルトニアン H_2 と3体ハミルトニアン H_3 で構成される:

$$H = H_2 + H_3. \quad (2.1)$$

2体ハミルトニアン H_2 は、

$$H_2 = -\sum_{i=1}^N \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 + \sum_{i<j}^N V_{ij} \quad (2.2)$$

と表現する。式 (2.2) の右辺第1項は、相互作用がない場合の1体の運動エネルギーの和に対応し、 m は核子の質量を表す。簡単のため、本研究では陽子と中性子の質量差は考慮せず、 m は中性子の質量 ($mc^2 = 939.5653$ MeV) とする。式 (2.2) の右辺第2項は、2体の核子間に働く核力のポテンシャルエネルギーの和に対応する。 i 番目と j 番目の核子対に働く2体核力ポテンシャル V_{ij} として、2核子散乱実験データを良く再現する AV18 ポテンシャル [25] を採用する。ただし、AV18 ポテンシャルを構成する18項の演算子のうち、

アイソスピン第3成分に依存する1個のアイソベクトル項と3個のアイソテンソル項の寄与は小さい。そこで、本研究ではこれら4つの項は考慮せず、残りの14項の演算子から構成されるAV18ポテンシャルのアイソスカラー成分のみを採用する。つまり、本研究における2体核力ポテンシャルは、

$$V_{ij} = \sum_{t=0}^1 \sum_{s=0}^1 [V_{Cts}(r_{ij}) + sV_{Tr}(r_{ij})S_{Tij} + sV_{SoI}(r_{ij})(\mathbf{L}_{ij} \cdot \mathbf{s}) + V_{qLts}(r_{ij})|\mathbf{L}_{ij}|^2 + sV_{qSOI}(r_{ij})(\mathbf{L}_{ij} \cdot \mathbf{s})^2]P_{tsij} \quad (2.3)$$

となる。ここで、 S_{Tij} と \mathbf{L}_{ij} はそれぞれ*i*番目と*j*番目の核子対に対するテンソル演算子と相対軌道角運動量演算子である。 P_{tsij} は*i*番目と*j*番目の核子対のアイソスピン状態とスピン状態を、それぞれの固有値が $t = 0, 1$ と $s = 0, 1$ である固有状態に射影するスピン・アイソスピン射影演算子である。また、*i*番目と*j*番目の核子の相対距離 r_{ij} の関数である $V_{Cts}(r_{ij})$ 、 $V_{Tr}(r_{ij})$ 、 $V_{SoI}(r_{ij})$ 、 $V_{qLts}(r_{ij})$ 、 $V_{qSOI}(r_{ij})$ はそれぞれ、2核子のスピン・アイソスピン状態に依存する中心力、テンソル力、スピン軌道力、軌道角運動量の2次に依存する力、2次のスピン軌道力のポテンシャルを表す。

3体ハミルトニアン H_3 は、

$$H_3 = \sum_{i<j<k}^N V_{ijk} \quad (2.4)$$

と表現する。3体核力ポテンシャル V_{ijk} は、斥力項 V_{ijk}^R と 2π 交換項 $V_{ijk}^{2\pi}$ で構成されるUIXポテンシャル[26, 27]

$$V_{ijk} = V_{ijk}^R + V_{ijk}^{2\pi} \quad (2.5)$$

を採用する。ここで、 $V_{ijk}^{2\pi}$ は低密度領域で対称核物質に対して引力的に寄与し、通常の原子核の束縛エネルギーを大きく増加させる。一方で、 V_{ijk}^R は現象論的な斥力を表しており、軽い原子核のような低密度領域において、その寄与は見えにくい。実際、 V_{ijk} の相互作用の強さは、 ${}^3\text{H}$ 、 ${}^3\text{He}$ という3核子系の束縛エネルギーが実験値を再現し、さらにFHNC計算による対称核物質のエネルギー計算結果が、核物質飽和点を再現すること等を参考に作られている[27]ことから、3体核力ポテンシャルは2体核力ポテンシャルに比べ、その不定性が大きいと言える。

以下では、これら2つのハミルトニアン成分 H_2 と H_3 の期待値を別々に計算していく。短距離の強い2粒子間相互作用を持つFermionで構成された多体系に対するFHNC計算は長年に渡って研究されており、その多体変分計算手法を用いて得られる結果には、かなりの信頼性があると考えられている。それゆえ、本研究においても、まずはクラスター変分法を用いて H_2 の期待値を計算し、FHNC計算の結果と比較することで、本研究で用いるクラスター変分法の信頼性を保証する。一方で、上述の通り H_3 を構成する3体核力

は、2体核力に比べてその不定性が大きい。そのため H_3 の期待値の計算は、その不定性を考慮した手法に基づいて行う。

まずは2体力までを考慮したエネルギー E_2/N を求めるため、以下のような非対称核物質の Jastrow 波動関数 Ψ を導入する:

$$\Psi = \text{Sym} \left[\prod_{i<j} f_{ij} \right] \Phi_F. \quad (2.6)$$

ここで、 Φ_F は絶対零度における縮退した Fermi 気体波動関数であり、Sym は積の順序に対する対称化演算子である。式 (2.6) の2体相関関数 f_{ij} は、

$$f_{ij} = \sum_{t=0}^1 \sum_{\mu} \sum_{s=0}^1 \left[f_{Cs}^{\mu}(r_{ij}) + s f_{Tt}^{\mu}(r_{ij}) S_{Tij} + s f_{SOt}^{\mu}(r_{ij}) (\mathbf{L}_{ij} \cdot \mathbf{s}) \right] P_{tsij}^{\mu} \quad (2.7)$$

と仮定する。式 (2.6) で表される非対称核物質の Jastrow 波動関数は、Paper I・II で用いた対称核物質及び中性子物質の Jastrow 波動関数から、以下の点について拡張されている:

- (i) Φ_F の中にある陽子 (Proton: p) の Fermi 波数 $k_{Fp} = (3\pi^2 n_B Y_p)^{1/3}$ と中性子 (Neutron: n) の Fermi 波数 $k_{Fn} = [3\pi^2 n_B (1 - Y_p)]^{1/3}$ は Y_p に依存しており、それにより Y_p の変化に伴うそれぞれの Fermi 面の変化を取り扱う。
- (ii) 2体相関関数 f_{ij} は、アイソスピン第3成分 t_3 に依存する。2体相互作用 V_{ij} はアイソスカラーであるが、アイソスピン3重項の3状態 (p-p, p-n, n-n) に対する2体相関関数は、媒質効果によってそれぞれ異なる値をとると考えられる。そこで、式 (2.7) において、 f_{ij} の t_3 依存性を上付き添字 μ で表し、 $t_3 = (1, 0, -1)$ に対して $\mu = (+, 0, -)$ とする。すなわち、中心力型、テンソル型、スピン軌道力型の相関関数 $f_{Cs}^{\mu}(r_{ij})$, $f_{Tt}^{\mu}(r_{ij})$, $f_{SOt}^{\mu}(r_{ij})$ は、アイソスピンとスピンの固有状態 (t, s) だけでなく μ にも依存する。これと対応して射影演算子 P_{tsij}^{μ} は、 i 番目と j 番目の2核子状態を $\mu = (+, 0, -)$ 状態に射影する。それゆえに、非対称核物質の場合には、変分関数として16個の相関関数が存在する。

この試行関数 Ψ を用いて、一核子あたりの H_2 の期待値

$$\frac{\langle H_2 \rangle}{N} = \frac{1}{N} \frac{\langle \Psi | H_2 | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} \quad (2.8)$$

をクラスター展開し、2体クラスター近似で表す。すなわち、クラスター展開項の中の1体クラスター項と2体クラスター項までを考慮した $\langle H_2 \rangle / N$ を E_2/N とし、3体クラスター項以上の高次クラスター項からの寄与は無視する。FHNC 計算では、このような高次クラスター項の寄与も考慮しているのに対し、本研究では簡略化した変分法である2体

クラスター近似を用いることによって、SN 計算で必要となる任意の Y_p を持つ非対称核物質 EOS の作成が可能となる。非対称核物質における一核子あたりの2体力エネルギー E_2/N の具体的な表式は、以下のようになる。

$$\begin{aligned}
\frac{E_2(n_B, Y_p)}{N} &= \frac{E_1}{N} + 2\pi n_B \sum_{t=0}^1 \sum_{\mu} \sum_{s=0}^1 \int_0^\infty r^2 dr \left[F_{ts}^\mu(r) V_{Cts}(r) + s F_{Tt}^\mu(r) V_{Tt}(r) \right. \\
&\quad \left. + s F_{SOt}^\mu(r) V_{SOt}(r) + F_{qLts}^\mu(r) V_{qLts}(r) + s F_{qSOt}^\mu(r) V_{qSOt}(r) \right] \\
&\quad + \frac{2\pi n_B \hbar^2}{m} \sum_{t=0}^1 \sum_{\mu} \sum_{s=0}^1 \int_0^\infty r^2 dr \left[\left\{ \left[\frac{df_{Cts}^\mu(r)}{dr} \right]^2 + 8s \left[\frac{df_{Tt}^\mu(r)}{dr} \right]^2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + 48s \left[\frac{f_{Tt}^\mu(r)}{r} \right]^2 \right\} F_{Fts}^\mu(r) + \frac{2}{3} s \left[\frac{df_{SOt}^\mu(r)}{dr} \right]^2 F_{qFts}^\mu(r) \right] \quad (2.9)
\end{aligned}$$

式 (2.9) において、右辺第1項の E_1/N は1体の運動エネルギーであり、以下の式で与えられる。

$$\frac{E_1(n_B, Y_p)}{N} = \frac{3}{5} \left[Y_p \frac{\hbar^2 k_{Fp}^2}{2m} + (1 - Y_p) \frac{\hbar^2 k_{Fn}^2}{2m} \right] \quad (2.10)$$

式 (2.9) の右辺第2項はポテンシャルエネルギーを表す。ここで、 $F_{ts}^\mu(r)$, $F_{Tt}^\mu(r)$, $F_{SOt}^\mu(r)$, $F_{qLts}^\mu(r)$, $F_{qSOt}^\mu(r)$ は、以下のように定義する。

$$F_{ts}^\mu(r) = \left\{ \left[f_{Cts}^\mu(r) \right]^2 + 8s \left[f_{Tt}^\mu(r) \right]^2 \right\} F_{Fts}^\mu(r) + \frac{2}{3} s \left[f_{SOt}^\mu(r) \right]^2 F_{qFts}^\mu(r), \quad (2.11)$$

$$F_{Tt}^\mu(r) = 16 f_{Tt}^\mu(r) \left[f_{Ct1}^\mu(r) - f_{Tt}^\mu(r) \right] F_{Ft1}^\mu(r) - \frac{2}{3} \left[f_{SOt}^\mu(r) \right]^2 F_{qFt1}^\mu(r), \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned}
F_{SOt}^\mu(r) &= \left\{ \frac{4}{3} f_{SOt}^\mu(r) \left[f_{Ct1}^\mu(r) - f_{Tt}^\mu(r) \right] - \frac{1}{3} \left[f_{SOt}^\mu(r) \right]^2 \right\} F_{qFt1}^\mu(r) \\
&\quad - 24 \left[f_{Tt}^\mu(r) \right]^2 F_{Ft1}^\mu(r), \quad (2.13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{qLts}^\mu(r) &= 48s \left[f_{Tt}^\mu(r) \right]^2 F_{Fts}^\mu(r) + \left\{ \left[f_{Cts}^\mu(r) \right]^2 + 8s \left[f_{Tt}^\mu(r) \right]^2 \right\} F_{qFts}^\mu(r) \\
&\quad + \frac{2}{3} s \left[f_{SOt}^\mu(r) \right]^2 F_{bFts}^\mu(r), \quad (2.14)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{qSOt}^\mu(r) &= 72 \left[f_{Tt}^\mu(r) \right]^2 F_{Ft1}^\mu(r) + \left\{ \frac{2}{3} \left[f_{Ct1}^\mu(r) \right]^2 - \frac{4}{3} f_{Ct1}^\mu(r) f_{Tt}^\mu(r) \right. \\
&\quad \left. - \frac{2}{3} f_{Ct1}^\mu(r) f_{SOt}^\mu(r) + \frac{20}{3} \left[f_{Tt}^\mu(r) \right]^2 + \frac{8}{3} f_{Tt}^\mu(r) f_{SOt}^\mu(r) \right\} F_{qFt1}^\mu(r)
\end{aligned}$$

$$+\frac{2}{3} \left[f_{\text{SO}t}^\mu(r) \right]^2 F_{\text{bF}t1}^\mu(r). \quad (2.15)$$

式 (2.9) - (2.15) における $F_{\text{F}ts}^\mu(r)$, $F_{\text{qF}ts}^\mu(r)$, $F_{\text{bF}ts}^\mu(r)$ は, 縮退した Fermi 気体の場合の各種分布関数に対応する. それぞれの定義と具体的表式は,

$$\begin{aligned} F_{\text{F}ts}^\mu(r_{12}) &\equiv \Omega^2 \sum_{\text{isospin}} \sum_{\text{spin}} \int \Phi_{\text{F}}^\dagger P_{ts12}^\mu \Phi_{\text{F}} d\mathbf{r}_3 d\mathbf{r}_4 \cdots d\mathbf{r}_N \\ &= \frac{2s+1}{4} \left\{ \xi_i \xi_j - (-1)^{t+s} l_i(r_{12}) l_j(r_{12}) \right\}, \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} F_{\text{qF}ts}^\mu(r_{12}) &\equiv \Omega^2 \sum_{\text{isospin}} \sum_{\text{spin}} \int \Phi_{\text{F}}^\dagger |\mathbf{L}_{12}|^2 P_{ts12}^\mu \Phi_{\text{F}} d\mathbf{r}_3 d\mathbf{r}_4 \cdots d\mathbf{r}_N \\ &= \frac{2s+1}{4} \left\{ \frac{r_{12}^2}{10} \xi_i \xi_j (k_{\text{F}i}^2 + k_{\text{F}j}^2) \right. \\ &\quad \left. - (-1)^{t+s} \frac{r_{12}}{2} \left[l_i(r_{12}) \frac{dl_j(r_{12})}{dr_{12}} + l_j(r_{12}) \frac{dl_i(r_{12})}{dr_{12}} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} F_{\text{bF}ts}^\mu(r_{12}) &\equiv \Omega^2 \sum_{\text{isospin}} \sum_{\text{spin}} \int \Phi_{\text{F}}^\dagger |\mathbf{L}_{12}|^4 P_{ts12}^\mu \Phi_{\text{F}} d\mathbf{r}_3 d\mathbf{r}_4 \cdots d\mathbf{r}_N \\ &= \frac{2s+1}{4} \left\{ \frac{r_{12}^4}{70} \xi_i \xi_j (k_{\text{F}i}^4 + k_{\text{F}j}^4) + \frac{r_{12}^4}{25} \xi_i \xi_j k_{\text{F}i}^2 k_{\text{F}j}^2 + \frac{r_{12}^2}{5} \xi_i \xi_j (k_{\text{F}i}^2 + k_{\text{F}j}^2) \right. \\ &\quad \left. - (-1)^{t+s} r_{12}^2 \left\{ \frac{dl_i(r_{12})}{dr_{12}} \frac{dl_j(r_{12})}{dr_{12}} + \frac{1}{2} \left[l_i(r_{12}) \frac{d^2 l_j(r_{12})}{dr_{12}^2} + l_j(r_{12}) \frac{d^2 l_i(r_{12})}{dr_{12}^2} \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. + \frac{l_i(r_{12})}{r_{12}} \frac{dl_j(r_{12})}{dr_{12}} + \frac{l_j(r_{12})}{r_{12}} \frac{dl_i(r_{12})}{dr_{12}} \right] \right\} \right\}, \end{aligned} \quad (2.18)$$

となる. ここで, $r_{12} \equiv |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ であり, Ω は系の体積である. \sum は, 全核子のアイソスピン及びスピン座標に対する和を意味する. 式 (2.16)-(2.18) における下付き添字 (i, j) は, $\mu = (+, 0, -)$ に対して (p, p), (p, n), (n, n) の核子対を表す. さらに, $(\xi_p, \xi_n) = (Y_p, 1 - Y_p)$ に対応し, スレーター関数 $l_i(r)$ は,

$$l_i(r) \equiv 3\xi_i \frac{j_1(k_{\text{F}i}r)}{k_{\text{F}i}r} \quad (i = \text{p, n}) \quad (2.19)$$

と定義する. ここで, $j_1(z)$ は1次の球ベッセル関数である. これらの表式では, 上付き添字 μ によって, 各種関数に Y_p 依存性を導入しているが, それらは対称核物質と中性子物質の場合の表式 [39] と非常に似ている. 実際にそれぞれのスピン・アイソスピン状態において, $\mu = (+, 0, -)$ の3状態を足し合わせた際には, これらの表式は, Paper I で示し

た対称核物質に対する各種表式と一致する。

式 (2.9) の右辺第3項は、核子間相関から生じる運動エネルギーを表す。これは、核子間相関によって波動関数がゆがみ、そのゆがみから生じる運動エネルギーを意味する。

式 (2.9) からわかるように、 E_2/N は変分関数である16個の相関関数 $f_{Cts}^\mu(r)$, $f_{Tt}^\mu(r)$, $f_{SOt}^\mu(r)$ の汎関数となっている。そして、これらの変分関数に対する Euler-Lagrange 方程式を解くことにより、 E_2/N を $f_{Cts}^\mu(r)$, $f_{Tt}^\mu(r)$, $f_{SOt}^\mu(r)$ について最小化する。最小化の際には、高次のクラスター項を無視した影響を補うために、2つの拘束条件を課した条件付き変分計算を行う。

第1の条件は、拡張された Mayer 条件 [39, 51] であり、

$$n_B \int_0^\infty [F_{ts}^\mu(r) - F_{Fts}^\mu(r)] dr = 0 \quad (2.20)$$

と表される。ここで、 $F_{ts}^\mu(r)$ は、式 (2.11) で定義される2体クラスター近似による (t, s, μ) 状態に射影された動径分布関数である。この条件は規格化条件の一種であり、2核子のスピン・アイソスピン状態が (t, s, μ) 状態である核子の総数が、Fermi 気体の場合と等しいとする条件である。本来の Mayer 条件 [51] は、各スピン・アイソスピン状態で独立に粒子数が保存するという仮定はせず、系全体での粒子数保存則を

$$1 + n_B \int_0^\infty [F(r) - 1] dr = 0 \quad (2.21)$$

と表している。ここで、 $F(r)$ はすべての量子状態における動径分布関数 $F_{ts}^\mu(r)$ の和を表す。一方で、Paper I では特定のスピン・アイソスピン状態 (t, s) にある核子の総数が保存するという条件を課すことで、式 (2.20) と類似した対称核物質及び中性子物質に対する拡張された Mayer 条件を得ている。そして、この条件を課すことで、 E_2/N の計算結果が FHNC 計算結果を良く再現することが確認されている。そこで、本研究でも Paper I での研究の拡張として、特定のスピン・アイソスピン状態 (t, s, μ) にある核子数保存則を課すことで式 (2.20) を得ている。すなわち、各々のスピン・アイソスピン状態での核子数保存則を課すことで、 $F_{ts}^\mu(r)$ に対応する状態での核子数が、与えられた陽子混在度 Y_p と矛盾しないように制限した。なお、本研究ではスピンが偏極していない核物質を扱うが、この条件も式 (2.20) で表現されている。式 (2.20) を μ に対して足し合わせた際には、この条件は対称核物質及び中性子物質に対する条件となる。

第2の条件は、以下の式で表される Healing Distance 条件である。

$$f_{Cts}^\mu(r) = 1, \quad f_{Tt}^\mu(r) = 0, \quad f_{SOt}^\mu(r) = 0 \quad (r \geq r_h) \quad (2.22)$$

これは、2核子間において Healing Distance r_h 以上の長距離相関を禁止する条件である。この条件を課さない場合、相関関数が不自然な尾を引いてしまい、エネルギーが極端に深くなってしまいが、この条件はそのような相関関数の振る舞いを回避する。ここで、APR の FHNC 計算では、テンソル型相関関数 $f_{T_i}(r)$ が長い尾を持つ長距離相関を示し、Akmal らはそれを π^0 中間子凝縮相への相転移であると主張していることに言及する。一方本研究では、 π^0 凝縮等の相転移は考慮せず、核子で構成された通常の核物質相に対する EOS 作成を目的としているため、そのような長距離相関は考えない。本研究での Healing Distance r_h は、中心力型、テンソル型、スピン軌道力型の相関関数で共通とし、核子間の平均距離に比例すると仮定する。すなわち、 $r_0 = (3/4\pi n_B)^{1/3}$ を用いて、 $r_h = a_h r_0$ と定義する。比例係数は $a_h = 1.76$ とし、対称核物質の E_2/N が高次クラスター項まで考慮した APR による FHNC 計算結果 [28] を再現するように決定した。Paper I で議論しているように、 $a_h = 1.76$ として得られた E_2/N は、対称核物質だけでなく中性子物質に対する APR の FHNC 計算結果を良く再現する。そこで本研究では、 a_h は Y_p には依存しないと仮定する。ここで、Healing Distance r_h は核子数密度について $n_B^{-1/3}$ に比例するため、 n_B が小さい低密度極限では、 r_h が非常に大きい値を持つ。そのため、低密度極限においては上記の Healing Distance 条件は拘束条件として十分機能せず、適当な改良が必要となる。この改良については、第7章で詳細に論ずる。

これら2つの条件の下で、相関関数 $f_{C_{Ts}}^\mu(r)$, $f_{T_i}^\mu(r)$, $f_{SO_i}^\mu(r)$ に対する Euler-Lagrange 方程式を解き、 E_2/N を最小化する。この際、拡張された Mayer 条件は Lagrange の未定乗数法によって考慮し、Healing Distance 条件を境界条件として相関関数に対する連立微分方程式を解く。

図 2.1 は、Euler-Lagrange 方程式を解いて得られた $n_B = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ におけるアイソスピン 3 重項の 2 体相関関数を示す。上段は中心力型相関関数 $f_{C_{1s}}^\mu(r_{ij})$ 、中段はテンソル型相関関数 $f_{T_1}^\mu(r_{ij})$ 、下段はスピン軌道力型相関関数 $f_{SO_1}^\mu(r_{ij})$ であり、左列は中性子過剰な $Y_p = 0.01$ の場合、右列は対称核物質に近い $Y_p = 0.40$ の場合を示す。線の違いはアイソスピン第 3 成分に対応し、実線は (p, p) 対、点線は (p, n) 対、点破線は (n, n) 対の相関を表す。図 2.1 からわかるように、 $Y_p = 0.40$ における相関関数はアイソスピン第 3 成分にほとんど依存せず、(p, p), (p, n), (n, n) 間で同じような粒子間相関となる。一方で、中性子過剰な $Y_p = 0.01$ における非対称核物質中の粒子間相関は、2 体核力ポテンシャルがアイソスカラーであるにもかかわらず、(p, p), (p, n), (n, n) 対の間の粒子間相関関数には違いが生じている。これは前述の通り、中性子過剰な物質中での媒質効果によるものである。

図 2.2 に、非対称核物質における E_2/N を示す。比較のため、APR による対称核物質 ($Y_p = 0.5$) と中性子物質 ($Y_p = 0.0$) に対する FHNC 計算結果も示した。 $a_h = 1.76$ とした Healing Distance 条件を課すことで、対称核物質 ($Y_p = 0.5$) の E_2/N は、広い密度領域で

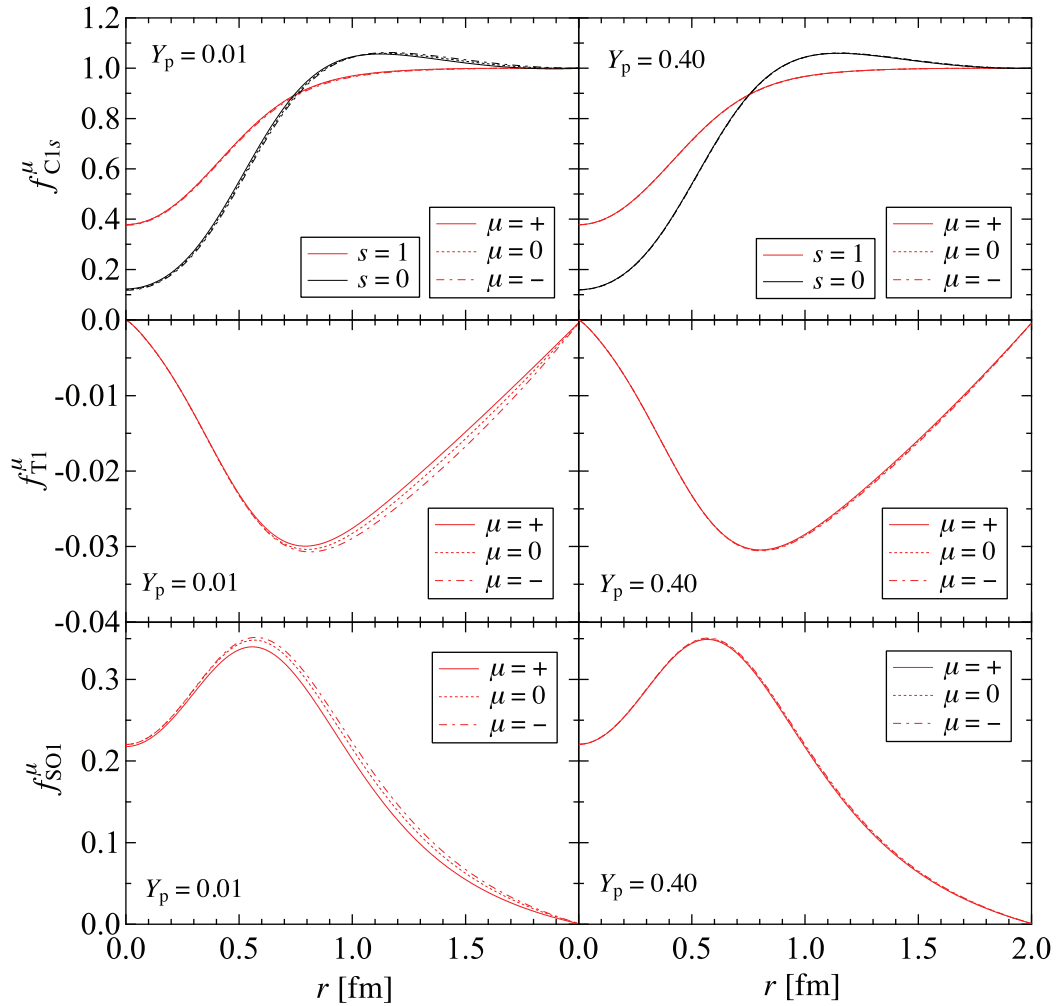


図 2.1. $n_B = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ における核子間距離 r に対するアイソスピン 3 重項 ($t = 1$) の 2 体相関関数 $f_{Cl_s}^\mu(r)$, $f_{T1}^\mu(r)$, $f_{SO1}^\mu(r)$. 左列が $Y_p = 0.01$ の場合, 右列が $Y_p = 0.40$ の場合を示す.

APR による結果をよく再現している. そして, 中性子物質 ($Y_p = 0.0$) の場合にも, 得られた E_2/N は APR による結果と近い値を示す. 繰り返しになるが, この事実は, 本研究で Healing Distance 条件に現れる a_h が Y_p に依存しないと仮定したことを強く支持している. $0.0 < Y_p < 0.5$ の非対称核物質に対しては, Y_p が減少すると共に E_2/N は単調に増加している. 図 2.2 からわかるように, 非対称核物質の E_2/N は, 対称核物質と中性子物質の E_2/N の間を滑らかに変化しており, 妥当な振る舞いを示している. ここで, APR による中性子物質の E/N は, $n_B \sim 0.6 \text{ fm}^{-3}$ において, その傾きが不連続に変わっている様子が見られることに注意する. これはテンソル型相関関数における長距離相関の発生によるものであり, Akmal らはこれを π^0 凝縮への相転移だと論じている. 一方本研究では, 前述のような Healing Distance 条件を課しており, 任意の Y_p における E/N で, APR と同様

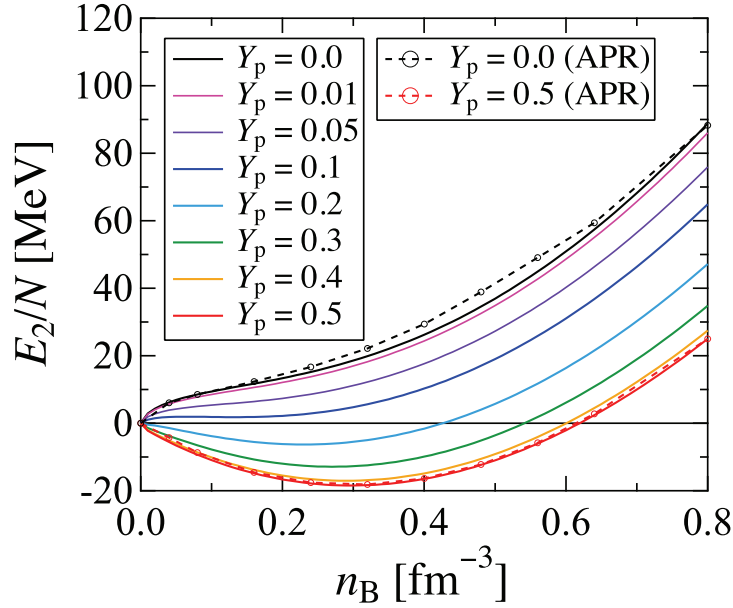


図 2.2. 核子数密度 n_B に対する様々な陽子混在度 Y_p における一核子あたりの 2 体エネルギー E_2/N . APR による中性子物質と対称核物質の結果も示す.

な E/N の傾きの不連続な挙動は見られない.

次に, 3 体ハミルトニアン H_3 に基づいた 3 体力エネルギー E_3/N の寄与を考える. H_3 を構成する UIX ポテンシャルは, 式 (2.5) で見たように斥力項 V_{ijk}^R と 2π 交換項 $V_{ijk}^{2\pi}$ で構成される. これらの具体的な表式は,

$$V_{ijk}^R = U \sum_{\text{cyc}} [T(r_{ij})]^2 [T(r_{ik})]^2, \quad (2.23)$$

$$V_{ijk}^{2\pi} = A \sum_{\text{cyc}} \left[\{x_{ij}, x_{ik}\} \{\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j, \boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_k\} + \frac{1}{4} [x_{ij}, x_{ik}] [\boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j, \boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_k] \right] \quad (2.24)$$

であり,

$$x_{ij} = Y(r_{ij}) \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j + T(r_{ij}) S_{Tij} \quad (2.25)$$

と定義される. 式 (2.25) の右辺第 1 項が中心力成分, 第 2 項はテンソル力成分である. ここで, $\{, \}$ と $[,]$ はそれぞれ反交換演算子と交換演算子を表し, $A = -0.0293$ MeV, $U = 0.00480$ MeV である.

核子-核子散乱実験データから決定された 2 体核力に比べて 3 体核力の不定性は大きい

ため、本研究ではやや現象論的に E_3/N を以下の表式で定義する。

$$\frac{E_3(n_B, Y_p)}{N} = \frac{1}{N} \langle \sum_{i < j < k} [\alpha V_{ijk}^R + \beta V_{ijk}^{2\pi}] \rangle_F + \gamma n_B^2 e^{-\delta n_B} [1 - (1 - 2Y_p)^2] \quad (2.26)$$

ここで、式 (2.26) の右辺第 1 項の $\langle \quad \rangle_F$ は、縮退した Fermi 気体波動関数による期待値を表す。パラメータ α と β は、3 体力の不定性を利用して、斥力項と 2π 交換項の相互作用の強さを補正する役割を担う。これらは、核子間のダイナミカルな相関による効果と相対論的補正 [28] 等を意味している。式 (2.26) における右辺第 2 項は、現象論的補正項である。

この非対称核物質における E_3/N は、Paper I・II における対称核物質と中性子物質の表式を、以下の手順に従って拡張することで得られる。まず、式 (2.26) における右辺第 1 項では、非対称核物質の縮退した Fermi 気体波動関数が持つ Y_p 依存性のために、その期待値にも Y_p 依存性が反映される。Paper I・II において、対称核物質と中性子物質に対する α と β は同じ値を採用し、それらに Y_p 依存性は無いとした。そこで、本研究でもこれらのパラメータに対しては、同様の取り扱いを行う。これより、式 (2.26) の右辺第 1 項は解析的に求まり、その具体的な表式は以下ようになる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \langle \sum_{i < j < k} [\alpha V_{ijk}^R + \beta V_{ijk}^{2\pi}] \rangle_F &= \alpha U \left[8\pi^2 n_B^2 \left[\int_0^\infty [T(r)]^2 r^2 dr \right]^2 \right. \\ &\quad - 8\pi^2 n_B^2 \int_0^\infty [T(r)]^2 r^2 dr \int_0^\infty [T(r)]^2 [l_p^2(r) + l_n^2(r)] r^2 dr \\ &\quad - \frac{1}{8\pi^2 n_B} \int_0^\infty [G_{qT}(k)]^2 [G_{qL}^+(k) + G_{qL}^-(k)] k^2 dk \\ &\quad + \frac{1}{8\pi^2 n_B} \int_0^\infty \left\{ [G_{qTL}^p(k)]^2 G_L^p(k) + [G_{qTL}^n(k)]^2 G_L^n(k) \right\} k^2 dk \left. \right] \\ &\quad - \frac{3\beta A}{2\pi^2 n_B} \left[2 \int_0^\infty [G_{T2}(k)]^2 [G_{qL}^+(k) + 4G_{qL}^0(k) + G_{qL}^-(k)] k^2 dk \right. \\ &\quad \int_0^\infty [G_Y(k)]^2 [G_{qL}^+(k) + 4G_{qL}^0(k) + G_{qL}^-(k)] k^2 dk \\ &\quad - \int_0^\infty \left\{ [G_{TL2}^p(k)]^2 [2G_L^p(k) + 3G_L^n(k)] + [G_{TL2}^n(k)]^2 [2G_L^n(k) + 3G_L^p(k)] \right. \\ &\quad \left. - 2[G_{TL2}^p(k)][G_{TL2}^n(k)][G_L^p(k) + G_L^n(k)] \right\} k^2 dk \\ &\quad - \int_0^\infty \left\{ [G_{YL}^p(k)]^2 [G_L^p(k) + 3G_L^n(k)] + [G_{YL}^n(k)]^2 [G_L^n(k) + 3G_L^p(k)] \right. \\ &\quad \left. + 2[G_{YL}^p(k)][G_{YL}^n(k)][G_L^p(k) + G_L^n(k)] \right\} k^2 dk \left. \right] \quad (2.27) \end{aligned}$$

ここで、 $G_{T2}(k)$, $G_{qL}^\mu(k)$, $G_Y(k)$, $G_{TL2}^i(k)$, $G_L^i(k)$, $G_{YL}^i(k)$, $G_{qT}(k)$, $G_{qTL}(k)$ は、それぞれ

以下のように定義される.

$$G_{T2}(k) = 4\pi n_B \int_0^\infty T(r) j_2(kr) r^2 dr, \quad (2.28)$$

$$G_{qL}^\mu(k) = 4\pi n_B \int_0^\infty l_i(r) l_j(r) j_0(kr) r^2 dr, \quad (2.29)$$

$$G_Y(k) = 4\pi n_B \int_0^\infty Y(r) j_0(kr) r^2 dr, \quad (2.30)$$

$$G_{TL2}^i(k) = 4\pi n_B \int_0^\infty T(r) l_i(r) j_2(kr) r^2 dr, \quad (2.31)$$

$$G_L^i(k) = 4\pi n_B \int_0^\infty l_i(r) j_0(kr) r^2 dr = \begin{cases} 2 & \text{for } k < k_{Fi}, \\ 1 & \text{for } k = k_{Fi}, \\ 0 & \text{for } k > k_{Fi}, \end{cases} \quad (2.32)$$

$$G_{YL}^i(k) = 4\pi n_B \int_0^\infty Y(r) l_i(r) j_0(kr) r^2 dr, \quad (2.33)$$

$$G_{qT}(k) = 4\pi n_B \int_0^\infty [T(r)]^2 j_0(kr) r^2 dr, \quad (2.34)$$

$$G_{qTL}(k) = 4\pi n_B \int_0^\infty [T(r)]^2 l_i(r) j_0(kr) r^2 dr. \quad (2.35)$$

ここで、式 (2.28)-(2.35) における $j_n(z)$ は n 次の球ベッセル関数である。また、式 (2.29) における添字 (i, j) は、 $\mu = (+, 0, -)$ に対して (p, p) , (p, n) , (n, n) の核子対を表す。式 (2.31), (2.32), (2.33) にある添字 i は $i = p, n$ を意味する。

次に、式 (2.26) の右辺第 2 項にあたる現象論的補正項は、Paper I・II では APR の処方に従い、対称核物質にのみ補正項を導入し、中性子物質に対しては $\gamma = 0$ とした。それゆえに、本研究ではこの現象論的補正項に対して、式 (2.26) で表されるような Y_p の二次関数的依存性を仮定する。非対称核物質のエネルギー全体に対する Y_p 依存性については、2.2 節で詳細に検討する。

最後に、一核子あたりの全エネルギー E/N を

$$\frac{E}{N} = \frac{E_2}{N} + \frac{E_3}{N} \quad (2.36)$$

と表す。式 (2.26) の中にあるパラメータ α , β , γ , δ は、得られた E/N が飽和密度 n_0 , 飽和エネルギー E_0/N , 非圧縮率 K , 対称エネルギー $E_{\text{sym}} \equiv E(n_0, x=0)/N - E(n_0, x=1/2)/N$ の経験値を再現するように Paper I では決定した。更に Paper II においては、得られた E/N を用いた孤立した原子核に対する Thomas-Fermi 計算が原子核の質量と半径に関する実験値の大局的性質を再現するように、パラメータ α , β , γ , δ を微調整した。具体的には、

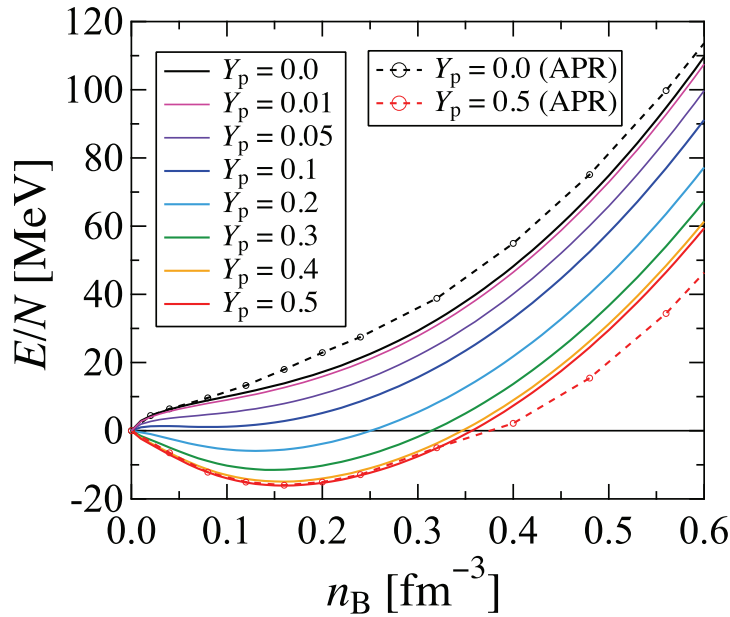


図 2.3. 核子数密度 n_B に対する様々な陽子混在度 Y_p における一核子あたりのエネルギー E/N . APR による中性子物質と対称核物質の結果も示す.

$\alpha = 0.43$, $\beta = -0.34$, $\gamma = -1804 \text{ MeVfm}^6$, $\delta = 14.62 \text{ fm}^3$ となり, このとき $n_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3}$, $E_0/N = -16.09 \text{ MeV}$, $K = 245 \text{ MeV}$, $E_{\text{sym}} = 30.0 \text{ MeV}$ が得られた [43]. これらの物理量の値は Paper I・II で記載されている値とわずかに異なるが, それは本研究において数値計算精度を向上させたためである. ここで, K と E_{sym} の経験値の不定性は, n_0 と E_0/N の場合に比べて大きい. 上記で示した本研究の K の値は, 文献 [52, 53] における中重核のアイソスカラー巨大単極共鳴の測定から推定した $K = 240 \pm 10 \text{ MeV}$ と矛盾していない. 同様に E_{sym} の値は, 文献 [54] とその参考文献に示されている重イオン衝突実験や中性子星の観測データなどから複合的に得られた制限 $28 \lesssim E_{\text{sym}} \lesssim 34 \text{ MeV}$ の範囲に収まっている.

2.2 エネルギーと関連する熱力学量

前節の非対称核物質に対するクラスター変分法で得られた一核子あたりのエネルギー E/N を図 2.3 に示す. 比較のため, APR による FHNC 計算の結果も示す. 対称核物質 ($Y_p = 0.5$) の場合, $n_B \lesssim 0.32 \text{ fm}^{-3}$ において, E/N は APR による結果とよく一致している. しかしながら, $n_B \gtrsim 0.32 \text{ fm}^{-3}$ においては, 本研究で得られた E/N は APR による結果よりも高くなる. これは前述の通り, APR の研究では π^0 凝縮が生じているためである. Y_p の減少に伴い, E/N は単調に増加していく. そして中性子物質 ($Y_p = 0.0$) の場合には, 低密度領域を除いて, 得られた E/N は APR による結果よりも低くなる. 実際, APR による対

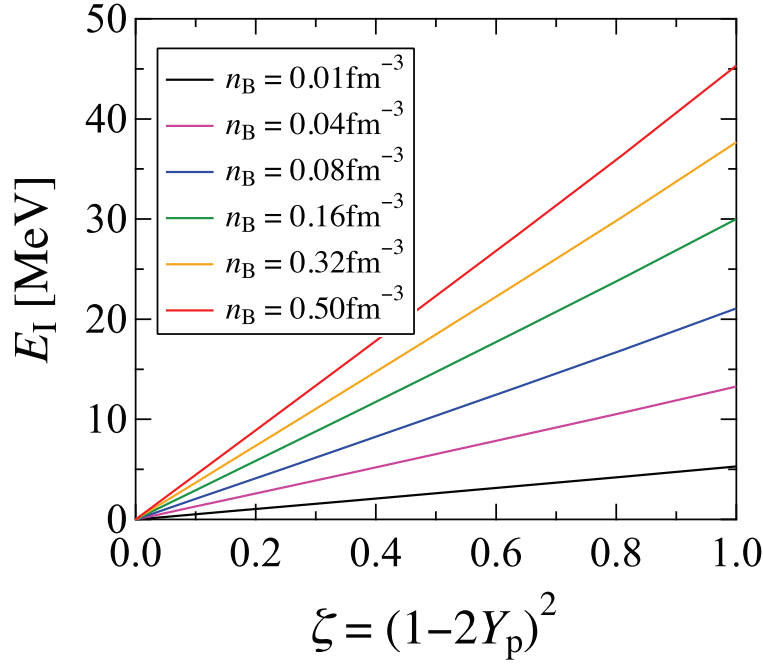


図 2.4. 様々な密度 n_B におけるアイソスピン非対称度 ξ に対する非対称核物質と対称核物質の一核子あたりのエネルギーの差 $E_I(n_B, Y_p)$.

称エネルギーは約 34 MeV であり、本研究の対称エネルギーよりも高い値を示している。また APR による FHNC 計算では、中性子物質における E/N の場合にも、 $n_B \gtrsim 0.20 \text{fm}^{-3}$ において、 π^0 凝縮が生じている。

次に、 E/N の陽子混在度依存性と対称エネルギー E_{sym} について解析する。この目的のために、以下の式で定義されるような、対称核物質の E/N と非対称核物質の E/N との差 E_I を導入する。

$$E_I(n_B, Y_p) \equiv \frac{E(n_B, Y_p)}{N} - \frac{E(n_B, Y_p = 1/2)}{N} \quad (2.37)$$

この定義から、 $E_{\text{sym}} = E_I(n_0, 0)$ であることは明らかである。多くの場合、この対称エネルギー E_{sym} は、以下の定義で与えられる $S_I(n_0)$ と同じであると見なされる。

$$S_I(n_B) \equiv \left. \frac{1}{8} \frac{\partial^2}{\partial Y_p^2} \frac{E(n_B, Y_p)}{N} \right|_{Y_p=1/2} \quad (2.38)$$

一般的に仮定されているように、 $E(n_B Y_p)/N$ は Y_p の二次関数として対称核物質 $Y_p = 1/2$ から中性子物質 $Y_p = 0$ へと増加する、すなわち、 $E_I(n_B, Y_p)$ がアイソスピン非対称度 $\xi \equiv (1 - 2Y_p)^2$ に比例するのであれば、 E_{sym} と $S_I(n_0)$ は一致する。

このような $E_I(n_B, Y_p)$ の Y_p 依存性を本研究でも調べるために、様々な密度における E_I を ξ の関数として示したグラフが図 2.4 である。図からわかるように、広い密度領域に

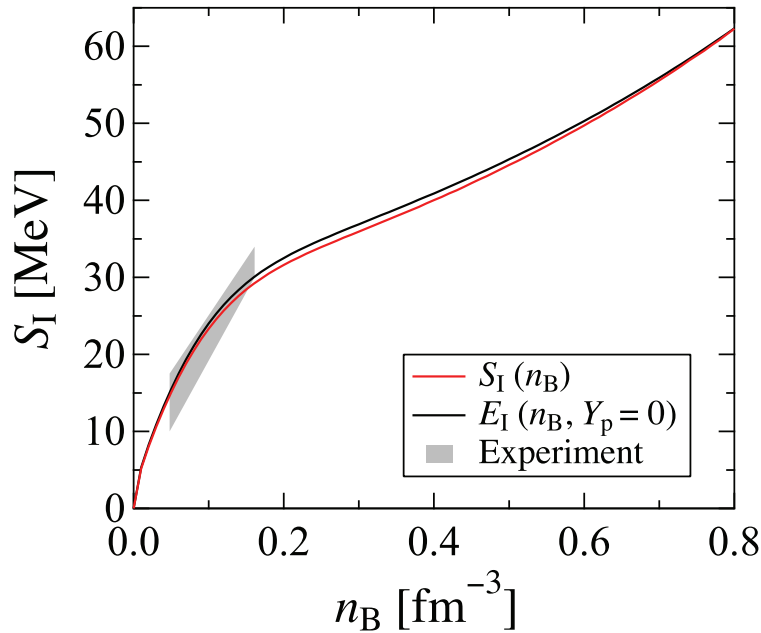


図 2.5. 式 (2.38) で定義された n_B に対する密度に依存した対称エネルギー $S_I(n_B)$. 式 (2.37) で定義された中性子物質と対称核物質の一核子あたりのエネルギー差 $E_I(n_B, Y_p = 0)$ も示す. 影の領域は, 実験データから予測される $S_I(n_B)$ の密度依存性 [55] を示す.

において, E_I は ζ におおよそ比例している. これより本研究で作成した EOS においても, $E(n_B, Y_p)/N$ の Y_p に対する二次関数的な振る舞いを示すことが確認できた. つまり絶対零度において, 対称核物質と中性子物質の E/N を ζ の一次補間によって内挿し, 任意の陽子混在度における E/N を計算することは, ある程度妥当であると言える. ただし, 具体的には $E_I(n_0, 0) = 30.0$ MeV となるのに対して $S_I(n_0) = 29.2$ MeV となり, 厳密には両者は一致しないことに注意する.

図 2.5 は, $S_I(n_B)$ と $E_I(n_B, Y_p = 0)$ の密度依存性を示す. 図 2.5 からわかるように, $S_I(n_B)$ は $E_I(n_B, 0)$ よりもわずかに小さくなっている. この理由は, 図 2.4 において, $E_I(n_B, Y_p)$ が ζ の関数としてわずかに下に凸であり, $S_I(n_B)$ は $\zeta = 0$ における $E_I(n_B, Y_p)$ の勾配に対応しているためである. 図 2.5 にある影の領域は, 重イオン衝突実験から予測された $S_I(n_B)$ の密度依存性を示す [55]. 本研究で得られた EOS の対称エネルギーの密度依存性は, この実験値から予測される領域と矛盾していないことがわかる.

次に, 得られた E/N から熱力学関係式を用いて, 他の熱力学量を導出する. この際には, E/N に対する各種熱力学変数についての数値微分を行う必要がある. そこで本研究では, 5点近似を用いて数値微分を行った.

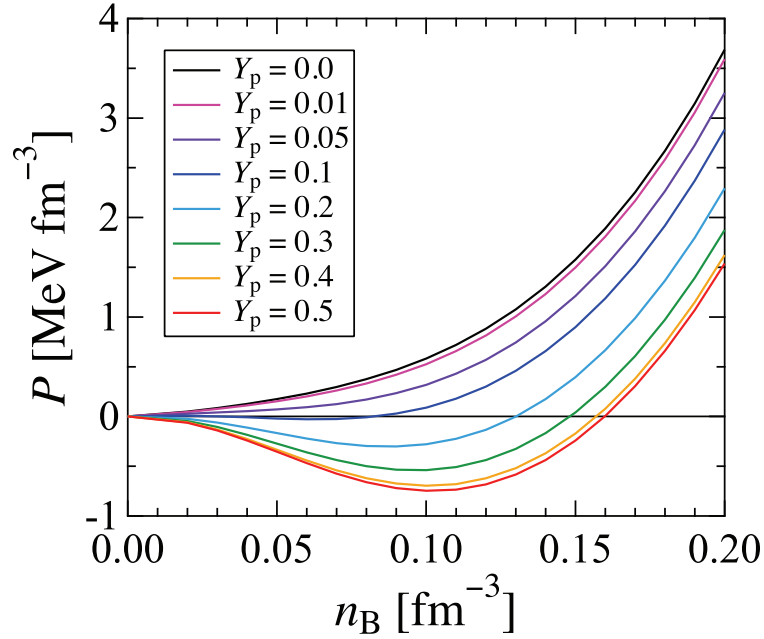


図 2.6. 核子数密度 n_B に対する様々な陽子混在度 Y_p における圧力 P .

図 2.6 は、以下の熱力学関係式

$$P = n_B^2 \left. \frac{\partial}{\partial n_B} \frac{E(n_B, Y_p)}{N} \right|_{Y_p} \quad (2.39)$$

を用いて導出した低密度領域における非対称核物質の圧力 P を表す。図から、 Y_p の減少に伴って、 P は単調に増加することがわかる。また、 $Y_p \leq 0.08$ においては、 P は n_B に対して単調に増加する傾向を示す。

図 2.7 は、 E/N から導出した非対称核物質の陽子と中性子の化学ポテンシャル μ_p , μ_n を示す。具体的には、化学ポテンシャル μ_p と μ_n は、以下の熱力学関係式を用いて求める。

$$\mu_p = \frac{E}{N} + n_B \left. \frac{\partial}{\partial n_B} \frac{E}{N} \right|_{Y_p} + (1 - Y_p) \left. \frac{\partial}{\partial Y_p} \frac{E}{N} \right|_{n_B} \quad (2.40)$$

$$\mu_n = \frac{E}{N} + n_B \left. \frac{\partial}{\partial n_B} \frac{E}{N} \right|_{Y_p} - Y_p \left. \frac{\partial}{\partial Y_p} \frac{E}{N} \right|_{n_B} \quad (2.41)$$

図 2.7 からわかるように、対称核物質の場合には μ_p と μ_n は一致する。そして、 Y_p の減少に伴って、 μ_p は減少し μ_n は増加する。ここで、中性子物質における陽子の化学ポテンシャル μ_p は、式 (2.40) を用いて導出した非対称核物質の μ_p を $Y_p = 0$ に外挿することで得た。

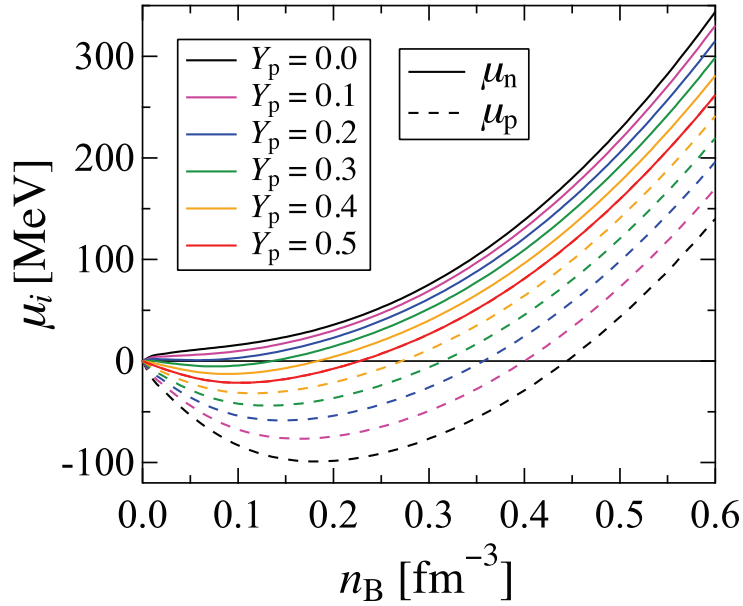


図 2.7. 核子数密度 n_B に対する様々な陽子混在度 Y_p における陽子の化学ポテンシャル μ_p と中性子の化学ポテンシャル μ_n .

2.3 中性子星への適用

本節では、前節までで得られたクラスター変分法による核物質 EOS (variational EOS) を、冷えた中性子星 (NS) へと適用する。NS 物質は、絶対零度における核子、電子、ミューオンで構成された荷電中性で β 安定な物質と仮定し、得られた熱力学量を代表的な SN-EOS である Shen EOS の場合と比較する。

図 2.8 は、NS 物質における陽子、中性子、電子、ミューオンの混在度 Y_p , Y_n , Y_e , Y_μ を示す。NS 内部では、中性子混在度 Y_n が最も大きく、密度の上昇とともに減少していくことがわかる。また、ミューオンは $n_B \geq 0.13 \text{ fm}^{-3}$ の密度領域で現れ、荷電中性の条件により $Y_p = Y_e + Y_\mu$ となる。図 2.8 には、Shen EOS を用いた場合の粒子混在度も掲載した。図からわかるように、variational EOS による NS の内部は、Shen EOS の場合に比べて中性子過剰となる。これは、variational EOS の対称エネルギーが $E_{\text{sym}} = 30.0 \text{ MeV}$ であるのに対し、Shen EOS の対称エネルギーは $E_{\text{sym}} = 36.9 \text{ MeV}$ であることに起因する。また関連して、variational EOS では Shen EOS に比べて、より高密度側でミューオンが現れることがわかる。

図 2.9 は、NS 物質における陽子の化学ポテンシャル μ_p と中性子の化学ポテンシャル μ_n を示す。Shen EOS の場合と比較すると、低密度領域において μ_p は variational EOS と Shen EOS とで互いに近い値を示し、 $n_B \lesssim 0.6 \text{ fm}^{-3}$ では variational EOS の方が低い値とな

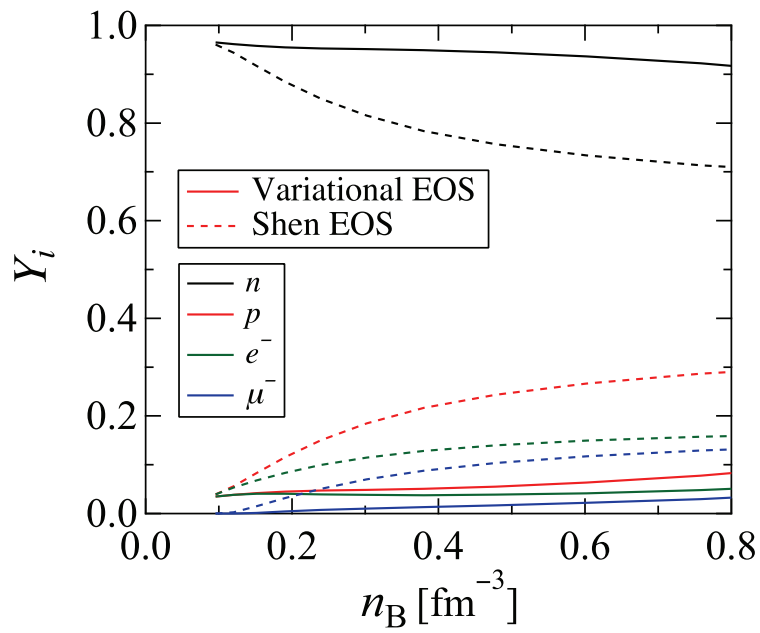


図 2.8. n_B に対する中性子星物質を構成する粒子の混在度 Y_i . 比較のため, Shen EOS の場合も示す.

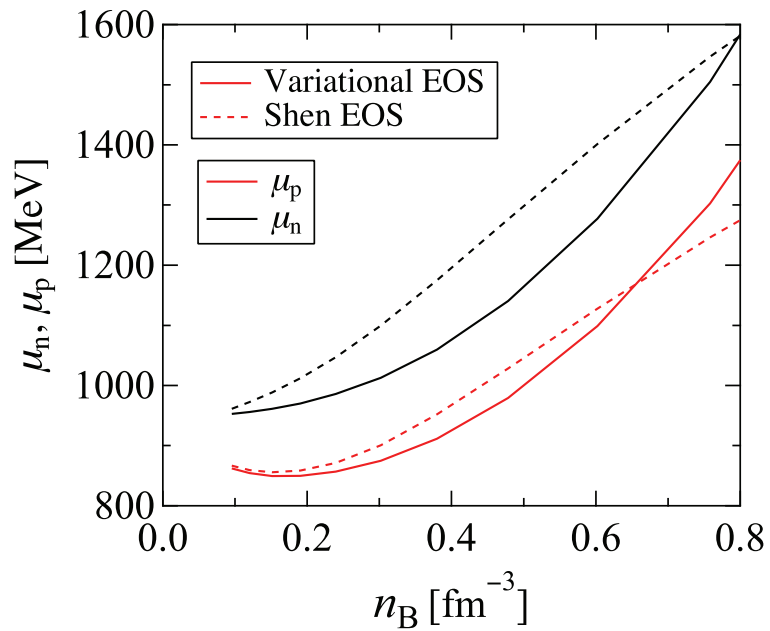


図 2.9. n_B に対する中性子星物質の陽子の化学ポテンシャル μ_p と中性子の化学ポテンシャル μ_n . 比較のため, Shen EOS の場合も示す.

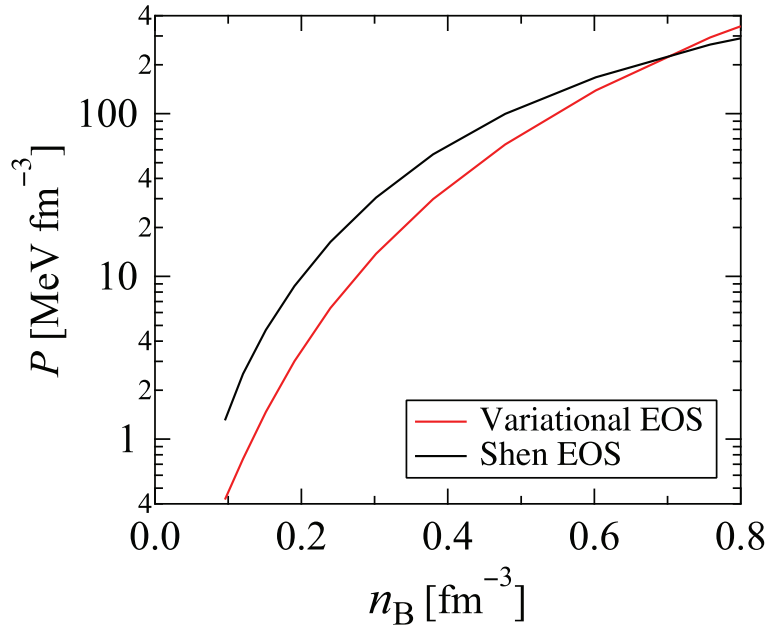


図 2.10. n_B に対する中性子星物質の圧力 P . 比較のため, Shen EOS の場合も示す.

るが, 高密度領域では両者が逆転する. 一方で μ_n については, 図で示した密度領域において, variational EOS から得られた μ_n は, Shen EOS の場合よりも低くなる. さらに μ_p と μ_n の差は, variational EOS の方が小さい. これは, 図 2.8 と同様に, variational EOS の対称エネルギーが Shen EOS の対称エネルギーよりも小さいためである.

図 2.10 は, この NS 物質の圧力 P を示す. n_B の増加と共に, P は増大することがわかる. Shen EOS の場合と比較すると, $n_B \leq 0.7 \text{ fm}^{-3}$ において, variational EOS の P は Shen EOS の場合よりも小さく, 高密度側ではその傾向が逆転することがわかる.

次に, 作成した NS の EOS を用いて, Tolman-Oppenheimer-Volkoff 方程式を解き, NS の質量を求める. この際, 中性子星クラストに対しては, Paper II で作成したクラスター変分法による一様核物質 EOS と自己無矛盾な Thomas-Fermi 計算による EOS [40] を採用する.

図 2.11 は, 本研究で得られた variational EOS に基づく NS の中心質量密度 ρ_{m0} と重力質量の関係を示す. 横軸の ρ_{m0} は, NS 物質のエネルギー密度 ε を用いて, $\rho_{m0} = \varepsilon/c^2$ と定義する. Shen EOS から得られた NS の構造と比較すると, $\rho_{m0} \leq 2.0 \times 10^{15} \text{ g/cm}^3$ では, variational EOS に基づく NS の質量は Shen EOS の場合よりも小さくなる. 一方で, $\rho_{m0} \geq 2.0 \times 10^{15} \text{ g/cm}^3$ では, その傾向が入れ替わっていることがわかる. これは, $\rho_{m0} \leq 2.0 \times 10^{15} \text{ g/cm}^3$ の密度領域では, variational EOS が Shen EOS よりも軟らかいことを意味する. $\rho_{m0} \leq 2.0 \times 10^{15} \text{ g/cm}^3$ において variational EOS が軟らかい傾向は, 飽和

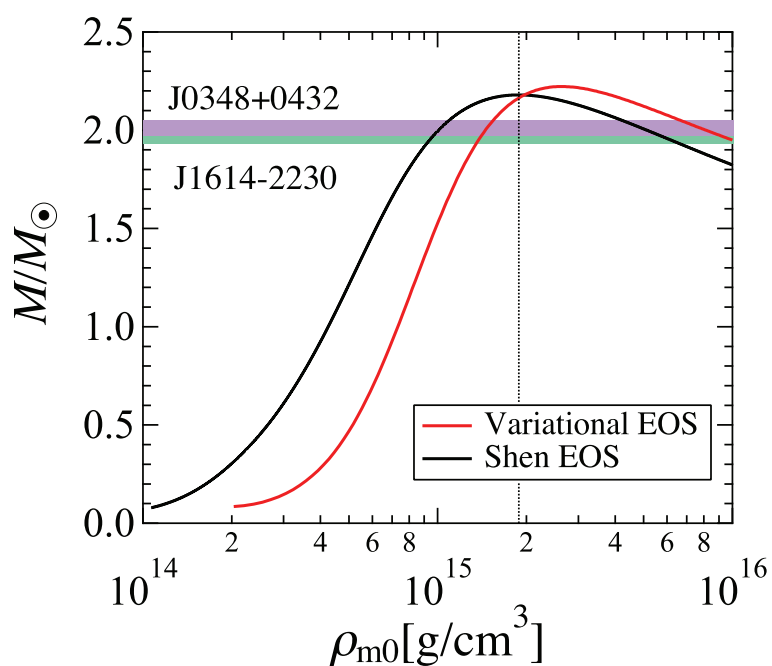


図 2.11. 本研究によって得られた絶対零度中性子星物質の EOS を用いた、中性子星の中心質量密度 ρ_{m0} に対する重力質量. 色付きの横線は、近年発見された重い中性子星 J1614-2230 ($M = 1.97 \pm 0.04M_{\odot}$) [4] と J0348+0432 ($M = 2.01 \pm 0.04M_{\odot}$) [5] の質量を示す. 縦の点線は、因果律の破れが起こる臨界密度 n_c に対応している. 比較のため, Shen EOS を用いた結果も示す.

密度における絶対零度対称核物質の非圧縮率が、本研究による EOS の場合 $K = 245 \text{ MeV}$ であるのに対し、Shen EOS の場合にはこの値が $K = 281 \text{ MeV}$ であり、variational EOS の方が非圧縮率が小さいことが原因の一つであると考えられる。また図 2.11 には、重い NS である J1614-2230 ($M = 1.97 \pm 0.04 M_{\odot}$) [4] と J0348+0432 ($M = 2.01 \pm 0.04 M_{\odot}$) [5] の質量観測値を示す。本研究による EOS を用いた NS の最大質量は $2.22 M_{\odot}$ であり、これらの観測データと矛盾しないことがわかる。ここで、本研究で作成した variational EOS は非相対論的な枠組みに基づいているため、高密度領域においては EOS が因果律を破ることに注意する。すなわち、臨界密度 $n_c = 0.88 \text{ fm}^{-3}$ よりも高密度では、音速が光速を超えてしまう。図 2.11 の点線は、 n_c に対応する質量密度 $\rho_{m0} = 1.88 \times 10^{15} \text{ g/cm}^3$ を示す。なおこの臨界密度の値は、APR による EOS の場合の値に近い [28]。

そこで本研究では、文献 [56] の手法に従い、因果律を満たす修正した EOS も作成した。この手法では、 n_c よりも高密度領域において、音速が光速と等しくなるように、圧力を $P(\varepsilon) = P(\varepsilon_c) + \varepsilon - \varepsilon_c$ とする。ここで、 ε はエネルギー密度であり、 ε_c は密度 n_c におけるエネルギー密度である。

オリジナルの EOS 及び修正した EOS を用いた NS の質量と半径の関係を図 2.12 に示す。オリジナルの EOS と修正した EOS による NS の安定解にはほとんど違いがないことがわかり、NS の最大質量はどちらも $2.22 M_{\odot}$ となる。加えて、文献 [3] で解析された観測データに基づく質量と半径の領域を示す。本研究による EOS を用いた NS の質量と半径は、これらの観測データと矛盾しないことがわかる。さらに、Shen EOS を用いた場合と比較した。Shen EOS の与える NS の半径は、本研究による EOS で得られる半径より大きく、また文献 [3] で解析された観測データよりも大きい。これは Shen EOS が、本研究による EOS より硬いことを意味する。

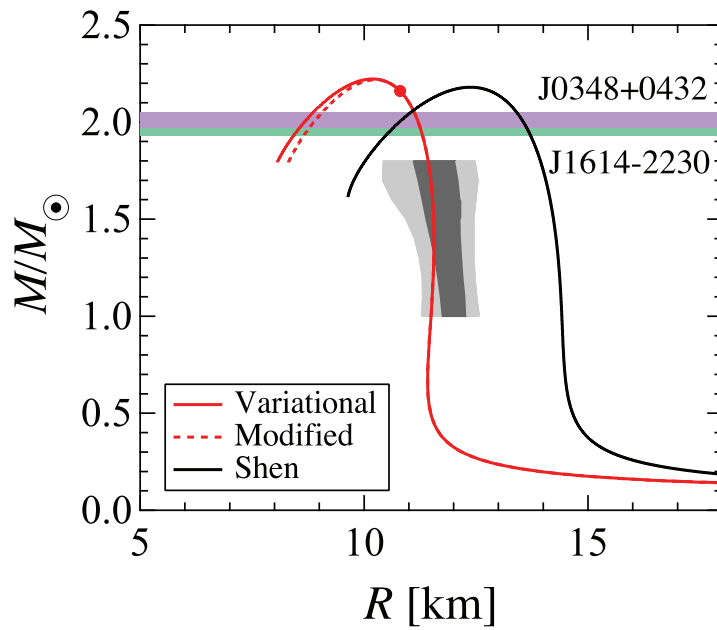


図 2.12. 本研究によって得られた絶対零度中性子星物質の EOS を用いた中性子星の質量と半径の関係。赤丸は、中性子星の中心密度が臨界密度 n_c に等しい場合を意味する。それより小さい半径において、実線と破線はそれぞれ、オリジナルの EOS と修正した EOS を用いた場合の結果を表す。色付きの横線は図 2.11 と同様に、近年発見された重い中性子星 [4, 5] の質量を示す。灰色の領域は、文献 [3] で示された、観測データから予想される中性子星の質量と半径の関係を示す。濃い灰色、および薄い灰色はそれぞれ 1σ と 2σ の誤差を示す。比較のため、Shen EOS を用いた結果も示す。

第3章 有限温度における非対称核物質 状態方程式

本章では、有限温度における一様非対称核物質状態方程式の作成 [43] について述べる。Paper I・II で用いた Schmidt-Pandharipande (SP) の変分法 [29] を非対称核物質に対する手法へと拡張し、有限温度における一核子あたりの自由エネルギーを求める。そして、前章と同様に、得られた自由エネルギーからその他の熱力学量を導出し、それらの振る舞いを調べる。ここで、有限温度の自由エネルギーを計算する際には、SP の手法を踏襲した Frozen-Correlation 近似を採用するため、その近似の妥当性についても明らかにする。さらに自由エネルギーの陽子混在度依存性を解析し、絶対零度の場合に妥当であった陽子混在度の二次関数的な振る舞いが見られるかを検証する。

3.1 Schmidt-Pandharipande による変分法の拡張

一様非対称核物質の一核子あたりの自由エネルギー F/N を、核子数密度 n_B 、陽子混在度 Y_p 、温度 T の関数として求める。Paper I では、対称核物質と中性子物質の F/N を求める際に、Schmidt-Pandharipande (SP) の変分法 [29] を採用した。この変分法では、 F/N を核子の平均占有確率 f で表し、その中に含まれる核子の一粒子エネルギーにおける有効質量 m^* について、 F/N を最小化する。この変分法の妥当性は文献 [30] で検討されており、複数の有限温度対称核物質及び中性子物質に対する多体計算 [31, 38, 57] に採用されている。

一方、本研究の目的は非対称核物質を扱うことにあるため、対称核物質と中性子物質に対する SP の変分法をそのまま適用することはできない。そこで、本節では SP の変分法を拡張し、任意の Y_p を持つ非対称核物質における F/N を求める手法を確立する。具体的には、陽子と中性子それぞれの平均占有確率 f_p , f_n を導入し、その中に含まれる陽子と中性子の一粒子エネルギーにおける有効質量 m_p^* と m_n^* を独立に取り扱う。これは、有効質量が粒子間相関の衣をまとった準粒子の質量であると考えた場合、前章で記したように、媒質効果によって生じる粒子間相関のアイソスピン第 3 成分依存性を考慮するためである。そして、 F/N を m_p^* と m_n^* の両方について最小化する。

まずは Paper I と同様に、自由エネルギー F/N を

$$\frac{F}{N} = \frac{E_{0T}}{N} - T \frac{S_0}{N} \quad (3.1)$$

と表す。ここで、 E_{0T}/N は温度 T における一核子あたりの近似的内部エネルギー、 S_0/N は一核子あたりの近似的エントロピーを表す。ここで用いる「近似的」という言葉は、熱力学関係式を通して F/N から得られる本当の内部エネルギー及びエントロピーと区別するために付す。

絶対零度の場合と同様に、 E_{0T}/N は、2体エネルギー E_{2T}/N と3体エネルギー E_{3T}/N の和で表す。すなわち、

$$\frac{E_{0T}}{N} = \frac{E_{2T}}{N} + \frac{E_{3T}}{N} \quad (3.2)$$

となる。絶対零度では、 E_{2T}/N は式 (2.9) で与えられる E_2/N に対応し、その際、式 (2.6) で表される Jastrow 波動関数の中にある単一粒子準位の占有確率は、 $f_{0i}(k) = \theta(k_{Fi} - k)$ ($i = p, n$) と表される。有限温度においては SP の手法に従い、絶対零度での E_2/N の中にある $f_{0i}(k)$ を以下の表式で与えられる平均占有確率 $f_i(k)$ に置き換えることで、 E_{2T}/N を求める。

$$f_i(k) = \left\{ 1 + \exp \left[\frac{\varepsilon_i(k) - \mu_{0i}}{k_B T} \right] \right\}^{-1} \quad (3.3)$$

ここで $\varepsilon_i(k)$ は核子の一粒子エネルギーであり、

$$\varepsilon_i(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_i^*} \quad (3.4)$$

と表す。 m_i^* ($i = p, n$) は陽子と中性子それぞれの有効質量である。式 (3.3) において、 μ_{0i} の値は規格化条件

$$n_i = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty f_i(k) k^2 dk \quad (3.5)$$

で決定される。ここで、 n_p と n_n は陽子と中性子の数密度である。この手法で得られる E_{2T}/N の具体的な表式は、式 (2.9) で与えられる絶対零度における E_2/N において、 E_1/N , $F_{Fts}^\mu(r)$, $F_{qFts}^\mu(r)$, $F_{bFts}^\mu(r)$ がそれぞれ、以下の表式で与えられる E_{1T}/N , $F_{Fts}^\mu(r; T)$, $F_{qFts}^\mu(r; T)$, $F_{bFts}^\mu(r; T)$ に置き換わった表式となる。

$$\frac{E_{1T}}{N} \equiv \frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\pi^2 n_B} \left[\int_0^\infty f_p(k) k^4 dk + \int_0^\infty f_n(k) k^4 dk \right], \quad (3.6)$$

$$F_{Fts}^\mu(r; T) \equiv \frac{2s+1}{4} \left\{ \xi_i \xi_j - (-1)^{l+s} l_i(r; T) l_j(r; T) \right\}, \quad (3.7)$$

$$F_{\text{qFts}}^{\mu}(r; T) \equiv \frac{2s+1}{4} \left\{ \frac{r^2}{6\pi^2 n_{\text{B}}} \left[\xi_i \int_0^{\infty} f_j(k) k^4 dk + \xi_j \int_0^{\infty} f_i(k) k^4 dk \right] - (-1)^{t+s} \frac{r}{2} \left[l_i(r; T) \frac{dl_j(r; T)}{dr} + l_j(r; T) \frac{dl_i(r; T)}{dr} \right] \right\}, \quad (3.8)$$

$$F_{\text{bFts}}^{\mu}(r; T) \equiv \frac{2s+1}{4} \left\{ \frac{r^2}{3\pi^2 n_{\text{B}}} \left[\xi_i \int_0^{\infty} f_j(k) \left(k^4 + \frac{r^2}{10} k^6 \right) dk + \xi_j \int_0^{\infty} f_i(k) \left(k^4 + \frac{r^2}{10} k^6 \right) dk \right] + \left[\frac{r^2}{3\pi^2 n_{\text{B}}} \int_0^{\infty} f_i(k) k^4 dk \right] \left[\frac{r^2}{3\pi^2 n_{\text{B}}} \int_0^{\infty} f_j(k) k^4 dk \right] - (-1)^{t+s} r^2 \left\{ \frac{dl_i(r; T)}{dr} \frac{dl_j(r; T)}{dr} + \frac{1}{2} \left[l_i(r; T) \frac{d^2 l_j(r; T)}{dr^2} + l_j(r; T) \frac{d^2 l_i(r; T)}{dr^2} + \frac{l_i(r; T)}{r} \frac{dl_j(r; T)}{dr} + \frac{l_j(r; T)}{r} \frac{dl_i(r; T)}{dr} \right] \right\} \right\}. \quad (3.9)$$

ここで有限温度におけるスレーター関数 $l_i(r; T)$ は,

$$l_i(r; T) \equiv \frac{1}{\pi^2 n_{\text{B}}} \int_0^{\infty} f_i(k) j_0(kr) k^2 dk \quad (i = \text{p, n}) \quad (3.10)$$

で定義される。SPの手法を踏襲する際には、2体相関関数 $f_{\text{Cts}}^{\mu}(r)$, $f_{\text{Tt}}^{\mu}(r)$, $f_{\text{Sot}}^{\mu}(r)$ は絶対零度の場合と同じであると仮定した Frozen-Correlation 近似を採用する。この近似の妥当性については、2.2節で議論する。

式(3.2)の3体エネルギー $E_{3\text{T}}/N$ は、簡単のため、式(2.26)で与えられる絶対零度 E_3/N と同じとする。この近似の妥当性については、Paper Iで確認されている。

SPの手法において、式(3.1)中の近似的エントロピー S_0/N は、質量が m^* である準粒子気体の表式を用いて表される。本研究では、非対称核物質を扱うためにこの手法を拡張し、近似的エントロピーを

$$\frac{S_0}{N} = - \sum_{i=\text{p,n}} \frac{k_{\text{B}}}{\pi^2 n_{\text{B}}} \int_0^{\infty} \left\{ [1 - f_i(k)] \ln [1 - f_i(k)] + f_i(k) \ln f_i(k) \right\} k^2 dk \quad (3.11)$$

と表す。こうして、 F/N は m_{p}^* と m_{n}^* の関数となり、それらについて F/N を最小化する。

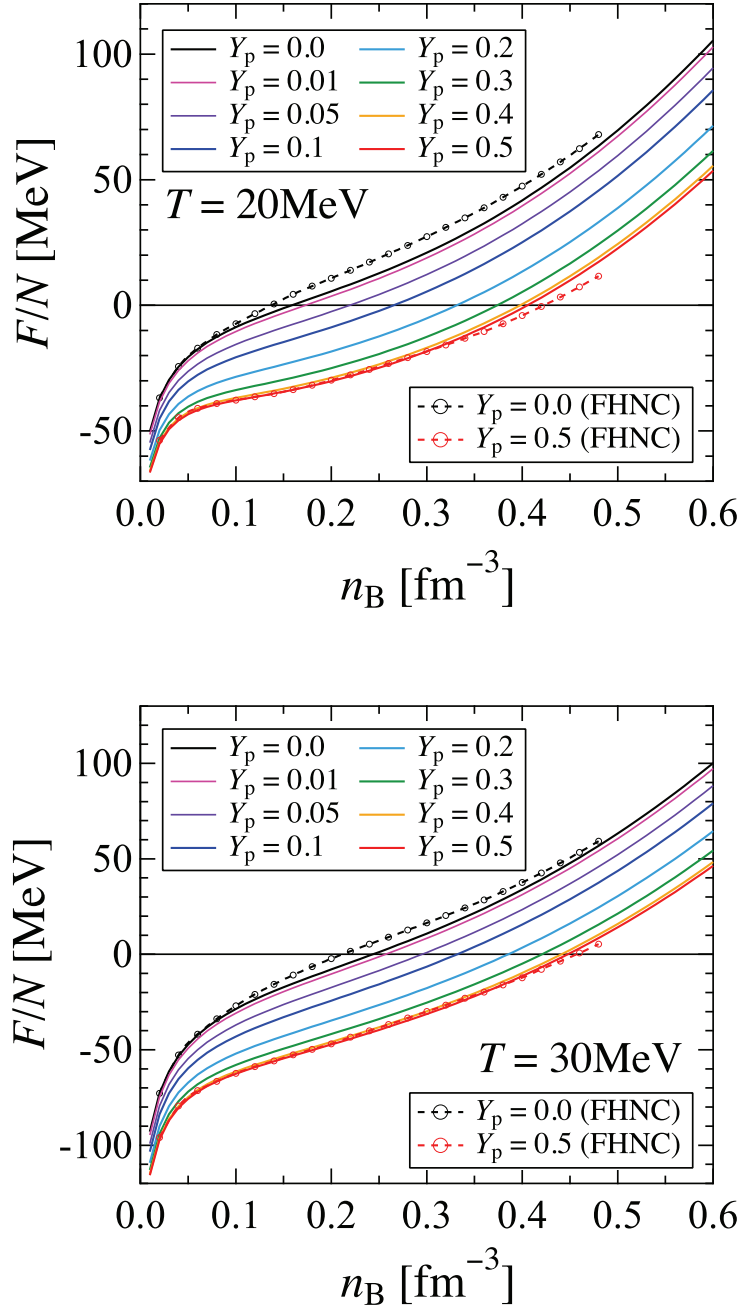


図 3.1. n_B に対する様々な Y_p における一核子あたりの自由エネルギー F/N . 上図は $T = 20 \text{ MeV}$, 下図は $T = 30 \text{ MeV}$ に対応する. Mukherjee による FHNC 計算で得られた中性子物質と対称核物質の結果 [31] も示す.

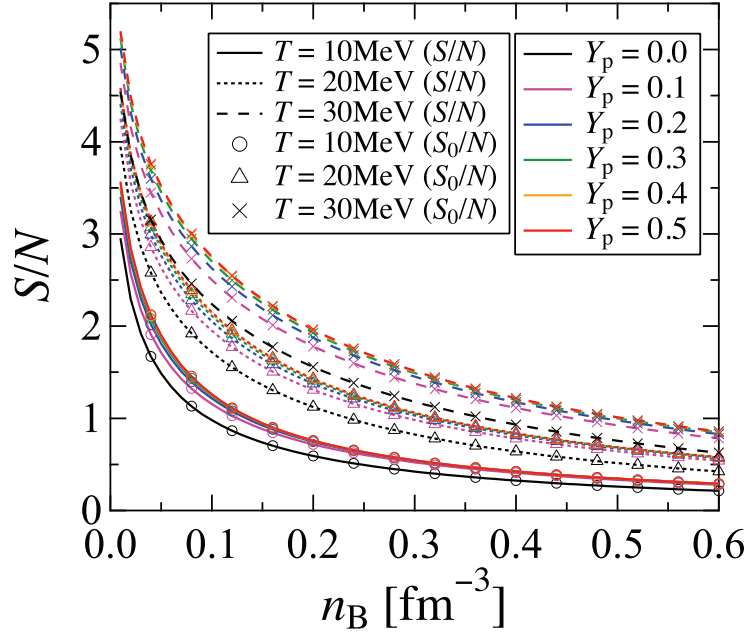


図 3.2. 様々な Y_p における温度 $T = 10, 20, 30$ MeV での n_B に対する一核子あたりのエントロピー S/N . 一核子あたりの近似的エントロピー S_0/N も同様に示されている.

3.2 自由エネルギーと関連する熱力学量

拡張した SP の手法を用いて得られた非対称核物質における一核子あたりの自由エネルギー F/N を図 3.1 に示す. 比較のため, 図 3.1 には, Mukherjee による FHNC 計算で得られた対称核物質と中性子物質の F/N [31] も示す. これは APR の結果を有限温度へと拡張したものである. 絶対零度の場合と同様に, 対称核物質に対する本研究の結果は, FHNC 計算による結果と良く一致していることがわかる. Y_p が減少するとともに F/N は単調に増加し, 中性子物質においては, 本研究結果は FHNC 計算結果よりも幾分低い値になっている. これは前章で指摘したように, 絶対零度における対称エネルギーが APR のものよりも小さい値であることに起因する.

図 3.2 は, 熱力学関係式

$$\frac{S}{N} = - \left. \frac{\partial F}{\partial T} \right|_{n_B, Y_p} \quad (3.12)$$

を用いて F/N から導出した非対称核物質に対する一核子あたりのエントロピー S/N である. S/N は, Y_p に対して単調に増加することがわかる. これは Y_p の増加と共に, 系のとりうる状態の数が増加するためである. 図 3.2 には, 近似的エントロピー S_0/N も示した.

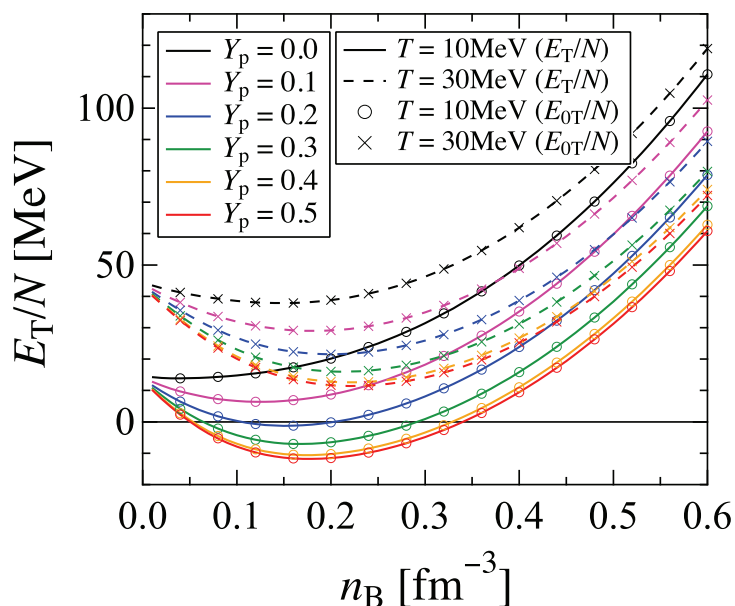


図 3.3. 様々な Y_p における温度 $T = 10, 30$ MeV での n_B に対する一核子あたりの内部エネルギー E_T/N . 一核子あたりの近似的内部エネルギー E_{0T}/N も同様に示されている.

S/N と S_0/N は互いによく一致していることがわかる. この事実は, 有限温度における本研究での変分計算結果が自己無矛盾であることを意味する. Paper I では, 対称核物質と中性子物質に対するこの自己無矛盾性を確認していたが, 本研究によって, 非対称核物質の場合にもこの自己無矛盾性が成立することが確認された.

図 3.3 は, 熱力学関係式

$$\frac{E_T}{N} = \frac{F}{N} + T \left. \frac{\partial F}{\partial T} \right|_{n_B, Y_p} \quad (3.13)$$

を用いて F/N から導出した非対称核物質の一核子あたりの内部エネルギー E_T/N である. 図 3.3 では, 対称核物質から中性子物質へと Y_p が減少するに伴って, E_T/N は増加していることがわかる. 図 3.3 には, 近似的内部エネルギー E_{0T}/N も示した. 図からわかるように, 様々な Y_p の値について, E_T/N は E_{0T}/N とよく一致し, これは図 3.2 と同様に, 本計算の自己無矛盾性を意味する.

図 3.4 は, F/N から導出した非対称核物質の圧力 P を示す. 図からわかるように, Y_p の減少に伴って, P は単調に増加していくことがわかる. Y_p を固定した場合には, P は T に対して単調に増加する. そして臨界値 T_0 よりも高い T では, P は n_B に対して単調に増加する. すなわち $T < T_0$ において, mechanical instability が生じている. 対称核物質の場合には, T_0 は気相-液相相転移の臨界温度 T_c と等しくなり [58], 本研究において

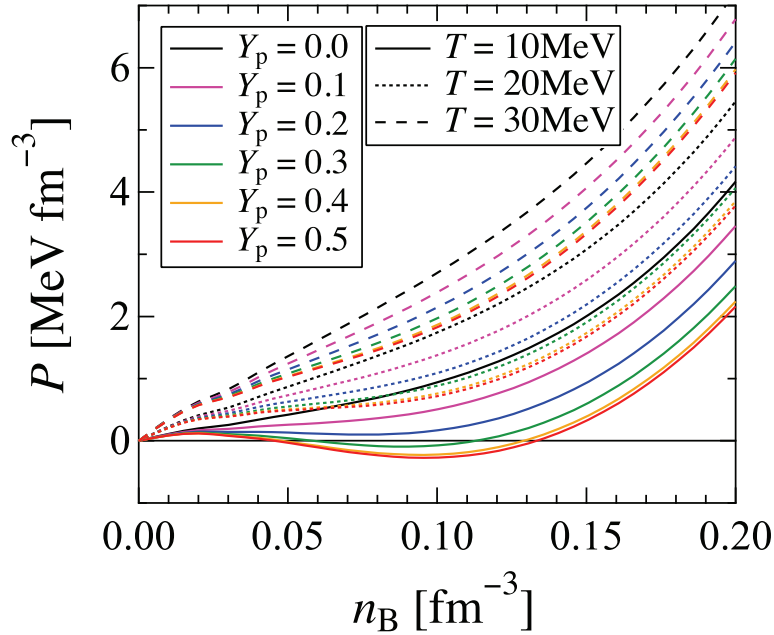


図 3.4. 様々な Y_p における温度 $T = 10, 20, 30$ MeV での n_B に対する圧力 P .

は $T_0 \approx 18$ MeV となる。また、 T_0 は Y_p と共に減少し、 $Y_p \lesssim 0.08$ で $T_0 = 0$ MeV となる。ここで、非対称核物質の T_c を決定するためには、mechanical instability に加えて chemical instability も考慮する必要がある [58]。ただし本研究の目的である SN-EOS の構築においては、前述の通り、非一様な混合相に対して、Thomas-Fermi 近似を用いて原子核形成を直接記述する予定であるため、ここで相転移の詳細には踏み込まない。

図 3.5 は、 $T = 20$ MeV における陽子の化学ポテンシャル μ_p と中性子の化学ポテンシャル μ_n を示す。対称核物質の場合には $\mu_p = \mu_n$ となり、 Y_p の減少に伴って、 μ_n は増加し μ_p は減少する。ここで、図 3.5 で示している μ_p と μ_n は、熱力学関係式を用いて F/N から導出したものであり、式 (3.3) で導入された μ_{oi} とは異なることに注意する。後者は式 (3.4) で与えられる $\varepsilon_i(k)$ に含まれない単一粒子のポテンシャルエネルギーの効果も含んでいる。

図 3.6 では、有効質量 m_i^* を Y_p の関数として示す。対称核物質の場合には、 m_p^* と m_n^* は一致する。そして Y_p の減少に伴って、 m_p^* は減少し m_n^* は増加する。また n_B の増加に伴って、 m_i^* の T 依存性は小さくなるのがわかる。これらの m_i^* は、本研究の変分法においては変分パラメータである。それに関わらず、文献 [31] で指摘されているように、これらは Fermi 面近傍における運動量に依存した核子の有効質量の重み付き平均と見なせることに注意する。事実、得られた m_i^* は、妥当な振る舞いを示している。

次に、本研究で採用した Frozen-Correlation 近似 (Frozen-Correlation approximation: FCA)

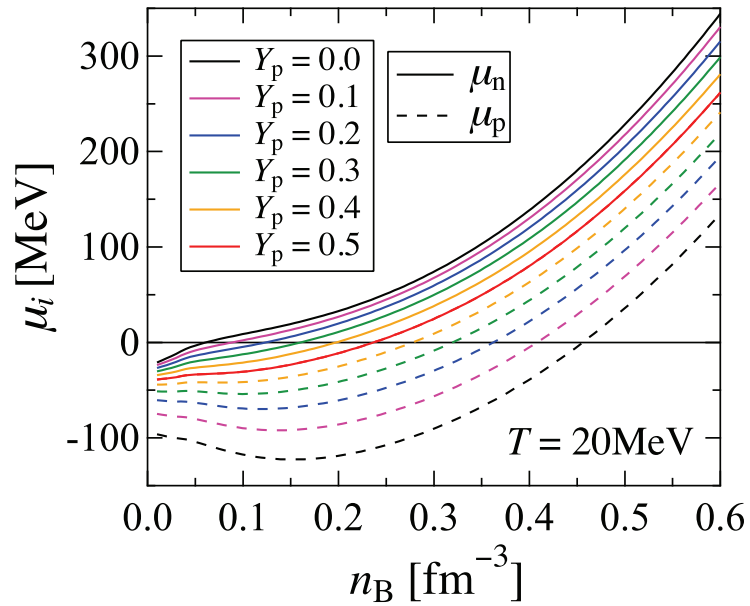


図 3.5. 様々な Y_p における温度 $T = 20 \text{ MeV}$ での n_B に対する陽子の化学ポテンシャル μ_p と中性子の化学ポテンシャル μ_n .

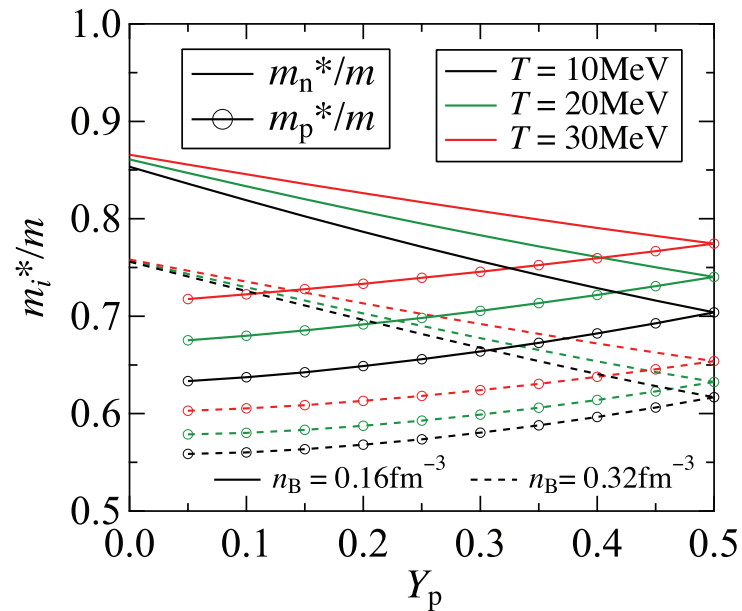


図 3.6. $T = 10, 20, 30 \text{ MeV}$ における $n_B = 0.16, 0.32 \text{ fm}^{-3}$ での陽子混在度 Y_p に対する陽子の有効質量 m_p^* と中性子の有効質量 m_n^* .

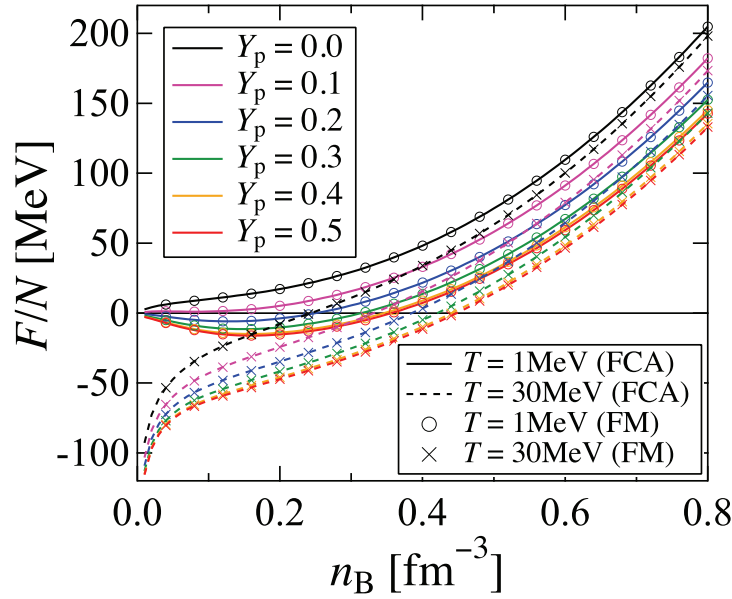


図 3.7. 様々な Y_p における $T = 1, 30$ MeV での Frozen-Correlation 近似 (FCA) と Full Minimization (FM) による一核子あたりの自由エネルギー F/N .

の妥当性について議論する. この FCA は SP による文献 [29] で導入されている近似であり, FCA による FHNC 計算は文献 [57] で実行されている. しかしながら原理的には, F/N は m^* と同様に相関関数 f_{ij} についても最小化されるべきであり, 最近の研究でもそのような計算が行われている [31, 38]. それゆえに本節の残りでは, それぞれの m_i^* の組に対して, 式 (3.1) から導出される Euler-Lagrange 方程式を解き, F/N を $f_{Cs}^\mu(r)$, $f_{Tr}^\mu(r)$, $f_{SoI}^\mu(r)$ について最小化して, さらに m_i^* についても最小化する Full Minimization (FM) の計算を行う. ここで Euler-Lagrange 方程式を解く際には, 絶対零度の場合と同様に 2 つの拘束条件を課した条件付き変分計算を行う. すなわち, 拡張された Mayer 条件と Healing Distance 条件を課す. 前者は式 (2.20) と類似した条件であるが, 式 (2.11) と (2.20) における $F_{Fts}^\mu(r)$ と $F_{qFts}^\mu(r)$ を, 有限温度での表式 $F_{Fts}^\mu(r; T)$ と $F_{qFts}^\mu(r; T)$ に置き換えた条件である. 後者の条件では, Healing Distance が絶対零度の場合と変わらないとする.

図 3.7 では, FM によって得られた F/N を FCA の場合と比較した. FCA で得られる F/N の値は, n_B , Y_p , T の広い領域について, FM の結果と良く一致していることがわかる. この一致は, FM により自由エネルギーが減少する効果と, 拡張された Mayer 条件を正確に課す事で自由エネルギーが増加する効果が打ち消し合うことを意味している. 結果として, 本研究における FCA は妥当であることが確認された. この結果は文献 [57] での指摘と矛盾しない.

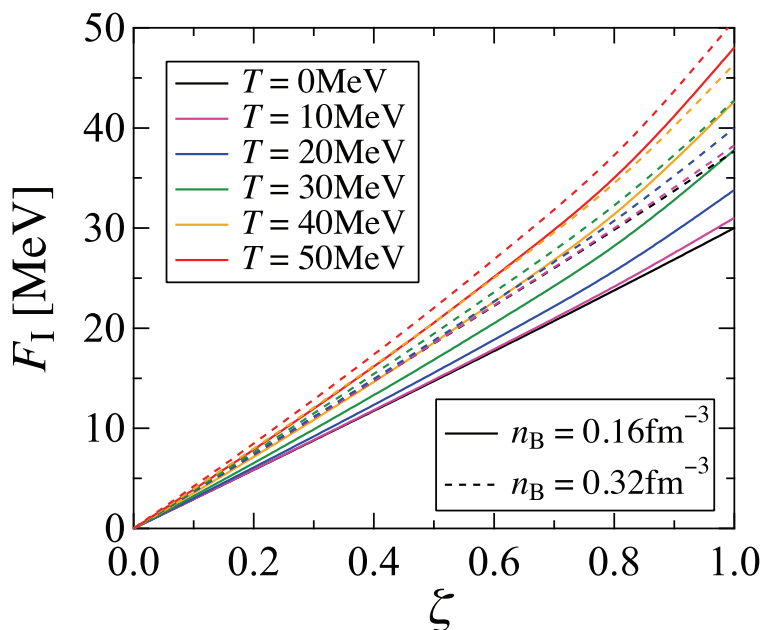


図 3.8. 様々な温度 T における核子数密度 $n_B = 0.16, 0.32 \text{ fm}^{-3}$ でのアイソスピシン非対称度 ζ に対する非対称核物質と対称核物質の一核子あたりの自由エネルギーの差 $F_I(n_B, Y_p, T)$.

3.3 自由エネルギーの陽子混在度依存性

本節では、 F/N の Y_p 依存性について詳細に議論する。まず始めに絶対零度の場合と同様に、以下で定義される非対称核物質と対称核物質の自由エネルギーの差 F_I を導入する。

$$F_I(n_B, Y_p, T) \equiv \frac{F(n_B, Y_p, T)}{N} - \frac{F(n_B, Y_p = 1/2, T)}{N} \quad (3.14)$$

絶対零度においては、式 (2.37) より $E_I(n_B, Y_p) = F_I(n_B, Y_p, T = 0 \text{ MeV})$ となる。また対称エネルギーは、 $E_{\text{sym}} = F_I(n_B, Y_p = 0, T = 0 \text{ MeV})$ となる。

図 3.8 は、 $F_I(n_B, Y_p, T)$ を $\zeta = (1 - 2Y_p)^2$ の関数として示す。絶対零度の場合と異なり、この図に示されているように、 $F_I(n_B, Y_p, T)$ は ζ に比例しない。特に温度の増加に伴って、図の曲線は直線から目立ってずれるようになる。

より定量的な議論をするために、以下のように対称核物質と中性子物質の F/N を ζ の一次補間によって内挿した、任意の陽子混在度における F_{Int}/N を考える。

$$\frac{F_{\text{Int}}(n_B, Y_p, T)}{N} = \frac{F(n_B, 1/2, T)}{N} + \left[\frac{F(n_B, 0, T)}{N} - \frac{F(n_B, 1/2, T)}{N} \right] (1 - 2Y_p)^2 \quad (3.15)$$

そして、変分計算によって直接求めた F/N に対して、上記の線形補間によって求めた自

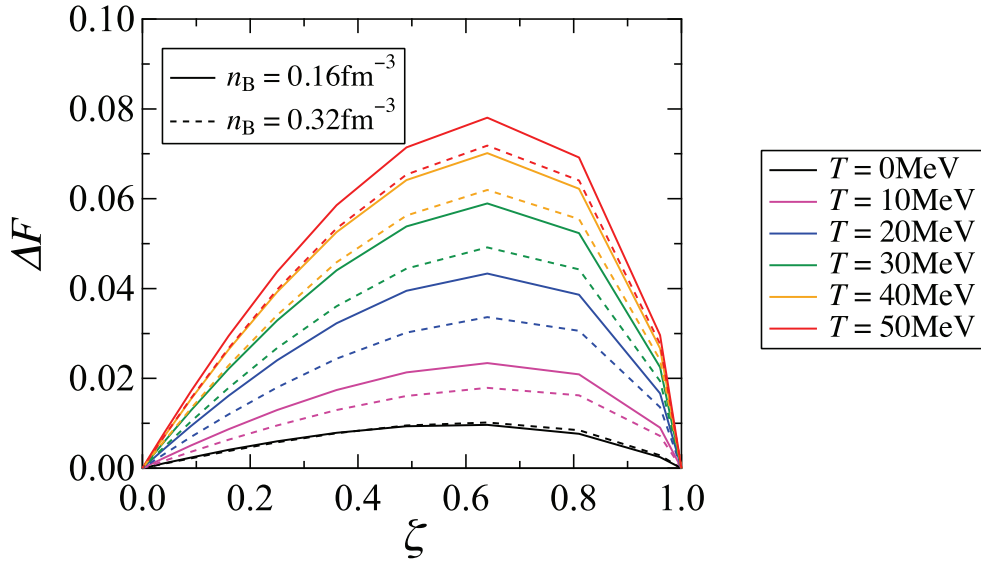


図 3.9. 様々な温度 T における核子数密度 $n_B = 0.16, 0.32 \text{ fm}^{-3}$ でのアイソスピン非対称度 ζ に対する F/N と F_{Int}/N との相対誤差 ΔF .

由エネルギー F_{Int}/N の相対誤差 $\Delta F(n_B, Y_p, T)$ を以下のように定義する.

$$\Delta F(n_B, Y_p, T) \equiv \frac{F_{\text{Int}}(n_B, Y_p, T)/N - F(n_B, Y_p, T)/N}{F_{\text{I}}(n_B, Y_p, T)} \quad (3.16)$$

図 3.9 は $\Delta F(n_B, Y_p, T)$ を ζ の関数として示す. 図から読み取れるように, 有限温度での相対誤差 ΔF は絶対零度の場合に比べて大きい. これは, 絶対零度においては妥当であった, 対称核物質と中性子物質の一核子あたりのエネルギー E/N を Y_p の 2 次関数で補間することで非対称核物質の E/N を求める方法が, 有限温度における自由エネルギー F/N に対しては有効でないことを意味する. これは文献 [38] においても指摘されている.

この偏差の密度依存性を議論するために, 絶対零度の場合と同様にして, 密度に依存する対称自由エネルギー $S_{\text{IT}}(n_B, T)$ を以下のように定義する.

$$S_{\text{IT}}(n_B, T) \equiv \left. \frac{1}{8} \frac{\partial^2 F(n_B, Y_p, T)}{\partial Y_p^2} \frac{1}{N} \right|_{Y_p=1/2} \quad (3.17)$$

ここで, 絶対零度の場合には式 (2.38) より $S_{\text{I}}(n_B) = S_{\text{IT}}(n_B, T = 0 \text{ MeV})$ である.

図 3.10 には, $T = 20 \text{ MeV}$ における $S_{\text{IT}}(n_B, T)$ と $F_{\text{I}}(n_B, Y_p = 0, T)$ の密度依存性を示す. この図より, 非常に広い n_B の範囲で, $S_{\text{IT}}(n_B, T)$ は $F_{\text{I}}(n_B, Y_p = 0, T)$ より小さくなることわかる. この傾向は定性的には絶対零度の場合と等しいが, この差が顕著であることが, 有限温度の場合の特徴である. これは図 3.8 における $F_{\text{I}}(n_B, Y_p, T)$ の ζ に対する曲率

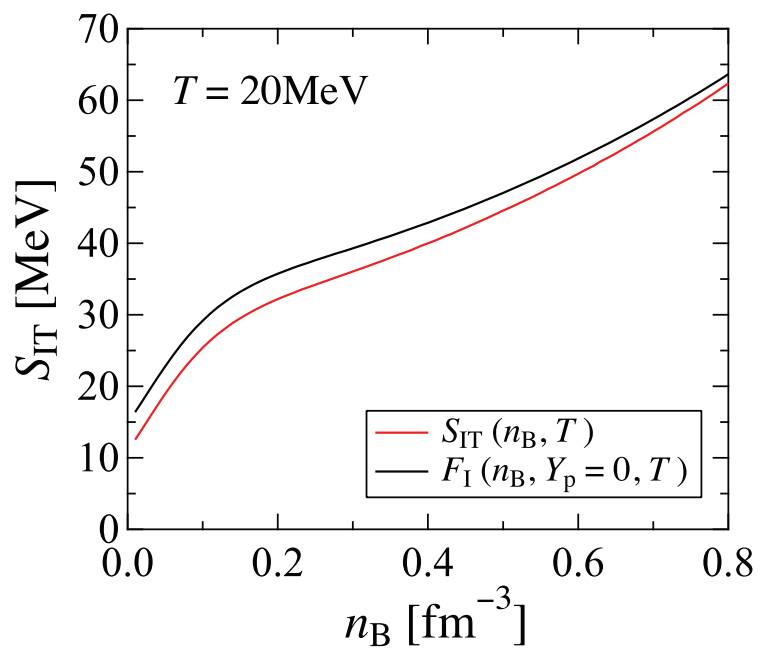


図 3.10. 式 (3.17) で定義された温度 $T = 20\text{MeV}$ における n_B に対する密度に依存した対称自由エネルギー $S_{IT}(n_B, T)$. 式 (3.14) で定義された温度 $T = 20\text{MeV}$ における中性子物質と対称核物質の一核子あたりの自由エネルギー差 $F_I(n_B, Y_p = 0, T)$ も示す.

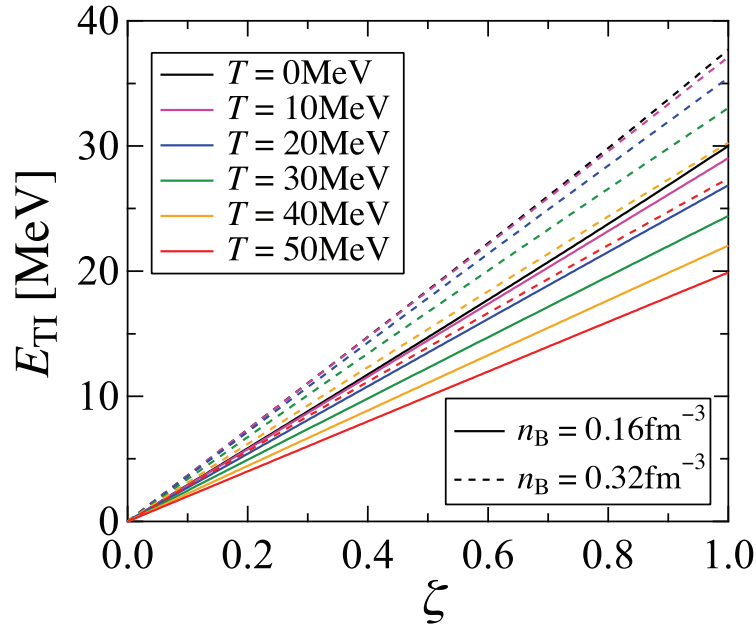


図 3.11. 様々な温度 T における核子数密度 $n_B = 0.16, 0.32 \text{ fm}^{-3}$ でのアイソスピシン非対称度 ζ に対する非対称核物質と対称核物質の一核子あたりの内部エネルギーの差 $E_{\text{TI}}(n_B, Y_p, T)$.

が、図 2.4 に示した絶対零度の場合の $E_I(n_B, Y_p)$ の曲率より遥かに大きいことによる。さらに、密度 n_B を増加させるとその物質に対する温度効果が相対的に小さくなるため、ある固定された温度 T に対して、 $S_{\text{IT}}(n_B, T)$ と $F_{\text{sym}}(n_B, T)$ の差は、密度の上昇と共に単調に減少することがわかる。

最後に、有限温度において ΔF が相対的に大きくなる原因を明らかにするために、内部エネルギーとエントロピーの陽子混在度依存性を考える。まず内部エネルギーについて、以下で定義される非対称核物質と対称核物質の内部エネルギーの差

$$E_{\text{TI}}(n_B, Y_p, T) \equiv \frac{E_T(n_B, Y_p, T)}{N} - \frac{E_T(n_B, 1/2, T)}{N} \quad (3.18)$$

を、 ζ の関数として図 3.11 に示す。図 3.11 からわかるように、 $E_{\text{TI}}(n_B, Y_p, T)$ は ζ におおよそ比例している。また T に対して、 E_{TI} は単調に減少することがわかる。このような傾向は、文献 [59] とその参考文献でも示されている。

次に一核子あたりのエントロピー S/N を ζ の関数として図 3.12 に示す。図 3.12 に見られるように、 $S(n_B, Y_p, T)/N$ は ζ の一次関数とはならない。特に $0.6 \leq \zeta \leq 0.8$ における一次関数からのずれは大きく、これは図 3.9 で示した ΔF が相対的に大きくなる ζ の領域と対応する。すなわち、図 3.8 における F_I の直線からのずれは、主に S/N の Y_p 依存性

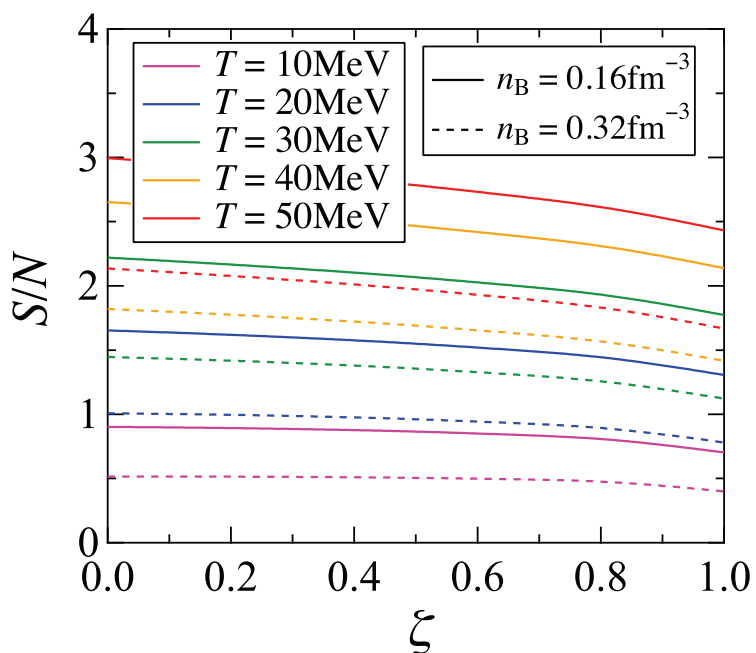


図 3.12. 様々な温度 T における核子数密度 $n_B = 0.16, 0.32 \text{ fm}^{-3}$ でのアイソスピシン非対称度 ξ に対する一核子あたりのエントロピー S/N .

によると考えられる。このような S/N の Y_p 依存性は、古典的な Boltzmann 気体や相互作用の無い Fermi 気体の場合にも見られる。ただし、本研究での S/N は有効質量 m_i^* の質量を持つ準粒子気体の表式で表されているため、 m_i^* の Y_p 依存性も複雑に取り込まれていることに注意する。

第4章 超新星物質への適用

本章では、第3章までで得られた変分法による核物質 EOS (variational EOS) を用いて、静的な一様超新星物質の熱力学量を調べる。そして、得られた熱力学量を Shen EOS を用いた場合と比較し、有限温度における核物質 EOS による熱力学量の違いを系統的に議論する。ここで一様な超新星物質は、ニュートリノが捕獲された状態での核子、レプトン、そして光子の混合物質と見なす。そして、星の内部は等エントロピーであり、一核子あたりのレプトン混在度 Y_l を一定にした下で、荷電中性な β 安定物質になっていると仮定する。ここでレプトンとして、 e^- , e^+ , ν_e , $\bar{\nu}_e$ を考え、それらは相互作用のない有限温度における相対論的 Fermi 気体として扱う。第2章で議論した冷えた NS の場合には、レプトンは電子に加えてミューオンも考慮していたが、SN 現象においてはミューオンは現れないため、その寄与は考えない。

図 4.1 は、等エントロピー超新星物質の温度 T を核子数密度 n_B の関数として示した。具体的には、一核子あたりのエントロピー S が Boltzmann 定数 k_B を単位として $S = 1$ と 2 となり、さらに $Y_l = 0.3$ と 0.4 の場合を考える。図には Shen EOS の場合の結果も掲載してある。図からわかる通り、変分法で作成した核物質 EOS は、 S と Y_l を固定した場合、温度 T は Shen EOS の場合と近いが、図に示した密度領域では、本研究による核物質 EOS の方が若干低い温度を示している。これは、等温物質で考えた場合、variational EOS におけるエントロピーが、Shen EOS のエントロピーより高いことを意味する。このエントロピーの違いは、その表式に含まれる有効質量の違いによって生じる。すなわち、variational EOS における陽子と中性子の有効質量は、該当する密度領域で Shen EOS の有効質量よりも大きくなっていることに対応する。図 4.1 には、核子数密度 n_B に対応したバリオン質量密度 ρ_B も示してある。ただしこのバリオン質量密度は、原子質量単位 m_u を用いて $\rho_B = n_B m_u$ と定義され、この定義は Shen EOS の方法を踏襲している [10, 11, 12]。そのため、第2章で NS の中心密度を表す際に用いた、エネルギー密度から導出された質量密度 ρ_{m0} とは異なることに注意する。

等エントロピー超新星物質の内部における中性子、陽子、電子、電子ニュートリノの混在度 Y_i ($i = n, p, e^-, \nu_e$) を図 4.2 に示す。上図は $S = 1$ 、下図は $S = 2$ の場合を表す。中性子混在度 Y_n は最も大きく、陽子混在度 Y_p は、荷電中性の条件により電子混在度 Y_e と等しい。エントロピー $S = 1$ の場合と $S = 2$ の場合とで、粒子混在度に大きな変化は見られ

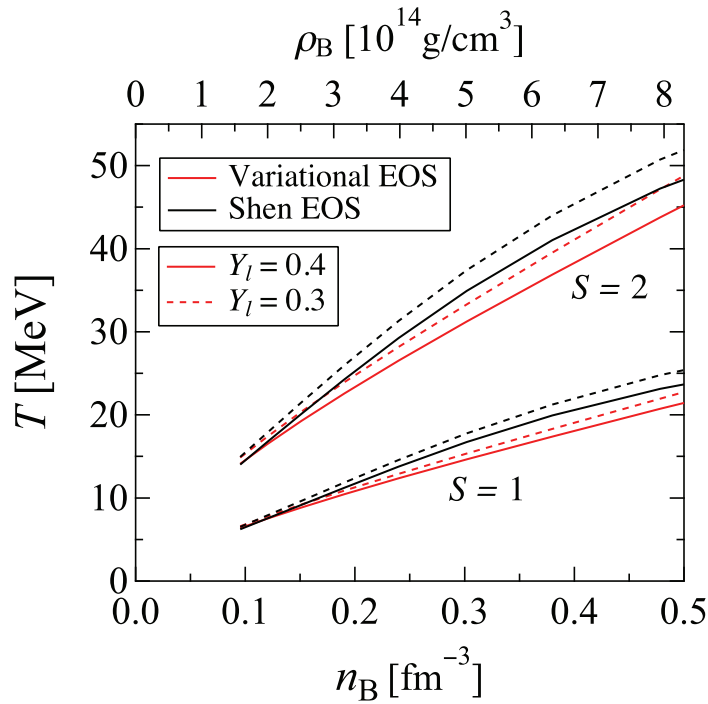


図 4.1. $Y_l = 0.3$ と 0.4 , $S = 1$ と 2 における n_B に対する等エントロピー超新星物質の温度 T . 比較のため, Shen EOS の場合も示す.

ない. 一方で, レプトン混在度 Y_l を増加させると, 各種粒子混在度に大きな影響を与える. すなわち, $Y_l = 0.3$ の場合に比べて, $Y_l = 0.4$ の場合に Y_p と Y_{ν_e} は増加し, 逆に Y_n は減少する. Shen EOS を用いた場合に対応する粒子混在度も図 4.2 に掲載した. 前章までに作成した変分法による核物質 EOS を用いた場合, Y_n と Y_{ν_e} は Shen EOS を用いた場合に比べて高く, 逆に Y_p は低いことがわかる. これは変分法による核物質 EOS の対称エネルギーが, この密度領域において, Shen EOS の対称エネルギーより小さいことが原因である. 第 2 章でも述べた通り, 本研究による核物質 EOS の飽和密度における対称エネルギーは $E_{\text{sym}} = 30.0$ MeV であるのに対し, Shen EOS の対称エネルギーは $E_{\text{sym}} = 36.9$ MeV である.

次に, この超新星物質における陽子の化学ポテンシャル μ_p と中性子の化学ポテンシャル μ_n を図 4.3 に示す. μ_p と μ_n は, エントロピー S の上昇に対して減少し, Y_l の増加に対して μ_p は増加し, μ_n は減少することがわかる. Shen EOS の場合と比較すると, 低密度領域において μ_p は variational EOS と Shen EOS で互いに近い値を示しているのに対し, 高密度では variational EOS の方が低い値となる. また μ_n についても, variational EOS から得られた値は, Shen EOS の場合よりも低くなる. この傾向は, 第 2 章における NS 物質の場合と同様である.

次に, この超新星物質の圧力 P を図 4.4 に示す. 圧力 P は, エントロピー S やレプトン

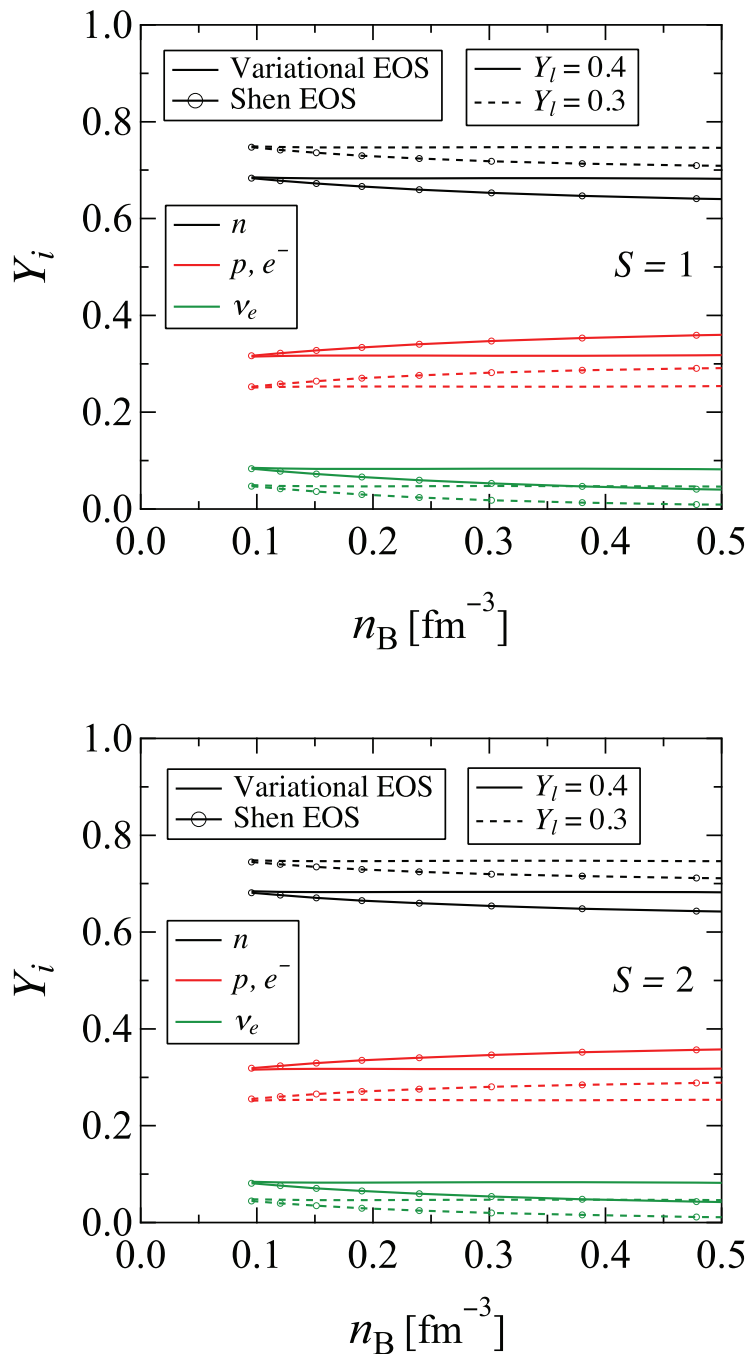


図 4.2. $Y_l = 0.3$ と 0.4 における n_B に対する等エントロピー超新星物質を構成する粒子の混在度 Y_i . 上図は $S = 1$, 下図は $S = 2$ の場合を表す. 比較のため, Shen EOS の場合も示す.

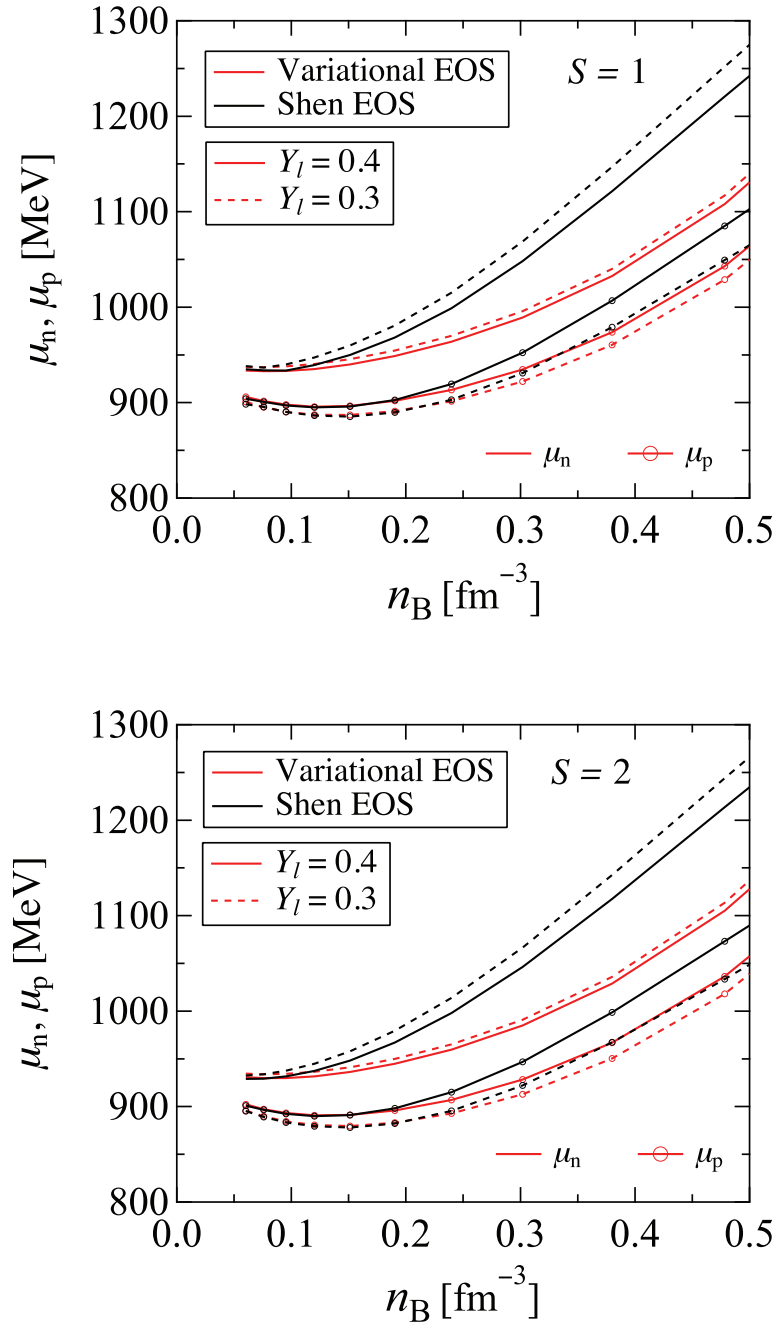


図 4.3. $Y_l = 0.3$ と 0.4 における n_B に対する等エントロピー超新星物質の陽子の化学ポテンシャル μ_p と中性子の化学ポテンシャル μ_n . 上図は $S = 1$, 下図は $S = 2$ の場合を表す. 比較のため, Shen EOS の場合も示す.

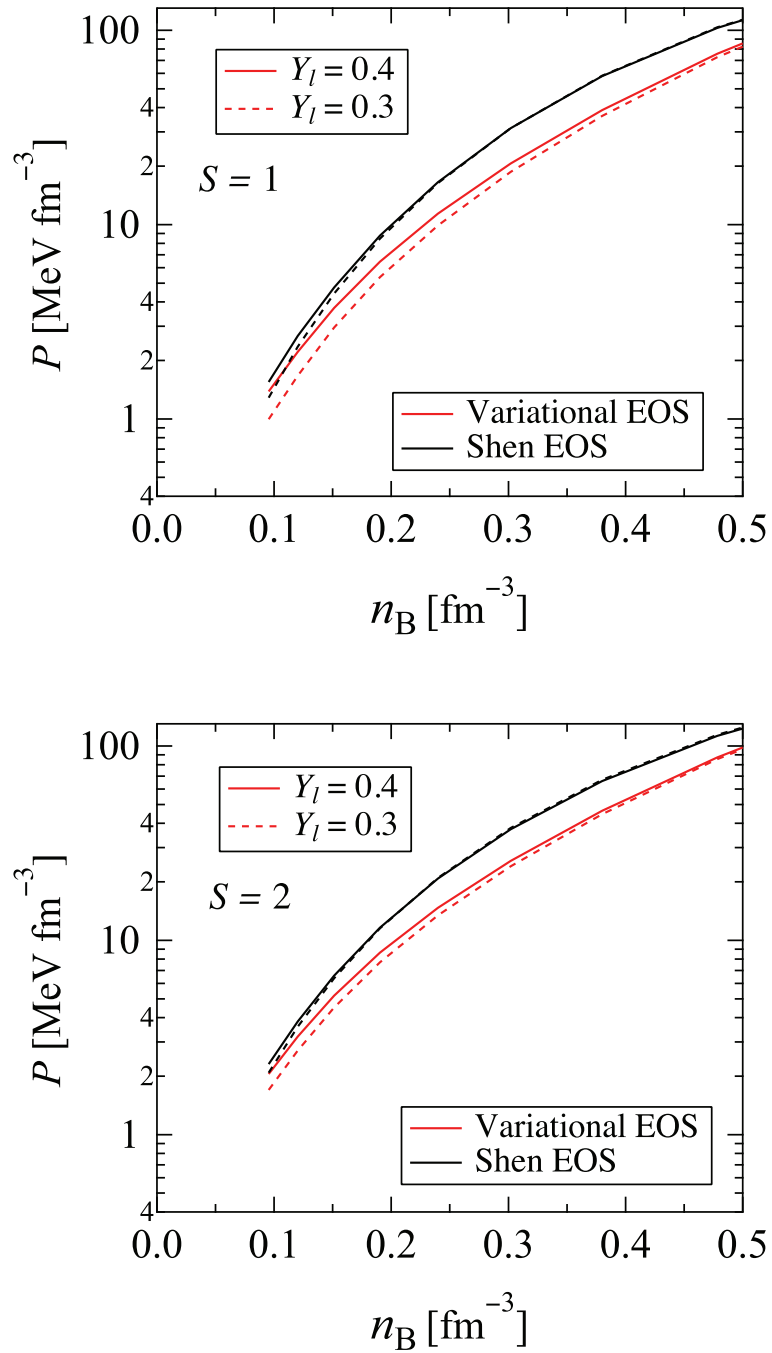


図 4.4. $Y_l = 0.3$ と 0.4 における n_B に対する等エントロピー超新星物質の圧力 P . 上図は $S = 1$, 下図は $S = 2$ の場合を表す. 比較のため, Shen EOS の場合も示す.

混在度 Y_l と共に増大することがわかる。さらに $n_B \gtrsim 0.25 \text{ fm}^{-3}$ の密度領域では、全圧力 P に対する核子からの寄与が支配的である一方で、より低密度では、レプトンと光子からの寄与の方が支配的であることがわかった。次章以降の SN シミュレーションにおいて、重力崩壊をしたコアの中心密度は、バウンス時に最大 $n_B \sim 0.32 \text{ fm}^{-3}$ 程度になるので、コアのバウンスにおいては、核子からの寄与が全圧力に対して支配的な密度領域での超新星物質 EOS が重要となる。また、Shen EOS の結果と比較すると、ある与えられた S や Y_l の値において、本研究で作成した EOS の圧力 P が、Shen EOS の圧力 P より小さいことがわかる。

最後に、これらの図で示した密度領域においては、因果律条件は満足されることに注意する。すなわち、本章で示した密度領域においては、音速が光速を超えることはない。実際、 $Y_l = 0.3$ で $S = 1$ の場合、音速が光速を超え、因果律の破れが生じる臨界密度は $\rho_c = 1.5 \times 10^{15} \text{ g/cm}^3$ であり、対応する臨界数密度は $n_c = 0.93 \text{ fm}^{-3}$ である。また、この臨界値は Y_l や S の値に大きく依存しない。この値は、絶対零度における臨界密度 $n_c = 0.88 \text{ fm}^{-3}$ に比べて、幾分高い値を示している。これは、有限温度では相対論的 Fermi 気体としてのレプトンの寄与が多く加わるため、相対論的效果が大きくなり、因果律を満たす範囲を広くすることが原因であると考えられる。一方で、SN シミュレーションに現れる核物質の密度は $\rho_B \lesssim 5.2 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$ ($n_B \lesssim 0.32 \text{ fm}^{-3}$) 程度であると期待され、これは臨界密度 ρ_c に比べて十分低い。従って、本研究で作成した核物質 EOS は、十分に SN シミュレーションへと適用可能と考えられる。実際のシミュレーション結果は次章で述べるが、シミュレーションでは因果律が破れる領域は現れず、variational EOS は SN シミュレーションに問題なく実装できることが確認された。

第5章 断熱的重力崩壊型超新星爆発への適用

本章では、変分法による核物質状態方程式を重力崩壊型超新星爆発の流体数値シミュレーションに適用する。まずはテスト計算として、鉄コアが断熱的に重力崩壊する場合の流体計算を行い、本研究で作成した状態方程式がシミュレーションに適用できることを確認する。加えて、対称核物質に近い陽子混在度における状態方程式が超新星爆発のダイナミクスに与える影響を調べるため、シミュレーションから得られた熱力学量を Shen EOS の場合と比較する。

5.1 数値計算手法

前章のような静的な超新星物質と異なり、実際の SN シミュレーションに現れる核物質の熱力学状態は時間発展とともに変化する。そのため、重力崩壊のようなダイナミカルな計算についても、variational EOS が適用可能であることを確認する必要がある。そこで、まずはテスト計算として、ニュートリノに関わる反応を引き起こす弱い相互作用を無視した、断熱的な数値流体計算に variational EOS を適用する。

数値流体計算は、Yamada により開発された球対称の一般相対論的流体計算コード [60] を用いて行う。このコードでは、一般相対論的流体素片の時間発展が陰解法で解かれ、それゆえ長い時間ステップを追う計算が可能となる。そしてこのコードは文献 [61] において、ダイナミカルな状況における Shen EOS の研究に用いられ、様々な progenitor 模型に対する爆発の様子が系統的に調べられた。本研究の目的は多体変分計算による核物質 EOS を初めて SN シミュレーションに適用することであるため、鉄コアの質量が $1.32 M_{\odot}$ である典型的な Woosley-Weaver による $15M_{\odot}$ のモデル [62] を progenitor 模型として採用する。そして文献 [61] の研究を参照し、星の中心部分の一部の時間発展を取り扱う。具体的には、密度が約 10^6 g/cm^3 以上の鉄コアを含む領域に着目する。その領域の質量は $1.56 M_{\odot}$ [61] である。本計算の初期条件を与える progenitor の中心部分におけるコアの構造の詳細は、文献 [61] に報告されている。

そして本章の計算では簡単のため、ニュートリノ反応に関わる弱い相互作用は無視す

る。そのため全ての流体素片で、その電子混在度 $Y_e (= Y_p)$ はシミュレーションを通して変化しない。さらに初期の progenitor 模型においてニュートリノは存在しないため、その後の時間発展を考えても、ニュートリノは現れない。SN におけるエネルギー輸送の大半を担うのがニュートリノであることから、この計算ではニュートリノによるエネルギー輸送は無く、この SN シミュレーションは断熱的である。この場合、初期条件での各流体素片の Y_e は、およそ 0.4 - 0.5 であり、従って SN のダイナミクスは比較的大きい陽子混在度 Y_p の EOS に支配されることとなる。すなわち、対称核物質に近い $0.4 \leq Y_p \leq 0.5$ 付近の核物質 EOS が、SN に与える影響を調べることができる。一方、より現実的にニュートリノ輸送まで考慮した場合には、そこに現れる核物質は中性子過剰となる。この場合には、比較的小さい Y_p における核物質 EOS の超新星爆発への影響を調べることとなる。このようなニュートリノ輸送を考慮した場合のシミュレーションは次章で取り扱う。

次に、SN シミュレーションでは広範囲の温度、陽子混在度、密度に対する核物質 EOS をあらかじめ用意する必要があるため、表 5.1 に示した温度 T 、陽子混在度 Y_p 、バリオン質量密度 ρ_B について、第 3 章までに説明した変分法により、各種熱力学量をテーブルデータとして計算した。このポイントは、最近精密化された新しい Shen EOS [12] の高密度領域 ($\rho_B \geq 10^{14} \text{ g/cm}^3$) でのポイントと同じである。具体的にはこれらのポイントについて、自由エネルギー、内部エネルギー、エントロピー、圧力、そして陽子と中性子と電子の化学ポテンシャルを用意した。SN シミュレーションを遂行するためには、この一様相の核物質 EOS に加えて、非一様相の核物質 EOS も必要となる。実際、SN シミュレーションに適用可能な EOS は、極端に幅広い密度領域 ($10^5 - 10^{15} \text{ g/cm}^3$) における熱力学量が必要となる。本来であれば、一様相に対する核物質 EOS だけでなく、非一様相核物質 EOS も自己無矛盾に作成する必要があるが、その研究は現在進行中である。変分法による一様核物質 EOS と自己無矛盾な非一様核物質 EOS 作成の研究については、第 7 章で論じる。本章では、これまでに変分法で作成した一様核物質相の EOS が SN シミュレーションに与える影響を調べるため、低密度領域の非一様相核物質 EOS は、対応する密度領域の Shen EOS で補うこととする。具体的には、バリオン数密度が $\rho_B \geq 10^{14.3} \text{ g/cm}^3$ では、本研究で

表 5.1. 変分法によって作成した核物質状態方程式テーブルの温度 T 、陽子混在度 Y_p 、バリオン質量密度 ρ_B の範囲。温度 T については、 $T = 0 \text{ MeV}$ の EOS も用意しているため、その分を "+1" と表記する。

Parameter	Minimum	Maximum	Mesh	Number
$\log_{10}(T) [\text{MeV}]$	-1.00	2.60	0.04	91 + 1
Y_p	0.00	0.65	0.01	66
$\log_{10}(\rho_B) [\text{g/cm}^3]$	14.0	16.0	0.10	21

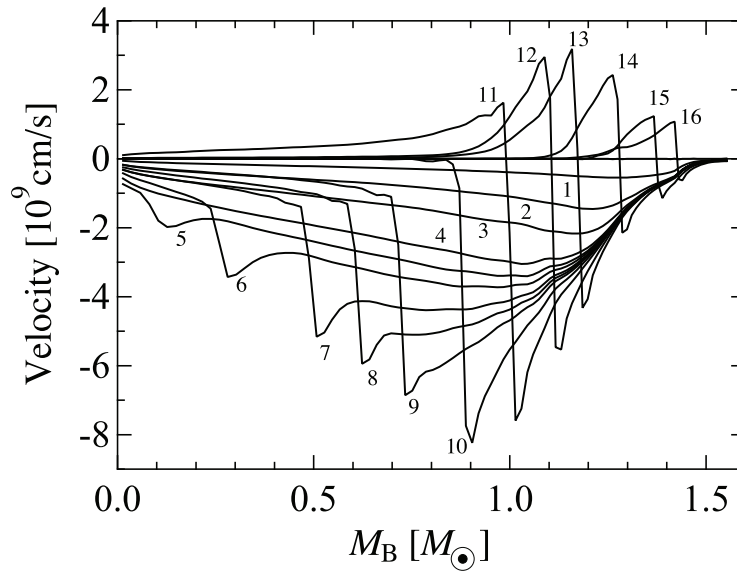


図 5.1. バリオン質量座標 M_B に対する様々な時間における速度分布. 番号は時間発展を表し, 対応する時刻は本文中で説明されている.

作成した variational EOS を用いる. 一方で, 非一様相が現れる $\rho_B \leq 10^{14} \text{ g/cm}^3$ の領域では, Shen EOS を用いる. そして, $10^{14} \text{ g/cm}^3 \leq \rho_B \leq 10^{14.3} \text{ g/cm}^3$ の密度領域では, 核子, 電子, 光子で構成された等エントロピー物質における各熱力学量が, ρ_B と共に滑らかに変化するように, 両者を接続する. シミュレーションの初期状態においては, コアの中心密度が最も高い密度であり, その値はせいぜい 10^{10} g/cm^3 であるため, このコアの構造は Shen EOS だけで決定されることとなる. この初期状態は重力崩壊に対して不安定な状況にあり, このコアの時間発展を追うシミュレーションを開始すると, コアはすぐに重力崩壊を開始する.

5.2 シミュレーション結果

本節では, variational EOS を前節の断熱的 SN シミュレーションに適用した結果を解析する. さらに, Shen EOS によるシミュレーション結果との比較を行う. 図 5.1 は, シミュレーションで計算された鉄コアの速度分布の時間発展を示す. ここで, 各流体素片の速度は, 太陽質量 M_\odot を単位としたバリオン質量座標 M_B で表されている. この M_B は, ある半径 r に対し, その中にあるバリオン質量の総和が M_B であることを意味する. すなわち, Lagrange 的に見た流体素片の位置座標に対応している. この座標 M_B に関しては, 文献 [60, 61] に詳しく定義されている. 図 5.1 の各曲線は, ある特定の時刻における速度分布を表し, 便宜上番号をつけている. 番号 (1)-(4) は, 重力崩壊後, 中心密度が 10^{11} , 10^{12} ,

10^{13} , 10^{14} g/cm³ になる時刻に対応する. 番号 (10) はバウンス時の時刻であり, 本論文ではこのときの時刻を $t_{pb} = 0$ と定義する. 具体的な t_{pb} と図 5.1 中にある番号との対応は, 表 5.2 に示す.

図 5.1 に示された速度分布の振る舞いは, 文献 [61] で調べられた Shen EOS を用いた場合の結果と定性的に等しい. すなわち, まず始めのステージ (1-4) では, 物質がコアの中心に向かって落下し, 対応する速度分布は, コアの内側では自己相似形となり, 外側は自由落下に近い. そして, 物質の密度が核物質の飽和密度に近づく (5-9) のステージでは, 物質は硬くなる. その効果で落下してきた流体素片は減速され, ここに外向きの圧力波が発生する. この減速された流体素片が跳ね返り, 外向きの速度を獲得する (10) において, 衝撃波が形成されたことになる. そして, この衝撃波はコアの表面に向かって伝搬する (11-15). このように, 本論文で作成した変分法による核物質 EOS は, 精密な重力崩壊型 SN の数値シミュレーションに, 無事適用できることが確認された.

図 5.2 は, コア領域での各流体素片の時間発展の軌跡を表す. 赤い曲線は, 本研究による核物質 EOS を用いた場合であり, 黒線は Shen EOS を用いた場合である. ここでも上に述べた通り, バウンス時の時刻を 0 ms とした. この図から, バウンス前は本章で作成した EOS の場合と Shen EOS の場合の両方で, 各流体素片のコア中心への落下の軌跡は完全に一致することがわかる. これは, 流体素片がまだ低密度物質であり, 従ってどちらの場合も Shen EOS だけが用いられているからである. やがてバウンス直前に物質密度が核物質飽和密度に近づくと, 両者の軌跡は互いにずれ始める. そして, 特に半径の小さい流体素片に対する軌跡を見ると, (これは最も内側のグリッド点に対応するが) 本研究で作成した EOS を用いた場合の方が, Shen EOS を用いた場合よりも小さい半径まで落下し, それからバウンスしていることがわかる. これは, 今回のような断熱的シミュレーションにおいて物質の陽子混在度 Y_p が比較的大きい場合, 本研究による核物質 EOS は Shen EOS より軟らかいことを意味している.

外向き衝撃波が発生した後, コアの内側の領域の流体素片は停滞し, これが原始中性子星である. その一方で, 外側の領域では, 流体素片が時間と共に外層へと運動してゆく. 内側の領域で, 本研究による核物質 EOS を用いた場合の方が, 停滞する流体素片のコア

表 5.2. 図 5.1 における番号と対応する時刻 t_{pb} . ここで t_{pb} はコアバウンスが生じた時刻 (10) を基準にする.

Number	1	2	3	4	5	6	7	8
Time t_{pb} [ms]	-41.4	-6.18	-1.84	-0.58	-0.40	-0.30	-0.20	-0.15
Number	9	10	11	12	13	14	15	16
Time t_{pb} [ms]	-0.10	0.00	0.15	0.50	1.00	5.00	25.0	50.0

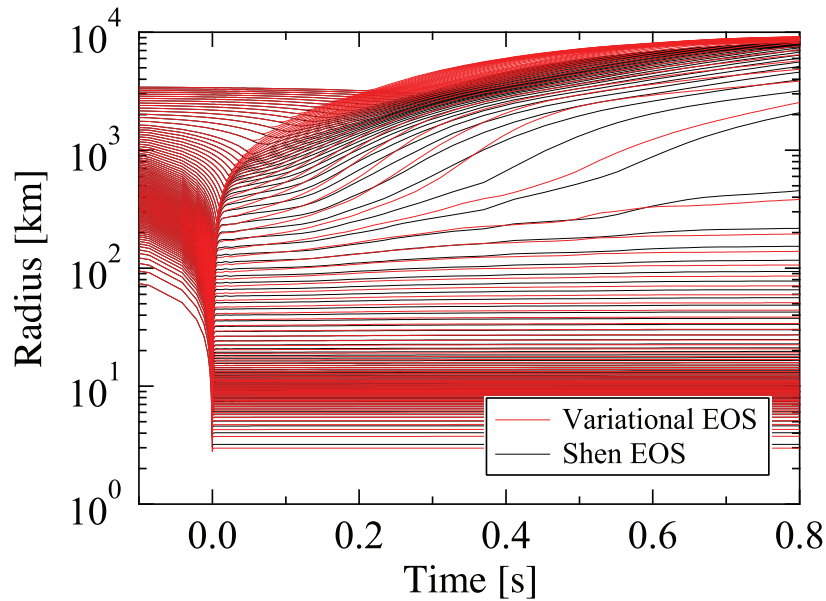


図 5.2. 変分法による EOS を用いて得られた $15M_{\odot}$ の星の中の流体素片の時間に対する軌跡. 比較のため, Shen EOS の場合も示す.

中心からの距離は Shen EOS を用いた場合に比べてわずかに小さいことが, 図 5.2 からわかる. これは, 本研究による核物質 EOS を用いた場合に, コア中心に誕生した原始中性子星が, Shen EOS を用いた場合よりもコンパクトになっていることを意味する. その原因は前述のように, 本研究の核物質 EOS が Shen EOS より軟らかいことにある. そして, この原始中性子星のコンパクトさが超新星爆発のエネルギーに大きく影響する. すなわち, よりコンパクトな原始中性子星が形成されると, それ自身による重力ポテンシャルのより深い領域まで物質が収縮したことを意味する. その状態は, より硬い Shen EOS を用いた場合に比べ, 重力エネルギーが低くなる分, より多くのエネルギーを解放することとなる. この, より大きな重力エネルギーの解放により, 半径の比較的大きい外側の流体素片は, Shen EOS に比べてより速く外側へと伝搬し, 対応して衝撃波の伝搬も, より速くなる. そして最終的に, 本研究による核物質 EOS と Shen EOS のどちらの場合も, 衝撃波は鉄のコアの表面に到達する. 実際, 本研究による核物質 EOS を用いた場合, 衝撃波はバウンス後 11 ms で鉄コアの表面に到達するが, これは Shen EOS を用いた場合より 1 ms 速い. つまりどちらの場合においても, この断熱シミュレーションでは超新星爆発に成功する. 実際には, 重力崩壊によって解放された重力エネルギーの大半は, コアの物質の内部エネルギーと, 流体素片の運動エネルギーへと変換される. さらに流体素片の運動エネルギーの一部は, 衝撃波がコアを形成する鉄等の元素を光分解する際のエネルギーとして消費されてしまう. しかし, 本シミュレーションの場合には, 解放された重力エネルギーが十分大きく, これらのエネルギー消費に打ち勝って爆発現象を生じさせることに成

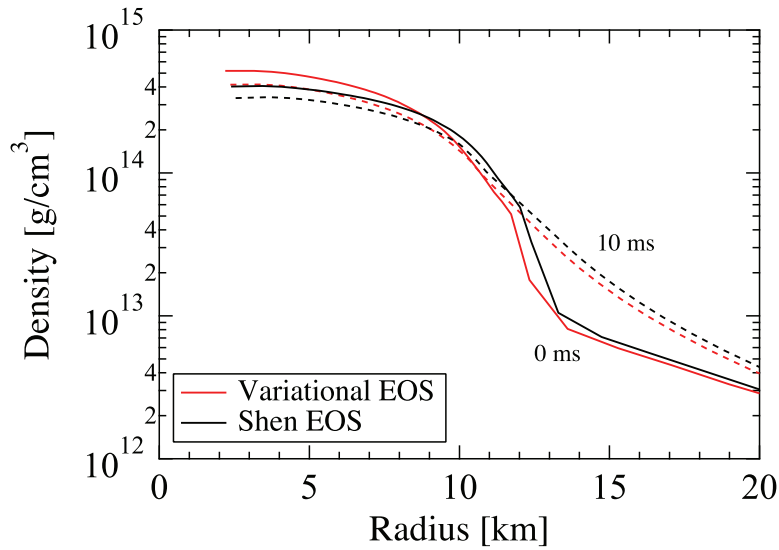


図 5.3. 中心からの距離に対するバウンス時とバウンス後 ($t_{pb} = 0, 10$ ms) の密度分布. 比較のため, Shen EOS の場合も示す.

功した. 文献 [61] で定義されている爆発エネルギー (噴出物の重力質量エネルギーからバリオン質量エネルギーを差し引いた量) は 1.7×10^{51} erg であり, これは Shen EOS を用いた場合の爆発エネルギー 1.5×10^{51} erg より大きい.

図 5.3 は, 時刻 $t_{pb} = 0$ ms と $t_{pb} = 10$ ms における, variational EOS と Shen EOS の両者を用いた場合の密度分布である. 本研究による核物質 EOS を用いた場合のバウンス時の中心密度は 5.2×10^{14} g/cm³ であり, これは核物質飽和密度のおよそ 2 倍である. さらに, このバウンス時の中心密度は Shen EOS を用いた場合に比べて高いことが, 図から読み取れる. 対応して, コアの高密度領域の半径も, 本研究による核物質 EOS を用いた場合の方が, Shen EOS を用いた場合に比べて小さい. すなわち, variational EOS を用いた場合の高密度コアは, Shen EOS を用いた場合に比べて, よりコンパクトになっていることがわかる. これは前述の考察の通り, variational EOS が Shen EOS よりも軟らかい傾向を持っているからである. なお第 2 章で見た NS の場合と同様に, 今まで見てきた variational EOS が Shen EOS よりも軟らかい傾向は, 飽和密度における絶対零度対称核物質の非圧縮率が, 本研究による EOS の場合 $K = 245$ MeV であり, Shen EOS の場合の値 $K = 281$ MeV より小さいことが, その原因の一つであると考えられる. バウンス後の $t_{pb} = 10$ ms においては, バウンス時に比べ中心密度は若干減少し, 高密度領域はどちらの EOS を用いた場合でも広がってゆく. この傾向は図 5.2 で見た内核領域の流体素片の軌跡と矛盾しない. なおこのシミュレーションでは, 本研究による核物質 EOS に関する因果律が十分成立していることに注意する. 実際, このシミュレーションで到達する物質の最高密度は, バウンス時のコアの中心密度であり, 前章で議論した通り, その密度領域で物質は十分因果律

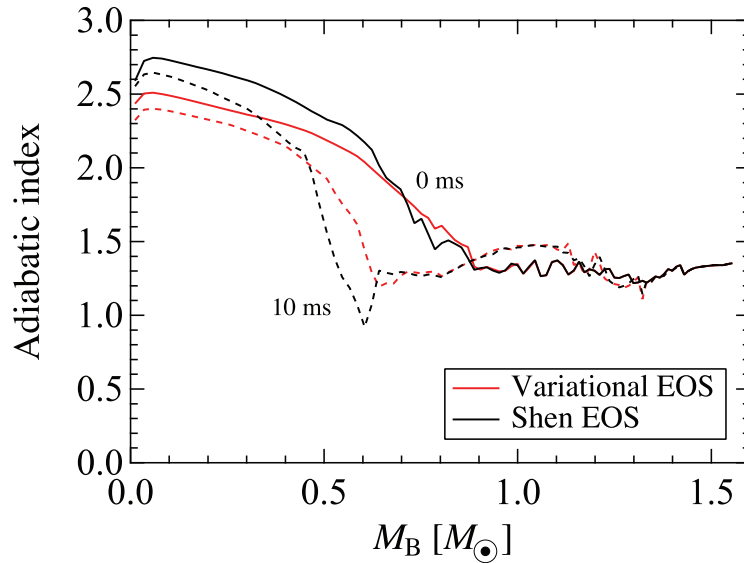


図 5.4. バリオン質量座標 M_B に対するバウンス時とバウンス後 ($t_{pb} = 0, 10$ ms) の断熱指数 Γ . 比較のため, Shen EOS の場合も示す.

を満足している. この結果は, シミュレーションにおける音速を直接計算することによって確認した.

図 5.4 は, 時刻 $t_{pb} = 0$ ms と $t_{pb} = 10$ ms における断熱指数 Γ を, バリオン質量座標 M_B の関数として示した. variational EOS を用いた場合に加え, Shen EOS を用いた場合の結果も示してある. この図から, バウンス時において, 高密度な中心領域における Γ は, 外層の重力不安定領域 $\Gamma \sim 4/3$ に比べ, その値が十分大きくなっていることがわかる. またコアの中心領域では, variational EOS を用いた場合の Γ は Shen EOS を用いた場合の Γ に比べて小さいこともわかる. すなわち, ここでも variational EOS は Shen EOS に比べて軟らかいことが確認できる. さらに時刻 $t_{pb} = 10$ ms でも, 同様の傾向が見られる.

図 5.5 は, 時刻 $t_{pb} = 0$ ms と $t_{pb} = 10$ ms におけるエントロピー S を, バリオン質量座標 M_B の関数として示した. variational EOS を用いた場合に加え, Shen EOS を用いた場合の結果も示してある. バウンス時には, コアの中心部分のエントロピー S はおよそ 1 - 1.5 の値であり, これは断熱的な重力崩壊の結果である. また衝撃波が伝搬すると共に, 衝撃波直後のエントロピーは急激に増大する. 実際, バウンス時のエントロピーは最大で $S \sim 4$ 程度まで上昇する. その後, 衝撃波が伝搬するにつれ, その衝撃波後方のエントロピーは大きく増大し, 時刻 $t_{pb} = 10$ ms では S はおよそ 11 に達する. 時刻 $t_{pb} = 0$ ms と $t_{pb} = 10$ ms の両者で, 本研究による variational EOS を用いた場合の結果は, Shen EOS を用いた場合の結果とほぼ等しい. 図には若干のずれが見えているが, これは数値計算誤差と考えられる.

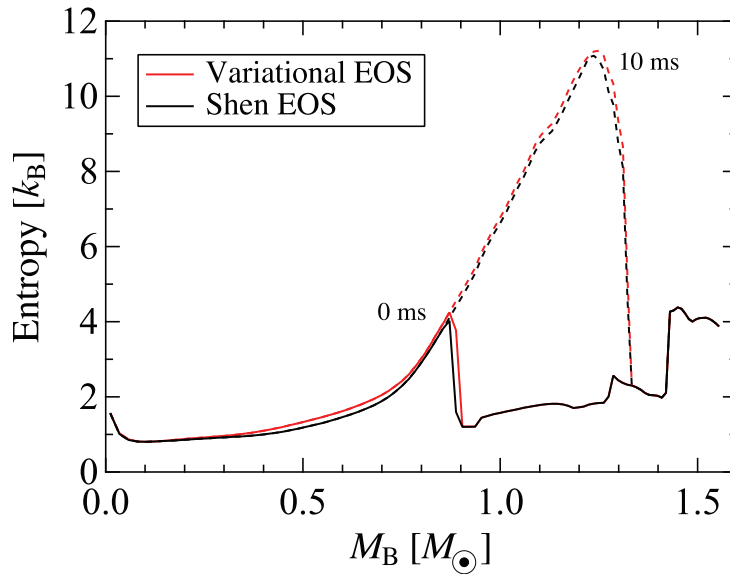


図 5.5. バリオン質量座標 M_B に対するバウンス時とバウンス後 ($t_{pb} = 0, 10$ ms) のエントロピー. 比較のため, Shen EOS の場合も示す.

図 5.6 は, 時刻 $t_{pb} = 0\text{ms}$ と $t_{pb} = 10\text{ms}$ における温度分布を, バリオン質量座標 M_B の関数として示した. 本研究での核物質 EOS を用いた場合に加え, Shen EOS を用いた場合の結果も示してある. 図からわかるようにどちらの核物質 EOS を用いた場合でも, バウンス時に, 衝撃波後方の温度 T はその前方での値に比べて大きくなっている. 特に, 衝撃波面の直ぐ後ろでの温度 T はするどいピークを持つ. 本研究による核物質 EOS を用いた場合, このピークの高さは 20 MeV を超える. さらに, variational EOS を用いた場合のそれらの温度 T は, Shen EOS を用いた場合に比べて高いこともわかる. 例えば, 衝撃波直後のピークの高さはおよそ $2\text{-}3\text{ MeV}$ 高くなっている. バウンス後の時刻 $t_{pb} = 10\text{ ms}$ では, 衝撃波の後ろの温度分布はかなり平坦に近く, また variational EOS を用いた場合の T の方が, 依然として Shen EOS を用いた場合より高くなっている. これらの温度分布の違いは, 高密度領域のコアのコンパクトさに起因する. 本研究による核物質 EOS は Shen EOS より軟らかいため, 高密度コアはよりコンパクトになり, 解放されるエネルギーが大きいことにより, 大きな温度上昇を引き起こしている.

図 5.7 は, 時刻 $t_{pb} = 0\text{ms}$ と $t_{pb} = 10\text{ms}$ での, 中性子と陽子それぞれの化学ポテンシャル μ_n, μ_p を表している. バウンス時には, 衝撃波面はバリオン質量座標で $M_B \sim 0.9M_\odot$ にあり, $M_B \geq 0.9M_\odot$ では $\mu_p \sim \mu_n$ である. これは衝撃波通過前での陽子混在度が $Y_p \sim 0.5$ であったことによる. また衝撃波直後の流体素片は高温状態であるため, 化学ポテンシャル μ_p と μ_n は, 衝撃波の前面での値に比べ, 急激に減少する. 内側に向かうにつれて密度が増加し, よって μ_p と μ_n も増加する. 時刻 $t_{pb} = 10\text{ ms}$ では, 図 5.3 から予想できるよう

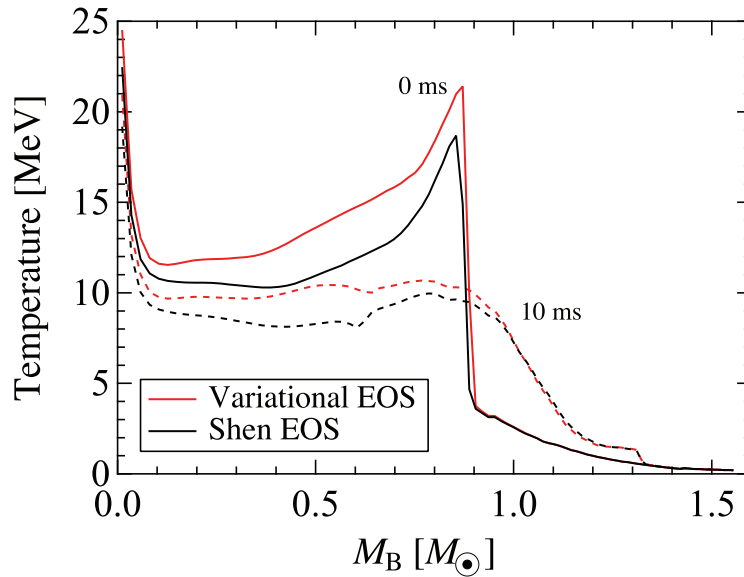


図 5.6. バリオン質量座標 M_B に対するバウンス時とバウンス後 ($t_{pb} = 0, 10$ ms) の温度 T . 比較のため, Shen EOS の場合も示す.

に, 密度分布が M_B に対してなだらかになるため, 対応して μ_n と μ_p の分布もなだらかになる. ここで, $t_{pb} = 0, 10$ ms のどちらの場合についても, 本研究による核物質 EOS を用いた場合の μ_p と μ_n の平均値は, Shen EOS の場合よりも大きい. 本来, Shen EOS の化学ポテンシャルは, 本研究による EOS のそれより高い傾向にあるが, 図 5.7 でその傾向が逆転しているのは, 本研究による EOS が Shen EOS より軟らかく, 従って中心密度がより高いためである. 更に, 本研究による核物質 EOS を用いた場合の μ_p と μ_n の差は, Shen EOS を用いた場合の差より小さい. これは前章で議論したように, 本研究による核物質 EOS の対称エネルギー E_{sym} が, Shen EOS のそれより小さいからである. 以上の結果, 本研究による核物質 EOS と Shen EOS の μ_n の差は, それらの μ_p の差よりも小さくなる. ただし, 図 5.3 に見られる variational EOS と Shen EOS の μ_n の良い一致は, 偶然であることを注意する.

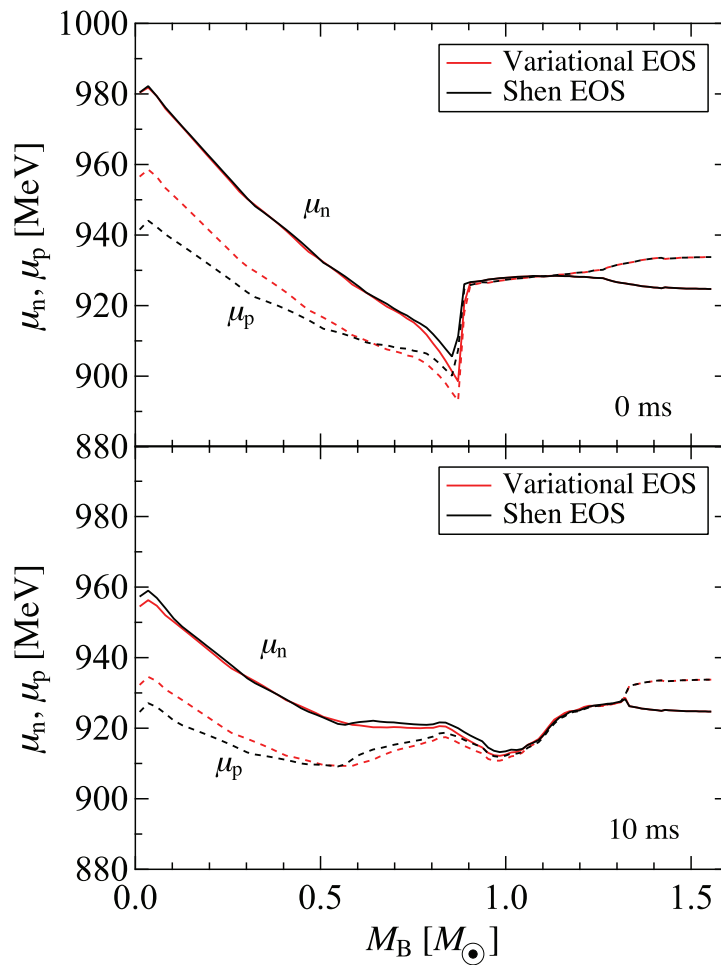


図 5.7. バリオン質量座標 M_B に対するバウンス時とバウンス後 ($t_{pb} = 0, 10$ ms) の中性子と陽子それぞれの化学ポテンシャル μ_n, μ_p . 比較のため, Shen EOS の場合も示す.

第6章 ニュートリノ輻射輸送を考慮した 重力崩壊型超新星爆発への適用

本章では、前章のテスト計算を踏まえて、より現実的な超新星爆発シミュレーションに多体変分計算で作成した核物質状態方程式を適用する。前章では簡単化のために無視していたニュートリノに関連する弱い相互作用を考慮し、ニュートリノ輸送を取り入れた球対称超新星爆発シミュレーションを行う。前章の場合と異なり、今回のシミュレーションでは、核物質はより中性子過剰となるため、陽子混在度が小さい核物質状態方程式が超新星爆発のダイナミクスに影響を与える。前章と同様に、シミュレーションから得られた熱力学量を Shen EOS の場合と比較し、一様核物質状態方程式の違いがシミュレーション結果に与える影響を調べる。

6.1 数値計算手法

前章の SN シミュレーションではニュートリノを考慮せずに断熱的な重力崩壊を考えたが、実際の SN では多くのニュートリノが放出される。そこで本章では、より現実的なシミュレーションを行うために、前章で無視していた弱い相互作用を取り扱い、ニュートリノ輸送を考慮した球対称 SN シミュレーションに variational EOS を適用する。SN 爆発直前の星の重力崩壊とバウンス、そしてバウンス後のステージにおいて、さまざまな弱い相互作用による反応が生じ、それらによって大量のニュートリノが生成される。このニュートリノが星のコアから抜け出すことにより膨大なエネルギーが重力崩壊したコアから持ち去られてしまう。これらのニュートリノ放出とそれに伴うエネルギー損失により、球対称 SN シミュレーションでは、SN の爆発現象は起こらないと考えられている [45, 46, 47, 48]。この場合、電子捕獲反応によりコアは中性子過剰となり、そのダイナミクスは前章の断熱シミュレーションに比べて、陽子混在度 Y_p が小さい場合の核物質 EOS によって支配されることとなる。この章では、文献 [45] で用いられた、ニュートリノ輸送を考慮した球対称の一般相対論的流体シミュレーションコードを用いる。また前章と同様に、progenitor として Woosley-Weaver [62] による $15M_{\odot}$ の星のコアを初期状態として用いる。このシミュレーションで考慮した弱い相互作用と流体計算の詳細は、文献 [45, 63] に報告されてい

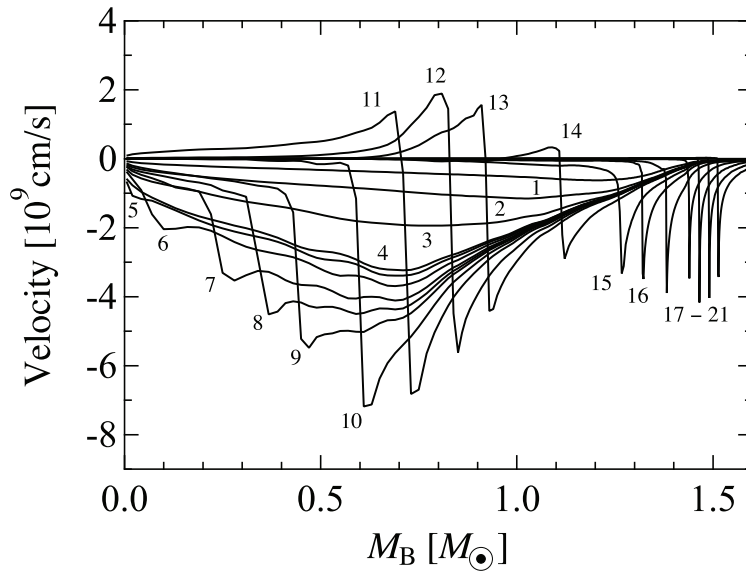


図 6.1. バリオン質量座標 M_B に対する様々な時間における速度分布. 番号は時間発展を表し, 対応する時刻は本文中で説明されている.

る. そして, 前章で作成した変分法による核物質 EOS を用いた場合と Shen EOS を用いた場合とを比較する. 前章の場合と同様に, 本研究の主眼は変分法による核物質 EOS の SN への影響を調べることであるため, 高密度のコア領域における熱力学量の振る舞いに議論を絞る.

6.2 シミュレーション結果

図 6.1 は, 本研究で作成した核物質 EOS を用いた場合の, ニュートリノ輻射輸送を考慮した SN シミュレーションによる流体素片の速度分布の時間発展を示す. ここで図 5.1 の場合と同様に, 番号は時間発展を表す. すなわち, 番号 (1)-(4) は, コアの重力崩壊の途中で, その中心密度がそれぞれ 10^{11} , 10^{12} , 10^{13} , 10^{14} g/cm³ になる瞬間であり, 対応する時刻 t_{pb} は -24.5 , -5.80 , -1.54 , -0.46 ms である. これらは表 5.2 に掲げた値と異なるが, それはニュートリノ輸送の有無により, 重力崩壊の様子が異なるためである. 番号 (5)-(16) は, バウンス時またはその後の時刻に対応し, 具体的な t_{pb} の値は表 5.2 に掲げた値と等しい. 番号 (17)-(21) はそれぞれ時刻が $t_{pb} = 100, 200, 300, 400, 500$ ms に対応する. 前章で論じた断熱変化の場合と同様に, 番号 (5) に対応するステージで外向きの圧力波が現れ, バウンス時 (10) に衝撃波となる. その後衝撃波は外側へと伝搬するが, 断熱変化の場合と異なり, 衝撃波はニュートリノ放出によるエネルギー損失のため, (17)-(21) のステージで停滞してしまう. 本章でのシミュレーションでは, $t_{pb} = 500$ ms までの時間

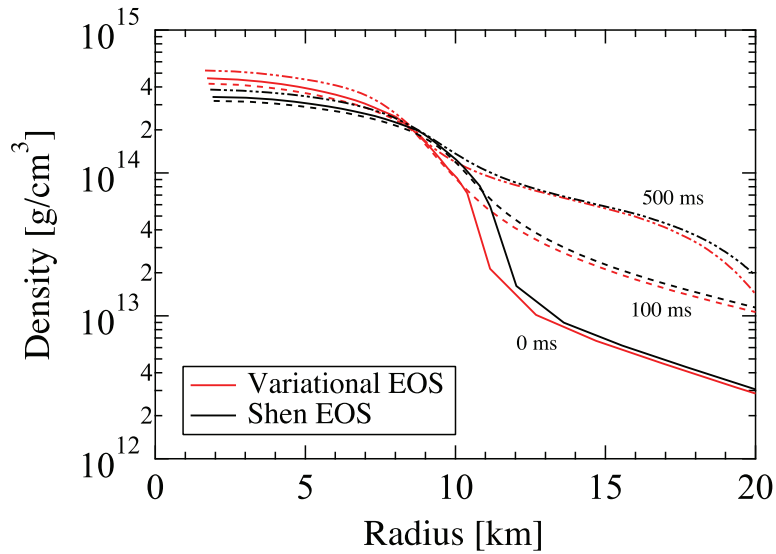


図 6.2. 中心からの距離に対する $t_{pb} = 0, 100, 500$ ms における密度分布. 比較のため, Shen EOS の場合も示す.

発展を追ったが, 少なくともそこまでで, コアの内部から放出されたニュートリノによる加熱で衝撃波の伝搬が復活する兆しは見られない. この結果は, 近年の球対称 SN シミュレーションで得られている結果 [45, 46, 47, 48] と矛盾しない.

図 6.2 は時刻 $t_{pb} = 0, 10, 500$ ms での密度分布を示す. さらに, Shen EOS を用いた場合の結果も示した. 図 6.2 に見られるように, 本研究で作成した EOS を用いた場合の中心密度は, バウンス時において 4.6×10^{14} g/cm³ であり, これは Shen EOS を用いた場合の結果である 3.4×10^{14} g/cm³ よりも高い密度である. 対応する高密度領域の半径も, 本研究での核物質 EOS を用いた場合の方が, Shen EOS を用いた場合より小さい. このことから, ニュートリノ輸送を考慮して陽子混在度 Y_p が小さくなる場合においても, 本研究による核物質 EOS は Shen EOS より軟らかいことがわかる. また図 6.2 において, この傾向はバウンス後にも見られる. 例えばバウンス後の時刻 $t_{pb} = 100$ ms において, 中心密度はバウンス時に比べると低くなっているが, 時刻が $t_{pb} = 500$ ms になると中心密度は再び上昇を始め, $\rho_B = 5.2 \times 10^{14}$ g/cm³ となる. これはバウンス後にさらに物質の降着があるために, コアが圧縮されることが原因である. ここで, 前章の断熱計算の場合と同様に, このニュートリノ輸送を考慮した場合のシミュレーションにおいても, 時刻 $t_{pb} \leq 500$ ms までの計算において用いられた核物質 EOS では, 因果律が十分成り立っていることに注意する. この事実は, シミュレーションで得られた音速分布から直接確認された.

図 6.3 は, variational EOS と Shen EOS を用いた時刻 $t_{pb} = 0$ と $t_{pb} = 500$ ms での断熱指数 Γ を, バリオン質量座標 M_B の関数として示した. 断熱計算の場合と同様に, 時刻 $t_{pb} = 0$ ms において, 外核の Γ はほぼ $4/3$ であり, 一方で内核での Γ はそれより大きくなっ

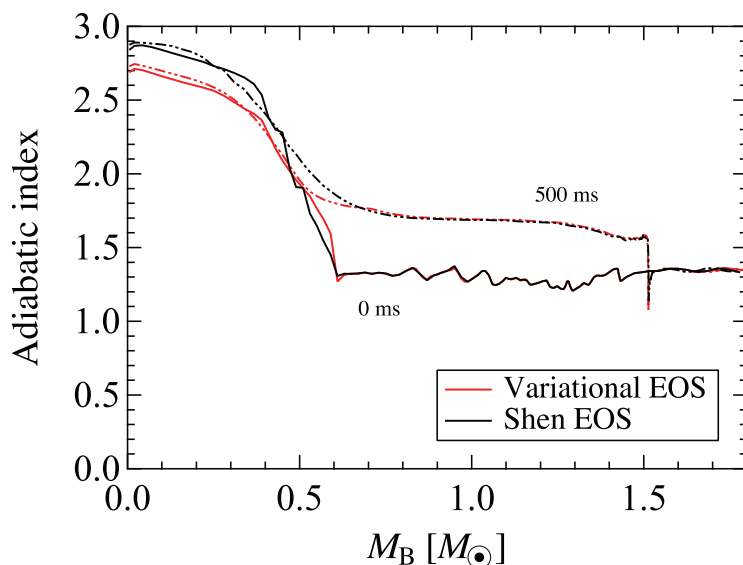


図 6.3. バリオン質量座標 M_B に対するバウンス時とバウンス後 ($t_{pb} = 0, 500$ ms) の断熱指数 Γ . 比較のため, Shen EOS の場合も示す.

ている. また, 上述の密度分布の特徴と対応して, variational EOS での高密度コアの中心領域における Γ は Shen EOS を用いた場合の値より小さく, それは本研究による核物質 EOS の方が軟らかいことを意味している. 時刻 $t_{pb} = 500$ ms で, $M_B \leq 1.5 M_\odot$ での Γ は $4/3$ より大きくなっており, 図 6.2 から予想されるように, これは対応する領域が高密度になっているためである.

図 6.4 は時刻 $t_{pb} = 0, 10, 100, 500$ ms での電子混在度 Y_e の分布を表す. 前章の断熱計算と異なり, Y_e は弱い相互作用による反応のため時間変化する. バウンス時 ($t_{pb} = 0$ s) には, 星の外側の領域における Y_e は, コアの中心に向かうに従い減少し, 内核 ($M_B \leq 0.6 M_\odot$) で Y_e はおよそ 0.28 である. この Y_e の値はその初期の値 ($Y_e = Y_l \geq 0.4$) に比べて, 電子捕獲反応により減少している. 実際, 内核中心部では, ニュートリノ混在度 Y_ν を含めても全レプトンの混在度は図 6.5 に示すように $Y_l \sim 0.35$ であり, これは Y_l の初期値より小さい. さらにわかることは, 本研究による核物質 EOS を用いた場合の Y_e は, バウンス時に, コアの中心領域において Shen EOS の場合より小さくなる. つまり variational EOS によるシミュレーションでは, バウンス時における星の中心付近の核物質は, より中性子過剰となる. これは後述のように, EOS の対称エネルギーの違いが原因だと考えられる. バウンス後の時間発展においては, 本研究による核物質 EOS を用いて得られた Y_e は Shen EOS を用いた場合と似ている. 具体的には時間発展と共に衝撃波後方の Y_e は減少し, 時刻 $t_{pb} = 500$ ms において衝撃波の直後では $Y_e \sim 0.03$ となっている. これは SN シミュレーションに適用可能な核物質 EOS テーブルでは, 非常に幅広い範囲の Y_e に対する熱力学量

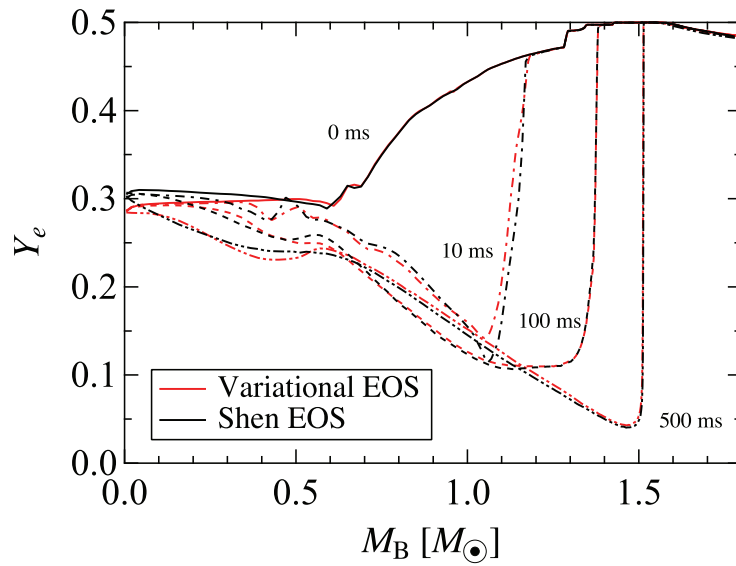


図 6.4. バリオン質量座標 M_B に対する $t_{pb} = 0, 10, 100, 500$ ms の電子混在度 Y_e . 比較のため, Shen EOS の場合も示す.

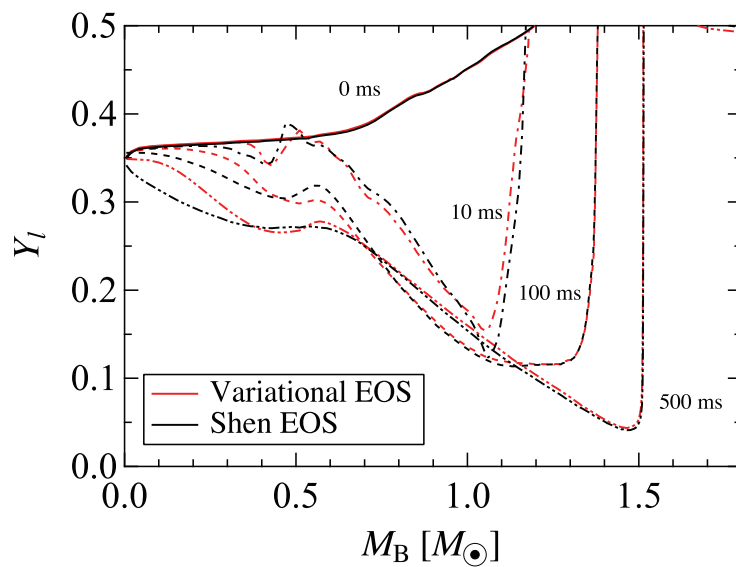


図 6.5. バリオン質量座標 M_B に対する $t_{pb} = 0, 10, 100, 500$ ms のレプトン混在度 Y_l . 比較のため, Shen EOS の場合も示す.

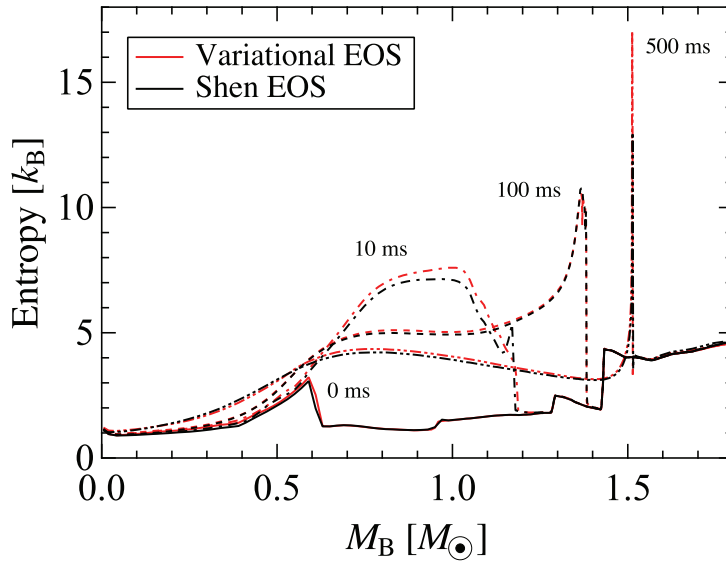


図 6.6. バリオン質量座標 M_B に対する $t_{pb} = 0, 10, 100, 500$ ms のエントロピー分布. 比較のため, Shen EOS の場合も示す.

が完備されている必要があることの良い例示となっている.

図 6.5 は時刻 $t_{pb} = 0, 10, 100, 500$ ms でのレプトン混在度 Y_l の分布を表す. バウンス時の Y_l は, 二つの EOS のどちらを用いてもほぼ同じ値になっていることがわかる. このことは, バウンスまでの流体素片の密度が小さく, それらは Shen EOS に支配されていることによる. 従って, 図 6.5 で示される共通な Y_l に対して, 図 6.4 で示されるコア中心付近の Y_e が, variational EOS を用いた場合の方が Shen EOS よりも小さくなっている原因は, 対称エネルギー E_{sym} が Shen EOS の値より小さいことによると考えられる. このことは, 第 4 章で議論した静的な一様超新星物質の粒子混在度 (図 4.2) の結果と矛盾しない. さらにバウンス後の時間発展において, Y_l は Y_e と同様に, 表面に向かって減少するような分布を示す.

図 6.6 には, 時刻 $t_{pb} = 0, 10, 100, 500$ ms でのエントロピー分布 S を示した. ここでも, 本研究による核物質 EOS と Shen EOS の両者を用いた場合を比較している. 断熱崩壊の場合と同様に, エントロピー S は衝撃波面の後方で, バウンス時にはおよそ 3 程度までの跳ね上がりを見せ, また特に衝撃波面後方において, S は時間と共に増加している. バウンス後の時刻 $t_{pb} \geq 100$ ms では, S の分布は衝撃波面の直後に鋭いピークを持ち, $M_B \sim 0.8M_\odot$ 近傍に小山を持つ. そして $M_B \sim 0.8M_\odot$ 近傍から衝撃波面の直後まで, 外側に向かうに従って S は減少する. この S の負の傾きは, 文献 [61] で論じられている通り, 図 6.5 が示す Y_l の負の傾きと併せて, 対流不安定性を示している可能性がある. その後の時間発展で, より内側の S は徐々に増加し, 一方で小山は徐々に低くなる. これらのエントロ

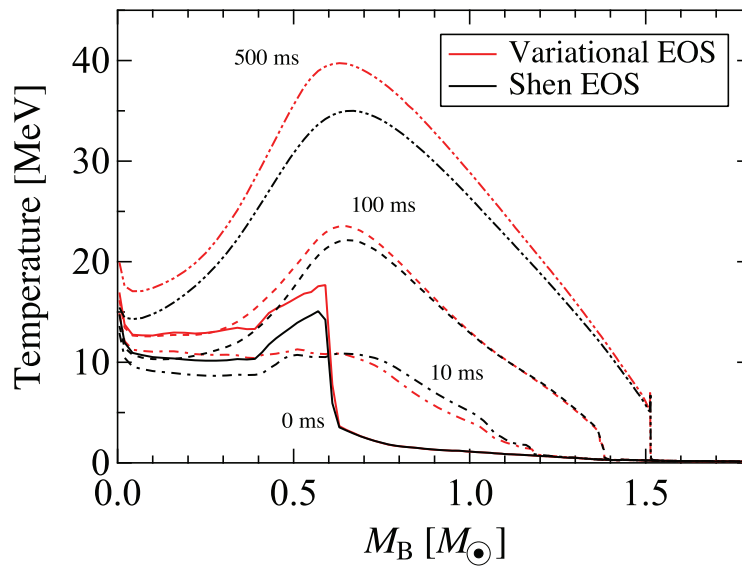


図 6.7. バリオン質量座標 M_B に対する $t_{pb} = 0, 10, 100, 500$ ms の温度分布. 比較のため, Shen EOS の場合も示す.

ピーの振る舞いの傾向は, Shen EOS を用いた場合の結果と良く一致している.

図 6.7 には温度分布を示す. バウンス時の分布は断熱シミュレーションの場合と類似している. つまり, バウンス時 ($t_{pb} = 0$ ms) における衝撃波面の直後の温度 T は, 本研究による核物質 EOS を用いた場合にはおよそ 15 MeV で, それは Shen EOS を用いた場合より高い. その理由は, やはり断熱計算の場合と同様に, variational EOS を用いた場合の方が, 内核がよりコンパクトになり, 解放される重力エネルギーがより大きくなることである. バウンス後も本研究での核物質 EOS を用いた場合の T の方が高く, その最大値は時刻 $t_{pb} = 500$ ms において約 40 MeV となる. これは Shen EOS を用いた場合に比べて 5 MeV 程度高い.

図 6.8 は時刻 $t_{pb} = 0$ ms (上図) の場合と時刻 $t_{pb} = 500$ ms (下図) の場合における陽子の化学ポテンシャル μ_p と中性子の化学ポテンシャル μ_n である. 前章の断熱計算の場合と同様に, variational EOS を用いた場合, μ_n と μ_p の平均は, Shen EOS を用いた場合の平均値よりも高い. これは variational EOS を用いた場合の方が, より高密度な物質になるためである. さらに本研究による核物質 EOS は, 対称エネルギー E_{sym} が Shen EOS に比べて小さいために, μ_n と μ_p の差は小さくなる. この二つの効果によって, variational EOS と Shen EOS の μ_n は互いに近づき, 一方で, 特に中心付近の高密度領域では, 本研究による核物質 EOS を用いた場合の μ_p は, Shen EOS を用いた場合に比べて高くなる. ここで, variational EOS と Shen EOS の μ_n の良い一致は, 断熱計算の場合と同様に, 偶然であることに注意する.

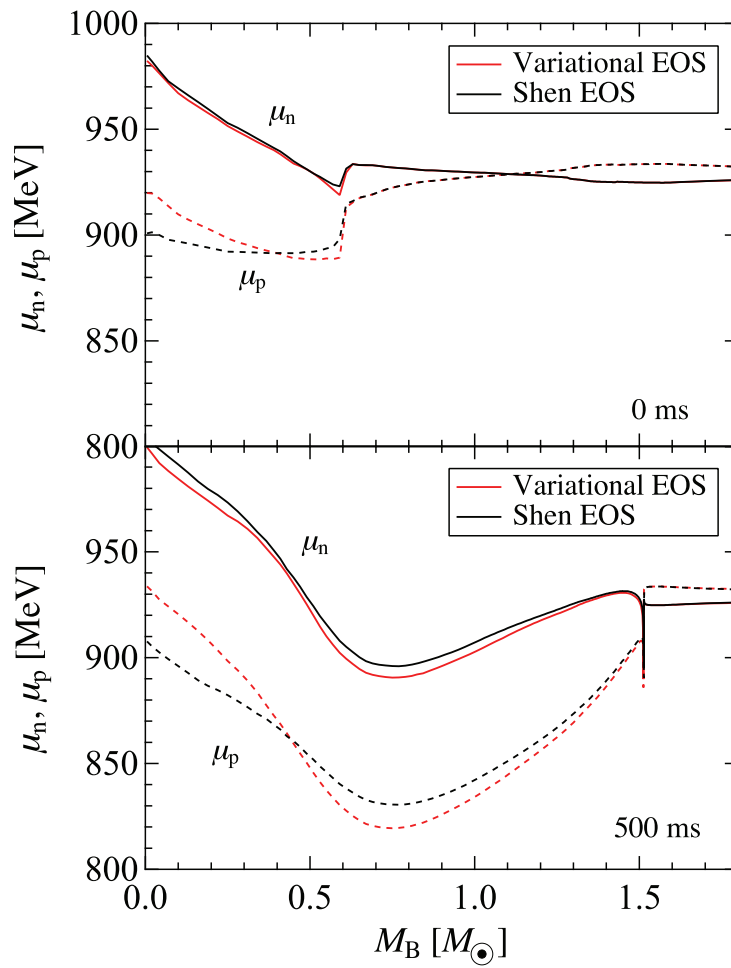


図 6.8. バリオン質量座標 M_B に対する $t_{pb} = 0, 500$ ms における中性子と陽子それぞれの化学ポテンシャル μ_n, μ_p . 比較のため, Shen EOS の場合も示す.

第7章 非一様核物質状態方程式

本章では、第2章及び第3章において作成した現実的核力に基づく一様核物質 EOS を拡張して、非一様核物質 EOS を作成する。非一様核物質 EOS は、Shen EOS で用いられた処方と同様に、Thomas-Fermi (TF) 近似によって求める。TF 計算では、低密度領域における一様核物質の（自由）エネルギーが必要となるが、第2章及び第3章で作成した一様核物質 EOS は、低密度領域において重陽子束縛状態を形成する傾向を示すため、それを回避する改良した Healing Distance 条件を用いた変分計算を行い、TF 計算に必要な自由エネルギーのデータテーブルを完備する。得られたデータテーブルを用いて、孤立した原子核に対する TF 計算を行い、実験値との比較を行う。そして、 α 粒子の混在を考慮した有限温度非一様核物質 EOS を作成する。なお本章の研究は、東京理科大学の鈴木英之教授、中里健一郎博士、山室早智子氏との共同研究である。

7.1 低密度領域における一様核物質状態方程式

第2章で絶対零度における一様核物質 EOS を作成する際には、 E_2/N の計算で用いる Healing Distance 条件において、Healing Distance r_h が粒子間の平均距離に比例すると仮定した。すなわち、 $r_0 = (3/4\pi n_B)^{1/3}$ を用いて、

$$r_h = ar_0 \quad (7.1)$$

とした。ここで調節パラメータ a については、 E_2/N の計算結果が APR による高次クラスター項の寄与まで考慮した FHNC 計算の結果と一致するように、 $a = 1.76$ と決定した [39, 43]。この手法では、広い密度領域において、 E_2/N は APR の結果を良く再現するが、低密度領域では $n_B \rightarrow 0 \text{ fm}^{-3}$ の極限で $E/N \rightarrow 0 \text{ MeV}$ とならない。このような低密度領域における E/N の振る舞いの原因は、現実的核力に基づいた2体核力ポテンシャルによる重陽子束縛状態の形成だと考えられる。ところが本研究の方針では、クラスター形成などの非一様分布状態は一様核物質 EOS を用いた TF 計算で取り扱うため、一様核物質 EOS の作成においては、このようなクラスター形成を回避した計算が必要となる。

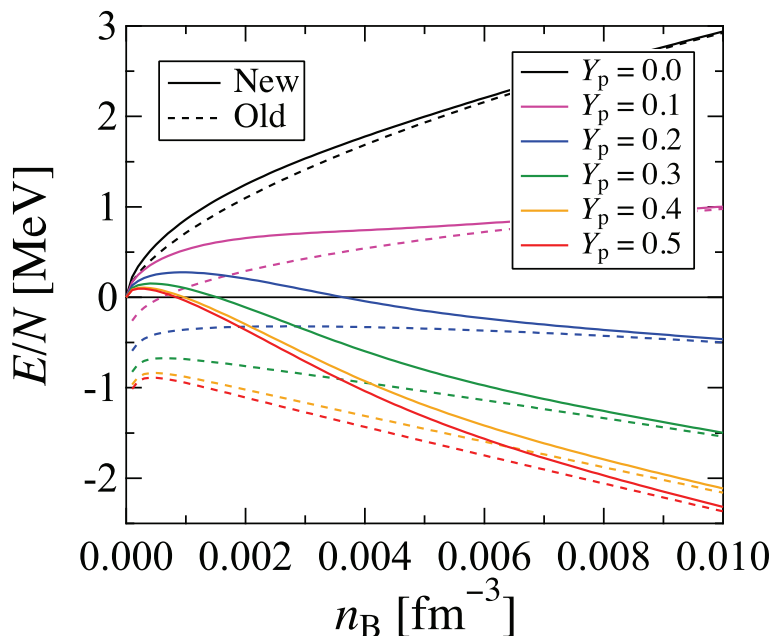


図 7.1. 核子数密度 n_B に対する改良した Healing Distance 条件を課した低密度領域における絶対零度一様核物質の一核子あたりのエネルギー E/N . 比較のため、改良前の Healing Distance 条件を課した E/N も示す。

そこで、本研究では r_h と r_0 の関係を

$$r_h = \frac{ar_0}{[1 + (ar_0/b)^c]^{\frac{1}{c}}} \quad (7.2)$$

と改良した。これは高密度領域では式 (7.1) に帰着し、低密度領域では、 r_h は b に収束する。調節パラメータ a, b, c は、 E_2/N が大局的に APR の結果を良く再現するだけでなく、後で議論するように、孤立した原子核に対する TF 計算がその実験値の大局的振る舞いを再現するように決定する。本研究では、 $a = 1.76, b = 3.63 \text{ fm}, c = 10$ と選んだ。

図 7.1 は、Healing Distance 条件改良前後の E/N を示す。破線は式 (7.1) で表される改良前の Healing Distance 条件による計算結果を表し、実線は式 (7.2) で表される改良後の Healing Distance 条件による計算結果を表す。図 7.1 からわかるように、2 種類の計算結果は高密度領域では一致し、低密度領域では $n_B \rightarrow 0 \text{ fm}^{-3}$ の極限で $E/N \rightarrow 0 \text{ MeV}$ に収束する。

図 7.2 は、Healing Distance 条件改良前後の $n_B = 0.0001 \text{ fm}^{-3}$ における対称核物質の、中心力型、テンソル型、スピン軌道力型の相関関数を示す。破線は式 (7.1) で表される改

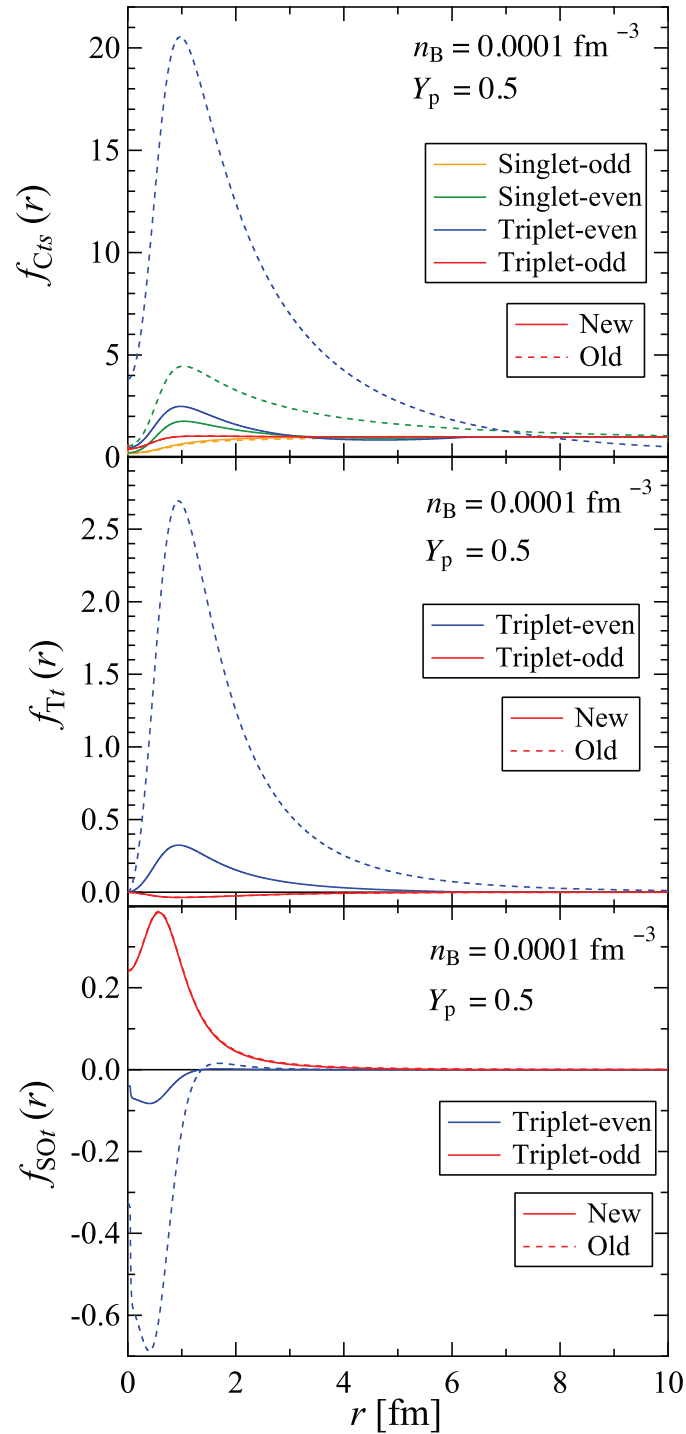


図 7.2. $n_B = 0.0001 \text{ fm}^{-3}$ における核子間距離 r に対する改良した Healing Distance 条件を課した対称核物質の中心力型，テンソル型，スピン軌道力型相関関数.

良前の Healing Distance 条件による計算結果を表し、実線は式 (7.2) で表される改良後の Healing Distance 条件による計算結果を表している。図 7.2 からわかるように、改良した Healing Distance 条件を課すことで、重陽子束縛状態の形成を示唆する triplet-even 状態に対する相関関数の振幅が、中心力型、テンソル型、スピン軌道力型の相関関数すべてに対して抑制されている。

次に、それぞれの Healing Distance 条件を課した変分計算から得られた E/N を、孤立した原子核に対する TF 計算へと適用する。本研究で用いる孤立した原子核に対する TF 計算では、陽子数 Z と中性子数 N の原子核の結合エネルギー $B(Z, N)$ を以下のように表す。

$$-B(N, Z) = \int dr \varepsilon(n_p(r), n_n(r)) + F_0 \int dr |\nabla(n_p(r) + n_n(r))|^2 + \frac{e^2}{2} \int dr \int dr' \frac{n_p(r)n_p(r')}{|r - r'|} \quad (7.3)$$

ここで、第1項は大局的エネルギー項であり、 $\varepsilon(n_p(r), n_n(r))$ は絶対零度一様核物質のエネルギー密度である。第2項は密度勾配項であり、パラメータ F_0 の値は 68.00 MeV fm^5 とする [40]。第3項は、陽子間のクーロンエネルギー項である。 n_i ($i = p, n$) は陽子と中性子の数密度であり、その密度分布は球対称と仮定し、以下の式で表す。

$$n_i(r) = \begin{cases} n_i^{\text{in}} [1 - (r/R_i)^{t_i}]^3 & (0 \leq r \leq R_i) \\ 0 & (R_i \leq r) \end{cases} \quad (7.4)$$

式 (7.4) で n_i^{in} は原子核の中心密度、 R_i は原子核半径、 t_i は表面の厚みに関連するパラメータである。以下の2つの規格化条件

$$Z = \int dr n_p(r), \quad N = \int dr n_n(r) \quad (7.5)$$

を考慮した上で、各原子核の $-B$ を変分パラメータ n_i^{in} , R_i , t_i について最小化する。

図 7.3 は、TF 計算によって得られた原子質量の理論値と実験値との差である。Healing Distance 条件の改良前後で大きな違いは見られず、改良後の原子質量の Root-Mean-Square 誤差は 2.99 MeV である。

以上の結果から、改良した Healing Distance 条件を課したクラスター変分法は、一様核物質の低密度領域におけるクラスタリングの効果を回避し、さらに得られた E/N を用いた TF 計算は、原子核の質量の実験値の大局的性質を再現することがわかった。

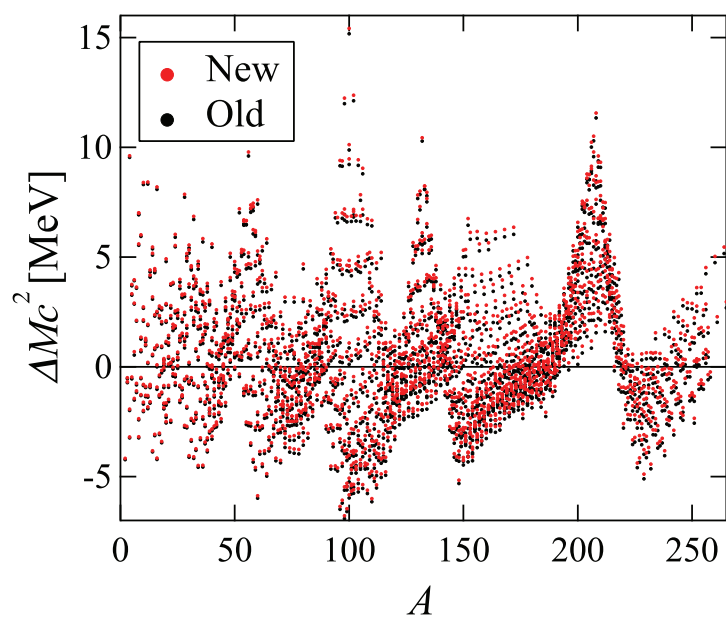


図 7.3. 孤立した原子核に対する TF 計算から得られた原子質量の理論値と実験値との差. 黒点は Healing Distance 条件の改良前, 赤点は改良後を示す.

表 7.1. 非一様核物質に対する Thomas-Fermi 計算で必要となる一様核物質相の自由エネルギーテーブルの温度 T , 陽子混在度 Y_p , 核子数密度 n_B の範囲. 温度 T については, $T = 0$ MeV におけるテーブルも用意しているため, その分を "+1" と表記する.

Parameter	Minimum	Maximum	Mesh	Number
$\log_{10}(T)$ [MeV]	-1.00	1.52	0.04	64 + 1
$\zeta = (1 - 2Y_p)^2$	0.0	0.8	0.00625	129
	0.803125	0.95	0.003125	48
	0.9515625	0.99375	0.0015625	28
	0.99453125	1.0	0.00078125	8
n_B [fm^{-3}]	0.000001	0.0001	0.000001	100
	0.00011	0.001	0.00001	90
	0.0011	0.18	0.0001	1790

7.2 Thomas-Fermi 計算による非一様核物質状態方程式

本節では Shen EOS の処方 [11, 12] を踏襲し, TF 計算によって非一様核物質 EOS を作成する. TF 計算では低密度領域における一様核物質の自由エネルギーが必要となるため, まず前節で改良した Healing Distance 条件を課したクラスター変分法により, TF 計算で用いる一様核物質自由エネルギーのデータテーブルを作成する. 本研究では, TF 計算の結果が十分収束するようにデータテーブルを完備した. 具体的には, 温度 T , 陽子混在度 Y_p , 核子数密度 n_B について, 表 7.1 に示した点の自由エネルギーを用意した. ここで Y_p については, 自由エネルギーの Y_p 依存性を考慮し, $\zeta = (1 - 2Y_p)^2$ の刻みでデータテーブルを用意したことに注意しておく.

完備した一様核物質自由エネルギーのデータテーブルを用いて, TF 計算により Wigner-Seitz (WS) cell の自由エネルギー密度 f_{cell} を求める. Shen EOS の処方では, 球形の原子核が WS cell の中心に位置する BCC 格子を仮定し, WS cell の体積 V_{cell} は格子定数 a を用いて $V_{\text{cell}} = a^3$ とする. そして $f_{\text{cell}} = F_{\text{cell}}/a^3$ とし, WS cell の平均的な自由エネルギー F_{cell} を

$$F_{\text{cell}} = \int d\mathbf{r} f(n_p(\mathbf{r}), n_n(\mathbf{r}), n_\alpha(\mathbf{r})) + F_0 \int d\mathbf{r} |\nabla(n_p(\mathbf{r}) + n_n(\mathbf{r}))|^2 + \frac{e^2}{2} \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{r}' \frac{[n_p(\mathbf{r}) + 2n_\alpha(\mathbf{r}) - n_e][n_p(\mathbf{r}') + 2n_\alpha(\mathbf{r}') - n_e]}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} + c_{\text{bcc}} \frac{(Ze)^2}{a} \quad (7.6)$$

と表す. この式の右辺第 1 項は大局的エネルギー項であり, $f(n_p(\mathbf{r}), n_n(\mathbf{r}), n_\alpha(\mathbf{r}))$ は核子と

α 粒子からの寄与を足し合わせた、WS cell 中心からの距離 r における局所的な自由エネルギー密度である。ここで α 粒子は有限体積 $v_\alpha = 24.0 \text{ fm}^{-3}$ を持つ相互作用の無い古典的粒子として扱い、局所的な自由エネルギー密度 $f(n_p, n_n, n_\alpha)$ は

$$f(n_p, n_n, n_\alpha) = (1 - n_\alpha v_\alpha)(f_N(\tilde{n}_p, \tilde{n}_n) + f_\alpha(\tilde{n}_\alpha)) \quad (7.7)$$

として、核子からの寄与 f_N と α 粒子からの寄与 f_α の和で表す。 \tilde{n}_i ($i = p, n, \alpha$) は、 α 粒子の体積を考慮した各粒子の数密度であり、 n_i とは

$$\tilde{n}_i = \frac{n_i}{1 - n_\alpha v_\alpha} \quad (7.8)$$

という関係にある。 f_N にはデータテーブルとして用意した一様核物質の自由エネルギー密度を適用し、 f_α は

$$f_\alpha(n_\alpha) = -k_B T n_\alpha \left\{ \ln \left[\left(\frac{2mk_B T}{\pi \hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{n_\alpha} \right] + 1 \right\} - n_\alpha B_\alpha \quad (7.9)$$

とする。 $B_\alpha = 28.3 \text{ MeV}$ は、 α 粒子の結合エネルギーである。

式 (7.6) の右辺第 2 項は密度勾配項であり、パラメータ F_0 は孤立した原子核に対する場合と同様に、 $F_0 = 68.00 \text{ MeV fm}^5$ とする。第 3 項と第 4 項はクーロンエネルギー項である。第 3 項は WS cell 近似を用いた際の単位格子あたりのクーロンエネルギー、第 4 項は BCC 格子に対する補正項であり、係数 c_{bcc} は Shen EOS の場合と同様に、 $c_{\text{bcc}} = 0.006562$ とする。

WS cell 内の陽子と中性子の密度分布 n_i ($i = p, n$) は

$$n_i(r) = \begin{cases} (n_i^{\text{in}} - n_i^{\text{out}})[1 - (r/R_i)^{t_i}]^3 + n_i^{\text{out}} & (0 \leq r \leq R_i) \\ n_i^{\text{out}} & (R_i \leq r \leq R_{\text{cell}}) \end{cases} \quad (7.10)$$

と仮定し、パラメータ n_i^{in} , n_i^{out} , R_i , t_i を用いて表す。 R_{cell} は WS cell の半径であり、以下の式で定義する。

$$V_{\text{cell}} \equiv \frac{4\pi}{3} R_{\text{cell}}^3 \quad (7.11)$$

一方で α 粒子の密度分布 n_α は、原子核の中心に向かうにつれて小さくなるため、

$$n_\alpha(r) = \begin{cases} -n_\alpha^{\text{out}}[1 - (r/R_p)^{t_p}]^3 + n_\alpha^{\text{out}} & (0 \leq r \leq R_p) \\ n_\alpha^{\text{out}} & (R_p \leq r \leq R_{\text{cell}}) \end{cases} \quad (7.12)$$

と仮定する。これにより、原子核の中心では $n_\alpha(0) = 0 \text{ fm}^{-3}$ となる。

以上の表式を用いて、様々な温度 T における、WS cell の平均核子数密度 $n_B = n_p + n_n + 4n_\alpha$ と平均陽子混在度 $Y_p = (n_p + 2n_\alpha)/n_B$ を固定した系の WS cell の自由エネルギー密度 f_{cell} を求める。具体的には、 f_{cell} をパラメター a , n_p^{in} , n_p^{out} , R_p , t_p , n_n^{in} , n_n^{out} , R_n , t_n , n_α^{out} について最小化する。

本節の数値計算は、主に東京理科大学の山室氏との共同研究として進めた。具体的には、筆者は表 7.1 に掲げたポイントに対する一様核物質自由エネルギーデータを完備し、さらに一様相における α 粒子の混合を計算した。山室氏はそれらのデータを用いた非一様核物質に対する TF 計算を行った。この際、一様核物質自由エネルギーに対するデータは、非一様核物質に対する TF 計算が十分な精度で解を得るようなポイント数だけ用意する必要があり、山室氏と連携して、必要なデータポイント数を決定した。

図 7.4 は、非一様核物質相に対する TF 計算によって得られた有限温度核物質の相図である。上図は $T \sim 5$ MeV, 下図は $T \sim 10$ MeV の場合を示す。実線は原子核の混在が生じる境界線、破線は α 粒子の混在度 X_α が $X_\alpha = 10^{-4}$ となる境界線を示す。 T の上昇に伴って非一様核物質となる領域が減少し、一様核物質相に変化していく様子がわかる。これらの有限温度核物質の相図は、Shen EOS の場合 [11, 12] と類似した傾向を示し、このことから本研究で作成した非一様核物質相 EOS が妥当であると言える。

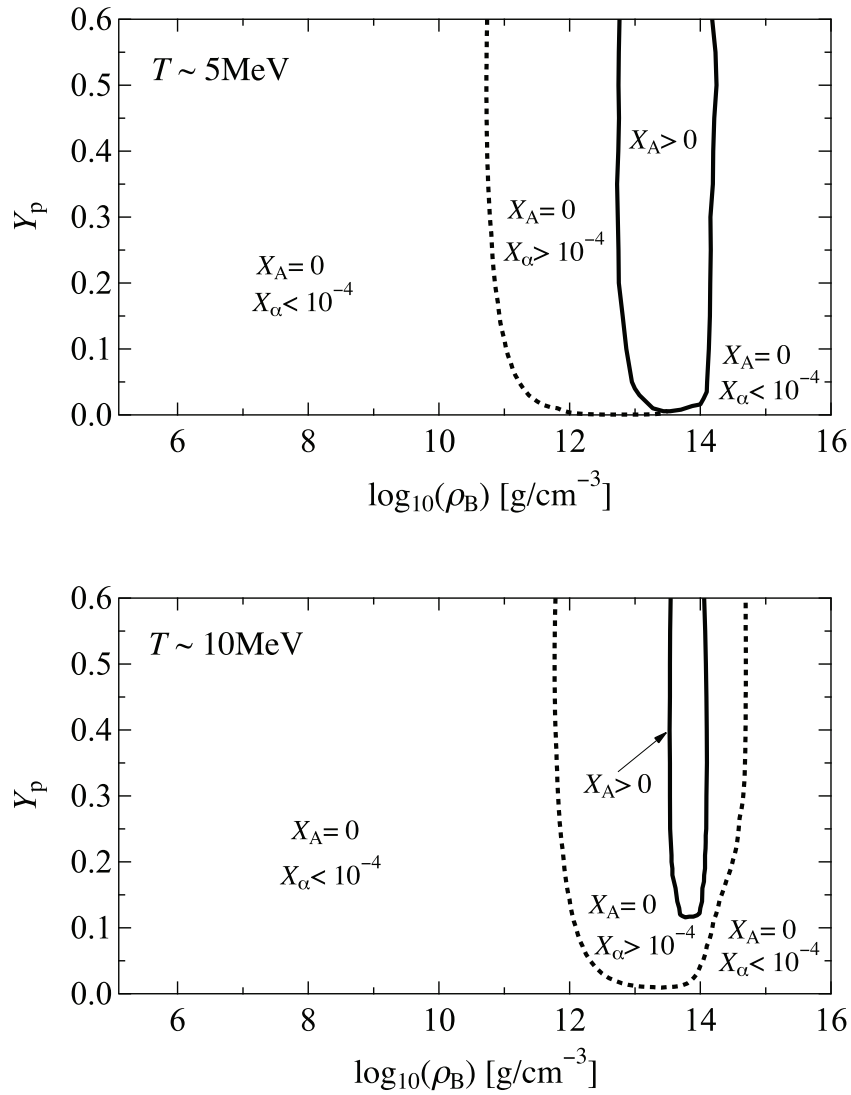


図 7.4. $T \sim 5 \text{ MeV}$ (上図) と $T \sim 10 \text{ MeV}$ (下図) における有限温度核物質の相図. 実線は原子核の混在度 X_A が 0 となる一様核物質相と非一様核物質相の境界を示し, 破線は α 粒子の混在度 X_α が 10^{-4} となる境界を示す.

第8章 結論

現実的な2体核力ポテンシャル (AV18) と3体核力ポテンシャル (UIX) で構成された核物質ハミルトニアンに基づき、変分法によって絶対零度及び有限温度における一様非対称核物質 EOS を構築した。さらに、構築した EOS を球対称な重力崩壊型 SN シミュレーションに適用し、一様核物質 EOS が SN のダイナミクスに与える影響を解析した。知りうる限りにおいて、このような現実的核力に基づく量子多体計算で得られた核物質 EOS の SN シミュレーションへの適用は、初の試みである。

本研究では、SN シミュレーションに適用可能な核物質 EOS を作成するために、標準的な変分法である FHNC 法よりも簡略化されたクラスター変分法を採用し、任意の陽子混在度 Y_p における非対称核物質を直接取り扱って EOS を構築した。

絶対零度非対称核物質に対しては、一核子あたりのエネルギー E/N が妥当な振舞いを示し、対称核物質と中性子物質の E/N は APR による FHNC 計算結果とある程度近い値となった。そして E/N の Y_p 依存性を調べることで、 E/N が Y_p について二次関数的に変化することを確認した。また対称エネルギーの密度依存性は、重イオン衝突実験から得られた値と良く一致することもわかった。 E/N から得られたその他の熱力学量も妥当な振舞いを示した。さらに、この変分法によって作成した EOS を用いて NS 物質の EOS を作成し、Shen EOS の場合と比較した結果、Shen EOS の場合と比べて変分法によって作成した EOS による NS 物質は、より中性子過剰となった。これは、本研究で得られた EOS の対称エネルギー ($E_{\text{sym}} = 30.0 \text{ MeV}$) が Shen EOS の対称エネルギー ($E_{\text{sym}} = 36.9 \text{ MeV}$) より小さいことによる。加えて、変分法によって作成した EOS に基づく NS 物質の圧力は、Shen EOS の場合よりも低いことがわかった。そして、本研究で得られた EOS を NS の構造計算に適用すると、最大質量は $2.22M_{\odot}$ となり、NS の質量と半径の関係は最近の観測データと矛盾しないことがわかった。

有限温度非対称核物質に対しては、SP による変分法を拡張し、陽子と中性子それぞれの平均占有確率を導入することによって、非対称核物質の一核子あたりの自由エネルギー F/N を求めた。対称核物質と中性子物質の F/N は、Mukherjee による FHNC 計算結果と近い値を示し、熱力学関係式によって F/N から導出した内部エネルギー、エントロピー、圧力、化学ポテンシャルなどの熱力学量も妥当な振舞いを示した。これらの熱力学量は、SN シミュレーションにおいて重要な情報となる。また、本研究における熱力学的自己無

矛盾性と、Frozen-Correlation 近似の妥当性を確認した。さらに、絶対零度の場合とは異なり、有限温度における F/N は Y_p に対する二次関数的振舞いからのずれが著しく大きいことがわかった。そして、この振舞いがエントロピーの Y_p 依存性に起因することを示した。

以上の手順で作成した有限温度一様核物質 EOS (variational EOS) の性質を系統的に調べるため、実際のシミュレーションに適用する前に、静的な一様超新星物質における熱力学量の振舞いを調べ、現象論的な Shen EOS との比較を行った。超新星物質は核子、電子型レプトン、光子で構成された荷電中性で β 安定な物質とし、荷電レプトンに加えニュートリノが存在している場合を考えるため、レプトン混在度を一定にした等エントロピー物質を仮定した。典型的なエントロピーの値 ($S = 1, 2$) において、本研究で作成した EOS に基づく超新星物質の温度は、Shen EOS の場合と近い値を示した。また、Shen EOS の場合と比べて、variational EOS による超新星物質は、より中性子過剰となった。これは絶対零度の場合と同様に、variational EOS の対称エネルギー ($E_{\text{sym}} = 30.0 \text{ MeV}$) が Shen EOS の対称エネルギー ($E_{\text{sym}} = 36.9 \text{ MeV}$) より小さいことに起因すると考えられる。そして、variational EOS を用いた超新星物質の圧力は、Shen EOS を用いた場合よりも小さくなることもわかった。

次に、構築した一様核物質 EOS を SN シミュレーションへと適用した。シミュレーションに適用する際には、非一様相の核物質 EOS として Shen EOS を代用し、Woosley-Weaver による $15M_{\odot}$ の星の鉄コアを初期モデルとして、球対称を仮定した一般相対論的数値流体計算を行った。まずテスト計算として、弱い相互作用による反応を無視し、鉄コアが断熱的に重力崩壊する場合のシミュレーションを扱った。テスト計算は成功し、本研究で作成した EOS が SN シミュレーションに適用可能であることが確認された。そして、バウンス後に形成された高密度コアは、Shen EOS によるシミュレーション結果よりも圧縮されていることがわかった。これは、断熱的重力崩壊シミュレーションで利用される $Y_p \geq 0.4$ の領域において、variational EOS が Shen EOS よりも軟らかいことを示唆している。この軟らかさは結果として、本研究による EOS を用いた際の爆発エネルギー ($1.7 \times 10^{51} \text{ erg}$) を、Shen EOS を用いた場合 ($1.5 \times 10^{51} \text{ erg}$) よりも大きくした。ここで、variational EOS が Shen EOS よりも軟らかい傾向は、variational EOS の非圧縮率が Shen EOS の値より小さいことと無矛盾である。

さらに、ニュートリノによる弱い相互作用を考慮した、より現実的な SN シミュレーションに variational EOS を適用した。この場合にはニュートリノ放射によるエネルギー損失のため、衝撃波は鉄コアの表面まで到達せず、爆発現象は起こらなかった。これは他の典型的な球対称輻射流体計算と同様の結果である。またこのように流体素片の Y_p が小さくなるシミュレーションにおいても、variational EOS は Shen EOS よりも軟らかい傾向を示した。バウンス時において variational EOS を用いた際の星の中心部は、Shen EOS の場合

よりも中性子過剰になった。これは、星の中心部におけるバウンス時のレプトン混在度がどちらの EOS でも似た値を示しており、variational EOS の対称エネルギーが Shen EOS の値より小さいためである。本研究では前述の通り、一様核物質 EOS の性質を調べることが目的であるため、ニュートリノを考慮した SN シミュレーションにおいても、内部コアの熱力学的性質に焦点を絞って議論した。それゆえに、放出されたニュートリノのエネルギースペクトルや光度などについては議論を行わなかった。なぜなら、これらの物理量は非一様相における核物質の組成に大きく影響されるが、本研究ではこの領域に Shen EOS を適用しているからである。

そこで、本研究で作成した変分法による一様核物質相の EOS と自己無矛盾な非一様核物質相の EOS の作成を目指し、低密度領域における一様核物質 EOS の改良を行った。非一様核物質 EOS は、Shen EOS で用いられた処方と同様に、Thomas-Fermi (TF) 近似によって求めるため、生の核力から出発することによって生じる低密度領域の重陽子束縛状態を回避するように、Healing Distance 条件の改良を考案した。そしてそれに基づく変分計算により、TF 計算で必要となる 3 千万ポイント弱の自由エネルギーのデータテーブルを完備した。このデータテーブルを用いて、 α 粒子まで考慮した非一様核物質 EOS を TF 計算で作成した。

この TF 計算を用いて、SN シミュレーションで必要となる広範囲に及ぶ密度、温度、陽子混在度に対する非一様核物質相の熱力学量を完備し、シミュレーションに適用することは今後の課題のひとつである。SN シミュレーションにおいて、初期条件、電子捕獲確率、重力崩壊時のダイナミクス、そしてバウンス後の様々なニュートリノ反応等は非一様核物質 EOS に支配されるため、自己無矛盾な非一様核物質相 EOS の完備は不可欠と言える。加えて、本研究で作成した現実的核力に基づく EOS を、現在まで現象論的な EOS のみが適用されている多次元の SN シミュレーションに適用し、その EOS 依存性を議論することも今後の課題である。また、Fe コアだけでなく、球対称シミュレーションでも爆発が期待される O-Ne-Mg コア [64, 65] を含めた多くの progenitor 模型から出発したシミュレーションを、variational EOS を用いて系統的に調べることも今後の課題と言える。

さらに、核力ポテンシャルと SN を結びつける本研究は、SN のダイナミクスにおける 3 体核力の不定性の影響を調べることができる唯一の研究である。実際に NS 構造について、対称エネルギーと深く結びついた 3 体核力の不定性と関連させた議論が既に行われている。例えば文献 [66] では、本研究でも採用した 3 体核力 UIX ポテンシャルに加えて、別の 3 体核力ポテンシャルである Illinois 模型 [67] を用いた Monte Carlo 計算によって絶対零度における中性子物質の EOS を作成し、NS の構造計算に適用することで、3 体核力の NS 質量や半径への影響が系統的に調べられている。本研究の拡張として、同様の研究を重力崩壊型 SN のダイナミクスに対して行うことは、大変興味深い。

また、本研究で用いた変分法の更なる拡張も重要となる。本研究で用いた絶対零度における一様核物質に対するクラスター変分法は、核子で構成された量子多体系に有効な手法である。しかしながら、NS 内部の高密度コアにおいては、核子やレプトンだけでなくハイペロンと呼ばれるストレンジクォークを含んだバリオンの出現も予想されている。このようなハイペロン物質の EOS に対する研究は、現象論的模型に基づく RMF 近似による研究はもちろんのこと、変分法と並ぶ量子多体計算手法である摂動論に基づいた Brueckner-Hartree-Fock 計算でも精力的に行われている [68, 69]。一方、変分法によるハイペロン物質 EOS の計算例は、1974 年に Bethe と Johnson が行った簡略化した粒子間相互作用を用いた研究のみである [70]。その理由は、本論文でも既に触れてきた通り、Bethe-Johnson 以降に発展した代表的な変分法である FHNC 計算では、複数の粒子の混在度を任意に変化させることが困難であったためである。そのため、最新の Brueckner-Hartree-Fock 計算 [69] で使用されているような現代的ハイペロン間力 [71] で構成されるハミルトニアンに基づく変分計算は、まだ行われていない。それに対して、本研究では 2 体クラスター近似という簡略化した変分法を採用することで、任意の陽子混在度に対する一様核物質の EOS を求めることを可能にした。そのため、この研究を拡張した変分法によるハイペロン物質 EOS の作成は、極めて重要な今後の課題と言える。

謝辞

本研究の遂行と博士論文の作成にあたって、絶えず暖かくご指導いただいた鷹野正利教授に深く感謝いたします。沼津高専の住吉光介教授，高エネルギー加速器研究機構の松古栄夫博士，東京理科大学の鈴木英之教授，中里健一郎博士，山室早智子氏には，共同研究者として様々な助言をいただくとともに，多くのご協力をいただきました。住吉光介教授には，第5章で使用した流体数値計算プログラムを提供していただきました。また，このシミュレーションコードの開発者である早稲田大学の山田章一教授には，プログラムの使用を快諾していただきました。中里健一郎博士には，第6章で使用した球対称輻射流体計算プログラムを提供していただきました。松古栄夫博士には，数値計算プログラムの改良と多くの計算資源を提供していただきました。鈴木英之教授，中里健一郎博士，山室早智子氏には，第7章の非一様核物質状態方程式の作成において，多くのご協力をいただきました。また，早稲田大学の山田章一教授，京都大学の関口雄一郎博士，千葉工業大学の安武伸俊博士には，特にこの研究に対して有益な助言をいただきました。さらに本論文の作成にあたって，早稲田大学の前田恵一教授，中里弘道教授，山田章一教授には，学位審査の副査を務めていただき，有益なご指摘を頂戴しました。最後に，長年に渡り多大なご協力と励ましをいただいた田中利典氏，神沢弘明氏を始め，鷹野研究室の皆様には大変お世話になりました。この場を借りて感謝申し上げます。

本研究における数値計算の一部は，東京大学情報基盤センターの Hitachi SR16000，京都大学基礎物理学研究所の Hitachi SR16000，大阪大学核物理研究センターの NEC SX-8R，高エネルギー加速器研究機構の Hitachi SR16000，IBM Blue Gene/Q，GPGPU を利用して行われました。なお，本研究は日本学術振興会特別研究員奨励費 (No. 24-3275)，文部科学省「卓越した大学院研究拠点補助金」の助成を受けたものです。

付録A 低温極限における Fermi 積分の表式

第3章で述べた有限温度自由エネルギーの表式には、式(3.6)-(3.11)を通して様々な Fermi 積分が含まれる。そのような Fermi 積分は、低温極限において核子の平均占有確率 f_i が Step 関数に近づくために、数値計算の収束性が悪くなる。そこで本研究では数値計算精度向上のため、低温においては各種 Fermi 積分を Sommerfeld 展開した以下の表式を用いる。

$$\frac{1}{\pi^2 n_B} \int_0^\infty f_i(k) k^4 dk \simeq \frac{3}{5} \xi_i k_{Fi}^2 \left(\frac{\mu_{0i}}{\varepsilon_{Fi}} \right)^{\frac{5}{2}} \left\{ 1 + \frac{5}{8} \left(\frac{\pi k_B T}{\mu_{0i}} \right)^2 - \frac{7}{384} \left(\frac{\pi k_B T}{\mu_{0i}} \right)^4 \right\} \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{1}{\pi^2 n_B} \int_0^\infty f_i(k) k^6 dk \simeq \frac{3}{7} \xi_i k_{Fi}^4 \left(\frac{\mu_{0i}}{\varepsilon_{Fi}} \right)^{\frac{7}{2}} \left\{ 1 + \frac{35}{24} \left(\frac{\pi k_B T}{\mu_{0i}} \right)^2 + \frac{49}{384} \left(\frac{\pi k_B T}{\mu_{0i}} \right)^4 \right\} \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi^2 n_B} \int_0^\infty f_i(k) j_0(kr) k^2 dk &\simeq \frac{3\xi_i}{k_{Fi} r} \left(\frac{\mu_{0i}}{\varepsilon_{Fi}} \right) j_1(x_i) + \xi_i \left(\frac{\mu_{0i}}{\varepsilon_{Fi}} \right)^{\frac{3}{2}} \left\{ \frac{1}{8} \left(\frac{\pi k_B T}{\mu_{0i}} \right)^2 \cos x_i \right. \\ &\quad \left. + \frac{7}{1920} \left(\frac{\pi k_B T}{\mu_{0i}} \right)^4 (3 - x_i^2 \cos x_i + 3x_i \sin x_i) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi^2 n_B} \int_0^\infty f_i(k) j_1(kr) k^3 dk &\simeq \frac{3\xi_i}{r} \left(\frac{\mu_{0i}}{\varepsilon_{Fi}} \right)^{\frac{3}{2}} j_2(x_i) + \xi_i \varepsilon_{Fi} \left(\frac{\mu_{0i}}{\varepsilon_{Fi}} \right)^2 \left\{ \frac{1}{8} \left(\frac{\pi k_B T}{\mu_{0i}} \right)^2 \sin x_i \right. \\ &\quad \left. - \frac{7}{1920} \left(\frac{\pi k_B T}{\mu_{0i}} \right)^4 (x_i^2 \sin x_i + x_i \cos x_i) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi^2 n_B} \int_0^\infty f_i(k) j_0(kr) k^4 dk &\simeq \frac{3\xi_i}{r^2} \left(\frac{\mu_{0i}}{\varepsilon_{Fi}} \right)^{\frac{3}{2}} (3j_2(x_i) - x_i j_3(x_i)) \\ &\quad + \xi_i \varepsilon_{Fi}^2 \left(\frac{\mu_{0i}}{\varepsilon_{Fi}} \right)^{\frac{5}{2}} \left\{ \frac{1}{4} \left(\frac{\pi k_B T}{\mu_{0i}} \right)^2 \left(\frac{\sin x_i}{x_i} + \frac{\cos x_i}{2} \right) \right\} \end{aligned}$$

$$-\frac{7}{1920} \left(\frac{\pi k_B T}{\mu_{0i}} \right)^4 (3 \cos x_i + x_i^2 \cos x_i + 3x_i \sin x_i) \} \quad (\text{A.5})$$

ここで、 ε_{Fi} は陽子または中性子の有効質量 m_i^* を用いて以下のように表す。

$$\varepsilon_{Fi} = \frac{\hbar^2 k_{Fi}^2}{2m_i^*} \quad (\text{A.6})$$

また式 (A.3)-(A.5) の x_i は、

$$x_i = r \left(\frac{2m_i^* \mu_{0i}}{\hbar^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.7})$$

と与えられる。 μ_{0i} は式 (3.5) を Sommerfeld 展開することで、

$$\mu_{0i} \simeq \varepsilon_{Fi} \left\{ 1 - \frac{1}{12} \left(\frac{\pi k_B T}{\varepsilon_{Fi}} \right)^2 - \frac{1}{80} \left(\frac{\pi k_B T}{\varepsilon_{Fi}} \right)^4 \right\} \quad (\text{A.8})$$

と表す。

式 (3.11) で与えられる一核子あたりのエントロピー S/N の表式は、部分積分を行うことで以下の表式に変形する。

$$\frac{S_0}{N} = - \sum_{i=p,n} \left[\frac{\xi_i \mu_{0i}}{T} - \frac{5}{3T} \frac{\hbar^2}{2m_i^*} \frac{1}{\pi^2 n_B} \int_0^\infty f_i(k) k^4 dk \right] \quad (\text{A.9})$$

そして式 (A.1) と (A.8) を適用して、低温極限における S/N を計算する。

付録B 原始中性子星への適用

第3章で作成した変分法による有限温度非対称核物質 EOS を原始中性子星 (Proto-neutron star: PNS) に適用する。重力崩壊型超新星爆発の中心で誕生した PNS は、そこからニュートリノが絶え間なく逃げ出していくダイナミカルな系であり、この動的な性質を調べるためには、PNS の進化の過程を数値シミュレーションで追う必要がある。しかしながら、ここでは PNS に variational EOS を適用する第一段階として、PNS は有限温度の静的な物質であると仮定する。このような PNS に対する仮定は、多くの研究で採用されている [68, 72, 73, 74, 75, 76].

第4章で用いた超新星物質と同様に、PNS はニュートリノが捕獲された状態での核子、レプトン、そして光子で構成された物質と見なす。ただしレプトンは、 e^- , e^+ , μ^- , μ^+ , ν_e , $\bar{\nu}_e$, ν_μ , $\bar{\nu}_\mu$ の8種類を考慮する。そして、電子型レプトン混在度 Y_{Le} とミューオン型レプトン混在度 $Y_{L\mu}$ を一定にした下で、PNS 物質を荷電中性な β 安定物質と仮定する。まず progenitor における $Y_{L\mu}$ は非常に小さいとして、 $Y_{L\mu} = 0$ とする。一方 Y_{Le} は第4章と同様に、 $Y_{Le} = 0.3$ と 0.4 の場合を考える。さらに、静的な PNS の研究では星の内部は等エントロピーとする近似がよく用いられるため、本研究でもその近似を採用する。具体的には、一核子あたりのエントロピー S が Boltzmann 定数 k_B を単位として $S = 1$ と 2 の場合を考える。加えて、いくつかの研究では等温近似による PNS の研究も行われているため [73, 74, 75], 本研究では星の内部を $T = 20$ MeV と 40 MeV と仮定した場合についても PNS 物質の EOS を作成し、その構造計算へと適用する。

図 B.1 は、PNS の内部における中性子、陽子、電子、ミューオン、電子型ニュートリノの混在度 Y_i ($i = n, p, e^-, \mu^-, \nu_e$) を示す。上図はエントロピー一定での PNS 物質 ($S = 1$ と 2)、下図は温度一定での PNS 物質 ($T = 20$ MeV と 40 MeV) である。上図の等エントロピー物質の場合、中性子混在度 Y_n が最も大きく、陽子混在度 Y_p は荷電中性の条件により、電子混在度 Y_e と非常に近い値となる。ただし、超新星物質の場合と異なりミューオンが混在しているため、 Y_e に比べて Y_p はわずかに大きくなる。エントロピー $S = 1$ の場合と $S = 2$ の場合とで、粒子混在度に大きな変化は見られない。一方で、電子型レプトン混在度 Y_{Le} を増加させると Y_p と Y_{ν_e} は増加し、逆に Y_n と Y_μ は減少する。この傾向は、超新星物質の場合 (図 4.2) と同様である。下図の等温物質の場合、高密度領域では等エントロピー物質の場合と似た傾向を示している。ただし低密度領域では n_B の減少に伴っ

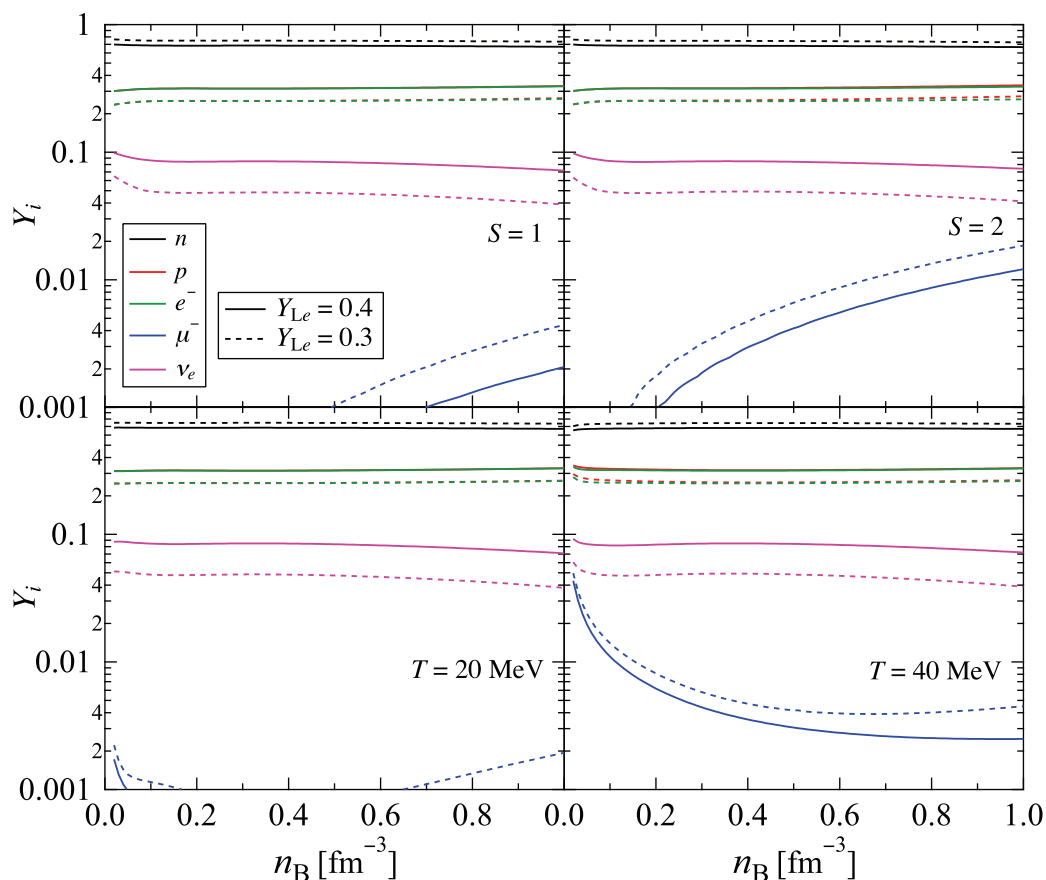


図 B.1. $Y_{Le} = 0.3$ と 0.4 における n_B に対する PNS 物質を構成する粒子の混在度 Y_i . 上図は $S = 1$ (左) と $S = 2$ (右) の等エントロピー物質の場合, 下図は $T = 20$ MeV (左) と $T = 40$ MeV (右) の等温物質の場合を示す.

て、温度 T を固定した場合のエントロピー S は増加する。これは低密度において、温度効果が相対的に大きくなることによる。よって、低密度領域における等エントロピー物質の粒子混在度は等温物質のそれと異なる。例えば図 B.1 からわかるように、等温物質の場合には n_B が減少すると Y_μ は増加する。このような粒子混在度の振舞いは、摂動論的な Brueckner-Hartree-Fock 計算の結果と矛盾しない [75, 76].

次に PNS 物質の EOS を用いて Tolman-Oppenheimer-Volkoff 方程式を解き、PNS の質量を求める。この計算の際には、非一様核物質相を含む低密度領域は TF 計算によって作成した絶対零度の EOS [40] を適用する。より現実的なモデルを考える際には、表面からのニュートリノ輻射等も考慮する必要があるが、ここでは簡単のために、そのような影響は無視した。

図 B.2 は、本研究で得られた変分法による EOS に基づく PNS の中心質量密度 ρ_{m0} に対

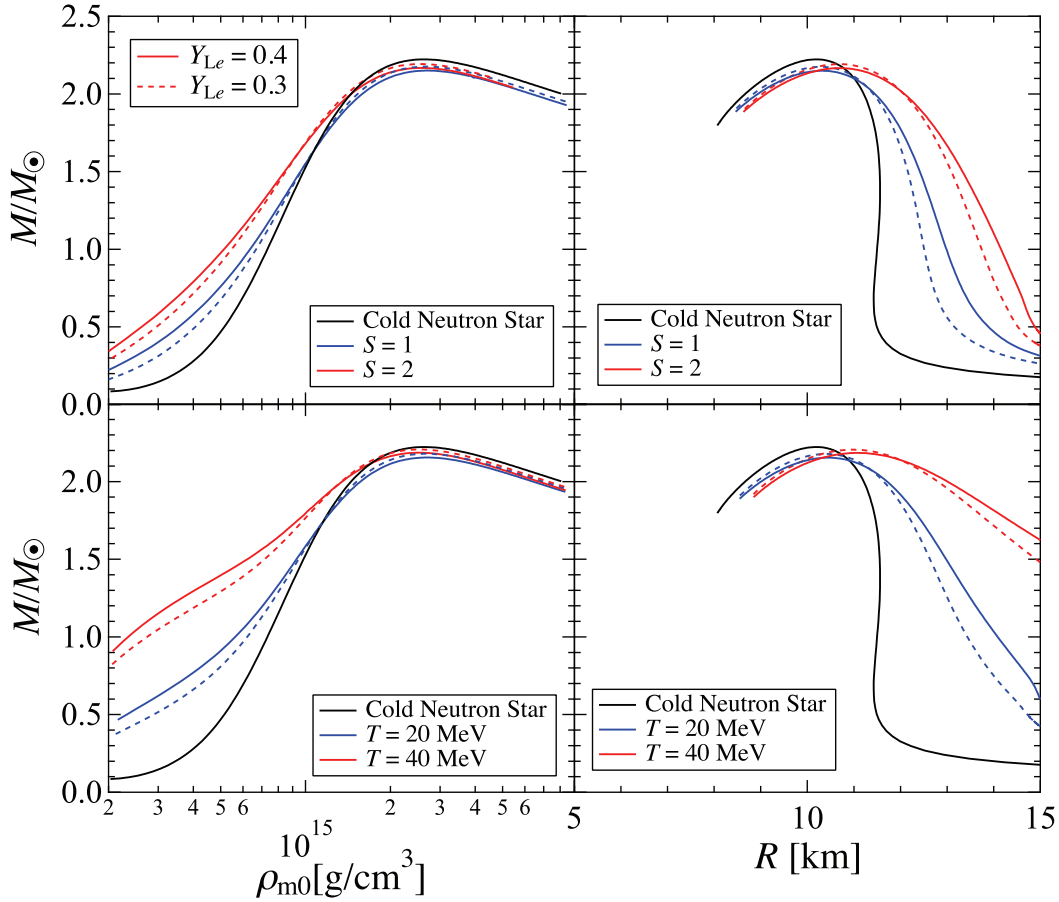


図 B.2. 変分法による一様核物質 EOS を用いて得られた PNS の重力質量. 左図は中心質量密度 ρ_{m0} に対する重力質量を示し, 右図は半径 R に対する重力質量を示す. 上図は $S = 1$ と 2 の等エントロピー物質の場合, 下図は $T = 20$ MeV と 40 MeV の等温物質の場合を示す. 比較のため, 冷えた NS (Cold Neutron Star) の結果も示す.

する重力質量 (左図) と, PNS の質量と半径の関係 (右図) を示す. 上図は $S = 1$ と 2 の等エントロピー物質の場合, 下図は $T = 20$ MeV と 40 MeV の等温物質の場合である. ここで中心質量密度 ρ_{m0} は, 冷えた NS の場合と同様に定義した, PNS 物質の内部エネルギー密度から換算した質量密度であることに注意する. 図からわかるように, $\rho_{m0} \lesssim 1.0 \times 10^{15}$ g/cm³ (対応して PNS の半径 R が大きい領域) では $Y_{Le} = 0.3$ と 0.4 のどちらの場合でも, T または S の増加に伴って PNS の重力質量は上昇する. また Y_{Le} が増加すると PNS の質量も増加することがわかる. 一方, 中心質量密度が高い領域 (対応して PNS の半径 R が小さい領域) では, PNS の質量は冷えた NS の重力質量より小さくなり, Y_{Le} が増加すると PNS の重力質量は減少する. このような傾向は文献 [72, 77] の結果と同じであるが, 文献 [68, 75, 76] の結果とは矛盾する. つまり PNS の重力質量に対する温度依存性は, 有限温度核物質 EOS の違いによる影響が反映されやすいと考えられる. ただし, 本研究で

作成した PNS 物質の EOS は第 2 章で議論した NS 物質の EOS と同様に、 $\rho_{m0} \geq 2.1 \times 10^{15} \text{ g/cm}^3$ の高密度領域では因果律を破る。この臨界値は Y_{Le} や S (または T) には大きく依存せず、対応する臨界数密度は $n_c \sim 0.93 \text{ fm}^{-3}$ となり、第 4 章の超新星物質の場合と近い値である。質量密度の臨界値が超新星物質の場合と異なるのは、ここで用いた ρ_{m0} は PNS の内部エネルギー密度から換算しているためである。従って、上述の最大質量の議論をより厳密に行うためには、少なくとも因果律を考慮するように修正した EOS を用いる必要があるが、ここではその修正までは踏み込まない。

また図 B.2 からわかるように、等エントロピー物質と等温物質とでは、PNS の半径 R に違いが見られる。しかしながら、PNS の半径は非一様核物質 EOS に強く依存するため、詳細な議論のためには、より現実的な非一様核物質 EOS が必要となる。よって、第 7 章で論じた変分法による一様核物質 EOS と自己無矛盾な非一様核物質 EOS を完成させ、PNS の構造計算に適用することは今後の課題の一つである。また第 6 章で見たように、実際の PNS 内部は等エントロピー物質でも等温物質でもなく、さらに表面はニュートリノ放出によって温度が低いと考えられる。従って、現実的な PNS 構造の研究には、やはり時間発展に関するシミュレーションが欠かせない。

付録C 略語集

APR

A. Akmal, V. R. Pandharipande, D. G. Ravenhall. また彼らにより, AV18 ポテンシャルと UIX ポテンシャルから出発した FHNC 計算で作成された絶対零度における一様核物質状態方程式 [28].

AV18

Argonne V18 potential [25]. 2核子散乱実験データを再現するように作られた2体核力ポテンシャルモデルの一つ.

EOS

Equation of State. 状態方程式.

FCA

Frozen-Correlation 近似. SPによる有限温度自由エネルギーの変分計算を行う際に, 粒子間相関関数を絶対零度の場合と同じであると仮定し, 核子の有効質量について自由エネルギーを最小化する手法.

FHNC

Fermi Hypernetted Chain 変分計算法. ハミルトニアン期待値をクラスター展開した際に現れる高次クラスター項を部分的に足し上げる多体変分計算法.

FM

Full Minimization. SPによる有限温度自由エネルギーの変分計算を行う際に, 核子の有効質量だけでなく粒子間相関関数についても自由エネルギーを最小化する手法.

LS EOS

J. M. Lattimer と F. D. Swesty [9] による超新星爆発シミュレーション用の核物質状態方程式.

NS

Neutron star. 中性子星.

PNS

Proto-neutron star. 原始中性子星.

RMF

Relativistic mean field. 相対論的平均場近似.

Shen EOS

H. Shen, H. Toki, K. Oyamatsu, K. Sumiyoshi [10, 11, 12] による超新星爆発シミュレーション用の核物質状態方程式.

SN

Supernova. 超新星爆発.

SN-EOS

超新星爆発シミュレーション用の核物質状態方程式.

SP

K. E. Schmidt と V. R. Pandharipande. また彼らによる有限温度核物質自由エネルギーの変分計算法 [29].

TF

Thomas-Fermi 近似.

UIX

Urbana IX potential [26, 27]. 3体核力ポテンシャルモデルの一つ.

WS

Wigner-Seitz セル.

参考文献

- [1] M. Baldo, *Nuclear Methods and the Nuclear Equation of State*, World Scientific, International Review of Nuclear Physics Vol. 8 (1999).
- [2] J. W. Clark, *Prog. Part. Nucl. Phys.* 2 (1979) 89.
- [3] A. W. Steiner, J. M. Lattimer and E. F. Brown, *Astrophys. J.* 722 (2010) 33.
- [4] P. B. Demorest, T. Pennucci, S. M. Ransom, M. S. E. Roberts and J. W. T. Hessels, *Nature* 467 (2010) 1081.
- [5] J. Antoniadis et al., *Science* 340 (2013) 6131.
- [6] E. Baron, J. Cooperstein and S. Kahana, *Phys. Rev. Lett.* 55 (1985) 126.
- [7] M. Takahara and K. Sato, *Astrophys. J.* 335 (1988) 301.
- [8] W. Hillebrandt and R. G. Wolff, in: W. D. Arnett, J. M. Truran (Eds.), *Nucleosynthesis - Challenges and New Developments*, University of Chicago Press, Chicago, 1985, p. 131.
- [9] J. M. Lattimer and F. D. Swesty, *Nucl. Phys. A* 535 (1991) 331.
- [10] H. Shen, H. Toki, K. Oyamatsu and K. Sumiyoshi, *Nucl. Phys. A* 637 (1998) 435.
- [11] H. Shen, H. Toki, K. Oyamatsu and K. Sumiyoshi, *Prog. Theor. Phys.* 100 (1998) 1013.
- [12] H. Shen, H. Toki, K. Oyamatsu and K. Sumiyoshi, *Astrophys. J. Suppl.* 197 (2011) 20.
- [13] C. Ishizuka, A. Ohnishi, K. Tsubakihara, K. Sumiyoshi and S. Yamada, *J. Phys. G* 35 (2008) 085201.
- [14] K. Nakazato, K. Sumiyoshi and S. Yamada, *Phys. Rev. D* 77 (2008) 103006.
- [15] Y. Sugahara and H. Toki, *Nucl. Phys. A* 579 (1994) 557.
- [16] M. Hempel and J. Schaffner-Bielich, *Nucl. Phys. A* 837 (2010) 210.

- [17] G. Shen, C. J. Horowitz and E. O'Connor, *Phys. Rev. C* 83 (2011) 065808.
- [18] M. Hempel, T. Fischer, J. Schaffner-Bielich and M. Liebendörfer, *Astrophys. J.* 748 (2012) 70.
- [19] S. Furusawa, S. Yamada, K. Sumiyoshi and H. Suzuki, *Astrophys. J.* 738 (2011) 178.
- [20] N. Buyukcizmeci, A. S. Botvina and I. N. Mishustin, arXiv: 1304.6741.
- [21] R. Brockmann and R. Machleidt, *Phys. Rev. C* 42 (1990) 1965.
- [22] R. Jastrow, *Phys. Rev.* 98 (1955) 1479.
- [23] F. Iwamoto and M. Yamada, *Prog. Theor. Phys.* 17 (1957) 543.
- [24] V. R. Pandharipande and R. B. Wiringa, *Rev. Mod. Phys.* 51 (1979) 821.
- [25] R. B. Wiringa, V. G. J. Stoks and R. Schiavilla, *Phys. Rev. C* 51 (1995) 38.
- [26] J. Carlson, V. R. Pandharipande and R. B. Wiringa, *Nucl. Phys. A* 401 (1983) 59.
- [27] B. S. Pudliner, V. R. Pandharipande, J. Carlson and R. B. Wiringa, *Phys. Rev. Lett.* 74 (1995) 4396.
- [28] A. Akmal, V. R. Pandharipande and D. G. Ravenhall, *Phys. Rev. C* 58 (1998) 1804.
- [29] K. E. Schmidt and V. R. Pandharipande, *Phys. Lett. B* 87 (1979) 11.
- [30] A. Mukherjee and V. R. Pandharipande, *Phys. Rev. C* 75 (2007) 035802.
- [31] A. Mukherjee, *Phys. Rev. C* 79 (2009) 045811.
- [32] I. E. Lagaris and V. R. Pandharipande, *Nucl. Phys. A* 369 (1981) 470.
- [33] G. H. Bordbar and M. Modarres, *Phys. Rev. C* 57 (1998) 714.
- [34] M. Modarres, *J. Phys. G* 28 (1997) 923.
- [35] M. Takano and M. Yamada, *Prog. Theor. Phys.* 116 (2006) 545.
- [36] J. Carlson, J. Morales Jr., V. R. Pandharipande and D. G. Ravenhall, *Phys. Rev. C* 68 (2003) 025802.
- [37] For example, S. Gandolfi, A. Yu. Illarionov, K. E. Schmidt, F. Pederiva and S. Fantoni, *Phys. Rev. C* 79 (2009) 054005.

- [38] A. Yu. Illarionov, S. Fantoni, F. Pederiva, S. Gandolfi and K. E. Schmidt, *Phys. At. Nucl.* 75 (2012) 866.
P. Armani, A. Yu. Illarionov, D. Lonardonì, F. Pederiva, S. Gandolfi, K. E. Schmidt and S. Fantoni, arXiv:nucl-th/1110.0993v1.
- [39] H. Kanzawa, K. Oyamatsu, K. Sumiyoshi and M. Takano, *Nucl. Phys. A* 791 (2007) 232.
- [40] H. Kanzawa, M. Takano, K. Oyamatsu and K. Sumiyoshi, *Prog. Theor. Phys.* 122 (2009) 673.
- [41] G. Baym, C. J. Pethick and P. Sutherland, *Astrophys. J.* 170 (1971) 299.
- [42] J. W. Negele and D. Vautherin, *Nucl. Phys. A* 207 (1973) 298.
- [43] H. Togashi and M. Takano, *Nucl. Phys. A* 902 (2013) 53.
- [44] H. Togashi, M. Takano, K. Sumiyoshi and K. Nakazato, *Prog. Theor. Exp. Phys.* in press (2014).
- [45] K. Sumiyoshi, S. Yamada, H. Suzuki, H. Shen, S. Chiba and H. Toki, *Astrophys. J.* 629 (2005) 922.
- [46] M. Rampp and H. -Th. Janka, *Astrophys. J.* 539 (2000) L33.
- [47] M. Liebendörfer, A. Mezzacappa, F. -K. Thielemann, O. E. B. Messer, W. R. Hix and S. W. Bruenn, *Phys. Rev. D* 63 (2001) 103004.
- [48] T. A. Thompson, A. Burrows and P. A. Pinto, *Astrophys. J.* 592 (2003) 434.
- [49] For example, H. -Th. Janka, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* 62 (2012) 407.
A. Burrows, *Rev. Mod. Phys.* 85 (2013) 245.
- [50] H. A. Bethe, *Rev. Mod. Phys.* 62 (1990) 801.
- [51] J. E. Mayers, *Phys. Rev.* 100 (1955) 1579.
- [52] G. Colo, N. V. Giai, J. Meyer, K. Bennaceur and P. Bonche, *Phys. Rev. C* 70 (2004) 024307.
- [53] J. Piekarewicz, *J. Phys. G* 37 (2010) 064038.
- [54] A. W. Steiner, M. Hempel and T. Fischer, *Astrophys. J.* 774 (2013) 17.

- [55] M. B. Tsang, Z. Chajecki, D. Coupland, P. Danielewicz, F. Fmiano, R. Hodges, M. Kilburn, F. Lu, W. G. Lynch, J. Winkelbauer, M. Youngs and Y. X. Zhang, *Prog. Part. Nucl. Phys.* 66 (2011) 400.
- M. B. Tsang, Y. X. Zhang, P. Danielewicz, M. Famiano, Z. Li, W. G. Lynch and A. W. Steiner, *Phys. Rev. Lett.* 102 (2009) 122701.
- [56] C. E. Rhoades and R. Ruffini, *Phys. Rev. Lett.* 32 (1974) 324.
- [57] B. Friedman and V. R. Pandharipande, *Nucl. Phys. A* 361 (1981) 502.
- [58] H. Müller and B. D. Serot, *Phys. Rev. C* 52 (1995) 2072.
- [59] B. A. Li, L. W. Chen and C. M. Ko, *Phys. Rep.* 464 (2008) 113.
- [60] S. Yamada, *Astrophys. J.* 475 (1997) 720.
- [61] K. Sumiyoshi, H. Suzuki, S. Yamada and H. Toki, *Nucl. Phys. A* 730 (2004) 227.
- [62] S. E. Woosley and T. Weaver, *Astrophys. J. Suppl.* 101 (1995) 181.
- [63] S. Yamada, H. -Th. Janka, and H. Suzuki, *Astron. Astrophys.* 344 (1999) 533.
- [64] F. S. Kitaura, H. -Th. Janka and W. Hillebrandt, *Astron. Astrophys.* 450 (2006) 345.
- [65] T. Fischer, S. C. Whitehouse, A. Mezzacappa, F. -K. Thielemann and M. Liebendörfer, *Astron. Astrophys.* 517 (2010) A80.
- [66] S. Gandolfi, J. Carlson and S. Reddy, *Phys. Rev. C* 85 (2012) 032801(R).
- [67] S. C. Pieper, V. R. Pandharipande, R. B. Wiringa and J. Carlson, *Phys. Rev. C* 64 (2001) 014001.
- [68] O. E. Nicotra, M. Baldo, G. F. Burgio and H. -J. Schultze, *Astron. Astrophys.* 451 (2006) 213.
- [69] H. -J. Schulze and T. Rijken, *Phys. Rev. C* 88 (2013) 024322.
- [70] H. A. Bethe and M. B. Johnson, *Nucl. Phys. A* 230 (1974) 1.
- [71] T. Rijken, M. M. Nagels and Y. Yamamoto, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* 185 (2010) 14.
- [72] M. Prakash, I. Bombaci, M. Prakash, P. J. Ellis, J. M. Lattimer and R. Knorren, *Phys. Rep.* 280 (1997) 1.

- [73] J. O. Goussard, P. Haensel and J. L. Zdunik, *Astron. Astrophys.* 321 (1997) 822.
- [74] D. Gondek, P. Haensel and J. L. Zdunik, *Astron. Astrophys.* 325 (1997) 217.
- [75] G. F. Burgio and H. -J. Schultze, *Phys. Atomic Nuclei* 72 (2009) 1197.
- [76] G. F. Burgio and H. -J. Schultze, *Astron. Astrophys.* 518 (2010) A17.
- [77] K. Sumiyoshi, H. Kuwabara and H. Toki, *Nucl. Phys. A* 581 (1995) 725.

種 類 別	題名、 発表・発行掲載誌名、 発表・発行年月、 連名者（申請者含む）
論文○	H. Togashi, M. Takano, K. Sumiyoshi and K. Nakazato, “Application of the nuclear equation of state obtained by the variational method to core-collapse supernovae”, Progress of Theoretical and Experimental Physics (accepted).
論文○	H. Togashi and M. Takano, “Variational study for the equation of state of asymmetric nuclear matter at finite temperatures”, Nucl. Phys. A 902 (2013) pp. 53-73.
講演 (国際会議)	H. Togashi, M. Takano, K. Sumiyoshi and K. Nakazato, “Nuclear equation of state with the variational method and its application to supernova simulations”, Hadron Nuclear Physics 2013, Zhangjiajie, China, July 2013 (Oral presentation).
講演 (国際会議)	H. Togashi, S. Yamamuro, K. Nakazato, M. Takano, H. Suzuki and K. Sumiyoshi, “New Nuclear Equation of State for Core-Collapse Supernovae with the Variational Method”, International Nuclear Physics Conference 2013 (INPC2013), Firenze, Italy, June 2013, EPJ Web of Conferences (accepted) (Poster presentation).
講演 (国際会議)	H. Togashi, H. Kanzawa, M. Takano, S. Yamamuro, H. Suzuki, K. Nakazato, K. Sumiyoshi and H. Matsufuru, “Variational Study of a Nuclear Equation of State for Core-Collapse Supernovae”, Quarks to Universe in Computational Science (QUCS2012), Nara, Japan, December 2012 (Oral presentation).
講演 (国際会議)	H. Togashi, H. Kanzawa, M. Takano, S. Yamamuro, H. Suzuki, K. Nakazato, K. Sumiyoshi and H. Matsufuru, “The Nuclear Equation of State for Core-Collapse Supernovae with the Variational Method”, International Workshop “Formation of Compact Object: from the cradle to the grave”, Tokyo, Japan, March 2012 (Oral presentation).
講演 (国際会議)	H. Togashi, S. Yamamuro, K. Nakazato, H. Kanzawa, M. Takano and H. Suzuki, “Nuclear Equation of State for Supernova Simulations with the Variational Method”, Third International Conference on Nuclear Fragmentation (NUFRA2011), Kemer, Turkey, October 2011 (Poster presentation).
講演 (国際会議)	H. Togashi, H. Kanzawa and M. Takano, “The Equation of State of Asymmetric Nuclear Matter at Zero and Finite Temperatures with the Variational Method”, 11th Symposium on Nuclei in the Cosmos (NIC XI), Heidelberg, Germany, July 2010, PoS (NIC XI) (2011) 179 (Poster presentation).

種 類 別	題名、 発表・発行掲載誌名、 発表・発行年月、 連名者（申請者含む）
講演 (国際会議)	H. Togashi, H. Kanzawa and M. Takano, "Variational Calculation for the Equation of State of Hot Asymmetric Nuclear Matter", 10th International Symposium on Origin of Matter and Evolution of Galaxies (OMEG10), Osaka, Japan, March 2010, AIP Conference Proceedings (2010) 1269 pp. 403-405 (Poster presentation).
講演 (国際会議)	H. Togashi, H. Kanzawa, M. Takano, K. Oyamatsu and K. Sumiyoshi, "Equation of State for Asymmetric Nuclear Matter at Finite Temperatures with the Variational Method", Third Joint Meeting of the Nuclear Physics Divisions of the American Physical Society and the Physical Society of Japan, Waikoloa, Hawaii, October 2009 (Oral presentation).
講演 (研究会)	富樫甫、神沢弘明、鷹野正利、山室早智子、中里健一郎、鈴木英之、住吉光介、松古栄夫「高エネルギー天体現象のための現実的核力に基づく核物質状態方程式」素核宇融合にとる計算基礎物理学の発展 -マイクロとマクロのかけ橋の構築-、三重県合歓の郷、2011年12月（口頭発表）
講演 (研究会)	富樫甫、鷹野正利、神沢弘明「クラスター変分法による高エネルギー天体現象のための核物質状態方程式の作成」、研究会「バリオン物質と中性子星」盛岡、2011年1月、素粒子論研究 (2011) 第119巻2号 pp. B65-B67（口頭発表）
講演 (研究会)	富樫甫、鷹野正利、神沢弘明、鈴木英之、住吉光介「クラスター変分法による超新星爆発用核物質状態方程式の作成」、新学術領域第二回「クォーク力学・原子核構造に基づく爆発的天体現象と元素合成」研究会、東京大学、2010年6月（口頭発表）
講演 (学会)	富樫甫、山室早智子、中里健一郎、鷹野正利、鈴木英之、住吉光介「クラスター変分法による超新星爆発計算用核物質状態方程式」、日本物理学会第68回年次大会、広島大学、2013年3月（口頭発表）
講演 (学会)	富樫甫、山室早智子、中里健一郎、神沢弘明、鷹野正利、鈴木英之「クラスター変分法による核物質状態方程式と原始中性子星への適用」、日本物理学会第67回年次大会、関西学院大学、2012年3月（口頭発表）
講演 (学会)	富樫甫、山室早智子、神沢弘明、鷹野正利、鈴木英之「クラスター変分法に基づく低密度核物質状態方程式の研究」、日本物理学会2011年秋季大会、弘前大学、2011年9月（口頭発表）

種 類 別	題名、 発表・発行掲載誌名、 発表・発行年月、 連名者（申請者含む）
講演 （学会）	富樫甫、神沢弘明、鷹野正利、鈴木英之「低密度領域における核物質状態方程式を考慮したクラスター変分法の研究」、日本物理学会第66回年次大会、新潟大学、2011年3月（口頭発表）
講演 （学会）	富樫甫、神沢弘明、鷹野正利「クラスター変分法による有限温度非対称核物質状態方程式の解析」、日本物理学会第65回年次大会、岡山大学、2010年3月（口頭発表）