

粘菌アルゴリズムを応用したネットワーク設計
Network design by *Physarum* algorithm

2015年2月

渡邊 晋

Shin WATANABE

粘菌アルゴリズムを応用したネットワーク設計
Network design by *Physarum* algorithm

2015年2月

早稲田大学大学院 先進理工学研究科
電気・情報生命専攻 生命システム研究

渡邊 晋

Shin WATANABE

目次

第1章 研究背景	1
第2章 粘菌アルゴリズム	6
2.1 餌場が二つの場合	7
2.2 餌場が三つ以上の場合	10
2.3 結論	11
第3章 鉄道輸送量計画問題	12
3.1 モデル	13
3.1.1 改変型粘菌アルゴリズム	13
3.1.2 収束値 Q_{ij}	16
3.1.3 ダイクストラ法を用いた輸送量計算	16
3.1.4 評価関数	17
3.2 結果	19
3.2.1 TPS, MPS, CMPS の評価	19
3.2.2 鉄道路線への適用	22
3.2.3 ダイクストラ法	22
3.2.4 評価関数	27
3.3 考察	30
3.4 結論	32

第4章 需要変動を伴うネットワーク設計	33
4.1 モデル	34
4.1.1 配電ネットワーク設計への適用	34
4.1.2 収束値 D_{ij} とリンクの除去	35
4.1.3 評価関数	36
4.2 結果	39
4.2.1 一定需要量の場合	39
4.2.2 変動需要量の場合	40
4.2.3 評価関数	45
4.2.4 変動条件導入による利点	50
4.3 安定性解析	52
4.4 ネットワークトポロジーの ω, ϕ 依存性	58
4.5 考察	63
4.6 結論	66
第5章 総括	67
5.1 鉄道ネットワークへの適用から	68
5.2 配電ネットワークへの適用から	69
5.3 鉄道・電力ネットワークへの適用例から	70
謝辞	71

記号一覧

本論文内で用いた記号の意味を以下にまとめる。ただし、節 4.3 では式を見やすくするために括弧内の表記を用いた。

i	i 番目のノード
$l_{ij}(l_i)$	ノード i, j を繋ぐリンク (i 番目のリンク)
p_i	ノード i における圧力
$L_{ij}(L_i)$	リンク $l_{ij}(l_i)$ の長さ
$D_{ij}(D_i)$	リンク $l_{ij}(l_i)$ の伝導率
$Q_{ij}(Q_i)$	リンク $l_{ij}(l_i)$ における輸送量

各種経路とリンク $l_{ij}(l_k)$ により決まる変数を以下のように表記する。ただし、節 3.1.3 では式を見やすくするために括弧内の表記を用いた。

G_{ij}	リンク l_{ij} を除去した際に任意のソースとシンクを結ぶ経路が残っていないならば 1, そうでなければ 0 となる変数。
$h_{pq}^{ij}(h_{ij}^{(k)})$	ノード $p(i)$ からノード $q(j)$ までの最短経路にリンク $l_{ij}(l_k)$ が含まれていれば 1, そうでなければ 0 となる変数である。

第 3 章の鉄道路線ネットワークで用いた記号の意味を以下にまとめる。

v_i	ノード i での乗客数
v_{tot}	全ノードの乗客数の合計

第1章 研究背景

私たち人間を始め、動物や植物、昆虫に至るまで生物は環境適応的に振る舞う。例えば、低温地域でも体温維持が可能な身体の大きい動物や、乾燥地帯でも生存可能な構造を持つ植物、周囲の環境に溶け込む擬態能力を持つ昆虫など、生物は環境に依存して形態を変化させることで生存に有利な状況を獲得してきた。本稿で扱う真正粘菌変形体（以下、粘菌と呼ぶ）というアメーバ様生物も環境適応的に形態を変化させる生物の一つである [1, 2].

粘菌は多核単細胞生物であり、体長が $10\mu\text{m}$ から 1m 程度にまで成長する（図1）。この大きな身体を維持するため、粘菌は細胞自体が輸送管ネッ

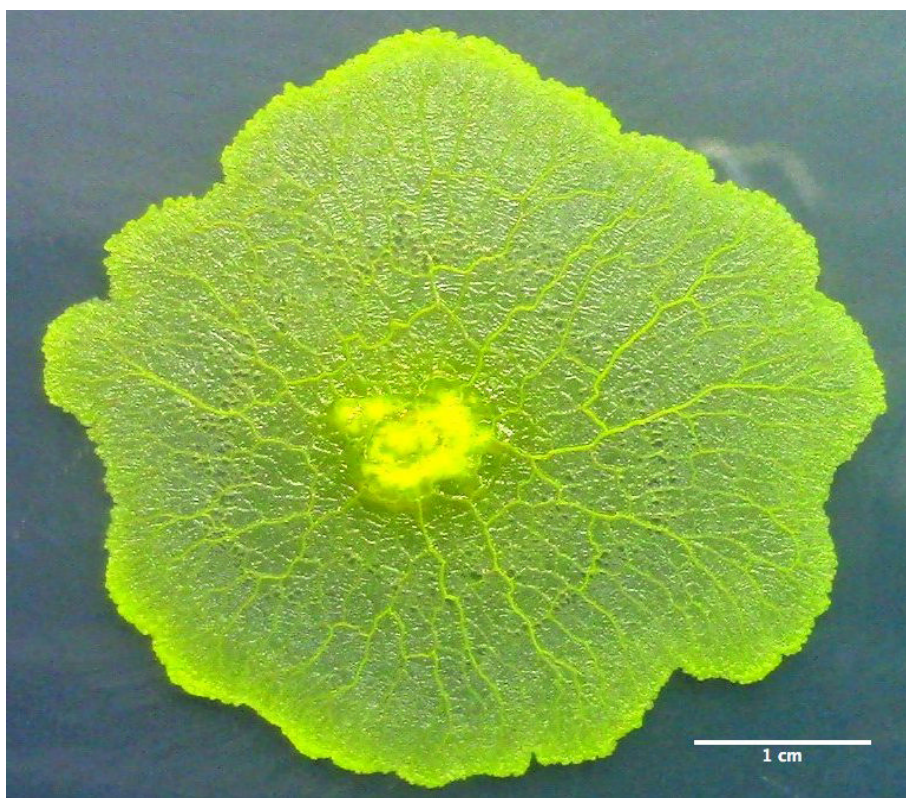


図 1: 粘菌の全体像.

トワークを形成し原形質流動を行うことで酸素や栄養分などを全身に運搬する。原形質流動は粘菌の各部分の圧力差により生じ、輸送管形成にも係わる。原形質の流量が多い管は太く成長しやすく、流量の少ない管は減衰し、やがて消滅する [3]。このような粘菌の管形成の適応的性質を活か

して粘菌に迷路を解かせる試みが行われた [4, 5]. 迷路型に表面が露出した寒天培地に粘菌を敷き詰め, 入口と出口に餌を設置する. 粘菌は輸送管で繋がっており全体で一個体として活動する. 行き止まりの経路では原形質流動が乏しくなり, 最初に粘菌が縮退する (図 2(a)). 入口と出口を結ぶ複数の経路に粘菌が存在する状態を経て, 最終的に入口と出口を最短で結ぶ経路にのみ粘菌がかなりの率で残るという実験結果が示された (図 2(b)).

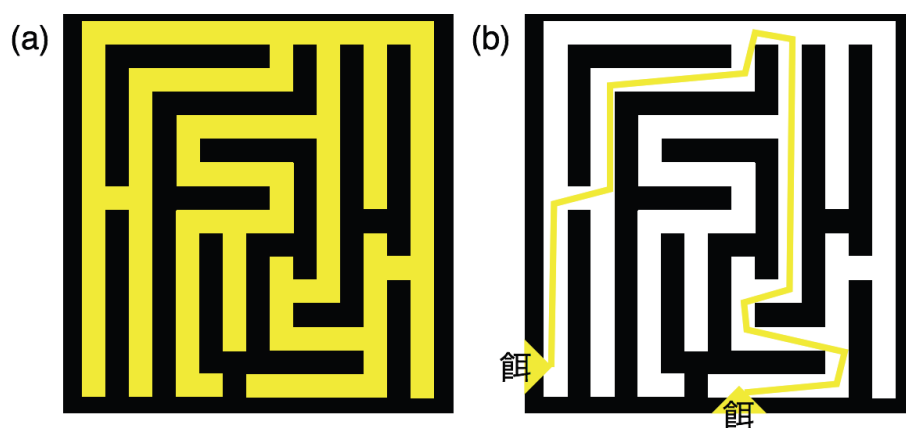


図 2: 粘菌の迷路解き. 黄色は粘菌, 黒色は壁, 白色は寒天培地を表す. (a) 粘菌を敷き詰めた状態の迷路型. (b) 入口と出口に相当する二カ所の餌場を設置した後に餌場間を最短で結ぶ粘菌. (文献 [4] より改変)

迷路解きは粘菌を使った二点を結ぶ最短経路の探索問題であったが, 三つ以上の餌場を用意して粘菌が餌場をどのように結ぶかという研究も行われた [3]. 粘菌は自身の限られた体積を維持したまま効率良く栄養を摂取しようとする. その結果, 各餌場を最短で結ぶシュタイナー木状のものや [6], 各餌場を直線で結ぶような輸送管ネットワークを形成すると考えられる (図 3). このように粘菌は脳や神経も持たないにも係わらず人間にとっても複雑な問題を解くことができる.

粘菌が形成する輸送管ネットワークと私達の身の回りに存在するネットワークを比較・評価した研究も行われている. ここでは関東の鉄道路線についての事例を紹介する [7]. この実験では粘菌を育てる培地を関東の形状になるよう次の方法で制御した. 粘菌にとって忌避波長である光を利用して, 海や湖などに相当する箇所には強い光を照射し, 山岳地帯にも高度に応じた強度の光を照射する. 主要都市が存在する箇所に餌を配置し, 粘菌を“東京”に設置した状態から実験を開始する. すると, 粘菌は“山岳地帯”や“海”を避けながら“東京”を中心にして四方八方に広がり成長す

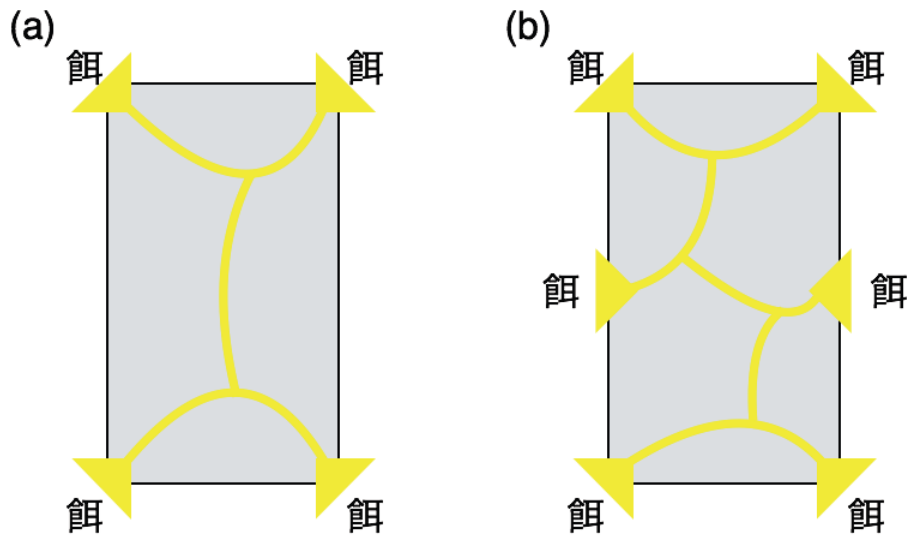


図 3: 餌場をシュタイナー木状に結ぶ粘菌. 黄色は粘菌, 灰色は寒天培地を表す. (a) 餌場が四つの場合. (b) 餌場が六つの場合. (文献 [3] より改変)

る. “主要都市”には多くの粘菌が集まり, “主要都市”から離れた培地上の粘菌は衰退する. 一方, “主要都市”を結ぶ経路には輸送管を形成して, 最終的に“主要都市”間を結ぶ輸送管ネットワークを形成する. これは粘菌にとって忌避刺激である光を避ける性質をうまく利用して地形的に制約のある状況でのネットワーク設計を実現した実験である. 実験毎に粘菌が形成するネットワークのトポロジーは厳密には異なるが, そのトポロジーについて平均距離, コスト, 断線補償性を表す評価関数を定義して評価すると, 平均距離とコストのバランスが取れたネットワークやコストを抑えつつも断線補償性に優れたネットワークなどが観察された. 中には, 現実の関東の鉄道路線ネットワークを再現したような輸送管ネットワークを形成することもあった.

このような粘菌の輸送管の適応過程から着想を得た最短経路探索アルゴリズム (詳細は第 2 章を参照) が手老らにより開発され, 粘菌を用いた迷路実験などを再現できるような数値シミュレーションも行われた [8]. 上述した鉄道路線ネットワーク形成についても本アルゴリズムで再現できている [7]. 本アルゴリズムを基本として高速道路 [9], 無線ネットワーク [10] などへの応用も行われている. 粘菌アルゴリズムの有用性を示した研究として, 忌避刺激に晒されるリスクを最小とするようなネットワーク設計が可能であることを示した研究も行われている [11, 12]. 粘菌アルゴリズム自体の研究として, 本アルゴリズムで最短経路探索が可能であること

を証明したもの [13, 14], 計算時間を短縮した修正アルゴリズム [15] などが報告されている。粘菌アルゴリズムに類似した最短経路探索アルゴリズムとして蟻のトレイル (行列) 形成をモデルにしたアルゴリズムもよく知られている [16–18]。このアルゴリズムでは蟻が放出するフェロモンが多い経路ほど蟻が集まりやすく, 最終的に餌場と巣穴を最短で結ぶ経路に行列が形成されやすくなる。フェロモンと行列を形成する蟻の個体数の関係は, 粘菌アルゴリズムでの流量と輸送管の太さの関係に相当する。蟻のアルゴリズムでは確率的に最短経路を計算するのに対して, 粘菌アルゴリズムでは決定論的に最短経路を計算するという点で異なる。例えば, 単純に最短経路を求めたい場合は粘菌アルゴリズムを用いる方が安定して最短経路が得られる。本論文で扱う比較的大規模なネットワークや輸送量が変動する輸送ネットワークに対しても安定して望ましい解を導出することを期待して粘菌アルゴリズムを適用する。

本論文では粘菌をモデルにした最短経路探索アルゴリズムを改変して二種類の輸送ネットワーク問題に適用する。

一つ目は, 既存ネットワークにおける輸送量計画問題である。先行研究では粘菌アルゴリズムを応用してネットワークのトポロジー設計が行われていた。しかし, 実社会では既にネットワークが形成されており, その形態を一から自由に設計できない。そのような条件下でも交通網における渋滞や通勤電車内の混雑具合, インターネットにおける通信速度など, 輸送量を最適化し効率を向上することは重要である。本研究では粘菌アルゴリズムをネットワークトポロジーは固定したまま適用して各リンクを流れる輸送量の計算を行う。具体的には, 首都圏の鉄道路線ネットワークを対象にして各駅における乗客数を与条件とし, 粘菌アルゴリズムにより輸送する乗客数の各路線への分配方法を計算した。計算結果については三つの評価関数 (1) 鉄道を維持する運営費 (コスト), (2) 駅間の移動に必要な時間 (移動時間), (3) 線路上における事故時影響力を用いて評価した。さらに, 乗客が単純に最短経路を移動すると想定して計算した結果との比較, 及び, 実際の輸送量の統計データとの比較を行い, 考察した。

二つ目は, 輸送量が時間変動する輸送ネットワーク設計である。道路網や鉄道路線ネットワークに対して粘菌アルゴリズムを適用した既存研究では輸送量一定の条件下でネットワーク設計が行われてきた。しかし, 実社会における一般的な輸送ネットワークでは輸送量が時間変動する場合が多い。例えば, 道路網における交通量は日中では多く, 深夜では少ない。鉄道網における乗客数は通勤や帰宅時間帯のラッシュ時に多い。電力網における電力消費量は一日の内では深夜に少なかったり, 一年の内では夏や冬で多い [19]。本研究では輸送ネットワークにおける輸送量が時間変動する系を想定してネットワーク設計を行う。対象とする配電ネットワークで

は、各需要家における電力消費量は常に一定ではなく時間変動する。さらに電力消費量の多い時間帯（ピーク）は各需要家に依存する。例えば、昼に電力消費量のピークを持つ需要家や逆に夜にピークを持つ需要家が存在する（図4）。これは各需要家における電力消費量に位相差が存在することを意味する。この変動条件を粘菌の最短経路探索アルゴリズムに導入した。更に、三つの評価関数（1）配電線を電気が流れる際に失われる電力（電力損失）、（2）配電ネットワークの建設費や材料費（コスト）、（3）断線に対する脆弱性を用いて、本アルゴリズムで形成されたネットワークを評価した。

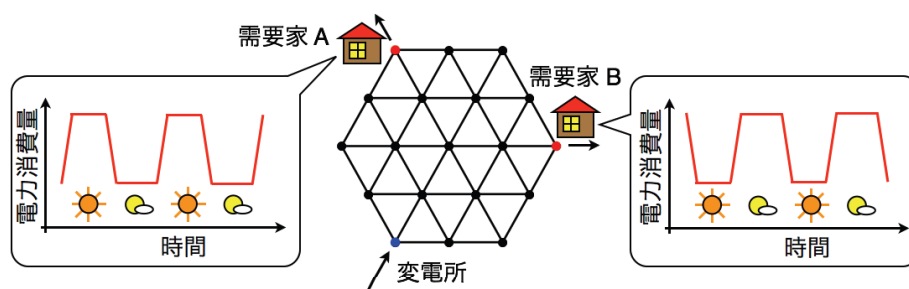


図4: 需要家で電力消費量が時間変動する配電ネットワーク。

本論文では第2章で手老らによって提案された粘菌アルゴリズムについて紹介する。第3章では粘菌アルゴリズムを既存ネットワークにおける輸送量計画問題に適用する。第4章では粘菌アルゴリズムを輸送量が時間変動する輸送ネットワーク設計に適用する。

第2章 粘菌アルゴリズム

粘菌に複数の餌場を与えるとその餌場間を短く結ぶように適応的に輸送管ネットワークが形成される。この適応過程に学んで、手老らにより最短経路探索アルゴリズムが開発された [8]。本研究ではこの粘菌アルゴリズムを改変して第3, 4章での数値計算に適用する。

ここでは、先行研究で適用された輸送管ネットワーク上に餌場を二つ設置した場合 [8] と餌場を三つ以上設置した場合 [7] の粘菌アルゴリズムについて紹介する。

2.1 餌場が二つの場合

粘菌の輸送管ネットワーク上に餌場を二つ設置した場合の粘菌アルゴリズムについて紹介する [8]. 粘菌の輸送管ネットワークは図5に示したようなノードとリンクから成る抽象化したグラフとして考える. 輸送管の i 番目の分岐点をノード i , ノード i とノード j を繋ぐ管をリンク l_{ij} とする. 二つの餌場の内, 一つを原形質が湧き出すノード (ソース) in , 残る一つを原形質が吸い込まれるノード (シンク) out として考え, 餌場間で起こる原形質流動をソースからシンクへの一方向性のものとして表す. 実際の粘菌では原形質流動は往復流動であるが, 往復周期 (約2分) が管成長の時間スケール (数時間) と比較して非常に短いことから, 近似的に原形質流動を一方向の定常流として扱う.

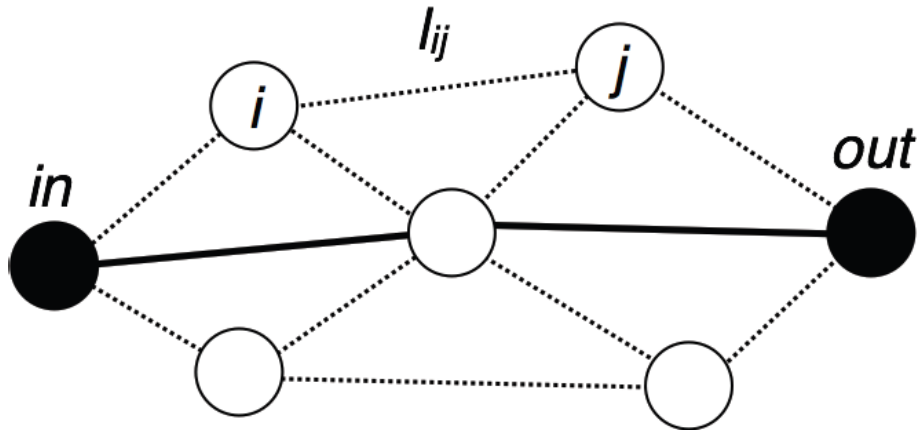


図 5: 最短経路探索におけるネットワークの例. 黒丸は餌場に相当するソース in とシンク out を表し, 白丸は輸送管の分岐点に相当するノードを表す. 実線はソース in とシンク out を結ぶ最短経路を表す.

まず, 各リンクを流れる原形質の量について計算する. 各リンク l_{ij} を流れる流量 Q_{ij} は両端ノードの圧力 p_i, p_j と輸送管の太さ D_{ij} , リンク長 L_{ij} を用いると,

$$Q_{ij} = \frac{D_{ij}}{L_{ij}}(p_i - p_j), \quad (1)$$

となる. ノード j に隣接するノードからノード j へ流入する流量の和は流

量保存の法則に従い,

$$\sum_i Q_{ij} = \begin{cases} 0, & j \neq in, out, \\ -I_{in}, & j = in, \\ I_{out}, & j = out, \end{cases} \quad (2)$$

を満たすものとする. ここで, I_{in} はソース in を通ってネットワーク内に流入する流量であり, I_{out} はシンク out を通ってネットワーク外へ流出する流量である. ネットワークに流入出する量は釣り合っていると仮定し

$$I_{in} = I_{out}, \quad (3)$$

とする. 式(1)を式(2)に代入し, 任意のノード一点について $p_i = 0$ とし て解く¹と全ての p_i が得られる. 本研究では, 前処理付き共役勾配法の一 種である ICCG 法 (Incomplete Cholesky Conjugate Gradient method) を用いて計算する [20]. 得られた p_i の値を式(1)に代入して各リンクの Q_{ij} を計算する.

粘菌が持つ輸送管の太さ D_{ij} はその管を流れる原形質の量 Q_{ij} に依存し て変化する. 流量が多い輸送管ほど太く成長し, 流量が少ない輸送管は減 衰・消滅する性質を持つ. そのような性質を表すために管の成長方程式を

$$\frac{dD_{ij}}{dt} = f(|Q_{ij}|) - D_{ij}, \quad (4)$$

として定義する. Q_{ij} については流れる方向に関係なく管が成長するため $|Q_{ij}|$ としている. $f(|Q_{ij}|)$ は成長項である. 先行研究 [8] で指摘されてい るように太さ D_{ij} は流量 Q_{ij} に依存して成長すると考えられる. 従って, $f(|Q_{ij}|)$ は $f(0) = 0$ を満たす連続単調増加関数であるとする. D_{ij} は式 (4)により制御される. $dD_{ij}/dt > 0$ ならば D_{ij} は増加し, $dD_{ij}/dt < 0$ ならば減少する. $dD_{ij}/dt = 0$ ならば D_{ij} は維持される. 右辺第二項は減衰 項となっており管を細く減衰させる効果を表す. 流量がなければ管は消滅 に向かい減衰し, 太い管を維持するためにはより多くの Q_{ij} が必要になる ことを意味する.

管の成長速度には限界があり, ある程度成長速度が上昇すると飽和す る. したがって, 関数 f はシグモイド型のヒルの式を用いて

$$f(|Q_{ij}|) = \frac{|Q_{ij}|^\mu}{1 + |Q_{ij}|^\mu}, \quad (5)$$

¹式(2)には一次独立でない方程式が含まれるため一つの未知数 p_i を定数にして計算 する必要がある. 本研究では流量計算の際に圧力差 $|p_i - p_j|$ のみ求められれば良いので, 任意のノード i 一点について $p_i = 0$ としても結論に影響はない.

と仮定する [21]. この関数は生体内の協同的反応を表す式として知られており, $\mu > 1$ のときは流量が乏しい状態では管がほとんど成長せず, 一度成長を始めると急激に成長して, 最終的に 1 に収束する. また, $\mu = 1$ のときはミカエリス-メンテン型と呼ばれ, 典型的な酵素反応式となる. そして, $\mu < 1$ のとき, f は急激な成長の後にゆっくりと収束する関数となり, 生物学的な意味を持たない.

実際に数値計算を行うときには式 (4) を差分方程式として表した

$$\frac{D_{ij}(t + \Delta t) - D_{ij}(t)}{\Delta t} = f(|Q_{ij}(t)|) - D_{ij}(t + \Delta t), \quad (6)$$

を利用する. 計算過程で D_{ij} が負の値とならないように, 右辺の D_{ij} は時刻 t の値を用いずに時刻 $t + \Delta t$ の値を用いる半陰解法で解いた.

以上が粘菌アルゴリズムの概要である. ここで, 粘菌の輸送管ネットワークや鉄道網, 電力網における変数 $L_{ij}, D_{ij}, Q_{ij}, p_i$ の定義を表 1 にまとめる. 特に D_{ij} の物理的な表現は系に依存する. 例えば, 粘菌の原形質流動は粘性が支配的な層流 (ポワズイユ流) として考え [22], $D_{ij} = \pi r_{ij}^4 / 8\kappa$ として表せる. r_{ij} は管の半径, κ は粘性係数である. 第 4 章で扱う配電ネットワーク設計では $D_{ij} \propto r_{ij}^2$ として単位長当たりのコンダクタンスを表す. ここで, 鉄道において Q_{ij} は駅間を移動する旅客輸送量を表し, p_i は厳密には定義できないが各駅での乗客数に関する値と考えられる.

表 1: 各系における変数の対応
管もしくは電線の半径として r_{ij} を定義する.

変数	一般	粘菌	鉄道	配電
L_{ij}	リンク長	管長	線路長	電線長
D_{ij}	伝導率	管の太さ ($\propto r_{ij}^4$)	輸送力	コンダクタンス ($\propto r_{ij}^2$)
Q_{ij}	輸送量	原形質流量	旅客輸送量	電流量
p_i	圧力	圧力	乗客数に関係	電圧

2.2 餌場が三つ以上の場合

常に任意の一つの餌場から他の一つの餌場へ一定流量が流れているものと仮定する。粘菌の輸送管ネットワーク上に餌場を三つ以上設置した場合の粘菌アルゴリズムについて紹介する [7]。ランダムメッシュを初期ネットワークとして、各時間ステップ毎に餌場の中から任意のソースとシンクの組をランダムに選択して式 (1-4) の計算を行う [7]。繰り返し計算を行うことで最終的に各リンクの D_{ij} を得て、その値を元にして餌場を結ぶネットワークトポロジーと各リンクを流れる Q_{ij} を求める。ここで、初期値 D_{ij} とパラメータ μ, I に依存して最終的なネットワークは決定される。

手老らが最初に提案した粘菌アルゴリズムと本論文で改変した粘菌アルゴリズムの差異について表2に概要をまとめる。詳細は各章で説明するが、第3章における粘菌アルゴリズムの適用例では初期ネットワークを既存ネットワークの値として、餌場に重みを付加した条件で計算を行い、最終的に各リンクの伝導率と輸送量を得る。第4章における適用例では初期状態をメッシュネットワークの値として、餌場のノードを固定して流入出力が変動する条件で計算を行い、最終的にネットワークトポロジーと各リンクの伝導率と輸送量を得る。

表 2: 粘菌アルゴリズムの適用例

適用例	初期ネットワーク	餌場の扱い	得られる結果
手老らの粘菌アルゴリズム [7]	ランダムメッシュ	ランダムに選択, 流量一定	トポロジーと各リンクの伝導率と輸送量
鉄道輸送量計画問題 (第3章)	既存ネットワーク	餌場に重みを付加	各リンクの伝導率と輸送量
需要量変動を伴うネットワーク設計 (第4章)	ランダムメッシュ	餌場ノード固定, 流量変動	トポロジーと各リンクの伝導率と輸送量

2.3 結論

本論文で改変して用いる粘菌アルゴリズムについて、ネットワーク内の二点を結ぶネットワーク設計問題への適用方法と三点以上を結ぶネットワーク設計問題への適用方法を紹介した。

いずれの方法においてもネットワーク内の各リンクを流れる輸送量 Q_{ij} を計算し、 Q_{ij} に応じて伝導率 D_{ij} を更新する、という手順を繰り返してネットワーク設計を行う。得られるネットワーク形態は D_{ij} の初期値やネットワーク内に流入する輸送量 I 、 D_{ij} の更新に用いる成長関数に依存する。

本研究ではパラメータ μ の値に依存して凹関数からシグモイド型の関数を表すことが可能なヒルの式を成長関数に採用して、 μ を変化させて得られるネットワークの解析を行う。

第3章 鉄道輸送量計画問題

先行研究 [7] で扱っている鉄道網の問題では粘菌アルゴリズムを応用してランダム格子を初期トポロジーとして計算し主要都市を結ぶ自由な形態のネットワークを得ている。しかし、実社会の問題として既にネットワークが存在した場合にはトポロジーに制約条件が生じる。本章では既存のネットワークにおいて各リンクの伝導率と輸送量を計算するため、初期状態を既存ネットワークの値に設定して粘菌アルゴリズムを適用する。既存ネットワークとして実存する鉄道路線ネットワークを採用する。制約条件をネットワークトポロジーと各駅の乗客数としたときに、鉄道路線ネットワークにおける伝導率と輸送量を粘菌アルゴリズムによって決定する問題となる。ただし、目的関数は無数に考えられるが、代表的な3種類の評価関数を用意して粘菌アルゴリズムがどのような解を導くかに着目する。

鉄道路線ネットワークにおける駅及び駅間を結ぶ線路はそれぞれノードとリンクに相当し、全ノードはソースまたはシンクとして扱われる。手老らの粘菌アルゴリズム (節 2.2) でも複数のソースやシンクを結ぶネットワーク設計を行っていたが、乗客数を制約条件としたネットワーク設計に直接適用できない。そのため、本研究では TPS (Two-Point Selection method), MPS (MultiPoint Selection method), CMPS (Complete MultiPoint Selection method) という3種類の改変型粘菌アルゴリズムを提案して JR 路線ネットワークに適用する。得られたネットワークについては、コスト、移動時間、事故時影響力を表す三つの評価関数を用いて評価を行うとともに、実際の鉄道路線を移動する旅客量分布と比較を行い考察する。

3.1 モデル

東日本旅客鉄道株式会社（JR）の首都圏に存在する 369 駅からなる鉄道ネットワーク（図 6）を対象として粘菌アルゴリズムを適用した輸送量分布計算を行う²。駅及び駅間を結ぶ線路はそれぞれノードとリンクに相当し、全ノードはソースまたはシンクとして扱う。輸送量 Q_{ij} は各駅間の旅客輸送量に相当し、リンク長 L_{ij} は実際の駅間距離に比例した定数とする [25]。ただし、鉄道ネットワークにおいて伝導率 D_{ij} は列車の運行頻度に収容力（編成車両数や車両の定員数など）を乗じた輸送力に相当するものと仮定する³。

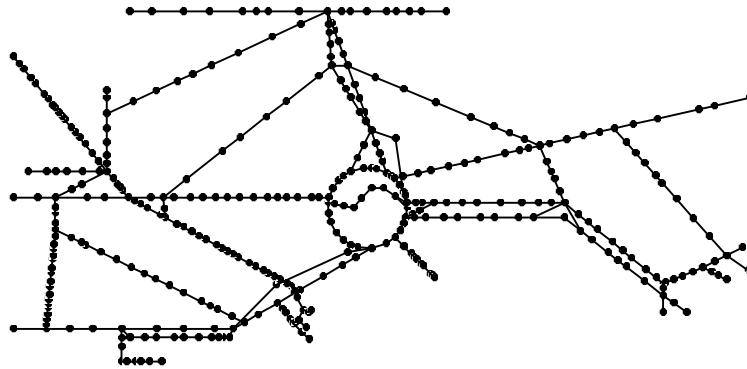


図 6: 対象とする JR 路線ネットワーク。黒丸及び実線はそれぞれ駅と線路を表す。

3.1.1 改変型粘菌アルゴリズム

手老らの初期のアルゴリズム [8] では一組のソースとシンクのノードを固定したまま Q_{ij} の計算と D_{ij} の更新を行っていた。ネットワーク設計に適用したアルゴリズム [7] では一組のソースとシンクをいくつかのノード

²対象とする JR 路線ネットワークは外側にも鉄道路線が広がる。対象の JR 路線ネットワークと対象外のネットワーク間で旅客の流入流出が小さくなるように端駅は乗客数が 1 万人/日以下の駅となるように設定する [23, 24]。

³本研究では D_{ij} を時間平均した輸送力であると想定する。 Q_{ij} に対する依存性はどのリンクでも一律であると仮定する。一律でない場合を想定するときはリンク毎に異なる成長式を設定すれば良い。

の中で選び直しながら Q_{ij} の計算と D_{ij} の更新を行っていた。本研究では全てのノードをソース及びシンクとして扱い、 Q_{ij} の計算を行う直前にソースとシンクを毎回選択する改変型アルゴリズムを提案する。ソースとシンクの選択方法の差異により改変型アルゴリズムは以下に説明する TPS, MPS, CMPS の三つに分類される。作成した三つのモデルを簡易なネットワークに適用した。その結果、提案した三つのモデルは計算時間と計算精度がトレードオフの関係となっていることが確認されたため、より複雑な鉄道ネットワークの計算には両者のバランスが良い MPS を採用した。式 (5) で定義した D_{ij} 変化に関わるパラメータ μ とソースからの湧き出し量 I_{in} をパラメータとしてそれぞれ D_{ij} が収束するまで計算を行う。

二点選択方式 (Two-Point Selection method; TPS)

TPS ではソースとシンクとなる一組のノードを選択して Q_{ij} を計算し、その後に D_{ij} を変更する⁴。この操作を各リンクの D_{ij} が収束するまで繰り返し、最終的な輸送量分布を得る。手老らの手法 [7] ではソースとシンクとなるノードをランダムに選択していたが、ここでは各駅の乗降者数に比例した確率でソースとシンクを選択する⁵。 D_{ij} の初期値は全てのリンクで $D_{ij}(0) = 1.0$ とする。時間刻み幅 $\Delta t = 0.001$ として数値計算を行う。この値は D の時間発展に対して十分に小さな値となっており、この値より小さくしても数値計算結果がほとんど変わらないことを確かめている。以上の設定条件は後で紹介する MPS 及び CMPS でも同一とした。

各時刻 t において全ノードの中からソース in とシンク out を一つずつ選択してから式 (1)–(3) に従い $Q_{ij}(t)$ を計算する。このとき、ソース in とシンク out の選択確率は各ノードに対応する駅の乗客数に比例させる。ネットワークにおいて単位時間当たりの乗客数は常に一定であると仮定して、ソース in からシンク out へ一定量 I_0 が送り出されるものとして、式 (3) において $I_{in} = I_0$ とする。 $D_{ij}(t)$ と得られた $Q_{ij}(t)$ を用いて式 (6) に従い $D_{ij}(t + \Delta t)$ を計算する。

⁴同時に複数組のソースとシンクを選択して輸送量計算を行う場合には重ね合わせの原理による輸送量の打ち消し合いが生じる。現実の鉄道路線ネットワークではこのような打ち消し合いは生じにくいと考えられるため、本研究ではソースとシンクを一組ずつ選択して Q_{ij} の計算を行う。ただし、第 4 章で扱う配電ネットワークでは現実でも生じる現象であるため、同時に複数のソースとシンクを選択して Q_{ij} の計算を行う。

⁵現実には人々の移動に駅間の依存関係（勤務地や住宅地の間では移動が盛んであるなど）が存在し、単純に駅の乗降者数に比例した確率で移動が行われるわけではない点に注意が必要である。

多点選択方式 (MultiPoint Selection method; MPS)

MPS では D_{ij} を変更する前にソースとシンクの選択と輸送量計算を複数回行う。ソース in とシンク out の選択と Q_{ij} の計算という二つの操作を各時間ステップにおいて n 回繰り返した後に D_{ij} の更新を行う方法を多点選択方式と呼び、MPS(n) と表す。ただし、各時間ステップでソースやシンクを重複して選択しても良いものとする。この方式では、同一の時間ステップ内でもソースとシンクが変更される度に Q_{ij} の値が変わるため、式 (6) において Q_{ij} の代わりに時間ステップ毎の平均輸送量 \bar{Q}_{ij} を

$$\bar{Q}_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n |Q_{ij}^{(k)}|, \quad (7)$$

と計算して用いる。ここで、 $Q_{ij}^{(k)}$ ($k = 1, 2, \dots, n$) は k 回目のソースとシンク選択直後に計算した Q_{ij} と定義する。輸送量計算においては、正規化のため TPS に準拠して $I_{in} = I_0/n$ として計算する。この方式においてもソースとシンクの選択確率は各ノードに対応する駅の乗客数に比例させる。なお、MPS(1) は TPS と全く同じ方式である。

全点選択方式 (Complete MultiPoint Selection method; CMPS)

CMPS では全てのソースとシンクの組み合わせについて輸送量計算を行う。各時間ステップで N 個のノードからなるネットワークにおける全てのソースとシンクの組み合わせ ${}_N C_2$ 通りについて輸送量計算を行った後に D_{ij} の更新を行う方法を全点選択方式と呼び、CMPS と表す。TPS と MPS ではソースとシンクの選択確率を駅の乗客数に比例させることでノードの重み付けを行っていたが、CMPS では全てのノードを選択するため、この方法によるノードの重み付けができない。そのため、ソース in とシンク out を選択した際に in から out へ流される輸送量 $I_{in}(= I_{out})$ が in, out の乗客数に依存するように

$$I_{in} = v_{in} \frac{v_{out}}{v_{tot} - v_{in}} \frac{I_0}{v_{tot}}, \quad (8)$$

として定義する。 v_{in} 及び v_{out} はそれぞれ in 及び out での乗降者数である。 v_{tot} は全ノードの乗客数の合計である。 in から out に移動する人数が $v_{in} \{v_{out}/(v_{tot} - v_{in})\}$ で計算できると仮定する。これは in での乗客数の内 out で降りる割合が $v_{out}/(v_{tot} - v_{in})$ であるという仮定に基づいている。分母において v_{tot} から v_{in} が引かれているのは in で乗車した人が同じ駅で降りることはないという仮定したためである。最後には正規化のために I_0/v_{tot} を乗じている。

3.1.2 収束値 Q_{ij}

節 3.1.1 で説明した数値計算を十分なステップ数に達するまで行っても、常にソースとシンクのノードを変更しているため D_{ij} はわずかに振動する。そのため、 D_{ij} の時間平均 $\bar{D}_{ij}(t)$ の変動が一定値以下に収まれば計算が収束したとみなす。 $\bar{D}_{ij}(t)$ を

$$\bar{D}_{ij}(t) = \frac{1}{T_1} \int_t^{t+T_1} D_{ij}(s) ds, \quad (9)$$

のように計算する。ただし、 $T_1 = 5$ とする。十分に収束したことを確認するために時間 T_2 毎に $\bar{D}_{ij}(t)$ と $\bar{D}_{ij}(t + T_2)$ の全リンクに対する残差二乗和 $\epsilon(t)$ を

$$\epsilon(t) = \frac{1}{M} \sum_{ij} \{ \bar{D}_{ij}(t + T_2) - \bar{D}_{ij}(t) \}^2, \quad (10)$$

として計算する。 M は総リンク数である。ここで、 $T_2 = 1$ とする。 $\epsilon(t) < \epsilon_c \equiv 10^{-6}$ を満たすような $\bar{D}_{ij}(t)$ を収束値とする。定常状態を仮定すると $d\bar{D}_{ij}/dt = 0$ となるため、式 (4) を変形した $f(|Q_{ij}|) - \bar{D}_{ij}(t) = 0$ を計算することで Q_{ij} の収束値が得られる。本研究では、試行実験の後に T_1 , T_2 , ϵ_c を適切と考えられる値に設定したが、ネットワークの形状や大きさによってこれらの値は適宜変更する必要がある。

3.1.3 ダイクストラ法を用いた輸送量計算

改変型粘菌アルゴリズムによる計算結果と比較するために、最短経路問題の解法としてよく知られているダイクストラ法 [26] を用いて鉄道路線ネットワークにおける輸送量計算を行う。鉄道路線ネットワークにおいて各駅で乗車した人が最短経路を利用して降車駅に移動すると仮定して各線路を通過する人数を計算する。

ネットワークの輸送量計算にダイクストラ法を適用する方法について、その例を図 7 に示す。 $q_{ij}^{(k)}$ は乗車駅 i から降車駅 j までの移動にリンク l_k を利用する人数を表す。節 3.1.1 の CMPS と同様に考えると、 i から j まで移動する人数は $v_i \cdot v_j / (v_{tot} - v_i)$ で表せる。ただし、 v_i 及び v_j はそれぞれ i 及び j での乗客数であり、 v_{tot} は全ノードの乗客数の合計である。つまり、図 7 の例では、 $q_{ij}^{(k)} = v_i \cdot v_j / (v_{tot} - v_i)$, $q_{ij}^{(m)} = 0$ となる。乗降車駅全ての組み合わせについて考慮すると、リンク l_k の輸送量 $q^{(k)}$ は

$$q^{(k)} = \sum_i \sum_j q_{ij}^{(k)} = \sum_i \sum_j \left(h_{ij}^{(k)} \cdot v_i \cdot \frac{v_j}{v_{tot} - v_i} \right), \quad (11)$$

として得られる。ただし、 $h_{ij}^{(k)}$ はノード i からノード j までの最短経路にリンク l_k が含まれていれば1, そうでなければ0となる変数である。

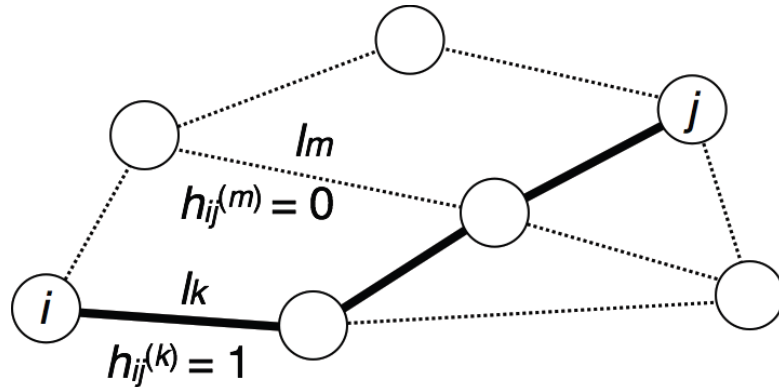


図 7: ダイクストラ法を輸送量計算に用いる際のネットワークの例。太線はノード i とノード j を結ぶ最短経路を表す。

3.1.4 評価関数

JR 路線ネットワークを対象として改変型粘菌アルゴリズムを用いた数値シミュレーションにより得られた計算結果を評価するためにコスト C_r , 移動時間 E , 事故時影響力 W という三つの評価関数を導入する。いずれの評価関数もその値が小さいほど評価が高いことを表す。

コスト C_r

コスト C_r はネットワークを維持するための費用を表し、鉄道路線ネットワークでは運営経費に営業キロを乗じた運営コスト [27] に相当する⁶。ネットワークの全体積に比例する値であり、

$$C_r = \sum_{ij} L_{ij} D_{ij}^{\frac{1}{2}}, \quad (12)$$

⁶ C_r の r は rail grid (鉄道網) の頭文字から取った。節 4.1.3 のコスト C_p と意味は同じだが、 D_{ij} の定義の差異により定義式を分ける。

で定義する．ここで，表1で定義したように粘菌の輸送管では $D_{ij}^{1/2}$ は管の断面積に相当する．それにリンク長 L_{ij} を乗じて求めたリンク l_{ij} の体積を全リンクについて和を取る．鉄道路線においては $D_{ij}^{1/2}$ は収容力や電車の運行頻度として考えることができる．

移動時間 E

移動時間 E はネットワークの利便性を表し，鉄道路線ネットワークでは任意の駅間を移動するのに必要となる時間に相当する．ノード間の移動に必要な最短時間を全ノードの組み合わせについて計算した総和として定義する．各リンクを移動する時間はリンク長 L_{ij} を速度 $Q_{ij}/D_{ij}^{1/2}$ で割ると求められる．任意のノード p からノード q までの最短移動時間は $\sum_{ij} (h_{pq}^{ij} \cdot L_{ij} D_{ij}^{1/2} / Q_{ij})$ で求められる．ここで， h_{pq}^{ij} は式(11)で用いた変数 $h_{ij}^{(k)}$ と同様に定義する．つまり， h_{pq}^{ij} はノード p からノード q までの最短経路にリンク l_{ij} が含まれていれば1，そうでなければ0となる変数である．節3.1.1のCMPSと同様に考えて，ノード p からノード q まで移動する人数を $v_p \cdot v_q / (v_{tot} - v_p)$ とすると，全ノードの組み合わせを考慮した移動時間 E は

$$E = \sum_p \sum_q \left\{ v_p \frac{v_q}{v_{tot} - v_p} \sum_{ij} \left(h_{pq}^{ij} L_{ij} \frac{D_{ij}^{1/2}}{Q_{ij}} \right) \right\}, \quad (13)$$

として定義できる．

事故時影響力 W

事故時影響力 W はネットワーク内のリンクが切断された際の影響力を表し，鉄道路線ネットワークでは自然災害や事故[28]により線路が分断されたときに影響を受ける人数に相当する．リンクが切断される確率はリンクの体積 $L_{ij} D_{ij}^{1/2}$ に比例すると仮定する．リンクが切断される確率に切断されたリンクを流れていた輸送量を乗じた値を全リンクで計算した総和として

$$W = \sum_{ij} L_{ij} D_{ij}^{1/2} Q_{ij}, \quad (14)$$

で定義する．

3.2 結果

まず改変型粘菌アルゴリズム (TPS, MPS(n), CMPS) を単純なネットワークに適用して計算の安定性と計算時間を基準に三つのモデルを比較・評価した (節 3.2.1). 次に比較・評価の結果より実用的であると判断された MPS(10) を JR 路線ネットワークに適用した (節 3.2.2). 改変型粘菌アルゴリズムの計算結果を比較・評価する対象としてダイクストラ法を用いた輸送量計算を JR 路線ネットワークに適用した (節 3.2.3). 最後に, 三つの評価関数 (コスト, 移動時間, 事故時影響力) を用いて改変型粘菌アルゴリズムによる計算結果の評価を行った (節 3.2.4).

3.2.1 TPS, MPS, CMPS の評価

3 種類の改変型粘菌アルゴリズム (TPS, MPS, CMPS) を用いて図 8 に示す単純なネットワークにおける輸送量計算を行い, CMPS による計算結果を基準にして各手法の評価を行った. CMPS を基準とした理由を以下に述べる.

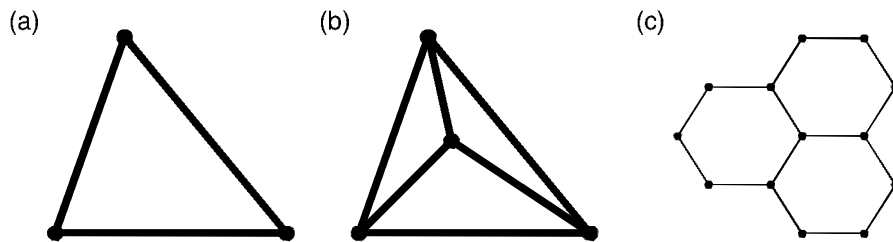


図 8: 改変型粘菌アルゴリズムの評価に用いる単純なネットワーク. (a) 三点ノードのネットワーク. (b) 四点ノードのネットワーク. (c) 六角格子ネットワーク. (文献 [22] より引用)

TPS では各時間ステップで確率的に選択したソースとシンクに従って輸送量計算を行い, 非線形な変化式 (式 (5)) に従い D_{ij} の変更を行う, という過程を繰り返すため試行毎で計算結果にばらつきが生じる. MPS(n) では各時間ステップでのソースとシンクの選択回数 n を増やすことで計算結果のばらつきは小さくなると考えられる. 一方, CMPS では確率的にソースとシンクの選択を行わないため, 計算結果は一意に決まる. このことから CMPS が最も安定した計算方法であると言える. しかし, CMPS は全ノードの組み合わせについて計算するため計算時間が膨大となり実用

的な手法ではない。つまり、計算の安定性と計算時間のバランスを考慮して TPS または MPS(n) の中から実用的な手法を選ぶ必要がある。

計算の安定性の指標として、CMPS により得られた Q_{ij}^{CMPS} と TPS または MPS(n) で得られた Q_{ij} の残差二乗和を総リンク数 M で割った値、つまり、(計算安定性) = $\sum_{ij} (Q_{ij}^{\text{CMPS}} - Q_{ij})^2 / M$ を用いる。図 8 の三つのネットワークに TPS, MPS(3), MPS(5), MPS(10) を適用して、初期値を一様に $D_{ij} = 1.0$ として各パラメータ μ で 20 回ずつ数値計算を行った。その結果から得られた計算安定性の平均値とパラメータ μ 依存性について図 9 に示す。値が小さいほど計算安定性は高いことを表す。値が 0 のときは CMPS と同等の安定性である。三点のノードで構成される単純で小さなネットワーク (図 8(a)) において、図 9(a) に示すように TPS 以外は概ね安定性は高い。四点のノードで構成されるネットワーク (図 8(b)) では、図 9(b) に示すように μ が小さいときと大きいときでは安定性が低い。さらに大きなネットワーク (図 8(c)) になると、図 9(c) に示すように μ が大きいときに安定性は低くなる。ただし、MPS(n) の n が小さいほどその傾向が顕著であることがわかる。

図 9(a) の $\mu = 2.0$ や図 9(b) の $\mu = 1.4$ では安定性が極端に低くなっている。これは TPS または MPS(n) と CMPS の計算結果でネットワーク形状に差異が生じているためである。例えば、図 9(a) の $\mu = 2.0$ では図 10 のようになっている。TPS での試行計算では 20 回中全ての場合でリンクが 3 本とも $D_{ij} > 0$ で残ったが、CMPS での計算では一本のリンクが $D_{ij} = 0$ となり、他の 2 本のリンクで D_{ij} は大きくなった。

大きなネットワーク (図 8(c)) に対して MPS(n) を適用したときの計算安定性の n 依存性のグラフを図 11(a) に示す。ここでは、パラメータは $\mu = 1.5$, $I_0 = 1.5$ と設定した。 n の増加に伴い安定性は急激に高くなることがわかる。パラメータ μ を変化させて計算を行ってもこの傾向は見られた。

計算時間の n 依存性のグラフを図 11(b) に示す。計算時間は n の増加に伴い線形に増加することがわかる。さらに、計算時間はネットワークの大きさに依存しており、 N 個のノードからなるネットワークでは CMPS による計算時間は $O(m^N)$ となる。したがって、大きなネットワークでは MPS を用いることで計算時間を大幅に短縮できる。

大きさの異なるネットワークに MPS(n) を適用したときの計算安定性を図 12 に示す。ネットワークが大きくなるほど最終的に得られる輸送量分布のバリエーションが増えるため計算安定性は低くなるが、ネットワークの大きさに関わらず n の増加に伴い計算安定性は急激に高くなる。

以上の結果より、大きなネットワークである JR 路線を対象として安定かつ現実的な計算時間で輸送量分布を計算可能な方式は MPS(n) となる。

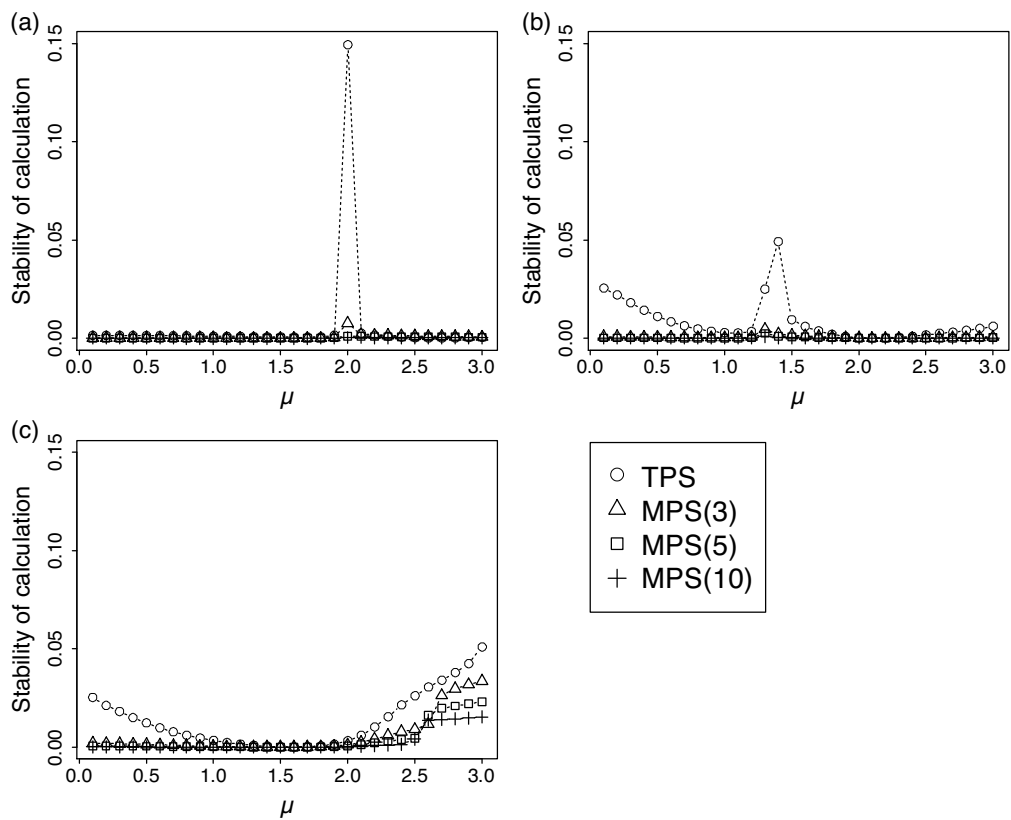


図 9: 計算安定性. $I_0 = 1.5$. (a) 三点ノードのネットワーク. (b) 四点ノードのネットワーク. (c) 六角格子ネットワーク. 丸, 三角, 四角, 及び十字はそれぞれ TPS, MPS(3), MPS(5), MPS(10) を適用した際の計算安定性を表す.

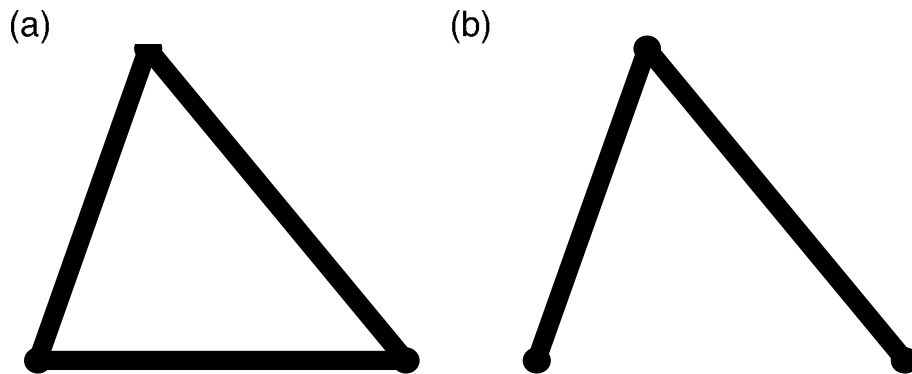


図 10: 三点ノードのネットワークにおける各リンクの D_{ij} の大きさ. $\mu = 2.0$. (a) TPS による計算結果. (b) CMPS による計算結果. (文献 [22] より引用)

特に計算時間と計算安定性のバランスを考慮して本研究では MPS(10) を適用した.

3.2.2 鉄道路線への適用

JR 路線ネットワークに対して MPS(10) を適用して数値シミュレーションを行った. 実際の旅客輸送量 [24] と数値シミュレーションで得られた Q_{ij} をそれぞれ図 13 と図 14 に示す. 図 13 において線の太さは駅間を移動する人数を表し, 図 14 において線の太さは数値シミュレーションで得られた収束値 Q_{ij} を表す. 現実系とシミュレーション結果が非常に似ていることが分かる.

各リンクにおける実際の旅客輸送量とシミュレーションにより得られた Q_{ij} の関係を図 15(a) に示す. おおよそ傾き 1 の線形な関係にあることが分かる. このときのシミュレーションはパラメータ $\mu = 1.5$ 及び $I_0 = 2.5$ のときであり, 相関係数は 0.94 となった.

様々なパラメータ μ, I_0 で計算した Q_{ij} と実際の旅客輸送量の相関係数を図 16 に示す. パラメータ I_0 の値に関わらず, 相関係数は $\mu \simeq 1.5$ でほぼ最大となっていることが分かる.

3.2.3 ダイクストラ法

JR 路線ネットワークにおいてダイクストラ法を適用したシミュレーション結果と実際の旅客輸送量の関係を図 15(b) に示す. おおよそ線形な関係を示しているが, 改変型粘菌アルゴリズム (MPS(10)) の結果 (図 15(a))

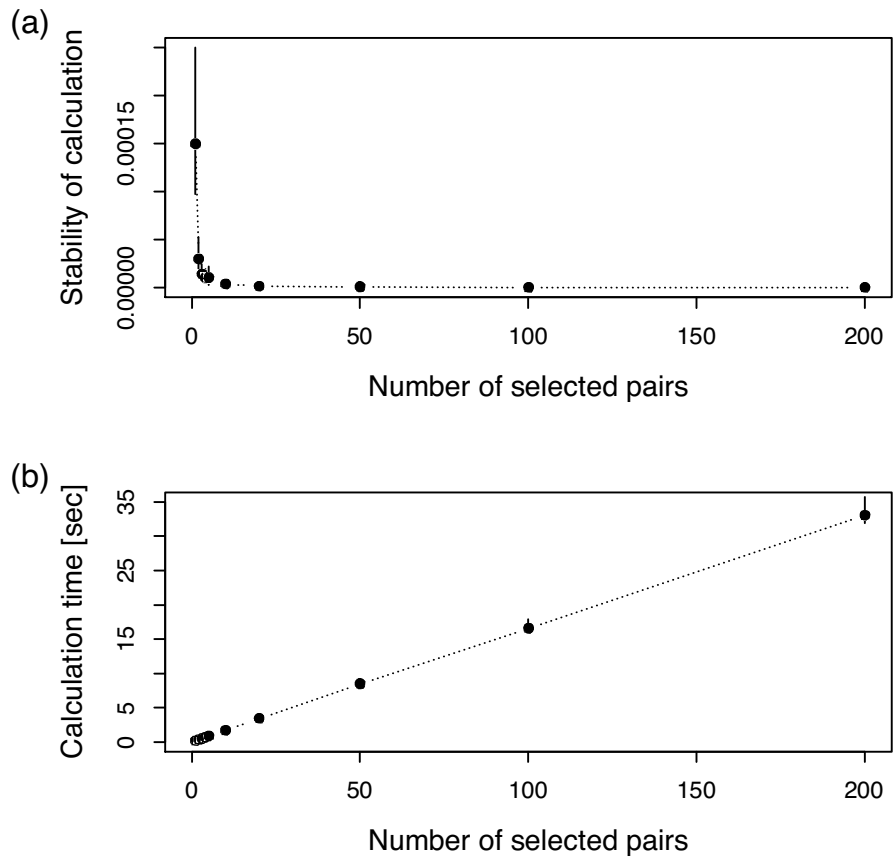


図 11: MPS(n)を六角格子ネットワーク (図 8(c)) に用いたときの計算安定性と計算時間. $\mu = 1.5$, $I_0 = 1.5$. (a) 計算安定性の n 依存性. (b) 計算時間の n 依存性.

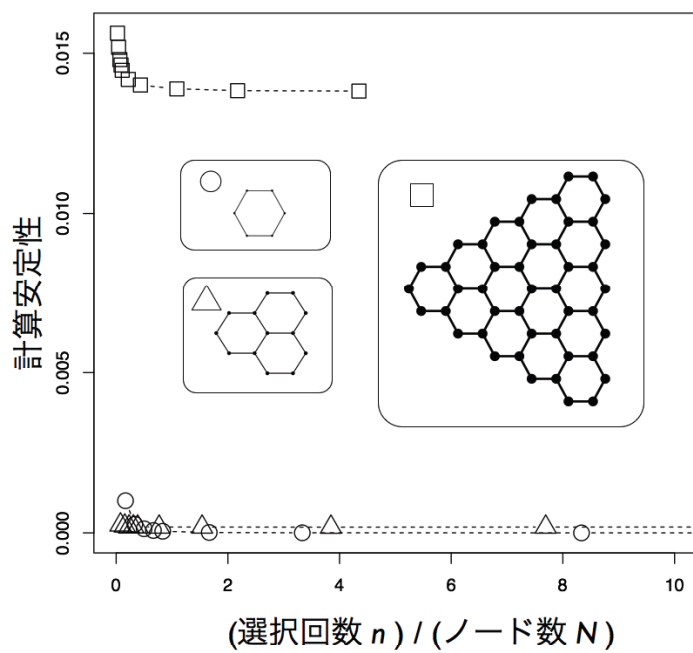


図 12: 大きさの異なるネットワークに $MPS(n)$ を用いたときの計算安定性. $\mu = 1.5, I_0 = 1.5$. 丸, 三角, 四角はそれぞれ 6, 13, 46 個のノードで構成される六角格子ネットワークに適用した結果を表す. (文献 [22] より改変)

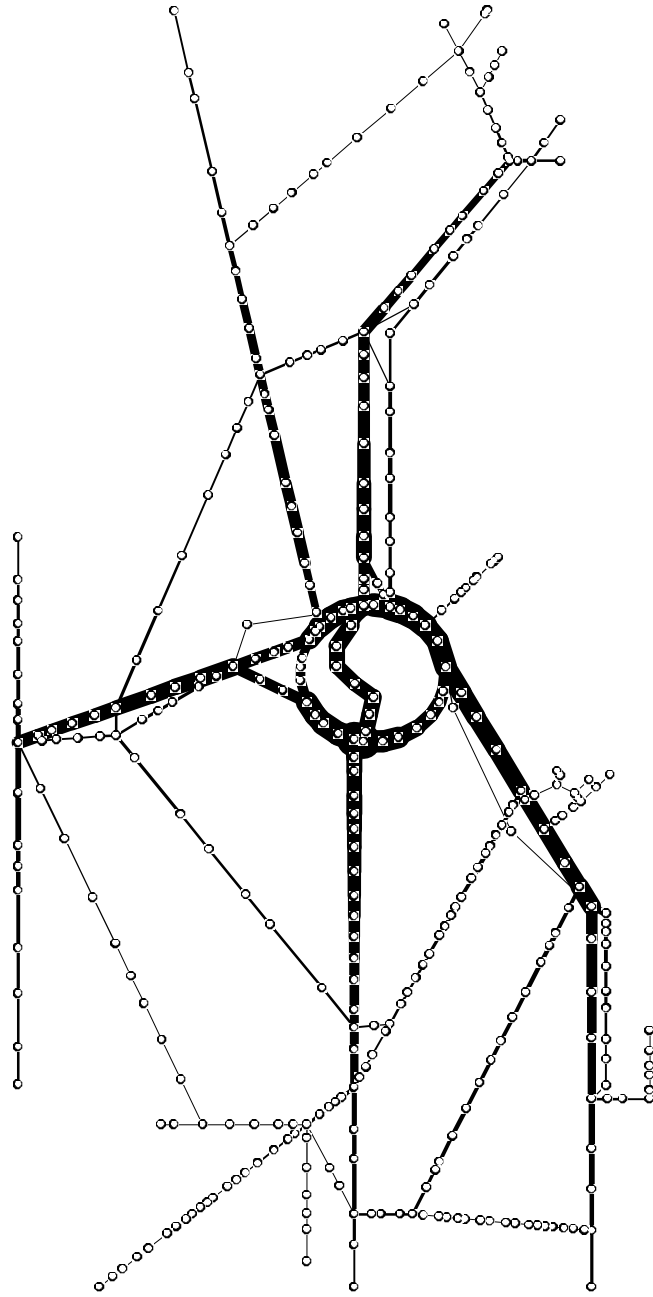


図 13: JR 路線ネットワークにおける実際の旅客輸送量. 白丸及び実線はそれぞれ駅と線路を表す. 線の太さは駅間を移動する人数を表す. (文献 [22] より改変)

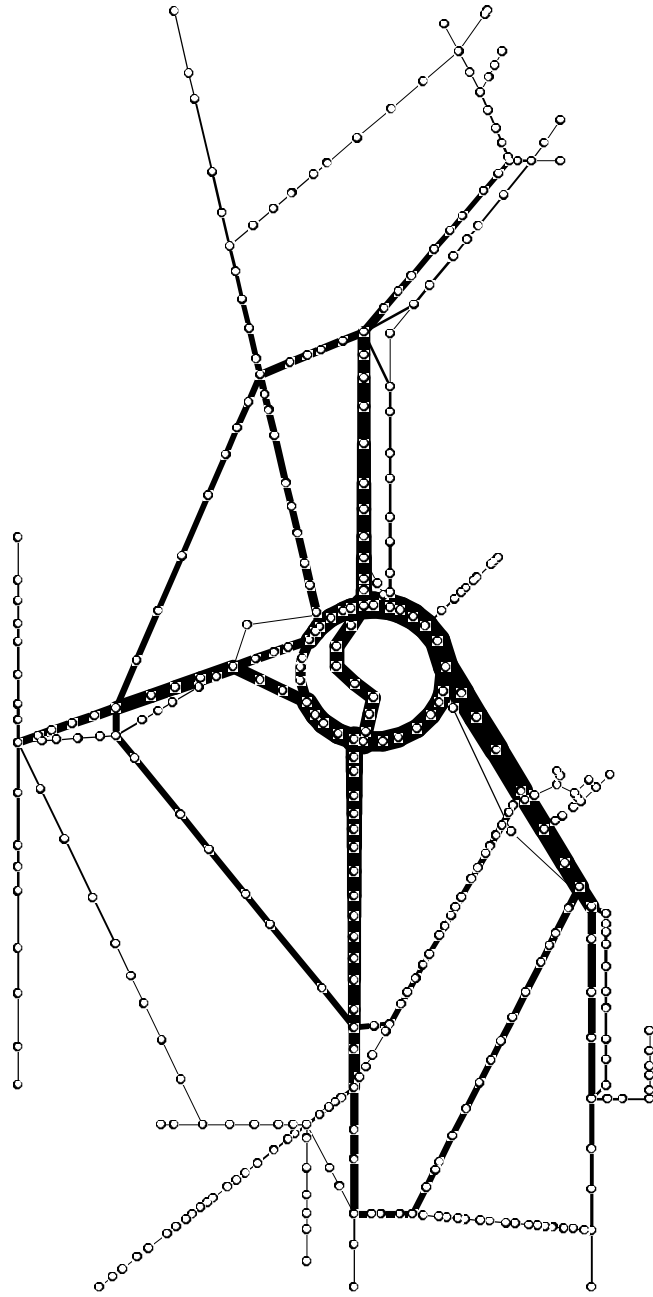


図 14: JR 路線ネットワークにおける数値シミュレーションにより得られた Q_{ij} . 白丸及び実線はそれぞれ駅と線路を表す. 線の太さは得られた Q_{ij} を表す. シミュレーションは MPS(10) を用いて $\mu = 1.5$, $I_0 = 2.5$ の条件で計算した. 実際の旅客輸送量とシミュレーションで得られた Q_{ij} の相関係数は 0.94 である. (文献 [22] より改変)

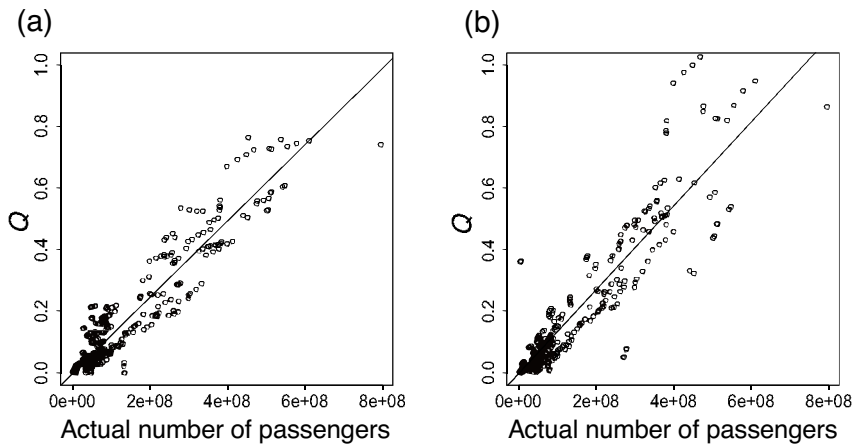


図 15: JR 路線ネットワークの各リンクにおける実際の旅客輸送量とシミュレーションで得られた輸送量の関係. (a) MPS(10) を用いたシミュレーションの場合. 条件は $\mu = 1.5$, $I_0 = 2.5$. 相関係数は 0.94. (b) ダイクストラ法を用いたシミュレーションの場合. 相関係数は 0.91. (a) との比較のため輸送量は $c = 6.41 \times 10^{-2}$ を乗じて規格化している. (文献 [22] より引用)

と比較すると Q_{ij} と実際の旅客輸送量の差が大きなリンクが多いことが分かる. 相関係数を計算すると 0.91 となり, MPS(10) を適用した場合の相関係数 0.94 よりも小さな値となった.

3.2.4 評価関数

JR 路線ネットワークを対象にして行った MPS(10) のシミュレーション結果に対する評価関数 C_r , E , W を図 17 に示す. パラメータ μ が大きくなるに従い C_r , E は急激に小さくなり, $\mu = 2.0$ 辺りで傾きが緩やかになっている. 一方, W は $\mu = 1.0$ 辺りから大きくなる. つまり, $1.0 \leq \mu \leq 2.0$ の範囲では三つの評価関数の値が良くなる多目的最適化された状態であることが分かる.

ダイクストラ法を用いて計算した輸送量分布については, D_{ij} の値を考慮していないため評価関数 C_r , E , W は示せない.

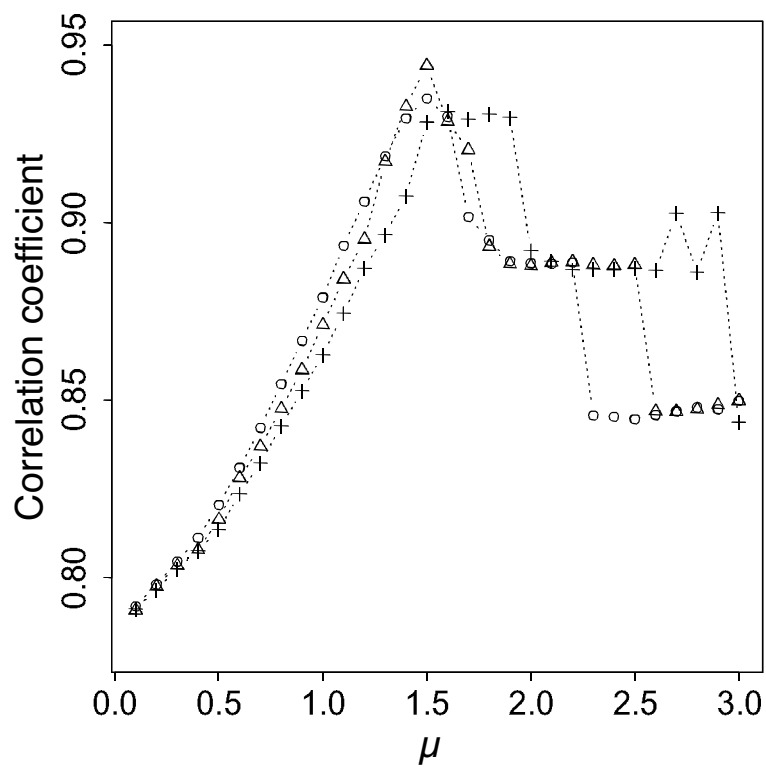


図 16: JR 路線ネットワークで MPS(10) を適用して得られた Q_{ij} と実際の旅客輸送量の相関係数のパラメータ μ , I_0 依存性. 丸, 三角, 十字はそれぞれ $I_0 = 1.5, 2.5, 3.5$ のときに対応する. (文献 [22] より引用)

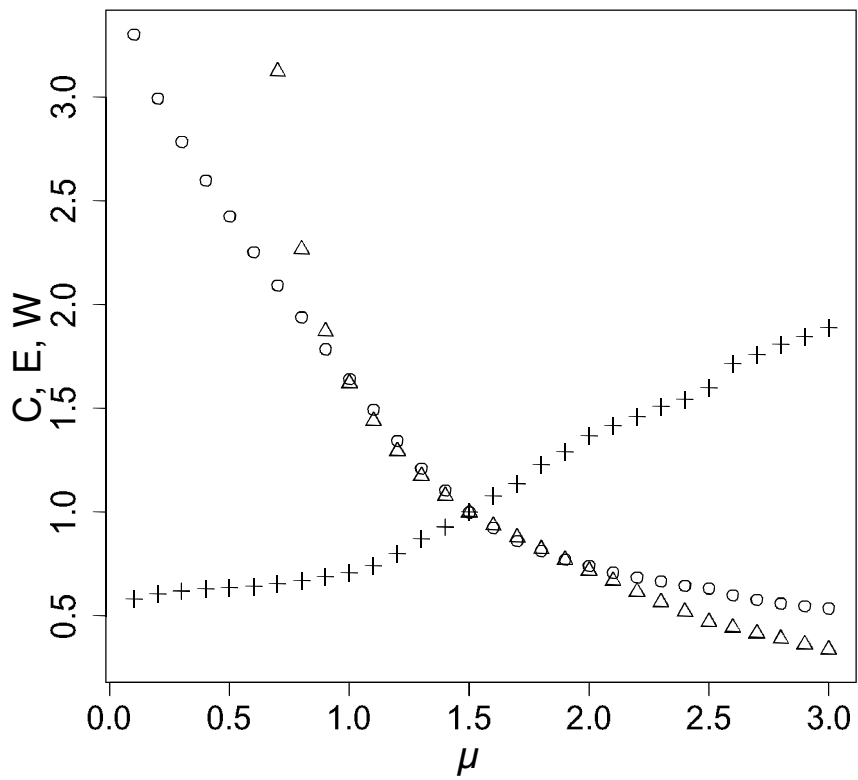


図 17: JR 路線ネットワークに MPS(10) を適用して得られた結果に対する評価関数の μ 依存性. $I_0 = 2.5$. 評価関数はその値が小さいほど高い評価である. 丸, 三角, 十字はそれぞれ C_r , E , W を表す. C_r , E , W は各評価関数の $\mu = 1.5$ のときの値で規格化している. (文献 [22] より引用)

3.3 考察

節 3.2.1 では 3 種類の改変型粘菌アルゴリズム (TPS, MPS(n), CMPS) を単純なネットワークに適用した。輸送量を最も安定して計算できる手法が CMPS であり、短い計算時間となる手法が TPS であった。計算安定性と計算時間の両方を考慮したとき、今回扱った鉄道路線のように大きなネットワークを対象とした場合に実用的な手法は MPS(10) であった。

節 3.2.2 では JR 路線ネットワークにおいて MPS(10) を適用して輸送量計算を行った。得られた結果については比較のために現実の旅客輸送量との相関係数を計算して図 16 にまとめた。ここでは、パラメータ I_0 に関わらず $\mu \approx 1.5$ で相関係数が最大となることがわかった。この値では Q_{ij} に対する管の成長速度関数 (式 (5)) がシグモイド型となる。式 (5) に関する説明で述べた生物的に自然な範囲の μ で実際の JR 路線の輸送量との相関係数が高いということは、人為的に敷設してきたはずの鉄道路線が生物のような成長をしてきたという可能性を示唆している。各パラメータを変化させた中で最も相関係数が高くなったのは $\mu = 1.5$, $I_0 = 2.5$ のときであり、その値は 0.94 であった。MPS(10) を適用して得られた結果は評価関数 C_r , E , W を用いて評価を行い図 17 にまとめた。パラメータの範囲が $1.0 \leq \mu \leq 2.0$ のときに三つの評価関数ともにバランスの良い値となる多目的最適化された輸送量になることが分かった。このことと図 16 にまとめた相関係数のピークを合わせて考えると、実際の JR 路線ネットワークの輸送量も多目的最適化された状態に近いということがわかる。

ダイクストラ法を用いて計算した輸送量分布も実際の輸送量分布との相関係数が高かったが、粘菌アルゴリズムを用いて計算した輸送量分布と実際の輸送量分布との相関係数には及ばなかった。これは人間が作る輸送量分布が単純に最短経路を通るという目的に基づいたルールだけでは説明できないということを示唆している。

ダイクストラ法を用いた方法では計算される輸送量は任意のネットワークにおける一意解である。一方、粘菌アルゴリズムでは D_{ij} の時間発展を追った計算が可能である [8]。つまり、ダイクストラ法を用いた方法では既存ネットワークでの輸送量分布を計算することしかできないが、粘菌アルゴリズムを用いた方法では既存ネットワークを初期状態として与えた場合に輸送量分布がどのように変化するかを計算することができる。改変型粘菌アルゴリズムはネットワークの突発的な変化を含んだ状況に対して非常に有効となる。 D_{ij} の初期値に依存してどのように輸送量分布が変化するかを計算した例を以下に示す。

山手線は主要路線であり東京での通勤通学によく利用されている。2008 年に山手線の混雑緩和を目的の一つとして副都心線が新宿を經由して池袋と渋谷を結ぶバイパス路線として敷設された (図 18(a, b))。この状況を

シミュレーションするために図 18(a) に示すように池袋駅，新宿駅，渋谷駅を表す三つのノードからなる簡単なネットワークを作成し，改変型粘菌アルゴリズムを適用して計算を行った．計算が収束した後，副都心線を模擬した新たなリンクを池袋駅と渋谷駅を結ぶように導入した（図 18(b)）．図 18(c) に新規導入したリンクの初期値 D_0 と最終的な D_∞ の関係を示す．ここで D は列車の運行頻度と考えると分かりやすい．初期の D_0 に依存して最終的な D_∞ に差異が現れていることが分かる．図 18(b, c) 中の (I) に示すように初期値 D_0 が大きければ山手線と副都心線が両方とも残る．一方，図 18(b, c) 中の (II) に示すように初期値 D_0 がある値よりも小さいと副都心線は最終的になくなる．このような初期値に依存した適応過程をダイクストラ法を用いた方法で扱うことは困難である．

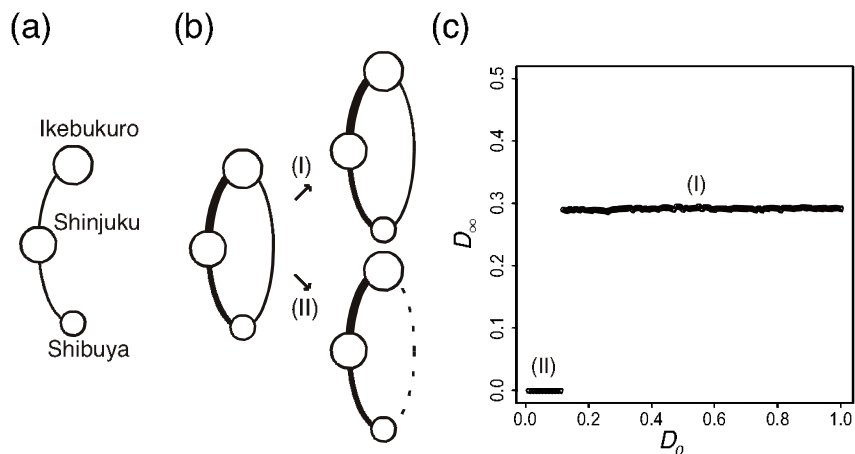


図 18: 新規バイパス導入のシミュレーション結果. (a) 導入前. (b) 導入後. (c) 新規バイパスにおける導入時の運行頻度 D_0 と最終的な運行頻度 D_∞ の関係. 計算で扱う乗客数は現実のものと比例させており，池袋，新宿，渋谷の各駅で 12, 11, 7 としている．リンク長 L_{ij} も現実の駅間距離に比例させている． $L_{Ikebukuro, Shinjuku} = 4.8$, $L_{Shinjuku, Shibuya} = 3.4$, $L_{Ikebukuro, Shibuya} = 8.9$. $\mu = 1.5$, $I_0 = 3.0$. (文献 [22] より引用)

3.4 結論

粘菌アルゴリズムを用いて既存の鉄道路線ネットワークにおける輸送量計画問題に取り組んだ。既存ネットワークにおける輸送量分布計算を行うために粘菌アルゴリズムを改変して三つのモデルを考案した。三つのモデルを計算精度と計算時間の両面から比較し、両者のバランスが良いモデルを鉄道路線ネットワークでの輸送量分布計算に採用した。その際、リンクの伝導率成長に関わるパラメータを変化させて、輸送量分布に与える影響を調査した。得られた輸送量と伝導率に対して、三つの評価関数（コスト、移動時間、事故時影響力）を用いて評価した。成長パラメータに依存して、高コストでかつ移動時間は長い事故時影響力の小さい輸送量分布や事故時影響力は大きい低コストで移動時間の短い輸送量分布などが得られた。輸送量分布については相関係数を用いて実際の輸送量分布との比較を行った。成長パラメータをある特定の範囲に設定して計算すると実際の輸送量分布と近い結果が得られることがわかった。この範囲は各評価関数のバランスが良くなる多目的最適化された輸送量分布が得られる範囲とも一致する。対照実験として、最短経路問題で一般的に用いるダイクストラ法を応用して輸送量分布を計算し、相関係数を用いて実際の輸送量分布と比較した。この場合でも実存ネットワークに近い輸送量分布が得られたが、粘菌アルゴリズムで計算した分布の方がより実存ネットワークのものとの相似性が高いことがわかった。ところで、粘菌アルゴリズムにおける伝導率の成長式は生体内の化学反応を表す際に用いるヒルの式を採用したのだが、多目的最適化された輸送量分布はこの式の成長パラメータを生物的に自然な範囲で設定したときに得られることもわかった。

第4章 需要変動を伴うネットワーク設計

先行研究 [7] では輸送ネットワークにおけるソースからの流入量及びシンクからの流出量が一定の条件でネットワーク設計を行っていた。しかし、実社会では輸送ネットワークの輸送量は時間変動する場合が多い。例えば、鉄道路線ネットワークにおける駅利用者数やインターネットにおけるデータ通信量、電力網における電力消費量などが挙げられる [19]。本研究では配電ネットワークを想定して変電所をソース、需要家をシンクとして設定し、流入量及び流出量を周期的時間変動させた条件でネットワーク設計を行う。配電ネットワークでは需要家における電力消費量（需要量）は日・週・年周期などで時間変動しており、変動の様子も各需要家により異なる [19]。制約条件を時間変動する需要量としたときに、粘菌アルゴリズムを適用して配電ネットワークにおける伝導率と輸送量、ネットワークポロジを決定する問題となる。ただし、目的関数は無数に考えられるため、3種類の評価関数を用意して粘菌アルゴリズムがどのような解を導くかに着目する。

4.1 モデル

配電ネットワークのトポロジーと各電線を通る電流量を決定する問題を扱う。実際の配電ネットワークでは一つの変電所の下に複数の需要家が接続されているが、本研究では得られるネットワークの解析を行いやすいように、一つの変電所（ソース）と二つの需要家（シンク）で構成される抽象化された単純な三角格子ネットワークを対象とした。需要量の変動を想定して、ソースからの流入量とシンクからの流出量変動するように設定する。このネットワークに改変した粘菌アルゴリズムを適用し、得られるネットワークについてトポロジーの分析を行うとともに三つの評価関数（損失、コスト、脆弱性）で評価を行う。

4.1.1 配電ネットワーク設計への適用

第2章で紹介した粘菌アルゴリズムを改変して図19に示すネットワークに適用する。ネットワークを構成するリンクとノードは、それぞれ、配電ネットワークにおける電線と電柱に相当する。リンクが持つ変数 L_{ij} , D_{ij} , Q_{ij} は、それぞれ、配電ネットワークにおける電線長、単位長当たりのコンダクタンス、電流量を表す（表1）。図19に示したネットワークでは全てのリンクについて $L_{ij} = 1.0$ と設定した。

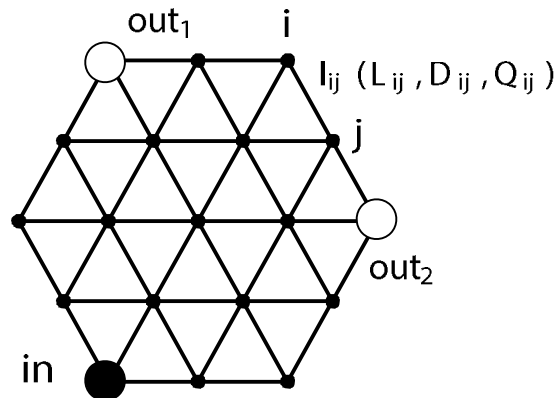


図 19: 粘菌アルゴリズムを用いて計算を行うネットワーク。in（黒丸）、out_{1,2}（白丸）はソースとシンクを表す。ノード i, j を繋ぐリンク l_{ij} は電線長 L_{ij} と単位長当たりのコンダクタンス D_{ij} 、電流量 Q_{ij} の変数を持つ。（文献 [29] より引用）

ここでは、湧き出し口となるソース in と吸い込み口となる二つのシンク

ク $out_{1,2}$ が存在するため、式 (2), (3) の代わりに

$$\sum_i Q_{ij} = \begin{cases} 0, & j \neq in, out_{1,2}, \\ -I_{in}, & j = in, \\ I_{out_{1,2}}, & j = out_{1,2}, \end{cases} \quad (15)$$

$$I_{in} = I_{out_1} + I_{out_2}, \quad (16)$$

を用いる。変動条件を導入するために、シンク $out_{1,2}$ における吸い込み量 (需要量) を単純な正弦振動として

$$I_{out_1} = 1 + \sin \omega t, \quad I_{out_2} = 1 + \sin(\omega t + \phi), \quad (17)$$

で定義する。ここで、 ω は角振動数、 t は時間、 ϕ はシンク $out_{1,2}$ における需要変動の位相差を表す。式 (17) において、主要な解析では $\omega = 2\pi/T = 2\pi \times 10^2$ と設定した。ここで T は振動周期であり、 T が D_{ij} の時間発展において (式 (4))、減衰過程の時定数⁷ より十分小さくなるように $T = 2\pi/\omega = 10^{-2}$ と設定した。振動数を $2\pi \times 10^{-1} \leq \omega \leq 2\pi \times 10^7$ の範囲でも検討したが、それについては節 4.4 で述べる。

4.1.2 収束値 D_{ij} とリンクの除去

式 (15)–(17) 及び式 (1) による Q_{ij} の計算と式 (6) による D_{ij} の計算を繰り返し行う。ただし、振動する需要量の影響で十分に時間が経過した後でも D_{ij} は振動し続けるため (節 4.4 参照)、以下のように指標を設けて収束判定を行う。

まず、時刻 t における D_{ij} の変動量の平均値を

$$\epsilon(t) = \frac{1}{M} \sum_{ij} \{D_{ij}(t+nT) - D_{ij}(t)\}^2, \quad (18)$$

として定義する。ここで、 $n (= 100)$ は供給量及び需要量の振動回数であり、 M は総リンク数である。 $\epsilon(t) < \epsilon_c \equiv 10^{-26}$ となるとき、 D_{ij} が収束したと判定する。

時刻 $t + nT$ における 1 周期分の平均値 \bar{D}_{ij} を

$$\bar{D}_{ij}(t) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} D_{ij}(s) ds, \quad (19)$$

⁷式 (4) で $Q_{ij} \simeq 0$ と仮定したときに $dD_{ij}/dt \simeq -D_{ij}$ となり、時定数はおよそ 1 と計算できる。

として定義する。収束判定が成立した後は $\bar{D}_{ij}(t)$ を \tilde{D}_{ij} と表記する。 \tilde{D}_{ij} が閾値 D_{\min} 未満となるリンクは除去されたものとして \tilde{D}_{ij} を 0 として扱い、トポロジーの分類や評価関数による評価を行う。本研究ではマシンイプシロンを考慮して $D_{\min} \equiv 10^{-13}$ とする。 D_{ij} の収束判定に用いる閾値 ϵ_c は D_{\min} より十分に小さい値になっている。以上のように粘菌アルゴリズムにより得られた D_{ij} を定義して、導出されるネットワークトポロジーを図 20, 21 にまとめた。

4.1.3 評価関数

粘菌アルゴリズムを適用して得られたネットワークを評価するために損失 P 、コスト C_p 、脆弱性 V という三つの評価関数を導入する。いずれの評価関数も小さな値ほど良い評価値である。

損失 P

損失 P は配電ネットワークにおける電力損失 (電流)² × (電気抵抗) の計算式を元にして定義する。つまり、リンク l_{ij} の損失は Q_{ij}^2 に L_{ij}/\tilde{D}_{ij} を乗じたものとして定義できる。ネットワーク全体の損失を計算するために各リンクで計算した損失を全てのリンクについて足し合わせて、

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \left\{ \sum_{ij} Q_{ij}^2(t) \frac{L_{ij}}{\tilde{D}_{ij}} \right\} dt, \quad (20)$$

として定義する。ここで、 Q_{ij} は式 (1) 及び式 (15)–(17) により得られる。 Q_{ij} が振動するため損失は電流の入出力の振動一周期に渡り平均している。

以上の評価関数では時間変動する $D_{ij}(t)$ ではなく収束時の平均値 \tilde{D}_{ij} を用いた。これは実際の配電ネットワーク設計を考えたときに電線のコンダクタンスは容易に変えることができないためである。しかし、粘菌の輸送管ネットワークや蟻のトレイルパターンのような自然のネットワークを考えた場合には時間変動する $D_{ij}(t)$ を想定することは可能である。その場合には、式 (20) において \tilde{D}_{ij} ではなく $D_{ij}(t)$ を用いた評価関数を

$$P_t = \frac{1}{T} \int_0^T \left\{ \sum_{ij} Q_{ij}^2(t) \frac{L_{ij}}{D_{ij}(t)} \right\} dt, \quad (21)$$

と定義して用いれば良い。

コスト C_p

コスト C_p はネットワークを建設するための、もしくは、維持するための評価関数であり、ネットワークの体積に比例するものとして考える⁸。配電ネットワークの場合は表1で示したように各リンクの断面積が D_{ij} に比例するため、

$$C_p = \sum_{ij} L_{ij} \tilde{D}_{ij}, \quad (22)$$

として定義する。ただし、粘菌の輸送管ネットワークの問題を解く場合には太さ D_{ij} と管径 r_{ij} の関係が $D_{ij} \propto r_{ij}^4$ となるため、 $C = \sum_{ij} L_{ij} \tilde{D}_{ij}^{1/2}$ を適用すべきである [8, 22] (表1, 式(12))。更に $D_{ij}(t)$ が時間変動する場合には、コスト C_t を

$$C_t = \frac{1}{T} \int_0^T \left\{ \sum_{ij} L_{ij} D_{ij}(t) \right\} dt, \quad (23)$$

として定義する。

脆弱性 V

脆弱性 V は、リンクをランダムに1本除去したときに out_1 もしくは out_2 と in を繋ぐ経路のどちらかが消滅する確率として定義する。除去されるリンクはその長さに比例した確率で選択されるものとする。つまり、リンク l_{ij} が除去される確率はリンク長 L_{ij} を総リンク長 L_{tot} で除した値となる。ただし、図19のリンクの長さは一様であるため、ここでは各リンクは等確率で除去されるものとする。つまり、脆弱性は

$$V = \sum_{ij} G_{ij} \frac{L_{ij}}{L_{tot}}, \quad (24)$$

により計算できる。ここで、 G_{ij} はリンク l_{ij} を除去した際のソースとシンクの非連結性を表す変数である。 l_{ij} を除去した際に in から out_1 もしくは out_2 への経路が消滅すれば G_{ij} は1とし、両方の経路とも残っていれば G_{ij} は0として計算する。

節3.1.4で定義した事故時影響力 W を用いると、各電線の断線事故確率に断線した電線を流れていた電流を乗じた値の総和が計算される。断線された電線を流れていた電流が大きいほど事故時の影響力は大きいため事

⁸ C_p の p は power grid (電力網) の頭文字から取った。節3.1.4のコスト C_r と意味は同じだが、 D_{ij} の定義の差異により定義式を分ける。

故時影響力として評価関数 W を用いることが可能だが、ここでは需要家への供給に着目した脆弱性 V を用いて評価を行う。

4.2 結果

需要量が一定の条件と変動する条件で粘菌アルゴリズムによるネットワーク設計を行った。各条件で得られたネットワークについてトポロジー別に分類を行うとともに、ネットワーク形態について三つの評価関数（損失、コスト、脆弱性）を用いて評価を行った。

4.2.1 一定需要量の場合

需要量が変動する条件を導入する前に需要量が一定の条件でネットワーク設計を行う。需要量が一定となるように式(17)は用いずに $I_{out_1} = I_{out_2} = 1$ と設定する。初期値については全てのリンクで一様に $D_{ij} = 1.0$ とするか、平均 1.0、標準偏差 0.1 の正規分布で与えて $D_{ij} = N(1.0, 0.1)$ とした。パラメータ $0 < \mu < 5.0$ の範囲で計算した結果、トポロジーで分類すると図 20 に示す 8 種類のネットワークが得られた。 μ が大きくなるに

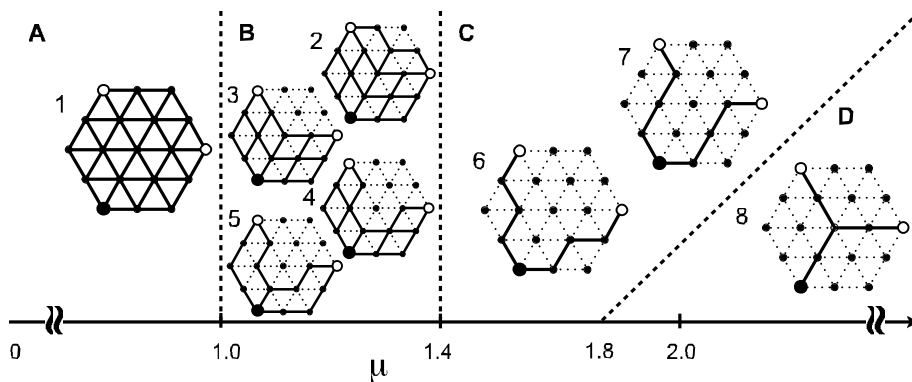


図 20: 一定需要量の条件で得られたネットワークトポロジーの μ 依存性。実線と点線は、それぞれ、生存したリンクと消滅したリンクを表す。表記法は図 19 と同じ。A メッシュ型 (1 型), $0 < \mu < 1$. B 部分メッシュ型 (2-5 型), $1 < \mu \lesssim 1.4$. C V 字型 (6-7 型), $\mu \gtrsim 1.4$. D Y 字型 (8 型), $\mu \gtrsim 1.8$. ここで型番号は図 21 のものに対応する。初期値 $D_{ij} = 1.0$ で一様するとき, $1.4 \lesssim \mu \lesssim 2.2$ で V 字型が得られ, $\mu \gtrsim 2.3$ で Y 字型が得られた。(文献 [29] より引用)

従い、密なネットワークから疎なネットワークに変化する。 μ が小さいとき ($\mu \lesssim 1.4$)、ネットワークはループを含んだメッシュ構造を形成する (図 20A, 20B)。 μ が大きいとき ($\mu \gtrsim 1.4$)、ネットワークは樹状構造を形成する (図 20C, 20D)。さらに、メッシュネットワークは完全メッシュ (1 型; 図 20A) と部分メッシュ (2-5 型; 図 20B) の二つに分類できる。

樹状ネットワークはV字型 (6-7型; 図20C) とY字型 (8型; 図20D) の二つに分類できる。 $\mu \gtrsim 1.8$ ではY字型ネットワークが出現する。ここで、Y字型は in から $out_{1,2}$ を結ぶ経路の途中で共有部分が存在する樹状ネットワークであり、V字型は in から $out_{1,2}$ への各経路がそれぞれ独立している樹状ネットワークである。

4.2.2 変動需要量の場合

需要量変動する条件を導入した式 (17) を用いてネットワーク設計を行った。初期値については全てのリンクで一様に $D_{ij} = 1.0$ とするか、平均1.0、標準偏差0.1の正規分布で与えて $D_{ij} = N(1.0, 0.1)$ とした。パラメータ $0 < \mu \leq 5.0$ の範囲で計算した結果、図21に示す20種類のネットワークが得られた。

パラメータ μ と得られたネットワーク型の関係を図22に示す。ネットワーク型のパラメータ μ 依存性は需要量一定の場合と似ている。 $0 < \mu < 1$ のときに完全メッシュ (1型) が得られ、 μ が1より大きくなると部分メッシュ (2-5, 9-19型) となり、 $\mu > 1.5$ のとき、V字型 (6-7, 20型)、もしくは、Y字型 (8型) のネットワークが得られた。特に、一定需要量の場合と比較すると、変動需要量の場合は $1 \lesssim \mu \lesssim 1.8$ でトポロジーのバリエーションが豊富になっており、2-5型に加えて9-19型の部分メッシュが新たに得られた。V字型ネットワークとしても20型が新たに得られた。

図23A-Dに四種類の初期値 (Aでは $D_{ij} = 1.0$ で一様とし、B-Dでは D_{ij} はランダムに与えている。) を設定して計算したネットワーク型の μ, ϕ 依存性を示す。いずれの初期値で計算した場合でも $\mu < 1$ では位相差 ϕ の値に関わらず完全メッシュのみが得られるが、 $\mu > 1$ で得られるネットワークのトポロジーは成長パラメータ μ だけでなく位相差 ϕ と初期値 D_{ij} に依存する。 $\mu \gtrsim 1.7$ ではネットワークトポロジーの ϕ 依存性が顕著になる。 $out_{1,2}$ での需要量が同位相 ($\phi \sim 0$) で変動する場合はV字型が得られやすく、反対位相 ($\phi \sim \pi$) に近づくほどY字型が得られやすくなる。ただし、 ϕ 依存性は初期値 D_{ij} にも影響される。例えば、初期値が一樣な場合 (図23A) と一様でない場合 (図23B-D) を見ると細かな部分で差異が見られるが、上述の傾向は共通して見られる。 $\mu \lesssim 1.7$ の範囲では基本的に部分メッシュが得られた。

図24に示すように部分メッシュの中でも位相差 ϕ に依存して得られるトポロジーは異なる。例えば、4, 5, 17型などは位相差 $\phi \simeq 0$ の範囲で得られやすく、10, 11, 16型などは位相差 $\phi \simeq \pi$ の範囲で得られやすい。

ここで、図21に戻る。非対称なネットワークとして19, 20型が得られたが、反転型が得られないのは位相差を $0 \leq \phi \leq \pi$ の範囲で設定して計算しているためである。

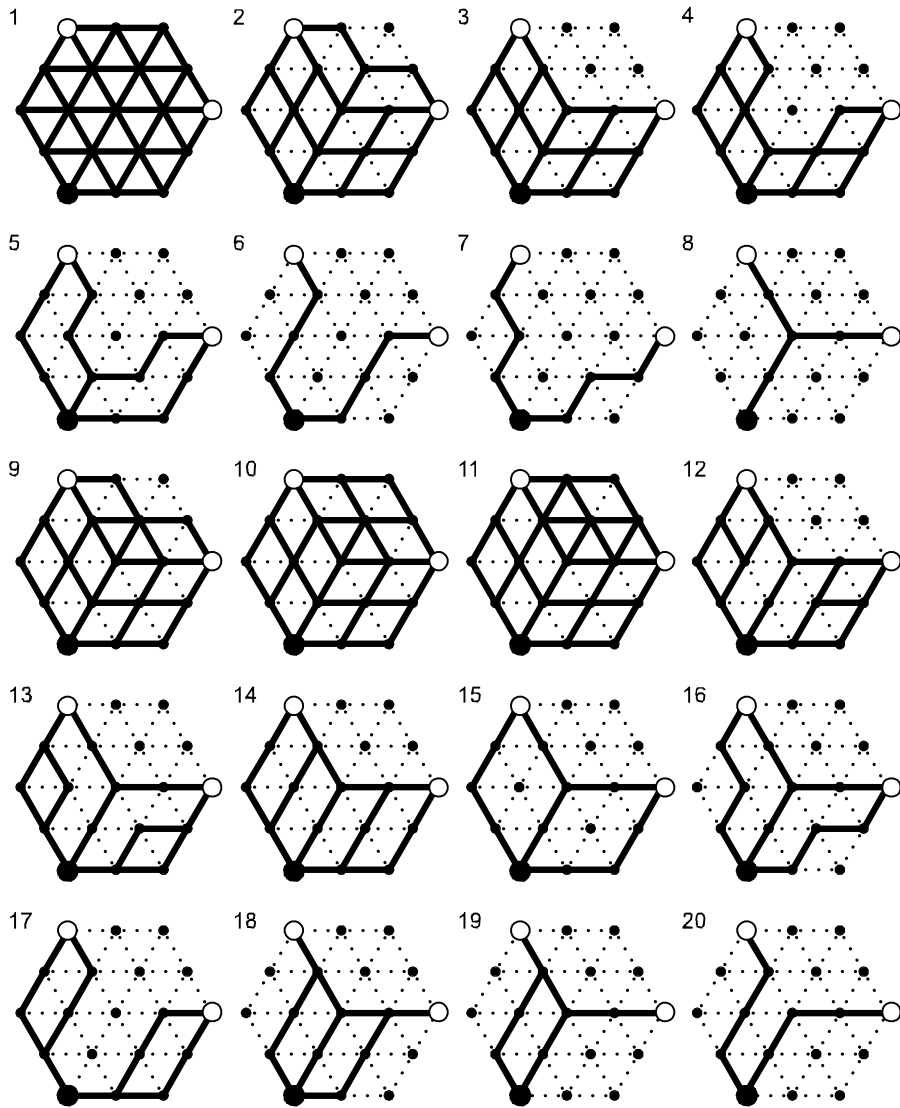


図 21: 変動需要量の条件で得られたネットワークトポロジー. 表記法は図 19 と同じ. メッシュ型 (1 型), 部分メッシュ型 (2-5, 9-19 型), V 字型 (6-7, 20 型), Y 字型 (8 型) に分類する. 型番号とトポロジーの対応は図 20, 22 でも同じ. 初期値 $D_{ij} = 1.0$. (文献 [29] より引用)

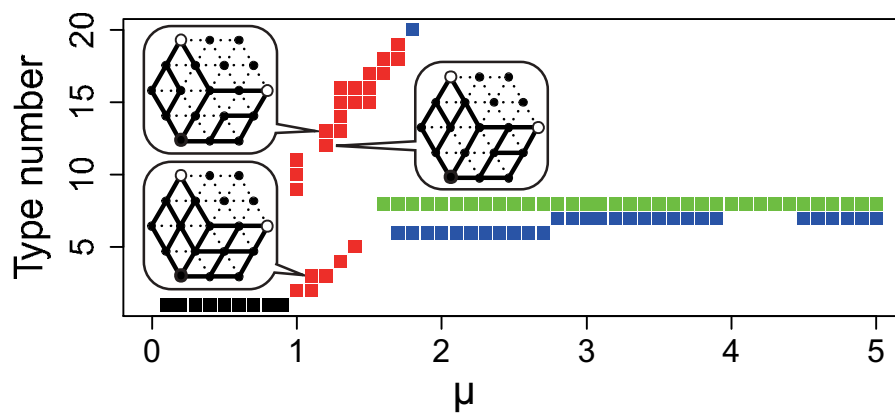


図 22: 変動需要量の条件で得られたネットワークトポロジーの μ 依存性. トポロジーと型番号の対応は図 21 に示す. 初期値は $D_{ij} = 1.0$. (文献 [29] より引用)

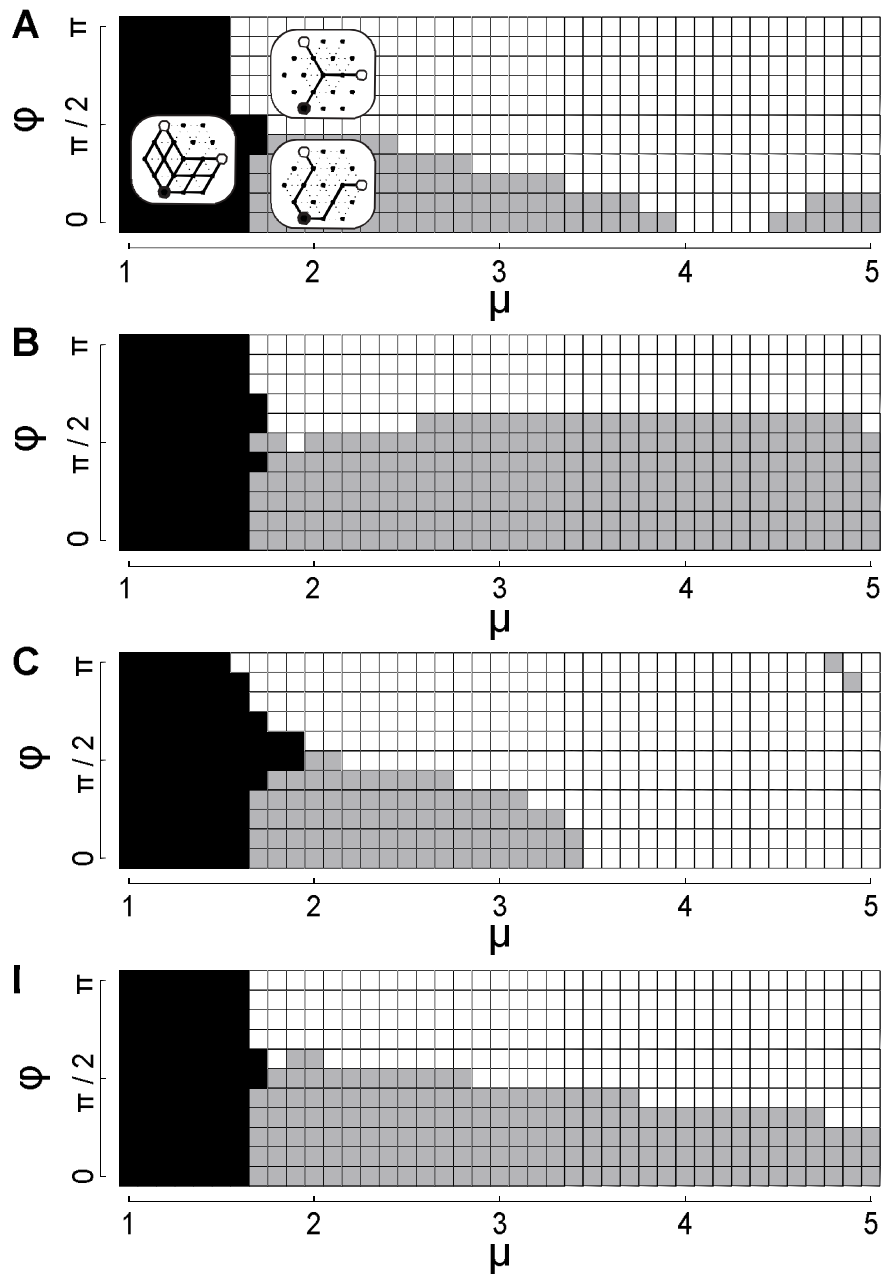


図 23: 変動需要量の条件で得られたネットワーク型とパラメータ μ, ϕ 依存性. **A** 一様な初期値 $D_{ij} = 1.0$. **B-D** 非一様な初期値 D_{ij} : 初期値 D_{ij} は平均 1.0, 標準偏差 0.1 の正規分布で与えた. 升目の黒色, 灰色, 白色は, それぞれ, 部分メッシュ (型番号 2-5, 9-19), V字型 (6, 7, 20), Y字型 (8) のネットワークを表す. 図を見やすくするため, 各ネットワークの型番号の詳細はここでは省略した. (文献 [29] より引用)

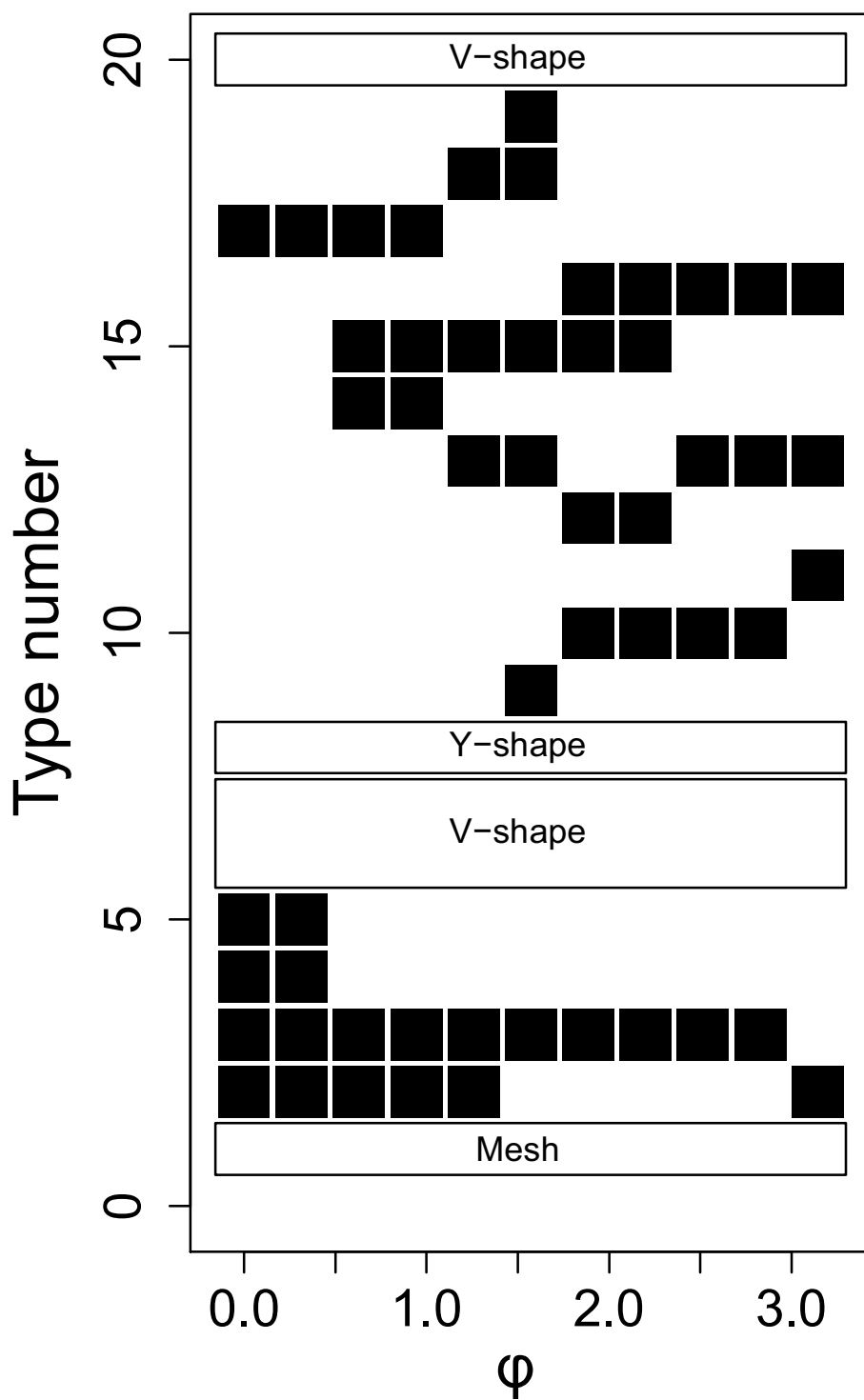


図 24: 部分メッシュの位相差 ϕ 依存性. (文献 [29] より引用)

4.2.3 評価関数

一様な初期値 D_{ij} を設定し、パラメータ μ, ϕ を変化させて得たネットワークに対する評価関数 P, C_p, V を図 25 に示す。各評価関数は小さな値を取るほど良い評価である。電力損失 P は位相差 ϕ によらず $\mu = 1.7$ 辺りまで増加して、その後緩やかに減少する (図 25(a))。特に、 $\phi = \pi$ での値はほぼ常に $\phi = 0, \pi/2$ での値よりも小さい。 $\phi = 0$ のときに $4 \lesssim \mu \lesssim 4.4$ の範囲で不連続になっているのはトポロジーが大きく異なることが原因である。コスト C_p は $\mu = 1$ 辺りまで急激に減少し、その後は大きく変化しない (図 25(b))。脆弱性 V は $\mu \lesssim 1.5$ で 0 であり、 $\mu \simeq 1.5$ で 1 に跳ね上がる (図 25(c))。これは、図 23A で見たように $\mu \simeq 1.5$ がループを含んだメッシュネットワーク (図 20A-B) になるかループを含まない樹状ネットワーク (図 20C-D) になるかの分岐点になっているためである。以上のことから $1 \lesssim \mu \lesssim 1.5$ の範囲では三つの評価関数ともバランスの良い多目的最適化されたネットワークを得られるパラメータ領域となっている⁹。

初期値が一様でない場合に得られたネットワークについても評価関数を計算した。図 26-28 に示すように非一様な初期値で始めた場合でも一様な初期値で始めた場合とほとんど変わらない結果となった。ただし、損失 P に関してはずれが生じる部分があった (例えば、図 26(a) の $\mu = 3.5, 4.0, 4.5, 5.0$)。これは非一様な初期値のばらつき具合によって得られるネットワークのトポロジー自体が大きく異なるものになったためである。

⁹式 (21), (23) で定義したように時間変動する $D_{ij}(t)$ を用いた評価関数 P_t, C_t について、平均収束値 \bar{D}_{ij} を用いた評価関数 P, C_p と比較した相対誤差は最大でも $|P_t - P|/P = 5.6 \times 10^{-5}$, $|C_t - C_p|/C_p = 2.1 \times 10^{-3}$ であった。このように誤差は十分に小さく、評価関数 P_t, C_t を用いても平均値 \bar{D}_{ij} を用いた評価関数 P, C_p の結果と本質的に変わらない。

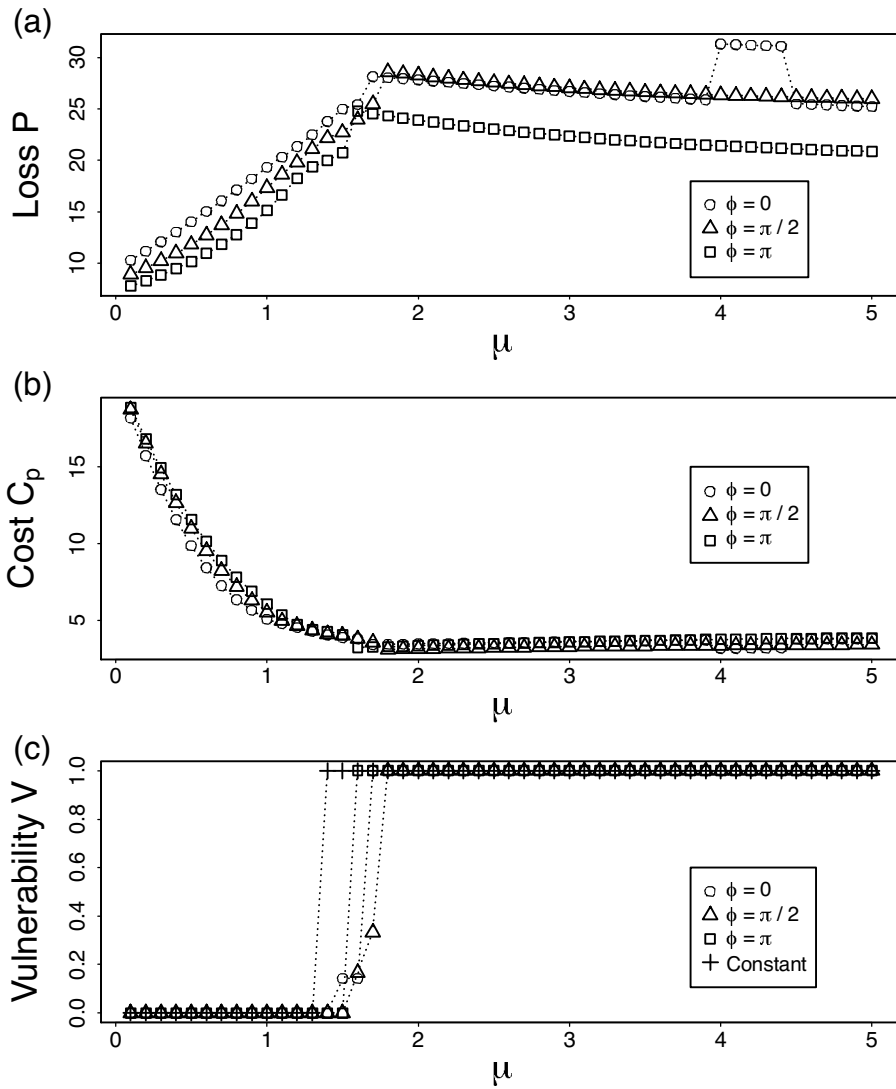


図 25: 評価関数のパラメータ μ , ϕ 依存性. (a) 電力損失 P , (b) コスト C_p , (c) 脆弱性 V . 白丸, 三角, 四角はそれぞれ $\phi = 0, \pi/2, \pi$ のときの評価関数を表す. (c) で用いた十字は一定需要量で得られたネットワークの評価関数である. 初期値 $D_{ij} = 1.0$. (文献 [29] より改変)

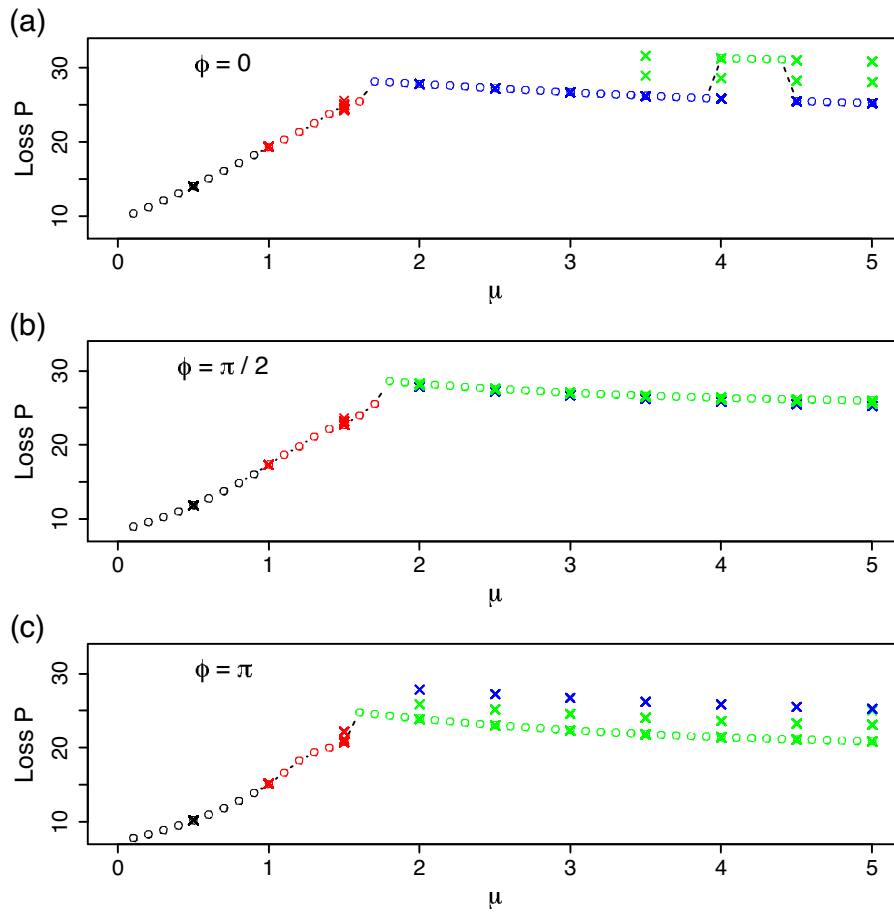


図 26: 損失 P . (a) $\phi = 0$. (b) $\phi = \pi/2$. (c) $\phi = \pi$. プロットの色はネットワーク型を表す (黒: 完全メッシュ, 赤: 部分メッシュ, 青: V 字型, 緑: Y 字型). 白丸が初期値を一様な D_{ij} とした場合, \times 印が初期値を非一様な D_{ij} とした場合である. 非一様な初期値 D_{ij} は平均 1.0, 標準偏差 0.1 となる正規分布で与えた. 各パラメータ μ, ϕ について 100 サンプルの非一様な初期値で計算した. (文献 [29] より引用)

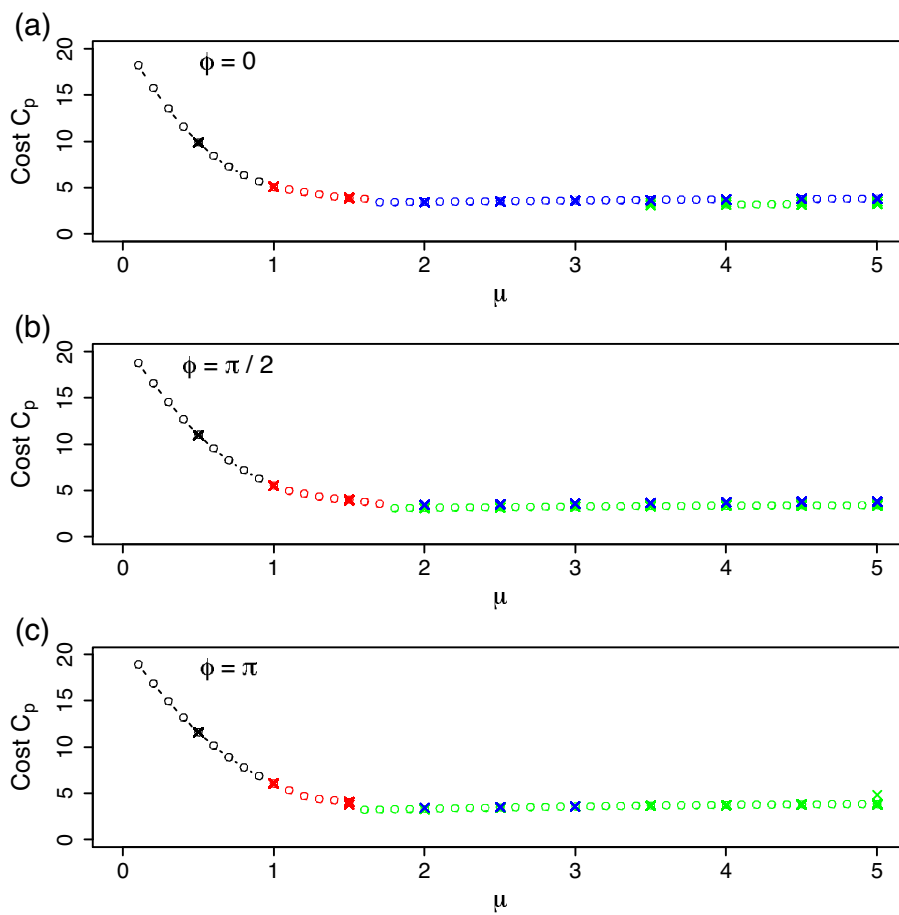


図 27: コスト C_p . 表記方法及び設定条件は図 26 と同様である. (文献 [29] より改変)

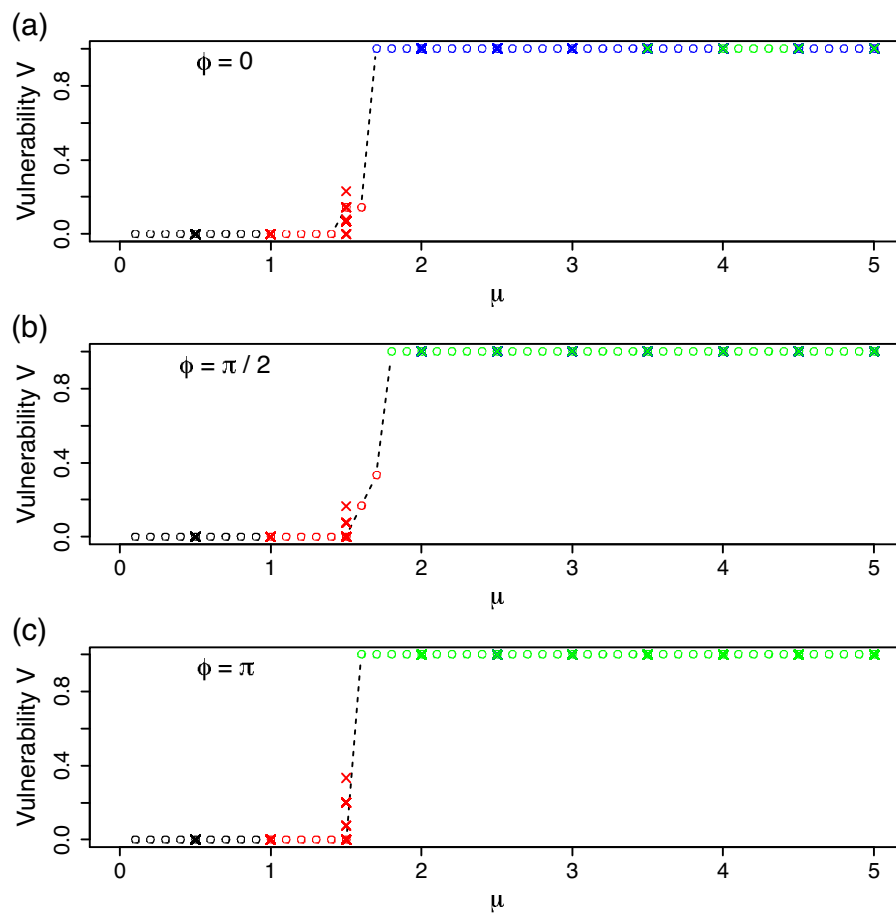


図 28: 脆弱性 V . 表記方法及び設定条件は図 26 と同様である. (文献 [29] より改変)

4.2.4 変動条件導入による利点

需要量を変動させた条件を導入する利点について調べるため、一定需要量の条件で得られたネットワークについても節 4.1.3 で定義した損失 P とコスト C_p を計算し、それぞれを P_c, C_c と表す。ここでは、変動需要量の条件で得られたネットワークに対する評価関数 P, C_p (図 25 の値と同一) を P_o, C_o と表す。各評価関数の比率 $P_o/P_c, C_o/C_c$ を図 29 にまとめた。比率が 1.0 より小さいとき、需要量変動の条件で計算したネットワークの方が評価が高いということになる。損失 P については $1.4 \lesssim \mu \lesssim 1.5$ のみ需要量変動の条件で設計したネットワークが高い評価となっている。一方、コスト C_p については変動需要量の条件で得られたネットワークがほぼ常に高い評価となっており、最大で 80% 程度まで縮小できている。脆弱性 V については図 25(c) にまとめて示しており、変動需要量の条件を導入した方が $1.3 \lesssim \mu \lesssim 1.8$ で改善されていることがわかる。

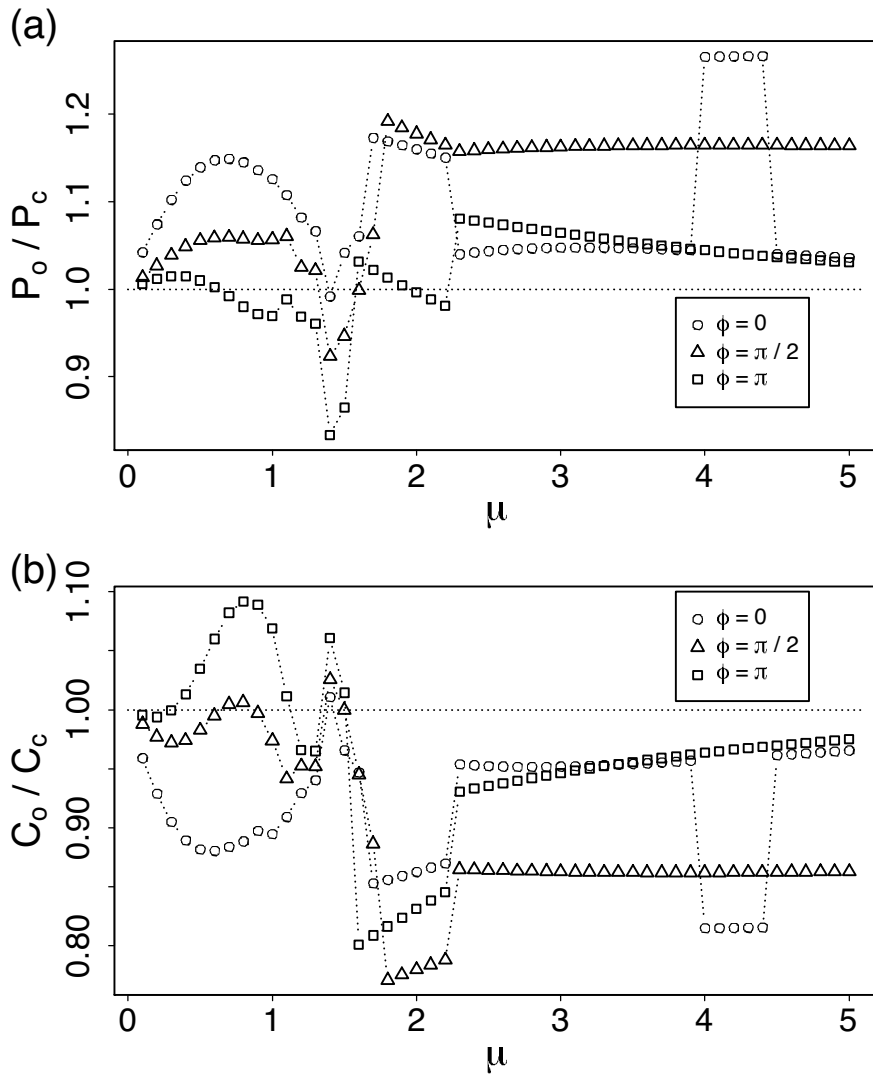


図 29: 需要量が変動する条件と一定の条件で得られたネットワークに対する評価関数の比較. (a) 損失 P の比率 P_o/P_c . (b) コスト C_p の比率 C_o/C_c . 白丸, 三角, 四角はそれぞれ $\phi = 0, \pi/2, \pi$ を表す. 初期値 $D_{ij} = 1.0$. (文献 [29] より改変)

4.3 安定性解析

ネットワークポロジのパラメータ依存性を解析的に調べるために、ネットワークポロジの安定性解析と吸引域計算を行った。解析の単純化のために図 30 に示すような小規模ネットワークを対象にした。

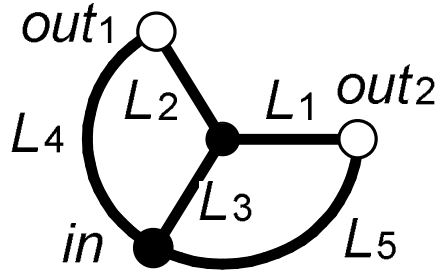


図 30: 安定性解析に用いた単純なネットワーク。リンクの長さは $L_1 = L_2 = L_3 = 1.0$, $L_4 = L_5 = 2.0$ としており, in から $out_{1,2}$ への距離が全て 2 となるように設定した。(文献 [29] より引用)

この節では, リンクの表記を l_{ij} から l_k のように再定義する。それに伴い, 電線長, 単位長当たりのコンダクタンス, 電流量の表記を $\mathbf{L} = (L_1, \dots, L_5)$, $\mathbf{D} = (D_1, \dots, D_5)$, $\mathbf{Q} = (Q_1, \dots, Q_5)$ のように書き直し, 式 (4) の代わりに

$$\frac{dD_k}{dt} = f(|Q_k|) - D_k, \quad k = 1, \dots, 5, \quad (25)$$

を用いる。ネットワークサイズを小さくしたので $out_{1,2}$ での需要量が半分となるように, 式 (17) を

$$I_{out_1} = 0.5(1 + \sin \omega t), \quad I_{out_2} = 0.5\{1 + \sin(\omega t + \phi)\} \quad (26)$$

として再定義する。

式 (25) において, D_k は二つの時間スケールを持つ。一つは需要量変動の角振動数 ω に由来する速い変化の時間スケールである。これは D_k の小さな振幅の振動を生んでおり, 図 31 に示すように非対称な振動が積み重なることで D_k のトレンドにゆっくりとした変化が生まれる。

最終的に得られるネットワークポロジはゆっくりとした変化により決定される。したがって, ゆっくりとした変化に着目するために D_k を速い振動一周分には渡し平均化した \bar{D}_k を D_k の代わりに用いる。すると,

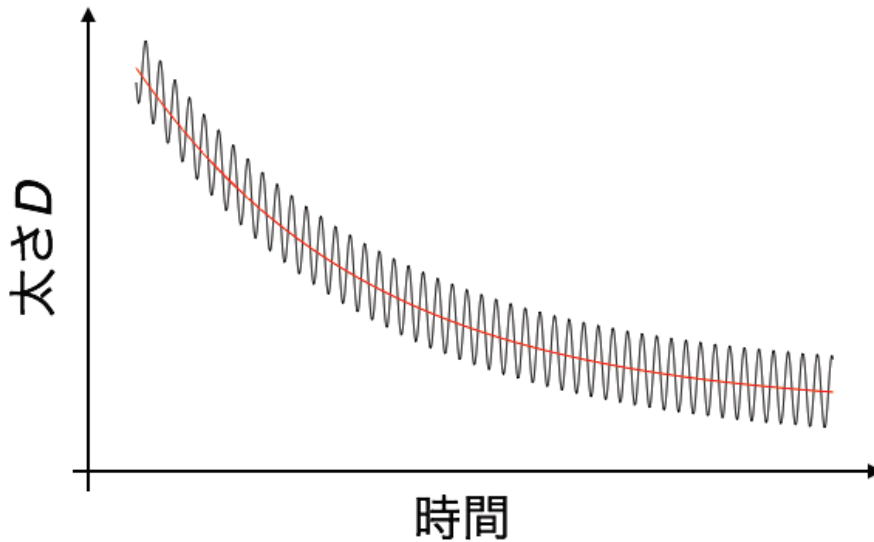


図 31: 非対称な速い時間スケールの振動が作る遅い時間スケールの変化. 黒線は速い変化を含んだ変化, 赤線は速い変化を平均化した遅い変化を表す.

式 (25) は,

$$\frac{d\bar{D}_k}{dt} = \bar{f}_k - \bar{D}_k \equiv g_k \quad (27)$$

ここで, $\bar{f}_k \equiv \frac{1}{T} \int_0^T f\{Q_k(t)\} dt$,

のように書ける. f を平均化してもその非線形性により定数とはならず \bar{f}_k は ϕ の関数となることに注意しておく. その詳細は節 4.4 で説明する. 式 (27) の定常状態 ($d\bar{D}_k/dt = 0$) を考えることで $g_k = 0$ の解, つまり, 平衡解を得る. ここで, 平衡解を $\mathbf{D}^* = (\bar{D}_1^*, \dots, \bar{D}_5^*)$ と表す. \mathbf{D}^* の各要素の大きさと平衡解の安定性が最終的に得られるネットワークのトポロジーを決定する. 式 (1) 及び式 (15), (16) で定義したように Q_k 及び \bar{f}_k は \bar{D}_k の関数となっているため, ニュートン法を用いて $g_k = 0$ を計算した. その際, \bar{f}_k は式 (1), (15), (16), (26) から求めた Q_k を用いて $f(\cdot)$ を数値積分して計算した.

図 32 に示すように, 求めた平衡解 \mathbf{D}^* から 12 個のネットワークトポロジーが得られた. 図中のトポロジーは各要素 $\bar{D}_1^*, \dots, \bar{D}_5^*$ の大きさを元

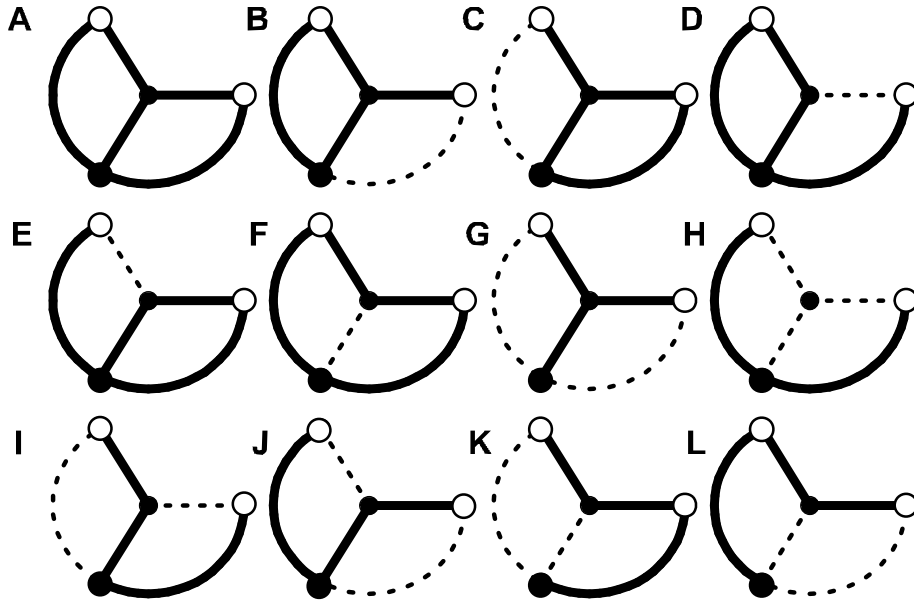


図 32: トポロジー別に分類した平衡解 12 個. **A** 完全メッシュ, **B–F** 部分メッシュ, **G** Y 字型, **H–J** V 字型, **K, L** その他. 実線は $D_i > 0$, 点線は $D_i = 0$ のリンクを表す. (文献 [29] より引用)

に作成した. これらのトポロジーはメッシュ(図 32A), 部分メッシュ(図 32B–F), Y 字型 (図 32G), V 字型 (図 32H–J), その他 (図 32K, L) に分類できる. これは図 20 のトポロジーの分類方法と同様になっている. さらに, V 字型ネットワークは対称なタイプ (図 32H) と非対称なタイプ (図 32I, J) に分類できる.

各平衡解 \mathbf{D}^* について線形安定性解析を行った. $\mathbf{g} = (g_1, \dots, g_5)$ のヤコビ行列 \mathbf{J} を式 (27) を用いて,

$$\begin{aligned}
 J_{kl} &= \frac{\partial g_k}{\partial D_l}, \quad k, l = 1, \dots, 5 \\
 &= \frac{\partial \bar{f}_k}{\partial D_l} - \frac{\partial \bar{D}_k}{\partial D_l} \\
 &= \begin{cases} \frac{\partial \bar{f}_k}{\partial D_l} - 1 & (k = l), \\ \frac{\partial \bar{f}_k}{\partial D_l} & (k \neq l), \end{cases} \quad (28)
 \end{aligned}$$

と定義する. 式 (28) を解析的に解くことが困難であるため, 以下の近似

を用いて \mathbf{D}^* におけるヤコビ行列（以下、 \mathbf{J}^* と表す）を推定する。

$$\left. \frac{\partial \bar{f}_k}{\partial \bar{D}_l} \right|_{\mathbf{D}=\mathbf{D}^*} \simeq \frac{\bar{f}_k(\mathbf{D}^* + \Delta \mathbf{D}_l) - \bar{f}_k(\mathbf{D}^*)}{|\Delta \mathbf{D}_l|}. \quad (29)$$

ここで、 $\Delta \mathbf{D}_l$ は l 番目の要素が δ で他の要素が 0 のベクトルと定義する。例えば、 $l = 2$ のとき $\Delta \mathbf{D}_2 = (0, \delta, 0, 0, 0)$ となる。本研究では $\delta = 10^{-5}$ として \mathbf{J}^* の固有値 $\lambda_1, \dots, \lambda_5$ を計算した。 $\max[\text{Re}(\lambda_1), \dots, \text{Re}(\lambda_5)] \equiv \lambda_{max} < 0$ となるとき、平衡解 \mathbf{D}^* は安定であると判定できる。

上記の方法は V 字型（図 32H）の安定性解析には適用できない。V 字型から他のネットワーク（図 32A, D, E, or F）に変化するためには二本以上のリンクの変化が必要となるが、式 (28) では一本のリンクのみの変化しか考慮していない¹⁰。従って、V 字型ネットワークの安定性については固有値を計算する代わりに解近傍から \mathbf{D}^* へ収束する際の時定数 λ_{tc} から推定した。 $(\delta, \delta, \delta, \delta, \delta)$, $(\delta, \delta, \delta, \delta, -\delta)$, $(\delta, \delta, \delta, -\delta, \delta)$, $(\delta, \delta, \delta, -\delta, -\delta)$ という四つの近傍を初期値として式 (25) に従い数値計算を行った。その結果から時定数の最大値 λ_{tc} を見積もった。

λ_{max} （もしくは、V 字型では λ_{tc} ）のパラメータ μ 依存性について図 33 に示す。位相差 $\phi = 0$ のとき（図 33A）， $\mu \leq 1.0$ では $\lambda_{max} < 0$ なので完全メッシュが単安定な平衡解として存在する。 $\mu > 1.0$ でも完全メッシュは Y 字型，V 字型，部分メッシュと共に安定解として存在する。 μ が 1.3 より大きくなると完全メッシュと部分メッシュは不安定解となる。つまり、安定性は完全メッシュから部分メッシュを経て Y 字型もしくは V 字型ネットワークとなる。これは図 22 で示した大規模ネットワークの場合のネットワーク変化と同じ傾向である。各位相差 $\phi = 0, \pi/2$ （図 33B）， π （図 33C）で $\lambda_{max}, \lambda_{tc}$ の μ 依存性に大きな差異は見られない。しかし、図 23 に示すように大規模ネットワークでは Y 字型及び V 字型ネットワークの出現傾向は明らかに ϕ に依存する。この依存性は各ネットワークでの吸引域の差異に起因すると考えられる。式 (1), (5), (15), (16), (25), (26) を用いて様々な初期値 D_k で数値実験したときの Y 字型及び V 字型ネットワークの出現率を図 34 に示す。V は対称的な V 字型（図 32H），V' は非対称的な V 字型（図 32I–J）を表す。Y 字型も V 字型も常に出現するが、Y 字型ネットワークの出現率は ϕ に依存して増加する。つまり、 ϕ に依存した吸引域の変化が図 23 に示すような反対位相に近い場合に Y 字型ネットワークがより出現することを説明できる。ただし、本研究では初期値 D_i を一様分布で与えているが、初期値の分布を変えることで出現比率は変わる可能性がある。

¹⁰ 二本のリンクのコンダクタンスの変化を調べるならば $\frac{\partial}{\partial D_i} \left(\frac{\partial g_k}{\partial D_j} \right)$ を計算する必要がある。ただし、解析的に解いて調べるのが困難なため代替手法として解近傍を初期値とした数値計算を行う。

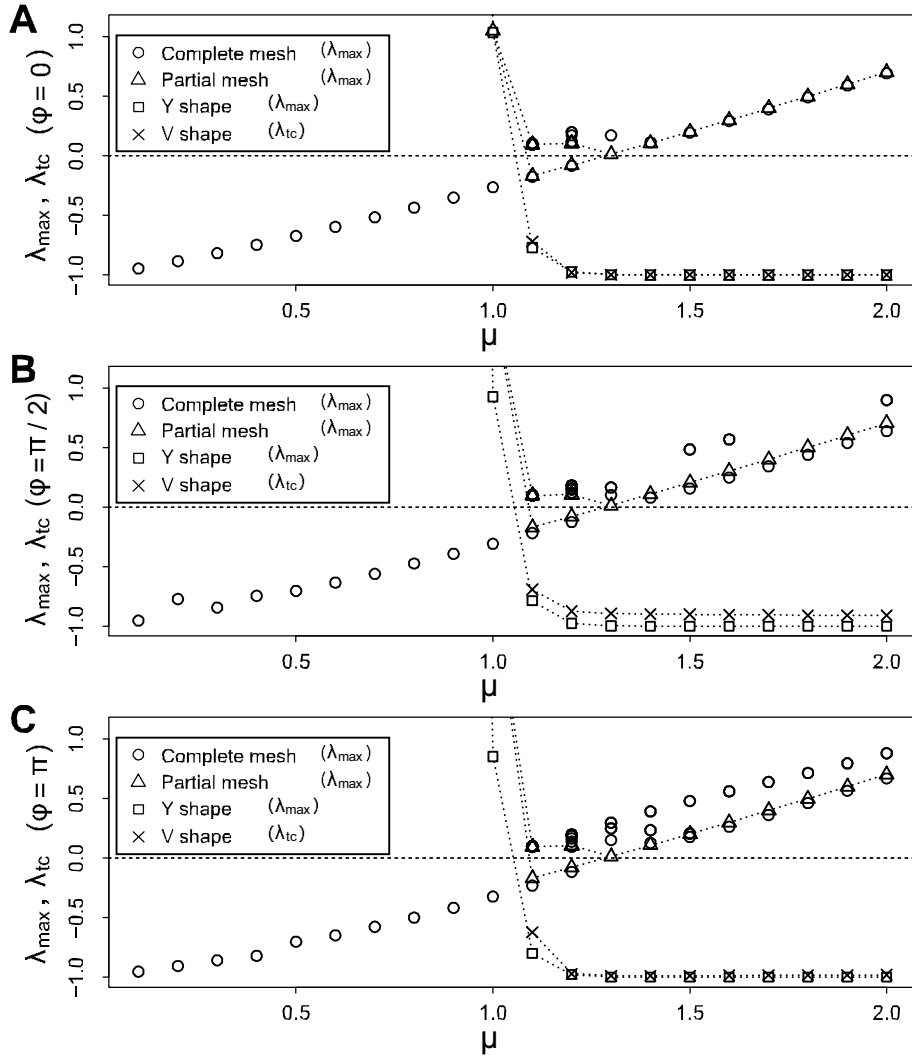


図 33: λ_{\max} 及び λ_{tc} の μ 依存性. パラメータ μ と最大固有値の関係. **A** $\phi = 0$. **B** $\phi = \pi/2$. **C** $\phi = \pi$. 白丸, 三角, 四角は, それぞれ, 完全メッシュ (図 32A) の平衡解, 部分メッシュ (図 32E) の平衡解, Y字型 (図 32G) の平衡解についての λ_{\max} を表す. 十字は V字型 (図 32H) の λ_{tc} を表す. (文献 [29] より引用)

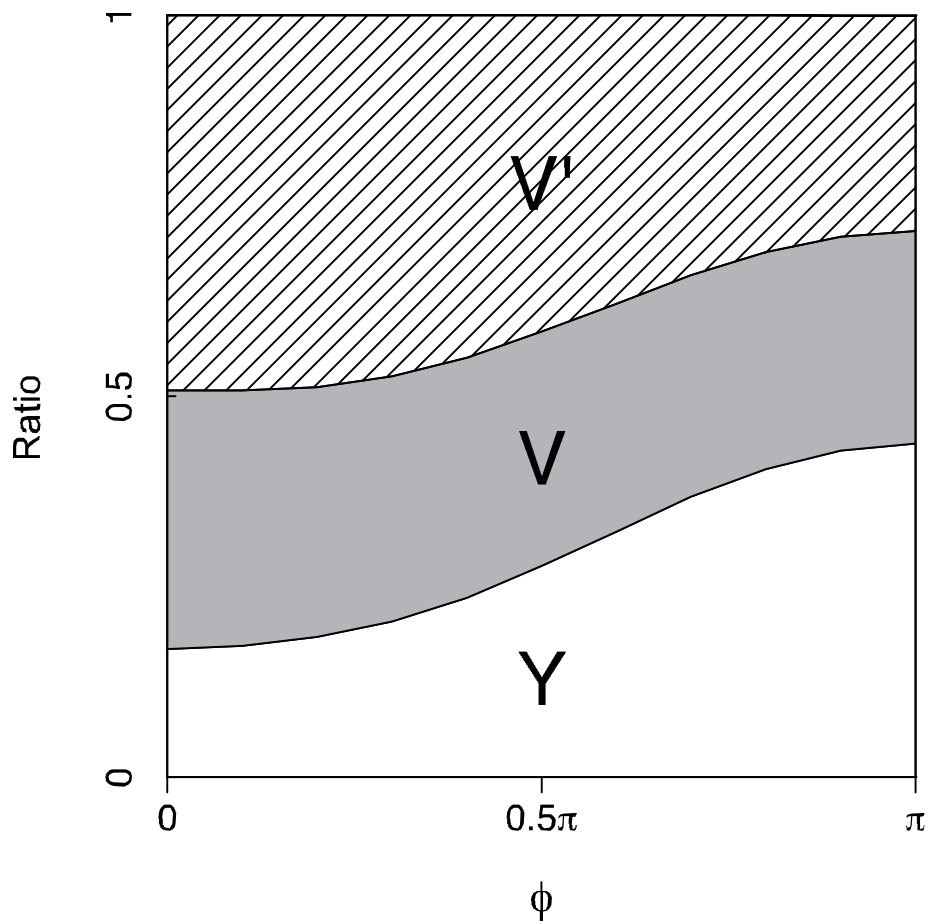


図 34: 得られたネットワークの比率. 図 30 のネットワークを対象にして $\mu = 2.0$ で計算した. 初期値については, $D_k = 0.1, 0.2, \dots, 1.0$ ($k = 1, 2, \dots, 5$) の中で組み合わせた 10^5 通りを用いた. 図 32K-L のネットワークも僅かながら得られた: 比率は 0 ($0 \leq \phi \leq 0.7\pi$), 0.002 ($\phi = 0.8\pi$), 0.018 ($\phi = 0.9\pi$), 0.03 ($\phi = \pi$). (文献 [29] より引用)

4.4 ネットワークトポロジーの ω, ϕ 依存性

節 4.2.2 は $\omega = 2\pi \times 10^{-2}$ とした場合の結果であるが、振動数を $2\pi \times 10^{-1} \leq \omega \leq 2\pi \times 10^7$ の範囲で設定した場合でも得られるネットワークトポロジーに本質的な差はない。その検討結果を図 35, 36 に示す。 D_{ij} 減少時の時定数 1 と比較して振動数が極端に高い場合 ($\omega = 2\pi \times 10^7$) でもネットワークは位相差 ϕ に依存するという結果となった。これは式 (5) で表す成長関数の非線形性が高振動数になっても残るということである。これについては後で議論する。一方、振動数 ω が極端に低い場合 ($\omega = 2\pi \times 10^{-2}$) では得られるネットワークは Q_{ij} の遅い変化に影響を受けることがわかった。

図 35 に示すように、振動数が高い場合は、 $\phi = 0$ のときに V 字型のネットワークが得られ (図 35(a)), $\phi = \pi$ のときに Y 字型のネットワークが得られた (図 35(b))。これは図 23 などで見られた傾向と変わらない結果である。しかし、振動数が低い場合は位相差に関わらず V 字型ネットワークが得られた (図 35(c), (d))。収束値 D_{ij} と振動数 ω の関係についてより詳細に調べてみると、図 36 に示すように収束値 D_{ij} の時間平均 \tilde{D}_{ij} は振動数 ω に依存しないが、収束値 D_{ij} の変動量は ω に依存することがわかった。本研究では D_{ij} の変化に対して Q_{ij} の変動が十分に速い状況を想定しているが、 Q_{ij} の変動が遅い場合には得られるネットワークの傾向が変わる、ということに注意する必要がある。

節 4.3 の式 (27) において、 $f(|Q|)$ の一周期分の平均値は ϕ に依存した値となる。これは $f(|Q|)$ の非線形性によるものである。

リンク l_k における Q_k は in から out_1 への電流量 $q_k^{out_1}$ と in から out_2 への電流量 $q_k^{out_2}$ の合計で計算できる。ここで、 $q_k^{out_1} = a_k(1 + \sin \omega t)$, $q_k^{out_2} = b_k\{1 + \sin(\omega t + \phi)\}$ と表せ、 $|Q_k| = a_k + b_k + a_k \sin(\omega t) + b_k \sin(\omega t + \phi)$ となる。ただし、 a_k, b_k は定数である。

仮に、 $f(|Q|) = |Q|$ のように線形の関数であった場合、積分値は、

$$\begin{aligned} \int_0^T f\{|Q_k(t)|\} dt &= \int_0^{2\pi} \{a_k + b_k + a_k \sin(\theta) + b_k \sin(\theta + \phi)\} d\theta \\ &= 2\pi(a_k + b_k), \end{aligned} \quad (30)$$

となり、 ϕ には依存しない。

次に、 $f(|Q|) = |Q|^2$ のように単純な非線形関数であった場合、積分値は、

$$\begin{aligned} \int_0^T f\{|Q_k(t)|\} dt &= \int_0^{2\pi} \{a_k + b_k + a_k \sin(\theta) + b_k \sin(\theta + \phi)\}^2 d\theta \\ &= \pi\{3a_k^2 + 3b_k^2 + 4a_k b_k + 2a_k b_k \cos \phi\}. \end{aligned} \quad (31)$$

となり、 ϕ に依存することがわかる。

最後に、式(5)を考える。

$$\begin{aligned}\int_0^T f\{|Q_k(t)|\}dt &= \int_0^{2\pi} \frac{|Q_k|^\mu}{1+|Q_k|^\mu} d\theta \\ &= \int_0^{2\pi} f(\theta, \phi) d\theta,\end{aligned}\tag{32}$$

ここで、

$$f(\theta, \phi) \equiv \frac{[a_k\{1 + \sin\theta\} + b_k\{1 + \sin(\theta + \phi)\}]^\mu}{1 + [a_k\{1 + \sin\theta\} + b_k\{1 + \sin(\theta + \phi)\}]^\mu}.\tag{33}$$

式(33)を解析的に解くのは困難なため、 $\phi = 0, \pi/2, \pi$ として数値計算した $f(\theta)$ を図37に示す。関数 f の積分値が ϕ に依存することは明らかである。 $\phi = 0, \pi/2, \pi$ での $\int_0^{2\pi} f(\theta, \phi) d\theta$ を実際に数値計算すると3.844, 4.379, 5.027となり、積分値も ϕ に依存することがわかる。ここでは、 $\mu = 2.0$, $a_k = 1$, $b_k = 1$ としている。以上のことから節4.3において速い変化を平均化したときに成長関数の非線形性が失われずに解析を行えることがわかる。

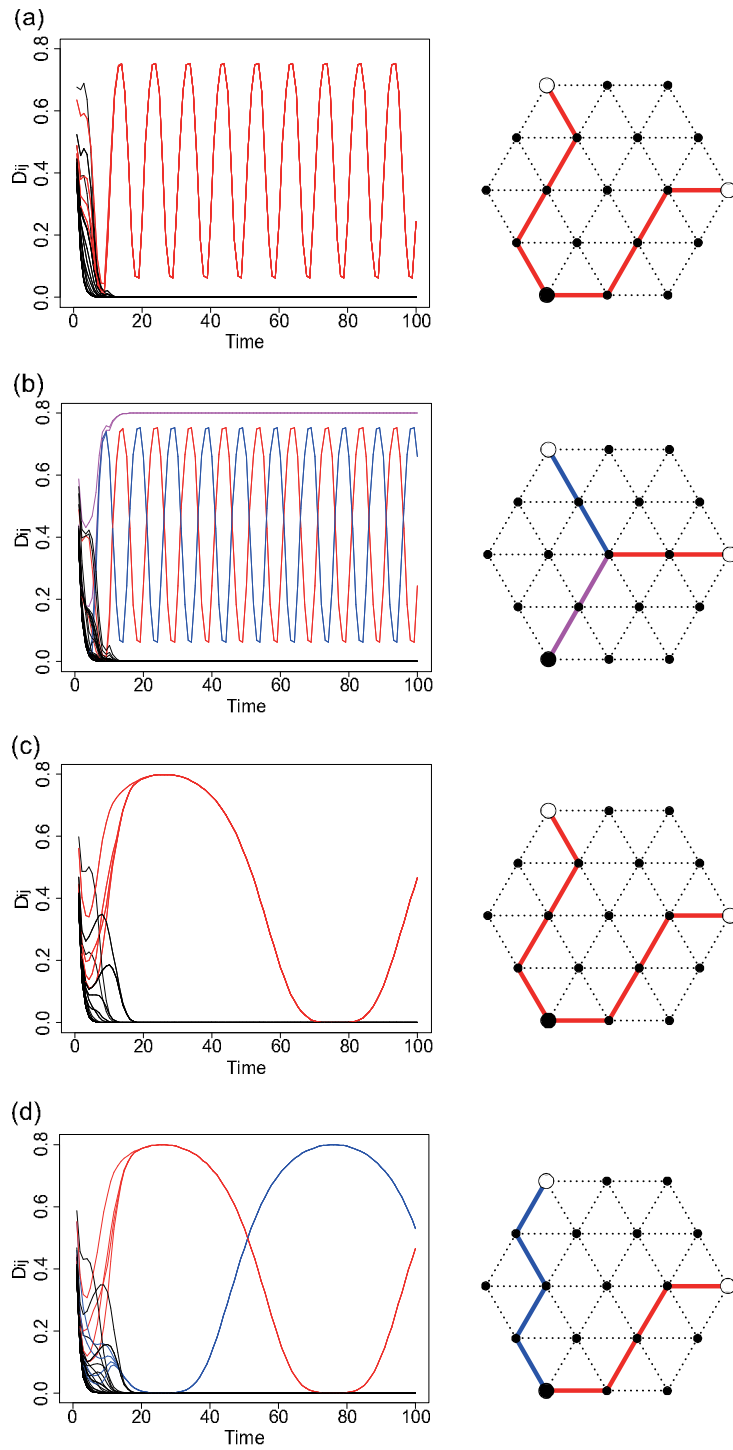


図 35: 振動数 ω が収束値 D_{ij} に与える影響. (a) $\omega = 2\pi \times 10^{-1}, \phi = 0$. (b) $\omega = 2\pi \times 10^{-1}, \phi = \pi$. (c) $\omega = 2\pi \times 10^{-2}, \phi = 0$. (d) $\omega = 2\pi \times 10^{-2}, \phi = \pi$. 左図が D_{ij} の時間変動を表す. 右図が収束時のネットワークを表す. 左図と右図の線色は対応している. (文献 [29] より引用)

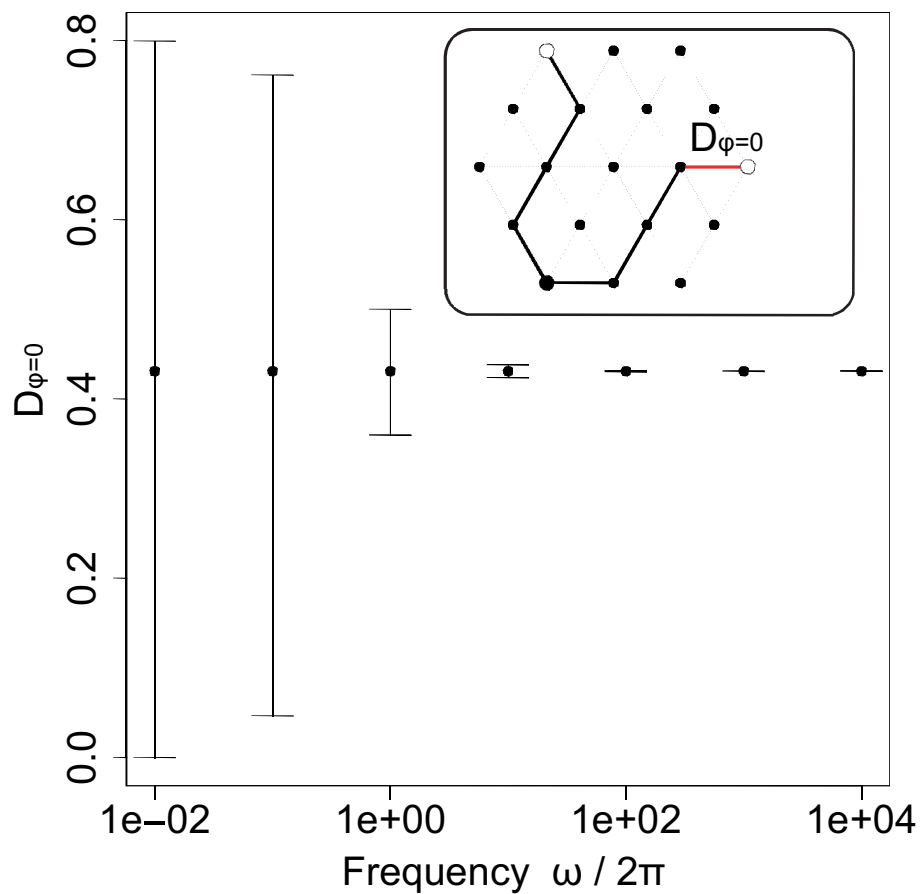


図 36: 振動数 ω と収束値 $D_{ij}(t)$ の関係. 黒丸は収束値 $D_{ij}(t)$ の一周期の時間平均 \tilde{D}_{ij} を表す. エラーバーは $D_{ij}(t)$ の変動を表す. D_{ij} の値はネットワーク中の赤色リンクのものを用いた. 位相差は $\phi = 0$ とした. (文献 [29] より引用)

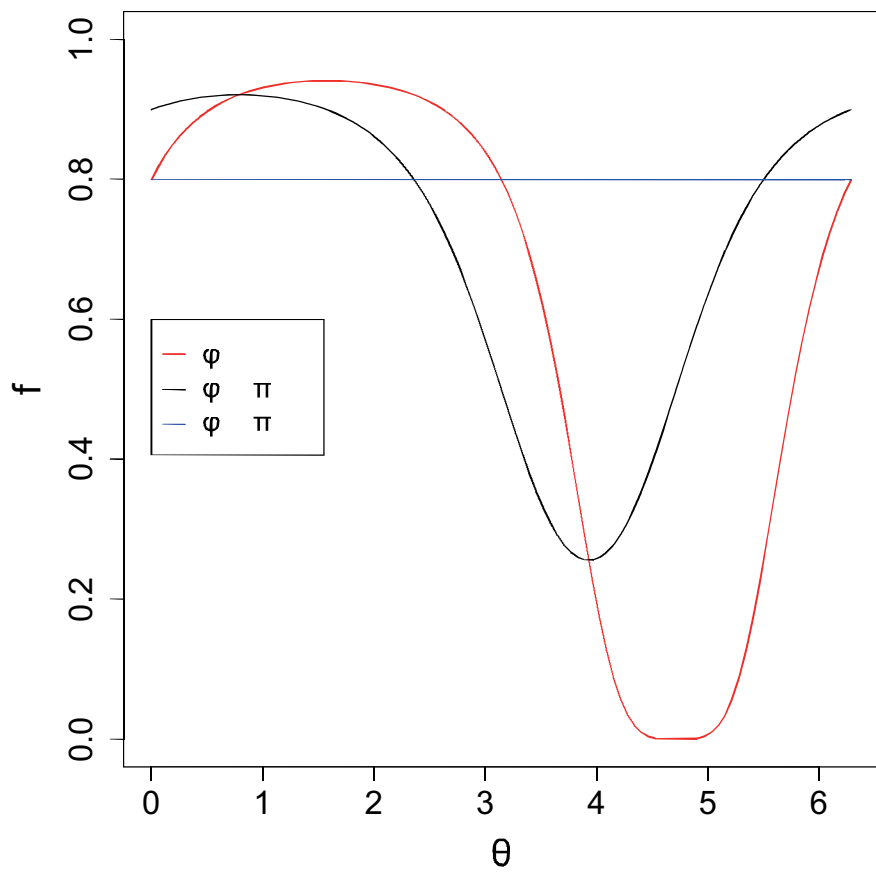


図 37: 成長関数 $f(\theta, \phi)$ の位相差 ϕ 依存性. $\mu = 2.0, a_k = 1, b_k = 1$. (文献 [29] より引用)

4.5 考察

粘菌アルゴリズムを用いて需要量が変動する条件でのネットワーク設計を行った。節 4.2.2 で説明したように得られるネットワーク形態は管の成長に関わるパラメータ μ と需要量の位相差 ϕ に依存することがわかった¹¹。節 4.2.3 では得られたネットワーク形態について、損失、コスト、脆弱性の評価関数で評価を行った。ネットワーク形態とその評価を表 3 にまとめる。 $1 \lesssim \mu \lesssim 1.4$ で得られる部分メッシュなネットワークでは三つの評価関数について多目的に最適化されていると言える (図 21)。ただし、配電ネットワークへの適用ではカスケードイングという現象も考慮する必要がある。カスケードイングとは次のような現象である。ある変電所で故障が発生した際に、その変電所に流れていた電流が周囲の変電所に流れ込む。さらに、電流が流れ込んで行った先の変電所で過負荷となりその変電所でも故障が発生する。これが繰り返されて大規模停電が発生する [30, 31]。この点も考慮すると現実の配電ネットワークに適用するには樹状ネットワークが優れていることになる。

表 3: 各ネットワーク型の評価。
A⁺: 優, A: 良, B: 可, C: 不可。

μ	評価				
	ネットワーク型	損失	コスト	脆弱性	カスケードイング
< 1.0	完全メッシュ	A ⁺	C	A ⁺	C
1.0-1.4	部分メッシュ	B	A	A ⁺	C
> 1.4	V字型 / Y字型	B or C	A ⁺	C	A ⁺

本研究で得られた樹状ネットワークには V 字型と Y 字型の二つのタイプが見られた。これらのネットワークに対して様々な位相差 ϕ で電流を流した場合の電力損失を図 38 に示す。ここでは V 字型 (図 32H) と Y 字型 (図 32G) の体積 (コスト) が同一になるように規格化しており、樹状だけでなく同じコストのメッシュ型 (図 32A) での電力損失も示す。V 字型では位相差に関係なく一定の電力損失を示しており、Y 字型とメッシュ型では同位相付近で電力損失が大きく、位相差が大きく (反対位相) なるにつれて電力損失が小さくなる。これは実際に進められているピークシフト (位相差を大きくすること) のメリットが発電量の均し効果だけでなく、送配電時の電力損失低減効果もあるということを示している。特に反対位相のときに Y 字型ネットワークが損失最小となる。粘菌アルゴリズムを用いてネットワーク設計を行うと Y 字型は需要量が反対位相で変動する

¹¹ネットワーク形態の位相差 ϕ 依存性は f の非線形性によりもたらされる。

ときに得られやすい。一方、同位相のときにV字型ネットワークが損失最小となっている。粘菌アルゴリズムの適用例ではV字型ネットワークは同位相で変動するときに得られやすい。つまり、粘菌アルゴリズムは位相差に合わせた電力損失の小さなネットワーク設計に向いている。

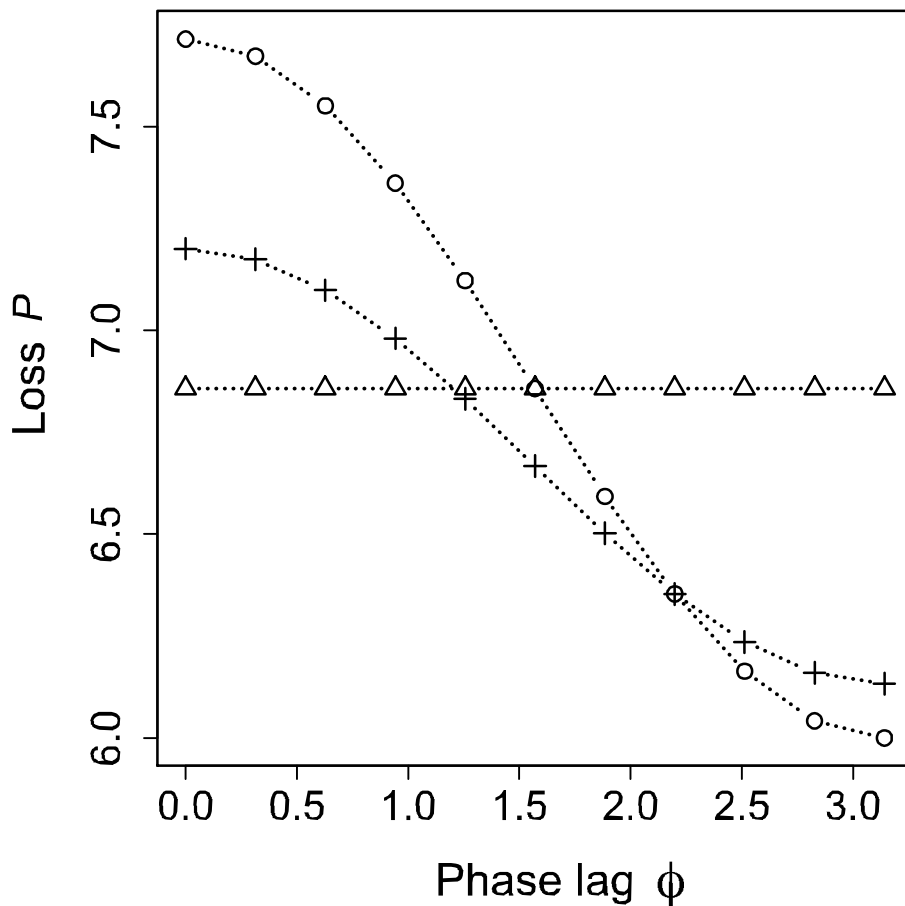


図 38: 小ネットワークにおける電力損失 P と ϕ の関係。白丸、三角、十字は、それぞれ、Y字型 (図 32G)、V字型 (図 32H)、完全メッシュ (図 32A)。各ネットワークの総体積 (コスト) は同一になるように規格化する。(文献 [29] より引用)

さらに、節 4.2.1 で見たように需要量一定の条件で粘菌アルゴリズムを用いた場合と比較して電力損失は高くなるが、最大で 20%ほどコストが低いネットワークを作ることがわかった。つまり、コストを重視する場合には変動需要量で計算を行い、電力損失を重視する場合には一定需要量で計算を行うという選択をするのが良い。

粘菌アルゴリズムを配電ネットワーク設計に適用することで以上に述べ

た特徴を持つネットワークを設計することが可能である。ただし、現実の配電ネットワークでは、線路を流れる電流値が線路容量を超えてはならない線路容量制約や需要家での電圧が許容範囲に収まらなければならない電圧制約、ネットワークトポロジーに関する樹状制約などを満たす必要がある。樹状制約に関してはパラメータ μ を大きな値に設定することで条件を満たすことができるが、本研究で提案した手法では線路容量制約と電圧制約を満たすネットワークを直接設計することはできない。これらの制約に関しては粘菌アルゴリズムにより設計したネットワークの中から制約条件を満たすネットワークを選出するという方法が考えられる。

4.6 結論

需要量が時間変動する配電ネットワークを想定してネットワーク設計を行った。対象とする配電ネットワークは一つの変電所と二つの需要家で構成され、各需要家では需要量が正弦振動し、各需要間では位相差を持つように設定した。複数の需要家に対応できるように粘菌アルゴリズムを改変して適用し、成長パラメータと位相差に依存して得られるネットワーク形態について解析した。対照実験として需要量一定の条件でも粘菌アルゴリズムを用いたネットワーク設計を行った。粘菌アルゴリズムにより形成されるネットワーク形態は成長パラメータが大きくなるに従って、全てのリンクが繋がったメッシュネットワーク、部分的にループ構造が存在するメッシュネットワーク、樹状ネットワークへと変化する。この傾向は需要量一定の条件で粘菌アルゴリズムを適用した結果と同じであったが、需要量変動の条件では成長パラメータが大きい場合で位相差に依存して得られるネットワーク形態のバリエーションが豊富になることがわかった。各需要量が同位相付近で変動する場合は各需要家の変電所と直接繋がるV字型のネットワークが得られやすく、反対位相付近で変動する場合は経路が途中で共有部分を持つY字型のネットワークが得られやすいということがわかった。得られたネットワーク形態に対して、三つの評価関数（電力損失、コスト、脆弱性）を用いて、本アルゴリズムで形成されたネットワークを評価した。評価関数のバランスが良くなる成長パラメータの値は式(5)に関する説明で述べた生物的に自然なパラメータの範囲で得られた。需要量変動する条件で得られたネットワークでは需要量一定の条件で得られたネットワークよりもエネルギー損失は大きく、コストは小さくなることがわかった。本アルゴリズムにより得られたネットワークについて数理的に説明するために、ノード数とリンク数の少ない単純なネットワークを用いて各収束解の線形安定性解析と吸引域計算を行った。ネットワーク形態の成長パラメータ依存性は平衡解の安定性の差異に由来し、位相差依存性については吸引域の大きさの差に由来することを明らかにした。

第5章 総括

最短経路探索が可能な粘菌アルゴリズムを改変して以下に挙げる二つの条件下でのネットワーク設計を行った。一方は、既存ネットワークにおける輸送量設計であり、既存の鉄道ネットワークを対象にして数値実験を行った。他方は、時間変動する輸送量を条件としたネットワーク設計であり、配電ネットワークを対象にして数値実験を行い、簡単なネットワークを用いて解の安定性解析を行った。

5.1 鉄道ネットワークへの適用から

第3章では既存の鉄道路線ネットワークにおいて改変型粘菌アルゴリズムを用いた輸送量設計を行った。計算結果について、コスト、移動時間、事故時影響力の評価関数を定義して評価を行うと、移動時間と事故時影響力はパラメータ μ が小さいほど良い評価となった。一方、コストはパラメータ μ が大きいほど良い評価となった。パラメータの値をある特定の範囲に設定すると三つの評価関数ともに良い値となり多目的に最適化されることがわかった。実際の鉄道路線において各駅間を移動する旅客輸送量と粘菌アルゴリズムにより得た各リンクを流れる輸送量を比較すると、評価関数のバランスが良くなるパラメータ範囲で最も相関係数が高くなり、現実系とシミュレーション結果の相似性が高くなった。ダイクストラ法を用いた輸送量計算も行ったが、粘菌アルゴリズムで得られた結果の方が現実の輸送量分布に近いものとなった。つまり、人間が計画的に構築してきたネットワークが実は粘菌輸送管ネットワークのように頻繁に利用される路線を増強し、あまり利用されない路線は縮小するという単純な適応過程に基づくことを示唆している。

本研究では、現実系との比較のために Q_{ij} に相当する実際の旅客輸送量を採用して数値シミュレーション結果と比較したが、実データにおける D_{ij} を用いることで現実系についても評価関数を用いた評価が可能となる。現実の鉄道路線ネットワークにおける D_{ij} は運行頻度に車両数や車両の定員数を乗じた輸送力であると考えられる。今後の課題として輸送力を表す実データを収集して評価を行うということが挙げられる。 D_{ij} に相当する実データが得られれば節3.3で取り上げた新規路線導入シミュレーションなどもより精密に評価することが可能となる。

5.2 配電ネットワークへの適用から

第4章では需要量及び供給量が時間変動する条件での最適輸送ネットワーク設計を行った。配電ネットワークを想定して需要量変動の位相差をパラメータ ϕ としたネットワーク設計を行うと、得られるネットワークは位相差 ϕ に依存する。そして、各ネットワークは位相差 $\phi = \pi$ で需要変動を与えたときに電力損失が小さいものが得られやすいということが分かった。

粘菌アルゴリズムを用いたネットワーク設計において環境変化に適応することを示し、評価関数を導入することでネットワークの利点と欠点について言及できた。ただし、本研究では二つの需要家と一つの変電所で構成される単純な系を想定してネットワーク設計を行ったが、本来は変電所に多くの需要家が連結している。さらに、現実では需要量が単純な正弦振動はせず、需要家間の位相差も多様である。今後、変動する需要量に実データを採用し、複数の需要家が連結されたネットワークを想定して数値シミュレーションを行う必要がある。需要家の数が増加し、需要量の変動パターンも多様化するため、計算結果に対する適切な解析手法も考えなければならぬ。計算面においては複素インピーダンスを用いるなどして簡易化を計ることも可能ではないかと考える。

ところで、興味深いことに配電ネットワークのトポロジーは粘菌の輸送管ネットワークと共通した特徴が見られる。欧州などでは電源が需要地に近い場所にありネットワークがメッシュ状に形成されており、日本では大規模電源から需要地への長距離送電が行われた後、配電ネットワークが樹状に形成されている [32]。一方、粘菌は栄養が豊富な寒天培地では輸送管ネットワークがメッシュ状に形成され、栄養に乏しい培地では樹状に形成される [1]。本研究結果と合わせて考えると、欧州での粘菌アルゴリズムによるネットワーク提案は μ を小さめに設定して計算し、日本では μ を大きめに設定して計算することで、それぞれの条件にあったネットワーク設計を行うということも可能であると考えられる。

5.3 鉄道・電力ネットワークへの適用例から

鉄道ネットワークにおける輸送量設計及び需要変動を考慮した電力ネットワーク設計への粘菌アルゴリズムの適用結果から、一つのパラメータ μ を変化させるだけでバリエーションに富んだネットワーク設計が可能であることがわかった。このことは粘菌アルゴリズムをネットワーク設計に適用する大きな強みであると言える。鉄道や電力などのネットワーク設計を行う際に、顧客のニーズに合わせて容易にネットワークの候補を示せるということである。

本研究での適用例から多目的最適化を果たすようなパラメータ μ の範囲が生物的なパラメータ範囲と一致することがわかった。ただし、現段階ではこの範囲で多目的最適化されたネットワークが得られることについて、最短経路に関する研究のように数理的な証明はなされていない。今後、メタヒューリスティックな手法として様々なネットワークへ適用され、有用性が実証されることを期待する。

謝辞

ご多用のところ博士學位論文審査を担当していただきました。早稲田大学の内田健康先生、村田昇先生、林泰弘先生、高松敦子先生に心より感謝申し上げます。

指導教員である高松敦子先生には公私ともに気にかけていただき、言葉では言い表せない程有り難く思っております。尊敬すべき人生の先輩であり、目指すべき研究者の姿を間近に見ることができました。

本研究の当初からご教示いただき、研究会等にも招待していただきました。度々お世話になりました。北海道大学の中垣俊之先生と九州大学の手老篤史先生に感謝申し上げます。

筑波大学の日野英逸先生には研究面だけでなく、いつも声をかけていただき心安らぎました。ありがとうございました。議論を交わしていただいた林研究室、村田研究室の学生の皆様に感謝申し上げます。

本研究の一部は文科省私立大学戦略的研究基盤形成支援事業（代表 林泰弘先生）及びJSPS 科研費（学振DC2）の助成を受けたものです。これらの助成により充実した研究生活を送ることができました。

研究を進める環境を作っていただいた高松研究室の先輩、同期、そして、研究の面でもプライベートでも自身を支えてくれた後輩に感謝いたします。

最後に、常日頃から応援して下さった家族に感謝いたします。

参考文献

- [1] Takamatsu A, Takaba E, Takizawa G (2009) Environment-dependent morphology in plasmodium of true slime mold *Physarum polycephalum* and a network growth model. *J Theor Biol* 256: 29–44.
- [2] Ito M, Okamoto R, Takamatsu A (2011) Characterization of adaptation by morphology in a planar biological network of plasmodial slime mold. *Journal of the Physical Society of Japan* 80: 074801.
- [3] Nakagaki T, Kobayashi R, Nishiura Y, Ueda T (2004) Obtaining multiple separate food sources: behavioural intelligence in the *Physarum* plasmodium. *Proceedings of the Royal Society of London Series B: Biological Sciences* 271: 2305.
- [4] Nakagaki T, Yamada H, Toth A (2000) Maze solving by an amoeboid organism. *Nature* 407: 470.
- [5] Nakagaki T, Yamada H, Toth A (2001) Path finding by tube morphogenesis in an amoeboid organism. *Biophys Chem* 92: 47–52.
- [6] Hwang F, Richards D, Winter P (1992) *The Steiner Tree Problem*. *Annals of Discrete Mathematics*. Elsevier Science.
- [7] Tero A, et al. (2010) Rules for biologically inspired adaptive network design. *Science* 327: 439–442.
- [8] Tero A, Kobayashi R, Nakagaki T (2007) A mathematical model for adaptive transport network in path finding by true slime mold. *J Theor Biol* 244: 553–564.
- [9] Adamatzky A (2010) *Physarum Machines: Computers from slime mold*. World Scientific.
- [10] Dorigo M, et al, editors (2010) *Slime mold inspired path formation protocol for wireless sensor networks*, volume 6234. ANTS 2010, Heidelberg: Springer.
- [11] Nakagaki T, Iima M, Ueda T, Nishiura Y, Saigusa T, et al. (2007) Minimum-risk path finding by an adaptive amoebal network. *Phys Rev Lett* 99: 068104.

- [12] Ito K, Sumpter D, Nakagaki T (2010) Risk management in spatio-temporally varying field by true slime mold. *Nonlinear Theory and Its Applications*, IEICE 1: 26-36.
- [13] Miyaji T, Ohnishi I (2008) *Physarum* can solve the shortest path problem on Riemannian surface mathematically rigorously. *Int J Pure and Applied Math* 46 (3): 353–369.
- [14] Ito K, Johansson A, Nakagaki T, Tero A (2011) Convergence properties for the *Physarum* solver. *ArXiv e-prints* .
- [15] Zhang X, Zhang Y, Zhang Z, Mahadevan S, Adamatzky A, et al. (2014) Rapid *Physarum* algorithm for shortest path problem. *Applied Soft Computing* 23: 19 - 26.
- [16] Burton JL, Franks NR (1985) The foraging ecology of the army ant *Ecton rapax* an ergonomic enigma? *Ecol Entomol* 10: 131–141.
- [17] Latty T, Ramsch K, Ito K, Nakagaki T, Sumpter DJT, et al. (2011) Structure and formation of ant transportation networks. *J R Soc Interface* 8: 1298–1306.
- [18] Tao T, Nakagawa H, Yamasaki M, Nishimori H (2004) Flexible foraging of ants under unsteadily varying environment(cross-disciplinary physics and related areas of science and technology). *Journal of the Physical Society of Japan* 73: 2333–2341.
- [19] Hino H, Shen H, Murata N, Wakao S, Hayashi Y (2013) A versatile clustering method for electricity consumption pattern analysis in households. *IEEE Trans Smart Grid* 4: 1048-1057.
- [20] 佐藤次男, 中村理一郎 (2001) よくわかる数値計算: アルゴリズムと誤差解析の実際. 日刊工業新聞社.
- [21] Keener JP, Sneyd J (1998) *Mathematical Physiology*. Springer.
- [22] Watanabe S, Tero A, Takamatsu A, Nakagaki T (2011) Traffic optimization in railroad networks using an algorithm mimicking an amoeba-like organism, *Physarum* plasmodium. *Biosystems* 105: 225–232.
- [23] 財団法人 運輸政策研究機構 (2008) 都市交通年報 平成 19 年度版. 財団法人 運輸政策研究機構.

- [24] East Japan Railway Company (2009) Passengers at stations. East Japan Railway Company. URL <http://www.jreast.co.jp/passenger/2005.html> (2009.3.24).
- [25] Transportation News Co, Ltd (2011) JR Jikokuhyo in February 2011 (Schedule of Japan Railway issued in February 2011). Transportation News Co., Ltd. (in Japanese).
- [26] Dijkstra E (1959) A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische Mathematik* 1: 269–271.
- [27] 平石和昭 (1999) 地方都市圏における都市鉄道利用促進方策への示唆. *運輸政策研究* 2: 13–24.
- [28] 畠山直, 宮地由芽子 (2013) 鉄道の輸送障害・事故の発生状況に対する利用者の認識の違い. *鉄道総研報告 = RTRI report: 鉄道総合技術論文誌* 27: 39–44.
- [29] Watanabe S, Takamatsu A (2014) Transportation network with fluctuating input/output designed by the bio-inspired *Physarum* algorithm. *PLoS ONE* 9: e89231.
- [30] Sachtjen ML, Carreras BA, Lynch VE (2000) Disturbances in a power transmission system. *Phys Rev E* 61: 4877–4882.
- [31] Dobson I, Carreras BA, Lynch VE, Newman DE (2007) Complex systems analysis of series of blackouts: cascading failure, critical points, and self-organization. *Chaos* 17: 026103-1–026103-13.
- [32] 経済産業省資源エネルギー庁電力基盤整備課 (平成 19 年 4 月 17 日公表). 「電力系統の構成及び運用に関する研究会」報告書.

早稲田大学 博士（工学） 学位申請 研究業績書

氏名 渡邊 晋 印

(2014年 10月 現在)

種 類 別	題名、 発表・発行掲載誌名、 発表・発行年月、 連名者（申請者含む）
原著論文	○ <u>S. Watanabe</u> , A. Takamatsu, “Transportation network with fluctuating input/output designed by the bio-inspired <i>Physarum</i> algorithm”, <i>PLoS ONE</i> , 9, 2014. 2, pp. e89231
原著論文	○ <u>S. Watanabe</u> , A. Tero, A. Takamatsu, T. Nakagaki, “Traffic optimization in railroad networks using an algorithm mimicking an amoeba-like organism, <i>Physarum plasmodium</i> ”, <i>BioSystems</i> , 105, 2011. 9, pp. 225-232
国際会議	○ <u>S. Watanabe</u> , A. Takamatsu, Y. Hayashi, “Design of electric power distribution networks using a biologically inspired algorithm”, 1st International Conference on the Theory and Practice of Natural Computing, Spain, 2012. 10 (ポスター発表)
国際会議	○ <u>S. Watanabe</u> , A. Takamatsu, Y. Hayashi, “Design for power grid with one-day periodical consumption of electric power with a biologically inspired algorithm”, 6th International Workshop on Natural Computing, Tokyo, 2012. 3, pp. 7 (要旨集有り・口頭発表)
国際会議	○ <u>S. Watanabe</u> , A. Tero, A. Takamatsu, T. Nakagaki, “Traffic optimization in railroads by an algorithm inspired from <i>Physarum</i> ”, Hakodate Winter School of Natural Computing in 2011, Hokkaido, 2011. 3 (口頭発表・招待講演)
国際会議	○ <u>S. Watanabe</u> , A. Tero, A. Takamatsu, T. Nakagaki, “Rail grid optimization by an algorithm inspired from <i>Physarum</i> ”, The 3rd International Symposium on Mobiligence in Awaji, 2009. 11, pp. 399-402 (査読有り・論文集有り・ポスター発表)
国際会議	○ <u>S. Watanabe</u> , A. Tero, A. Takamatsu, T. Nakagaki, “Rail grid optimization by an algorithm biologically inspired from an amoeba-like organism of true slime mold”, 2009 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications, Hokkaido, 2009. 10, pp. 356-359 (査読有り・論文集有り・口頭発表)
国内学会	○ <u>渡邊晋</u> 、高松敦子、林泰弘、(2013) “粘菌アルゴリズムを用いた需要量変動環境におけるネットワーク設計”、第 25 回自律分散システムシンポジウム、pp. 189-192 (論文集有り・口頭発表)
国内学会	○ <u>渡邊晋</u> 、高松敦子、林泰弘、(2012) “生物の適応過程に学んだ電力ネットワーク設計”、第 55 回自動制御連合講演会、pp. 1194-1197 (論文集有り・口頭発表)
国内学会	○ <u>渡邊晋</u> 、高松敦子、林泰弘、(2012) “粘菌アルゴリズムを用いた需要量変動を考慮したネットワークの設計”、第 22 回日本数理生物学会、pp. 82 (要旨集有り・口頭発表)
国内学会	○ <u>渡邊晋</u> 、高松敦子、林泰弘、(2012) “粘菌アルゴリズムによる供給量及び需要量変動を考慮した電力ネットワーク設計”、第 24 回自律分散システムシンポジウム、pp. 125-128 (論文集有り・口頭発表)

早稲田大学 博士（工学） 学位申請 研究業績書

種 類 別	題名、 発表・発行掲載誌名、 発表・発行年月、 連名者（申請者含む）
国内学会	○ <u>渡邊晋</u> 、手老篤史、高松敦子、中垣俊之、(2011) “粘菌アルゴリズムのネットワーク最適化問題への応用”、第23回自律分散システムシンポジウム、pp. 279-282（論文集有り・口頭発表）
国内学会	○ <u>渡邊晋</u> 、手老篤史、高松敦子、中垣俊之、(2010) “粘菌アルゴリズムを用いた首都圏鉄道網の輸送量最適化”、第20回日本数理生物学会、pp. 55（要旨集有り・口頭発表・招待講演）
国内学会	○ <u>渡邊晋</u> 、手老篤史、高松敦子、中垣俊之、(2010) “粘菌アルゴリズムを用いた鉄道路線の輸送量最適化”、第22回自律分散システムシンポジウム、pp. 131-136（論文集有り・口頭発表）
国内学会	○ <u>渡邊晋</u> 、手老篤史、高松敦子、中垣俊之、(2009) “真正粘菌変形体の最短経路探索アルゴリズムを用いた鉄道網の輸送量最適化”、第15回創発システム・シンポジウム「創発夏の学校2009」、pp. 93-96（論文集有り・ポスター発表）