

修士論文概要書

CD

年 月提出

学籍番号 3606U027-7

専攻名 (専門分野)	情報・ネットワーク 専攻	氏名	柏木啓一郎	指導 教員	柏木 雅英 印
研究指導名	数値解析				
研究 題目	アフィンベキ級数演算を利用した常微分方程式の精度保証				

非線形現象を伴う回路や各種システムに対する解析は、数値計算によって行うのが一般的である。ところが、数値計算で得られた結果には様々な誤差が混入している。

近年、精度保証付き数値計算という分野が発展し、得られた近似解と真の解の誤差がどのくらいなのか、あるいは近似解の近くに真の解が存在するのかどうかといった、近似解の正しさを数学的に保証する技術が考えられている。

本論文においては、その精度保証付き数値計算で常微分方程式の初期値問題の解法の一つである、ベキ級数演算を利用し、常微分方程式の初期値問題の長時間積分を解くことを考える。

ベキ級数演算では、長時間積分を行うと、初期に混入した丸め誤差などが **Wrapping Effect** などにより拡大され続けるために、最終的に区間幅が極端に増大してしまう。そのような問題を解決する既存の方法の一つに、ベキ級数演算に平均値形式を用いた方法がある。

区間演算の **Wrapping Effect** を抑える演算方法にはアフィン演算も有効である。アフィン演算は変数間の相関を考慮するため、演算結果の区間幅の極端な広がりを抑えるという利点を持つ。

本論文では、ベキ級数演算、及びアフィン演算の特性を利用し、高速なアフィン演算を用いたベキ級数演算を提案し、実際に常微分方程式の初期値問題の長時間積分を解き、その有効性を示している。

本論文は、まず必要な知識について述べている。さらに、既存の方法について、本論文における提案方法、及びその有効性についての説明という構成となっている。

本論文における提案方法について述べると、常微分方程式の初期値問題の長時間積分を解く既存の方法の一つに、ベキ級数演算とともに平均値形式がある。これは **Wrapping Effect** を抑えるためであるが、更にこの **Wrapping Effect** による区間幅の増大を抑えるために、本論文の提案方法においては、ベキ級数演算とアフィン演算を組み合わせた。

ベキ級数演算とアフィン演算を組み合わせる際には、解の存在証明においてアフィン変数同士の包含関係を判別する必要が発生する。これは、 n

次元凸多面体同士の包含関係を判別するという問題となる。しかし、この判定を高速に行うのは容易なことではない。そのために、本論文ではあえてアフィン演算の特徴である変数同士の相関関係を無くし、包含関係の判別を高速に行えるようにしている。また、この際の区間の増大分はベキ級数演算の特性によって非常に小さい増大とすることも成功している。

また、そのままベキ級数演算にアフィン演算を適用しただけでは、計算過程においてアフィン変数の相関性を表すダミー変数（イプシロン）が大量に発生してしまい、膨大なメモリ領域と計算時間が必要となってしまう。よって、実際に計算を行う上では、イプシロンの数を減らす必要がある。アフィン変数は、最良の場合には微分方程式の次数だけの一次独立なイプシロンのみで表すことが出来るはずであるが、それを求めるのもまた、膨大な時間が必要となってしまう。そこで、本論文では、各ステップ毎において発生するイプシロンを一次独立なイプシロンと見立て、まとめることによって、イプシロンの数を大幅に減らし、実用に耐えられるような簡略化を行った。

以上のような、本論文における提案方法を用いた数値例で有効性の検証を行った結果、全ての例題において、従来方法と比較して提案方法が区間の増大を抑えていることが分かる。特に、既存の方法では到底解くことが出来ないような常微分方程式の初期値問題の長時間積分においても、提案方法は区間幅が発散してしまっていないことが分かる。また、数値例の実行時間においても、例題の種類によっては平均値形式を用いたベキ級数演算の実行時間を上回る実行時間で高速に演算していることが分かる。本論文の数値例では、以上のようにアフィンベキ級数演算の有効性を示すことが出来ている。