

内98-9

早稲田大学大学院理工学研究科

博 士 論 文 概 要

論 文 題 目

Studies of Non-linear Phenomena on
Relativistic Astronomical Objects and
Cosmological Large Scale Structure
相対論的天体および宇宙の大規模構造に
おける非線形現象の研究

申 請 者

曾田 康秀

Yasuhide Sota

物理学及応用物理学

宇宙物理学

1998 年 7 月
(西暦)

非線形系の解析は、20世紀中頃までは少数自由度で対称性の大きい場合における考察や、線形方程式に微小な非線形項が加えられた場合の摂動計算の考察に限られていた。しかしながら1950年代に出現したコンピュータの進歩は非線形系の大域的な振る舞いの解析を可能にし、非線形系ではカオスと呼ばれる驚くほど複雑な振る舞いや、フラクタルと呼ばれる整数次元を持たない自己相似的な構造が少数自由度系でも自然に現れることが明らかにされた。またコンピュータの出現とは独立に、異なるスケールでの振る舞いが密接に結びついた非線形系においては、解の漸近的な振る舞いを抽出する繰り込み群の手法が量子論や物性理論の分野で発展し、単なる線形解の周りでの摂動計算からでは説明できないさまざまな物理現象を説明するのに成功している。

一方、1915年にEinsteinによって提唱された一般相対論は強い重力場中の天体现象の説明や宇宙自体の振る舞いの記述に成功しているが、この理論での時空構造を決める方程式や重力場中の自由粒子の運動方程式は、一般に複雑な非線形系をなしており、さまざまな非線形現象が現れることが予想される。実際1970年代後半には一様性を仮定した少数自由度の宇宙の一つ Bianchi IX宇宙のカオス的な振る舞いが明らかにされ、4次元時空中でのテスト粒子の運動に関しても、1990年頃からこれまで幾つかの時空に対してカオスが見られることが報告されている。さらに宇宙の観測技術の発展に伴い、数100 Mpc に及ぶ大きなスケールで銀河分布がフラクタル的になっているという報告もある。

本研究では、このような一般相対論や宇宙論に見られる非線形系特有な性質をより系統的に研究し、そこでの物理現象をより深く理解することを目指す。特に、本研究は大きく分けて2つの考察に分類される。ひとつは、4次元時空中のテスト粒子の運動に対する時空の曲率の情報を用いたカオス発生条件についての考察で、第2章で論じる。もう一つは宇宙の大規模構造に見られるフラクタルな分布を仮定した場合の観測量のスケール依存性に関するもので、第3章で論じられる。特に、繰り込み群の手法を用いることによって、個々の観測量がスケールごとにどのように推移していくかについて調べる。以下では各章の概要について述べる。

まず第1章でいろいろな分野におけるカオスやフラクタル、繰り込み群の手法などの非線形現象の考察について要約する。また、これらの手法のこれまでの一般相対論および宇宙論への応用について概要する。

第2章では重力の影響のみを受けるテスト粒子のカオス発生条件について具体的に考察する。ここでは特に、テスト粒子の運動が4次元時空中での測地線で記述されることに注目し、曲率テンソルで決まる軌道の局所的な不安定性がカオスに及ぼす影響について考察する。初めに局所的な不安定性と対応

するRiemann曲率の固有値の分布を調べ、時空の対称性から決まる方向以外の2方向が不安定になる領域(LU領域)を定義し、その分布とカオスの相関について調べる。結果としてはこのようなLU領域の軌道の通過とその軌道のカオス的振る舞いに関して相関が見られることが分かった。しかしながら、それらの軌道の振る舞いが安定な周期軌道に近い場合は当然カオスは起きずカオスの判定条件としては不十分である。実際、カオスの発生は時空の構造だけでなく、エネルギーや角運動量などの個々の軌道の持つ保存量の値と密接に関係がある。よってここでは、さらに上述の判定法を4元運動量を含んだ曲率テンソルの場合に拡張し、4元運動量とRiemann曲率の縮約を取った2階のテンソルの固有値を調べた。実際、このテンソルの正の固有値の固有方向で決まる引き伸ばしの方向が、ホモクリニック軌道に垂直な場合は、不安定周期軌道の周りにカオスが発生することが分かった。このことから曲率によって決まる潮汐力によって、不安定周期軌道の周りのホモクリニック軌道が不安定になり、引き伸ばしと折畳みの効果で不安定周期軌道の周りにカオスが発生するものと思われる。またホモクリニック軌道とは離れた所で独立に現れるカオスに対しても、曲率によって決まる潮汐力の方向と強さを調べることによって、定量的にカオス発生を説明することができる。よって曲率の情報と個々の軌道の方程式の中に含まれる保存量の値を組み合わせることによって、より定量的にカオスの発生についての情報が得られることが分かった。

第3章では、宇宙の銀河分布の大規模構造に見られるフラクタル的な分布を仮定した場合の観測量のスケール依存性を繰り込み群的手法を用いて考察する。まず3.1節でここでの考察の動機となる宇宙論における問題点および観測される銀河分布のフラクタル性についてまとめる。現在の観測から、通常のインフレーションモデルの予言する宇宙を閉じさせるほどの物質が現実の宇宙には存在していないことや、素粒子の理論から期待されるよりはるかに小さな値の宇宙項が存在することなどの問題点が示唆されている。一方、銀河の観測から我々の宇宙が予想されてたよりはるかに大きなスケールで、ボイドやフラクタルで特徴づけられる非一様構造を持っている可能性も示唆されている。3.2節ではこのような非一様分布をした宇宙での観測量がそのスケールでの平均量であること、平均量によって記述された方程式がもとの平均を取る前の方程式からずれることに注目する。特に我々の宇宙がフラクタル的な構造を持っているとすると、各スケールでの観測量の値が一様宇宙の仮定のもとでの予想からずれることが考えられるが、このずれが上に述べた問題点を解決する可能性がある。よってまず、これまでの非一様宇宙での平均操作についての考察に触れ、その問題点について述べる。また繰り込み群の手法や、統計的な平均量に対する自己相似性の仮定から、非常に非線

形性の強い領域で観測される 2 体相関関数のフラクタル性を説明しようとする解析もなされているが、これについての問題点などについてまとめる。

3.3節では、Newton宇宙において物質の分布がフラクタル的な自己相似性を持つ場合に、具体的に個々のスケールでの物理量の平均操作を考え、繰り込み群の手法を用いて、どのように観測量がスケール依存するかを調べる。Newton宇宙では、観測される方向は同時刻面であるので、その超曲面に沿っての平均量のスケール依存性を記述する繰り込み群方程式を導出する。このような平均量に対する式は原理的にBBGKY方程式系のような無限個の方程式の組で記述される。よって閉じた方程式系を得るために、ここでは3次以上の揺らぎのキュムラント項を無視するGauss的な分布と3次のキュムラント項を2次以下の量で近似した非Gauss的な分布について考察する。また一般に重力多体系を扱う場合は厳密には各時刻で重力ポテンシャルを決めるためのPoisson方程式を解く必要があるが、ここでは簡単のため潮汐力の時間発展方程式が与えられた近似モデルを用いる。

3.3.2節、3.3.3節では、3.3.1節で得られた繰り込み群の方程式を用いて、観測される地平線より小さなスケールでの物理量の振る舞いについて調べる。その際、標準的なインフレーションモデルの予言する平坦なEinstein-de Sitter宇宙に非常に小さな揺らぎが存在する場合を考え、現在の地平線スケールのような大スケールでの境界条件とする。また繰り込み群の方程式から、このような境界条件のもとでの観測量のスケール依存性に関する普遍的な性質を引き出し、小スケールでの観測における宇宙論問題の解決可能性について考察する。結果としては、Gauss的な場合ではEinstein-de Sitter宇宙付近を出発した流れは、小スケールで安定な固定点に収束し、物質の密度分布の観測を説明する方向に平均量は推移していくことが分かった。一方、非Gauss的な場合では小スケールで安定な固定点に一旦近づいた後、最終的に発散していくことが分かった。よって、非常に小スケールでの振る舞いは方程式系の近似法に依存して解の振る舞いが異なるが、観測との比較で興味のあるスケールでは、近似の方法にあまりよらない普遍的な振る舞いが得られることが分かった。このことは数Mpcから数100Mpcの限られたスケールでは系の振る舞いが現象論的に自己相似的な分布をしており、それにより観測における物質分布を説明しうることを示唆している。

最後に第4章で本研究で得られた結果を総括し、今後の研究への展望を述べる。