

内95-23

早稲田大学大学院理工学研究科

# 博士論文概要

## 論文題目

非可換ブラックホールの  
構造と安定性

申請者

鳥居隆

Takashi Torii

物理学及应用物理学専攻  
宇宙物理学研究

1995年 11月

1916年にアインシュタインによって提唱された一般相対性理論は、時空に対する概念や宇宙観などをぬりかえてきた。それによると時空は質量やエネルギーなどによって歪められ、重力はその歪んだ時空自身によって表現される。そして、時空の歪みはアインシュタイン方程式と呼ばれる非線形方程式によって記述される。最初の解は静的球対称な時空において真空な場を仮定して求められ、後にそれはブラックホールという特殊な天体を記述する解にもなっていることが明らかになった。

ブラックホールは星が自己重力を支えきれずに特異点に崩壊した天体であり、星の最終的な姿の1つと考えられている。その重力場は極めて強く、光でさえも脱出できない領域が現れる。したがって、その内部の様子は見る事ができず、これがブラックホールという名前の由来になった。現在までにブラックホールの存在を確認したという直接的な証拠はないが、ハッブル望遠鏡による銀河中心の巨大ブラックホールの報告や白鳥座X-1など、観測的にはいくつもの有力候補があげられている。一方、理論のほうではシュワルツシルト解の発見後、電荷を持ったライスナー・ノルトシュトルム解、角運動量を持ったカー解、そして両方を備えたカー・ニューマン解が発見された。1970年代になるとS. Hawking, W. Israel, B. Carter, I. Robinson 達の一連の論文によって、物質場として電磁場のみを考えたアインシュタイン・マックスウェル系ではブラックホールはカー・ニューマン解に唯一に決まることが証明された。この定理によって、星が持っていた多くの情報はブラックホール形成時の崩壊過程で失われてしまい、最終的に定常状態に落ち着くと質量・角運動量・電荷しか残らないという推測がうまれた。J. A. Wheelerはそれらの物理量を“毛”にたとえ、3つ以外には物理量が存在しないことから「ブラックホールには“毛”がない。」と言い表した。これをブラックホールの無毛仮説という。

では、ブラックホールは本当に質量・角運動量・電荷しか持ち得ないのか。このような疑問から新たな“毛”の候補としてヤン・ミルズ場が考えられた。そして1989年、SU(2)ゲージ対称性を持った静的球対称な粒子解、引き続き1990年にcolored black hole解が求められた。colored black holeの発見により、ヤン・ミルズ場などの非可換ゲージ場が新しい“毛”になる可能性が出てきた。そして、その後、様々なタイプのブラックホール解が発見された。これらを非可換ブラックホールと呼ぶことにする。

本論文の目的は、これらの新しいブラックホールを系統立てて解析することにより、非可換場の存在がブラックホールにどのような影響を与えるのかを明らかにすることである。具体的には新しい解の探索、時空構造、熱力学的性質、安定性の4つの観点からのアプローチを試みる。以下に本論文の内容を章ごとにまとめる。

第1章「序」では、研究対象である非可換ブラックホールの歴史的背景を概観した後、本論文の目的および構成を述べる。

第2章「ブラックホール物理学」では、ブラックホールの無毛仮説を説明し、それから予言されるカー・ニューマン解のうち、静的球対称なシュワルツシルト解とライスナー・ノルトシュトルム解を考察する。また、後で必要になるブラックホール熱力学の法則を紹介する。

第3章「非可換ブラックホール解」では、本研究で新たに発見した非可換ブラックホール解を説明するとともに、これまでに導かれた解の再解析を行い、それらの時空構造を明らかにする。非可換ブラックホール解の計算では、時空に静的球対称を仮定する。境界条件として事象の地平線が正則であること、漸近的に平坦な時空、もしくは宇宙項入りの系ではライスナー・ノルトシュトルム・ドジッター時空に近づくことを仮定すると、場の方程式は固有方程式となっており、自明解を除いては解析的には求められず、数値計算を必要とする。固有方程式を解くので解は離散的になり、それら1つ1つは非可換ベクトル場のポテンシャルのノード数（零点の数）によって特徴づけられる。考察した系は以下のとおりである。

(1) colored black hole	重力 + ヤン・ミルズ場	[NI]
(2) dilatonic colored black hole	重力 + ヤン・ミルズ場 + デイラトン場	[NI]
(3) Proca black hole	重力 + プロカ場	[NII]
(4) sphaleron black hole	重力 + ヤン・ミルズ場 + ヒッグス場	[NII]
(5) new sphaleron black hole	重力 + ヤン・ミルズ場 + ヒッグス場	[NII]
(6) Skyrme black hole	重力 + スキルム場	[NII]
(7) monopole black hole	重力 + ヤン・ミルズ場 + ヒッグス場	[CII]
(8) cosmic colored black hole	重力 + ヤン・ミルズ場 + 宇宙項	[AI]
(9) stringy black hole	重力 + ヤン・ミルズ場 + デイラトン場 + ガウス・ボンネ項	[R <sup>2</sup> I]

これらの中で新たに発見した解は(2), (5), (8), (9)である。また(7)の解析は主に共同研究者である立澤尚史氏が担当した。解析の結果、非可換ブラックホールは右端の括弧内に示してあるように5種類のタイプに分類できることがわかった。これらの記号は解の分類の略名で、Nは電磁的に中性、Cは帯磁、Aは宇宙項入り、R<sup>2</sup>は曲率二重項入りを表している。また、I, IIは種族I・種族IIの分類を意味し、それぞれ非可換場に質量がある解とない解との違いである。非可換場が質量を持たない種族Iでは、漸近的に平坦でないAIタイプを除いていくらかでも大きな質量の解が考えられる。しかし、質量無限大の極限では、非可換場が時空構造に及ぼす影響は非常に小さくなり、通常のカー・ニューマン時空に近づいてゆく。一方、種族IIでは、その質量に上限がある。これは地平線の半径が非可換場のコンプトン波長程度に大きくなると、非可換場の作る粒子的構造がブラックホールへと吸い込まれてしまうためと考えられる。また、種族IIの解にはa型とb型の2つが存在する。b型は平坦

な時空でも存在する粒子解に一般相対論的效果を入れ、ブラックホール解になったもの、a型は重力場が存在してはじめて構造が形成されるものである。種族Iの解はすべてa型に属している。平衡状態を形成する仕方のこのような違いは非常に本質的で、ほとんどすべての性質にこの違いによる効果が現れている。

第4章「熱力学的性質から見た非可換ブラックホール」では、非可換ブラックホールのエントロピー、温度、熱容量を調べ、熱力学的性質を明らかにした。その結果、NI, AI, NIIaタイプの解には非可換ブラックホールに特徴的な熱容量の不連続点が現れることがわかった。また、ホーキング輻射や周りの物質の降着などによる進化を考察し、その過程での非可換ブラックホール解から自明解への不連続変化、宇宙の残骸 (remnant) 等の議論した。特にCIIaタイプにおいては、蒸発過程でライスナー・ノルトシュトルム解からmonopole black holeへの転移が生じることを明らかにし、形成過程も含めた初めてのブラックホールの無毛仮説の反例をあげた。

第5章「安定性から見た非可換ブラックホール」では、カタストロフィー理論が非可換ブラックホールに対して有用であることを示し、主にこの理論を用いて安定性の解析を行った。そして、非可換ブラックホールは折り目、くさび、つばめの尾カタストロフィーと多彩な構造安定性を持つことを示した。カタストロフィー理論は自然界における形態の変化を扱う数学的手法で、不連続現象を扱うことが可能である。カタストロフィーはこの理論の創始者であるトムの定理によって、初等カタストロフィーと呼ばれる7つの基本的形態に分類される。トムの定理は現代数学の微分トポロジーを基礎にしており、その証明は複雑であるが、結論が非常に分かり易いのと、摂動計算に比べて解析が容易なので多くの分野に应用されている。解析の結果、a型のブラックホールは不安定、(new) sphaleron black holeを除いたb型のブラックホールは安定であった。つまり、重力と非可換場のつり合いによって作られる新たな構造はすべて不安定であることがわかった。またAIタイプのブラックホールに対してはカタストロフィー理論と摂動論のそれぞれの長所を用いて、通常よりも簡単に不安定モードの数を求めることに成功した。

第6章「結び」では、以上のまとめを行った。また、付録A「ブラックホールの無毛定理と唯一定理」では、アインシュタイン・マックスウェル系でのこれらの定理を証明なしに整理した。付録B「カタストロフィー理論概論」ではカタストロフィー理論と、その中心となるトムの定理を説明した。