

衛星搭載用フェーズドアレーアンテナの
高機能化に関する研究

Study on Design and Implementation of
Satellite Phased Array Antennas

2010年2月

高橋 徹

衛星搭載用フェーズドアレーアンテナの
高機能化に関する研究

Study on Design and Implementation of
Satellite Phased Array Antennas

2010年2月

早稲田大学大学院 理工学研究科

高橋 徹

1. 序論	1
1.1 研究の背景	1
1.2 従来の技術課題	4
1.2.1 軽量アンテナ設計技術	4
1.2.2 直交偏波共用アンテナ設計技術	6
1.2.3 高精度素子電界測定技術	9
1.2.4 高速素子電界測定技術	11
1.3 本研究の概要	13
参考文献	15
2. メッシュ地導体を用いたマイクロストリップアンテナ設計法	19
2.1 序言	19
2.2 展張方式平面アレーアンテナの構成	21
2.3 解析理論	24
2.3.1 解析モデル	24
2.3.2 摂動法による共振周波数の導出	26
2.3.3 静電近似による解法	28
2.3.4 無限周期アレー解析による解法	31
2.3.5 入力インピーダンス	35
2.3.6 後方放射パターン	36
2.4 実験結果	37
2.5 設計データ	44
2.6 結言	46
参考文献	47
3. 直交偏波共用マイクロストリップアンテナの給電点摂動による低交差偏波設計法	48
3.1 序言	48
3.2 給電点摂動による低交差偏波設計法	49
3.2.1 原理	49
3.2.2 給電点摂動最適設計条件の解析的検討	49
3.3 数値計算結果	54
3.3.1 給電点摂動前の特性	54
3.3.2 低交差偏波設計法適用後の特性	56
3.4 実験結果	60
3.4.1 給電点摂動前の特性	60
3.4.2 給電点摂動後の特性	60
3.5 結言	65
参考文献	66

4.	素子電界ベクトル回転法の測定精度の理論検討	67
4.1	序言	67
4.2	REV法の概要	70
4.2.1	測定系と測定原理	70
4.2.2	測定の実際	73
4.3	デジタル移相器の通過特性誤差によるREV法測定誤差解析理論	76
4.3.1	測定誤差要因と前提条件	76
4.3.2	アレー合成電力の確率密度分布	77
4.3.3	REV法による素子電界振幅測定誤差	80
4.3.4	REV法による素子電界位相測定誤差	81
4.3.5	デジタル移相器によるREV法測定誤差理論のまとめ	82
4.4	測定系熱雑音によるREV法測定誤差解析理論	83
4.4.1	測定系回線設計	83
4.4.2	測定系熱雑音によるREV法の測定誤差	86
4.4.3	REV法の測定系回線設計指針	88
4.4.4	トータルのREV法測定誤差	89
4.5	デジタル移相器の通過特性誤差によるREV法測定誤差の実験による検証	90
4.5.1	測定系	90
4.5.2	素子電界の真値の測定	94
4.5.3	REV法による測定誤差の評価	94
4.6	測定系熱雑音によるREV法測定誤差の実験による検証	97
4.6.1	アンテナおよび測定系の構成	97
4.6.2	デジタル移相器の通過特性誤差	99
4.6.3	REV法コサインカーブ測定結果	101
4.6.4	素子電界測定結果	102
4.6.5	REV法測定誤差の理論値との比較	105
4.7	結言	108
	参考文献	109
5.	複数素子に対する高速素子電界測定法	111
5.1	序言	111
5.2	測定理論	113
5.2.1	測定原理	113
5.2.2	フーリエ係数の求め方	118
5.2.3	各素子位相変化量の選択方法	119
5.3	測定誤差解析理論	121
5.3.1	前提条件	121
5.3.2	各素子励振振幅位相誤差と合成電力誤差の関係－確率密度分布の導出－	122

5.3.3	提案測定法による素子電界振幅測定誤差.....	126
5.3.4	提案測定法による素子電界位相測定誤差.....	130
5.3.5	提案測定法の測定誤差の結論.....	132
5.4	実験結果.....	133
5.4.1	測定系の構成と測定条件.....	133
5.4.2	素子電界の真値の測定.....	135
5.4.3	提案測定法によるアレー合成電力の変化とフーリエ級数展開波形.....	135
5.4.4	素子電界測定結果.....	138
5.4.5	測定精度の検証.....	141
5.5	結言.....	143
	参考文献.....	144
6.	結論.....	145
	謝辞.....	147
	研究業績.....	149
付録 A.	本論中の式の導出詳細.....	153
A.1	第 2 章の Maxwell 方程式からの摂動法による共振周波数導出.....	153
A.2	第 2 章無限周期アレー解析モデル領域 1 の磁界表現式の導出.....	157
A.3	円形マイクロストリップアンテナのキャビティモデル.....	158
A.4	矩形マイクロストリップアンテナの等価パッチ寸法の計算.....	159
A.5	アレー合成電力確率密度分布導出の詳細.....	160
A.6	アレー合成電力の標準偏差導出の詳細.....	162
A.7	式(4.47)導出の詳細.....	164
A.8	式(4.54)導出の詳細.....	169
A.9	式(5.60)～式(5.62)の導出の詳細.....	172
A.10	式(5.72)～式(5.74)の導出の詳細.....	173

1. 序論

1.1 研究の背景

フェーズドアレーアンテナ（以下、フェーズドアレー）は、図 1.1 に示すように複数個の素子アンテナ（以下、素子）、各素子の励振位相を変えるための移相器等から構成される高性能なアンテナである。その最大の特長は電波を送信あるいは受信する方向（以下、ビーム方向）を任意の方向に電子的に走査可能なことである。ここでは、衛星利用の発展と衛星搭載用アンテナとしてのフェーズドアレーの関わりについて最初に概観する。

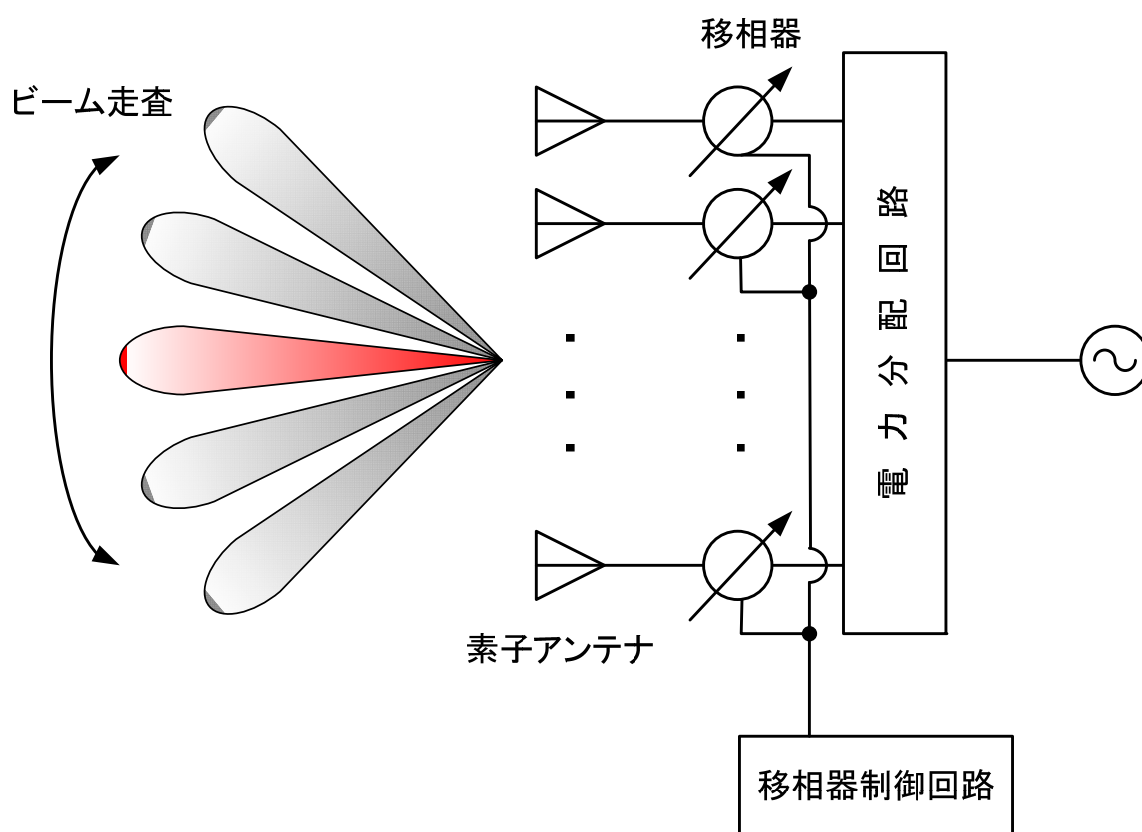


図 1.1 フェーズドアレーアンテナの基本構成

世界初の人工衛星（以下、衛星）スプートニク 1 号が 1957 年に打ち上げられて以来、通信、放送、測位、地球観測など様々な用途の衛星が打ち上げられてきた。これらの衛星利用のシステムは衛星通信と衛星リモートセンシングの用途に大別できるが、アンテナはいずれのシステムにおいても必要不可欠かつ鍵となるコンポーネントである。したがって、これらのシステムの発展とともに衛星搭載用アンテナも高性能かつ高機能なものへと発展してきた。

衛星通信は広域性、同報性、耐災害性の点で優れており、この利点を生かす形で発展してきた[1.1]。衛星通信が飛躍的な発展を遂げるきっかけとなったのは 1964 年の SYNCOM-III の静止軌道への投入成功であり、これ以降静止衛星を用いた衛星通信システムが一般的となり現在でも主流となっている。静止衛星を用いた衛星通信システムでは地上の固定通信領域と回線接続するのが一般的であり、反射鏡アンテナやホーンアンテナなど、固定ビームの開口面アンテナが衛星搭載用アンテナとして長く用いられてきた。ところが、1990 年代に提案された IRIDIUM、GLOBALSTAR など全世界的なセルラー衛星通信システムは、衛星搭載用アンテナの方式を大きく変えることになった[1.2], [1.3]。これらの衛星通信システムは低高度軌道（LEO : Low Earth Orbit）の周回衛星を用いたシステムであり、衛星から見た通信領域が時々刻々と変化することになる。このため、衛星搭載用アンテナとしてビーム方向を高速に変えることが可能なマルチビームフェーズドアレーが採用されるようになった。これにより、指向性の高いビーム、すなわち高いアンテナ利得を有するスポットビームによって広範囲の通信領域をカバーできるようになり、全世界的なセルラー衛星通信サービスの提供が可能になるとともに、大容量衛星通信を実現した。また、LEO 周回衛星の観測データを地上に伝送する直接伝送系においても、同様な理由によりフェーズドアレーが採用されるようになった[1.4]。これにより、衛星から指向性の高いビームを同一地球局に長時間指向させることが可能になるので、観測データの伝送容量が飛躍的に大きくなった。我が国でも、1994 年に打ち上げられた技術試験衛星 VI 型（ETS-VI）において S バンド衛星間通信用にマルチビームフェーズドアレーが採用された[1.5]。これにより、静止軌道上のデータ中継衛星と LEO 周回衛星との大容量衛星間通信の基本技術が確立された。また、2008 年には超高速インターネット衛星（WINDS : Wideband InterNetworking engineering test and Demonstration Satellite）が打ち上げられた。本衛星には Ka 帯のアクティブフェーズドアレー[1.6]が搭載されている。このフェーズドアレーは利得の高いスポットビームを走査することが可能である。また、ビーム走査範囲を日本列島およびその周辺海域だけでなく衛星軌道から視野に入る全地上領域としている。これらの特長により、WINDS では広範囲な地域との大容量衛星通信回線を柔軟に確保することが可能になった。WINDS の例でもわかるように、近年の衛星通信では従来の広域性、同報性、耐災害性という利点に加えて、大容量通信回線を柔軟に確保する機能を有することにより災害や緊急時の通信回線の備えとすることが期待されるようになっている[1.7]。この要求に対しては、指向性の高いスポットビームを電子的に走査可能なフェーズドアレーが最も適しており、将来的には現在よりも高機能な衛星搭載用フェーズドアレーが必要になるものと考えられる。

一方、衛星リモートセンシングも衛星の持つ広域性を大きな利点とし飛躍的な発展を遂げてきた。特に天候や昼夜に左右されない合成開口レーダ（SAR : Synthetic Aperture Radar）は

電波を利用した衛星リモートセンシングの中心的な存在であり、その発展においてアンテナが果たしてきた役割も大きい。地球観測目的の初の衛星搭載 SAR センサを搭載した衛星は 1978 年に打ち上げられた SEASAT であり、この成功を契機として様々な衛星搭載 SAR センサが開発されるようになった[1.8]。衛星搭載 SAR センサの大きな特徴は開口寸法が 10m を超える非常に大型なアンテナが必要とされることである。このため、衛星搭載 SAR アンテナとしては、衛星打ち上げ時の収納および軌道上での展開が容易な平面タイプのアレーアンテナが採用されるのが一般的である。初期の衛星搭載 SAR アンテナはビーム方向が固定のアレーアンテナであったが、1990 年代以降になると SIR-C, RADARSAT などフェーズドアレーを搭載した SAR センサが次々と開発されるようになった[1.9], [1.10]。これらの SAR センサでは、フェーズドアレーの最大の特徴である高速な電子ビーム走査によりスキャン SAR あるいはスポットライト SAR などの新たな観測モードが実現した。これにより SAR センサとして広域観測あるいは高分解能化が可能になった。同時期には直交する 2 つの偏波を用いて観測を行うポラリメトリ SAR も開発され、多様な観測データ取得が可能になった。我が国でも 2006 年に打ち上げられた陸域観測技術衛星 (ALOS : Advanced Land Observing Satellite) においてフェーズドアレーを用いた SAR センサが搭載されており、広域観測およびポラリメトリ観測を実現している[1.11]。現在では衛星搭載 SAR センサにおけるフェーズドアレーの適用は実用期に入っているが、さらなる高分解能化への要求が高まっている。また、地殻変動などを観測することを目的とした干渉 SAR (InSAR : Interferometric SAR) など新技術の開発も期待されている。これらの新しい SAR センサを実現していくためには、衛星搭載フェーズドアレーの高性能化および高機能化が必要になると考えられる。

以上で概観したように、近年では衛星通信、衛星リモートセンシングいずれの分野においてもフェーズドアレーを衛星搭載用アンテナとして採用するシステムが増加している。この傾向は将来的にさらに増加するものと考えられ、より高機能な衛星搭載用フェーズドアレーが必要になると考えられる。

1.2 従来の技術課題

本研究では、第 1.1 節で述べた技術動向を踏まえ、高機能な衛星搭載用フェーズドアレーを実現していく上で必要となる要素技術の研究開発を目的としている。具体的には、以下の要素技術を研究対象としている。

- 大型アンテナを実現するための軽量アンテナ設計技術。
- 偏波多重通信あるいはポラリメトリック SAR を実現するための直交偏波共用アンテナ設計技術。
- 高精度なビーム形成を実現するための高精度素子電界測定技術
- 衛星軌道上でのビーム再形成のための高速素子電界測定技術

以下では、これらの要素技術に関する従来の技術の課題を述べる。

1.2.1 軽量アンテナ設計技術

衛星通信、衛星搭載 SAR センサ、いずれの衛星利用においても、近年では衛星搭載用アンテナの大型化が必須となっている。大型の衛星搭載用アンテナを実現するためには、このアンテナを搭載した衛星をロケットで打ち上げなければならない。したがって、アンテナとしては、軽量であること、衛星打ち上げ時にはコンパクトに収納可能であること、軌道上において展開可能な構造であること、などの機械的な条件を満足する必要がある。これらの機械的要求条件を満足し、かつ本研究のテーマであるフェーズドアレーに適用することを考慮すると、素子としては平面アンテナであるマイクロストリップアンテナ（パッチアンテナとも言う）が有望である。したがって、ここではマイクロストリップアンテナの軽量化に関する課題を述べる。

マイクロストリップアンテナの基本構成を図 1.2 に示す。同図に示すように、マイクロストリップアンテナは誘電体基板の両側に地導体および放射導体（パッチ）を配した構成が基本である。このため、本アンテナの質量は誘電体基板がその多くを占めることになる。したがって、この誘電体基板を空気もしくはそれに近いものとするれば、アンテナの軽量化が期待できる。この発想に基づいたものとして、ハニカム基板を用いたマイクロストリップアンテナ[1.12], [1.13]、誘電体基板を発泡誘電体としその両側にフィルム基板を配したマイクロストリップアンテナ[1.14]、あるいは誘電体基板を完全になくしたインフレータブル構造のマイクロストリップアンテナ[1.15], [1.16]が提案されている。

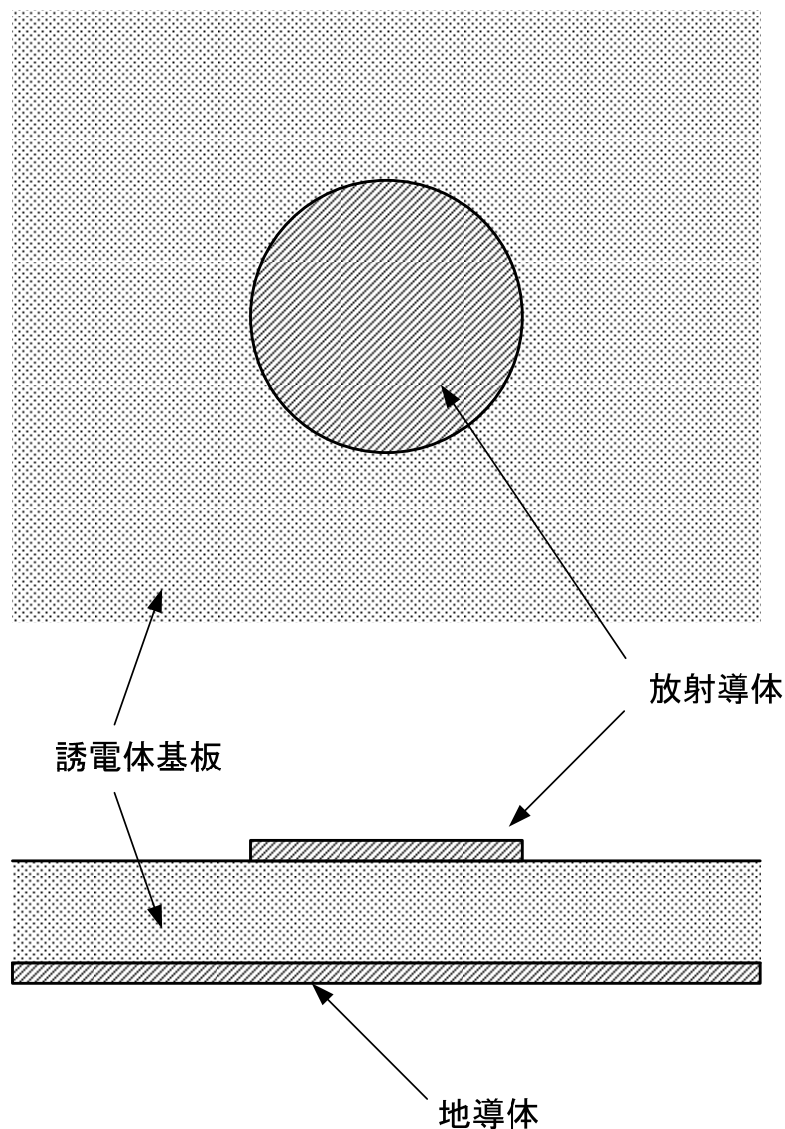


図 1.2 マイクロストリップアンテナの基本構成

ハニカム基板を用いたマイクロストリップアンテナは、ペーパーハニカムをコア材とし、その両側に薄い表皮を接着したサンドイッチ板を誘電体基板として用いるものである。このため、誘電体を限りなく空気に近づけることにより軽量化を実現しており、図 1.2 のような単層構造であれば 800g/m^2 程度の質量を有するマイクロストリップアンテナが実現可能である。また、サンドイッチ構造であるため機械的な剛性が非常に高く、マイクロストリップアンテナの電気特性上重要である平面度が良好である特長を有する。このため、JERS-1 をはじめとした L 帯の大型衛星搭載 SAR アンテナとして一般的に用いられている [1.12], [1.13], [1.17]。しかしながら、コア材であるペーパーハニカムの薄型化が製造上困難という課題がある。このことはマイクロストリップ線路等により共平面で素子に給電する場合には線路の不連続部からの放射損が増加するという問題につながる。一般に、マイクロストリップ線路に

において基板誘電率が空気に近い場合には、クランクなどの不連続部における放射損を低減するためには、地導体と線路の間隔を $1/200$ 波長以下にする必要があることが実験的に知られている[1.18]。したがって、ハニカム基板を用いたマイクロストリップアンテナでは、基板厚に対するこの条件を満足するのは S 帯以上の周波数では困難になる。また、コア材と表皮を接着する必要があるので誘電体損が大きくなるという問題もある。加えて、質量は 800g/m^2 程度と比較的軽量な部類には入るが、開口寸法 10m を超える大型アンテナではその質量が 100kg 以上となり、この種の大型アンテナに適用するには更なる軽量化が必要であるという課題もある。

誘電体基板を発泡誘電体としその両側にフィルム基板を配したマイクロストリップアンテナも、誘電体を限りなく空気に近づけることにより軽量化を実現している。このアンテナは衛星通信用地上端末のアンテナとしての実績があるが、アンテナを構成しているフィルム基板や発泡誘電体が宇宙環境（放射線環境）に耐えられない、宇宙の厳しい熱環境下では十分な平面度が得られないという問題がある。

インフレータブル構造のマイクロストリップアンテナは、誘電体基板を完全になくしたものであり、メンブレンと呼ばれる膜に地導体および放射導体を形成したものである。したがって、放射部自体では最も軽量化が可能である。しかしながら、地導体および放射導体を形成するための面に対して十分な平面度を実現するためにバネ等を用いた機械的な展張構造（引っ張り構造）がアンテナの周囲に必要となり、アンテナトータルとしては十分な軽量化が実現できないという問題がある。

1.2.2 直交偏波共用アンテナ設計技術

衛星通信では通信容量の大容量化のため偏波多重技術が必要となっている。また、衛星搭載 SAR センサでは、複数偏波による散乱特性から散乱体の物理的性質を推測するポラリメトリ技術が必要になっている。これらのシステムを実現していくためには、直交偏波共用、かつ低交差偏波特性を有するフェーズドアレーが必要である。ここでは、衛星搭載用フェーズドアレーの素子として有望なマイクロストリップアンテナの低交差偏波化の課題を述べる。

マイクロストリップアンテナを 2 点給電により直交偏波共用化した場合、交差偏波が劣化することが知られている。1 点給電時の放射パターンおよび 2 点給電時の放射パターン解析例を図 1.3 に示す。ここで、2 点給電時の放射パターンは、互いに直交する位置に 2 つの給電点を設け、一方を給電し他方を無反射終端した場合の特性である。これからわかるように、1 点給電時には低交差偏波特性が得られていても、2 点給電することにより交差偏波特性が大きく劣化することがわかる。すなわち、マイクロストリップアンテナでは直交偏波共用化することにより交差偏波特性が劣化することになる。これは直交給電点間の相互結合が原因である。

この交差偏波を低減するための設計法として、4 点給電する方法がこれまで提案されている[1.19]。この設計法は、アンテナ中心に対し点对称となる位置に給電点を設け、互いに逆相となるように給電することにより、交差偏波を消去するものである。また、別の従来手法と

して、円偏波のアレーアンテナに対し2素子ペアで構成する方法[1.20]、シーケンシャルアレーによる方法[1.21]、さらにこれらと同様な手法を直線偏波のアレーアンテナに適用したものが知られている[1.22], [1.23], [1.24]. これらの手法は給電方向の異なる素子を複数個配列し、位相差を付けて給電することによりアレーアンテナとして交差偏波を消去するものである。以上に述べた従来の低交差偏波設計法はいずれも特別な給電回路を必要とする。このような従来の設計法は、先に述べた ALOS のように1次元ビーム走査するフェーズドアレーでは容易に適用可能であると考えられる。すなわち、ALOS では一つの素子を複数個の素子から構成されるサブアレーとしているので、サブアレー内の給電回路にこの種の給電回路を実装することが可能である。しかし、SAR センサにおいて高分解能観測と広覆域観測を両立するためには2次元ビーム走査が必要であり、この場合には素子の配列間隔が狭くなり、かつ1素子毎に移相器を設ける必要がある。したがって、低交差偏波のために特別な給電回路を必要とする従来の設計法を適用するのは困難である。また、素子アンテナ単体で低交差偏波を実現する手法も提案されている[1.25], [1.26], [1.27]が、いずれも低交差偏波のための最適設計条件が見通しの良い形で示されていないという問題がある。

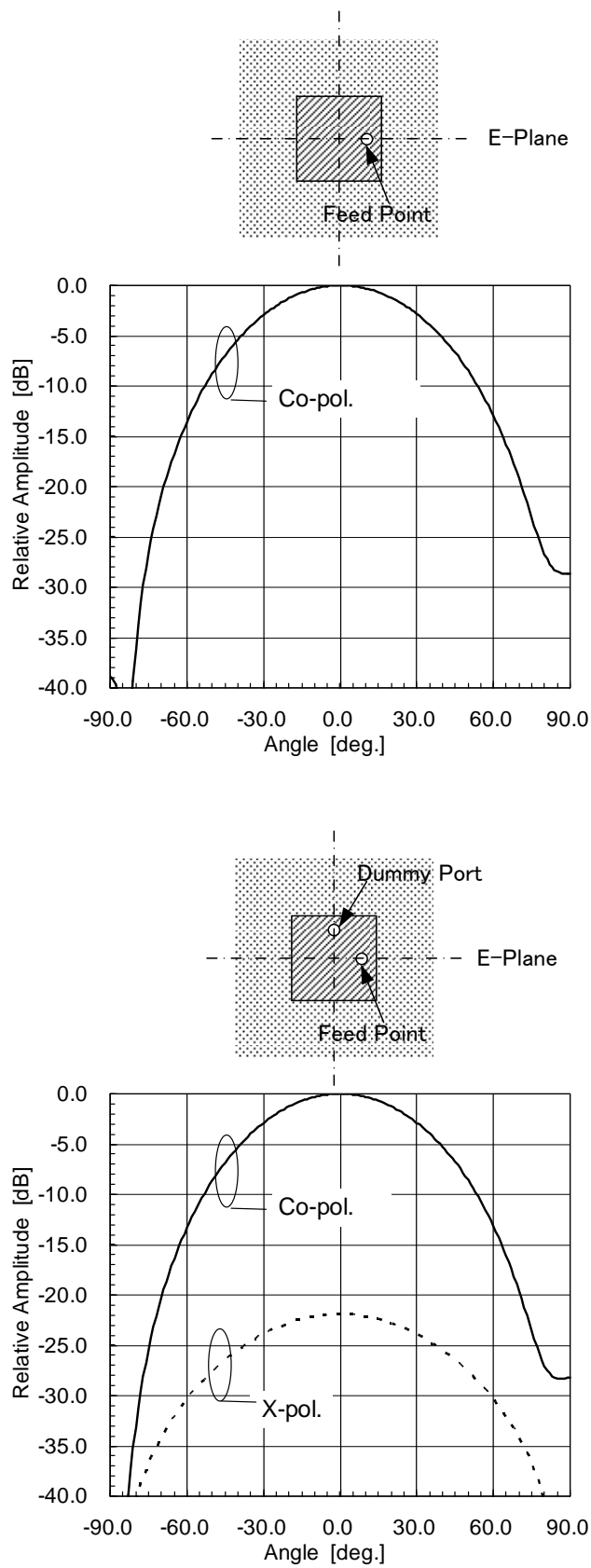


図 1.3 マイクロストリップアンテナの1点給電時と2点給電時の放射パターン例

1.2.3 高精度素子電界測定技術

フェーズドアレーにおいてビーム形成を実現するためには、各素子が放射する電界（以下、素子電界）を同相で合成する必要がある。しかし、フェーズドアレーを構成する素子、移相器、給電回路などの様々なコンポーネントには製造誤差があるので、これらを単純に接続しただけでは必ずしもビーム形成を実現することができない。また、素子間相互結合やアンテナの周囲構造物による電波の散乱により素子電界が素子毎に変化するので、ビーム形成が困難になる。このため、フェーズドアレーでは最終的なアレー動作状態において各素子電界を測定し、その結果をもとに各素子電界が同相合成となるように移相器により位相のキャリブレーションが行われる。したがって、素子電界測定法はフェーズドアレーにとって非常に重要な技術である。将来の高機能なフェーズドアレーを実現するためにはキャリブレーションの高精度化が重要であり、そのためには素子電界測定法そのものの高精度化が必要になる。

本論文では、この各素子電界を測定する方法として素子電界ベクトル回転法（REV 法；Rotating Element Electric Field Vector Method）[1.28]を取り上げる。この測定法は、測定対象となる素子の励振位相を 360 度変化させたときのアレーアンテナの合成電力（以下、アレー合成電力）の変化が余弦状（以下、コサインカーブ）になることを利用して、素子電界の相対振幅および相対位相を求める方法である。このため、REV 法は全素子が動作する状態での素子電界を測定することが可能であり、フェーズドアレーのキャリブレーションに広く用いられている[1.28]–[1.32]。このほか、フェーズドアレーの自己診断システム[1.33], [1.34]、振幅測定のみで行う近傍界測定[1.35]、複数観測点測定によるビームポインティング法[1.36]などにも応用されている。また、衛星軌道上でのフェーズドアレーのキャリブレーションに適用された例もある。例えば、ETS-VI 搭載の S バンド衛星間通信用フェーズドアレーにおいて、衛星と地上との間で REV 法の測定を行い、キャリブレーションした結果が文献[1.31]で報告されている。近年では、超高速インターネット衛星「きずな」(WINDS) に搭載されている Ka 帯アクティブフェーズドアレーにおいても、REV 法を用いた自己診断を行う機能が実装されており[1.6]、地上一衛星間で REV 法を実施することにより衛星軌道上でのフェーズドアレーの健全性確認が行われている。以上のように REV 法は実用上の実績はあるものの、その測定精度に関してはこれまでほとんど議論がなされておらず、高精度化の設計指針が明確になっていなかった。

ここで、REV 法の測定精度を劣化させる主な誤差要因としては、各素子に接続されているデジタル移相器の通過特性誤差と測定系熱雑音を挙げることができる。第 1 の誤差要因であるデジタル移相器の通過特性誤差は REV 法の測定原理に起因した本質的な誤差要因である。一般にフェーズドアレーの各素子に接続されている移相器にはデジタル移相器が用いられるが、このデジタル移相器の通過特性にはビット毎に異なる振幅位相誤差がある。したがって、REV 法の測定原理にしたがい、素子の励振位相を 360 度変化させてもアレー合成電力の変化は完全なコサインカーブとはならない。また、第 2 の誤差要因である測定系熱雑音は測定系そのもので発生する誤差要因である。これまで REV 法が最も良く使用されてきた製造最終段階でのキャリブレーションでは測定系の信号対雑音電力比（以下、S/N）が十分

取れた状態で測定が行われ、ベクトルネットワークアナライザ (VNA) などのダイナミックレンジが広くかつ高分解能な測定機器が用いられてきた。しかしながら、例えば衛星軌道上で素子電界を測定することを想定すると、測定系の S/N が必ずしも十分なわけではない。また、大規模な受信アクティブフェーズドアレーでは一つの素子あたりの S/N が低い状態で測定が行われている可能性もある。このように十分な S/N を実現できない場合には REV 法によるコサインカーブの劣化が大きくなることが予想される。

以上に述べた誤差要因がある場合のコサインカーブ測定結果は、例えば図 1.4 のように理想的なコサインカーブから外れたものとなる。このため、実際の REV 法では得られたアレー合成電力の変化をフーリエ級数展開してコサインカーブ成分を抽出することにより素子電界の振幅および位相を求めている[1.28], [1.37]。このようにして得られた素子電界測定値も当然測定誤差を含んでいることになり、これはキャリブレーション誤差につながる。このキャリブレーション誤差は利得低下やサイドローブレベル上昇といった放射特性の劣化の原因となる[1.38]。したがって、高精度なキャリブレーションを実現するためには、フェーズドアレー設計段階において REV 法の測定精度を明確にし、誤差要因であるデジタル移相器の性能や測定系の回線設計に反映していく必要がある。

しかしながら、REV 法の測定誤差に関する議論はほとんど報告例がなく、測定精度が明確になっていない。このため、所望の素子電界測定精度を実現するのに必要なデジタル移相器の性能や測定系の回線設計指針が明らかになっていない問題がある。上記 ETS-VI や WINDS の例でも素子電界測定精度の事前検証は行われていない。これらの例では、結果的に軌道上でのキャリブレーションが成功しているが、素子数や受信機帯域幅によっては同様な S/N を実現できるとは限らない。

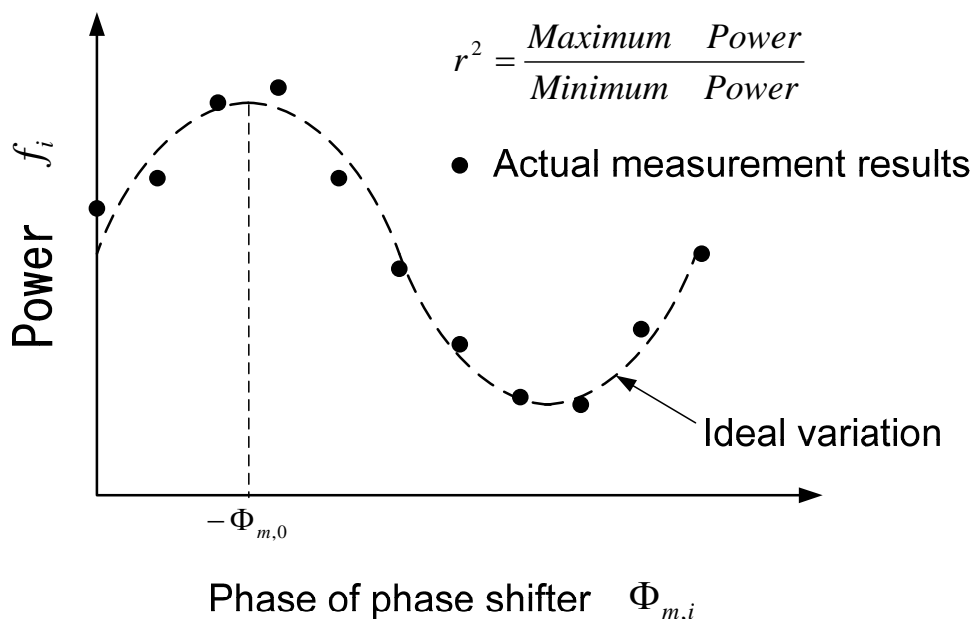


図 1.4 REV 法によるアレー合成電力測定の実際

1.2.4 高速素子電界測定技術

従来の衛星搭載用フェーズドアレーでは、製造最終段階の地上試験において素子電界が測定され、キャリブレーションが行われるのが一般的である。しかし、衛星軌道上では、熱環境の変化によりフェーズドアレーを構成する送受信モジュールなどの給電系の電気特性変化が発生する[1.39], [1.40]。また、熱変形などのアンテナ開口面の機械的な変形[1.41], [1.42], [1.43]も発生する。さらに、展開が必要な大型なフェーズドアレーでは不完全展開が発生する可能性も指摘されている[1.44], [1.45]。これらの要因は、衛星搭載フェーズドアレーにとって利得低下、ビーム指向誤差、サイドローブ上昇などの放射特性の劣化につながるが、従来はこれらの劣化要因をフェーズドアレー設計時の性能劣化量として考慮に入れていただけである。しかし、将来発展が期待されるマルチビーム衛星通信システムや同一地域を複数回観測する干渉 SAR システムでは、今まで以上の高精度なアンテナビーム形成が必要となる。このため、これらの要因を含む素子電界を衛星軌道上で高精度に測定し、キャリブレーションしていく必要がある。また、このようなキャリブレーションを一定間隔で定期的実施することにより、衛星軌道上での熱環境の変化にともなうフェーズドアレーの特性劣化を逐次補正していくことも可能になる。しかし、このような定期的なキャリブレーションはシステムの運用停止につながるため、キャリブレーション時間、すなわち素子電界測定時間の短縮が実用上大きな課題である。上記 REV 法では素子電界測定をするために1素子毎に360度の位相変化が必要であり、多素子のフェーズドアレーでは測定時間が膨大なものとなる。この測定時間は素子数に比例するが、例えば数十分～数時間かかるものと予想される。このため、従来の ETS-VI や WINDS の例では衛星軌道上でのキャリブレーションは衛星打ち上げ直後に限定されており、その後の衛星運用中にはキャリブレーションは行われていないのが現状である。したがって、衛星運用中でのキャリブレーションを実現するためには、高速な素子電界測定法が必要とされている。

REV 法と同じくアレー状態での素子電界を測定することを目的として、従来さまざまな測定法が提案されている。これらの測定法の中で、REV 法に比べて測定時間を短縮できるものとして、例えば文献[1.40], [1.46], [1.47], [1.48]の測定法を挙げることができる。

文献[1.40]で提案されている "Toggled Method" は、1素子の励振位相を0度および180度とし、それぞれのアレー合成電界測定値(複素数)の差分から素子電界を推定するものである。文献[1.46]で提案されている MEP 法 (The Multi-Element Phase-Toggle Method) は、複数個の素子の励振位相を異なる周期で変化させ、そのときのアレー合成電界測定値の変化を複素フーリエ級数展開して素子電界を推定するものである。また、文献[1.47]や[1.48]で提案されている測定法は、直交符号による励振位相変化を複数の素子に対して与え、そのときのアレー合成電界の変化と上記直交符号との相関をとることにより素子電界を推定するものである。いずれも REV 法に比べ測定時間を短縮できると期待できるが、アレー合成電界の振幅測定だけでなく位相測定も必要であるという問題がある。したがって、精度の高い位相測定が困難である衛星軌道上でのキャリブレーションには適用が困難である。また、従来の研究では測定方法のアルゴリズムの検証が主な目的となっており、測定精度に関する検討がほとんどな

れていない。特に、上記測定時間を短縮した測定方法に関しては、測定の高速化により測定精度の劣化が懸念されるが、それについての議論は全くない。

1.3 本研究の概要

本研究は第 1.2 節で述べた従来の技術課題を解決するために行ったものであり，以下に示す要素技術を研究テーマとしている．

- (1) 軽量アンテナ設計技術．
- (2) 直交偏波共用アンテナ設計技術．
- (3) 高精度素子電界測定技術
- (4) 高速素子電界測定技術

第 2 章～第 5 章は，上記要素技術(1)～(4)に対応しており，その研究概要を以下に述べる．

第 2 章では，衛星搭載用フェーズドアレーの軽量素子として展張方式マイクロストリップアンテナを提案し，その設計手法を示す[1.49]．このアンテナは，構成材料の熱膨張差を利用することにより放射導体と地導体の間に誘電体基板を介さない構造のマイクロストリップアンテナである．また，放射導体や地導体を形成する面にメッシュ状材料を用いているのも特徴である．これらの特徴によりアンテナ質量の大幅な軽減を可能にした．従来のハニカム基板を用いたマイクロストリップアンテナの質量が 800g/m^2 程度であるのに対し，提案するマイクロストリップアンテナの質量は 300g/m^2 である．しかしながら，マイクロストリップアンテナの地導体をメッシュ化することにより，前方対後方放射比 (F/B 比) の劣化や共振周波数の低下といった電気設計上の新たな問題が発生する．これらの特性劣化を解析するために，摂動法を用いた簡易解析法を提案する．提案手法による解析結果と実験結果を比較し，地導体をメッシュ材料とする軽量アンテナ設計法として有効であることを示す．

第 3 章では，直交偏波共用マイクロストリップアンテナにおいて低交差偏波特性を実現する新たな設計法を提案する[1.50]．提案する設計法は，直交偏波に対応した 2 つ給電点を互いに直交する位置から摂動させることにより意図的に交差偏波成分を発生させ，これと給電点間の相互結合により発生した交差偏波成分を打ち消すものである．また，本論文ではこの交差偏波抑圧原理を元に，給電点摂動量の最適設計条件を理論的に明らかにする．提案する設計法は，低交差偏波のための特別な給電回路を必要としないため従来とほぼ同じ構成で低交差偏波を実現できる，主偏波の特性劣化を誘発しないという特長を有する．このため，実装面積が制限されるフェーズドアレーの素子として直交偏波共用マイクロストリップアンテナを用いる場合に特に有効な設計法である．シミュレーション結果および実験結果により，提案した設計法および最適設計条件の有効性を示す．

第 4 章では，REV 法の測定精度を理論的に明らかにし，高精度な素子電界測定を実現するための設計指針を示す[1.51], [1.52]．本論文では測定誤差要因としてデジタル移相器の通過特性誤差と測定系熱雑音をとりあげ，これらの要因による REV 法測定誤差を表す理論式を導出する．理論式の導出では，最初に REV 法の測定原理にしたがって素子の励振位相を変化させたときのアレー合成電力の誤差に着目する．第 1.2.3 項で述べたように，これらの誤差要因があるとアレー合成電力の変化は理想的なコサインカーブにはならない．この誤差の分布(確率密度分布)を最初に理論的に導出する．次にアレー合成電力の誤差と REV 法測定誤差の関

係を近似式により求める。その結果、デジタル移相器の通過特性誤差あるいは測定系熱雑音による REV 法測定誤差は解析的に閉じた式で計算可能であることを示す。また、この測定誤差理論に基づき、REV 法を行うフェーズドアレー測定系の回線設計指針を示す。デジタル移相器の通過特性誤差あるいは測定系熱雑音それぞれによる REV 法測定誤差を実験により評価し、理論式の有効性を示す。

第 5 章では、REV 法の課題である測定時間の短縮を目的として、フェーズドアレーの各素子電界を測定するための新しい測定法を提案する[1.53]。提案する測定法では、複数の素子の励振位相を互いに異なる周期で変化させ、そのときのアレー合成電力の変化を測定する。このアレー合成電力の変化をフーリエ級数展開し、その結果を演算処理することにより当該複数素子の素子電界振幅および位相を求めることができる。提案する測定法では、一つの測定結果により複数素子の素子電界を同時に求めることができるため、フェーズドアレーのキャリブレーション時間を大幅に短縮することが可能である。例えば、各素子に接続されている移相器を 5 ビットのデジタル移相器とした場合には、REV 法と比べて最大 1/3 にまで測定時間を短縮可能である。また、従来の REV 法と同様にアレー合成電力の振幅のみの測定で素子電界の振幅および位相を求めることができるため、高精度な位相測定が困難な衛星軌道上のキャリブレーションに適している。さらに、提案する測定法の測定誤差の理論検討についても行う。誤差要因として第 4 章で挙げたデジタル移相器の通過特性誤差を想定し、これによる測定誤差を表す理論式を導出する。その結果、測定時間と測定精度がトレードオフの関係にあることを明らかにする。提案した測定法および測定誤差理論を実験により検証し、その有効性を示す。

第 6 章では、各章で得られた成果を要約し本論文の結論を述べる。

参考文献

- [1.1] 飯田尚志（編著），衛星通信，オーム社，1997.
- [1.2] F. J. Dietrich, P. Metzen, and P. Monte, "The globalstar cellular satellite system," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 46, no. 6, pp. 935-942, June 1998.
- [1.3] J. J. Schuss, J. Upton, B. Myers, T. Sikina, A. Rohwer, P. Makridakas, R. Frncois, L. Wardle, and R. Smith, "The IRIDIUM main mission antenna concept," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 47, no. 3, pp. 416-424, Mar. 1999.
- [1.4] R. W. Huggins, P. T. Heisen, G. E. Miller, D. J. McMeen, K. L. Perko, "Phased array transmit antenna for satellite," in *IEEE AP-S International Symposium Digest*, 1999, pp. 150-153.
- [1.5] 田中正人, 木村繁, 手代木扶, 松本泰, 伊藤猛男, 赤石明, 水溜仁士, 大久保茂, "ETS-VI 搭載 S バンド衛星間通信用アンテナの開発," *信学論(B-II)*, vol. J76-B-II, no. 5, pp. 442-451, May 1993.
- [1.6] 北尾史郎, 針生健一, 白松邦昭, "超高速インターネット衛星 WINDS 搭載 Ka 帯アクティブフェーズドアレーアンテナ (APAA) ," *三菱電機技報*, vol. 79, no. 8, pp. 31-34, 2005.
- [1.7] 高畑文雄, "安心・安全な社会実現に向けた衛星利用の動向," *信学論(B)*, vol. J91-B, no. 12, pp. 1538-1546, Dec. 2008.
- [1.8] 大内和夫, *リモートセンシングのための合成開口レーダの基礎*, 東京電機大学出版局, 2004.
- [1.9] R. L. Jordan, B. L. Huneycutt, and M. Werner, "The SIR-C/X-SAR synthetic aperture radar system," *Proceedings of the IEEE*, vol. 79, no. 6, pp. 827-838, June 1991.
- [1.10] P. K. Raney, A. P. Luscombe, E. J. Langham, and S. Ahmed, "RADARSAT," *Proceedings of the IEEE*, vol. 79, no. 6, pp. 839-849, June 1991.
- [1.11] 村上和人, 川西登音夫, 伊藤徳政, 島田政信, "フェーズドレイ方式 L バンド合成開口レーダ PALSAR," *信学技報 SANE2006-66*, pp. 11-14, 2006.
- [1.12] Y. Suzuki and T. Chiba, "Designing method of microstrip antenna considering the bandwidth," *IEICE Trans. of Japan*, vol. E67, pp. 488-493, Sep. 1984.
- [1.13] 日野秀男, 根元幸昭, 倉益凌一, 水溜仁士, 茶谷嘉之, 蛭子井貴, 折目晋啓, 片木孝至, "ERS-1 搭載合成傾向レーダアンテナの NFAM 結果," *信学技報告 A・P88-148*, pp. 47-54, 1988.
- [1.14] 大塚昌孝, 中原新太郎, 小西善彦, 千葉勇, "フィルム基板と平面樹脂板より構成された移動体衛星通信用アレーアンテナ," *信学技報告 A・P96-24*, pp. 15-20, 1996.
- [1.15] J. Huang, "The development of inflatable array antennas," *IEEE Antennas Propag. Mag.*, vol. 43, no. 4, pp. 44-50, Aug. 2001.
- [1.16] J. Huang, "Paper-Thin membrane aperture-coupled L-band antennas," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 53, no. 8, pp. 2499-2502, Aug. 2005.
- [1.17] Y. Nemoto, H. Nishino, M. Ono, H. Mizutamari, K. Nishikawa, and K. Tanaka, "Japanese earth

- resource satellite-1 synthetic aperture radar," *Proceedings of the IEEE*, vol. 79, no. 6, pp. 800-809, June 1991.
- [1.18] 大塚昌孝, 森本英嗣, 小西善彦, 浦崎修治, "移動体衛星通信可搬端末用平面アレーアンテナ," 1997 信学総大, B-1-68, 1997.
- [1.19] T. Chiba, Y. Suzuki, N. Miyano, S. Miura, and S. Ohmori, "A phased array antenna using microstrip antennas," *12-th European Microwave Conference*, pp. 472-477, 1982.
- [1.20] 羽石操, 吉田信一郎, 後藤尚久, "パッチアンテナとそのペア," 信学技報 A・P81-102, 1981.
- [1.21] 手代木扶, 中條渉, 田中正人, 伊藤猛男, 小室英雄, "シーケンシャル円偏波アレーアンテナ," 信学技報 A・P83-57, pp. 49-54, 1983.
- [1.22] J. Huang, "Low cross-pol. linearly polarized microstrip array," in *IEEE AP-S Int. Symp. Digest*, 1990, vol. 28, pp. 1750-1753.
- [1.23] I. Nystron, and D. Karlsson, "Reduction of backed radiation and cross-coupling in dual polarized aperture coupled patch antennas," in *IEEE AP-S Int. Symp. Digest*, 1997, vol. 35, pp. 2222-2225.
- [1.24] K. Woelders, and J. Granholm, "Cross-polarization and sidelobe suppression in dual linear polarization antenna arrays," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 45, no. 12, Dec. 1997.
- [1.25] L.L. Shafai, W.A. Chamma, M. Baraket, P.C. Strickland, and G. Seguin, "Dual-band dual-polarized perforated microstrip antennas for SAR applications," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 48, no. 1, pp. 58-66, Jan. 2000.
- [1.26] A. Tavakoli, N. Damavandi, and R.M. Mazandaran, "Analysis of cross-shaped dual-polarized microstrip antennas," in *IEEE AP-S Int. Symp. Digest*, 1995, vol. 33, pp. 994-997.
- [1.27] 羽石操, 今野恵, 矢作潤一, "ドッグボーンスロットにより励振される偏波共用アンテナ," 信学論 (B) , vol. J85-B, no. 6, pp. 953-961, June 2002.
- [1.28] 真野清司, 片木孝至, "フェイズドアレーアンテナの素子振幅位相測定法—素子電界ベクトル回転法—," 信学論(B), vol. J65-B, no. 5, pp. 555-560, May 1982.
- [1.29] 白松邦昭, 千葉勇, 堤隆, 折目晋啓, 真野清司, 片木孝至, "素子電界ベクトル回転法のフェイズドアレーアンテナへの応用," 信学総合全国大会 S8-5, pp. 289-290, 1986.
- [1.30] 浅井紀久夫, 小島正宜, 石田善雄, 丸山一夫, 吉見直彦, 三澤浩昭, 宮里和秀, "電波望遠鏡搭載フェイズドアレーシステムの利得・位相校正計測," 信学論(B-II), vol. J79-B-II, no. 12, pp. 994-1002, Dec. 1996.
- [1.31] 田中正人, 松本泰, 小園晋一, 鈴木健治, 山本伸一, 吉村直子, "素子電界ベクトル回転法による衛星軌道上のフェイズドアレーの測定," 信学論(B-II), vol. J80-B-II, no. 1, pp. 63-72, Jan. 1997.
- [1.32] H. Aruga, T. Sakura, H. Nakaguro, A. Akaishi, N. Kadowaki and T. Araki, "Development results of Ka-band multibeam active phased array antenna for gigabit satellite," *18th AIAA ICSSC Digest*, vol. 1, AIAA-2000-1196, pp. 25-32, 2000.
- [1.33] R. Ishii, K. Shiramatsu, T. Haruyama, N. Orime, and T. Katagi, "A built-in correction method

- of the phase distribution of a phased array antenna," in *IEEE AP-S Int. Symp. Digest*, 1991, pp. 1144-1147.
- [1.34] 高橋徹, 北尾史郎, 小西善彦, "アクティブフェーズドアレーアンテナの自己診断システムの測定精度改善に関する一検討," 2003 信学ソサイエティ大会, B-1-79, 2003.
- [1.35] 針生健一, 千葉勇, 真野清司, 片木孝至, "フェーズドアレーアンテナの近傍界測定法—アレー状態における素子振幅位相の測定—," 信学論(B-II), vol. J78-B-II, no. 11, pp. 701-707, Nov. 1995.
- [1.36] R. Yonezawa, Y. Konishi, I. Chiba, T. Katagi, "Beam-shape correction in deployable phased arrays," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 47, no. 3, pp. 482-486, Mar. 1999.
- [1.37] 米澤ルミ子, 佐藤眞一, 片木孝至, "素子電界ベクトル回転法を用いるときの移相器誤差とフェーズドアレー励振振幅位相測定誤差との関係," 信学技報 A・P92-75, pp. 47-52, 1992.
- [1.38] R. J. Mailloux, *Phased Array Antenna Handbook*, pp. 393-421, Artech House, 1994.
- [1.39] J. J. Laurin, "Calibration for a monitoring system for antenna arrays based on six-port junctions," in *IEEE AP-S Int. Symp. Digest*, 1992, pp. 458-461.
- [1.40] K. M. Lee R. S. Chu, and S. C. Liu, "A built-in performance monitoring/fault isolation and correction (PM/FIC) system for active phased-array antennas," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 41, no. 11, pp. 1530-1540, Nov. 1993.
- [1.41] R. S. Pierro, S. E. Parker, R. Shneible, Y. Zhang, and A. Hajjari, "SBR waveform and processing as a function of array distortion," *Proceeding of the 2006 IEEE Aerospace Conference*, 2006.
- [1.42] A. Santori, J. Barrere, G. Chabriel, C. Jauffret, and D. Medynski, "Array shape self-calibration for large flexible antenna," *Proceeding of the 2007 IEEE Aerospace Conference*, 2007.
- [1.43] A. Santori, G. Chabriel, J. Barrere, C. Jauffret, and D. Medynski, "A modulus compensation algorithm for shape self-calibration of paired sensors based antennas," *Proceeding of the 2007 IEEE Aerospace Conference*, 2007.
- [1.44] F. K. Li, "A method for detection of deformations in large phased array antennas for spaceborne synthetic aperture radars," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 32, no. 5, pp. 512-517, May 1993.
- [1.45] T. Katagi, Y. Konishi, Y. Tamai, and Y. Iida, "A large deployable active phased array antenna for satellite use," *Proc. Amer. Inst. Aeronautics and Astronautics*, AIAA-94-1070-CP, pp. 1075-1084, 1994.
- [1.46] G.A.Hampson and A.B.Smolders, "A fast and accurate scheme for calibration of active phased-array antennas," in *IEEE AP-S Int. Symp. Digest*, 1999, pp. 1040-1043.
- [1.47] S. D. Silverstein, "Application of orthogonal codes to the calibration of active phased array antennas for communication satellites," *IEEE Trans. on Signal Process.*, vol. 45, no. 1, pp. 206-218, Jan. 1997.
- [1.48] R. Sorace, "Phased array calibration," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 49, no. 4, pp.

517-525, Apr. 2001.

- [1.49] T. Takahashi and I. Chiba, "Perturbational Analysis of Microstrip Antennas with Meshed Ground Planes," *IEICE Trans. Commun.*, vol. E85-B, no. 9, pp. 1787-1796, Sep. 2002.
- [1.50] 高橋徹, 岩瀬一朗, 中畔弘晶, 宮下裕章, 小西善彦, "直交偏波共用パッチアンテナの給電点摂動による低交差偏波設計法," *信学論 B*, vol. J86-B, no. 9, pp. 1833-1840, Sep. 2003.
- [1.51] 高橋徹, 宮下裕章, 小西善彦, 牧野滋, "素子電界ベクトル回転法の測定精度に関する理論検討," *信学論 B-II*, vol. J88-B, no. 1, pp. 280-290, Jan. 2005.
- [1.52] 高橋徹, 中本成洋, 大塚昌孝, 佐倉武志, 青木俊彦, 小西善彦, 谷島正信, "フェーズドアレーアンテナ測定系熱雑音による素子電界ベクトル回転法の測定誤差の理論検討", *信学論 B*, vol. J92-B, no. 2, pp. 446-457, Feb. 2009.
- [1.53] T. Takahashi, Y. Konishi, S. Makino, H. Ohmine, and H. Nakaguro, "Fast Measurement Technique for Phased Array Calibration," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 56, no. 7, pp. 1888-1899, Jul. 2008.

2. メッシュ地導体を用いたマイクロストリップアンテナ 設計法

2.1 序言

近年では衛星通信，衛星搭載 SAR センサ，いずれにおいても衛星搭載用アンテナの大型化が必須となっている．大型の衛星搭載用アンテナを実現するためには，このアンテナを搭載した衛星をロケットで打ち上げなければならない．したがって，アンテナとしては，1) 軽量であること，2) 衛星打ち上げ時にはコンパクトに収納可能なこと，3) 軌道上において展開可能であること，などの機械的要求条件を満足する必要がある．これらの機械的要求条件を満足し，かつ本研究のテーマであるフェーズドアレーに適用することを考慮すると，素子としては平面アンテナであるマイクロストリップアンテナが有望である．

筆者らは，衛星搭載用の軽量平面アンテナとして，展張方式平面アレーアンテナを開発した[2.1]．このアレーアンテナは，構成材料の熱膨張差を利用した製造方法を採用することにより，パッチ等の放射導体と地導体との間に誘電体基板を介さない構造となっている．また，放射導体や地導体を形成する面にメッシュ状材料を用いている．これらの特徴によりアンテナ質量の大幅な軽減を可能にした．S 帯周波数で 4.3 波長角の平面アンテナを構成すると，従来のハニカム基板を用いた平面アンテナの質量が 800g/m^2 であるのに対し，開発したアンテナは 300g/m^2 である．この軽量化を実現するに当たり，地導体としてメッシュ地導体を採用したことが大きな役割を果たしている．従来の一般的な銅箔地導体（厚さ $18\mu\text{m}$ ）の質量が 160g/m^2 であるのに対し，メッシュ地導体は 40g/m^2 であり，4 分の 1 の質量となっている．さらに，地導体をメッシュ化することにより，熱環境が変化したときのバイメタル状態を解消できる可能性がある等の機械構造上の利点もある．

しかし，地導体のメッシュ化は，上記機械構造上の利点に反して共振周波数の低下や前方放射対後方放射比（F/B 比）の劣化といった電気設計上の問題が発生することが知られている[2.2]．これらの特性劣化は設計段階で把握する必要がある．しかし，従来は実験による研究が主なものであった．解析的な検討としてはワイヤグリッドモデルを用いたモーメント法による方法が知られているが[2.2]，F/B 比の検討のみであり，共振周波数については解析的な検討はこれまでなされていなかった．

一方，類似構造のアンテナとして，地導体上にフォトニックバンドギャップ（PBG）を構成したマイクロストリップアンテナが提案されている[2.3]．このアンテナも地導体に複数個の穴が空いている構成になっており，PBG を形成することにより高次モード共振を抑圧している．文献[2.2]同様に F/B が劣化することが報告されているが，こちらも実験による検討が行われているだけである．

以上のように、地導体をメッシュ化するマイクロストリップアンテナの従来研究は実験によるものが主であり、解析による検討や有効な解析法の提案はこれまでほとんど行われてこなかった。モーメント法や時間領域差分法 (Finite Difference Time Domain Method ; FDTD 法) などの従来の数値解析手法により解析することも考えられるが、計算時間や計算機容量の観点から現実的ではない。例えば、文献[2.1]で用いたメッシュ地導体は、幅 $1/170$ 波長の金属メッキされた繊維が間隔 $1/80$ 波長で周期的に織られた構造となっており、このような微細な構造を従来の数値解析手法により解析するのは非常に困難である。したがって、メッシュ地導体を有するマイクロストリップアンテナの設計に有効かつ簡易な解析手法が必要であり、本論文では摂動法を用いた近似解析法を提案する[2.4]。

解析法を提案する第一の目的は、メッシュ地導体によるマイクロストリップアンテナの共振周波数の変化を理論的に把握することである。提案手法ではマイクロストリップアンテナを、損失を有する壁面から構成される共振器と見なし、摂動法によりその共振周波数を求める。メッシュ地導体を用いたマイクロストリップアンテナにおいて共振周波数のずれの要因となる損失は地導体に開けられた穴からの放射損である。本論文では、放射損の評価手段として静電近似による簡易手法と無限周期アレー解析による方法を提案する。前者は、解析精度は劣るが共振周波数を解析的に閉じた式で表現でき、物理現象の定性的な説明に適している。後者は、前者と比べると計算時間はかかるが、より精度の高い解析が可能である。但し、従来のモーメント法や FDTD 法などの数値解析と比べると、提案する解析法はいずれも計算時間や計算機容量を大幅に削減可能である。

また、第二の目的はメッシュ地導体による後方放射を理論的に把握することである。上記摂動法による共振周波数解析のためにメッシュ地導体からの放射損を求めているので、これを元に後方放射を解析的に求めることが可能である。

以下、第 2.2 節では、解析手法の提案に先立ち文献[2.1]で開発した展張方式平面アレーアンテナの構成を示し、メッシュ地導体の構成を説明する。第 2.3 節では、摂動法を用いた近似解析法を提案する。第 2.4 節では第 2.3 節で提案した解析手法の有効性を実験により検証した結果を示す。第 2.5 節では提案した解析手法により求めた設計データを示す。

2.2 展張方式平面アレーアンテナの構成

メッシュ地導体を用いたマイクロストリップアンテナ解析法を提案する前に、文献[2.1]で開発した展張方式平面アレーアンテナとメッシュ地導体の構成を説明する。

図 2.1 に展張方式平面アレーアンテナの全体構成を示す。このアレーアンテナは、いわゆるマイクロストリップ線路により給電した、非励振素子装荷凹凸縮退分離素子付き円形マイクロストリップアレーアンテナ[2.5]である。図 2.1 に示すように、このアレーアンテナは、ケブラー3 軸織物繊維強化プラスチック (Fiber Reinforced Plastic ; FRP) に非励振素子の導体パターンを転写した非励振素子メンブレン、励振素子およびマイクロストリップ線路の導体パターンを転写した励振素子メンブレン、ケブラー3 軸織物 FRP に $20\mu\text{m}$ の銅メッキを施した地導体メンブレン、および各メンブレンの間に設けられた炭素繊維強化プラスチック (Carbon Fiber Reinforced Plastic ; CFRP) 外枠材から構成されている。すなわち、非励振素子と励振素子の間、励振素子およびマイクロストリップ線路と地導体の間に誘電体基板を介さない構造となっている。

誘電体基板を介さずに良好な平面度を得るために、構造材料の熱膨張差を利用した展張構造を特徴としている。図 2.2 に展張構造の原理図を示す。同図に示すように、アンテナを構成する各メンブレンには熱膨張係数が正のケブラー3 軸織物 FRP を用い、外枠材には熱膨張係数が負の CFRP を用い、これらを使用温度よりも高い温度で接着成形する。これにより、使用温度においては各メンブレンには常に張力がかかるため、良好な平面度が実現できる。また、各メンブレンにはケブラー3 軸織物 FRP というメッシュ状材料を用いている。地導体として用いるため銅メッキを施したケブラー3 軸織物 FRP の外観を図 2.3 に示す。上記展張構造とメッシュ状材料の採用によりアンテナ質量の大幅な軽量化を可能にした。S 帯周波数にて 4.3 波長角のアレーアンテナを試作するとアンテナ質量は $300\text{g}/\text{m}^2$ になり、従来のアンテナと比べて約 3 分の 1 の質量を実現できる。

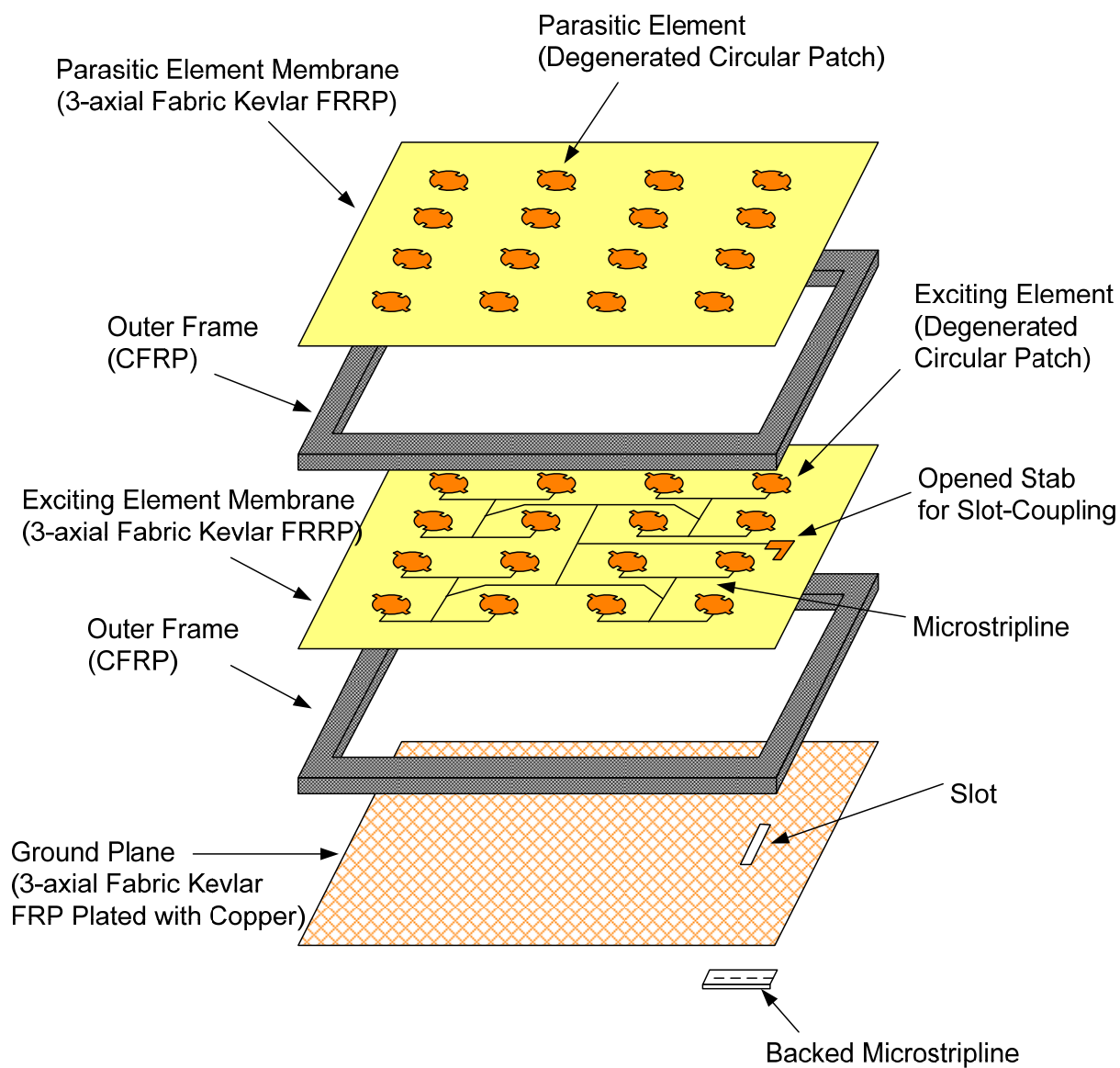


図 2.1 展張方式平面アレーアンテナの構成

使用温度よりも高い温度で各シート
と外枠材を接着成形

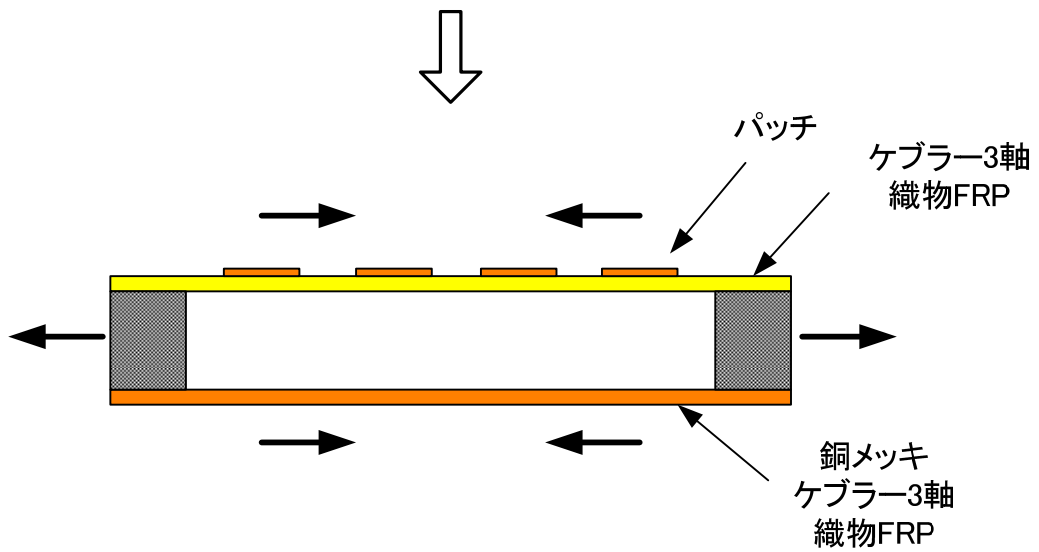


図 2.2 導体パターンおよび地導体の展張原理

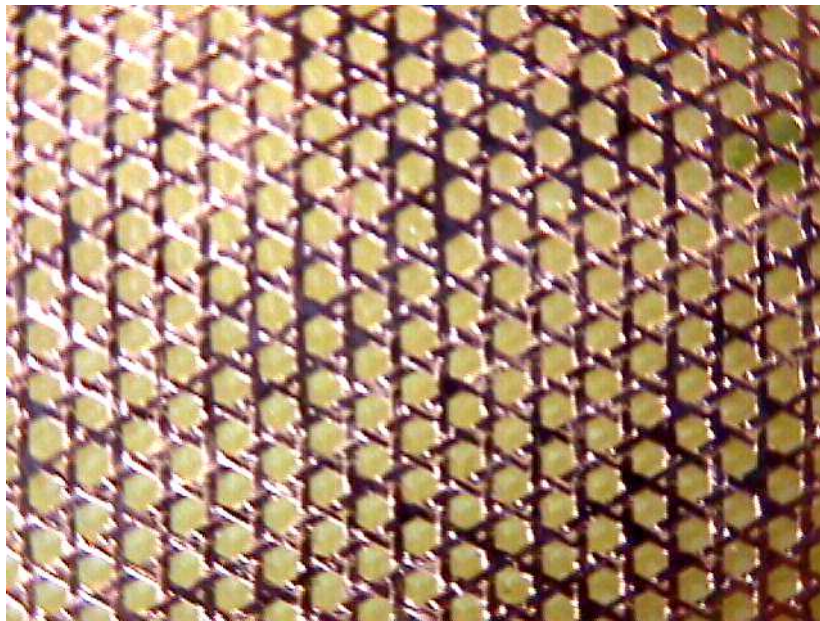


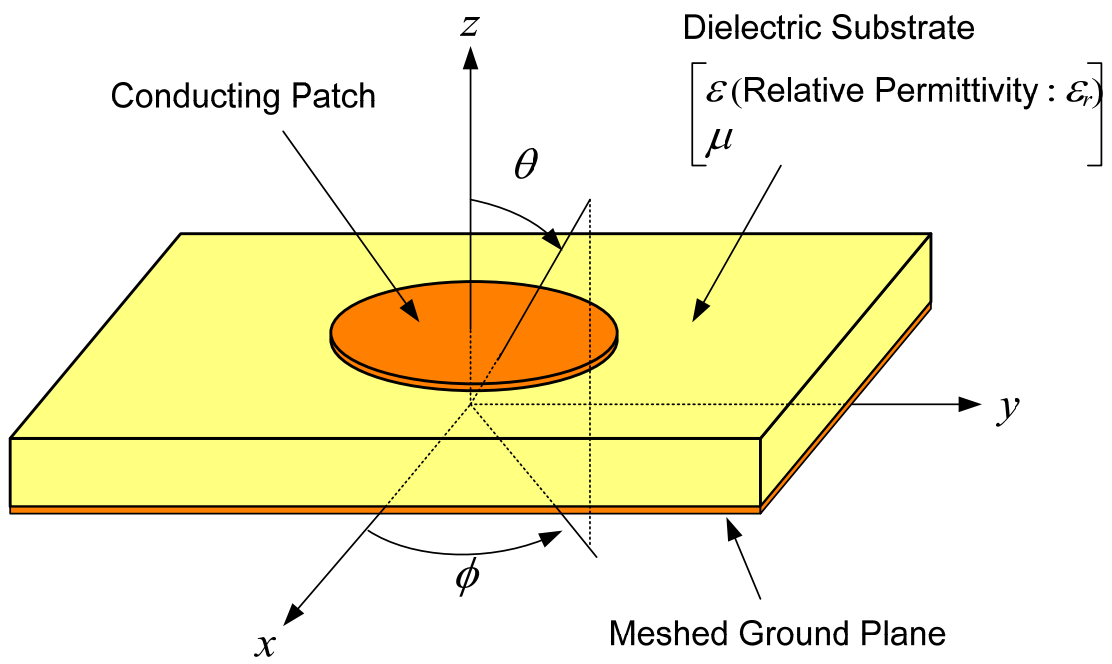
図 2.3 銅メッキを施したケブラー3軸織物FRP

2.3 解析理論

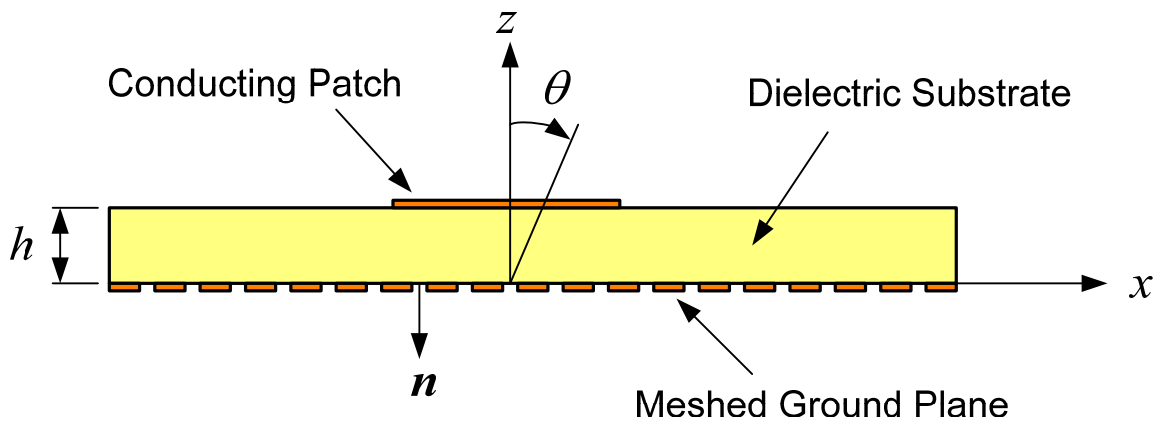
2.3.1 解析モデル

メッシュ地導体を用いたマイクロストリップアンテナの解析モデルを図 2.4 に示す. 図 2.1 に示したアレーアンテナは非励振素子付きマイクロストリップアンテナであったが, ここでは単層のマイクロストリップアンテナを考える. 非励振素子付きマイクロストリップアンテナに対しては, 提案する解析手法により励振素子とメッシュ地導体間の等価比誘電率を求めることで同様に適用可能である. 等価比誘電率の導出については後述する. 図 2.4 に示すように, パッチと地導体間の距離, すなわち誘電体基板厚は h であり, そこでの誘電率を ϵ (比誘電率 ϵ_r), 透磁率を μ とする. また, 同図では放射導体が円形パッチとなっているが, 以下の解析理論の導出ではこの形状に特に制限はない.

メッシュ地導体の解析モデルを図 2.5 に示す. 図に示すように, 地導体上に周期的に穴 (以下, ホール) が形成されているモデルを想定する. これは図 2.3 のような織物状のメッシュ地導体を想定している.



(a) 斜視図



(b) 断面図

図 2.4 メッシュ地導体を用いたマイクロストリップアンテナ解析モデル

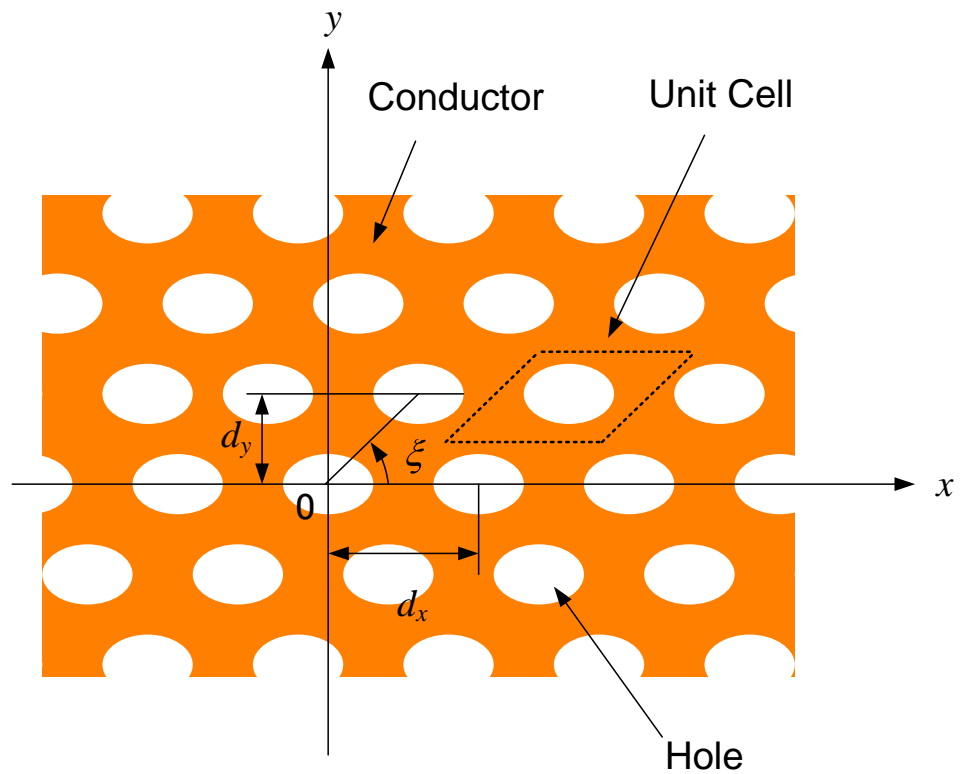


図 2.5 メッシュ地導体解析モデル

2.3.2 摂動法による共振周波数の導出

最初に、空洞共振器（以下、キャビティ）の共振周波数を考える。一般に、管壁などに損失があるキャビティの共振周波数は、損失が無い場合と比べてわずかに低下することが知られている[2.6], [2.7]。この損失による Q 値は以下のように定義することができる。

$$Q = \omega \frac{\text{average stored energy}}{\text{energy loss per second}} = \omega \frac{W_t}{P_L} \quad (2.1)$$

ここで、 W_t はキャビティ内部に蓄えられるエネルギー、 P_L は損失、 ω は角周波数である。無損失時の共振角周波数を ω_0 とすると、損失があるときの共振角周波数 ω は摂動法により次式で求められる[2.7]。

$$\omega = \omega_0 \left(1 - \frac{j}{2Q} \right) = \omega_0 - \frac{jP_L}{2W_t} \quad (2.2)$$

マイクロストリップアンテナも一種のキャビティと考えることができるため[2.8]、上記摂

動法を適用することができる。特に地導体を図 2.5 のようにメッシュ状にした場合には、式 (2.1) の P_L をホールからの放射損と考えることができる。メッシュ地導体上に M 個のホールがあるとすれば、 P_L は式(2.3)で求められる。

$$P_L = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \iint_{S_m} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot \mathbf{n} \, ds \quad (2.3)$$

ここで、 S_m はメッシュ地導体上の m 番目のホール表面を表し、 \mathbf{E} および \mathbf{H} はそこでの電磁界、 \mathbf{n} は外向き法線ベクトルを表している。

メッシュ地導体からの放射損を解析すれば式(2.2)および式(2.3)より共振周波数を求めることができる。以下では、放射損の解析方法として、静電近似による方法、無限周期アレー解析による方法の二つを提案する。

2.3.3 静電近似による解法

図 2.5 の特殊な場合として、図 2.6 のメッシュ地導体を考える。すなわち、地導体上のホール形状を半径 r_0 の円形とする。また、ここでは各円形ホールは互いの相互作用が無視できる程度に十分離れていると仮定する。この場合、各円形ホールは無限地板上の孤立した円形ホールと見なせるので、その散乱放射特性は次式で与えられる等価磁気ダイポールモーメントおよび等価電気ダイポールモーメントから求めることができる[2.7].

$$\mathbf{M}_0(x, y) = \frac{4}{3} r_0^3 \mathbf{H}_0(x, y) \quad (2.4)$$

$$\mathbf{P}_0(x, y) = -\frac{2}{3} \epsilon r_0^3 (\mathbf{E}_0(x, y) \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} \quad (2.5)$$

ここで、 \mathbf{M}_0 はホール上の等価磁気ダイポールモーメント、 \mathbf{P}_0 はホール上の等価電気ダイポールモーメントである。また、 \mathbf{H}_0 および \mathbf{E}_0 は円形ホール中心座標 (x, y) での入射磁界および入射電界であり、ホールが無いときのマイクロストリップアンテナ内部の磁界および電界である。

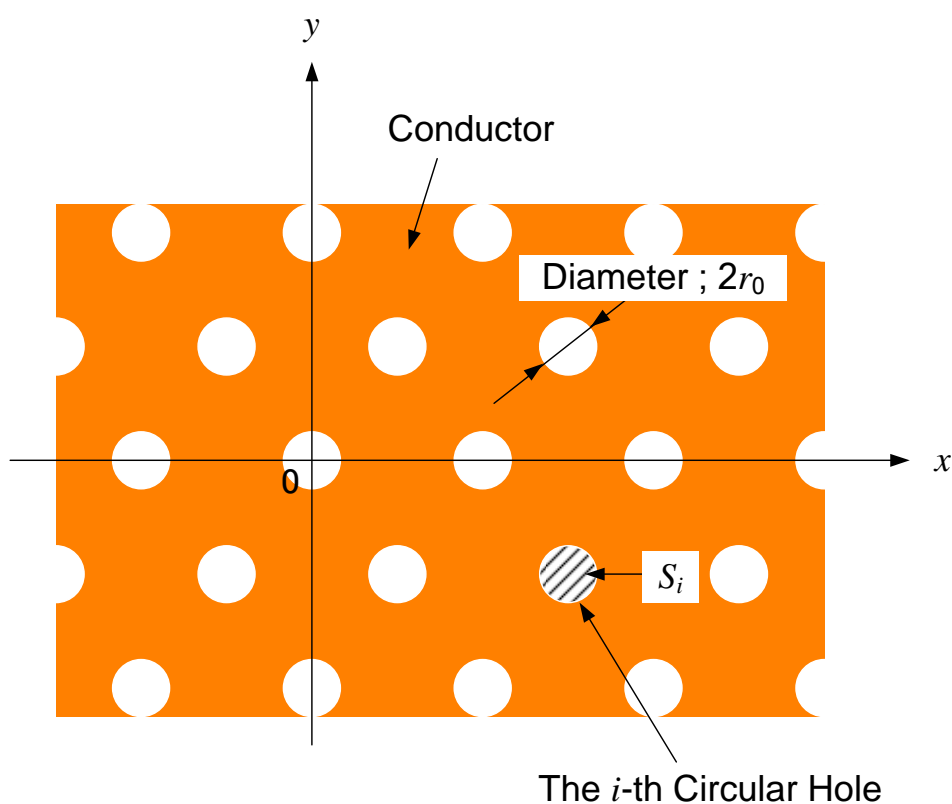


図 2.6 円形ホールによる構成されたメッシュ地導体

式(2.3)中のポインティングベクトルは、式(2.4)および式(2.5)で与えられる等価ダイポールモーメントを用いると次のように近似できる[2.7].

$$\begin{aligned} \int \int_{S_i} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot \mathbf{n} \, ds &\approx \int \int_{S_i} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}_0^*) \cdot \mathbf{n} \, ds \\ &\approx j\omega_0 (\boldsymbol{\mu} \mathbf{H}_0^*(x_i, y_i) \cdot \mathbf{M}_0(x_i, y_i) + \mathbf{E}_0^*(x_i, y_i) \cdot \mathbf{P}_0(x_i, y_i)) \end{aligned} \quad (2.6)$$

ここで、 (x_i, y_i) は i 番目のホール中心座標である.

マイクロストリップアンテナのキャビティモデルによれば、 \mathbf{E}_0 は z 方向成分のみをもち、 \mathbf{H}_0 は z 方向成分を持たない[2.8]. したがって、式(2.4)および式(2.5)から、式(2.6)は次のようになる.

$$\int \int_{S_i} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot \mathbf{n} \, ds \approx j\omega_0 \left\{ \frac{4}{3} \mu r_0^3 \left(|H_x(x_i, y_i)|^2 + |H_y(x_i, y_i)|^2 \right) - \frac{2}{3} \epsilon r_0^3 |E_z(x_i, y_i)|^2 \right\} \quad (2.7)$$

ここで、 H_x , H_y はそれぞれマイクロストリップアンテナ内部の磁界の x 成分, y 成分であり、 E_z はマイクロストリップアンテナ内部の電界の z 成分である. 式(2.3)と式(2.7)を式(2.2)に代入すれば、メッシュ地導体を用いたマイクロストリップアンテナの共振角周波数は次の解析的に閉じた形で求められる.

$$\omega = \omega_0 - \frac{\omega_0}{W_i} \sum_i \left\{ \frac{1}{3} \mu r_0^3 \left(|H_x(x_i, y_i)|^2 + |H_y(x_i, y_i)|^2 \right) - \frac{1}{6} \epsilon r_0^3 |E_z(x_i, y_i)|^2 \right\} \quad (2.8)$$

式(2.8)中の電磁界は、マイクロストリップアンテナのキャビティモデルにより簡単に求めることができる[2.8]. また、マイクロストリップアンテナ内部に蓄えられるエネルギー W_i もキャビティモデルにより次式で求めることができ、矩形あるいは円形などの典型的なマイクロストリップアンテナでは解析的に閉じた形で与えられる[2.8].

$$W_i = \frac{1}{2} \int \int \int_v \epsilon |\mathbf{E}|^2 \, dv = \frac{h\epsilon}{2} \int \int_s |E_z|^2 \, ds \quad (2.9)$$

なお、式(2.8)で表現される共振周波数は、先に筆者らが文献[2.9]で提案した表現式と本質的に同一である. これについては詳細を付録 A.1 に示すので参照されたい.

式(2.8)で表現される共振周波数は、地導体上に形成されたホールが互いに相互作用を及ぼさないとの仮定の下で導出されている. このため、ホールの配列間隔が狭い場合などでは解析精度が劣化することが予想されるが、幾つかの有効な知見を与えてくれる. 例えば、式(2.8)から、地導体をメッシュ化することにより共振周波数が低下し、その低下量はホール半径の 3 乗に比例することがわかる. また、共振周波数の低下量は誘電体基板厚 h に反比例することもわかる. 以上のことから、メッシュ地導体を有するマイクロストリップアンテナの共振

周波数は以下の性質を有することが理論的に説明できる.

- (1) 地導体の導体面積が小さくなるにつれ, 共振周波数の低下量は大きくなる.
- (2) 共振周波数の低下量は誘電体基板厚 h に依存し, 同一の地導体を用いても, 基板厚が薄い方が低下量は大きくなる.

これらの性質は, 第 2.5 節において数値例を元に詳細な議論を行う.

2.3.4 無限周期アレー解析による解法

式(2.8)で表現される共振周波数は、地導体上に形成されたホールが互いに相互作用を及ぼさないとの仮定の下で導出した。このため、非常に目の細かいメッシュ地導体ではホール間の相互作用が無視できなくなるので、解析精度が劣化することが予想される。この場合には、ホール上の電磁界を未知数とする境界値問題を解かなければならない。ここでは、ホール寸法およびその配列周期が波長に比べて十分短いものとし、以下の仮定に基づく近似解析法を提案する。

- A) メッシュ地導体は、地導体上に 2 次元的に周期配列された多数のホールから形成されている。
- B) メッシュ地導体の導体部の厚さは波長に比べて十分小さく無視できるものとする。
- C) 誘電体基板を挟んでメッシュ地導体と対向するパッチはメッシュ地導体上のホールと比べると非常に大きく、かつパッチ端部の効果は無視でき、ホールから見ると無限地板と見なせるものとする。
- D) 境界値問題を解く際の入射電磁界は、理想的な地導体を有するマイクロストリップアンテナのキャビティモデルの電磁界とする。また、ある一つのホールからの放射損を解析する場合には、入射電磁界をそのホール中心の電磁界で代表させ、その周囲では一様と見なす。別のホールからの放射損を解析する場合には、当該ホール位置の電磁界を入射波として再解析するものとし、ホール位置に応じて順次解析するものとする。

以上の仮定を導入することにより、メッシュ地導体を導体上に形成されたホールの無限周期アレーと見なすことができ、その解析モデルは図 2.7 のようになる。無限周期アレーと見なしたことにより、ユニットセルを考慮するだけでホール間の相互作用を含めた解析が可能になる。すなわち、ホール上の電磁界およびそこから放射損の解析が容易になる。但し、厳密に言えば、メッシュ地導体は図 2.7 のような無限周期アレーと見なすことはできない。なぜならば、上記仮定 C) および D) は、元々の構成で一般的に成立するものではないためである。これは、特にパッチ端部付近で問題となる。しかしながら、メッシュ地導体からの放射損を算出することだけに着目すると、これらの仮定による解析誤差は小さいと考えられる。理由を以下に示す。

基本モードで動作するマイクロストリップアンテナ内部の磁界分布はパッチ中央部で極大値をとり、端部になるに従い小さくなる。また、磁界分布の微係数はパッチ中央で 0 となるため、パッチ中央付近では磁界分布の変化は緩やかである。一方、式(2.7)から、メッシュ地導体からの放射は入射磁界の大きい箇所からの放射が主放射源となる。したがって、マイクロストリップアンテナの場合、磁界の大きいパッチ中央部付近のホールが主放射源になる。さらに、主放射源となるパッチ中央付近の磁界の変化は緩やかである。このため、波長に比べて非常に小さいホールを有するメッシュ地導体からの放射損を算出する場合には、上記仮定 C) および D) を近似的に導入しても誤差が小さい。

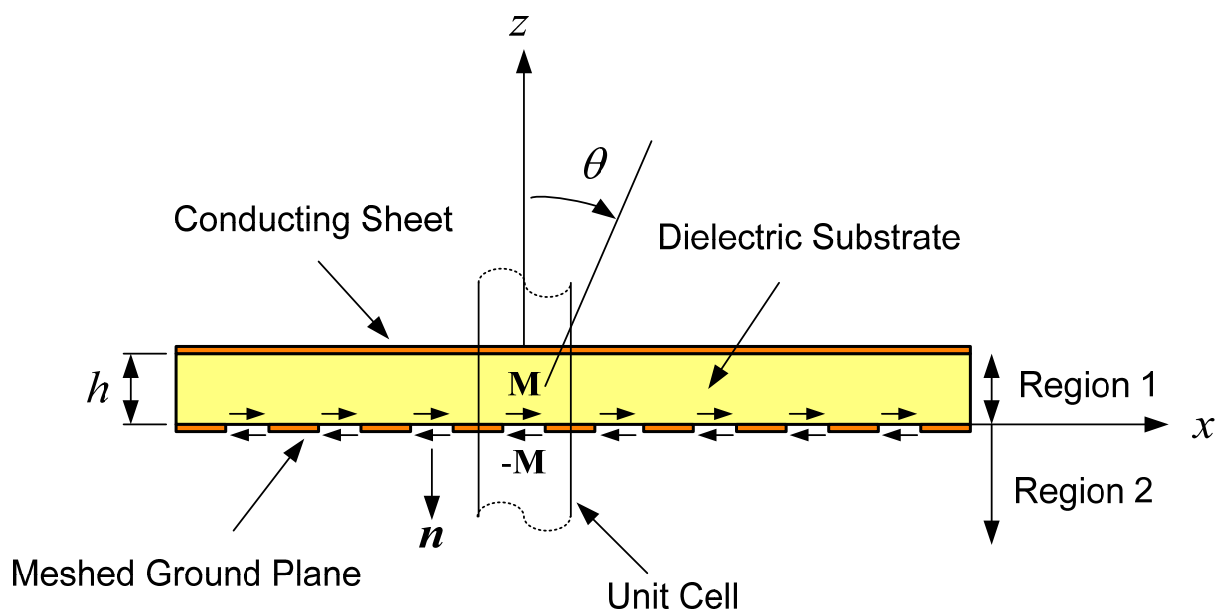


図 2.7 メッシュ地導体の無限周期アレー解析モデル

図 2.7 の解析モデルにおいて，ホール上の磁流分布（電界分布）を未知数とする積分方程式を立てる．図に示すようにホールを挟んで両側の領域 1 と領域 2 でそれぞれ逆向きの未知磁流を仮定する．未知磁流 \mathbf{M} は，ホール上の電界 \mathbf{E} を用いて表すと次式となる．

$$\mathbf{M} = \mathbf{n} \times \mathbf{E} \quad (2.10)$$

これにより，ホール上の電界接線成分連続の境界条件は自動的に満足される．残る境界条件である磁界の接線成分連続の境界条件から，未知磁流 \mathbf{M} に関する積分方程式を導くことができる．すなわち， i 番目のホール上未知磁流 \mathbf{M} に対する積分方程式は次式となる[2.10].

$$\frac{1}{d_x d_y} \sum_m \sum_n \begin{bmatrix} k^2 - k_x'^2 & -k_x'^2 k_y'^2 \\ -k_x'^2 k_y'^2 & k^2 - k_y'^2 \end{bmatrix} \cdot \bar{\mathbf{G}}_1(k'_x, k'_y) \cdot \tilde{\mathbf{M}}(k'_x, k'_y) e^{-jk'_x x} e^{-jk'_y y} - \frac{1}{d_x d_y} \sum_m \sum_n \begin{bmatrix} k_0^2 - k_x'^2 & -k_x'^2 k_y'^2 \\ -k_x'^2 k_y'^2 & k_0^2 - k_y'^2 \end{bmatrix} \cdot \bar{\mathbf{G}}_2(k'_x, k'_y) \cdot \tilde{\mathbf{M}}(k'_x, k'_y) e^{-jk'_x x} e^{-jk'_y y} = -\mathbf{H}_0(x_i, y_i) \quad (2.11)$$

$$\bar{\mathbf{G}}_1 = \frac{j\omega\epsilon}{k^2 \gamma^2 h} \bar{\mathbf{I}} \quad (2.12)$$

$$\bar{\mathbf{G}}_2 = \frac{\omega\epsilon_0}{k_0^2 \gamma_0} \bar{\mathbf{I}} \quad (2.13)$$

$$\gamma^2 = k^2 - k_x'^2 - k_y'^2 \quad (2.14)$$

$$\gamma_0^2 = k_0^2 - k_x'^2 - k_y'^2 \quad (\text{Im}\{\gamma_0\} < 0) \quad (2.15)$$

$$k_x' = \frac{2\pi m}{d_x} \quad (2.16)$$

$$k_y' = \frac{2\pi n}{d_y} - \frac{2\pi m}{d_x \tan \xi} \quad (2.17)$$

ここで、 m 、 n はフロケのモードを示すための整数である。 k_0 は自由空間中の波数、 k は誘電体中すなわち領域 1 内の波数である。 $\tilde{\mathbf{M}}$ は未知磁流 \mathbf{M} のフーリエ変換である。 $\mathbf{H}_0(x_i, y_i)$ は i 番目のホールへの入射磁界、すなわち理想的な地導体を有するマイクロストリップアンテナ内部の磁界の接線成分（地導体に平行な成分）である。上記積分方程式の詳細な導出は付録 A.2 を参照されたい。

式(2.11)の解をガラーキン法により求める。最初に未知磁流 \mathbf{M} を適当な基底関数 Ψ_p で次のように展開する。

$$\mathbf{M}(x, y) = \sum_p c_p \Psi_p(x, y) \quad (2.18)$$

ここで c_p は未知数であり、以下の方程式で求める変数である。また、式(2.11)中の $\tilde{\mathbf{M}}$ は次のように定義される。

$$\tilde{\mathbf{M}}(k_x, k_y) = \iint_{S_i} \mathbf{M}(x, y) e^{jk_x x} e^{jk_y y} dx dy = \sum_p c_p \iint_{S_i} \Psi_p(x, y) e^{jk_x x} e^{jk_y y} dx dy \quad (2.19)$$

ガラーキン法を適用すると最終的に次の代数方程式を得ることができる。

$$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1q} & \cdots \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2q} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \\ z_{p1} & z_{p2} & \cdots & z_{pq} & \\ \vdots & \vdots & & & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_p \\ \vdots \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_p \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

左辺マトリクスの各要素は次式で求めることができる。

$$z_{pq} = z_{1pq} - z_{2pq} \quad (2.21)$$

$$z1_{pq} = \frac{1}{d_x d_y} \sum_m \sum_n \tilde{\Psi}_p(k'_x, k'_y) \cdot \begin{bmatrix} k^2 - k_x'^2 & -k_x'^2 k_y'^2 \\ -k_x'^2 k_y'^2 & k^2 - k_y'^2 \end{bmatrix} \cdot \bar{\mathbf{G}}_1(k'_x, k'_y) \cdot \tilde{\Psi}_q(-k'_x, -k'_y) \quad (2.22)$$

$$z2_{pq} = \frac{1}{d_x d_y} \sum_m \sum_n \tilde{\Psi}_p(k'_x, k'_y) \cdot \begin{bmatrix} k_0^2 - k_x'^2 & -k_x'^2 k_y'^2 \\ -k_x'^2 k_y'^2 & k_0^2 - k_y'^2 \end{bmatrix} \cdot \bar{\mathbf{G}}_2(k'_x, k'_y) \cdot \tilde{\Psi}_q(-k'_x, -k'_y) \quad (2.23)$$

式(2.22)および式(2.23)の最終項の引数の負号は、式(2.19)で与えられるフーリエ変換 $\tilde{\mathbf{M}}$ の定義によるものである。また、基底関数のフーリエ変換も次式で定義される。

$$\tilde{\Psi}_p(k_x, k_y) = \int \int_{S_i} \Psi_p e^{-jk_x x} e^{-jk_y y} dx dy \quad (2.24)$$

また、式(2.20)右辺の v_p は入射磁界に関する項であり、次式で求めることができる。

$$v_p = \int \int_{S_i} \mathbf{H}_0(x_i, y_i) \cdot \Psi_p e^{-jk_x x} e^{-jk_y y} dx dy \quad (2.25)$$

式(2.20)を未知数に対して解くことにより、 i 番目のホール上の磁流分布、すなわち電界分布が求まる。さらに、当該ホールからの放射損 $P_{L,i}$ も次式から求めることができる。

$$P_{L,i} = \frac{1}{2} \int \int_{S_i} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot \mathbf{n} ds = \frac{1}{2} \sum_p \sum_q c_p c_q^* z2_{pq}^* \quad (2.26)$$

式(2.20)の解は i 番目のホール上の電界分布およびそこから放射損を求めるものであるため、他のホールに対しては入射磁界を変えて同様の計算を行う必要がある。しかし、他のホールに対しては、式(2.20)左辺は変わらず、右辺のみが変化することになる。このため、一度逆行列が求まってしまえば、他のホールの解析は容易に行うことができる。以上のようにして各ホールからの放射損を求め、これを足し合わせるによりメッシュ地導体からの全放射損を算出することができる。その結果マイクロストリップアンテナの共振周波数を式(2.2)から求めることができる。

本項で提案した解析手法は、第2.3.3項で提案した解析手法と比べると計算時間はかかるが、解析精度を向上できると期待できる。なぜならば、第2.3.3項で提案した解析手法ではホール上電磁界分布を式(2.4)および(2.5)で与えられるダイポールモーメントで表現したが、本項ではホール上の未知磁流に関する積分方程式を解いており、ホール形状に応じた適切な基底関数で展開することによりホール上の電磁界分布を適切に表現できるからである。例えば、後述の解析ではホール形状は円形であるため次の基底関数を用いている[2.11].

even mode;

$$\Psi_p(\rho, \varphi) = \hat{\rho} \beta_{st} J'_s(\beta_{st} \rho) \cos(s\varphi) - \hat{\varphi} \frac{P}{\rho} J_s(\beta_{st} \rho) \sin(s\varphi) \quad (2.27)$$

odd mode;

$$\Psi_p(\rho, \varphi) = \hat{\rho} \beta_{st} J'_s(\beta_{st} \rho) \sin(s\varphi) + \hat{\varphi} \frac{P}{\rho} J_s(\beta_{st} \rho) \cos(s\varphi) \quad (2.28)$$

ここで、 s, t はモード番号を表す整数であり、式(2.18)ではこれらを整数 p で代表している。 (ρ, φ) はホール中心を原点とした局所円筒座標系である。 J_s は s 次のベッセル関数であり、 β_{st} は次の条件で求められる t 番目の固有値である。

$$J'_s(\beta_{st} r_0) = 0 \quad (2.29)$$

式(2.27)および式(2.28)は直交関数系であり、適切なモード数を選択することによりホール上の磁流分布を精度よく求めることができる。また、式(2.27)および式(2.28)のフーリエ変換は解析的に閉じた形で与えられることがわかっており [2.11]、式(2.25)の v_p は次式となる。

even mode;

$$v_p = \pi(\mathbf{H}_0(x_i, y_i) \cdot \hat{x}) r_0 J_s(\beta_{st} r_0) \delta_{1,s} \quad (2.30)$$

odd mode;

$$v_p = \pi(\mathbf{H}_0(x_i, y_i) \cdot \hat{y}) r_0 J_s(\beta_{st} r_0) \delta_{1,s} \quad (2.31)$$

ここで、 $\delta_{1,s}$ はクロネッカーのデルタ記号である。なお、以下の節では偶モード、奇モードともに $0 \leq s \leq 3, 1 \leq t \leq 4$ としている。

2.3.5 入力インピーダンス

式(2.2)で求められる共振周波数の変化は誘電体基板中の比誘電率の変化と等価であると見なすことができる。したがって、次式で表現される等価比誘電率を導入する。

$$\varepsilon'_r = (\omega_0 / \omega_1)^2 \varepsilon_r \quad (2.32)$$

この等価比誘電率を用いることにより、通常のマイクロストリップアンテナと同様に入力インピーダンスおよびその周波数特性を計算することができる。本論文ではキャビティモデル [2.8] により入力インピーダンスの計算を行った。

2.3.6 後方放射パターン

式(2.18)からホール上の磁流分布が求まるので、それにより後方放射パターンも求めることができる。後方放射の波源は、無限地板上に置かれた磁流 $-\mathbf{M}$ となるので、 i 番目のホールからの遠方界放射パターンはイメージを考慮して次式となる[2.6].

$$\mathbf{E}^i(\theta, \phi) = E_\theta^i(\theta, \phi)\hat{\theta} + E_\phi^i(\theta, \phi)\hat{\phi} \quad (2.33)$$

$$E_\theta^i(\theta, \phi) = -j \frac{k_0}{4\pi} \frac{e^{-jk_0 r}}{r} \iint_{S_i} (-2\mathbf{M}) \cdot \hat{\phi} e^{jk_{xs}x} e^{jk_{ys}y} dx dy \quad (90 \text{ deg.} < \theta < 180 \text{ deg.}) \quad (2.34)$$

$$E_\phi^i(\theta, \phi) = +j \frac{k_0}{4\pi} \frac{e^{-jk_0 r}}{r} \iint_{S_i} (-2\mathbf{M}) \cdot \hat{\theta} e^{jk_{xs}x} e^{jk_{ys}y} dx dy \quad (90 \text{ deg.} < \theta < 180 \text{ deg.}) \quad (2.35)$$

$$k_{xs} = k_0 \sin \theta \cos \phi \quad (2.36)$$

$$k_{ys} = k_0 \sin \theta \sin \phi \quad (2.37)$$

フーリエ変換式(2.19)を式(2.34)および式(2.35)に代入すると最終的に次式を得る。

$$E_\theta^i(\theta, \phi) = +j \frac{k_0}{2\pi} \frac{e^{-jk_0 r}}{r} \sum_p c_p \left\{ -\tilde{\Psi}_{p,x}(-k_{xs}, -k_{ys}) \sin \phi + \tilde{\Psi}_{p,y}(-k_{xs}, -k_{ys}) \cos \phi \right\} \quad (90 \text{ deg.} < \theta < 180 \text{ deg.}) \quad (2.38)$$

$$E_\phi^i(\theta, \phi) = -j \frac{k_0}{2\pi} \frac{e^{-jk_0 r}}{r} \cos \theta \sum_p c_p \left\{ \tilde{\Psi}_{p,x}(-k_{xs}, -k_{ys}) \cos \phi + \tilde{\Psi}_{p,y}(-k_{xs}, -k_{ys}) \sin \phi \right\} \quad (90 \text{ deg.} < \theta < 180 \text{ deg.}) \quad (2.39)$$

$$\tilde{\Psi}_p(k_{xs}, k_{ys}) = \tilde{\Psi}_{p,x}(k_{xs}, k_{ys})\hat{x} + \tilde{\Psi}_{p,y}(k_{xs}, k_{ys})\hat{y} \quad (2.40)$$

式(2.38)および式(2.39)は、 i 番目のホールからの後方放射パターンであるので、これを全てのホールについて足し合わせたものがトータルの後方放射パターンになり、これは次式で求めることができる。

$$\mathbf{E}_{back}(\theta, \phi) = \sum_i \mathbf{E}^i e^{jk_0 \sin \theta (x_i \cos \phi + y_i \sin \phi)} \quad (90 \text{ deg.} < \theta < 180 \text{ deg.}) \quad (2.41)$$

2.4 実験結果

ここでは提案した解析手法の有効性を実験により検証した結果を示す。

実験で用いたマイクロストリップアンテナの構成を図 2.8 に示す。図に示すように、アンテナは円形マイクロストリップアンテナであり、共平面のマイクロストリップ線路によりパッチ端部で給電されている。円形パッチ半径は検討のパラメータであり、20, 25, 30, 35mm と変化させるが、いずれも基本モードである TM_{11} モードで動作する寸法である。また、円形パッチ中心は図 2.4 記載の座標系原点と一致するものとする。使用する誘電体基板は発泡誘電体であり、その厚さ h は 1.0mm, 比誘電率 ϵ_r は 1.07, 誘電正接は 1/1000 である。メッシュ地導体は文献[2.1]のアンテナで使用したものと同一であり、その大きさは図 2.8 に示すように 220mm 角とした。第 2.2 節で述べたように、このメッシュ地導体は銅メッキされたケブラー 3 軸織物 FRP であり、詳細構成を図 2.9 (a) に示す。これからわかるように、メッシュ地導体は周期的にホールが形成された構成になっており、解析では図 2.9 (b) に示す円形ホールの周期構造でモデル化する。

なお、以下の解析でマイクロストリップアンテナ内部に蓄えられるエネルギーおよびホールへの入射磁界は、円形マイクロストリップアンテナのキャビティモデルから求めた[2.8]。詳細は付録 A.3 を参照されたい。また、第 2.3.4 項で提案した解析手法で解析する場合のフロケのモードは ± 15 モード考慮した。

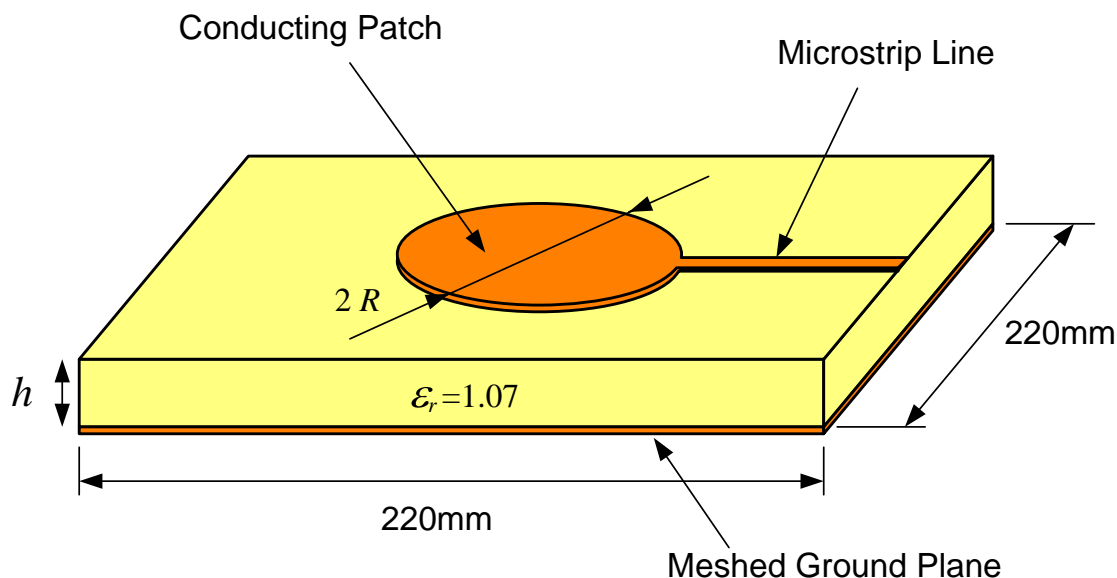
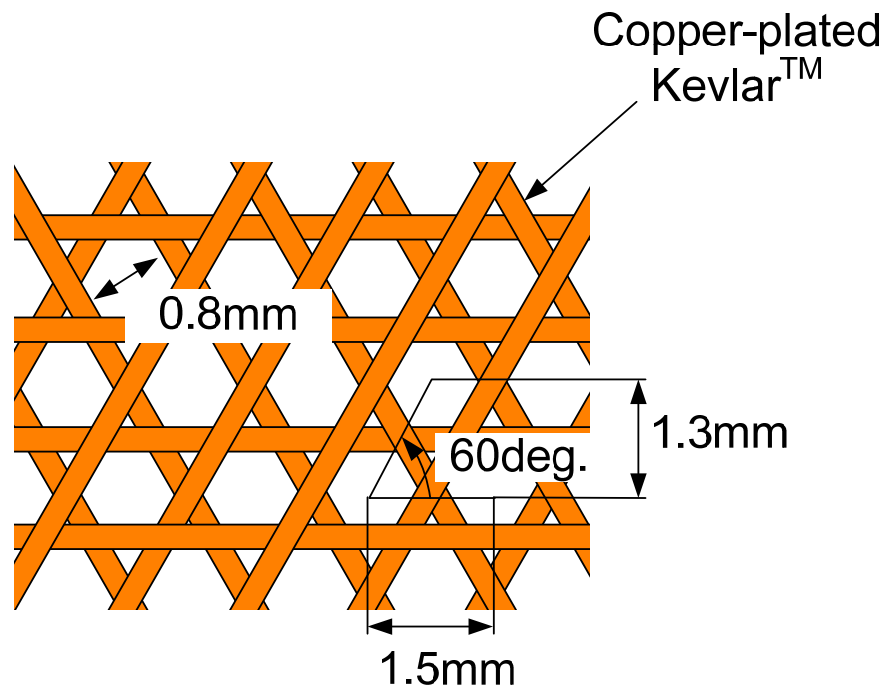
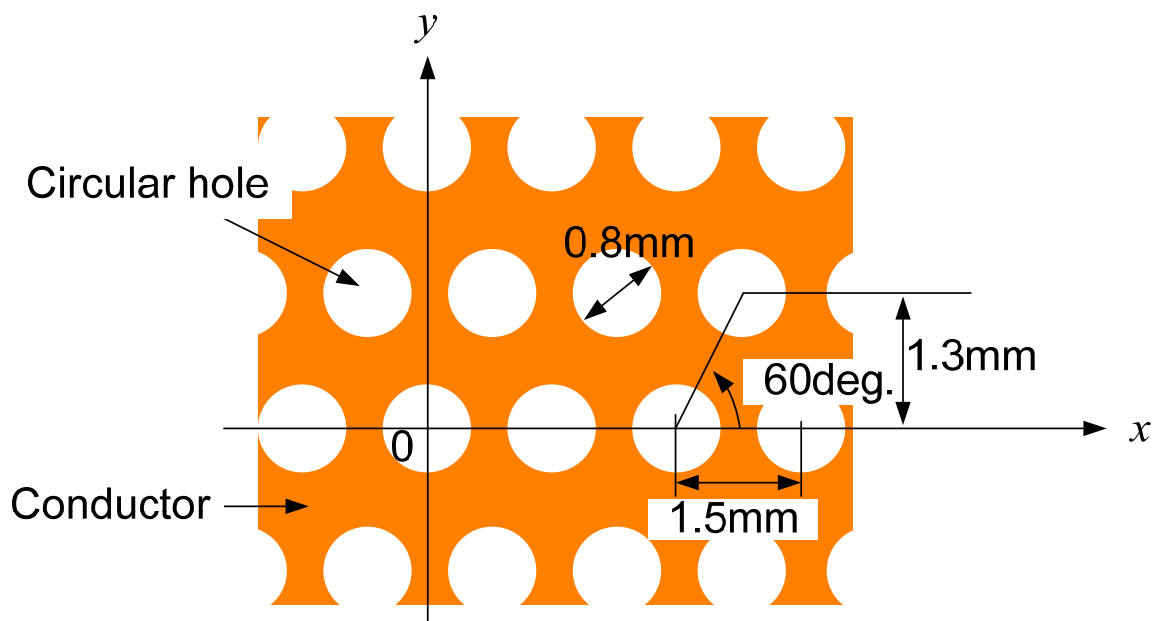


図 2.8 実験で用いた円形マイクロストリップアンテナの構成



(a) 実験で用いたメッシュ地導体諸元



(b) メッシュ地導体解析モデル

図 2.9 実験で用いたメッシュ地導体とその解析モデル

図 2.8 に示す円形パッチの半径 R を変化させたときの共振周波数の変化を図 2.10 に示す。図において,” Proposed 1 (Closed Form)” とは第 2.3.3 項にて提案した静電近似解析による結果であり,” Proposed 2” とは第 2.3.4 項にて提案した無限周期アレー解析による結果である。これより，静電近似解析により求めた共振周波数は測定値と 4.5% の誤差で対応し，無限周期アレー解析により求めた共振周波数は測定値と 1.2% の誤差で対応した。計算時間は，HP-J2240 ワークステーションで計算した結果，前者が 1 秒以下，後者が 7 秒以下であった。FDTD 法による同様の解析は，上記ワークステーションではメモリ不足のため実行不可能であった。このため，提案した解析手法はいずれも従来の数値解析法と比べ解析時間の短縮という目的を十分達成できた。また，今回の結果から，前者の解析手法は計算時間の点で優れているが，後者の解析手法は計算精度の点で優れていることも確認できた。

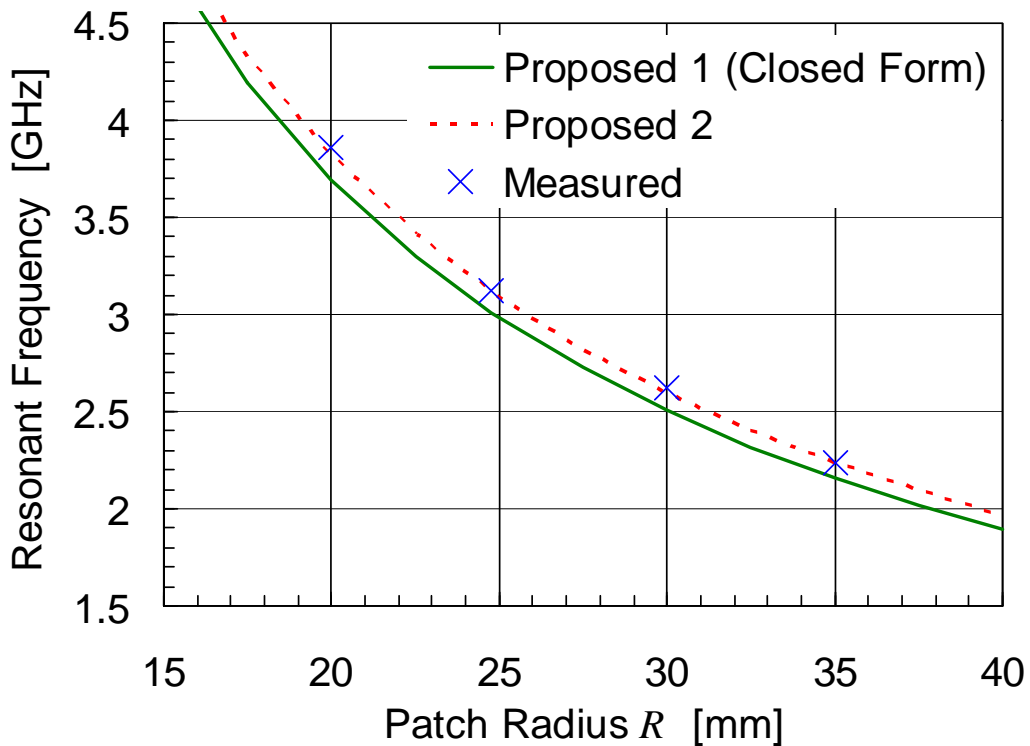


図 2.10 パッチ半径と共振周波数の関係

また、各パッチ半径に対して式(2.32)で求められる等価比誘電率を計算した結果を表 2.1 にまとめる。同表にはフリンジングを含んだ等価パッチ半径およびそこに含まれるホール数も併せて示している。この等価比誘電率を用いてキャビティモデル[2.8]により解析したインピーダンス特性を測定値と比較した結果を図 2.11 に示す。このときパッチ半径 R は 35mm である。

表 2.1 からわかるように、誘電体基板の比誘電率は 1.07 にも関わらず、地導体をメッシュ化したことにより比誘電率が等価的に 1.14 まで上昇することがわかる。また、解析結果から得られたインピーダンス特性は測定値と良く対応することが確認できた。

また、インピーダンス特性の結果から注意すべき点は、地導体のメッシュ化はアンテナとしての帯域特性に大きな影響を与えないということである。この理由は、ホール寸法が波長に比べて極めて小さいためメッシュ地導体からの放射損の Q 値はリアクティブになるためである。すなわち、 Q 値は主として虚部を持ち、実部はほとんど値を持たなくなる。このためメッシュ地導体は、周波数帯域を広げる方向に作用しない。今回のケースについて各 Q 値を計算した結果を表 2.2 に示す。これより、メッシュ地導体からの放射損による Q 値がリアクティブになっていることが確認できる。

表 2.1 解析により得られた等価比誘電率

Radius R [mm]	Equivalent Radius R_{eff} [mm]	Number of holes	Equivalent Permittivity
20	21.5	601	1.15
25	26.6	955	1.15
30	31.6	1397	1.15
35	36.7	1917	1.14

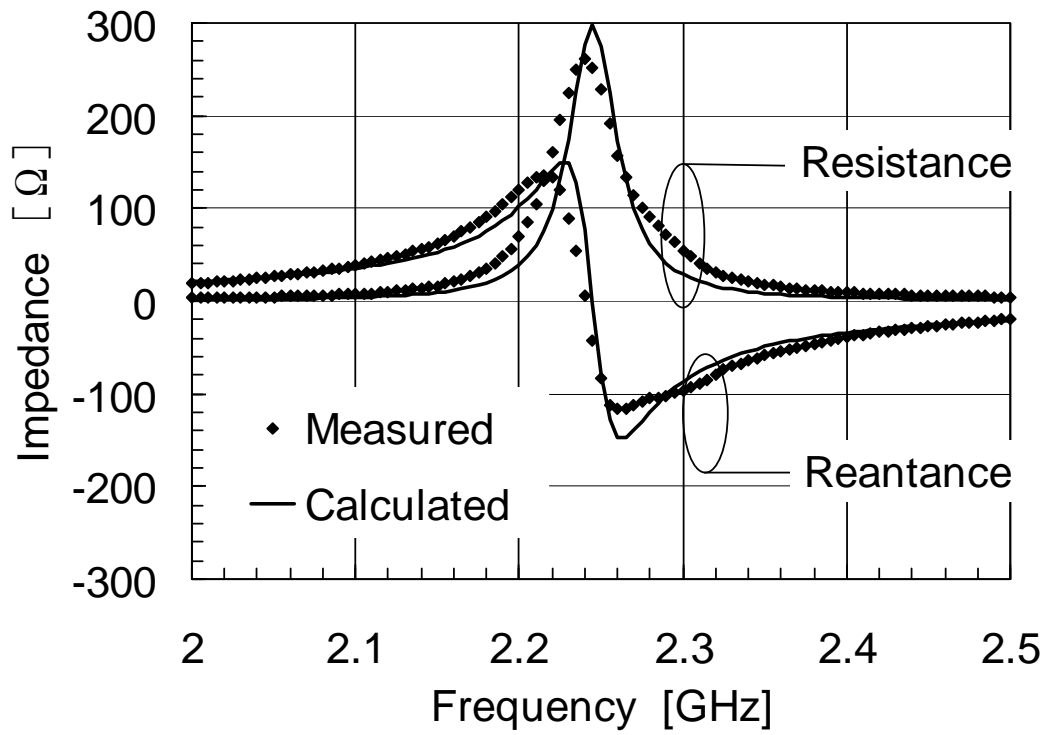


図 2.11 入力インピーダンス特性 ($R=35\text{mm}$)

表 2.2 各損失による Q 値

Radiation from the edge of the patch	71.1
Ohmic loss	716.2
Dielectric loss	1000
Radiation from the meshed ground plane	$0.06-j 14.9$

パッチ半径 $R=35\text{mm}$ の場合の共振周波数である 2.2GHz における E 面パターン、H 面パターンをそれぞれ図 2.12, 図 2.13 に示す. 計算値および測定値ともに F/B 比は 20dB 程度になっており, 両者は良く対応することがわかる. また, $\theta = \pm 90$ 度において計算値と測定値の差異が大きくなっているが, これは測定値では有限地板を用いているのに対し, 計算値では無限地板として扱っているためである. また, $\theta = 0$ 度のブロードサイド方向において測定値の交差偏波レベルは -20dB 程度となっており, 地導体のメッシュ化により交差偏波が大きく上昇することがないことも実験的に確認できた.

$\theta = 0$ 度のブロードサイド方向における利得測定値と計算値の比較を表 2.3 に示す. 計算値の利得バジェットにおいて, 導体損および誘電体損は付録 A.3 記載のキャビティモデルから求めており, インピーダンスの不整合損は測定値をもとに算出している. これより, 計算値と測定値は良く対応することが確認できた.

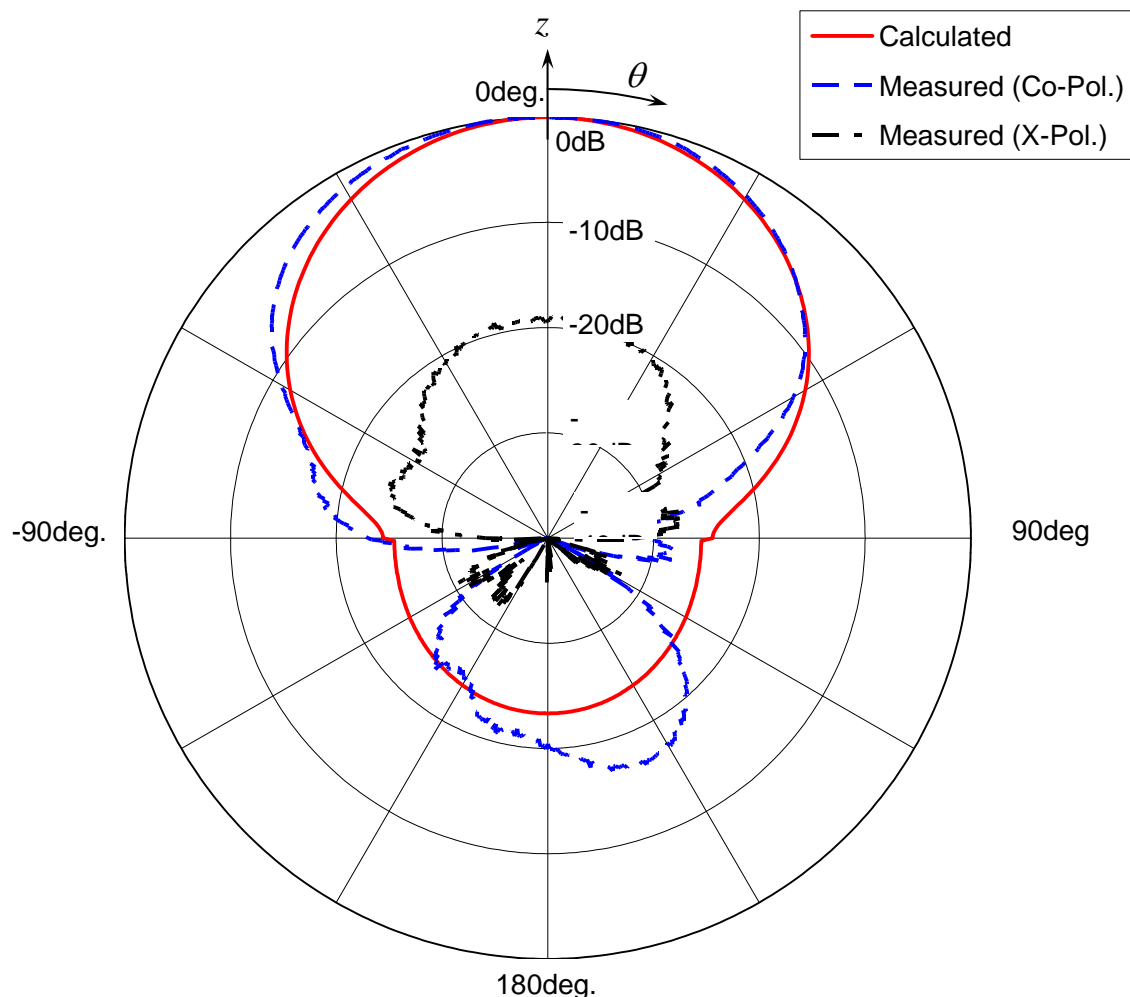


図 2.12 E 面パターン ($R = 35\text{mm}$)

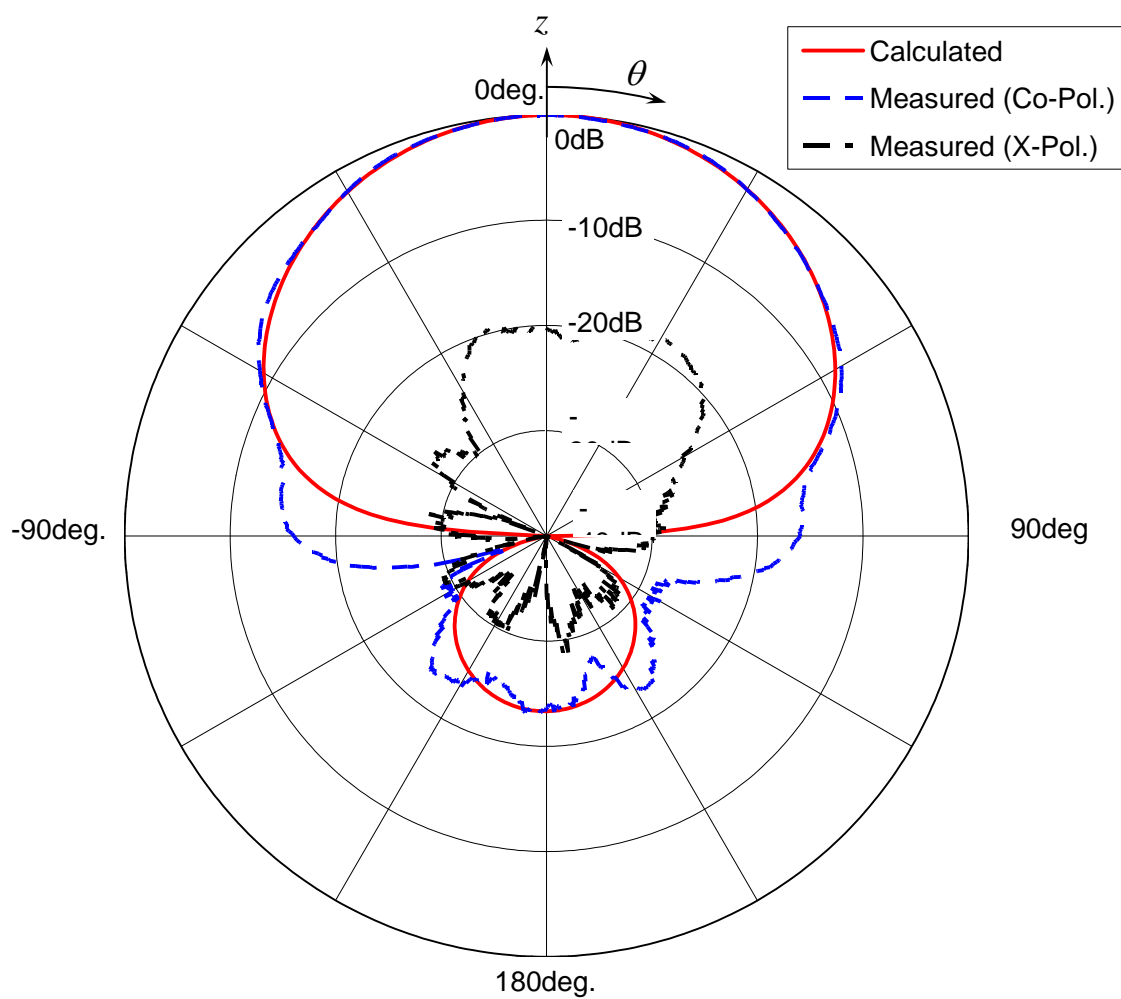


図 2.13 H面パターン ($R=35\text{mm}$)

表 2.3 利得測定値と計算値の比較

Calculated	Directivity	dBi	9.55
	Ohmic and Dielectric Loss	dB	0.71
	Mismatch Loss	dB	2.20
	Gain	dBi	6.64
Measured	Gain	dBi	5.90

2.5 設計データ

ここでは、メッシュ地導体による共振周波数の変化と F/B 比の劣化に関しての解析例を設計データとして示す。解析モデルは図 2.8 に示す円形マイクロストリップアンテナであり、パッチ半径 $R=35\text{mm}$ の場合とする。

メッシュ地導体の導体面積と共振周波数の関係を図 2.14 に示す。図において、縦軸はメッシュ地導体のマイクロストリップアンテナの共振周波数を、理想的な地導体を用いたときの共振周波数で規格化した値である。横軸は、ユニットセル内における導体面積の割合である。個々での解析ではホール配列周期および配列間隔を一定とし、ホール半径のみを変化させているので、図の横軸は次式で与えられる。

$$\text{Conducting Area/Unit Cell} = 1 - \pi r_0^2 / (d_x d_y) \quad (2.42)$$

また、図では誘電体基板の厚さ h をパラメータとしている。

図 2.14 からメッシュ地導体の導体面積が小さくなるに従い共振周波数は低下することがわかる。この結果は文献[2.2]で示された実験結果とも定性的に対応する。さらに、第 2.3.3 項で述べたように、誘電体基板が薄いほうが、より急峻に共振周波数が低下する。このことは、メッシュ地導体による共振周波数の低下が、単に地導体の電流経路の増加によるものではないことを意味している。この性質は式(2.8)からも明らかであり、共振周波数の変化はマイクロストリップアンテナの共振器としての Q 値に依存することに注意する必要がある。式(2.8)からより高い Q 値を有する場合には、共振周波数はより急激に低下することになる。

メッシュ地導体の導体面積と F/B 比の関係を図 2.15 に示す。これより、F/B 比もまたメッシュ地導体の導体面積が小さくなるに従い低下することがわかる。同様に誘電体基板が薄いほうが、より急激に F/B 比が低下する。図 2.14 および図 2.15 の結果を言い換えると、メッシュ地導体を用いたマイクロストリップアンテナの共振周波数の低下が大きいほど、F/B 比の劣化も大きくなるといえる。

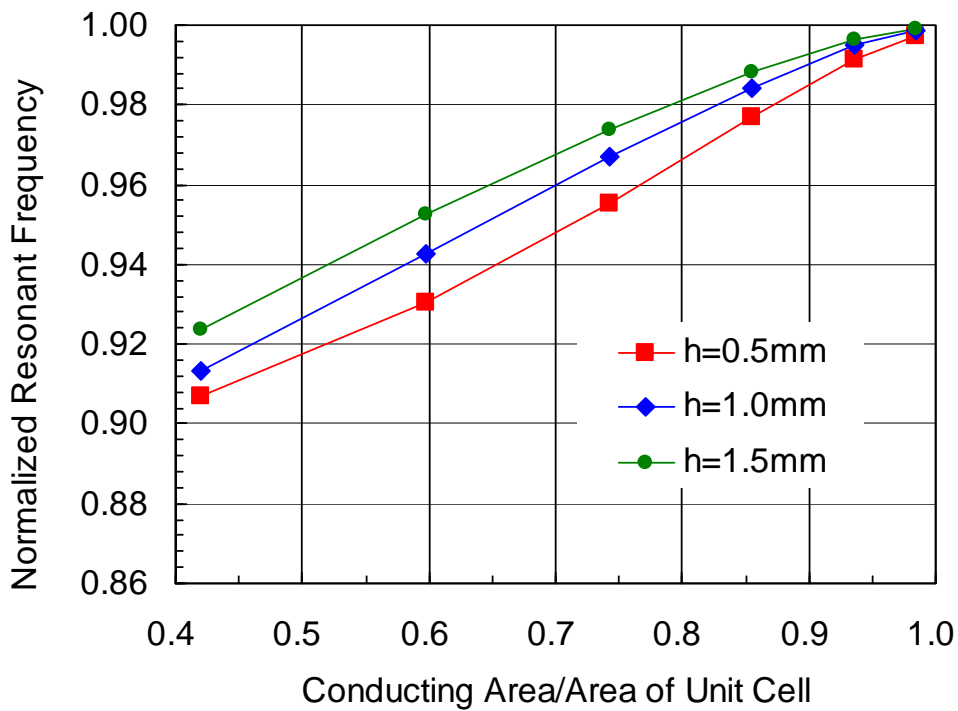


図 2.14 メッシュ地導体の導体面積割合と共振周波数の関係

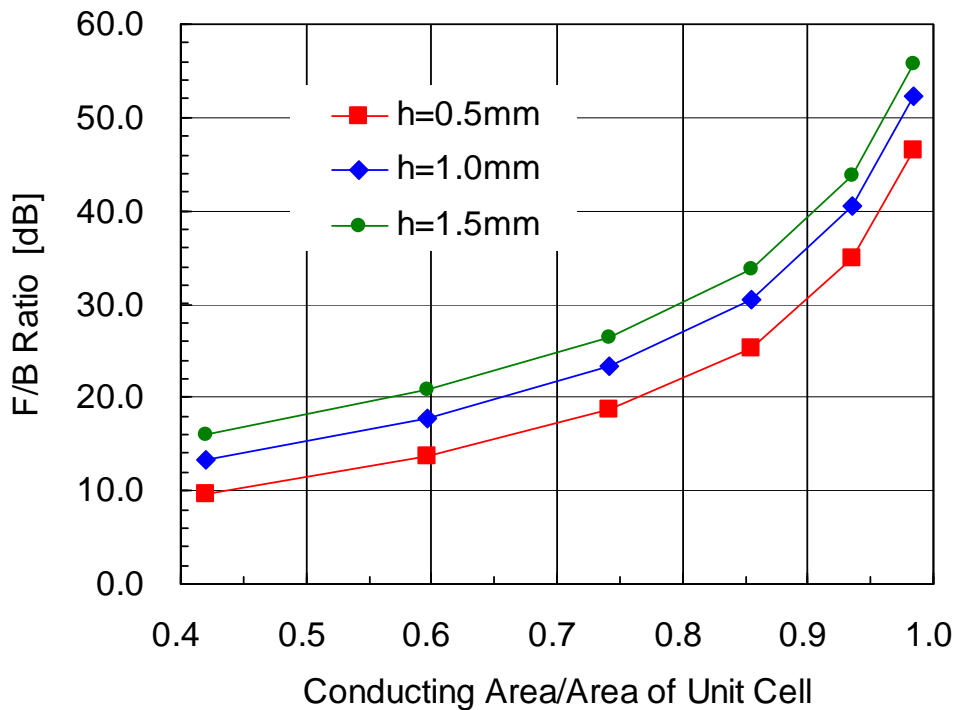


図 2.15 メッシュ地導体の導体面積割合と F/B 比の関係

2.6 結言

本論文では、メッシュ地導体を有するマイクロストリップアンテナの共振周波数を理論的に求めるための解析手法として、摂動法に基づく2つの手法を提案した。一方はメッシュ地導体からの放射損を静電近似により求める解析手法であり、当該共振周波数を解析的に閉じた形で表現することが可能である。このため、メッシュ地導体の導体面積や誘電体基板の厚さが共振周波数に与える影響を定性的に把握することが可能である。他方は、メッシュ地導体を無限周期アレーと見なし積分方程式を解いた上で放射損を求める手法であり、前者に比べるとより精度の高い結果を求めることが可能である。また、共振周波数解析結果から、インピーダンス特性および後方放射パターンを解析する手法についても示した。提案手法により求めた共振周波数、インピーダンス特性および後方放射パターンを測定値と比較した結果、解析値と測定値は良く対応し、提案した解析手法の有効性を確認できた。提案した解析手法は、衛星搭載用軽量アンテナであるメッシュ地導体を有するマイクロストリップアンテナの設計に適しており、従来のモーメント法やFDTD法などの数値解析手法と比べると設計時間の大幅な短縮が可能である。

参考文献

- [2.1] T. Takahashi, Y. Konishi, S. Makino, S. Kabashima and T. Ozaki, "Super Lightweight Planar Array Antenna with Stretched Structure for Satellite Communication Systems," in *IEEE AP-S Int. Symp. Digest*, 1999, vol. 3, pp. 2096-2099.
- [2.2] M. Wu and K. Ito, "Meshed Microstrip Antennas Constructed on a Transparent Substrate," *IEICE Trans.*, vol. E 74, no. 5, pp. 1277-1281, May 1991.
- [2.3] Y. Hori and M. Tsutsumi, "Harmonic Control by Photonic Bandgap on Microstrip Patch Antenna," *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 9, no. 1, pp. 13-15, Jan. 1999.
- [2.4] T. Takahashi and I. Chiba, "Perturbational Analysis of Microstrip Antennas with Meshed Ground Planes," *IEICE Trans. Commun.*, vol. E85-B, no. 9, pp. 1787-1796, Sep. 2002.
- [2.5] 中原新太郎, 松永誠, 真野清司, "凹凸縮退分離素子を用いた平面アンテナ," *テレビジョン学会技術報告*, vol. 14, no. 6, pp. 47-51, 1990.
- [2.6] R. F. Harrington, *Time-harmonic Electromagnetic Fields*, Chapter 7, McGRAW-HILL, 1961.
- [2.7] R. E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*, IEEE Press, pp. 387-395, pp. 499-523, 1991.
- [2.8] I. J. Bahl and P. Bhartia, *Microstrip Antenna*, Artech House, 1980.
- [2.9] T. Takahashi and I. Chiba, "Analytical Investigation of a Resonant Frequency of a Microstrip Antenna with Meshed Ground Plane," *IEICE Trans. Electron.*, vol. E83-C, no. 5, pp. 755-758, May 2000.
- [2.10] R. Mittra, C. H. Chan and T. Cwik, "Techniques for Analyzing Frequency Selective Surface-A Review," *Proceeding of the IEEE*, vol. 76, no. 12, pp. 1593-1615, 1988.
- [2.11] J. T. Aberle and D. M. Pozar, "Analysis of Infinite Array of One- and Two-Probe-Fed Circular Patches," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 38, no. 4, pp. 421-432, April 1990.
- [2.12] 山口喜次, 宮下裕章, 千葉勇, 江頭茂, "モード展開可能な開放若しくは閉一様導波管断面を有する平面多層媒質 Dyadic Green 関数の一般的構成法," *信学論 B-II*, vol. J80-B-II, no. 5, pp. 406-415, May 1997.

3. 直交偏波共用マイクロストリップアンテナの給電点摂動による低交差偏波設計法

3.1 序言

近年では衛星通信、衛星搭載 SAR センサともに直交偏波共用かつ低交差偏波特性を有するフェーズドアレーが必要になっている。すなわち、低交差偏波特性を有する直交偏波共用の素子アンテナ（以下、素子）が必要である。フェーズドアレーの素子として直交偏波共用マイクロストリップアンテナを用いた場合、直交偏波に対応した 2 つの給電点間に相互結合が発生することにより、交差偏波が劣化することが知られている。

この直交給電点間の相互結合により発生する交差偏波を低減するための設計法としては、4 点給電する方法が知られている[3.1]。この設計法は、アンテナ中心に対し点対称な位置に給電点を設け、互いに逆相となるように給電することにより、交差偏波を消去するものである。また、別の従来手法として、円偏波のアレーアンテナに対し 2 素子ペアで構成する方法[3.2]、シーケンシャルアレーによる方法[3.3]、さらにこれらと同様な手法を直線偏波のアレーアンテナに適用したものが知られている[3.4], [3.5], [3.6]。これらの手法は給電方向の異なる素子を複数個配列し、位相差を付けて給電することによりアレーアンテナとして交差偏波を消去するものである。以上に述べた従来の低交差偏波設計法はいずれも特別な給電回路を必要とする。このため、給電回路が複雑化するという問題があり、素子の配列間隔が狭く給電回路の実装面積が限られるアレーアンテナ、特に広角ビーム走査を行うフェーズドアレーにおいては従来の設計法を適用するのは困難であった。また、素子単体で低交差偏波を実現する手法も提案されている[3.7], [3.8], [3.9]が、いずれも低交差偏波のための最適設計条件が見通しの良い形で示されていないという問題があった。

本論文では、直交偏波共用マイクロストリップアンテナにおいて、2 つの給電点を互いに直交する位置から摂動させることにより、低交差偏波特性を実現する設計法を提案する[3.10]。さらに、この給電点摂動量の最適設計条件を解析的に明らかにする。提案する設計法は、特別な給電回路を必要としない簡易なものであり、直交偏波共用マイクロストリップアンテナをフェーズドアレーの素子として用いる場合に特に有効である。

以下、第 3.2 節では給電点摂動による低交差偏波設計法を提案し、その原理と最適設計条件について述べる。第 3.3 節では、FDTD 法による数値計算により本設計法の有効性を示す。第 3.4 節では、第 3.3 節で示した計算結果に従い試作したアンテナの実験結果を示す。

3.2 給電点摂動による低交差偏波設計法

3.2.1 原理

提案する低交差偏波設計法の原理を図 3.1 に示す。直交する 2 つの給電点のうち一方を励振し、他方を無反射終端した場合を考える。このときパッチ上に流れる電流を模式的にあらわしたのが図 3.1 (a)である。すなわち、パッチ上には主偏波成分の電流だけでなく、直交給電点間の相互結合により生じる直交偏波成分の電流も励振される。このとき、図 3.1 (b)に示すように、励振している給電点を主偏波の H 面方向にずらすことを考える。これにより、直交偏波成分の電流が新たに励振される。提案する設計法は、この新たに励振された直交偏波成分の電流によって、図 3.1 (a)の直交偏波成分の電流を打ち消すことにより低交差偏波を実現するものである。このときのパッチ上の電流分布を模式的にあらわしたものが図 3.1 (c)である。

3.2.2 給電点摂動最適設計条件の解析的検討

提案した設計法では、その原理から明らかなように、最適な給電点摂動量を求めることが重要である。ここでは、この最適設計条件を解析的に導出する。

図 3.2 の矩形マイクロストリップアンテナを考える。ここで、基板厚 h が波長に比べて十分薄いと仮定すると、アンテナ内部の電界は z 方向成分のみ有し、キャビティモデルにより次のように TM モードで展開できる[3.11]。

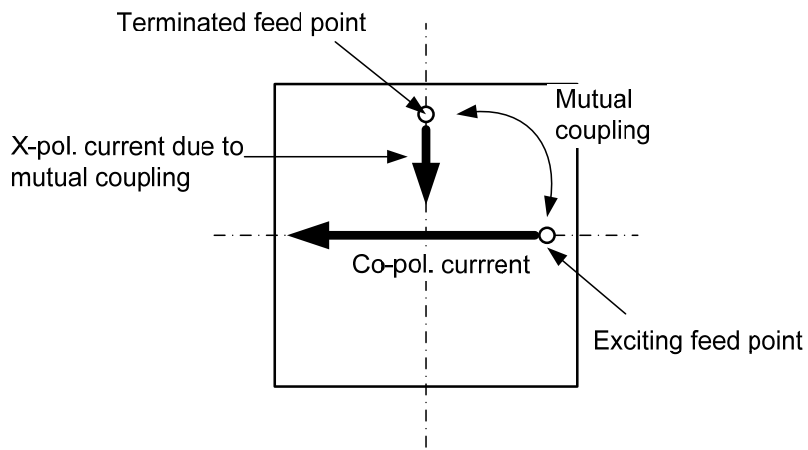
$$E_z(x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn}(x_0, y_0) \cos k_{xm} \left(\frac{a'}{2} + x \right) \cos k_{yn} \left(\frac{b'}{2} + y \right) \quad (3.1)$$

但し、

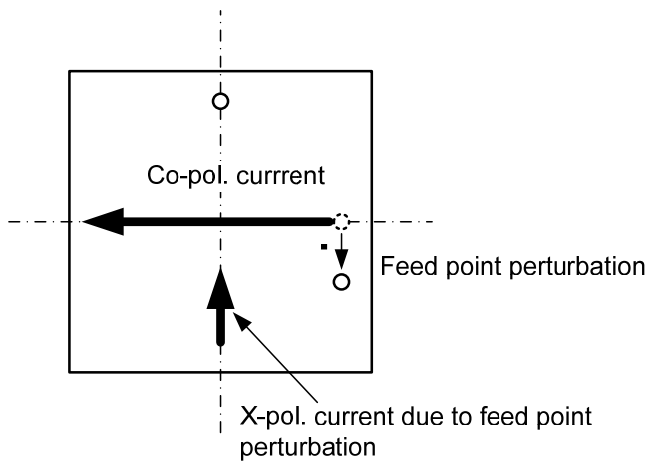
$$A_{mn}(x_0, y_0) = \frac{j\omega\mu_0 I_0 \varepsilon_{0m} \varepsilon_{0n}}{a'b'} \frac{\cos k_{xm} \left(\frac{a'}{2} + x_0 \right) \cos k_{yn} \left(\frac{b'}{2} + y_0 \right)}{k_{xm}^2 + k_{yn}^2 - k^2} \quad (3.2)$$

$$k_{xm} = \frac{m\pi}{a'} \quad , \quad k_{yn} = \frac{n\pi}{b'} \quad (3.3)$$

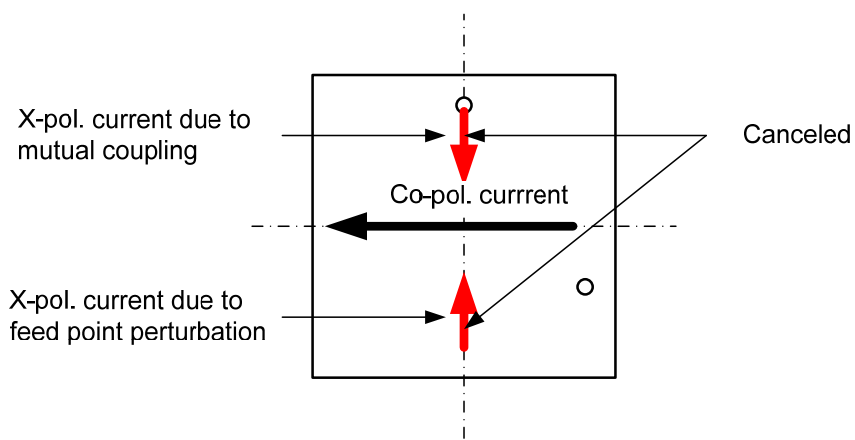
$$\varepsilon_{0m} = \begin{cases} 1 & (m = 0) \\ 2 & (m \neq 0) \end{cases} \quad , \quad \varepsilon_{0n} = \begin{cases} 1 & (n = 0) \\ 2 & (n \neq 0) \end{cases} \quad (3.4)$$



(a) 直交給電点間の相互結合により生じる交差偏波

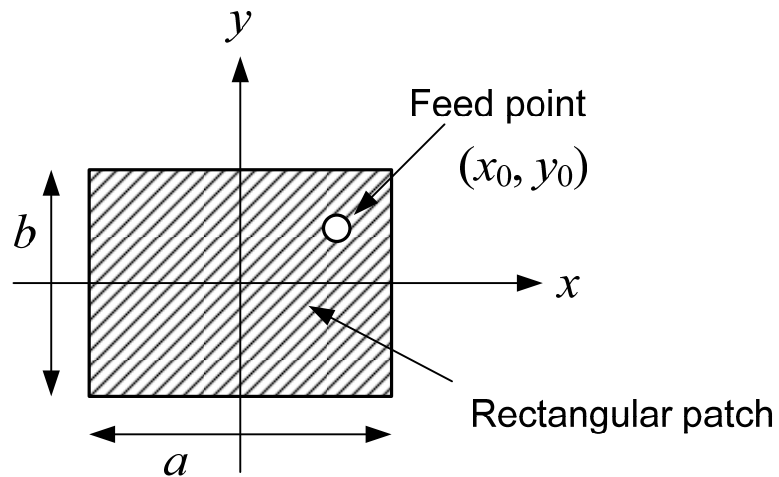


(b) 給電点摂動により生じる交差偏波

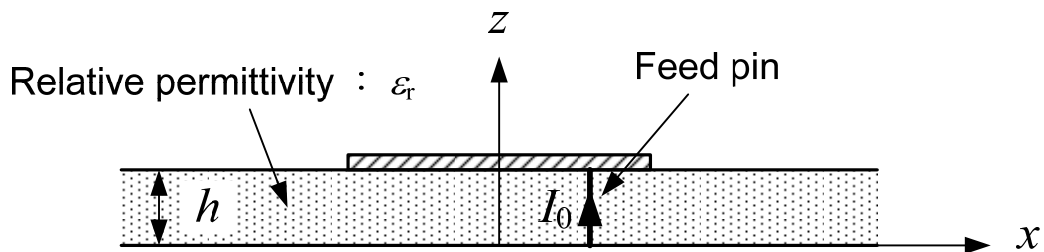


(c) 交差偏波の消去 ((a)+(b))

図 3.1 給電点摂動による交差偏波低減の原理



(a) 正面図



(b) 断面図

図 3.2 給電点摂動解析モデル

ここで、 m 、 n はそれぞれ x 、 y 方向のモード数を表し、モードとしてそれぞれ TM_{mn} モードに対応する。 I_0 は給電ピンに流れる電流、 k は基板中の波数、 (x_0, y_0) は給電点の座標である。 a' 、 b' はフリッジング効果を含んだ等価パッチ寸法であり、パッチの実寸法 a 、 b との関係は付録 A.4 に別記する。

式(3.1)は一般的な式であるが、ここでは給電点座標を $x_0=x_0$ 、 $y_0=0$ とし、主偏波として TM_{10} モードを励振した場合を考える。また、これと直交する給電点は $x_0=0$ 、 $y_0=x_0$ にあるものとする。この給電点間の相互結合により発生する直交偏波成分の電界を最初に求める。素子アンテナが給電回路と整合状態にあるとすれば、相互結合による再放射量はその相互結合量に等しいとみなすことができる[3.12]。したがって、直交給電点間の相互結合量を電界値で S_{21}

とすると、式(3.1)において $I_0 \rightarrow S_{21}I_0$, $x_0=0$, $y_0=x_0$ としたときの電界が、直交給電点間の相互結合による直交偏波成分の電界と考えることができる。直交偏波成分の基本モードである TM_{01} モードのみを考えると、直交給電点間の相互結合による直交偏波成分の電界 $E_{z,S21}(x, y)$ は次のようになる。

$$E_{z,S21}(x, y) = \frac{j2\omega\mu_0 S_{21}I_0}{a'b'} \frac{-\sin \frac{\pi}{b'} x_0 \cos \frac{\pi}{b'} \left(\frac{b'}{2} + y \right)}{\left(\frac{\pi}{b'} \right)^2 - k^2} \quad (3.5)$$

次に給電点摂動により発生する電界を求める。 TM_{10} モードを励振した場合、給電点は y 方向に摂動させる必要があり、このとき新たに発生する電界 $\Delta E_z(x, y)$ は次式で与えられる。

$$\Delta E_z(x, y) \approx \left. \frac{\partial E_z}{\partial y_0} \right|_{y_0=0} \Delta \quad (3.6)$$

ここで、 Δ は給電点摂動量である。式(3.1)より ΔE_z は以下となる。

$$\begin{aligned} \Delta E_z(x, y) &= \Delta \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left. \frac{\partial A_{mn}}{\partial y_0} \right|_{y_0=0} \cos k_{xm} \left(\frac{a'}{2} + x \right) \cos k_{yn} \left(\frac{b'}{2} + y \right) \\ &= -\Delta \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{j\omega\mu_0 I_0 \varepsilon_m \varepsilon_n}{a'b'} \frac{k_{yn} \cos k_{xm} \left(\frac{a'}{2} + x_0 \right) \sin \frac{n\pi}{2}}{k_{xm}^2 + k_{yn}^2 - k^2} \\ &\quad \times \cos k_{xm} \left(\frac{a'}{2} + x \right) \cos k_{yn} \left(\frac{b'}{2} + y \right) \end{aligned} \quad (3.7)$$

ここでも直交偏波成分の基本モードである TM_{01} モードのみ考えると、給電点摂動により新たに生じた直交偏波成分の電界は次式となる。

$$\Delta E_z(x, y) = -\Delta \frac{j2\omega\mu_0 I_0}{a'b'} \frac{\frac{\pi}{b'} \cos \frac{\pi}{b'} \left(\frac{b'}{2} + y \right)}{\left(\frac{\pi}{b'} \right)^2 - k^2} \quad (3.8)$$

交差偏波が消去される条件は式(3.5)と式(3.8)の和が零になるときであり、この条件式を給電点摂動量 Δ について解くと次式を得る。

$$\Delta = -\frac{S_{21} \sin \frac{\pi}{b'} x_0}{\pi} b' \quad (3.9)$$

この式(3.9)が給電点摂動量 Δ の最適設計条件になる。ここで、注意すべき点は摂動量 Δ が負の値になること、すなわち y 軸の負の方向に摂動させる必要があることである。このことは図 3.1 のように給電点を摂動させることに合致する。

また、式(3.9)は単層のマイクロストリップアンテナの最適設計条件であるが、非励振素子つきマイクロストリップアンテナにも以下のようにすることにより適用可能である。非励振素子つきマイクロストリップアンテナでは励振素子で励振された波を非励振素子に電磁結合させている。このため、非励振素子上の主偏波と直交偏波の比は、励振素子上での主偏波と直交偏波の比によって決まる。したがって、非励振素子つきマイクロストリップアンテナの場合は、励振素子のみを考慮して式(3.9)の最適設計条件を適用すればよい。

3.3 数値計算結果

図 3.3 に示す非励振素子つき直交偏波共用正方形マイクロストリップアンテナに対し本設計法を適用し，FDTD 法により計算した結果を示す．なお，図 3.3 中の λ_c は設計中心周波数 f_c における自由空間波長である．

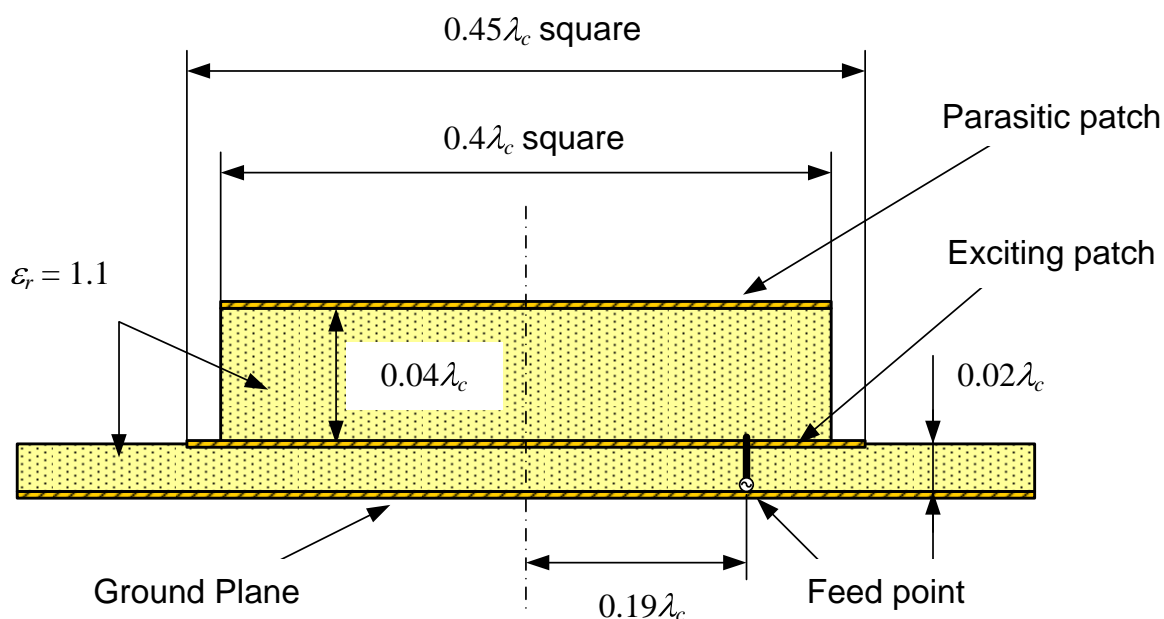


図 3.3 数値計算に用いたアンテナの構成

(非励振素子つき正方形マイクロストリップアンテナ)

3.3.1 給電点摂動前の特性

図 3.4 に給電点摂動前の反射特性および直交給電点間相互結合量の計算結果を示す．FDTD 法におけるセルサイズは， x ， y 方向に $0.009 \lambda_c$ ， z 方向に $0.005 \lambda_c$ とした．解析領域は $99 \times 99 \times 40$ セルとし，境界条件には PML (Perfect Matched Layer) を用いた．図 3.4 の横軸は設計中心周波数 f_c で規格化した周波数，縦軸はリターンロス (S_{11}) あるいは直交給電点間相互結合量 (S_{21}) である．中心周波数 f_c における直交給電点間相互結合量は -20dB であり，この計算値は，式(3.9)により給電点摂動量の最適値を計算する際に用いる．

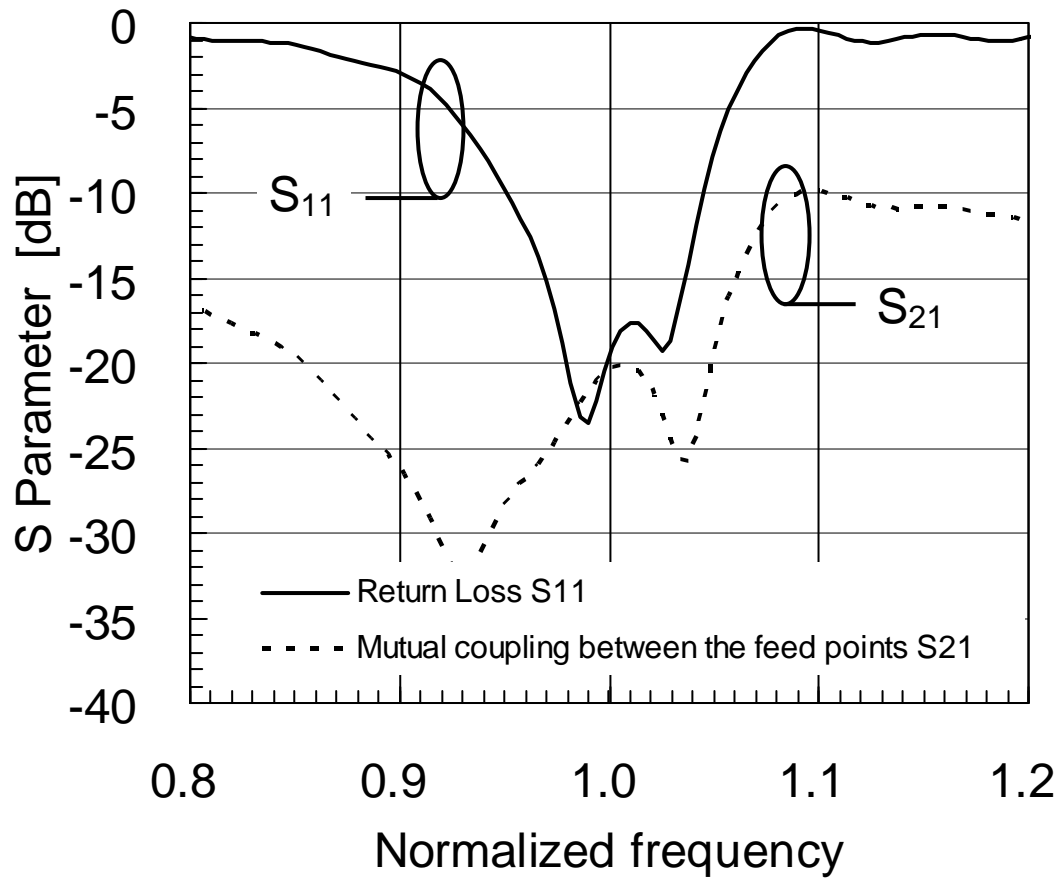


図 3.4 給電点摂動前の反射特性, 給電点間相互結合計算結果

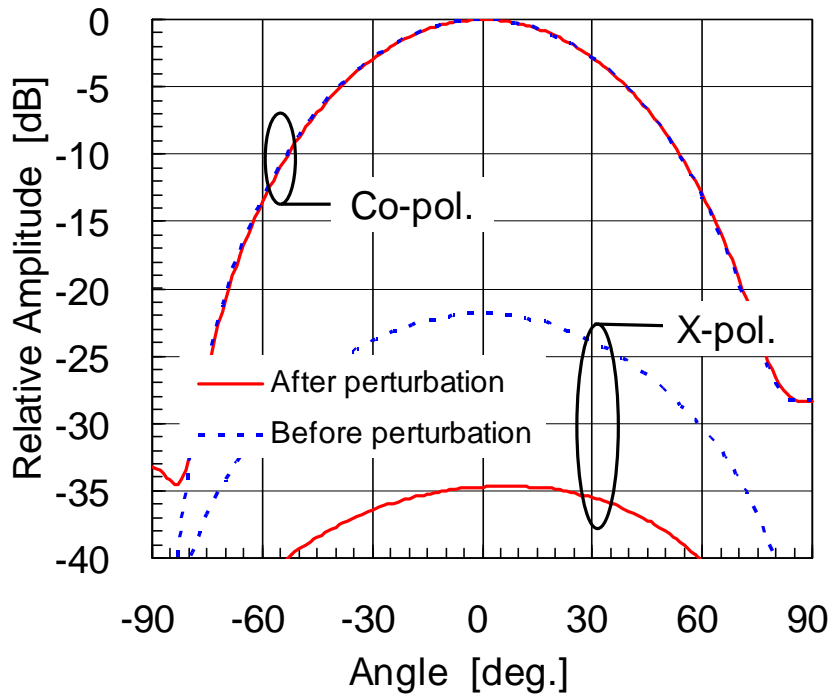
3.3.2 低交差偏波設計法適用後の特性

直交する2つの給電点を，図 3.1 に示すように中心線上からそれぞれの偏波における H 面負方向に $\Delta=0.017 \lambda_c$ だけ摂動させたときの放射パターン計算結果を図 3.5 に示す．計算周波数は，設計中心周波数 f_c である．また，同図には，比較のため給電点摂動前の放射パターンも示す．提案した設計法により，アンテナ正面方向において-13dB の交差偏波低減を実現できることがわかる．また，主偏波に関しては，本設計法による変化はほとんど見られないことがわかる．

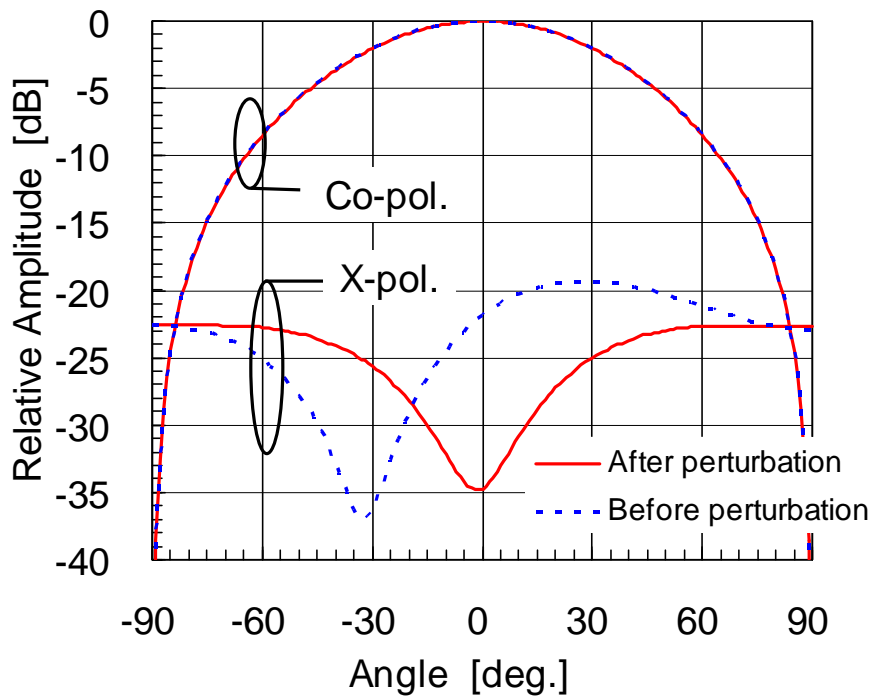
給電点摂動量 Δ を0から $0.034 \lambda_c$ まで変化させたときのアンテナ正面方向の交差偏波レベルの変化を図 3.6 に示す．これより，提案した設計法には給電点摂動量の最適値が存在し， $\Delta=0.017 \lambda_c$ の場合が最も低交差偏波な特性が実現できることがわかる．また，励振素子のみを考慮して式(3.9)により計算した給電点摂動量の最適値は， $\Delta=0.015 \lambda_c$ であり，図 3.6 の FDTD 法による数値計算結果と良く一致することが確認できた．

図 3.6 には，設計中心周波数から $\pm 3\%$ 離れた周波数における計算結果も併せて示してある．これより，各周波数とも同じ給電点摂動量において最も交差偏波が低下することがわかった．すなわち，本設計法は周波数特性の影響を受けにくい設計法であることがわかった．このことは本設計法の原理からも予測できることである．また，周波数 $1.03f_c$ において最も交差偏波が低下しているが，これは給電点摂動前の交差偏波が最も低いためである．

図 3.7 には，給電点摂動量 Δ を $0.0 \lambda_c$ から $0.034 \lambda_c$ まで変化させたときの入力インピーダンス軌跡の変化を示す．本設計法による給電点摂動量は微小であるため，入力インピーダンスの変化は小さいことがわかる．



(a) E面パターン



(b) H面パターン

図 3.5 給電点摂動後の放射パターン計算結果 (設計中心周波数, $\Delta=0.017\lambda_c$)

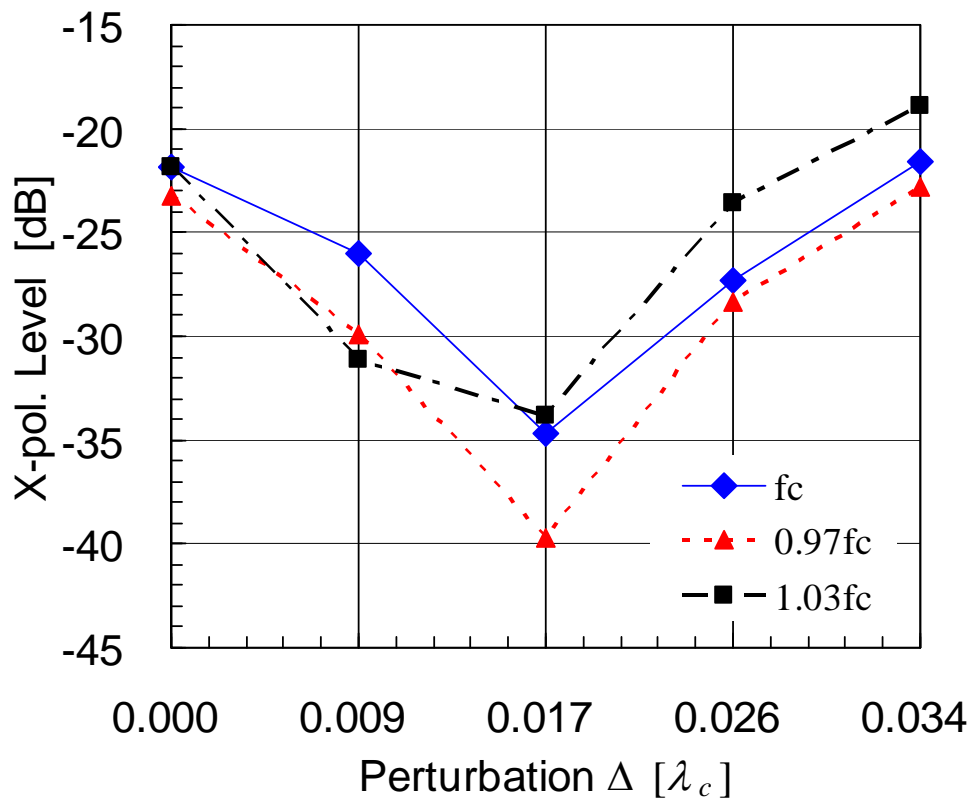


図 3.6 給電点摂動量 Δ と交差偏波レベルの関係

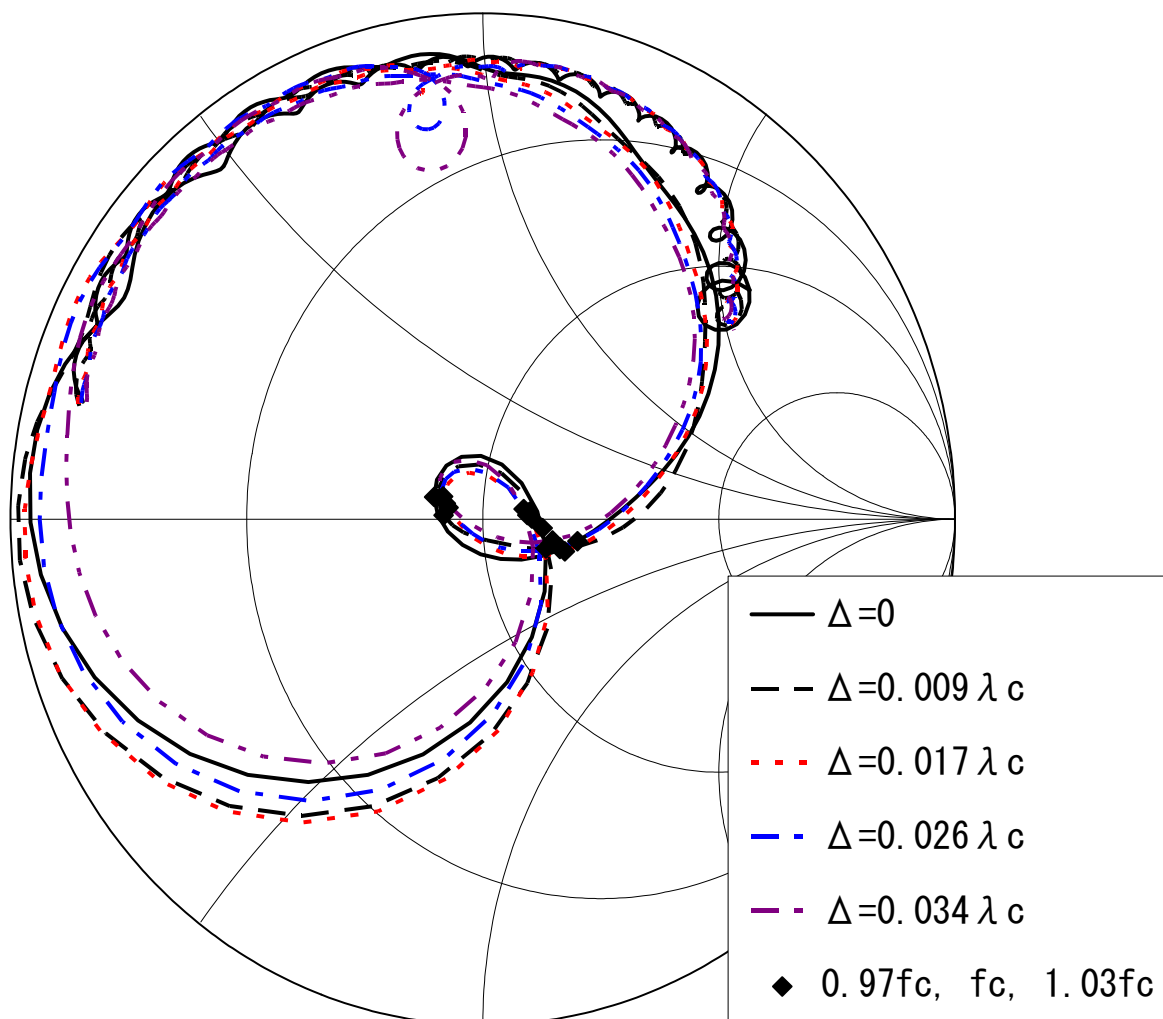


図 3.7 給電点摂動による入力インピーダンス軌跡の変化

3.4 実験結果

3.4.1 給電点摂動前の特性

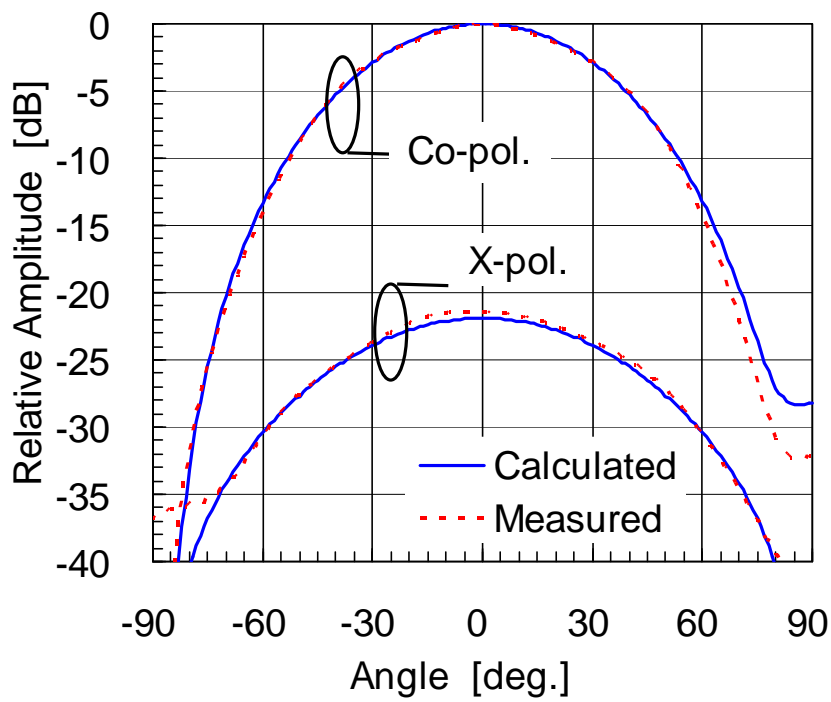
図 3.3 に示した直交偏波共用正方形マイクロストリップアンテナの給電点摂動前の放射パターン測定結果を図 3.8 に示す。図において計算値は第 3.3 節で示した FDTD 法による計算値である。これより、給電点摂動前では、アンテナ正面方向において -21.5dB 程度の大きな交差偏波が発生していることがわかる。また、計算値と測定値は、主偏波および交差偏波ともに良く一致していることがわかる。このことから、本設計法により第 3.3 節で示したような交差偏波低減が得られることが期待できる。

3.4.2 給電点摂動後の特性

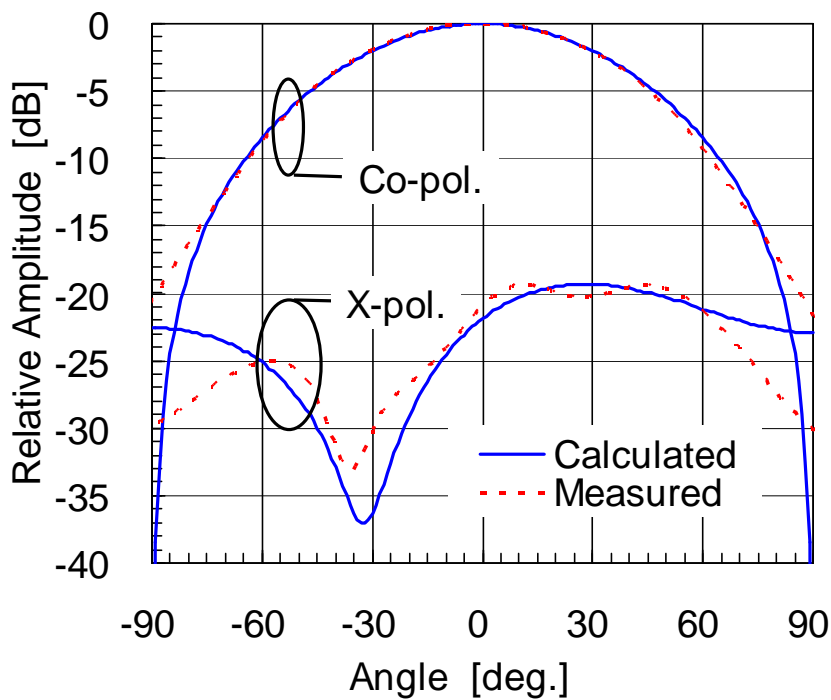
第 3.1 節で述べたように、本設計法はアレーアンテナを構成する各素子アンテナに対し適用することを目的としている。このため、給電点摂動後の放射特性評価は、図 3.9 に示すような 13 素子アレーの中心素子のアレー素子パターンを測定することにより行った。各素子は給電点を摂動させた直交偏波共用正方形マイクロストリップアンテナとし、その給電点摂動量は第 3.3 節の FDTD 法による計算結果で最も交差偏波が低くなる $\Delta=0.017\lambda_c$ とした。

図 3.10 に中心周波数 f_c におけるアレー素子パターン測定結果を示す。同図には給電点摂動前のアレー素子パターンも併せて示す。これより、提案した設計法により交差偏波が低減されていることがわかる。また、主偏波のアレー素子パターンに関しては、給電点摂動による変化がほとんど見られない。このことは、本設計法により隣接する素子との相互結合もほとんど変化していないことを意味している。

また、設計中心周波数、および設計中心周波数から $\pm 3\%$ 離れた周波数、それぞれにおけるアンテナ正面方向の交差偏波レベル測定結果を表 3.1 にまとめる。本設計法により、各周波数とも交差偏波が低減されていることがわかる。さらに、各周波数におけるアンテナ正面方向のアレー素子利得測定結果を表 3.2 にまとめる。給電点摂動の前後における利得測定結果は測定誤差の範囲内であり、本設計法による利得低下はないことが確認できた。



(a) E面パターン



(b) H面パターン

図 3.8 給電点摂動前の放射パターン（設計中心周波数）

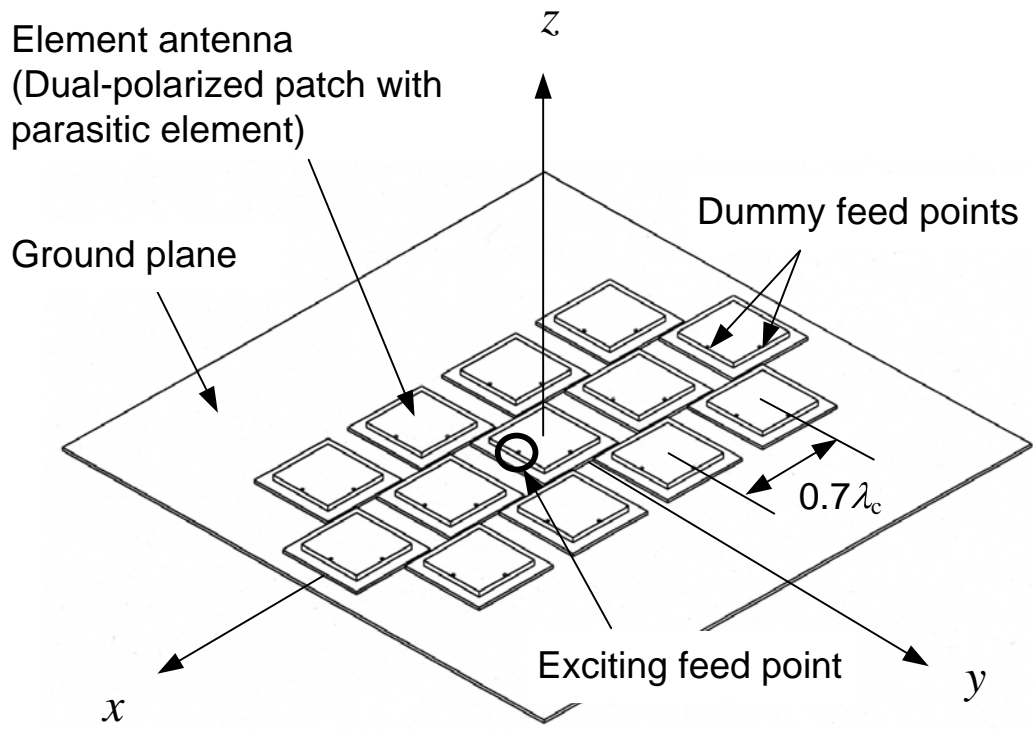
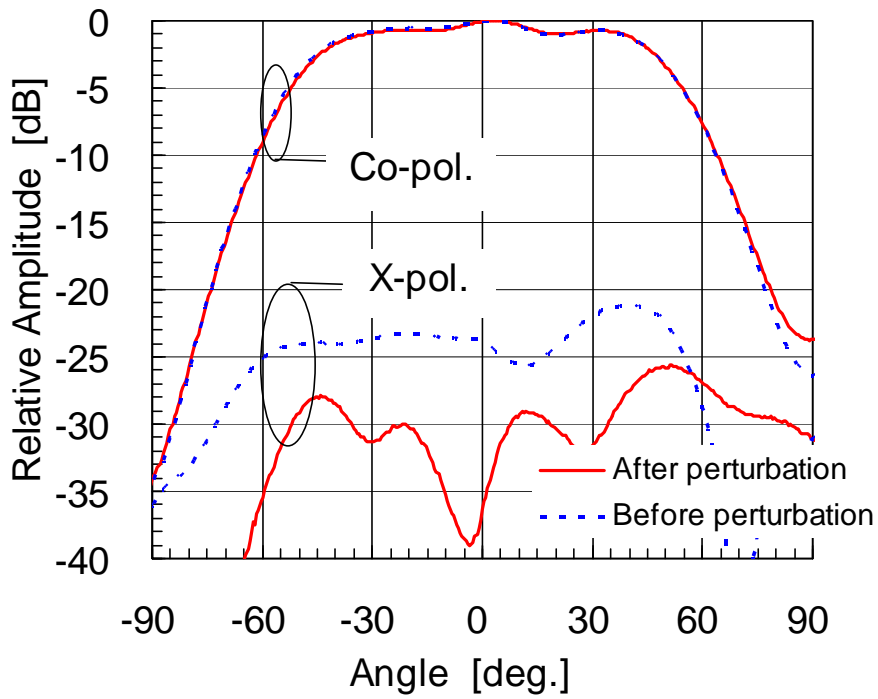
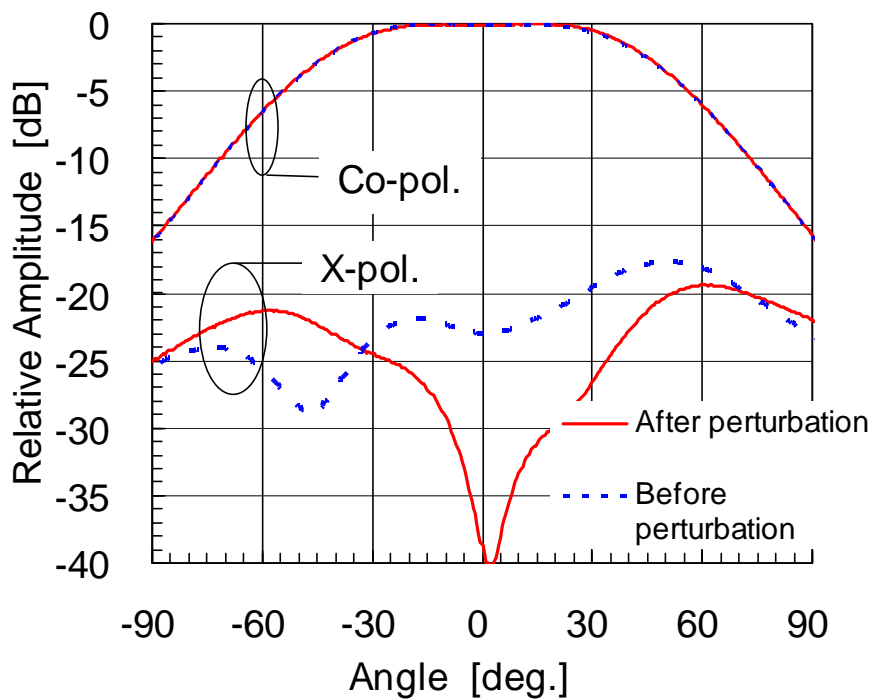


図 3.9 測定に用いたアレーアンテナの構成



(a) zx 面パターン (E 面)



(a) yz 面パターン (H 面)

図 3.10 給電点摂動後のアレー素子パターン測定結果 (設計中心周波数, $\Delta=0.017\lambda_c$)

表 3.1 アンテナ正面方向交差偏波レベル測定結果のまとめ

Frequency	Cross-polarization level [dB]	
	Before perturbation	After perturbation
$0.97 f_c$	-20.3	-27.7
f_c	-23.9	-36.3
$1.03 f_c$	-24.8	-35.4

表 3.2 アンテナ正面方向利得測定結果のまとめ

Frequency	Gain [dBi]	
	Before perturbation	After perturbation
$0.97 f_c$	6.14	6.13
f_c	6.79	6.84
$1.03 f_c$	6.87	6.97

3.5 結言

直交偏波共用マイクロストリップアンテナにおいて、給電点を摂動させることにより低交差偏波を実現する設計法を提案し、給電点摂動量の最適設計条件を解析的に導出した。さらに、FDTD法による数値計算結果および実験結果により、提案した設計法および最適設計条件の有効性を確認した。

提案した設計法は、以下の利点を有する。

- (a)低交差偏波のための特別な給電回路を必要としないため、従来とほぼ同じ構成で低交差偏波特性を実現できる。
- (b)主偏波の特性劣化を誘発しない。

したがって、直交偏波共用マイクロストリップアンテナを素子間隔の狭いフェーズドアレーの素子として用いる場合に特に有効な設計法である。

また、本設計法の原理を応用することにより、例えば、非励振素子を摂動させることにより低交差偏波を図るなどの方法も考えられる[3.13]。

本設計法を衛星搭載フェーズドアレーの素子に適用することにより、直交偏波共用の低交差偏波フェーズドアレーを容易に実現可能である。

参考文献

- [3.1] T. Chiba, Y. Suzuki, N. Miyano, S. Miura, and S. Ohmori, "A phased array antenna using microstrip antennas," *12-th European Microwave Conference*, pp. 472-477, 1982.
- [3.2] 羽石操, 吉田信一郎, 後藤尚久, "パッチアンテナとそのペア," 信学技報 A・P81-102, 1981.
- [3.3] 手代木扶, 中條渉, 田中正人, 伊藤猛男, 小室英雄, "シーケンシャル円偏波アレーアンテナ," 信学技報 A・P83-57, pp. 49-54, 1983.
- [3.4] J. Huang, "Low cross-pol. linearly polarized microstrip array," in *IEEE AP-S Int. Symp. Digest*, 1990, vol. 28, pp. 1750-1753.
- [3.5] I. Nystron, and D. Karlsson, "Reduction of backed radiation and cross-coupling in dual polarized aperture coupled patch antennas," in *IEEE AP-S Int. Symp. Digest*, 1997, vol. 35, pp. 2222-2225.
- [3.6] K. Woelders, and J. Granholm, "Cross-polarization and sidelobe suppression in dual linear polarization antenna arrays," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 45, no. 12, Dec. 1997.
- [3.7] A. Tavakoli, N. Damavandi, and R.M. Mazandaran, "Analysis of cross-shaped dual-polarized microstrip antennas," in *IEEE AP-S Int. Symp. Digest*, 1995, vol. 33, pp. 994-997.
- [3.8] L.L. Shafai, W.A. Chamma, M. Baraket, P.C. Strickland, and G. Seguin, "Dual-band dual-polarized perforated microstrip antennas for SAR applications," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 48, no. 1, pp. 58-66, Jan. 2000.
- [3.9] 羽石操, 今野恵, 矢作潤一, "ドッグボーンスロットにより励振される偏波共用アンテナ," 信学論 (B) , vol. J85-B, no. 6, pp. 953-961, June 2002.
- [3.10] 高橋徹, 岩瀬一朗, 中畔弘晶, 宮下裕章, 小西善彦, "直交偏波共用パッチアンテナの給電点摂動による低交差偏波設計法," 信学論 B, vol. J86-B, no. 9, pp. 1833-1840, Sep. 2003.
- [3.11] I. J. Bahl, and P. Bhartia, *Microstrip Antennas*, Artech House, 1980.
- [3.12] 千葉胤昭, "相互結合を考慮したアレイアンテナの指向性の合成とその実現方法," 信学論(B), vol. J60-B, no. 7, pp. 477-483, July 1977.
- [3.13] 高橋徹, 小西善彦, 沼崎正, "無給電素子つき直交偏波共用パッチアンテナの低交差偏波設計法の検討," 2002 信学ソ大 (通信) , B-1-104, P136, Sept. 2002.

4. 素子電界ベクトル回転法の測定精度の理論検討

4.1 序言

フェーズドアレーにおいてビーム形成を実現するためには、各素子が放射する電界（以下、素子電界）を同相で合成するためのキャリブレーションが必要である。このため、キャリブレーションのための各素子電界を測定する素子電界測定法は非常に重要な技術となる。

将来発展が期待されるマルチビーム衛星通信システムや同一地域を複数回観測する干渉 SAR システムでは高精度なアンテナビーム形成が必要とされており、これらのシステムを実現するためにはキャリブレーションの高精度化が重要である。そのためには素子電界測定法そのものの高精度化が必要になる。

本論文では、この各素子電界を測定する方法として素子電界ベクトル回転法（REV 法；Rotating Element Electric Field Vector Method）[4.1]を取り上げる。この測定法は、測定対象となる素子の励振位相を 360 度変化させたときのアレーアンテナの合成電力（以下、アレー合成電力）の変化が余弦状（以下、コサインカーブ）になることを利用して、素子電界の相対振幅、相対位相を測定するものであり、以下のような特長を有する。

- (1) アレーアンテナ全素子動作状態での素子電界を測定することができる。
- (2) アレー合成電力の振幅測定のみで、素子電界の振幅および位相を求めることができる。

ここで、(1)は、送受信モジュールを含む給電系のばらつき、素子間相互結合、周囲構造物による散乱などあらゆる影響を含んだ素子電界を測定できるということであり、REV 法が有効であることの最大の特長である。(2)は位相測定を行わなくても、素子電界の振幅および位相の両方を測定することができるということである。

このように REV 法は非常に優れた特長を有しているため、フェーズドアレーのキャリブレーション法として広く用いられている[4.1]-[4.5]。このほか、フェーズドアレーの自己診断システム[4.6], [4.7]、振幅測定のみで行う近傍界測定[4.8]、複数観測点測定によるビームポイント法[4.9]などにも応用されている。以上のように REV 法は様々な方面で用いられているが、その測定精度に関してはこれまでほとんど議論がなされてこなかった。しかし、今まで以上に高精度なキャリブレーションを実現するためには、REV 法による素子電界測定精度を設計段階から把握し、これを低減する設計指針を明らかにする必要がある。ここでは、REV 法の測定精度を劣化させる主な誤差要因として、各素子に接続されているデジタル移相器の通過特性誤差と測定系熱雑音を取り上げ、これらの要因による REV 法測定誤差を理論的に明らかにする。

第 1 の誤差要因であるデジタル移相器の通過特性誤差は REV 法の測定原理に起因した本

質的な誤差要因である。一般にフェーズドアレーの各素子に接続されている移相器にはデジタル移相器が用いられるが、このデジタル移相器の通過特性にはビット毎に異なる振幅位相誤差がある。したがって、REV法の測定原理にしたがい、素子の励振位相を360度変化させてもアレー合成電力の変化は完全なコサインカーブとはならない。また、第2の誤差要因である測定系熱雑音は測定系そのもので発生する誤差要因である。これまでREV法が最も良く使用されてきた製造最終段階でのキャリブレーションでは測定系の信号対雑音電力比（以下、S/N）が十分取れた状態で測定が行われ、ベクトルネットワークアナライザ（VNA）などのダイナミックレンジが広くかつ高分解能な測定機器が用いられてきた。しかしながら、例えば衛星軌道上で素子電界を測定することを想定すると、測定系のS/Nが必ずしも十分なものではない。また、大規模な受信アクティブフェーズドアレーでは一つの素子あたりのS/Nが低い状態で測定が行われている可能性もある。このように十分なS/Nを実現できない場合にはREV法によるコサインカーブの劣化が大きくなることが予想される。

以上に述べた誤差要因がある場合のコサインカーブ測定結果は、理想的なコサインカーブから外れたものとなる。このため、実際のREV法では得られたアレー合成電力の変化をフーリエ級数展開してコサインカーブ成分を抽出することにより素子電界の振幅および位相を求めている[4.1], [4.10]。このようにして得られた素子電界測定値も当然測定誤差を含んでいることになり、これはキャリブレーション誤差につながる。このキャリブレーション誤差は利得低下やサイドロブレベル上昇といった放射特性の劣化の原因となる[4.11]。したがって、高精度なキャリブレーションを実現するためには、フェーズドアレー設計段階においてREV法の測定精度を明確にし、誤差要因であるデジタル移相器の性能や測定系の回線設計に反映していく必要がある。

これまで、誤差要因としてデジタル移相器の通過特性誤差を想定したREV法測定誤差を明らかにする試みが文献[4.10]において報告されている。しかし、文献[4.10]の議論には、以下の問題点があった。

- 各素子に接続されているデジタル移相器の振幅誤差をアレー合成電力の振幅誤差としている。
- 各素子に接続されているデジタル移相器の位相誤差をアレー合成電力の変化からコサインカーブに抽出する際の位相誤差としている。

すなわち、文献[4.10]において振幅位相誤差と仮定しているものは、実際のデジタル移相器の通過振幅位相誤差に対応しておらず、この理論ではREV法の測定精度を把握することができないという問題があった。

そこで、本論文では上記2つの誤差要因によるREV法測定誤差を求める理論を新たに構築し、REV法の測定精度を理論的に明らかにする[4.12], [4.13]。最初に、デジタル移相器の通過特性誤差とREV法測定誤差の関係を示す理論を導く。次に、この理論を拡張し、測定系熱雑音とREV法測定誤差の関係を明らかにする。さらに、この理論からREV法を行う測定系の回線設計指針を導く。

以下，第 4.2 節では本論の展開に先立ち REV 法の概要を説明する．第 4.3 節では，デジタル移相器の通過特性誤差による REV 法測定誤差を求める確率解析理論を述べる．第 4.4 節では第 4.3 節で導出した理論を拡張し，測定系熱雑音による REV 法測定誤差を求める確率解析理論を述べる．第 4.5 節ではデジタル移相器の通過特性誤差による REV 法測定誤差を実験により検証し，第 4.3 節で導出した理論の有効性を確認した結果を示す．第 4.6 節では測定系熱雑音による REV 法測定誤差を実験により検証し，第 4.4 節で導出した理論の有効性を確認した結果を示す．

4.2 REV 法の概要

REV 法の測定原理を簡単に紹介する.

4.2.1 測定系と測定原理

REV 法で測定するときの典型的なアンテナ構成図を図 4.1 に示す. ここでは, 測定対象となるフェーズドアレーが受信である場合を考えているが, 以下の測定理論は送信の場合も同様である. このときフェーズドアレーで受信される各素子の素子電界ベクトルおよびアレー合成電界ベクトルの様子を図 4.2 に示す. ここで, 初期状態におけるアレー合成電界 (以下, 初期アレー合成電界) の振幅, 位相をそれぞれ E_0 , ϕ_0 とし, 素子 m の素子電界の振幅, 位相をそれぞれ E_m , ϕ_m としている. この初期状態から, 素子 m の励振位相を $\Phi_{m,i}$ だけ変化させたときのアレー合成電界 E_i は次式で与えられる.

$$E_i = E_0 e^{j\phi_0} - E_m e^{j\phi_m} + E_m e^{j(\phi_m + \Phi_{m,i})} \quad (4.1)$$

ここで, i は各素子に接続されたデジタル移相器の移相状態を表す番号であり, この移相状態に対応する励振位相を $\Phi_{m,i}$ としている. 式(4.1)の両辺を初期アレー合成電界で割ると次式を得る.

$$\hat{E}_i \equiv \frac{E_i}{E_0 e^{j\phi_0}} = 1 - k_m e^{jX_m} + k_m e^{j(X_m + \Phi_{m,i})} \quad (4.2)$$

ここで, k_m , X_m は, それぞれ初期アレー合成電界を基準とした, 素子 m の相対振幅, 相対位相であり, 次式で与えられる.

$$k_m = \frac{E_m}{E_0} \quad (4.3)$$

$$X_m = \phi_m - \phi_0 \quad (4.4)$$

式(4.2)より, アレー合成電力の相対値 f_i は次のように表すことができる.

$$f_i \equiv |\hat{E}_i|^2 = (Y^2 + k_m^2) + 2k_m Y \cos(\Phi_{m,i} + \Phi_{m,0}) \quad (4.5)$$

但し,

$$Y^2 = (\cos X_m - k_m)^2 + \sin^2 X_m \quad (4.6)$$

$$\tan \Phi_{m,0} = \frac{\sin X_m}{\cos X_m - k_m} \quad (4.7)$$

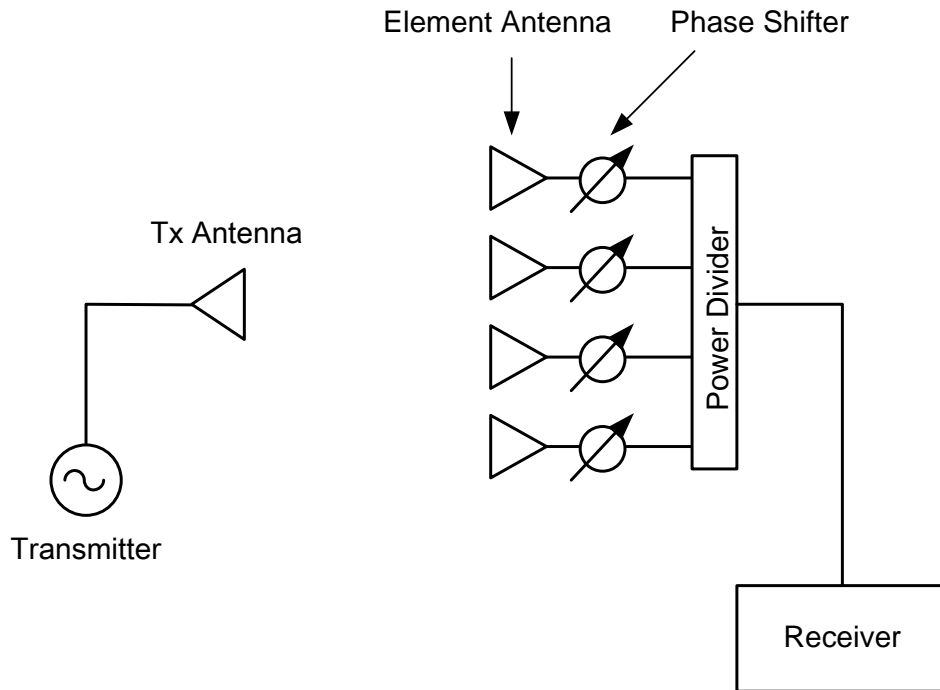


図 4.1 REV 法の測定系

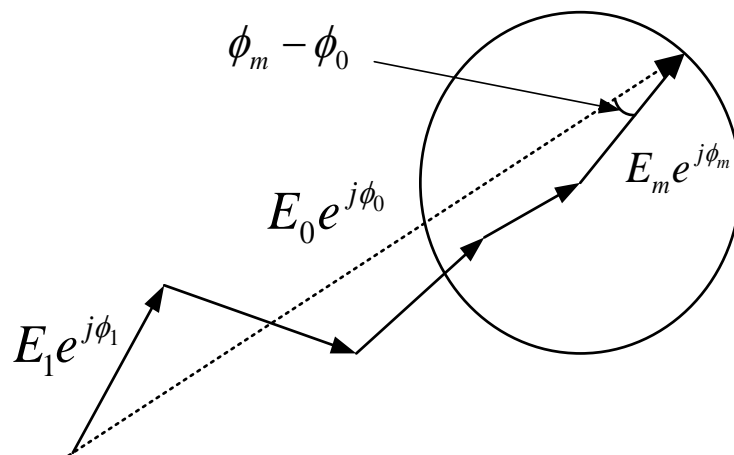


図 4.2 アレー合成電界ベクトルと素子電界ベクトルの関係

すなわち、一つの素子の励振位相変化によるアレー合成電力の変化は、コサインカーブを描く。このコサインカーブの様子を図 4.3 に示す。図の中の $-\Phi_{m,0}$ は、アレー合成電力が最大となる励振位相である。REV 法では、この位相 $-\Phi_{m,0}$ とアレー合成電力の最大値と最小値の比 r^2 により、該当する素子 m の相対振幅 k_m 、相対位相 X_m を求める。 r^2 は次のように表される。

$$r^2 = \frac{(Y + k_m)^2}{(Y - k_m)^2} \quad (4.8)$$

したがって、 r は次の2つの値をとる。

$$r = \pm \frac{Y + k_m}{Y - k_m} \quad (4.9)$$

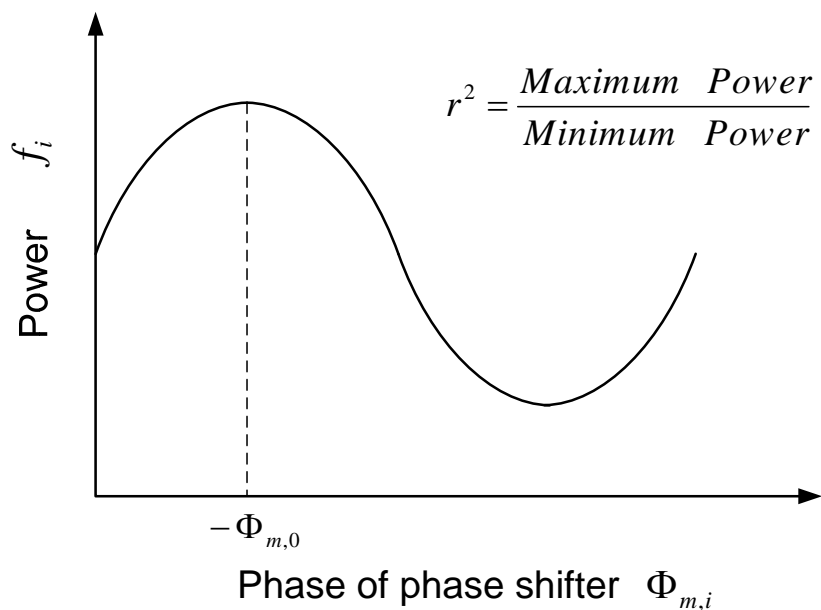


図 4.3 REV 法によるアレー合成電力の変化（コサインカーブ）

式(4.9)右辺の符号により、励振位相を変化させた素子 m の相対振幅、位相は以下の2つの値をとる。

A) 正の符号の場合 (解 1)

$$k_m = \frac{\Gamma}{\sqrt{1 + 2\Gamma \cos \Phi_{m,0} + \Gamma^2}} \quad (4.10)$$

$$\tan X_m = \frac{\sin \Phi_{m,0}}{\cos \Phi_{m,0} + \Gamma} \quad (4.11)$$

B) 負の符号の場合 (解 2)

$$k_m = \frac{1}{\sqrt{1 + 2\Gamma \cos \Phi_{m,0} + \Gamma^2}} \quad (4.12)$$

$$\tan X_m = \frac{\sin \Phi_{m,0}}{\cos \Phi_{m,0} + 1/\Gamma} \quad (4.13)$$

但し,

$$\Gamma = \frac{r-1}{r+1} \quad (4.14)$$

式(4.10)から(4.13)より, 初期アレー合成電界に対する素子 m の素子電界相対振幅 k_m , 相対位相 X_m が求まる. これを全ての素子に対して実施すれば, 観測方向における全素子電界の相対的な振幅, 位相が明らかになる.

なお, 解 1 は「アレー合成電界から素子 m の素子電界を除いた電界の振幅 Y 」の方が, 「素子 m の素子電界振幅 k_m 」より大きい場合, 解 2 はその逆の場合である. ある程度各素子の素子電界位相が揃った方向で REV 法を行えば $Y > k_m$ となり, 解 1 が通常の場合となる. 解の判別が問題になるような場合では,

- 二つの異なる初期状態でそれぞれ解 1, 2 を求め, 共通する解を選択する.
- 位相が測れる測定系なら, アレー合成電界の位相変化を測定し, その位相変化が 180 度以下なら解 1 を選択する.

などの判別法がある. 最近の測定では後者の判別方法が用いられることが多い.

4.2.2 測定の実際

前項の測定原理から明らかなように, REV 法では素子の励振位相を変化させたときのアレー合成電力の最大値と最小値の比 r , およびアレー合成電力の最大値を与える励振位相 $-\Phi_{m,0}$, これら 2 つの物理量により当該素子の素子電界振幅および位相を知ることができる. しかしながら, 実際のフェーズドアレーで各素子の励振位相を変える手段として用いられるのはデジタル移相器であるため, 移相器の移相量で必ずしも最大値あるいは最小値を与えるとは

限らない。また、第 4.1 節で述べたように、デジタル移相器の通過特性誤差や測定系熱雑音などの誤差要因がある。したがって、実際に測定されるアレー合成電力は、図 4.4 のように理想的なコサインカーブから多少ずれた結果になる。

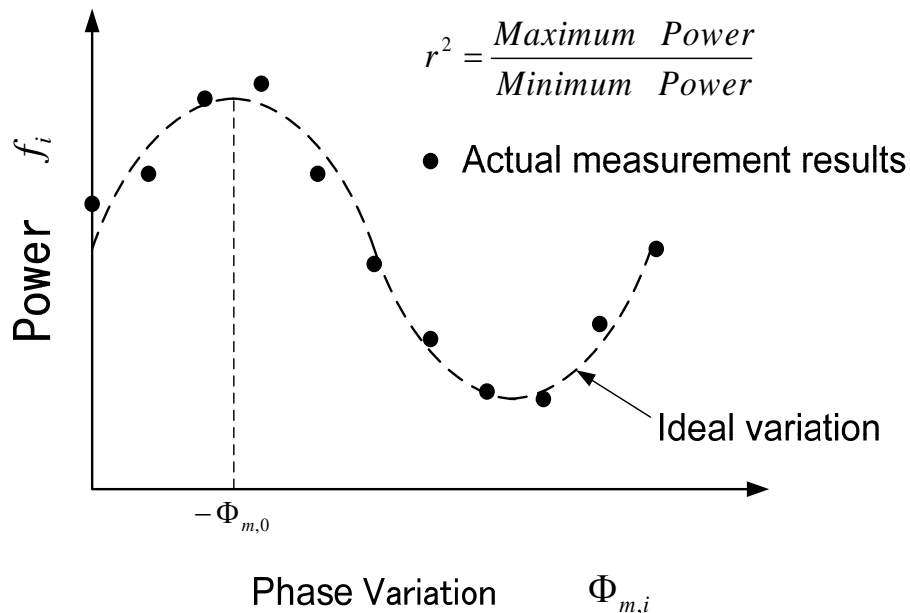


図 4.4 デジタル移相器を用いたときのコサインカーブ測定結果の例

実際の測定では図 4.4 のような測定結果をフーリエ級数展開することにより、コサインカーブ成分を抽出することにより測定を行っている。素子 m の励振位相 $\Phi_{m,i}$ に対応するアレー合成電力測定値を f_i とするとフーリエ級数展開したコサインカーブは次のように表すことができる。

$$f_i = \frac{\alpha}{2} + c \cdot \cos \Phi_{m,i} + s \cdot \sin \Phi_{m,i} \quad (4.15)$$

但し、各フーリエ係数は次式で与えられる。

$$\alpha = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N f_i \quad (4.16)$$

$$c = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N f_i \cos \Phi_{m,i} \quad (4.17)$$

$$s = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N f_i \sin \Phi_{m,i} \quad (4.18)$$

ここで、 N は素子の励振位相を変えて測定する回数であり、通常の測定では移相器の全移相状態数になる。これより、 r および $\Phi_{m,0}$ は次のように求めることができる。

$$\tan \Phi_{m,0} = -\frac{s}{c} \quad (4.19)$$

$$r^2 = \frac{\alpha + 2\sqrt{c^2 + s^2}}{\alpha - 2\sqrt{c^2 + s^2}} \quad (4.20)$$

4.3 デジタル移相器の通過特性誤差による REV 法測定誤差解析理論

本節では REV 法の測定誤差要因としてデジタル移相器の通過特性誤差を取り上げ、それによる REV 法測定誤差を理論的に明らかにする。

4.3.1 測定誤差要因と前提条件

REV 法の測定誤差としては例えば以下のようなものが考えられる。

- (1) デジタル移相器のビット毎の通過振幅位相誤差による測定誤差.
- (2) アンテナ受信雑音による測定誤差.
- (3) 受信機雑音による測定誤差.
- (4) その他突発的なノイズによる測定誤差.

第 4.1 節で述べたように、(1)のデジタル移相器のビット毎の通過振幅位相誤差は REV 法の本質的かつ再現性のある測定誤差である。(2)、(3)は測定系そのもので発生するものであり、これによる REV 法測定誤差は第 4.4 節で考える。(4)はアベレーシングを行うなどすることにより低減することのできる測定誤差であるので、ここでは考慮しない。したがって、本節では(1)の測定誤差のみを考慮することにする。

解析理論の導出にあたり、フェーズドアレーの放射特性を確率的に誤差解析する場合[4.11]と同様に以下の仮定をする。

- A) デジタル移相器のビット毎の通過振幅位相誤差は標準偏差の形で既知とする。
- B) デジタル移相器のビット毎の通過振幅誤差および通過位相誤差は互いに独立なガウス分布にしたがい、その平均は 0、標準偏差は以下とする。
振幅標準偏差： 8.69δ [dB]
位相標準偏差： Φ [rad.]
- C) デジタル移相器のビット毎の通過振幅誤差の標準偏差と通過位相誤差の標準偏差はオーダ的に概ね等しい。
- D) アレー合成電界は励振振幅位相誤差による誤差電界よりも十分大きい。
- E) アレー合成電界は各素子電界よりも十分大きい。

一般に、デジタル移相器のビット毎の通過特性誤差、すなわち各素子の励振振幅位相誤差は、利得低下、ビーム指向誤差、サイドローブレベル上昇などの原因となるため、フェーズドアレーアンテナ設計段階においてその許容値が設定される[4.11]。その許容値に基づき、移相器や増幅器の設計・製造が行われる。したがって、仮定 A)は実用上妥当な仮定であり、仮定 B)に示す標準偏差の形で振幅位相誤差を知ることができる。仮定 B)の振幅誤差と位相誤

差の独立性, および仮定 C)については経験上成り立つと見なして良いことが知られている. これについては, 第 4.5 節において実験で用いた移相器のデータを元に検証を行う. 仮定 D) は, 通過特性誤差は十分小さいということを意味しており, これについても妥当な仮定である. 仮定 E)は一般的なアレーアンテナで成り立つものであり, REV 法により素子電界振幅位相を求める際の演算式を特定するための仮定である[4.1].

4.3.2 アレー合成電力の確率密度分布

まず, REV 法により 1 つの素子の励振位相を変化させたときのアレー合成電力の確率密度分布を導出する.

REV 法において, 初期状態から素子 m の励振位相を移相器により $\Phi_{m,i}$ だけ変化させたときのアレー合成電界は式(4.2)で与えられる. デジタル移相器にビット毎に異なる通過特性誤差がある場合には励振位相設定毎に素子電界が異なるので, アレー合成電界は次のように表すことができる.

$$\hat{E}_i = 1 - k_m e^{jX_m} + k_{m,i} e^{j(X_m + \Phi_{m,i})} \quad (4.21)$$

ここで, i はデジタル移相器の移相状態を表す番号であり, この移相状態に対応する素子電界振幅を $k_{m,i}$, 励振位相を $\Phi_{m,i}$ としている. なお, $i=1 \sim N$ であり, N は 1 つの素子に対し励振位相を変化させる最大数である. Nb ビットのデジタル移相器を用いるときには通常 $N=2^{Nb}$ である.

デジタル移相器のビット毎に異なる通過特性誤差がある場合には, 励振位相を変化させたときの素子電界に振幅位相誤差が生じることになるので, 次のようにおくことができる.

$$k_{m,i} \rightarrow k_m (1 + \Delta_i) \quad (4.22)$$

$$\Phi_{m,i} \rightarrow \Phi_{m,i} + \Delta\Phi_i \quad (4.23)$$

ここで, Δ_i , $\Delta\Phi_i$ は, 振幅誤差 (電界真数), 位相誤差 (ラジアン) であり, それぞれ仮定 B) の確率密度分布に従う. 式(4.21)の位相基準をずらし, 仮定 D)を考慮して式を展開すると次式を得る.

$$\hat{E}'_i \equiv \frac{\hat{E}_i}{e^{j(X_m + \Phi_{m,i} + \pi/4)}} = \hat{E}'_r + G + j\{\hat{E}'_j + H\} \quad (4.24)$$

\hat{E}'_r , \hat{E}'_j は, 素子電界に励振振幅位相誤差がないときのアレー合成電界 \hat{E}'_i の実部, 虚部であり, 次式となる.

$$\hat{E}'_r = \hat{E}_r \cos(X_m + \Phi_{m,i} + \pi/4) + \hat{E}_j \sin(X_m + \Phi_{m,i} + \pi/4) \quad (4.25)$$

$$\hat{E}'_j = -\hat{E}_r \sin(X_m + \Phi_{m,i} + \pi/4) + \hat{E}_j \cos(X_m + \Phi_{m,i} + \pi/4) \quad (4.26)$$

$$\hat{E}_r = 1 - k_m \cos X_m + k_m \cos(X_m + \Phi_{m,i}) \quad (4.27)$$

$$\hat{E}_j = -k_m \sin X_m + k_m \sin(X_m + \Phi_{m,i}) \quad (4.28)$$

また変数 G , H は次式で与えられる.

$$G = \frac{1}{\sqrt{2}} k_m \Delta_i + \frac{1}{\sqrt{2}} k_m \Delta \Phi_{m,i} \quad (4.29)$$

$$H = -\frac{1}{\sqrt{2}} k_m \Delta_i + \frac{1}{\sqrt{2}} k_m \Delta \Phi_{m,i} \quad (4.30)$$

したがって, 仮定 B)により変数 G , H の確率密度分布はそれぞれ次式で与えられる.

$$P(G) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{G^2}{2\sigma^2}}, \quad P(H) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{H^2}{2\sigma^2}} \quad (4.31)$$

ここで, σ は次式で与えられる.

$$\sigma^2 = \frac{k_m^2}{2} (\delta^2 + \Phi^2) \quad (4.32)$$

次に変数 G , H の相関について考える. 変数 G , H の積のモーメントを計算すると次のようになる.

$$E[GH] = E\left[-\frac{k_m^2}{2} \Delta_i^2 + \frac{k_m^2}{2} \Delta \Phi_i^2\right] = \frac{k_m^2}{2} (-\delta^2 + \Phi^2) \quad (4.33)$$

すなわち, デジタル移相器の通過振幅誤差による誤差電力平均値と通過位相誤差による誤差電力平均値の差で表されることがわかる. したがって, 仮定 C)より

$$E[GH] \approx 0 \quad (4.34)$$

となり, 変数 G , H には相関がないと近似できる. このとき, 変数 G , H の結合確率密度分布はそれぞれの確率密度分布の積で与えられ, 次式となる.

$$P(G, H) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{G^2+H^2}{2\sigma^2}} \quad (4.35)$$

さらに，次のような変数を定義する．

$$\hat{E}'_r + G = \rho \cos \theta \quad (4.36)$$

$$\hat{E}'_j + H = \rho \sin \theta \quad (4.37)$$

すなわち，変数 ρ は初期状態を基準としたアレー合成電界振幅である．式(4.35)を式(4.36)および式(4.37)で定義される変数 ρ , θ に変数変換し， θ に関して積分することにより，アレー合成電界相対値 ρ の確率密度分布を求めることができる．その結果，アレー合成電界相対値 ρ の確率密度分布は次のようなライス分布[4.14], [4.15]となる．なお，式の導出の詳細は付録 A.5 を参照のこと．

$$P(\rho) = \frac{\rho}{\sigma^2} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\{\rho^2+f_{0,i}\}} I_0\left[\rho\sqrt{f_{0,i}}/\sigma^2\right] \quad (4.38)$$

ここで， $I_0[z]$ は 0 次の変形ベッセル関数である． $f_{0,i}$ は，素子電界に励振振幅位相誤差のない理想状態において素子 m の励振位相を $\Phi_{m,i}$ だけ変化させたときのアレー合成電力であり，式(4.5)で与えられる．さらに $f_i = \rho^2$ であるので，初期状態を基準としたアレー合成電力 f_i の確率密度分布を求めると次のようになる．なお，式の導出の詳細は付録 A.5 を参照のこと．

$$P(f_i) = \frac{1}{2\sigma^2} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\{f_i+f_{0,i}\}} I_0\left[\sqrt{f_i f_{0,i}}/\sigma^2\right] \quad (4.39)$$

式(4.39)および仮定 E) よりアレー合成電力の平均値 $f_{average,i}$ および標準偏差 $\sigma_{f,i}$ は次のように近似できる[4.16]．なお，式の導出の詳細は付録 A.6 を参照のこと．

$$f_{average,i} \approx f_{0,i} \quad (4.40)$$

$$\sigma_{f,i}^2 \approx 4\sigma^2 f_{0,i} \quad (4.41)$$

ここで， σ は式(4.32)で与えられる．

4.3.3 REV 法による素子電界振幅測定誤差

仮定 E) が成り立つとき、アレー合成電力 f_i の誤差量 Δf_i と REV 法により測定された素子電界振幅 k_m の誤差量 Δk_m の間には次の関係がある[4.10].

$$\Delta k_m = \frac{1}{k_m P^2} \sum_{i=1}^N \left[\left(-Q \frac{\partial P}{\partial \alpha} + P \frac{\partial Q}{\partial \alpha} \right) + \left(-Q \frac{\partial P}{\partial c} + P \frac{\partial Q}{\partial c} \right) \cos \Phi_{m,i} + \left(-Q \frac{\partial P}{\partial s} + P \frac{\partial Q}{\partial s} \right) \sin \Phi_{m,i} \right] \Delta f_i \quad (4.42)$$

$$P = \sqrt{1 + 2\Gamma \cos \Phi_{m,0} + \Gamma^2} \quad (4.43)$$

$$Q = \Gamma \quad (4.44)$$

ここで、式(4.42)から式(4.44)中の各変数の定義は第 4.2.1 項記載の REV 法の基本演算式に定義している。

ところで、仮定 B) より、ある励振位相変化量に対応するアレー合成電力の誤差は、これとは異なる励振位相変化量に対応するアレー合成電力の誤差と相関関係がない。したがって、第 4.3.2 項の結果より Δf_i の標準偏差は式(4.41)で与えられるので、REV 法による振幅測定誤差 Δk_m の標準偏差 σ_k は次式で与えられる。

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{k_m^2 P^4} \sum_{i=1}^N \left[\left(-Q \frac{\partial P}{\partial \alpha} + P \frac{\partial Q}{\partial \alpha} \right) + \left(-Q \frac{\partial P}{\partial c} + P \frac{\partial Q}{\partial c} \right) \cos \Phi_{m,i} + \left(-Q \frac{\partial P}{\partial s} + P \frac{\partial Q}{\partial s} \right) \sin \Phi_{m,i} \right]^2 \sigma_{f,i}^2 \quad (4.45)$$

式(4.5)および式(4.41)より次の関係が成り立つ。

$$\sigma_{f,i}^2 = 4\sigma^2 \left[Y^2 + k_m^2 + 2k_m Y \cos(\Phi_{m,i} + \Phi_{m,0}) \right] \quad (4.46)$$

ここで、 Y は式(4.6)で定義される変数である。式(4.46)を式(4.45)に代入し、付録 A.7 より次式を得る。

$$\sigma_k^2 = \frac{2N\sigma^2 Y^4}{k_m^2} \left[(1 + \Gamma^2)(\Gamma \cos \Phi_{m,0} + 1)^2 \left(\frac{1}{4Nr(r+1)} \right)^2 \left\{ (r^2 - 1)^2 (r+1)^2 + (r-1)^6 + (r+1)^6 \right\} + \Gamma^2 \frac{1 + \Gamma^2}{N^2} \sin^2 \Phi_{m,0} \right]$$

(4.47)

仮定 E)より, $\Gamma \ll 1$, すなわち $r \approx 1$, さらには $Y \approx 1$ と見なせるので, 式(4.47)は次のようになる.

$$\sigma_k^2 \approx \frac{2\sigma^2}{k_m^2 N} \quad (4.48)$$

σ は式(4.32)で与えられるので, REV 法による振幅測定誤差の標準偏差 σ_k は最終的に次のようになる.

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{N}(\delta^2 + \Phi^2) \quad (4.49)$$

4.3.4 REV 法による素子電界位相測定誤差

仮定 E)が成り立つとき, アレー合成電力 f_i の誤差量 Δf_i と REV 法により測定された素子電界位相 X_m の誤差量 ΔX_m の間には次の関係がある[4.10].

$$\begin{aligned} \Delta X_m = \frac{1}{U^2 + V^2} \sum_{i=1}^N \left[\left(-V \frac{\partial U}{\partial \alpha} + U \frac{\partial V}{\partial \alpha} \right) \right. \\ \left. + \left(-V \frac{\partial U}{\partial c} + U \frac{\partial V}{\partial c} \right) \cos \Phi_{m,i} + \left(-V \frac{\partial U}{\partial s} + U \frac{\partial V}{\partial s} \right) \sin \Phi_{m,i} \right] \Delta f_i \end{aligned} \quad (4.50)$$

$$U = \cos \Phi_{m,0} + \Gamma \quad (4.51)$$

$$V = \sin \Phi_{m,0} \quad (4.52)$$

ここでも互いに異なる励振位相変化に対応したアレー合成電力の間には相関関係がないので, REV 法による位相測定誤差 ΔX_m の標準偏差 σ_x は次式で与えられる.

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 = \frac{1}{(U^2 + V^2)^2} \sum_{i=1}^N \left[\left(-V \frac{\partial U}{\partial \alpha} + U \frac{\partial V}{\partial \alpha} \right) \right. \\ \left. + \left(-V \frac{\partial U}{\partial c} + U \frac{\partial V}{\partial c} \right) \cos \Phi_{m,i} + \left(-V \frac{\partial U}{\partial s} + U \frac{\partial V}{\partial s} \right) \sin \Phi_{m,i} \right]^2 \sigma_{f,i}^2 \end{aligned} \quad (4.53)$$

式(4.46)を式(4.53)に代入し, 付録 A.8 より次式を得る.

$$\sigma_x^2 = \frac{2\sigma^2 Y^2}{N\Gamma^2} \left[\frac{(r-1)^2 \sin^2 \Phi_{m,0}}{4r^2(r+1)^4} (3r^6 + 4r^4 - 6r^2 + 1) + (\Gamma \cos \Phi_{m,0} + 1)^2 \right] \quad (4.54)$$

仮定 E)より, $\Gamma \ll 1$, すなわち $r \approx 1$ と見なせるので, 式(4.54)は次のようになる.

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 &\approx \frac{2\sigma^2 Y^2}{N\Gamma^2} \\ &= \frac{2Y^2}{N\Gamma^2} \frac{k_m^2}{2} (\delta^2 + \Phi^2) \\ &= \frac{1}{N} (\delta^2 + \Phi^2) \end{aligned} \quad (4.55)$$

4.3.5 デジタル移相器による REV 法測定誤差理論のまとめ

振幅誤差を真数から dB に, 位相誤差をラジアンから度に変換し, 計算式をまとめる. REV 法により測定した素子電界の振幅誤差および位相誤差, それぞれの標準偏差は次のようになる.

- 素子電界振幅測定誤差の標準偏差

$$\sigma_k = 8.69 \sqrt{\frac{\delta^2 + \Phi^2}{N}} \quad [\text{dB}] \quad (4.56)$$

- 素子電界位相測定誤差の標準偏差

$$\sigma_x = \frac{180}{\pi} \sqrt{\frac{\delta^2 + \Phi^2}{N}} \quad [\text{deg.}] \quad (4.57)$$

以上より, REV 法による振幅測定誤差および位相測定誤差はともに同じ形の式で与えられ, 励振位相を変化させて測定する回数 N が大きくなるにつれ, REV 法による測定誤差が小さくなるのがわかる. このことは直感的にも理解しやすい.

4.4 測定系熱雑音による REV 法測定誤差解析理論

本節では REV 法の測定誤差要因として測定系熱雑音を取り上げ、それによる REV 法測定誤差を理論的に明らかにする。

4.4.1 測定系回線設計

ここで想定する典型的なフェーズドアレーおよび測定系の構成を図 4.5 に示す。ここでは、供試アンテナ (Antenna Under Test ; AUT) であるフェーズドアレーは受信アンテナとしているが、以下の議論は送信の場合も同様である。また、フェーズドアレーの開口分布は均一分布 (等振幅, 等位相) とする。この条件は絶対的に必要な条件ではないが、受信系システム雑音温度の算出を簡略化できるので[4.17]、ここでは均一分布のフェーズドアレーとする。

図 4.5 の受信測定系において、各素子アンテナに接続されている低雑音増幅器 (Low Noise Amplifier ; LNA) に入力される信号電力 p_e は次式で求められる。

$$p_e = \frac{P_t G_{tx} G_e}{L_s L_{f1}} \quad (4.58)$$

ここで、 L_s はスパンロスであり、その他のパラメータについては図 4.5 中に記載している。

式(4.58)は各 LNA に入力される信号電力であるので、検波器に入力される 1 素子あたりの信号電力、すなわちアレー合成後の 1 素子あたりの信号電力を求める。このとき、電力合成器で合成する際の分配損を考慮する必要がある。 M 素子合成の電力合成器の入出力端子間の S パラメータは電力値で $1/M$ となるので、電力合成器の各入力端子に入力された電力は出力端子においてそれぞれ $1/M$ となる。また、電力合成器でのこれ以外の損失成分 (導体損など) は給電損失 L_{p2} に含まれると考えることができる。したがって、アレー合成した後の検波器に入力される 1 素子あたりの信号電力 p_{e2} は次式で求められる。

$$p_{e2} = \frac{P_t G_{tx} G_e G_1 G_2}{M L_s L_{f1} L_{f2}} \quad (4.59)$$

また、アレー全体で同相合成された場合に検波器に入力される信号電力 P_{rx} は、式(4.59)の信号電力を電界加算すればよいので、次式で求められる。

$$P_{rx} = \left(M \sqrt{p_{e2}} \right)^2 = \frac{M^2 P_t G_{tx} G_e G_1 G_2}{L_s L_{f1} L_{f2}} \quad (4.60)$$

次に熱雑音について考える。図 4.5 の受信測定系において LNA 入力端での等価システム雑音温度 T_{sys} は次式で求められる[4.18]。

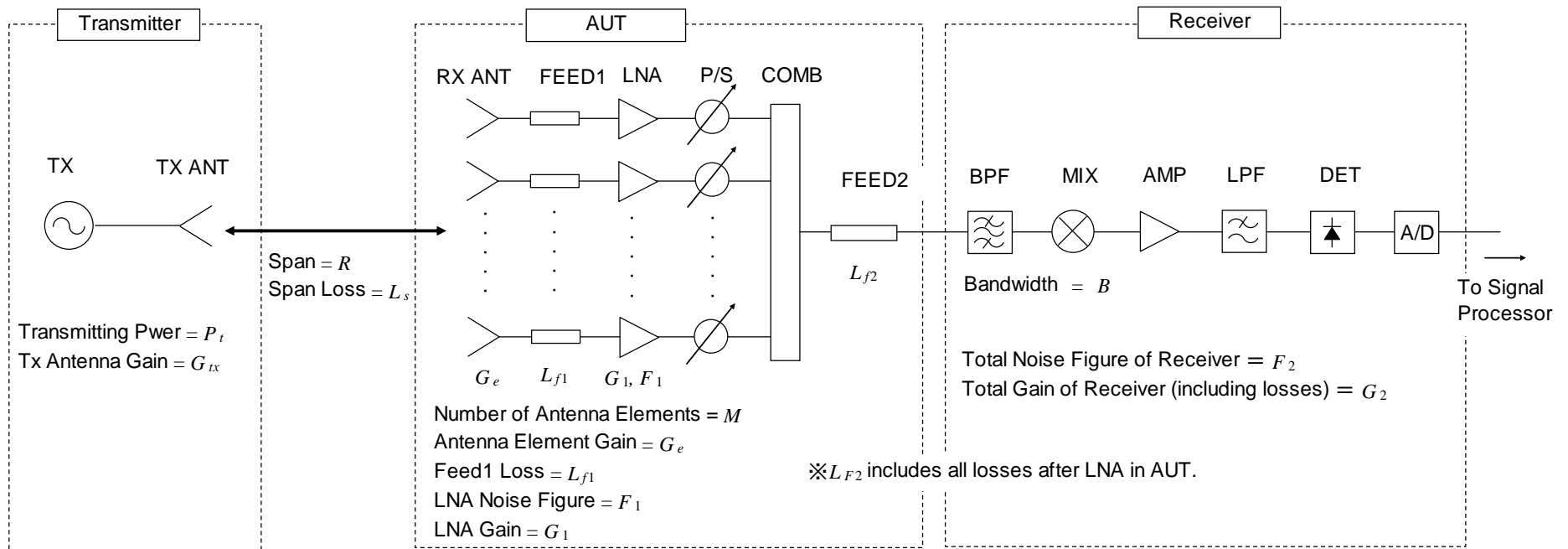


図 4.5 フェーズドアレーアンテナおよび REV 法測定系の典型的な構成例

$$T_{\text{sys}} = \frac{T_a}{L_{f1}} + T_0 \left(1 - \frac{1}{L_{f1}} \right) + T_0 (F_1 - 1) + T_0 \frac{L_{f2} - 1}{G_1} + T_0 \frac{L_{f2} (F_2 - 1)}{G_1} \quad (4.61)$$

ここで、 T_a はアンテナ受信雑音温度、 T_0 は供試アンテナおよび受信機の周囲温度である。その他のパラメータについては図 4.5 中に記載している。以上により、LNA 入力端での等価雑音電力 p_n (平均値) は次式で与えられる。

$$p_n = kT_{\text{sys}} B \quad (4.62)$$

ここで、 k はボルツマン定数(1.38×10^{-23})、 B は受信機帯域幅である。次に、アレー合成後の検波器に入力される雑音電力を考える。式(4.62)で与えられる LNA 入力端での雑音電力は、信号電力同様に後段の電力合成器により $1/M$ となるが、 M 素子全てが電力加算されることになる。したがって、アレー全体として検波器に入力される雑音電力 P_n は次のようになる。

$$P_n = M \left(\frac{kT_{\text{sys}} B G_1}{M} \right) \frac{G_2}{L_{f2}} = \frac{kT_{\text{sys}} B G_1 G_2}{L_{f2}} \quad (4.63)$$

式(4.60)と式(4.63)から、アレーアンテナとしての合成信号の S/N を SNR (電力真数) とすれば、次式を得ることができる。

$$SNR = \frac{M P_t G_t G_e}{kT_{\text{sys}} B L_s L_{f1}} \quad (4.64)$$

いわゆる回線設計等で考える S/N はアレーアンテナとしての S/N であり、これは式(4.64)で与えられる。

一方、式(4.59)と式(4.63)から、アレー合成した後の 1 素子あたりの S/N を SNR_e (電力真数) とすると、次式が求められる。

$$SNR_e = \frac{P_t G_t G_e}{kT_{\text{sys}} B M L_s L_{f1}} \quad (4.65)$$

これからわかるように、アレー合成した後の 1 素子あたりの S/N (SNR_e) は、アレー合成前の LNA 入力端での S/N に後段の電力合成器の分配損($1/M$) を考慮したものになっている。これは、アレー合成前の 1 素子あたりの受信電力が電力合成器の分配損で小さくなるためである。また、アレー合成した後の 1 素子あたりの S/N (SNR_e) は、式(4.64)で与えられるアレーアンテナとしての S/N (SNR) と比べると、 $1/M^2$ になっていることに注意する必要がある。

以上は供試アンテナが受信の場合であるが、供試アンテナが送信の場合には式(4.64)中の M が送信電力 P_t にかかり、また式(4.65)中の分配損の項($1/M$) が送信電力 P_t にかかるものとして考えればよい。

4.4.2 測定系熱雑音による REV 法の測定誤差

測定系熱雑音による REV 法の測定誤差を第 4.3 節と同様にして理論的に導出する．熱雑音を考慮した REV 法測定時のアレー合成電界（電圧）は次式で表すことができる．

$$E = E_r + E_{n,r} + j\{E_j + E_{n,j}\} \quad (4.66)$$

ここで、 E_r 、 E_j は熱雑音がない場合のアレー合成電界の実部と虚部であり、ここでは波高値を表すものとする．なお、第 4.3 節では振幅は実効値としているので注意が必要である．また、 $E_{n,r}$ 、 $E_{n,j}$ はそれぞれの雑音電圧である．この雑音電圧の 2 乗平均値（分散）は、式(4.62)や式(4.63)のように与えられる[4.18].

式(4.66)を初期状態でのアレー合成電界 E_0 で規格化すると次のようになる．

$$\hat{E} \equiv \frac{E}{E_0} \equiv \hat{E}_r + G + j\{\hat{E}_j + H\} \quad (4.67)$$

$$G = \frac{E_{n,r}}{E_0} \quad (4.68)$$

$$H = \frac{E_{n,i}}{E_0} \quad (4.69)$$

これより、変数 G 、 H の標準偏差 σ は次式で求められる．

$$\sigma^2 = \frac{E_n^2}{E_0^2} \quad (4.70)$$

ここで、 E_n^2 は雑音の平均電力であり、式(4.62)あるいは式(4.63)のように与えられる．

第 4.3 節では、誤差成分である変数 G 、 H の標準偏差と、最終的に REV 法で得られる素子電界の振幅誤差、位相誤差の関係を求めている．それによれば、変数 G 、 H の標準偏差が σ であるとき、素子電界の振幅誤差標準偏差 σ_k 、位相誤差標準偏差 σ_x は次式で与えられる．

$$\sigma_k^2 = \sigma_x^2 = \frac{2\sigma^2}{k_m^2 N} \quad (4.71)$$

ここで、 k_m は E_0 で規格化した素子 m の素子電界振幅である． N は 1 つの素子に対する REV 法の測定において励振位相を変える回数であり、通常はデジタル移相器の全移相状態数になる．つまり、 N_b ビットのデジタル移相器の場合には、 N は次式となる．

$$N = 2^{N_b} \quad (4.72)$$

例えば、5ビットデジタル移相器の場合 $N=32$ となる。

式(4.70), 式(4.71)より熱雑音による REV 法測定誤差は、素子電界の振幅誤差標準偏差 σ_k , 位相誤差標準偏差 σ_x の形で次式により求められる。

$$\sigma_k^2 = \sigma_x^2 = \frac{2E_n^2}{E_0^2 k_m^2 N} = \frac{2E_n^2}{E_m^2 N} = \frac{E_n^2}{p_{e2} N} = \frac{1}{SNR_e N} \quad (4.73)$$

式(4.73)から振幅誤差を dB 換算, 位相誤差を度に変換すると, それぞれ次式となる。

$$\sigma_k = 8.69 \sqrt{\frac{1}{SNR_e N}} \quad [\text{dB}] \quad (4.74)$$

$$\sigma_x = \frac{180}{\pi} \sqrt{\frac{1}{SNR_e N}} \quad [\text{deg.}] \quad (4.75)$$

ここで, SNR_e はアレー合成した後の 1 素子あたりの S/N (電力真数) であり, 式(4.65)により与えられる。いわゆる回線設計等で考える S/N はアレーアンテナとしての S/N であり, これは式(4.64)で与えられ, 式(4.74)および式(4.75)中の S/N とは異なることに注意する必要がある。式(4.74)および式(4.75)より, 熱雑音による REV 法測定誤差は, アレー合成した後の 1 素子あたりの S/N により決定されることがわかる。このことは直感的にも理解しやすい結果である。例えば, 1 素子あたりの受信電力が熱雑音に比べて小さいと, REV 法によるアレー合成電力の変化が熱雑音に埋もれてしまう。その結果としてコサインカーブが観測できなくなり, 該当する素子電界の測定が困難になることをこれらの式は意味している。また, 式(4.74)および式(4.75)はアレー全体として S/N が取れていても, REV 法測定誤差には無関係であることも意味している。つまり, REV 法の測定精度を確保するためには, アレーとしての S/N を確保するのではなく, 素子単体レベルでの S/N を確保する必要がある。例えば, 多素子のフェーズドアレーの場合には, アレー合成電力が大きくなり受信機が飽和してしまう場合が想定される。このような場合, アレー合成電力を受信機のダイナミックレンジ内に入れるために, 送信電力を下げたり, 受信側に減衰器を挿入したりすることは, REV 法の測定精度を劣化させることになるので注意が必要である。このようなケースでは, 例えば文献[4.19]で示した位相調整によりアレー合成電力を下げる方法が有効であると考えられる。この方法によれば各素子の励振位相の調整のみでアレー合成電力を下げるができるので, 各素子電界の測定精度を維持し, かつアレー合成電力を受信機のダイナミックレンジ内に収めることができる。但し, 文献[4.19]の手法は本質的に素子電界の測定精度を改善するものではないことに注意する必要がある。例えば, 多素子のフェーズドアレーの場合にはコサインカーブの変化が小さくなり, dB 測定値では観測しにくい場合が想定される。この場合, 文献[4.19]の手法によりアレー合成電力を下げることにより dB 測定値でコサインカーブを大きく見せても, 本質的に測定精度を改善するものではないので注意が必要である。アレー合成した後の 1 素子あたりの S/N が同じであれば, dB 測定値でのコサインカーブの大小により測定精度は変化しない。

4.4.3 REV 法の測定系回線設計指針

REV 法の測定の目的はフェーズドアレーのキャリブレーションである。したがって、REV 法による素子電界位相の測定誤差がデジタル移相器の最小移相量よりも小さければ、キャリブレーションとしては必要十分な精度が得られることになる。例えば、位相測定誤差の最大値を式(4.75)の3シグマ値とすれば、これがデジタル移相器の最小移相量よりも小さくなる条件がキャリブレーションとして必要十分な精度となる。この条件は式(4.75)より次式で与えられる。

$$3\sigma_x = 3\sqrt{\frac{1}{\text{SNR}_e N}} < \frac{2\pi}{2N} \quad (4.76)$$

したがって、1素子あたりに必要な S/N を dB 表記すると次式を得る。

$$\text{SNR}_e > 3.01N_b - 0.4 \approx 3N_b \quad [\text{dB}] \quad (4.77)$$

これより、例えば5ビットのデジタル移相器であればアレー合成した後の1素子あたりの S/N が 15dB 以上、4ビットのデジタル移相器であればアレー合成した後の1素子あたりの S/N が 12dB 以上あれば、熱雑音の影響はキャリブレーション上ほとんど問題にならないと考えられる。ここで、4ビット移相器のほうが必要な S/N が小さくなる結果であるが、これは4ビット移相器のほうがより良い測定精度を得られるということではないことに注意する必要がある。理論式からも明らかのように、測定精度そのものは多ビット移相器のほうが向上する。しかしながら、移相器の最小移相量としては低ビット移相器のほうが大きくなり、キャリブレーションとして許容される測定誤差も大きくなる。その結果として、低ビット移相器のほうが必要な S/N という点では小さくても良い結果となる。但し、通常フェーズドアレー設計と同様に、低ビット移相器の場合には量子化誤差が大きくなるので注意が必要である。

4.4.4 トータルの REV 法測定誤差

REV 法の主な測定誤差要因としては、本節で対象としている熱雑音のほか、第 4.3 節で述べたデジタル移相器の通過特性誤差もある。実際の測定では、これらの要因が重なりあった測定結果となる。それぞれ独立事象と考えることができるので、トータルの REV 法測定誤差は次のようになる。

$$\sigma_k = 8.69 \sqrt{\frac{1}{SNR_e N} + \frac{\delta^2 + \Phi^2}{N}} \quad [\text{dB}] \quad (4.78)$$

$$\sigma_x = \frac{180}{\pi} \sqrt{\frac{1}{SNR_e N} + \frac{\delta^2 + \Phi^2}{N}} \quad [\text{deg.}] \quad (4.79)$$

ここで、 δ はデジタル移相器の通過振幅誤差の標準偏差（電界真値）、 Φ はデジタル移相器の通過位相誤差の標準偏差（ラジアン）である。

4.5 デジタル移相器の通過特性誤差による REV 法測定誤差の実験による検証

4.5.1 測定系

本節では第 4.3 節で導出した理論式を実験により検証する。すなわち、REV 法の測定誤差要因としてデジタル移相器の通過特性誤差に特化して理論式の検証を行う。測定系のブロック図を図 4.6 に、素子アンテナ配列図を図 4.7 に示す。また、測定周波数は 4.3GHz とし、これらの測定条件を表 4.1 にまとめる。

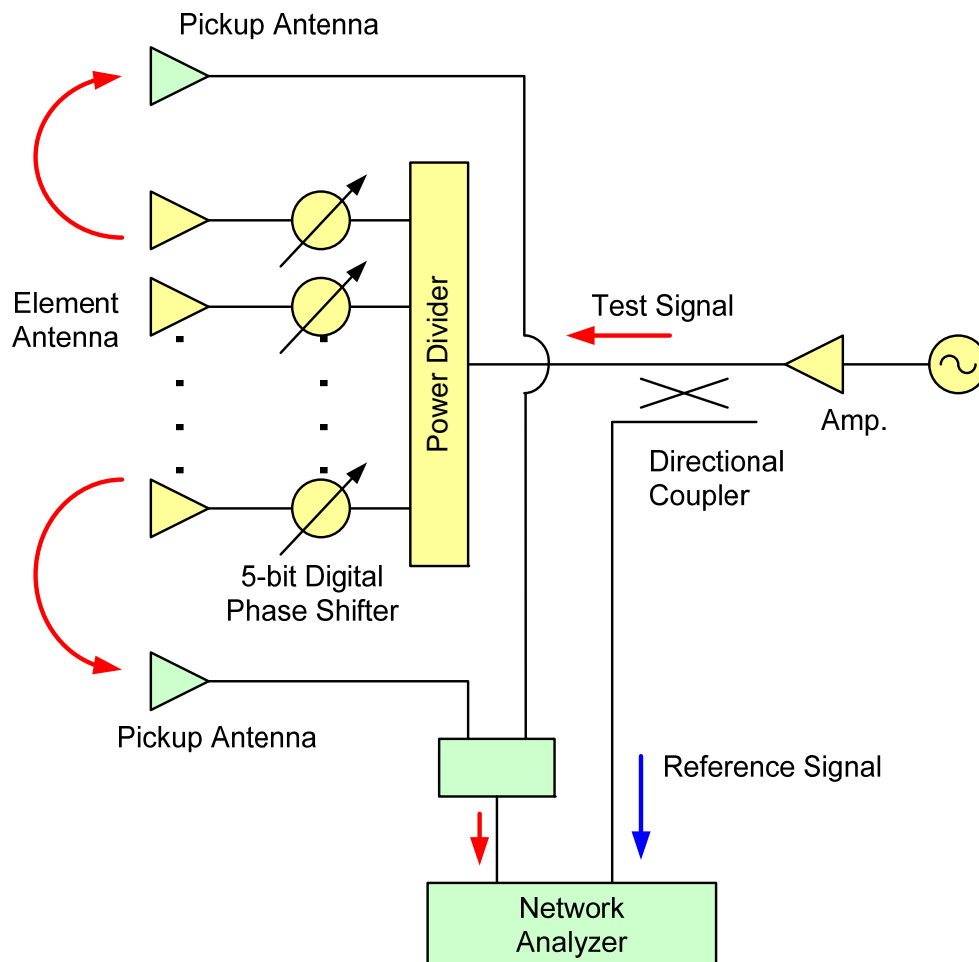


図 4.6 測定系のブロック図

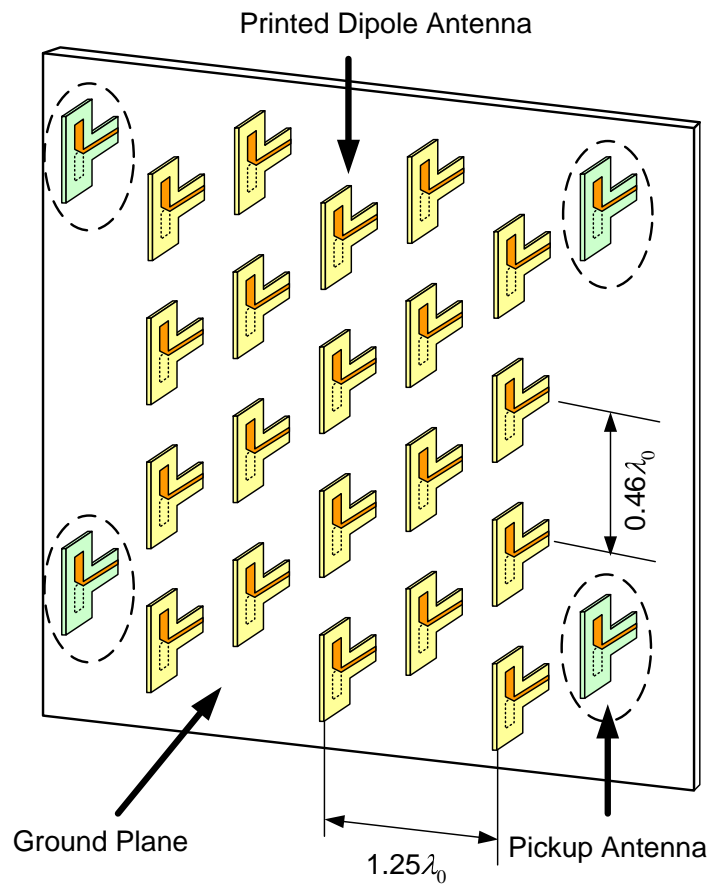


図 4.7 実験で用いたフェーズドアレーアンテナの構成

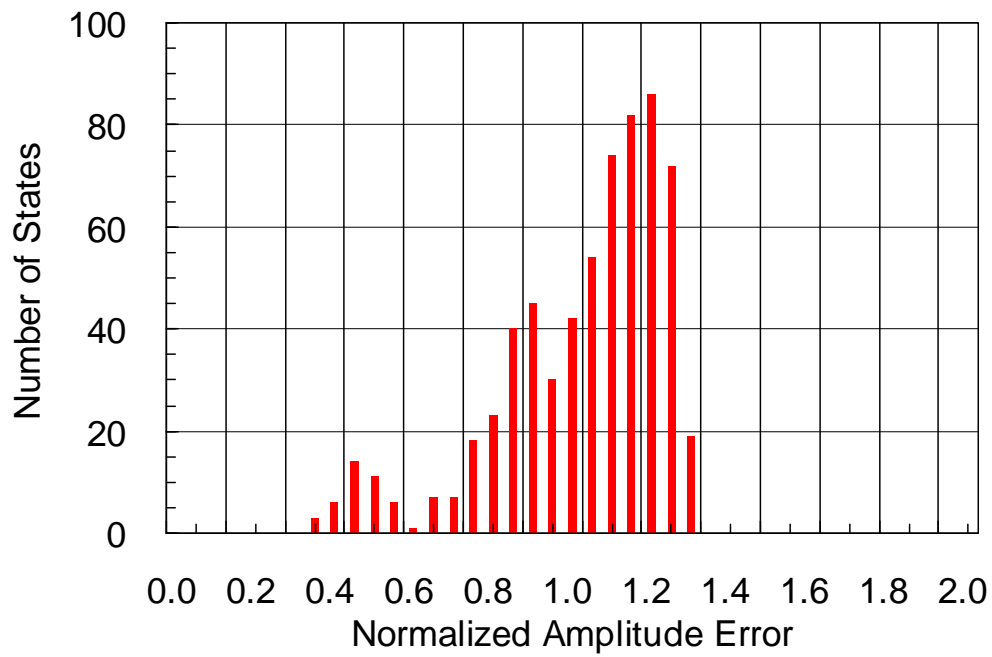
表 4.1 測定条件

Frequency	4.3GHz
Number of element antennas	20
Element antenna	Printed Dipole
Element arrangement	Drawn in Fig.2
Bit number of phase shifter	5 bit
Transmitted amplitude error of phase shifters	1.81 dB
Transmitted phase error of phase shifters	16.1 deg.

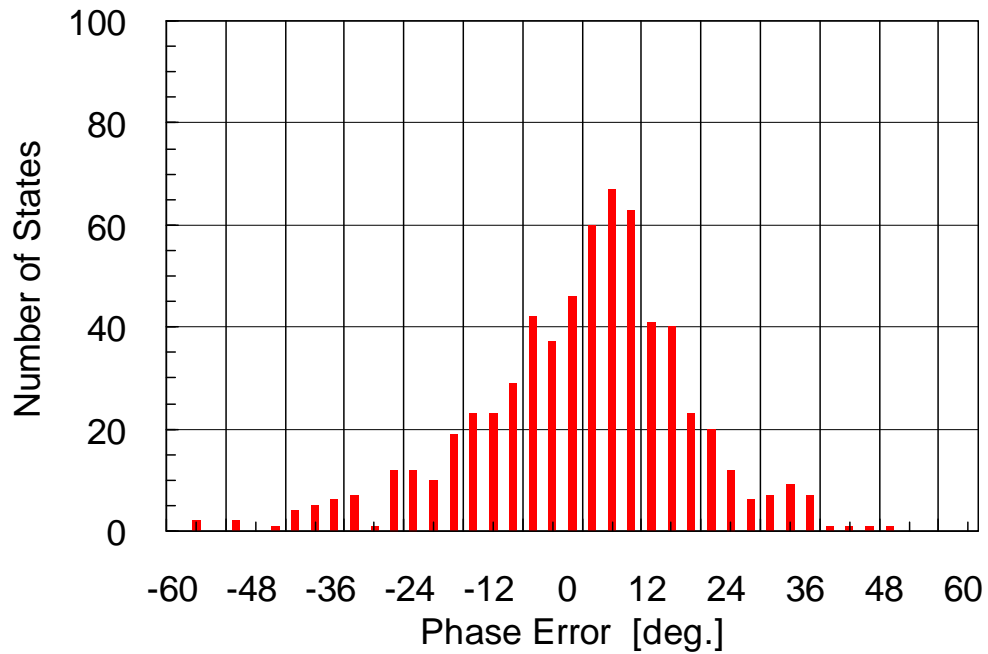
図 4.7 に示すように、REV 法の測定対象となる素子数は 20 素子であり、同一開口上に 4 つのピックアップアンテナが配列されている。また、各ピックアップアンテナの受信電界は電力合成器により合成され、受信機（この場合ネットワークアナライザ）に入力される。すなわち、ここでの測定系は文献[4.6], [4.7]で報告されているフェーズドアレーの自己診断測定システムを模擬している。

また、図 4.6 に示すように REV 法の測定対象となる各素子アンテナには 5 ビットのデジタル移相器が接続されている。このデジタル移相器全てのビット毎の通過特性誤差を図 4.8 のヒストグラムにまとめる。ここで、図 4.8 (a)の横軸は通過振幅誤差（電界真値）、図 4.8 (b)の横軸は通過位相誤差（deg.）を表している。これより、デジタル移相器の通過振幅誤差の標準偏差は 1.81dB、通過位相誤差の標準偏差は 16.1 度である。今回の実験では、理論式検証の観点からこのように全移相器に対し通過振幅位相誤差を測定したが、第 4.3 節で述べたように通常のフェーズドアレーではこれらの通過振幅位相誤差は測定するまでもなく既知のものである。なぜならば、これらの通過振幅位相誤差は、利得、ビーム指向誤差、サイドローブレベルなどフェーズドアレー全体としての性能に影響を及ぼすものであるため、設計値として保証されるべきものであるからである。

次に、図 4.8 のヒストグラムから、第 4.3 節で仮定した仮定 B)の通過振幅誤差と通過位相誤差の独立性、および仮定 C)の検証を行う。図 4.8 の結果から、通過振幅誤差、通過位相誤差それぞれの 2 次のモーメントを計算すると、それぞれ 28.5, 50.3 となる。一方、通過振幅誤差と通過位相誤差の積のモーメントを計算すると -4.5 となる。すなわち、通過振幅誤差と通過位相誤差はオーダ的に等しく、かつそれらの相関は一桁小さくなっている。このことより、仮定 B)の通過振幅誤差と通過位相誤差の独立性、および仮定 C)は近似的に成り立っていると見なすことができる。



(a) Amplitude error



(b) Phase error

図 4.8 実験で使ったデジタル移相器の通過振幅位相誤差のヒストグラム

4.5.2 素子電界の真値の測定

REV 法による測定誤差を求めるには真値となる素子電界測定値が必要である。ここでは、ネットワークアナライザを用いて素子電界値を直接測定した。直接測定は、測定対象以外の素子の入力端子と移相器を含む分配回路の各出力端子を無反射終端して行った。但し、移相器はビット毎に異なる誤差を持つため、移相器の全ビット状態に対し同様の測定を行い、複素数で平均をとった値を素子電界真値とした。

4.5.3 REV 法による測定誤差の評価

各素子の初期位相分布を以下の3つのケースに設定し、それぞれ REV 法を行い測定した素子電界値と第4.5.2項で測定した素子電界真値との比較を行った。

Case1：アレー合成電界が最大となる位相分布

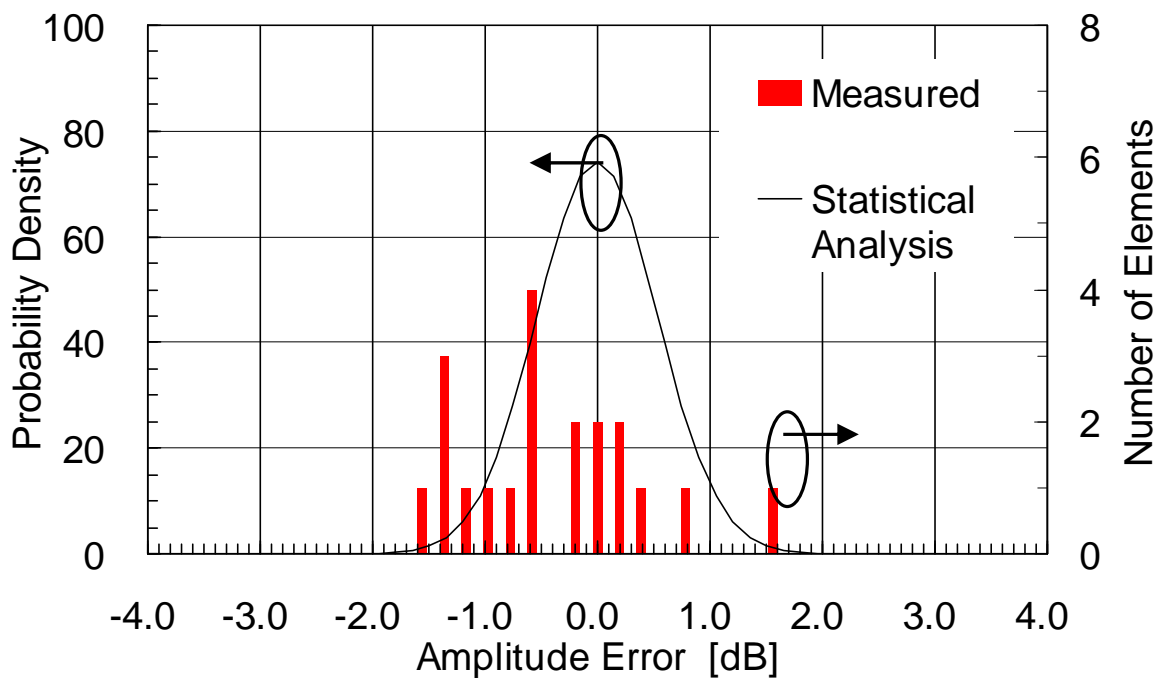
Case2：全移相器を0ビットとした位相分布

Case3：ランダムな位相分布

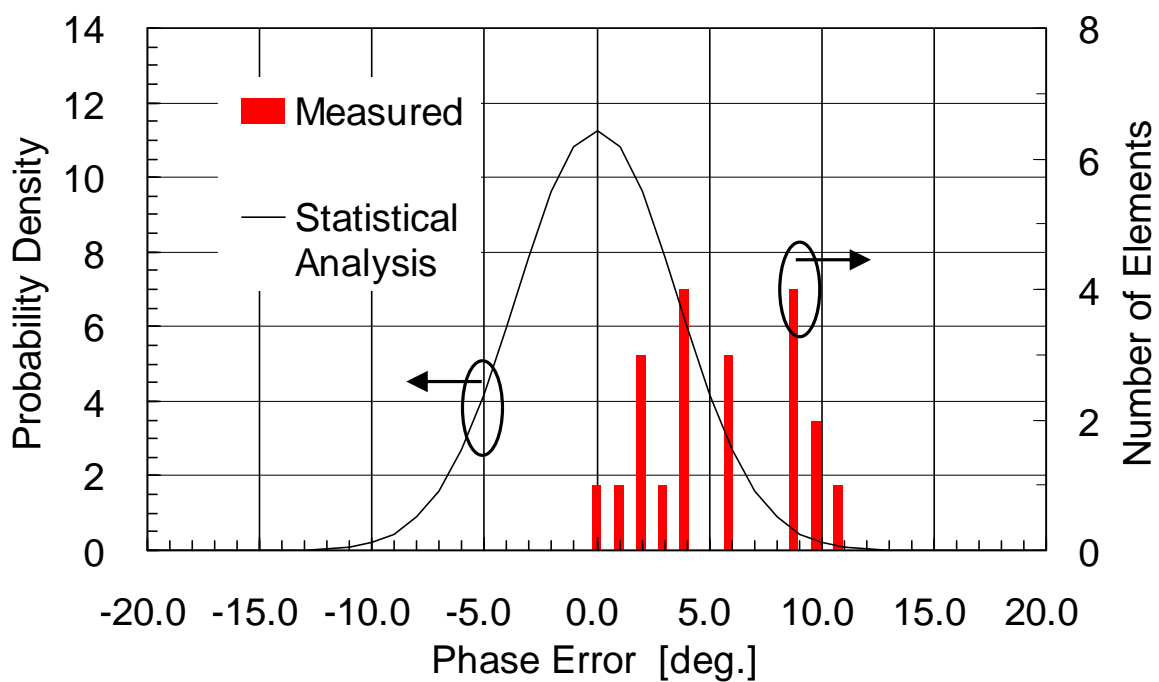
Case1 は一度 REV 法により素子電界値を測定し、キャリブレーションした位相分布であり、Case2 は全移相器の移相状態を0度とした位相分布である。このため、Case2 では各素子電界は必ずしも同相となっていない。

Case1 の REV 法による測定誤差を図4.9のヒストグラムにより示す。なお、図には導出した理論式による標準偏差をもつガウス分布も参考のため記載している。また、各ケースの測定誤差の標準偏差をまとめ、理論式から予想される測定誤差との比較を表4.2、表4.3に示す。表中の初期合成電力は上記位相分布を設定したときのアレー合成電力値であり、ネットワークアナライザを直結したときを0dBとした相対値である。なお、位相分布によりアレー合成電力が大きく異なっているのは、測定系がフェーズドアレーの自己診断システムを模擬しているためである。すなわち、各素子電界は素子とピックアップアンテナの距離にしたがい大きく変動しており、Case2 あるいは Case3 の状態では共相状態から大きくずれている。

図4.9より、誤差測定値のヒストグラムは確率密度分布理論値から全体的に平行移動した形となっているが、標準偏差に関しては測定値と理論値は良く対応していることがわかる。フェーズドアレーのキャリブレーション精度の観点からすれば標準偏差がむしろ問題であるため、理論式はREV法の測定精度を見積もるのに有効であるといえる。また、Case1 から Case3 になるにしたがい、理論値と測定値の差は大きくなっている。この原因は、理論式導出時に仮定E)による近似をしていること、アレー合成電力に対して受信機雑音が大きくなったことなどが考えられる。現在ではこれらの切り分けができていないが、今後詳細な検討が必要である。各素子に接続された5ビット移相器を3ビットあるいは4ビット移相器と見なし、Case1 の位相分布で同様な測定を行った結果を図4.10に示す。図4.10の横軸は、移相器のビット数であり、縦軸はREV法による測定誤差の標準偏差である。理論式で予想された通り、移相器のビット数が小さくなるにつれ測定誤差が大きくなり、理論値と測定値は良く対応することがわかる。



(a) Amplitude error



(b) Phase error

図 4.9 REV 法による素子電界振幅位相測定誤差のヒストグラム

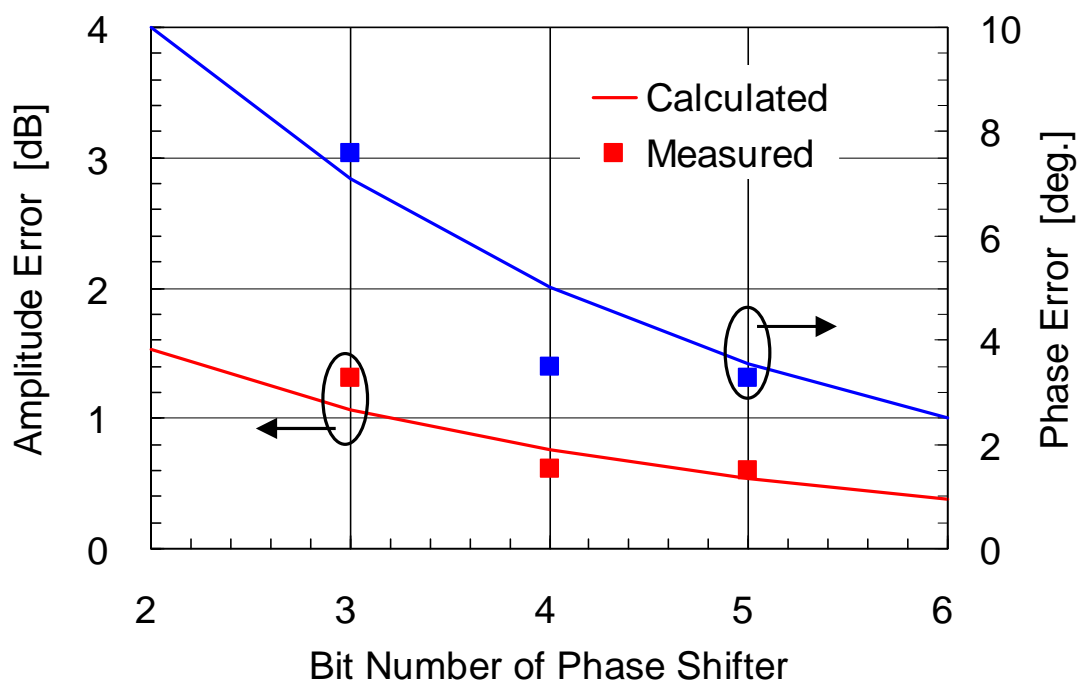


図 4.10 デジタル移相器のビット数による REV 法測定誤差の変化

表 4.2 REV 法による素子電界振幅測定誤差

Case	Initial Array Power [dB]	Standard Deviation of Amplitude Error [dB]	
		Calculated	Measured
Case1	-21.8	0.54	0.60
Case2	-34.2	0.54	0.72
Case3	-36.7	0.54	1.16

表 4.3 REV 法による素子電界位相測定誤差

Case	Initial Array Power [dB]	Standard Deviation of Phase Error [deg.]	
		Calculated	Measured
Case1	-21.8	3.54	3.27
Case2	-34.2	3.54	5.79
Case3	-36.7	3.54	5.53

4.6 測定系熱雑音による REV 法測定誤差の実験による検証

4.6.1 アンテナおよび測定系の構成

本節では第 4.4 節で導出した理論式を実験により検証する。すなわち、REV 法の測定誤差要因として測定系熱雑音に特化して理論式の検証を行う。実験に用いたフェーズドアレー（本節では供試アンテナと称する）開口面の構成を図 4.11 に示す。同図に示すように供試アンテナは 48 素子のフェーズドアレーであり、各素子には 5 ビットのデジタル移相器が接続されている。各素子アンテナは 4 素子のマイクロストリップアレーである。

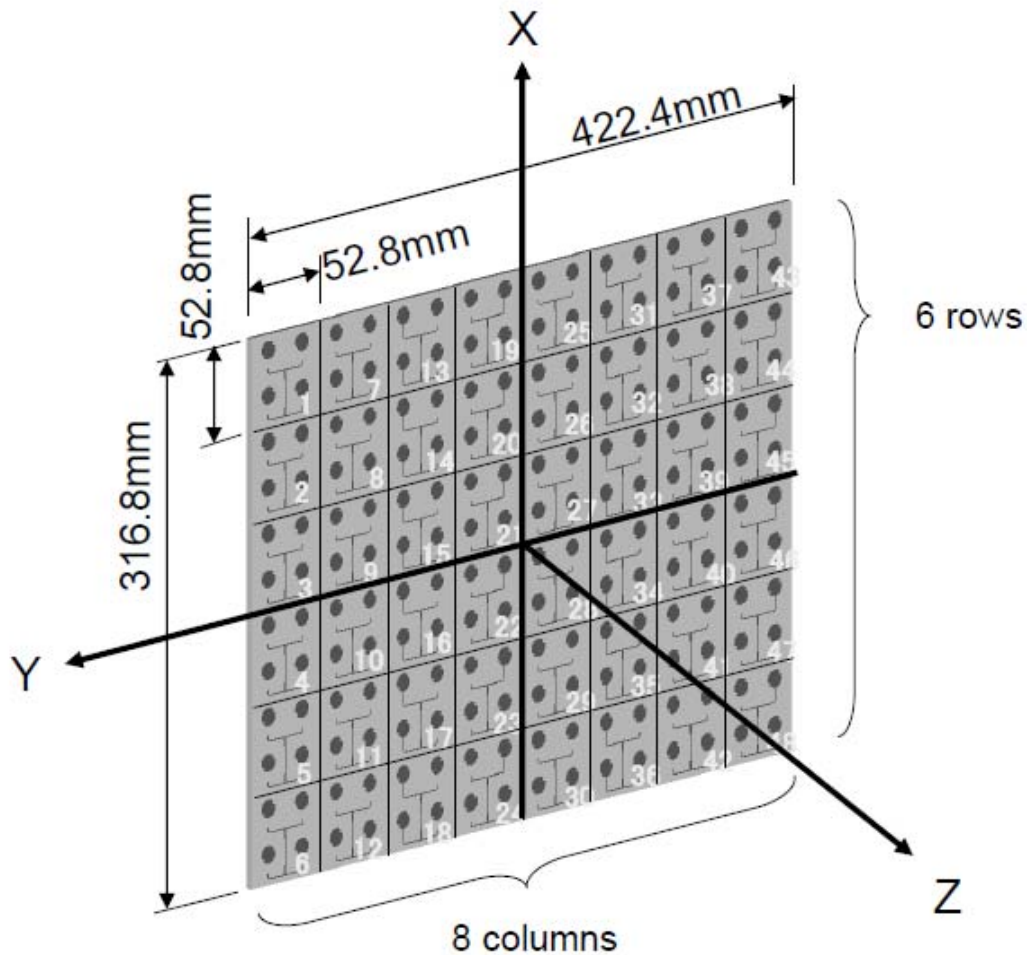


図 4.11 実験で用いたフェーズドアレーアンテナ開口面の構成

この供試アンテナを用いて REV 測定を行う測定系構成図を図 4.12 に示す。REV 法による測定は、遠方界にある対向アンテナから送信し、供試アンテナを受信とする場合について実施した。遠方界は図 4.12 に示すようなコンパクトレンジ測定系により模擬した。図中の可変減衰器 (VATT) は測定系の S/N を変化させるために設けられており、ATT=0~70dB まで変化させて REV 法の測定を行った。以上の測定条件を表 4.4 にまとめる。

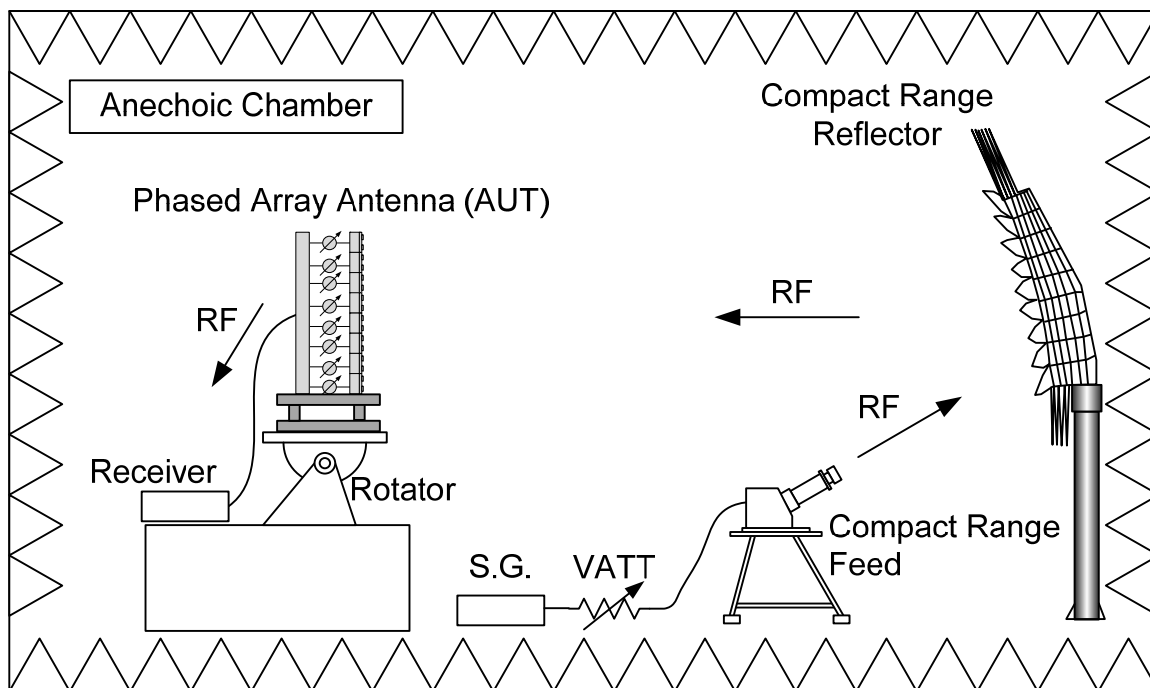


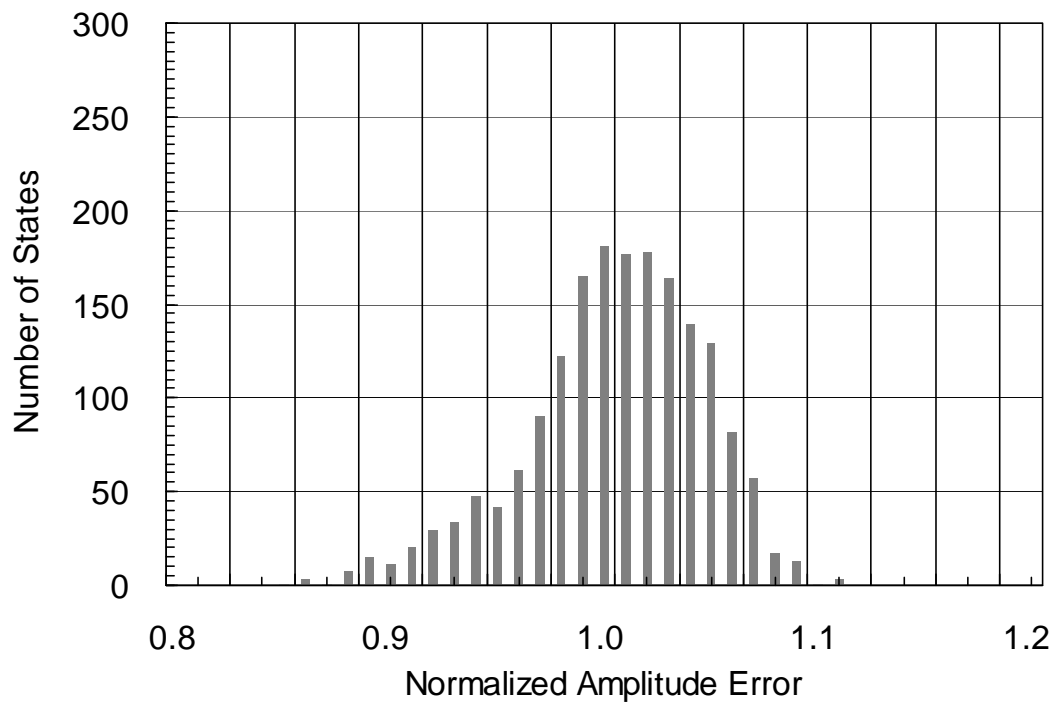
図 4.12 REV 法の測定系構成図

表 4.4 測定条件

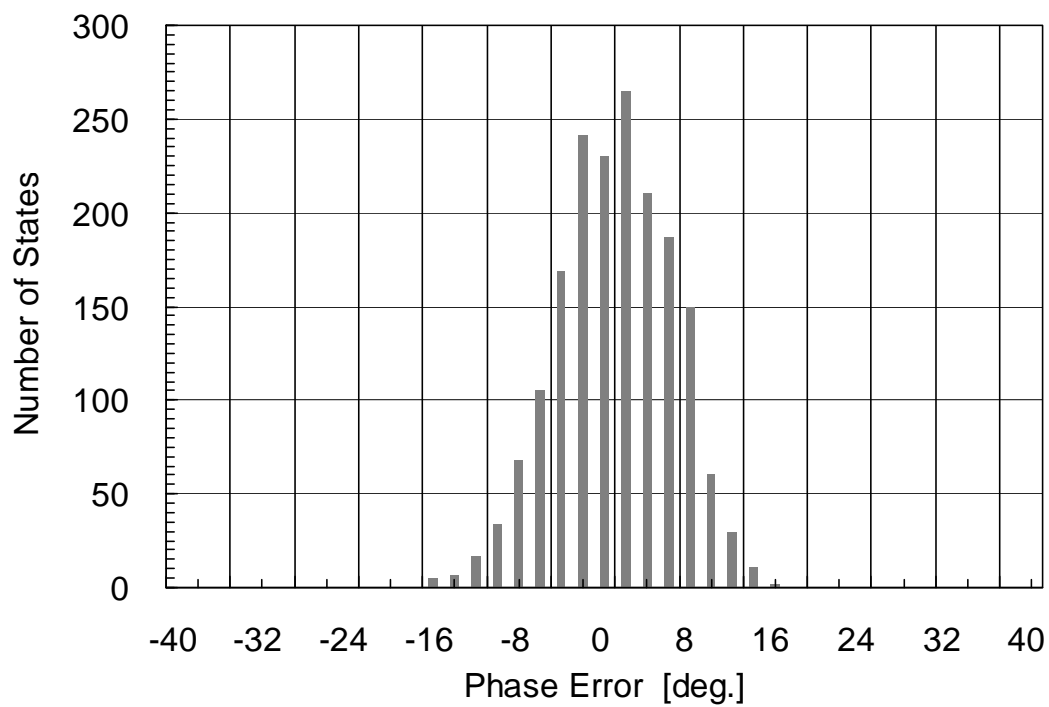
Frequency	9.65GHz
Aperture Size	422.4mm X 316.8mm
Number of Elements	48
Bit Number of Digital Phase Shifter	5bit
Variable Range of Attenuator	0~70dB

4.6.2 デジタル移相器の通過特性誤差

第 4.1 節で述べたように、REV 法の主な測定誤差要因としては本節で対象としている測定系熱雑音のほか、デジタル移相器の通過特性誤差がある。実際の測定ではこれらの要因が重なりあった測定結果となるので、熱雑音による REV 法測定誤差を評価して理論の妥当性を検証するためには、デジタル移相器の通過特性誤差を事前に把握しておく必要がある。今回測定で用いたデジタル移相器の通過特性測定結果から、振幅誤差および位相誤差をヒストグラムの形でまとめると図 4.13 のようになる。図 4.13 (a)の横軸は振幅誤差（電界真値）であり、縦軸は横軸の誤差に対応する状態の数である。図 4.13(b)の横軸は位相誤差であり、縦軸は横軸の誤差に対応する状態の数である。これより、振幅誤差、位相誤差ともほぼガウス分布に近くなっていることがわかる。これらの測定結果からそれぞれの標準偏差を求めると、振幅誤差の標準偏差は 0.4dB、位相誤差の標準偏差は 5.4 度となる。この測定結果を元にデジタル移相器の通過特性誤差による REV 法測定誤差を第 4.3 節記載の理論式により見積もると振幅誤差標準偏差が 0.16dB、位相誤差標準偏差が 1.06 度となる。このため、ここでの実験ではデジタル移相器の通過特性誤差による REV 法測定誤差は十分小さいと考えられる。



(a) Amplitude Error



(b) Phase Error

図 4.13 デジタル移相器の通過振幅・位相誤差のヒストグラム

4.6.3 REV 法コサインカーブ測定結果

図 4.11 記載の素子番号 1 のアンテナ素子に対して REV 法を行った場合のアレーアンテナとしての受信電力の変化, すなわちコサインカーブの測定結果を図 4.14 に示す. 図において, 縦軸は送信アンテナ側のリファレンス信号を基準とした相対電力値である. また, 図では送信側可変減衰器の減衰量 (ATT) をパラメータとしている. なお, 実際の測定では送信側可変減衰器の減衰量を大きくするとコサインカーブの絶対レベルは低下することになるが, 図 4.14 では各ケースのコサインカーブを比較するために, この減衰量を差し引いて表記している. これにより, ATT=0dB のコサインカーブと他のケースが比較できるようにしている.

図 4.14 から, 送信側可変減衰器の減衰量を大きくする, すなわち測定系の S/N を劣化させると, コサインカーブが乱れてくる様子がわかる. このようにコサインカーブが雑音電力により乱れることで, REV 法の測定誤差が大きくなることが定性的にもわかる.

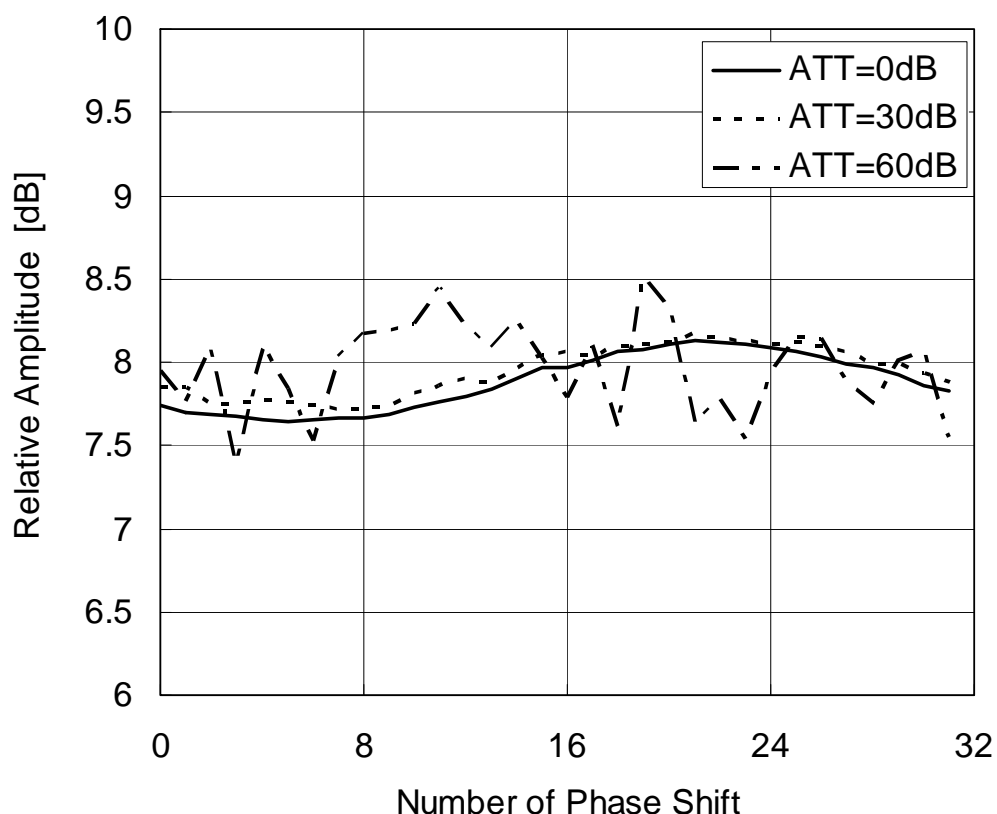


図 4.14 REV 測定時のコサインカーブ測定結果 (素子番号 1)

4.6.4 素子電界測定結果

次項では測定系の S/N を変化させたときの REV 法測定誤差の評価を行うが、このためには各素子電界の真値が必要である。本節での供試アンテナ構成では、送信アンテナと受信アンテナの距離が離れているため、ベクトルネットワークアナライザ等により各素子電界を精度よく直接測定することが困難であった。このため、本測定系において S/N が最大となる条件の素子電界測定値を真値とすることを考える。

送信側可変減衰器の減衰量 (ATT) を 0dB、すなわち本測定系において S/N が最大となる条件において REV 法で測定した素子電界振幅測定結果を図 4.15 に示す。図の縦軸は送信アンテナ側のリファレンス信号を基準とした相対電力値であり、振幅の基準は図 4.14 と同一である。また同図には別途測定した平均雑音電力も併記している。これからわかるように、いずれのケースでも S/N が最大となる条件では、各素子電界の S/N は 45dB 以上確保できていることがわかる。このため、本測定系において S/N が最大となる条件では熱雑音による測定誤差は無視できると考えられる。また、第 4.6.2 項で述べたように、デジタル移相器の通過特性誤差による測定誤差は十分小さいと考えられる。したがって、ここでは図 4.15 に示す S/N が最大となる条件下での素子電界測定値を真値とみなすことは妥当であると考えられる。

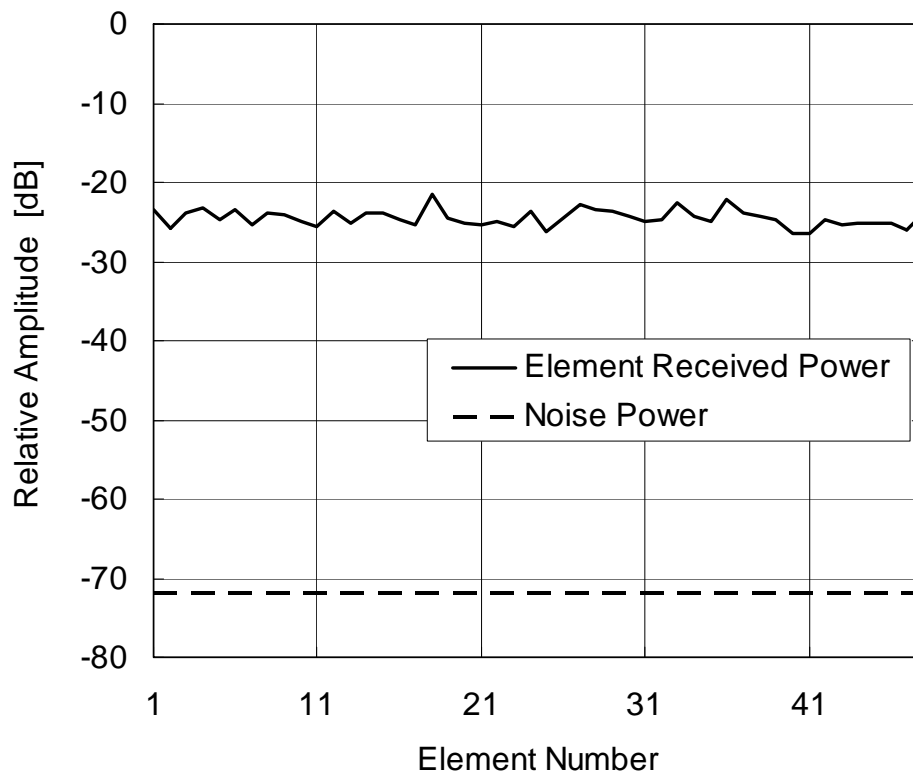
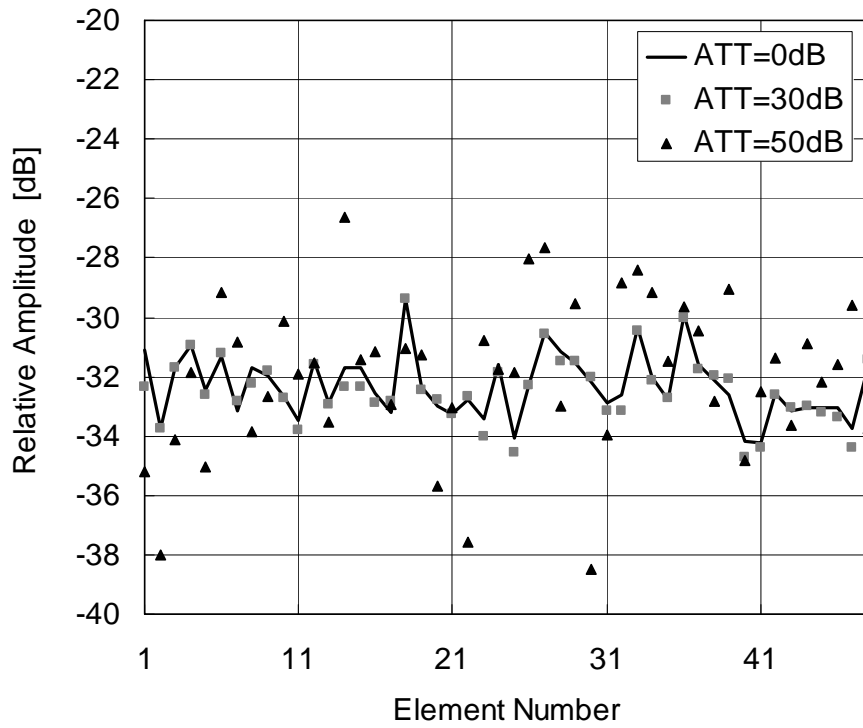
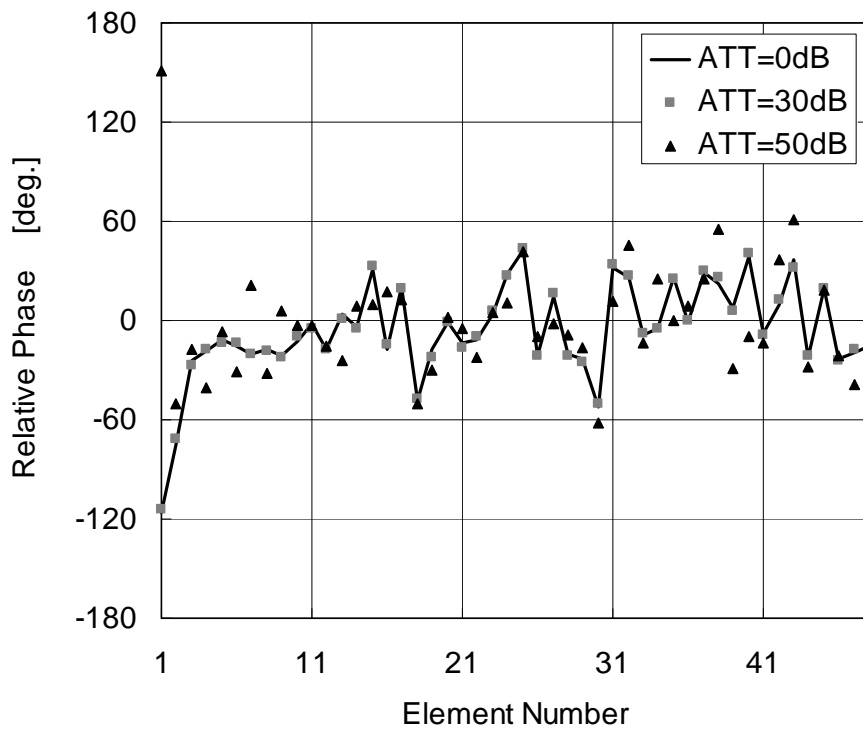


図 4.15 S/N 最大条件での REV 法による素子電界振幅測定結果

次に、送信側可変減衰器の減衰量を大きくしていった場合の素子電界測定結果を図 4.16 に示す。なお、各図の素子電界測定結果は、本来 REV 法により測定可能な初期アレー合成電界からの相対値である。このため、図 4.15 に示す素子電界振幅測定結果とは基準が異なることに注意が必要である。また、パラメータとして、送信側可変減衰器の減衰量を取っている。これからわかるように、送信側可変減衰器の減衰量を大きくする、すなわち測定系の S/N を劣化させると得られる素子電界の誤差が大きくなることがわかる。



(a) Amplitude Error



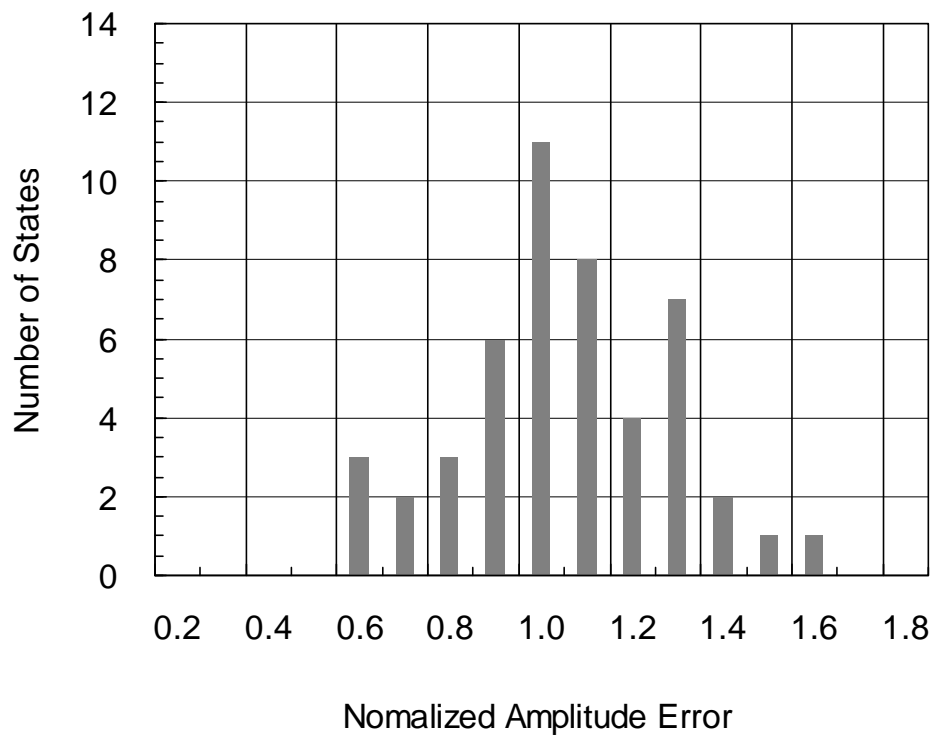
(b) Phase Error

図 4.16 測定系の S/N を変化させたときの REV 法による素子電界測定結果

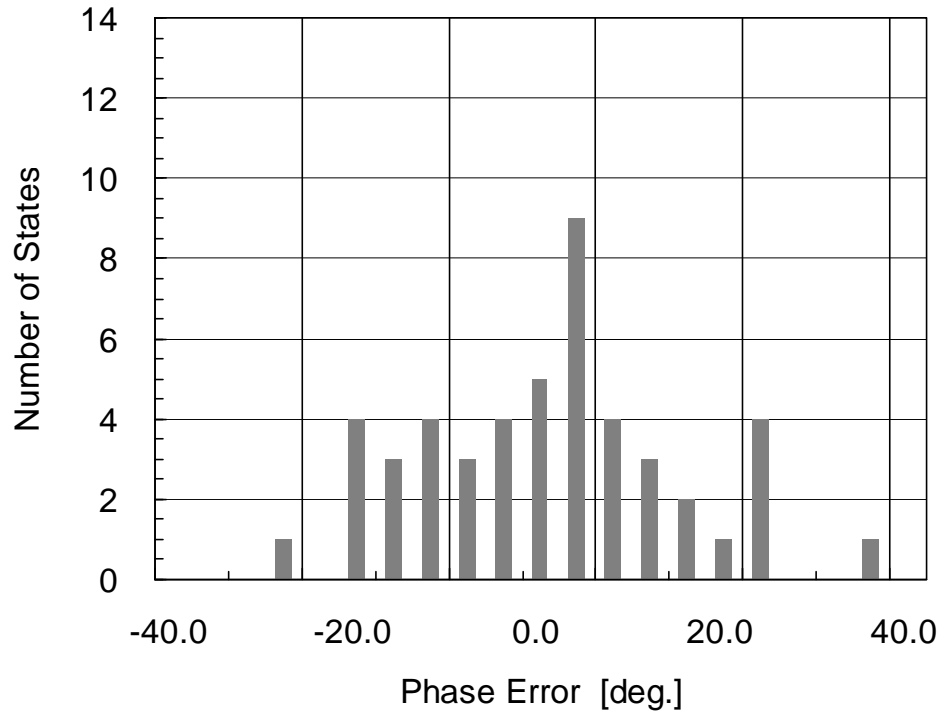
4.6.5 REV 法測定誤差の理論値との比較

送信側可変減衰器の減衰量を変化, すなわち測定系の S/N を変化させて REV 法により求めた素子電界測定結果と第 4.6.4 項で示した真値を比較した. その結果を元に, アレー合成した後の 1 素子あたりの S/N と REV 法による測定誤差の関係を評価した. 例えば, アレー合成した後の 1 素子あたりの $S/N=-1\text{dB}$ となる場合の REV 法による振幅測定誤差および位相測定誤差のヒストグラムを図 4.17 に示す. 図 4.17 (a)の横軸は振幅誤差 (電界真値) であり, 縦軸は横軸の誤差に対応する状態の数である. 図 4.17(b)の横軸は位相誤差であり, 縦軸は横軸の誤差に対応する状態の数である. これより, 振幅誤差, 位相誤差ともガウス分布に類似しているが, 多少異なる分布になっているようにも見える. 本論文での理論検討では REV 法の測定誤差の標準偏差を求めているが, この確率密度分布までは導出していない. REV 法により得られた素子電界の確率密度分布を理論的に導出して図 4.17 のヒストグラムと比較検討することは今後の検討課題である.

アレー合成した後の 1 素子あたりの S/N と REV 法による測定誤差の標準偏差の関係を図 4.18 に示す. 図において, 横軸はアレー合成した後の 1 素子あたりの素子電界の S/N であり, 第 4.6.4 項記載の素子電界真値, 雑音電力測定値および送信側可変減衰器の減衰量から求めた値である. 縦軸は素子電界真値との誤差である. また, 同図には第 4.4 節で述べた測定誤差解析理論から得られた標準偏差を理論値として示している. 図より測定値と理論値は良く対応しており, $S/N=-6\text{dB}$ 以上であれば両者は振幅 0.6dB 以下, 位相 3.5 度以下で一致している. しかし, $S/N=-10\text{dB}$ 以下では, 両者は最大で振幅 4.9dB , 位相 14.3 度の誤差が発生しており, 測定値と理論値の対応は劣化している. S/N が低い場合に測定値と理論値の誤差が大きくなる原因としては, 第 4.3 節および第 4.4 節で示した理論式の導出過程において, 各素子電界は誤差に対して十分大きい, すなわちここでは熱雑音に対して十分大きいとの仮定を行っているためである. 但し, 理論式を提供する目的は, 第 4.4.3 項で述べたように REV 法において十分な測定精度を得るための回線設計の指針を与えることである. このため, $S/N=-6\text{dB}$ 以上で上記のような一致度が得られていることを考慮すると, 導出した理論式は REV 法の測定系回線設計において十分有効であると考えられる.

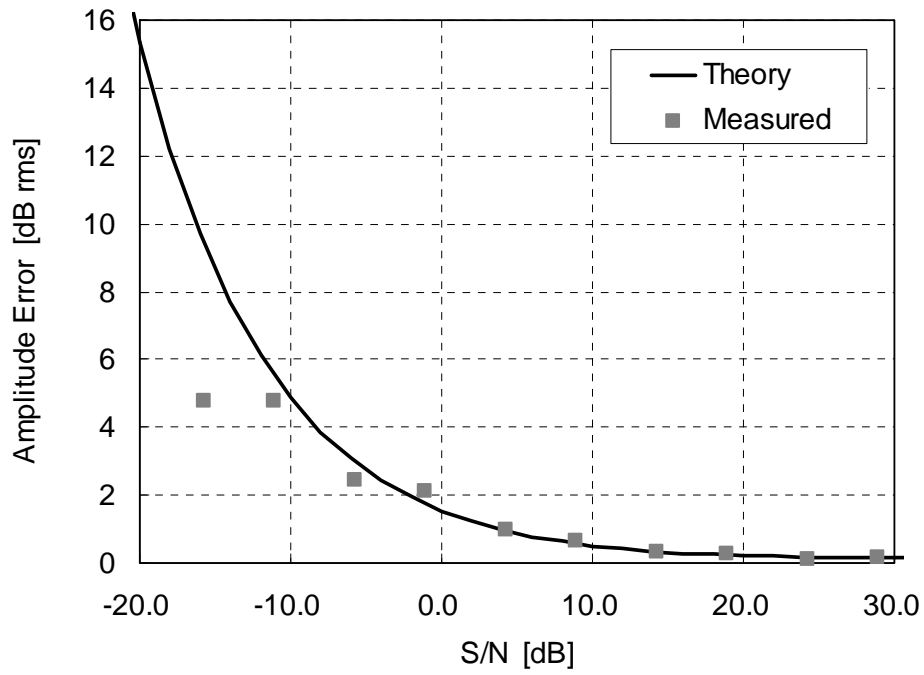


(a) Amplitude Error

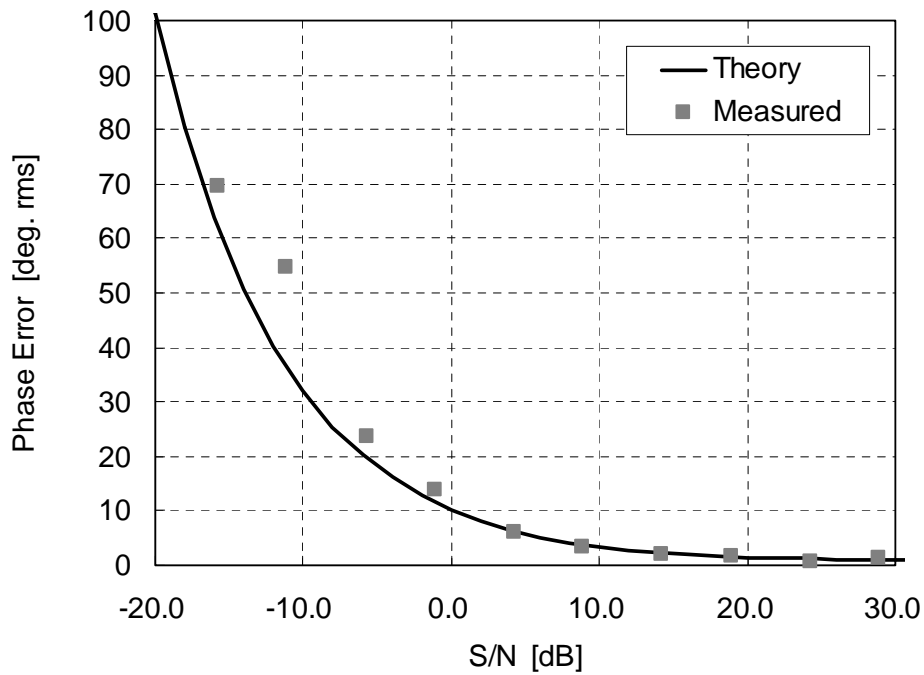


(b) Phase Error

図 4.17 REV 法による測定誤差のヒストグラム (S/N=-1dB)



(a) Amplitude Error



(b) Phase Error

図 4.18 アレー合成した後の1素子あたりのS/NとREV法による素子電界推定誤差の関係

4.7 結言

REV 法の測定精度を理論的に検討した。最初にデジタル移相器の通過特性誤差と REV 法測定誤差の関係を理論的に明らかにした。得られた理論式は非常に簡潔な形で表されており，直感的にも理解しやすいものとなっている。次に，上記理論を拡張し，測定系熱雑音と REV 法測定誤差の関係を理論的に明らかにした。さらに，導出した理論に基づき REV 法を行う測定系の回線設計指針を示した。例えば，供試アンテナのデジタル移相器が 5 ビットの場合，アレー合成した後の 1 素子あたりの受信信号の S/N が 15dB 以上であれば，REV 法でキャリブレーションをする上で測定系熱雑音による測定誤差の問題が発生することはないことが明らかになった。いずれの理論も実験によりその有効性を確認した。

以上により，フェーズドアレー設計時において所望の素子電界測定精度を実現するために必要なデジタル移相器および測定系の設計指針が明確になった。従来はこのような設計指針が明確になっていなかったため，この設計指針により高精度なキャリブレーションを実現できるようになる。

参考文献

- [4.1] 真野清司, 片木孝至, "フェイズドアレーアンテナの素子振幅位相測定法—素子電界ベクトル回転法—," 信学論(B), J65-B, no. 5, pp. 555-560, May 1982.
- [4.2] 白松邦昭, 千葉勇, 堤隆, 折目晋啓, 真野清司, 片木孝至, "素子電界ベクトル回転法のフェーズドアレーアンテナへの応用," 信学総合全国大会 S8-5, pp. 289-290, 1986.
- [4.3] 浅井紀久夫, 小島正宜, 石田善雄, 丸山一夫, 吉見直彦, 三澤浩昭, 宮里和秀, "電波望遠鏡搭載フェーズドアレーシステムの利得・位相校正計測," 信学論(B-II), J79-B-II, no. 12, pp. 994-1002, Dec. 1996.
- [4.4] 田中正人, 松本泰, 小園晋一, 鈴木健治, 山本伸一, 吉村直子, "素子電界ベクトル回転法による衛星軌道上のフェーズドアレーの測定," 信学論(B-II), J80-B-II, no. 1, pp. 63-72, Jan. 1997.
- [4.5] H. Aruga, T. Sakura, H. Nakaguro, A. Akaishi, N. Kadowaki and T. Araki, "Development Results of Ka-Band Multibeam Active Phased Array Antenna for Gigabit Satellite," *18th AIAA ICSSC Digest*, vol. 1, AIAA-2000-1196, pp. 25-32, 2000.
- [4.6] R. Ishii, K. Shiramatsu, T. Haruyama, N. Orime, and T. Katagi, "A built-in correction method of the phase distribution of a phased array antenna," in *IEEE AP-S Int. Symp. Digest*, 1991, pp. 1144-1147.
- [4.7] 高橋徹, 北尾史郎, 小西善彦, "アクティブフェーズドアレーアンテナの自己診断システムの測定精度改善に関する一検討," 2003 信学ソサイエティ大会, B-1-79, 2003.
- [4.8] 針生健一, 千葉勇, 真野清司, 片木孝至, "フェーズドアレーアンテナの近傍界測定法—アレー状態における素子振幅位相の測定—," 信学論(B-II), J78-B-II, no. 11, pp. 701-707, Nov. 1995.
- [4.9] R. Yonezawa, Y. Konishi, I. Chiba, T. Katagi, "Beam-shape correction in deployable phased arrays," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 47, no. 3, pp. 482-486, 1999.
- [4.10] 米澤ルミ子, 佐藤眞一, 片木孝至, "素子電界ベクトル回転法を用いるときの移相器誤差とフェーズドアレー励振振幅位相測定誤差との関係," 信学技報 A・P92-75, pp.47-52, 1992.
- [4.11] R. J. Mailloux, *Phased Array Antenna Handbook*, pp. 393-421, Artech House, 1994.
- [4.12] 高橋徹, 宮下裕章, 小西善彦, 牧野滋, "素子電界ベクトル回転法の測定精度に関する理論検討," 信学論 B, vol. J88-B, no. 1, pp. 280-290, Jan. 2005.
- [4.13] 高橋徹, 中本成洋, 大塚昌孝, 佐倉武志, 青木俊彦, 小西善彦, 谷島正信, "フェーズドアレーアンテナ測定系熱雑音による素子電界ベクトル回転法の測定誤差の理論検討," 信学論 B, vol. J92-B, no. 2, pp. 446-457, Feb. 2009.
- [4.14] W. R. Bennett, "Methods of Solving Noise Problems," *Proceedings of the IRE*, vol. 44, pp. 609-638, May 1956.
- [4.15] J. Ruze, "The Effect of Aperture Errors on the Antenna Radiation Pattern," *Nuovi Cimento*, vol.

9 Suppl., pp.364-380, 1952.

- [4.16] R. Sorace, "Phased Array Calibration," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 49, no. 4, pp.517-525, April 2001.
- [4.17] J. J. Lee, "G/T and Noise Figure of Active Array Antennas," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. 41, No. 2, Feb. 1993.
- [4.18] 飯田尚志, 衛星通信, オーム社, 1997 など.
- [4.19] 高橋徹, 北尾史郎, 小西善彦, "アクティブフェーズドアレーアンテナの自己診断システムの測定精度改善に関する一検討," 2003 信学ソ大, B-1-79, 2003.

5. 複数素子に対する高速素子電界測定法

5.1 序言

従来の衛星搭載用フェーズドアレーでは、製造最終段階の地上試験において素子電界が測定され、キャリブレーションが行われるのが一般的である。しかし、衛星軌道上では熱環境の変化に伴うアンテナ性能の劣化が発生する。このため、衛星軌道上での各素子の素子電界の変化を定期的に測定してキャリブレーションすれば、この特性変化を逐次補正していくことが可能になり、従来よりも高精度なアンテナビーム形成が可能になる。しかし、このような定期的なキャリブレーションはシステムの運用停止につながるため、キャリブレーション時間、すなわち素子電界測定時間の短縮が実用上大きな課題である。第4章で述べたREV法[5.1]では素子電界測定をするために1素子毎に360度の位相変化が必要であり、多素子のフェーズドアレーでは測定時間が膨大なものとなる。この測定時間は素子数に比例するが、例えば数十分～数時間かかるものと予想される。したがって、衛星運用中でのキャリブレーションを実現するためには、高速な素子電界測定法が必要とされている。

REV法と同じくアレー状態での素子電界を測定することを目的として、従来さまざまな測定法が提案されている[5.2]–[5.6]。これらの測定法の中で、REV法に比べて測定時間を短縮できるものとして、例えば文献[5.3]–[5.6]の測定法を挙げることができる。文献[5.3]で提案されている"Toggle Method"は、素子の励振位相を0度および180度としたときのアレー合成電界測定値の差分から素子電界を推定するものである。文献[5.4]で提案されているMEP法(the multi-element phase-toggle method)は、複数個の素子の励振位相を互いに異なる周期で変化させ、そのときのアレー合成電界の変化を複素フーリエ級数展開して素子電界を推定するものである。また、文献[5.5]や[5.6]で提案されている測定法は、直交符号による励振位相変化を複数の素子に対して与え、そのときのアレー合成電界の変化と上記直交符号の相関をとることにより素子電界を推定するものである。いずれもREV法に比べ測定時間を短縮できると期待できるが、アレー合成電界の振幅測定だけでなく位相測定も必要である。このため、高精度な位相測定が困難な衛星軌道上でのキャリブレーションには必ずしも適用できない問題があった。また、従来の研究では測定方法のアルゴリズムの検証が主な目的となっており、測定精度に関する検討がほとんどなされていない問題があった。特に、上記のように測定時間を短縮する測定方法に関しては、測定的高速化により測定精度の劣化が懸念されるが、それについての議論は全くなかった。

本論文では、フェーズドアレーの各素子電界を測定する新しい測定法を提案する[5.7]。提案測定法では、第1ステップとして複数の素子の励振位相を互いに異なる周期で変化させ、そのときのアレー合成電力の変化を測定する。この測定手順は文献[5.4]で提案されているMEP法に似ているが、提案測定法ではアレー合成電力の振幅測定のみが必要であり、位相測

定が不要であることが大きく異なる。次に、このアレー合成電力の変化について高次の項まで含めたフーリエ級数展開を行い、その結果を演算処理することにより、従来の REV 法と同じ数学的表現に帰着させる。これにより、従来の REV 法と同じ計算式により各素子電界の振幅および位相を求めることができる。これから分かるように、提案測定法は従来の REV 法の拡張版と呼べるものであるが、一つの測定結果から複数素子の素子電界を同時に求めることが可能であるため、従来の REV 法で課題であった測定時間を大幅に短縮することが可能である。例えば、各素子に接続されるデジタル移相器のビット数が 5 ビットの場合には最大 1/3 まで測定時間を短縮可能である。また、従来の REV 法と同様にアレー合成電力の振幅測定のみで各素子電界の振幅および位相を求めることができるので、高精度な位相測定が困難な衛星軌道上でのキャリブレーションに対しても適用可能であると考えられる。

しかしながら、提案する測定法では測定時間短縮の代償として測定精度の劣化が懸念される。本論文では提案測定法の測定精度を確率解析理論により明らかにする。これにより、従来の REV 法との測定精度の差異が明らかになるだけでなく、要求される測定精度に対し同時に測定できる素子数の限界値が明らかになる。

以下、第 5.2 節では測定法の提案を行い、測定原理を説明する。第 5.3 節では提案測定法の測定誤差解析理論の導出を行う。第 5.4 節では、提案した測定法および測定誤差解析理論を実験により検証した結果を述べる。

5.2 測定理論

5.2.1 測定原理

提案する測定法では、複数個の素子の励振位相を同時に変化させたときのアレー合成電力の変化を測定する。このため、複数個の素子に対し励振位相を変化させたときのアレー合成電力の表現式を最初に求める。提案測定法で測定するときの典型的なアンテナ構成図を図 5.1 に示し、各素子の電界ベクトルおよび合成電界ベクトルの様子を図 5.2 に示す。ここで、初期状態、すなわち励振位相を変化させる前のアレー合成電界の振幅、位相をそれぞれ E_0 、 ϕ_0 とし、素子 m の素子電界の振幅、位相をそれぞれ E_m 、 ϕ_m としている。

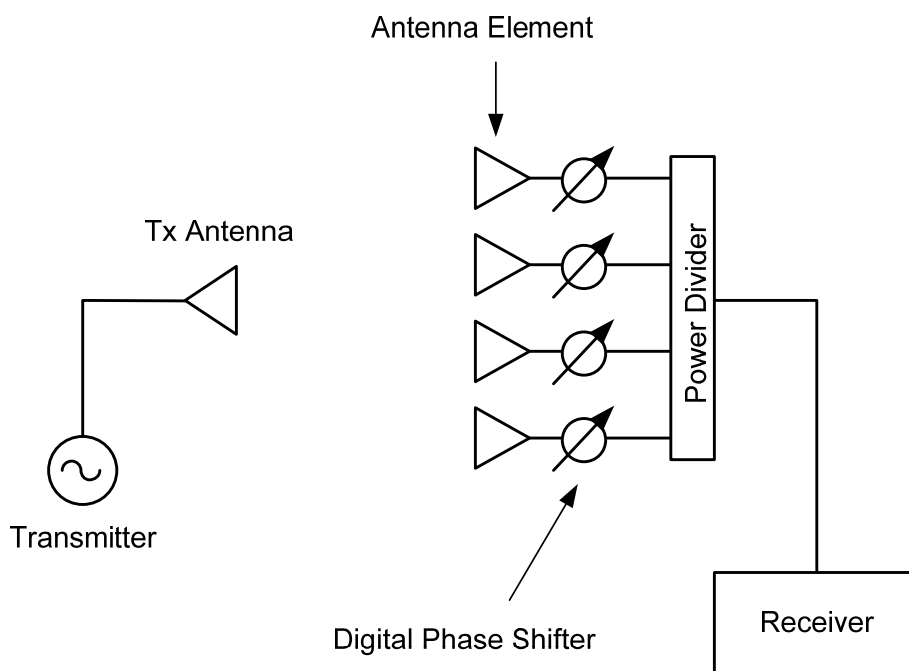


図 5.1 提案測定法でのフェーズドアレー測定環境

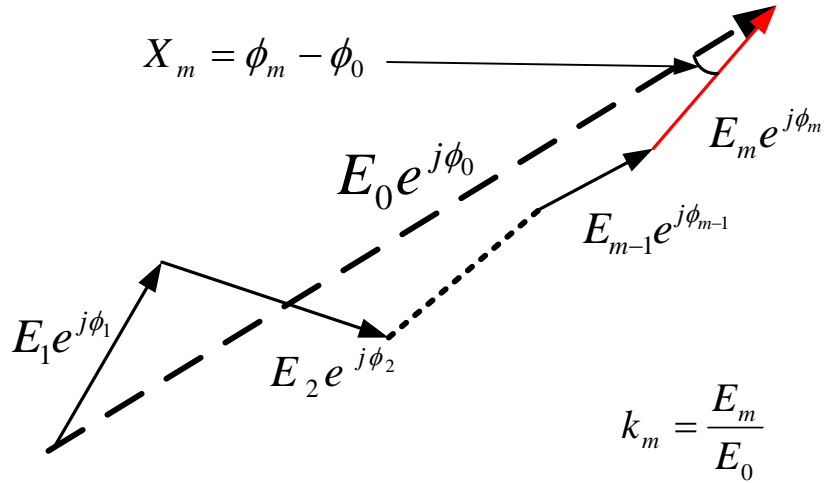


図 5.2 素子電界ベクトルとアレー合成電界ベクトルの関係

この初期状態から、 M 個の素子の励振位相を同時に変化させたときのアレー合成電界を考える。各素子の励振位相の変化量を素子 m ($m=1\sim M$) に対し $\Phi_{m,i}$ で表すと、励振位相の変化後のアレー合成電界 E_i は次式で与えられる。

$$E_i = E_0 e^{j\phi_0} - \sum_{m=1}^M E_m e^{j\phi_m} + \sum_{m=1}^M E_m e^{j(\phi_m + \Phi_{m,i})} \quad (5.1)$$

ここで、 i は提案測定法により順次位相を変化させる番号を表しており、これに対応する各素子の励振位相を $\Phi_{m,i}$ ($m=1\sim M$) としている。なお、従来の REV 法によるアレー合成電界の式(4.1)が 1 つの素子の励振位相のみを変化させた式であるのに対し、式(5.1)は M 個の素子に対して同時に励振位相を変化させていることを表している。

式(5.1)の両辺を初期アレー合成電界で割ると次式を得る。

$$\begin{aligned} \hat{E}_i &\equiv \frac{E_i}{E_0 e^{j\phi_0}} \\ &= 1 - \sum_{m=1}^M k_m e^{jX_m} + \sum_{m=1}^M k_m e^{j(X_m + \Phi_{m,i})} \\ &= 1 - \sum_{m=1}^M k_m \cos X_m + \sum_{m=1}^M k_m \cos(X_m + \Phi_{m,i}) \\ &\quad + j \left[- \sum_{m=1}^M k_m \sin X_m + \sum_{m=1}^M k_m \sin(X_m + \Phi_{m,i}) \right] \end{aligned} \quad (5.2)$$

ここで、 k_m , X_m は、それぞれ初期アレー合成電界を基準とした、素子 m の素子電界の相対振幅、相対位相であり、次式で与えられる。

$$k_m = \frac{E_m}{E_0} \quad (5.3)$$

$$X_m = \phi_m - \phi_0 \quad (5.4)$$

式(5.2)より、初期アレー合成電力を基準としたアレー合成電力 f_i は次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} f_i &\equiv |\hat{E}_i|^2 \\ &= 1 + \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M k_m k_{m'} \cos(X_m - X_{m'}) - 2 \sum_{m=1}^M k_m \cos X_m \\ &\quad + \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M k_m k_{m'} \cos(X_m - X_{m'} + \Phi_{m,i} - \Phi_{m',i}) \\ &\quad + 2 \sum_{m=1}^M k_m \left[\left\{ \cos X_m - \sum_{m'=1}^M k_{m'} \cos(X_{m'} - X_m) \right\} \cos \Phi_{m,i} \right] \\ &\quad - 2 \sum_{m=1}^M k_m \left[\left\{ \sin X_m + \sum_{m'=1}^M k_{m'} \sin(X_{m'} - X_m) \right\} \sin \Phi_{m,i} \right] \end{aligned} \quad (5.5)$$

ここで、 m と m' で与えられる項と m' と m で与えられる項が等しいことに注意すると、式(5.5)は次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} f_i &= A + \sum_{m=1}^M \sum_{m'>m}^M [XC_{mm'} \cos(\Phi_{m,i} - \Phi_{m',i}) + XS_{mm'} \sin(\Phi_{m,i} - \Phi_{m',i})] \\ &\quad + \sum_{m=1}^M [C_m \cos \Phi_{m,i} + S_m \sin \Phi_{m,i}] \end{aligned} \quad (5.6)$$

式(5.6)において、 $XC_{mm'}$, $XS_{mm'}$, C_m , S_m は係数であり、アレー合成電力の変化をフーリエ級数展開することにより求めることができる。これらの係数の導出については後述する。

ここで、素子電界を求めたい素子を $m=n$ で表し、 $m=n$ 以外の素子について $\Phi_{m,i}=0$ とすると、式(5.6)は次のようになる。

$$\begin{aligned}
f_i = & A + \sum_{m=1}^M \sum'_{m'>m} X C_{mm'} + \sum_{m=1}^M C_m \\
& + \left[C_n + \sum_{m=1}^M X C_{nm} \right] \cos \Phi_{n,i} + \left[S_n + \sum_{m=1}^M X S_{nm} \right] \sin \Phi_{n,i}
\end{aligned} \tag{5.7}$$

ここで、 \sum' は $m=n$ 以外に対して和をとることを表している。

式(5.7)は、 $m=n$ 以外の素子について $\Phi_{m,i} = 0$ としたときのアレー合成電力の変化を表している。つまり従来の REV 法を行ったときのアレー合成電力の変化を表している。一方、従来の REV 法を行ったときのアレー合成電力は、第 4 章記載の α , s , c を用いると次のように表すことができる。

$$f_i = \frac{\alpha}{2} + c \cos \Phi_{n,i} + s \sin \Phi_{n,i} \tag{5.8}$$

したがって、以下のように変数を置き換えることにより、第 4 章記載の従来の REV 法演算式を用いて素子 n の素子電界を求めることができる。

$$\alpha = 2 \left[A + \sum_{m=1}^M \sum'_{m'>m} X C_{mm'} + \sum_{m=1}^M C_m \right] \tag{5.9}$$

$$c = C_n + \sum_{m=1}^M X C_{nm} \tag{5.10}$$

$$s = S_n + \sum_{m=1}^M X S_{nm} \tag{5.11}$$

すなわち、素子 n の素子電界は次式で求めることができる。

(A) 解 1

$$\text{素子電界振幅 : } k_n = \frac{\Gamma}{\sqrt{1 + 2\Gamma \cos \Phi_{n,0} + \Gamma^2}} \tag{5.12}$$

$$\text{素子電界位相 : } \tan X_n = \frac{\sin \Phi_{n,0}}{\cos \Phi_{n,0} + \Gamma} \tag{5.13}$$

(B) 解2

$$\text{素子電界振幅 : } k_n = \frac{1}{\sqrt{1 + 2\Gamma \cos \Phi_{n,0} + \Gamma^2}} \quad (5.14)$$

$$\text{素子電界位相 : } \tan X_n = \frac{\sin \Phi_{n,0}}{\cos \Phi_{n,0} + 1/\Gamma} \quad (5.15)$$

ここで,

$$\tan \Phi_{n,0} = -\frac{s}{c} \quad (5.16)$$

$$r^2 = \frac{\alpha + 2\sqrt{c^2 + s^2}}{\alpha - 2\sqrt{c^2 + s^2}} \quad (5.17)$$

$$\Gamma = \frac{r-1}{r+1} \quad (5.18)$$

以上が提案する測定法の原理である。測定原理から明らかなように、提案測定法は従来の REV 法の拡張版と呼べるものであるが、一つの測定結果から複数素子の素子電界を同時に求めることが可能であり、測定時間の大幅な短縮が期待できる。但し、ここで以下のことに注意しなければならない。提案測定法では M 個の素子の励振位相を異なる位相間隔で同時に変化させたときのアレー合成電力の変化を測定する。このため、アレー合成電力の測定回数は従来の REV 法に比べると $1/M$ になる。しかし、各素子の励振位相を変化させるトータルの回数は、提案測定法と従来の REV 法では同じ回数となる。このため、各素子の励振位相を変化させる時間がアレー合成電力の測定時間よりも長いと、提案測定法による測定時間の短縮は期待できない。しかし、励振位相を変化させる時間は、アレー合成電力の測定時間と比べると極めて短いのが一般的である。理由は、各素子の励振位相の設定は並列処理により行うことが可能であるが、アレー合成電力の測定は順次行うしかないためである。典型的なフェーズドアレーの例では、励振位相の設定時間が μs のオーダーであるのに対し、アレー合成電力の測定時間は ms のオーダーである。したがって、フェーズドアレーの測定においてはアレー合成電力の測定時間が支配的であり、提案する測定法により測定時間はほぼ $1/M$ になる。

5.2.2 フーリエ係数の求め方

提案測定法において励振位相を変化させる手段としてデジタル移相器を用いる場合には、素子 m ($m=1\sim M$) の位相変化量 $\Phi_{m,i}$ は次のように表すことができる。

$$\Phi_{m,i} = i l_m \Delta\phi \quad (5.19)$$

ここで、 l_m は適当な整数、 $\Delta\phi$ はデジタル移相器の最小移相量である。したがって、素子 m ($m=1\sim M$) の励振位相は $l_m \Delta\phi$ の間隔で変化させることになる。式(5.19)を式(5.7)に代入すると次のようになる。

$$\begin{aligned} f_i = A + & \sum_{m=1}^M \sum_{m'>m}^M [XC_{mm'} \cos\{i(l_m - l_{m'})\Delta\phi\} + XS_{mm'} \sin\{i(l_m - l_{m'})\Delta\phi\}] \\ & + \sum_{m=1}^M [C_m \cos(il_m \Delta\phi) + S_m \sin(il_m \Delta\phi)] \end{aligned} \quad (5.20)$$

これより、アレー合成電力は $\cos \Delta\phi$ および $\sin \Delta\phi$ を基本波としたとき、 l_m 倍の高調波 (l_m : 整数, $m=1\sim M$)、 $(l_m - l_{m'})$ 倍の高調波 ($l_m, l_{m'} : 整数, m, m' = 1\sim M$) の和で表されることがわかる。したがって、各素子の励振位相を式(5.19)のように変化させていき、そのときのアレー合成電力の変化をフーリエ級数展開することにより、式(5.6)の係数 $XC_{mm'}$ 、 $XS_{mm'}$ 、 C_m 、 S_m を求めることができる。例えば、各素子 m ($m=1\sim M$) の励振位相を $l_m \Delta\phi$ の間隔で同時に変化させていき、そのときのアレー合成電力の変化が図 5.3 のようになったとすると、係数 $XC_{mm'}$ 、 $XS_{mm'}$ 、 C_m 、 S_m および A は次式で求めることができる。

$$XC_{mm'} = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N f_i \cos\{i(l_m - l_{m'})\Delta\phi\} \quad (5.21)$$

$$XS_{mm'} = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N f_i \sin\{i(l_m - l_{m'})\Delta\phi\} \quad (5.22)$$

$$C_m = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N f_i \cos\{i l_m \Delta\phi\} \quad (5.23)$$

$$S_m = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N f_i \sin\{i l_m \Delta\phi\} \quad (5.24)$$

$$A = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i \quad (5.25)$$

ここで、 N は素子の励振位相を変化させアレー合成電力を測定する回数であり、通常の測定では移相器の全移相状態数 (=2^{ビット数}) である。例えば、5 ビットデジタル移相器の場合は、 $N=32$ である。また、 f_i は、素子 m ($m=1 \sim M$) の励振位相を $i l_m \Delta \phi$ だけ変化させたときのアレー合成電力測定値である。

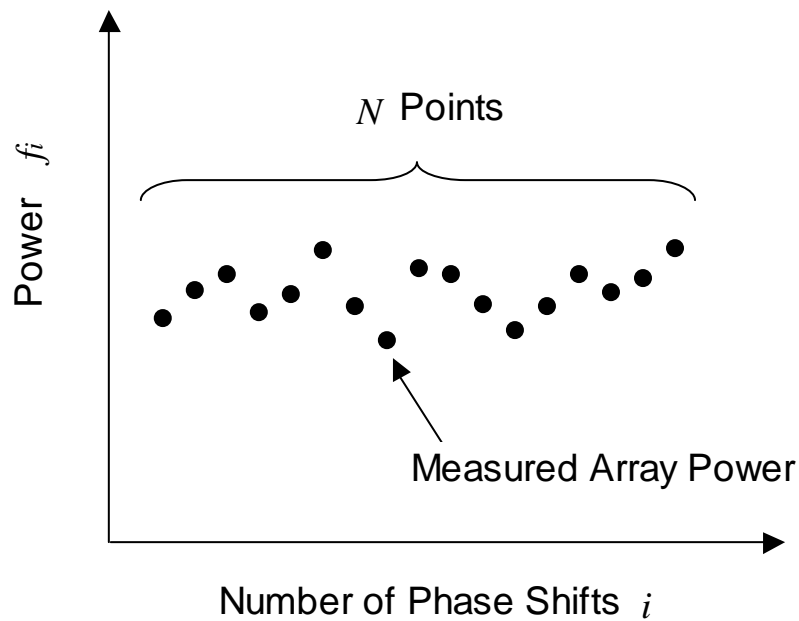


図 5.3 提案する測定法によるアレー合成電力変化の例

5.2.3 各素子位相変化量の選択方法

提案する測定法では、各素子の位相変化量を独立に決めることはできない。

第 5.2.2 項で述べたように、各素子の位相を式(5.19)の間隔で変化させていったときのアレー合成電力の変化は、 l_m 倍の高調波 (l_m : 整数, $m=1 \sim M$)、 $(l_m - l_{m'})$ 倍の高調波 ($l_m, l_{m'}$: 整数, $m, m'=1 \sim M$) の和で表されることがわかる。したがって、各素子からの寄与を完全に分離するためには、これらの高調波成分が互いに直交している必要がある。

また、第 4 章で述べたように、測定誤差を確率的な観点から考えると、移相器の全ての移相状態に対する測定を行ったほうが測定誤差を低減することができる。すなわち、デジタル移相器の全移相状態数と上記 l_m とが互いに素になっている必要がある。

提案測定法を用いて精度良く測定を行うためには、以上の 2 つの条件を満たす必要がある。以下に、 l_m の選び方を具体的に示す。

5 ビットデジタル移相器を用いた場合、同時に測定できるのは 3 素子までである。このとき、 $l_m=1, 3, 7$ あるいは $l_m=1, 5, 7$ とする必要がある。例えば $l_m=1, 5, 7$ としたときに必要となるフーリエ級数の高調波成分を表 5.1 にまとめる。この場合のフーリエ級数は 1 倍, 5 倍, 7 倍の高調波成分だけでなく, 2 倍, 4 倍, 6 倍の高調波成分も求める必要がある。

4 ビットデジタル移相器を用いた場合、同時に測定できるのは 2 素子までである。このとき、 $l_m=1, 3$ あるいは $l_m=1, 5$ とする必要がある。例えば $l_m=1, 5$ としたときに必要となるフーリエ級数の高調波成分を表 5.2 にまとめる。この場合のフーリエ級数は 1 倍, 5 倍の高調波成分だけでなく, 4 倍の高調波成分も求める必要がある。

表 5.1 5 ビットデジタル移相器を用いたフーリエ級数の例

m	m'	l_m	$l_{m'}$	$l_m - l_{m'}$
1	N/A	1	N/A	N/A
2	1	5	1	4
3	1	7	1	6
	2		5	2

表 5.2 4 ビットデジタル移相器を用いたフーリエ級数の例

m	m'	l_m	$l_{m'}$	$l_m - l_{m'}$
1	N/A	1	N/A	N/A
2	1	5	1	4

5.3 測定誤差解析理論

誤差のない理想的な場合には、第 5.2 節で提案した測定法により各素子の素子電界を完全な形で求めることができる。しかしながら、第 4 章で述べたように、各素子の励振位相を変化させる手段であるデジタル移相器の通過特性にはビット毎に異なる振幅位相誤差がある。このようなデジタル移相器の通過特性誤差は、最終的に得られる素子電界の測定誤差につながるため、その関係を明らかにする必要がある。第 4 章において従来の REV 法の測定誤差を理論的に導いたので、同様の手法を用いることにより提案測定法の測定誤差を理論的に明らかにする。

5.3.1 前提条件

ここでは測定系熱雑音による測定誤差は無視し、提案測定法の本質的な測定誤差要因であるデジタル移相器の通過特性誤差を対象とする。解析理論導出にあたり以下の仮定を行う。これらの仮定は第 4 章と同じであり、その根拠については第 4 章を参照されたい。

- A) 各素子に接続されているデジタル移相器の通過振幅位相誤差は標準偏差の形で既知である。
- B) 各素子に接続されているデジタル移相器の通過振幅誤差および通過位相誤差は互いに独立なガウス分布にしたがい、その平均は 0、標準偏差は以下とする。
振幅標準偏差： 8.69δ [dB]
位相標準偏差： Φ [rad.]
- C) デジタル移相器の通過振幅誤差の標準偏差と通過位相誤差の標準偏差はオーダ的に概ね等しい。
- D) アレー合成電界は、デジタル移相器の通過振幅位相誤差による誤差電界よりも十分大きい。
- E) アレー合成電界は各素子電界よりも十分大きい。

5.3.2 各素子励振振幅位相誤差と合成電力誤差の関係—確率密度分布の導出—

第 5.2 節と同じように、提案測定法の原理に従って、初期状態から M 個の素子の励振位相を同時に変化させたときのアレー合成電界を考える。各素子の励振位相の変化量を、素子 m ($m=1\sim M$) に対し $\Phi_{m,i}$ ($=i\Delta\phi$) とすると、アレー合成電界の相対値 \hat{E}_i は式(5.2)より次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\hat{E}_i &= 1 - \sum_{m=1}^M k_m e^{jX_m} + \sum_{m=1}^M k_{m,i} e^{j(X_m + \Phi_{m,i})} \\ &= \left\{ 1 + \sum_{m=1}^M (-k_m \cos X_m + k_{m,i} \cos X_m \cos \Phi_{m,i} - k_{m,i} \sin X_m \sin \Phi_{m,i}) \right\} \\ &\quad + j \left\{ 1 + \sum_{m=1}^M (-k_m \sin X_m + k_{m,i} \sin X_m \cos \Phi_{m,i} + k_{m,i} \cos X_m \sin \Phi_{m,i}) \right\}\end{aligned}\quad (5.26)$$

ここで、 i は提案測定法により順次位相を変化させる番号を表している。また、これに対応する各素子の素子電界振幅を $k_{m,i}$ として表している。

各素子の励振位相を変化させた際の素子電界に振幅および位相誤差が生じた場合を考えると、式(5.26)の $k_{m,i}$ 、 $\Phi_{m,i}$ を次のように置くことができる。

$$k_{m,i} \rightarrow k_m (1 + \Delta_i) \quad (5.27)$$

$$\Phi_{m,i} \rightarrow \Phi_{m,i} + \Delta\Phi_i \quad (5.28)$$

ここで、 Δ_i 、 $\Delta\Phi_{m,i}$ はそれぞれ振幅誤差（電界真数）、位相誤差（ラジアン）である。仮定 B) により、 Δ_i 、 $\Delta\Phi_{m,i}$ は互いに独立なガウス分布にしたがい、その平均は 0、標準偏差はそれぞれ δ 、 Φ で与えられる。

式(5.27)および式(5.28)を式(5.26)に代入し、誤差は小さいのものとして 1 次の項まで考慮すると、式(5.26)は次式で表すことができる。

$$\hat{E}_i \approx \{\hat{E}_r + G\} + j \{\hat{E}_j + H\} \quad (5.29)$$

但し

$$\hat{E}_r = 1 + \sum_{m=1}^M \{-k_m \cos X_m + k_m \cos(X_m + \Phi_{m,i})\} \quad (5.30)$$

$$G = \sum_{m=1}^M \left\{ k_m \Delta_i \cos(X_m + \Phi_{m,i}) - k_m \Delta \Phi_{m,i} \sin(X_m + \Phi_{m,i}) \right\} \quad (5.31)$$

$$\hat{E}_j = \sum_{m=1}^M \left\{ -k_m \sin X_m + k_m \sin(X_m + \Phi_{m,i}) \right\} \quad (5.32)$$

$$H = \sum_{m=1}^M \left\{ k_m \Delta_i \sin(X_m + \Phi_{m,i}) + k_m \Delta \Phi_{m,i} \cos(X_m + \Phi_{m,i}) \right\} \quad (5.33)$$

ここで、 \hat{E}_r 、 \hat{E}_j は、それぞれ誤差のないときのアレー合成電界の実部、虚部である。

次に変数 G 、 H の確率密度分布を考える。上記したように、振幅誤差 Δ_i は平均 0、標準偏差 δ のガウス分布に従う。また、位相誤差 $\Delta \Phi_{m,i}$ は平均 0、標準偏差 Φ のガウス分布に従う。したがって、変数 G および変数 H も、平均 0 のガウス分布に従う。さらに、両者の標準偏差をそれぞれ σ_1 、 σ_2 とすると、これらは、式(5.31)および式(5.33)より次式で与えられる。

$$\sigma_1^2 = \sum_{m=1}^M \left\{ k_m^2 \delta^2 \cos^2(X_m + \Phi_{m,i}) + k_m^2 \Phi^2 \sin^2(X_m + \Phi_{m,i}) \right\} \quad (5.34)$$

$$\sigma_2^2 = \sum_{m=1}^M \left\{ k_m^2 \delta^2 \sin^2(X_m + \Phi_{m,i}) + k_m^2 \Phi^2 \cos^2(X_m + \Phi_{m,i}) \right\} \quad (5.35)$$

これらの式はさらに次のように変形できる。

$$\sigma_1^2 = \sum_{m=1}^M \left\{ \frac{1}{2} k_m^2 \delta^2 + \frac{1}{2} k_m^2 \Phi^2 + \frac{1}{2} k_m^2 (\delta^2 - \Phi^2) \cos 2(X_m + \Phi_{m,i}) \right\} \quad (5.36)$$

$$\sigma_2^2 = \sum_{m=1}^M \left\{ \frac{1}{2} k_m^2 \delta^2 + \frac{1}{2} k_m^2 \Phi^2 + \frac{1}{2} k_m^2 (\Phi^2 - \delta^2) \cos 2(X_m + \Phi_{m,i}) \right\} \quad (5.37)$$

仮定 C) より両者の標準偏差は等しくなり次のようになる。

$$\sigma_1^2 \approx \sigma_2^2 \approx \frac{\delta^2 + \Phi^2}{2} \sum_{m=1}^M k_m^2 \equiv \sigma^2 \quad (5.38)$$

したがって、変数 G 、 H の確率密度分布 $P(G)$ 、 $P(H)$ は次のようになる。

$$P(G) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{G^2}{2\sigma^2}} \quad (5.39)$$

$$P(H) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{H^2}{2\sigma^2}} \quad (5.40)$$

次に変数 G , H の相関について考える．まず，変数 G , H の積を計算すると次のようになる．

$$\begin{aligned} GH &= \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M k_m k_{m'} \Delta_{m,i} \Delta_{m',i} \cos(X_m + \Phi_{m,i}) \sin(X_{m'} + \Phi_{m',i}) \\ &+ \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M k_m k_{m'} \Delta_{m,i} \Delta \Phi_{m',i} \cos(X_m + \Phi_{m,i}) \cos(X_{m'} + \Phi_{m',i}) \\ &- \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M k_m k_{m'} \Delta_{m',i} \Delta \Phi_{m,i} \sin(X_m + \Phi_{m,i}) \sin(X_{m'} + \Phi_{m',i}) \\ &- \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M k_m k_{m'} \Delta \Phi_{m,i} \Delta \Phi_{m',i} \sin(X_m + \Phi_{m,i}) \cos(X_{m'} + \Phi_{m',i}) \end{aligned} \quad (5.41)$$

したがって，変数 G , H の積のモーメントは仮定 C) を考慮すると次のようになる．

$$\begin{aligned} E[GH] &= \sum_{m=1}^M k_m^2 \delta^2 \cos(X_m + \Phi_{m,i}) \sin(X_m + \Phi_{m,i}) \\ &- \sum_{m=1}^M k_m^2 \Phi^2 \cos(X_m + \Phi_{m,i}) \sin(X_m + \Phi_{m,i}) \\ &\approx 0 \end{aligned} \quad (5.42)$$

すなわち，変数 G , H には相関がないものと見なすことができる．

以上のように，変数 G , H に相関がないとき，変数 G , H の結合確率密度分布 $P(G, H)$ は，それぞれの確率密度分布の積で与えられる．したがって，アレー合成電力 f_i の確率密度分布は，第 4.3.2 項と同様に次のようになる．

$$P(f_i) = \frac{1}{2\sigma^2} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\{f+f_{0,i}\}} I_0 \left[\sqrt{f_i f_{0,i}} / \sigma^2 \right] \quad (5.43)$$

アレー合成電力の平均値 $f_{average,i}$ および標準偏差 $\sigma_{f,i}$ も同様に次のようになる．

$$f_{average,i} \approx f_{0,i} \quad (5.44)$$

$$\sigma_{f,i}^2 \approx 4\sigma^2 f_{0,i} \quad (5.45)$$

ここで、 $f_{0,i}$ は式(5.5)で与えられ、 σ は式(5.38)で与えられる。

5.3.3 提案測定法による素子電界振幅測定誤差

第 5.3.2 項において、素子電界の振幅位相誤差とアレー合成電力の誤差の関係を確率理論により明らかにした。ここでは、このアレー合成電力の誤差から、提案測定法による素子電界振幅測定誤差を理論的に明らかにする。

仮定 E)により、素子 n の素子電界振幅 k_n は次式で得ることができる。

$$k_n = \frac{\Gamma}{\sqrt{1 + 2\Gamma \cos \Phi_{n,0} + \Gamma^2}} \quad (5.46)$$

ここで、

$$P = \sqrt{1 + 2\Gamma \cos \Phi_{n,0} + \Gamma^2} \quad (5.47)$$

$$Q = \Gamma \quad (5.48)$$

とおくと、素子電界振幅の微小変化量 Δk_n は、第 4 章同様に次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \Delta k_n = \frac{1}{k_n P^2} \sum_{i=1}^N \left[-Q \left\{ \frac{\partial P}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial f_i} + \frac{\partial P}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial f_i} + \frac{\partial P}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial f_i} \right\} \right. \\ \left. + P \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial f_i} + \frac{\partial Q}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial f_i} + \frac{\partial Q}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial f_i} \right\} \right] \Delta f_i \end{aligned} \quad (5.49)$$

ここで、 Δf_i は素子 m ($m=1 \sim M$) の励振位相を $\Phi_{m,i}$ ($=i l_m \Delta \phi$) に変化させたときのアレー合成電力の誤差を表し、この標準偏差は式(5.45)で与えられる。

式(5.9)から式(5.11)および式(5.21)から式(5.25)から次の関係式を導くことができる。

$$\frac{\partial \alpha}{\partial f_i} = 1 + 2 \sum_{m=1}^M \sum_{m' > m}^M \cos(\Phi_{m,i} - \Phi_{m',i}) + 2 \sum_{m=1}^M \cos \Phi_{m,i} \quad (5.50)$$

$$\frac{\partial c}{\partial f_i} = \cos \Phi_{n,i} + \sum_{m=1}^M \cos(\Phi_{n,i} - \Phi_{m,i}) \quad (5.51)$$

$$\frac{\partial s}{\partial f_i} = \sin \Phi_{n,i} + \sum_{m=1}^M \sin(\Phi_{n,i} - \Phi_{m,i}) \quad (5.52)$$

これらを式(5.49)に代入すると次式を得る。

$$\begin{aligned}
\Delta k_n = & \frac{1}{k_n P^2} \sum_{i=1}^N \left[\left(-Q \frac{\partial P}{\partial \alpha} + P \frac{\partial Q}{\partial \alpha} \right) \left\{ 1 + 2 \sum_{m=1}^M \sum_{m'>m}^M \cos(\Phi_{m,i} - \Phi_{m',i}) + 2 \sum_{m=1}^M \cos \Phi_{m,i} \right\} \right. \\
& + \left(-Q \frac{\partial P}{\partial c} + P \frac{\partial Q}{\partial c} \right) \left\{ \cos \Phi_{n,i} + \sum_{m=1}^M \cos(\Phi_{n,i} - \Phi_{m,i}) \right\} \\
& \left. + \left(-Q \frac{\partial P}{\partial s} + P \frac{\partial Q}{\partial s} \right) \left\{ \sin \Phi_{n,i} + \sum_{m=1}^M \sin(\Phi_{n,i} - \Phi_{m,i}) \right\} \right] \Delta f_i
\end{aligned} \tag{5.53}$$

素子 m ($m=1 \sim M$) の励振位相を変化させたときのアレー合成電力の誤差には相関がないと考えることができるので、提案測定法による素子電界振幅測定誤差の標準偏差 σ_k は、式(5.53)より次式で求めることができる。

$$\begin{aligned}
\sigma_k^2 = & \frac{1}{k_n^2 P^4} \sum_{i=1}^N \left[\left(-Q \frac{\partial P}{\partial \alpha} + P \frac{\partial Q}{\partial \alpha} \right) \left\{ 1 + 2 \sum_{m=1}^M \sum_{m'>m}^M \cos(\Phi_{m,i} - \Phi_{m',i}) + 2 \sum_{m=1}^M \cos \Phi_{m,i} \right\} \right. \\
& + \left(-Q \frac{\partial P}{\partial c} + P \frac{\partial Q}{\partial c} \right) \left\{ \cos \Phi_{n,i} + \sum_{m=1}^M \cos(\Phi_{n,i} - \Phi_{m,i}) \right\} \\
& \left. + \left(-Q \frac{\partial P}{\partial s} + P \frac{\partial Q}{\partial s} \right) \left\{ \sin \Phi_{n,i} + \sum_{m=1}^M \sin(\Phi_{n,i} - \Phi_{m,i}) \right\} \right]^2 \sigma_f^2
\end{aligned} \tag{5.54}$$

ここで、以下の関係がある。

$$\sum_{i=1}^N \cos \Phi_{m,i} = \sum_{i=1}^N \sin \Phi_{m,i} = 0 \tag{5.55}$$

$$\sum_{i=1}^N \cos^2 \Phi_{m,i} = \sum_{i=1}^N \sin^2 \Phi_{m,i} = \frac{N}{2} \tag{5.56}$$

$$\sum_{i=1}^N \cos^3 \Phi_{m,i} = \sum_{i=1}^N \sin^3 \Phi_{m,i} = 0 \tag{5.57}$$

$$\sum_{i=1}^N \cos^2 \Phi_{m,i} = \sum_{i=1}^N \sin^3 \Phi_{m,i} = 0 \tag{5.58}$$

以上の関係式に留意し、式(5.54)中の $\sigma_{f,i}$ が式(5.45)で与えられることを考えると、式(5.54)は次のようになる。

$$\begin{aligned}
\sigma_k^2 = & \frac{4\sigma^2}{k_n^2 P^4} \left[\left\{ 1 + \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M k_m k_{m'} \cos(X_m - X_{m'}) - 2 \sum_{m=1}^M k_m \cos X_m + \sum_{m=1}^M k_m^2 \right\} \right. \\
& \times \left\{ \left(-Q \frac{\partial P}{\partial \alpha} + P \frac{\partial Q}{\partial \alpha} \right)^2 \left(N + 4 \sum_{m=1}^M \sum_{m'>m}^M \frac{N}{2} + 4 \sum_{m=1}^M \frac{N}{2} \right) \right. \\
& \left. + \left(-Q \frac{\partial P}{\partial c} + P \frac{\partial Q}{\partial c} \right)^2 \left(\frac{N}{2} + \sum_{m=1}^M \frac{N}{2} \right) + \left(-Q \frac{\partial P}{\partial s} + P \frac{\partial Q}{\partial s} \right)^2 \left(\frac{N}{2} + \sum_{m=1}^M \frac{N}{2} \right) \right\} \\
& + \left\{ \sum_{m=1}^M \sum_{m'>m}^M k_m k_{m'} \cos(X_m - X_{m'}) \right\} \left(-Q \frac{\partial P}{\partial \alpha} + P \frac{\partial Q}{\partial \alpha} \right)^2 2N \\
& + \left\{ \sum_{m=1}^M k_n k_m \cos(X_n - X_m) \right\} \left(-Q \frac{\partial P}{\partial \alpha} + P \frac{\partial Q}{\partial \alpha} \right) \left(-Q \frac{\partial P}{\partial c} + P \frac{\partial Q}{\partial c} \right) 2N \\
& - \left\{ \sum_{m=1}^M k_n k_m \sin(X_n - X_m) \right\} \left(-Q \frac{\partial P}{\partial \alpha} + P \frac{\partial Q}{\partial \alpha} \right) \left(-Q \frac{\partial P}{\partial s} + P \frac{\partial Q}{\partial s} \right) 2N \\
& + 2 \sum_{m'=1}^M k_{m'} \left\{ \cos X_{m'} - \sum_{m=1}^M k_m \cos(X_m - X_{m'}) \right\} \\
& \times \left\{ \left(-Q \frac{\partial P}{\partial \alpha} + P \frac{\partial Q}{\partial \alpha} \right)^2 + \left(-Q \frac{\partial P}{\partial c} + P \frac{\partial Q}{\partial c} \right)^2 \right\} 2N \\
& - 2 \sum_{m'=1}^M k_{m'} \left\{ \sin X_{m'} + \sum_{m=1}^M k_m \sin(X_m - X_{m'}) \right\} \left(-Q \frac{\partial P}{\partial s} + P \frac{\partial Q}{\partial s} \right)^2 2N \\
& + 2k_n \left\{ \cos X_n - \sum_{m=1}^M k_m \cos(X_m - X_n) \right\} \left(-Q \frac{\partial P}{\partial \alpha} + P \frac{\partial Q}{\partial \alpha} \right) \left(-Q \frac{\partial P}{\partial c} + P \frac{\partial Q}{\partial c} \right) N \\
& \left. - 2k_n \left\{ \sin X_n + \sum_{m=1}^M k_m \sin(X_m - X_n) \right\} \left(-Q \frac{\partial P}{\partial \alpha} + P \frac{\partial Q}{\partial \alpha} \right) \left(-Q \frac{\partial P}{\partial c} + P \frac{\partial Q}{\partial c} \right) N \right] \quad (5.59)
\end{aligned}$$

ここで、仮定E)により $\Gamma \ll 1$ 、すなわち $r \approx 1$ とみなすと付録A.9より次式を得る。

$$-Q \frac{\partial P}{\partial \alpha} + P \frac{\partial Q}{\partial \alpha} \approx 0 \quad (5.60)$$

$$-Q \frac{\partial P}{\partial c} + P \frac{\partial Q}{\partial c} \approx \frac{\cos \Phi_{n,0}}{N} \quad (5.61)$$

$$-Q \frac{\partial P}{\partial s} + P \frac{\partial Q}{\partial s} \approx -\frac{\sin \Phi_{n,0}}{N} \quad (5.62)$$

式(5.60)から式(5.62)の関係式を用いると、式(5.59)は次のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_k^2 \approx \frac{4\sigma^2 Y^4}{k_n^2} & \left[1 + \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M k_m k_{m'} \cos(X_m - X_{m'}) - 2 \sum_{m=1}^M k_m \cos X_m + \sum_{m=1}^M k_m^2 \right] \frac{M}{2N} \\ & + 2 \sum_{m'=1}^M k_{m'} \left\{ \cos X_{m'} - \sum_{m=1}^M k_m \cos(X_m - X_{m'}) \right\} \frac{\cos^2 \Phi_{n,0}}{2N} \\ & - 2 \sum_{m'=1}^M k_{m'} \left\{ \sin X_{m'} + \sum_{m=1}^M k_m \sin(X_m - X_{m'}) \right\} \frac{\sin^2 \Phi_{n,0}}{2N} \end{aligned} \quad (5.63)$$

ここで、 σ は式(5.38)で与えられ、同時に励振位相を変化させる素子の素子電界振幅がほぼ等しいと見なすと次のように近似できる。

$$\sigma^2 = \frac{\delta^2 + \Phi^2}{2} \sum_{m=1}^M k_m^2 \approx \frac{\delta^2 + \Phi^2}{2} M k_n^2 \quad (5.64)$$

式(5.64)を式(5.63)に代入し、仮定 E) を考慮すると式(5.63)は次のようになる。

$$\sigma_k^2 \approx \frac{M^2}{N} (\delta^2 + \Phi^2) \quad (5.65)$$

これを dB 値に換算すると次式となる。

$$\sigma_k = 8.69M \sqrt{\frac{\delta^2 + \Phi^2}{N}} \quad [\text{dB}] \quad (5.66)$$

式(5.66)において $M=1$ の場合が従来の REV 法による測定誤差を表しており、これは第 4 章の結果と一致するものである。式(5.66)から、提案測定法では従来の REV 法に比べると、素子電界振幅測定誤差は M 倍になることが理論的に明らかになった。

5.3.4 提案測定法による素子電界位相測定誤差

第 5.3.3 項では，提案測定法による素子電界振幅の測定誤差を理論的に明らかにした．ここでは，素子電界位相の測定誤差を同様に明らかにする．

仮定 E)により，素子 n の素子電界位相 X_n は次式で得ることができる．

$$\tan X_n = \frac{\sin \Phi_{n,0}}{\cos \Phi_{n,0} + \Gamma} \quad (5.67)$$

ここで，

$$U = \cos \Phi_{n,0} + \Gamma \quad (5.68)$$

$$V = \sin \Phi_{n,0} \quad (5.69)$$

とおくと，素子電界位相の微小変化量 ΔX_n は，第 4 章同様に次式で与えられる．

$$\begin{aligned} \Delta X_n = \frac{1}{U^2 + V^2} \sum_{i=1}^N \left[-V \left\{ \frac{\partial U}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial f_i} + \frac{\partial U}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial f_i} + \frac{\partial U}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial f_i} \right\} \right. \\ \left. + U \left\{ \frac{\partial V}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial f_i} + \frac{\partial V}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial f_i} + \frac{\partial V}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial f_i} \right\} \right] \Delta f_i \end{aligned} \quad (5.70)$$

ここで， Δf_i は素子 m ($m=1 \sim M$) の励振位相を $\Phi_{m,i}$ ($=i\phi_m$) に変化させたときのアレー合成電力の誤差を表し，この標準偏差は式(5.45)で与えられる．また， N は素子の励振位相を変えてアレー合成電力を測定する回数を表し，通常はデジタル移相器の全移相状態の数である．また， f_i に関する偏微分は，式(5.50)から式(5.52)で与えられる．

素子 m ($m=1 \sim M$) の励振位相を変化させたときのアレー合成電力の誤差には相関がないと考えることができるので，提案測定法による素子電界位相測定誤差の標準偏差 σ_x は，式(5.50)から式(5.52)，および式(5.70)より次式で与えられる．

$$\begin{aligned}
\sigma_X^2 &= \frac{1}{(U^2 + V^2)^2} \\
&\times \sum_{i=1}^N \left[\left(-V \frac{\partial U}{\partial \alpha} + U \frac{\partial V}{\partial \alpha} \right) \left\{ 1 + 2 \sum_{m=1}^M \sum'_{m'>m} \cos(\Phi_{m,i} - \Phi_{m',i}) + 2 \sum_{m=1}^M \cos \Phi_{m,i} \right\} \right. \\
&\quad + \left(-V \frac{\partial U}{\partial c} + U \frac{\partial V}{\partial c} \right) \left\{ \cos \Phi_{n,i} + \sum_{m=1}^M \cos(\Phi_{n,i} - \Phi_{m,i}) \right\} \\
&\quad \left. + \left(-V \frac{\partial U}{\partial s} + U \frac{\partial V}{\partial s} \right) \left\{ \sin \Phi_{n,i} + \sum_{m=1}^M \sin(\Phi_{n,i} - \Phi_{m,i}) \right\} \right]^2 \sigma_{f,i}^2
\end{aligned} \tag{5.71}$$

ここで、仮定 E)により $\Gamma \ll 1$ 、すなわち $r \approx 1$ とみなすと付録 A.10 より次式を得る。

$$-V \frac{\partial U}{\partial \alpha} + U \frac{\partial V}{\partial \alpha} \approx 0 \tag{5.72}$$

$$-V \frac{\partial U}{\partial c} + U \frac{\partial V}{\partial c} \approx -\frac{\sin \Phi_{n,0}}{k_n NY} \tag{5.73}$$

$$-V \frac{\partial U}{\partial s} + U \frac{\partial V}{\partial s} \approx -\frac{\cos \Phi_{n,0}}{k_n NY} \tag{5.74}$$

したがって、式(5.71)は次のようになる。

$$\begin{aligned}
\sigma_X^2 &\approx \frac{4\sigma^2}{(U^2 + V^2)^2 k^2 N^2 Y^2} \\
&\times \left[\left\{ 1 + \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M k_m k_{m'} \cos(X_m - X_{m'}) - 2 \sum_{m=1}^M k_m \cos X_m + \sum_{m=1}^M k_m^2 \right\} \frac{NM}{2} \right. \\
&\quad + \sum_{m'=1}^M k_{m'} \left\{ \cos X_{m'} - \sum_{m=1}^M k_m \cos(X_m - X_{m'}) \right\} N \cos^2 \Phi_{n,0} \\
&\quad \left. - \sum_{m'=1}^M k_{m'} \left\{ \sin X_{m'} + \sum_{m=1}^M k_m \sin(X_m - X_{m'}) \right\} N \sin^2 \Phi_{n,0} \right]
\end{aligned} \tag{5.75}$$

また、 $\Gamma \ll 1$ のときは次のような近似が成り立つ。

$$(U^2 + V^2)^2 \approx 1 \tag{5.76}$$

$$Y^2 \approx 1 \quad (5.77)$$

さらに式(5.64)を式(5.75)に代入し、仮定 E)を考慮すると式(5.75)は次のようになる。

$$\sigma_x^2 \approx \frac{M^2}{N} (\delta^2 + \Phi^2) \quad (5.78)$$

これを度に換算すると次式となる。

$$\sigma_x = \frac{180}{\pi} M \sqrt{\frac{\delta^2 + \Phi^2}{N}} \quad [\text{deg.}] \quad (5.79)$$

式(5.79)において $M=1$ の場合が従来の REV 法による測定誤差を表しており、これは第 4 章の結果と一致するものである。式(5.79)から、提案測定法では従来の REV 法に比べると、素子電界位相測定誤差も M 倍になることが理論的に明らかになった。

5.3.5 提案測定法の測定誤差の結論

以上の理論検討により、提案測定法は従来の REV 法と比べると、測定誤差が大きくなることが確認できた。提案測定法において M 個の素子を同時に測定した場合、測定誤差は従来の REV 法と比べて M 倍となる。したがって、測定時間の短縮は測定精度とトレードオフの関係になる。このトレードオフの許容可否は、システム上要求される測定精度に依存する。また、フェーズドアレーを構成するデジタル移相器の性能にも大きく依存する。最終的には個々のケースによって個別の判断が必要になると考えられるが、上記測定誤差解析理論により定量的な議論が可能である。

5.4 実験結果

ここでは、第 5.2 節で提案した測定法および第 5.3 節で導出した測定誤差解析理論を実験より検証した結果を述べる。

5.4.1 測定系の構成と測定条件

測定系の構成と素子アンテナ配列図をそれぞれ図 5.4, 図 5.5 に示す。図に示すように、フェーズドアレーおよびその測定系は第 4.5 節と同一である。但し、提案測定法による各素子の励振位相変化の制御は第 4.5 節の従来の REV 法とは大きく異なる。実験での励振位相変化の詳細は第 5.4.3 項および第 5.4.4 項にて述べる。

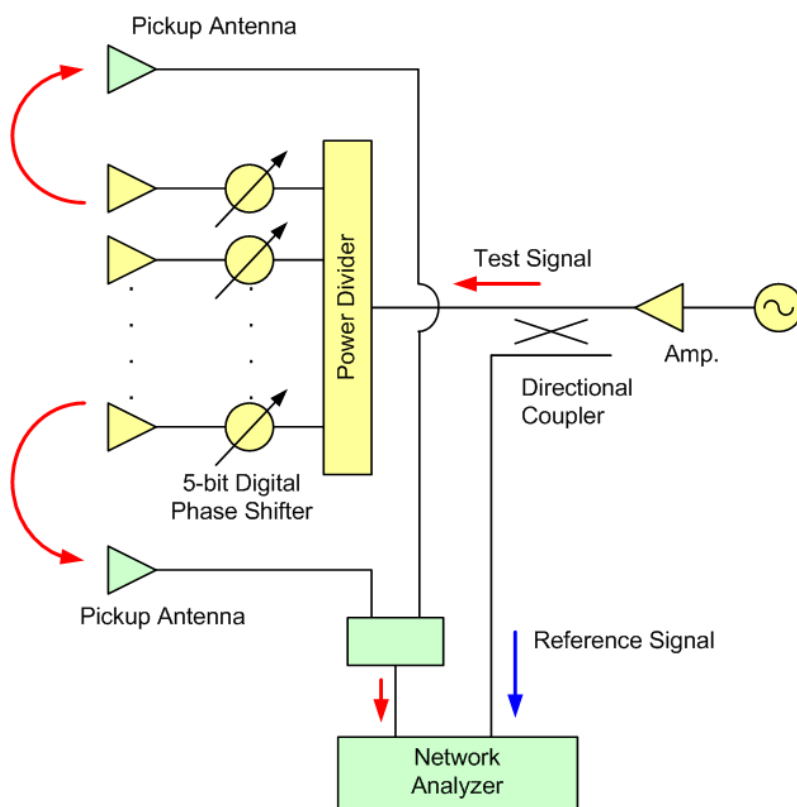


図 5.4 測定系ブロック図

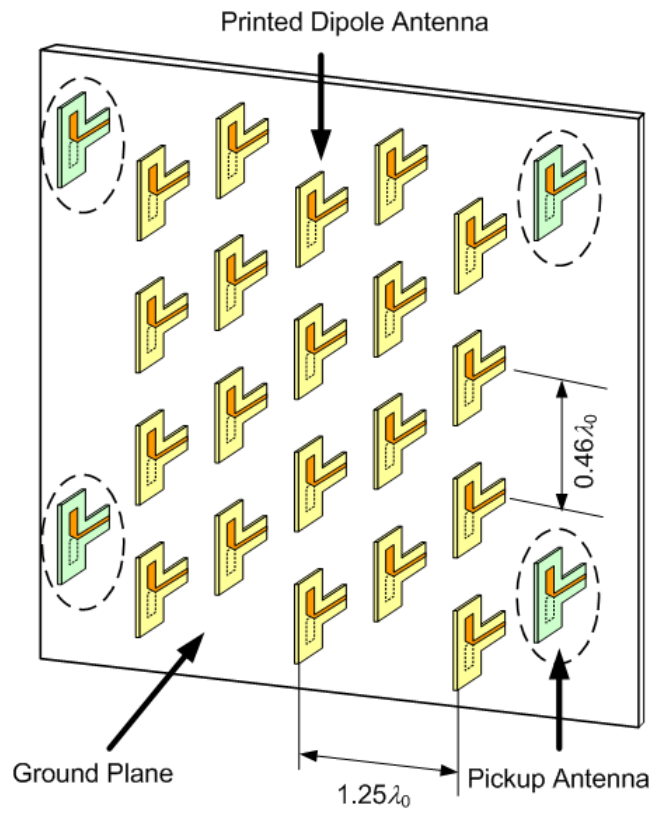


図 5.5 素子アンテナと素子配列図

5.4.2 素子電界の真値の測定

提案測定法による測定の妥当性を検証し、測定誤差を評価するには真値となる素子電界測定値が必要である。ここでは、ベクトルネットワークアナライザを用いて各素子電界値を直接測定した。直接測定は、測定対象以外の素子の入力端子と移相器を含む分配回路の各出力端子を無反射終端して行った。但し、デジタル移相器はビット毎に異なる通過特性誤差を持つため、デジタル移相器の全ビット状態に対し同様の測定を行い、次式のように複素数で平均をとった値を素子電界真値とした。

$$E_{m,ref} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E_{m,i} e^{+ji\Delta\phi} \quad (5.80)$$

ここで、 $E_{m,ref}$ は素子 m の素子電界真値（複素数）、 $E_{m,i}$ はデジタル移相器が i 番目の移相状態であるときの素子 m の素子電界測定値（複素数）、 N はデジタル移相器の全移相状態数、 $\Delta\phi$ はデジタル移相器の最小移相量である。

5.4.3 提案測定法によるアレー合成電力の変化とフーリエ級数展開波形

実験で用いた移相器は 5 ビットデジタル移相器であるため、提案測定法により同時に測定できる素子数は最大 3 素子までである。ここでは、3 素子同時に励振位相を変化させた際に観測されるアレー合成電力の変化、およびそれをフーリエ級数展開した結果を示す。

3つの素子に対しその励振位相をそれぞれ、 $1\Delta\phi$ 、 $5\Delta\phi$ 、 $7\Delta\phi$ の間隔で変化させたときのアレー合成電力変化の測定例を図 5.6 に示す。ここで、 $\Delta\phi$ はデジタル移相器の最小移相量であり、この場合 11.25 度である。

表 5.1 に示したように、提案した測定法により素子電界を求めるためには、 $1\Delta\phi$ 、 $5\Delta\phi$ 、および $7\Delta\phi$ の位相間隔で変化する成分だけでなく、 $2\Delta\phi$ 、 $4\Delta\phi$ 、および $6\Delta\phi$ の間隔で変化する成分もフーリエ級数展開で求める必要がある。図 5.6 の結果からフーリエ級数展開により得た各成分を図 5.7 に示す。図 5.7 に示した各フーリエ係数から素子電界の振幅および位相を求めることができる。その結果は第 5.4.4 項で述べる。

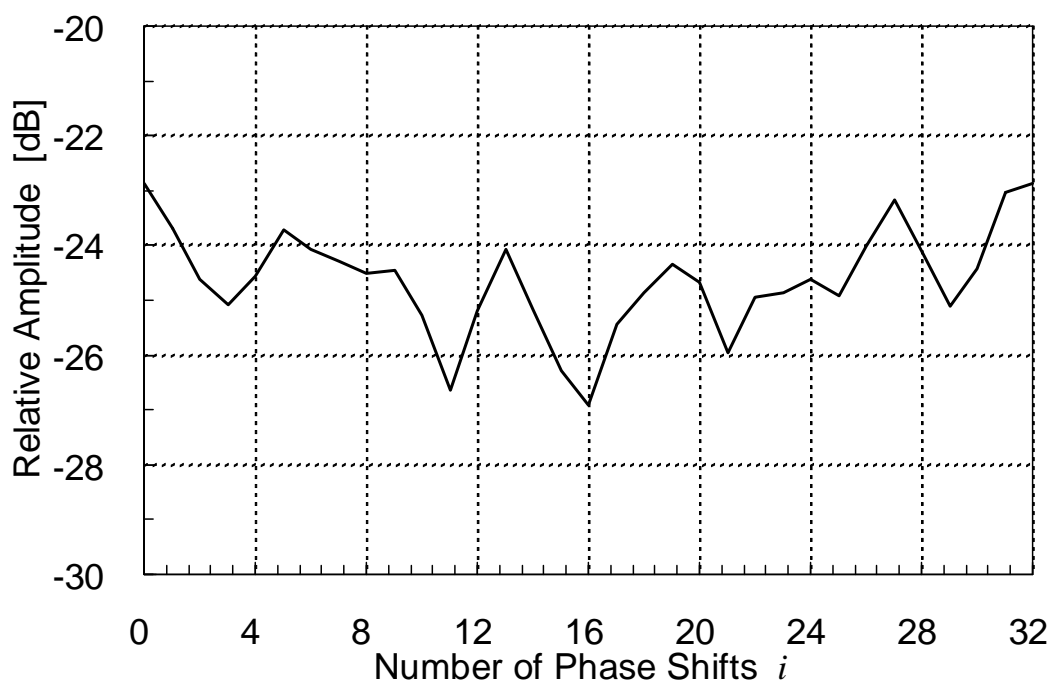
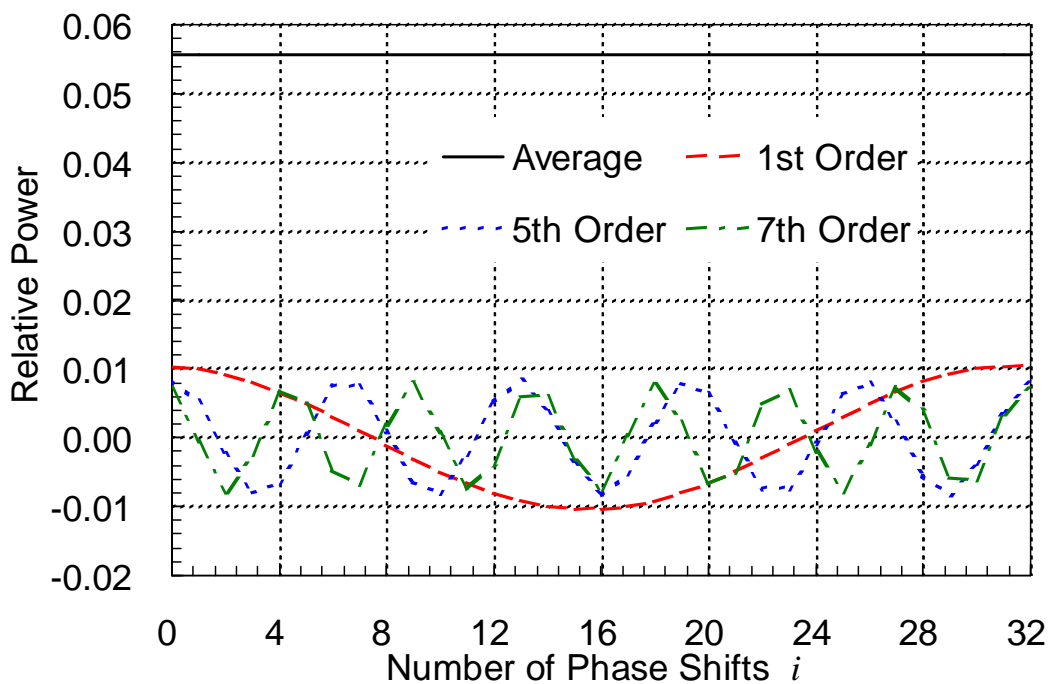
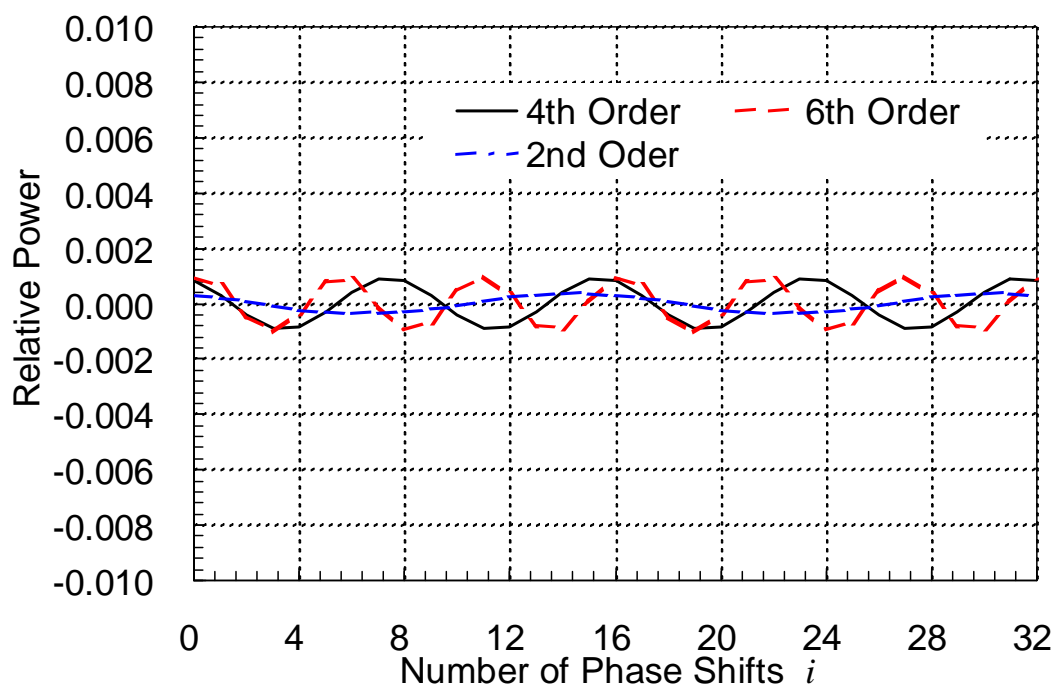


図 5.6 3 素子に対し同時に励振位相を変化させたときの
アレー合成電力変化測定例 (位相間隔 $1\Delta\phi$, $5\Delta\phi$, $7\Delta\phi$)



(a) 平均値および主要波成分



(b) 高調波成分

図 5.7 アレー合成電力変化測定結果のフーリエ級数展開結果

5.4.4 素子電界測定結果

第 5.4.3 項では複数素子に対しその励振位相を互いに異なる周期で変化した際のアレー合成電力変化と、それをフーリエ級数展開した結果を示した。提案測定法では、このフーリエ級数展開した結果を用いて第 5.2 節で示した式で演算処理することにより、素子電界の振幅および位相を求めることができる。ここでは、提案測定法で求めた素子電界値を、第 5.4.2 項記載の方法により測定した素子電界真値と比較することにより提案測定法の有効性を検証する。

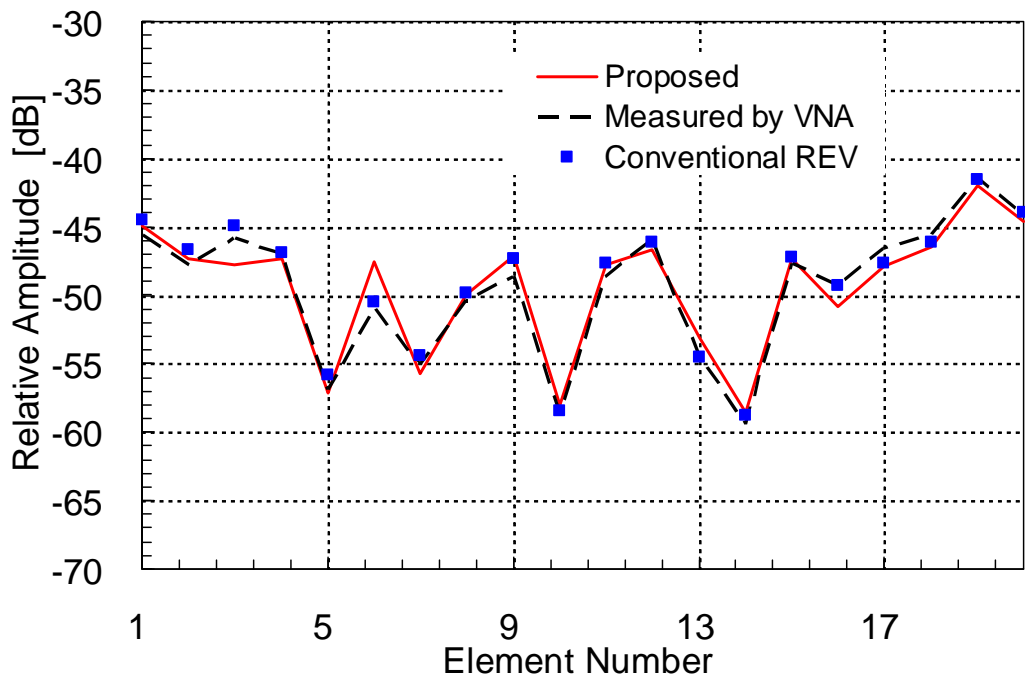
提案測定法による素子電界振幅および位相測定結果をそれぞれ図 5.8, 図 5.9 に示す。図において、横軸は素子番号、縦軸は素子電界の振幅あるいは位相測定結果である。また、同図には比較のため、素子電界真値および従来の REV 法による測定値も示している。また、本論文では、2 種類の測定を行った。一つは 3 素子同時に測定した場合であり、もう一つは 2 素子同時に測定した場合である。但し、全素子数が 20 素子であるため、3 素子同時測定の場合には素子が割り切れない。このため一つの素子については 2 回の測定を行い、平均した結果を測定値とした。また、励振位相を変化させる間隔は、3 素子同時測定の場合は $1\Delta\phi$, $5\Delta\phi$, $7\Delta\phi$ とし、2 素子同時測定の場合には、 $1\Delta\phi$, $5\Delta\phi$ とした。

図 5.8, 図 5.9 から、提案測定法による素子電界測定結果は素子電界真値と良く一致していることが分かる。詳細な測定誤差の評価は第 5.4.5 項にて行うが、この測定結果により提案測定法の有効性が確認できた。

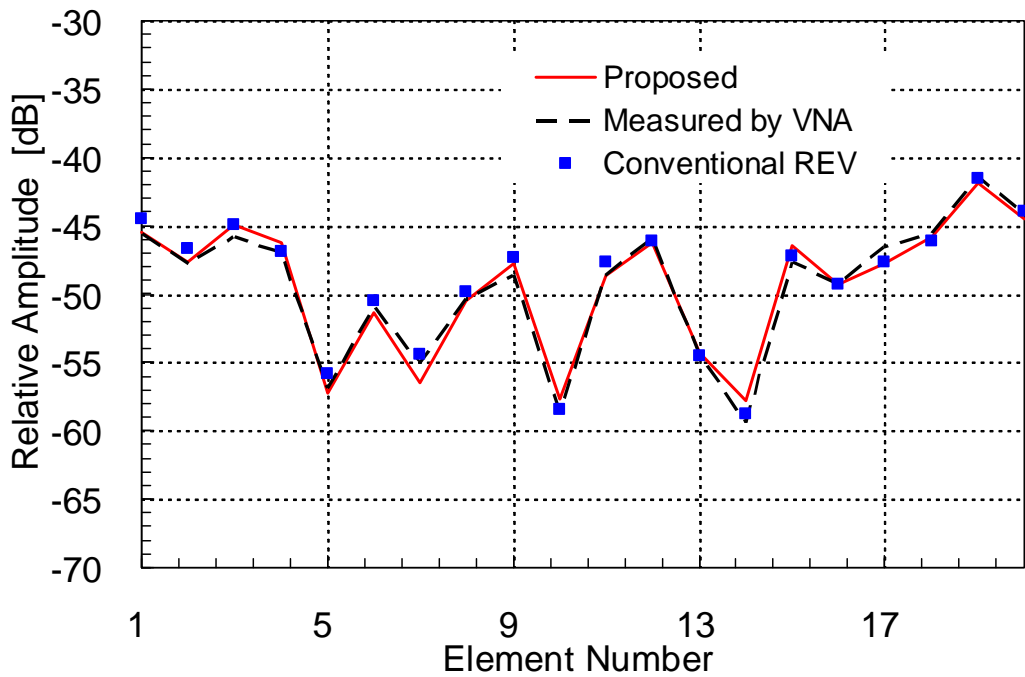
また、提案測定法によるアレー合成電力の測定回数を表 5.3 に示す。表において、 M は同時に測定する素子数であり、 $M=1$ の場合は従来の REV 法の場合を表す。これから分かるように、提案測定方法により、従来の REV 法と比べて測定回数的大幅な削減が可能になることがわかる。

表 5.3 提案測定方法によるアレー合成電力測定回数

M	Number of Measurements
1	640
2	320
3	224

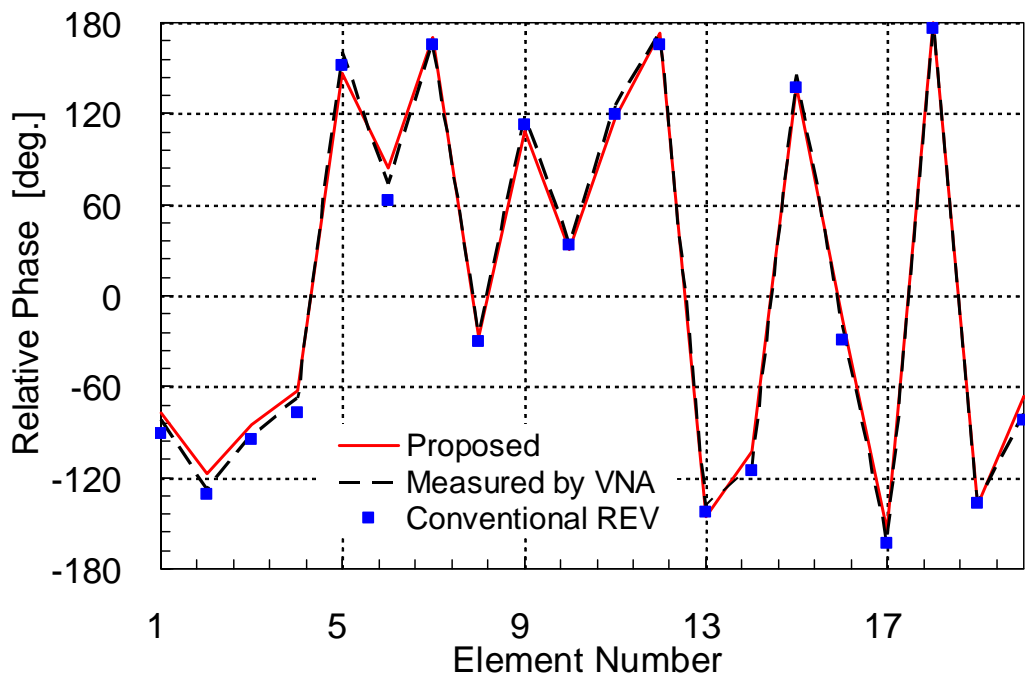


(a) 3素子同時測定の場合 (位相間隔 $1\Delta\phi$, $5\Delta\phi$, $7\Delta\phi$)

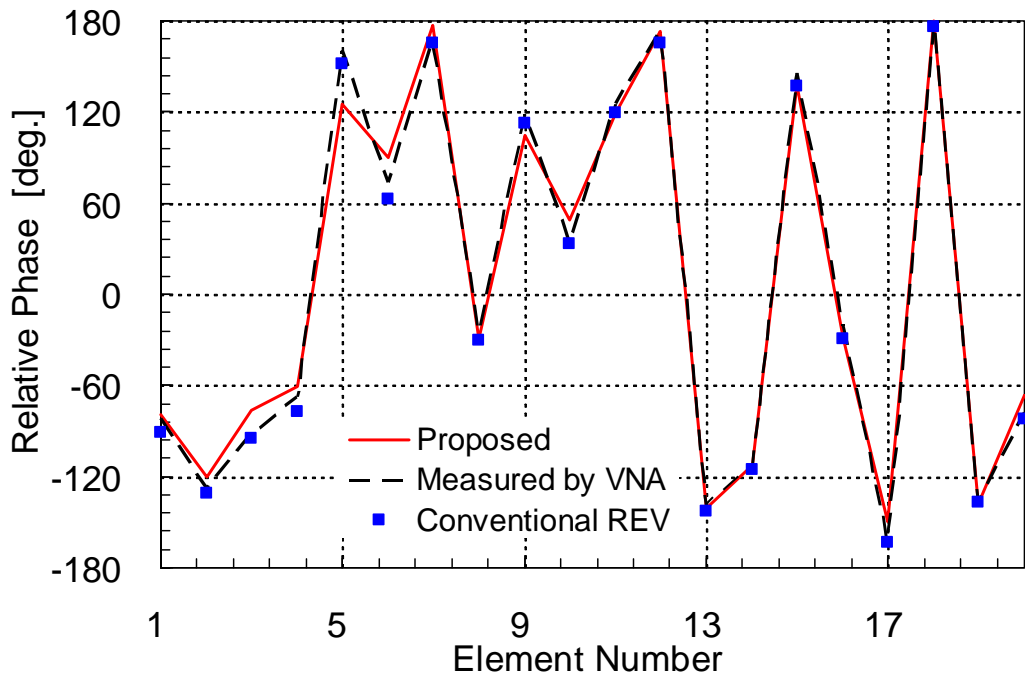


(b) 2素子同時測定の場合 (位相間隔 $1\Delta\phi$, $5\Delta\phi$)

図 5.8 提案測定法による素子電界振幅測定結果



(a) 3 素子同時測定の場合 (位相間隔 $1\Delta\phi$, $5\Delta\phi$, $7\Delta\phi$)



(b) 2 素子同時測定の場合 (位相間隔 $1\Delta\phi$, $5\Delta\phi$)

図 5.9 提案測定法による素子電界位相測定結果

5.4.5 測定精度の検証

第 5.4.4 項において提案測定法の有効性を確認した。ここでは、提案測定法の測定誤差を評価し、第 5.3 節で導出した理論式で予測される測定誤差との比較検証を行う。

理論式により提案測定法の測定誤差を予測するためには、デジタル移相器の通過特性誤差の標準偏差を事前に把握しておく必要がある。今回の実験では、各素子に接続されている 5 ビットデジタル移相器の全てのビット毎の通過特性誤差を測定しており、測定結果は第 4.5.1 項に示したとおりである。その結果、振幅誤差の標準偏差は 1.81dB、位相誤差の標準偏差は 16.1 度であった。

提案測定法による測定誤差を図 5.10 に示し、数値としてまとめたものを表 5.4 に示す。図 5.10 において、横軸は提案測定法により同時に測定する素子数、縦軸は測定誤差である。M=1 の場合は従来の REV 法の場合を表す。また、理論式により予測される測定誤差について、それぞれ併せて示している。これより理論値と測定値の誤差は、振幅 0.37dB 以下、位相 3.06 度以下であり、両者は良く一致していることがわかる。すなわち、第 5.3 節で導出した理論式により、提案測定法の測定誤差を予測できることが確認できた。

また、これらの測定結果より、同時に測定する素子数に従い測定誤差が大きくなる様子も観測できる。これは理論式で予測された通りであるが、最終的には表 5.3 記載の測定回数とのトレードオフになる。

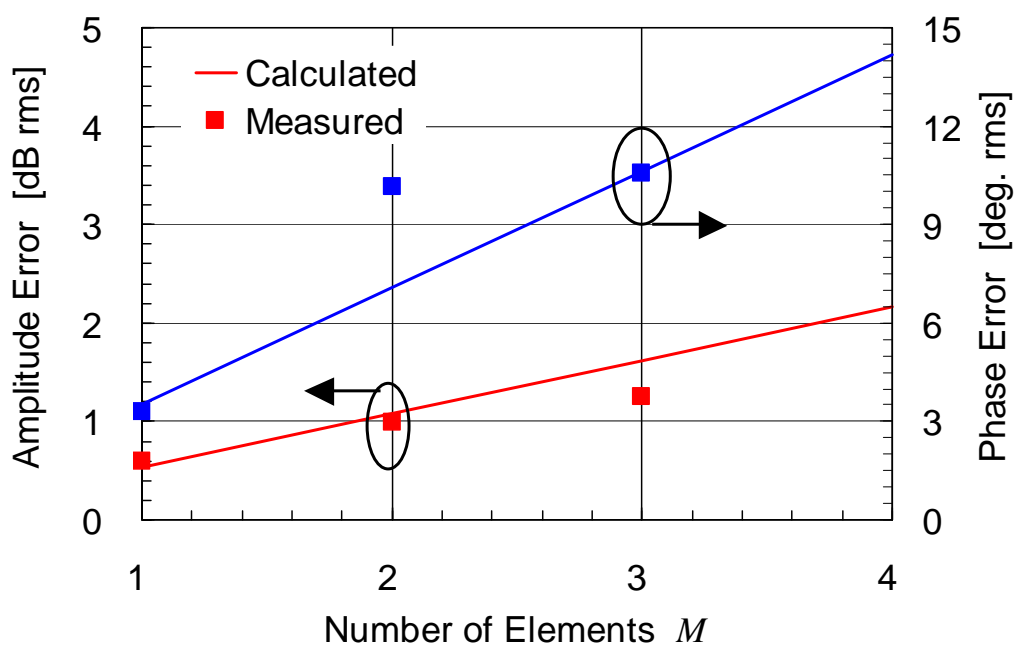


図 5.10 提案測定法による測定誤差

表 5.4 提案測定法により測定誤差のまとめ

Number of Measured Elements	Amplitude Error [dB]			Phase Error [deg.]		
	Calculated	Measured	Difference	Calculated	Measured	Difference
1	0.54	0.60	0.06	3.54	3.27	-0.27
2	1.08	0.99	-0.09	7.08	10.14	3.06
3	1.62	1.25	-0.37	10.62	10.56	-0.06

5.5 結言

フェーズドアレーの各素子電界を測定するための新しい測定法を提案し、その有効性を実験により確認した。提案測定法は、複数個の素子の励振位相を互いに異なる位相間隔で同時に変化させたときのアレー合成電力の変化を測定し、その変化を演算処理することにより当該素子の素子電界を求める方法である。このため、一つの測定結果から複数個の素子電界を同時に求めることが可能であり、従来の REV 法で課題であった測定時間を大幅に短縮することが可能である。例えば、5 ビットデジタル移相器を用いた場合には、従来の REV 法と比べて最大 3 分の 1 まで測定時間を削減することが可能である。

しかしながら、測定時間短縮の代償として測定誤差が増加する。本論文では、提案測定法の測定誤差を求める理論式を導出し、同時に測定する素子数と測定誤差の関係を理論的に明らかにした。また、導出した理論式の有効性を実験により確認した。例えば、5 ビットデジタル移相器を用いた場合には、従来の REV 法と比べて最大 3 倍の測定誤差となる。したがって、測定時間の短縮は測定精度とトレードオフの関係になる。このトレードオフの許容可否は、システム上要求される測定精度に依存する。また、フェーズドアレーを構成するデジタル移相器の性能にも大きく依存する。最終的には個々のケースによって個別の判断が必要になると考えられるが、導出した理論式により定量的な議論が可能である。

また、提案測定法は、アレー合成電力の振幅測定のみで各素子電界の振幅および位相を求めることができる。以上のことより、高精度な位相測定が困難であり、かつ測定時間の短縮が求められる衛星軌道上でのキャリブレーションに対して適用可能な素子電界測定的基础技術を提案測定法により確立できた。但し、提案測定法では複数素子の励振位相を変化させるため、アンテナパターンとしてはビームシフトやサイドローブ上昇などが発生する可能性がある。このため、キャリブレーションのための測定モードを設ける場合には問題にならないが、通信や地球観測などのミッション実行中に提案測定法を適用する場合にはミッション運用に支障をきたす可能性がある。この場合、提案測定法により素子の励振位相を変化させたときのアンテナパターンの変化を計算する必要がある。これについてはアンテナ開口径や素子数などにより結論が異なるため、システム条件に応じて個別に検討する必要がある。

参考文献

- [5.1] 真野清司, 片木孝至, "フェイズドアレーアンテナの素子振幅位相測定法—素子電界ベクトル回転法—," 信学論(B), vol. J65-B, no. 5, pp. 555-560, May 1982.
- [5.2] J.G.V.Hezewijk, "Fast determination of the element excitation of active phased array antennas," in *IEEE AP-S Int. Symp. Digest*, 1991, pp. 1478-1481, 1991.
- [5.3] K. M. Lee R. S. Chu, and S. C. Liu, "A built-in performance monitoring/fault isolation and correction (PM/FIC) system for active phased-array antennas," *IEEE Trans. Antennas Propag.* vol. 41, no. 11, pp. 1530-1540, Nov. 1993.
- [5.4] G.A.Hampson and A.B.Smolders, "A fast and accurate scheme for calibration of active phased-array antennas," in *IEEE AP-S Int. Symp. Digest*, 1999, pp. 1040-1043.
- [5.5] S. D. Silverstein, "Application of orthogonal codes to the calibration of active phased array antennas for communication satellites," *IEEE Trans. on Signal Process.*, vol. 45, no. 1, pp. 206-218, Jan. 1997.
- [5.6] R. Sorace, "Phased array calibration," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 49, no. 4, pp. 517-525, Apr. 2001.
- [5.7] T. Takahashi, Y. Konishi, S. Makino, H. Ohmine, and H. Nakaguro, "Fast Measurement Technique for Phased Array Calibration," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 56, no. 7, pp. 1888-1899, Jul. 2008.

6. 結論

本論文では、衛星搭載用フェーズドアレーアンテナの高機能化を目的とし、これを実現していくために必要な以下の要素技術を研究テーマとした。

- (1) 軽量アンテナ設計技術.
- (2) 直交偏波共用アンテナ設計技術.
- (3) 高精度素子電界測定技術
- (4) 高速素子電界測定技術

第2章~第5章は、それぞれ上記(1)~(4)にそれぞれ対応しており、以下では各章にて得られた研究成果を要約する。

第2章では、衛星搭載用フェーズドアレーの軽量素子としてメッシュ地導体から構成される展張方式マイクロストリップアンテナを提案し、その設計法として摂動法に基づく2つの解析手法を提案した。一方の解析手法はメッシュ地導体からの放射損を静電近似により求める方法であり、共振周波数を解析的に閉じた形で表現することが可能である。このため、メッシュ地導体の導体面積や誘電体基板の厚さが共振周波数に与える影響を定性的に把握することが可能である。もう一方は、メッシュ地導体を無限周期アレーと見なし積分方程式を解いた上で放射損を求める手法であり、前者に比べるとより精度の高い結果を求めることが可能である。また、共振周波数解析結果から、インピーダンス特性および後方放射パターンを解析する手法についても示した。提案手法により求めた共振周波数、インピーダンス特性および後方放射パターンを測定値と比較した結果、両者は良く対応し、提案した解析手法の有効性を確認できた。提案した解析手法は、衛星搭載用軽量アンテナであるメッシュ地導体を有するマイクロストリップアンテナの設計に適しており、従来のモーメント法やFDTD法などの数値解析手法と比べると設計時間の大幅な短縮が可能である。このため、提案手法は将来の衛星搭載用大型フェーズドアレーの素子アンテナ設計へ大きく貢献できる。

第3章では、直交偏波共用マイクロストリップアンテナにおいて低交差偏波特性を実現する新たな設計法を提案した。提案した設計法は、直交偏波に対応した2つ給電点を互いに直交する位置から摂動させることにより意図的に交差偏波成分を発生させ、これと直交給電点間の相互結合により発生した交差偏波成分を打ち消すものである。また、この交差偏波抑圧原理を元に、給電点摂動量の最適設計条件を理論的に明らかにした。FDTD法による数値計算結果および実験結果により、提案した設計法および最適設計条件の有効性を確認した。提案した設計法は、低交差偏波のための特別な給電回路を必要とせず従来とほぼ同じ単純な構成で低交差偏波を実現できる、主偏波の特性劣化を誘発しないなどの特長を有するため、実装面積が制限されるフェーズドアレーの素子に対して特に有効な設計法である。したがって、提案設計法を衛星搭載フェーズドアレーの素子に適用することにより、直交偏波共用の低交差偏波フェーズドアレーを容易に実現できる。提案設計法は衛星通信用フェーズドアレーの

素子に対して適用され実用化されている。

第4章では、フェーズドアレーの素子電界測定法として有効なREV法の測定精度の理論検討を行った。REV法の主な測定誤差要因として、デジタル移相器の通過特性誤差および測定系熱雑音を取り上げ、これらの誤差要因とREV法測定誤差の関係を理論的に明らかにした。また、この理論を用いることにより、REV法を行う測定系の回線設計指針を簡潔な形で導いた。さらに、導出した理論の有効性を実験により確認した。これにより、フェーズドアレー設計時において所望の素子電界測定精度を実現するために必要なデジタル移相器および測定系の設計指針が明確になった。したがって、導出した理論を元に設計を行うことにより、今まで以上に高精度なキャリブレーションを実現できるようになる。本理論は衛星搭載フェーズドアレーの設計とキャリブレーションのための測定系設計に使用されており、実用に供されている。また、本理論を用いて設計した自己診断測定系を組みこんだフェーズドアレーを搭載した衛星の打ち上げが計画されている。

第5章では、フェーズドアレーの各素子電界の測定時間短縮を目的として、新しい測定法を提案し、その有効性を実験により確認した。提案測定法は、複数個の素子の励振位相を互いに異なる位相間隔で同時に変化させたときのアレー合成電力の変化を測定し、その変化を演算処理することにより当該素子の素子電界を求める方法である。このため、一つの測定結果から複数個の素子電界を同時に求めることが可能であり、従来のREV法で課題であった測定時間を大幅に短縮することが可能である。例えば、5ビットデジタル移相器を用いた場合には、従来のREV法と比べて最大3分の1まで測定時間を削減することが可能である。しかしながら、測定時間短縮の代償として測定誤差が増加することが理論的に明らかとなった。本論文では提案測定法の測定誤差を求める理論式を導出し、同時に測定する素子数と測定誤差の関係を理論的に求めた。また、導出した理論式の有効性を実験により確認した。例えば、5ビットデジタル移相器を用いた場合には、従来のREV法と比べて最大3倍の測定誤差となる。したがって、測定時間の短縮は測定精度とトレードオフの関係になるが、導出した理論式により定量的な議論が可能である。また、提案測定法は、従来のREV法と同様にアレー合成電力の振幅測定のみで各素子電界の振幅および位相を求めることができる。したがって、高精度な位相測定が困難であり、かつ測定時間の短縮が求められる衛星軌道上でのキャリブレーションに対して適用可能な素子電界測定の基礎技術を提案測定法により確立できた。但し、通信や地球観測などのミッション実行中に提案測定法を適用する場合にはアンテナパターンが乱れる可能性があるため、各システムに応じたアンテナパターンの検討を別途行う必要がある。

以上、衛星搭載用フェーズドアレーの高機能化を目的とし、これを実現していくために必要な要素技術の研究成果を述べた。衛星通信あるいは衛星リモートセンシングは将来的にさらに高度なシステムへと発展していく方向であり、衛星搭載用アンテナとしてのフェーズドアレーに対する期待は大きくなっている。これら高度な衛星システムを実現していくためには、アンテナの大型化、直交偏波共用化、高精度ビーム形成などの機能が必要であり、本論文の研究成果が将来的な衛星システム実現に貢献できるものとする。

謝辞

本研究をまとめるにあたり，終始懇切丁寧なご指導ならびにご鞭撻を賜りました，早稲田大学基幹理工学研究科教授 高畑文雄博士に心より感謝の言葉を申し上げます。

また，本研究をまとめるにあたり，貴重なご助言を賜りました，早稲田大学基幹理工学研究科教授 甲藤二郎博士，同科准教授 前原文明博士に謹んで感謝の言葉を申し上げます。

筆者が早稲田大学在学中にご指導ならびにご鞭撻を賜るとともに，本研究をまとめるに際して多大なご高配を賜りました，早稲田大学先進理工学研究科教授 石山敦士博士に深く感謝の言葉を申し上げます。

本研究の機会を与えていただくとともに，ご指導ならびにご鞭撻をいただきました，三菱電機株式会社鎌倉製作所顧問 片木孝至博士，広島工業大学工学部電気・デジタルシステム工学科教授 浦崎修治博士（元三菱電機株式会社），三菱電機株式会社鎌倉製作所主管技師長 松永誠博士，金沢工業大学工学部電気系情報通信工学科教授 牧野滋博士（元三菱電機株式会社）に深く感謝いたします。

また，本研究の機会を与えていただくとともに，本研究の遂行および論文作成に対して多大なご指導ならびにご鞭撻をいただきました三菱電機株式会社情報技術総合研究所副所長 千葉勇博士，同所アンテナ技術部部长 小西善彦博士，同所開発戦略部企画グループ専任 大塚昌孝博士に心より感謝いたします。

本研究の遂行にあたり，暖かいご指導ならびにご鞭撻を頂きました，三菱電機株式会社通信機製作所技術部 沼崎正氏に深く感謝いたします。

また，本研究の遂行にあたり，貴重なご助言をいただくとともに，多大なご支援をいただきました，三菱電機株式会社鎌倉製作所衛星情報システム部次長 中畔弘晶氏，同部電波センサシステム課主席技師長 青木俊彦氏，同所宇宙システム部プロジェクト部長 針生健一博士，同所衛星情報システム部電波センサシステム課チームリーダー 佐倉武志氏，同所宇宙総合試験部品品質管理課チームリーダー 北尾史郎氏，同所衛星情報システム部電波センサシステム課 岩瀬一朗氏，同社情報技術総合研究所アンテナ技術部アレーアンテナチーム 中本成洋氏に篤く感謝いたします。

また，本研究の第2章で提案した軽量アンテナの試作にあたり，多大なご協力をいただきました，元三菱電機株式会社先端技術総合研究所マテリアル技術部 尾崎毅志博士，同 樺島重憲氏に感謝いたします。

また，本研究の第4章での検討にあたり，貴重なご討論をいただきました，宇宙航空研究開発機構研究開発本部通信・データ処理グループ技術領域サブリーダー 谷島正信氏に感謝いたします。

本研究の論文作成にあたり，貴重なご助言をいただきました三菱電機株式会社鎌倉製作所技術部電子技術第四課主席技師長 大嶺裕幸博士，同社情報技術総合研究所アンテナ技術部波動素子チームチームリーダー 宮下裕章博士，同部アレーアンテナチームチームリーダー 西野有博士に感謝いたします。

本研究は、以上の方々のほか、多数の方々のご指導ならびにご協力により達成されたものであり、ここに謹んでお礼を申し上げます。

最後に、本論文の執筆にあたり、筆者を支えてくれた妻 彰子、長女 愛実をはじめとする家族に感謝いたします。

研究業績

2009年 7月 現在. ○は本博士論文の主たる論文.

種 類 別	題名、 発表・発行掲載誌名、 発表・発行年月、 連名者 (申請者含む)
論文	T. Takahashi, N. Nakamoto, M. Ohtsuka, T. Aoki, Y. Konishi, and M. Yajima, "A simple on-board calibration method and its accuracy for mechanical distortions of satellite phased array antennas," 3rd European Conference on Antennas Propagation (EuCAP2009), pp. 1573-1577, Mar. 2009.
論文 ○	高橋徹, 中本成洋, 大塚昌孝, 佐倉武志, 青木俊彦, 小西善彦, 谷島正信, "フェーズドアレーアンテナ測定系熱雑音による素子電界ベクトル回転法の測定誤差の理論検討," 信学論 B, vol. J92-B, no. 2, pp. 446-457, Feb. 2009.
論文 ○	T. Takahashi, Y. Konishi, S. Makino, H. Ohmine, and H. Nakaguro, "Fast measurement technique for phased array calibration," IEEE Trans. Antennas Propagat. vol. 56, no. 7, pp. 1888-1899, Jul. 2008.
論文 ○	高橋徹, 宮下裕章, 小西善彦, 牧野滋, "素子電界ベクトル回転法の測定精度に関する理論検討," 信学論 B, vol. J88-B, no. 1, pp. 280-290, Jan. 2005.
論文	T. Takahashi, Y. Konishi, T. Noguchi, N. Futagawa, K. Kimura, "Payload configuration study for quasi zenith satellite system," 22nd AIAA International Communications Satellite Systems Conference & Exhibit 2004, AIAA2004-3234, 2004.
論文 ○	高橋徹, 岩瀬一朗, 中畔弘晶, 宮下裕章, 小西善彦, "直交偏波共用パッチアンテナの給電点摂動による低交差偏波設計法," 信学論 B, vol. J86-B, no. 9, pp. 1833-1840, Sep. 2003.
論文	T. Takahashi, Y. Konishi, H. Nakaguro, and I. Iwase, "A low-cross-polarization design method for dual-polarized patch antennas," JINA2002-International Symposium on Antennas, vol. 1, pp. 431-434, Nov. 2002.
論文 ○	T. Takahashi and I. Chiba, "Perturbational analysis of microstrip antennas with meshed ground planes," IEICE Trans. Commun., vol. E85-B, no. 9, pp. 1787-1796, Sep. 2002.
論文	T. Takahashi, Y. Konishi, K. Hariu, H. Nakaguro, I. Chiba, "Beam pointing error analysis for phased array antennas with true time delay modules," IEEE AP-S International Symposium Digest, 2002, pp. 606-609.
論文	T. Takahashi, I. Chiba, "Approximate analysis of a microstrip antenna with meshed ground plane," Proceeding of ISAP 2000, 2C2-2, 2000.
論文	T. Takahashi, I. Chiba, "Analytical investigation of resonant frequency of a microstrip antenna with meshed ground plane," IEICE Trans. Electron., vol. E83-C,

	no. 5, pp. 755-758, May 2000.
論文	T. Takahashi, Y. Konishi, S. Makino, S. Kabashima, T. Ozaki, "Super lightweight planar array antenna with stretched structure for satellite communication systems," IEEE AP-S International Symposium Digest, 1999, pp. 2096-2099.
論文	T. Takahashi, M. Ohtsuka, Y. Konishi, "Active impedance based on the cavity model of a circular microstrip antenna element for an infinite planar array antenna," IEEE AP-S International Symposium Digest, 1997, pp. 1848-1851.
論文	T. Takahashi, R. Yonezawa, I. Chiba, M. Matsunaga, "Gain improvement of a multi-channel array antenna," Proceeding of ISAP '96, pp. 157-160, 1996.
講演	高橋徹, 中本成洋, 大塚昌孝, 青木俊彦, 小西善彦, 谷島正信, "衛星搭載用フェーズドアレーアンテナの機械的変形を補正するビーム指向校正方法の校正精度改善に関する検討," 信学技報 A・P2008-179, pp. 169-174, 2009.
講演	高橋徹, 中本成洋, 大塚昌孝, 青木俊彦, 小西善彦, 谷島正信, "衛星搭載用フェーズドアレーアンテナの機械的な変形を補正するビーム指向校正方式と校正精度に関する検討," 信学技報 A・P2008-132, pp. 121-126, 2008.
講演	高橋徹, 中本成洋, 大塚昌孝, 小西善彦, 青木俊彦, 谷島正信, "衛星搭載用フェーズドアレーアンテナの機械的な変形を補正するビーム指向校正方法の検討," 2008 信学通信ソサイエティ大会, B-1-114, 2008.
講演	高橋徹, 大塚昌孝, 佐倉武志, 小西善彦, "フェーズドアレーアンテナ測定系回線設計と素子電界ベクトル回転法の測定誤差の理論検討," 信学技報 A・P2008-12, pp. 5-10, 2008.
講演	高橋徹, 大塚昌孝, 佐倉武志, 小西善彦, "素子電界ベクトル回転法を用いたフェーズドアレーアンテナ測定系の回線設計指針," 2008 信学総合大会, B-1-6, 2008.
講演	高橋徹, 大塚昌孝, 宮崎幸一, 佐倉武志, 辻雅生, "フェーズドアレー測定系回線設計と素子電界ベクトル回転法の測定精度の理論検討," 2007 信学通信ソサイエティ大会, B-1-88, 2007.
講演	高橋徹, 小西善彦, "複数素子を同時に測定する素子電界ベクトル回転法による測定精度の理論検討," 2004 信学通信ソサイエティ大会, B-1-158, 2004.
講演	高橋徹, 小西善彦, "複数素子を同時に測定する素子電界ベクトル回転法," 信学技報 A・P2004-74, pp. 47-52, 2004.
講演	高橋徹, 小西善彦, 浦崎修治, "複数素子を同時に測定する素子電界ベクトル回転法," 2004 信学総合大会, B-1-81, 2004.
講演	高橋徹, 小西善彦, 牧野滋, "大型展開アクティブフェーズドアレーアンテナの要素技術開発," 信学技報 SPS2003-10, pp. 1-4, 2004.

講演	高橋徹, 北尾史郎, 小西善彦, "アクティブフェーズドアレーアンテナの自己診断システムの測定精度改善に関する一検討," 2003 信学通信ソサイエティ大会, B-1-79, 2003.
講演	高橋徹, 宮下裕章, 小西善彦, "フェーズドアレーアンテナの励振振幅位相誤差と素子電界ベクトル回転法の測定誤差の関係," 信学技報 A・P2003-19, pp. 31-36, 2003.
講演	高橋徹, 宮下裕章, 小西善彦, "フェーズドアレーアンテナの励振振幅位相誤差と素子電界ベクトル回転法の測定誤差の関係," 2003 信学総合大会, B-1-186, 2003
講演	高橋徹, 小西善彦, 沼崎正, "無給電素子つき直交偏波共用パッチアンテナの低交差偏波設計法の検討," 2002 信学通信ソサイエティ大会, B-1-104, 2002.
講演	高橋徹, 宮下裕章, 小西善彦, 中畔弘晶, 岩瀬一朗, "直交偏波共用パッチアンテナの給電点摂動による低交差偏波設計法," 信学技報 A・P2002-70, pp. 43-48, 2002.
講演	高橋徹, 小西善彦, 中畔弘晶, 岩瀬一朗, "直交偏波共用パッチアンテナの給電点摂動による低交差偏波設計法," 2002 信学総合大会, B-1-95, 2002.
講演	高橋徹, 小西善彦, 針生健一, 中畔弘晶, 千葉勇, "実時間遅延移相器を用いたフェーズドアレーアンテナのビーム指向誤差と誤差補正法," 信学技報 A・P 2001-191, pp. 7-14, 2002.
講演	高橋徹, 小西善彦, 千葉勇, 亀谷幸一, 針生健一, "広角低軸比マイクロストリップアンテナを得るインピーダンス整合法," 2001 信学通信ソサイエティ大会, B-1-96, 2001.
講演	高橋徹, 千葉勇, 針生健一, 中畔弘晶, "実時間遅延移相器を設けたフェーズドアレーアンテナの遅延位相誤差補正法と誤差解析," 2001 信学総合大会, B-1-99, 2001.
講演	高橋徹, 千葉勇, "サブアレー単位で実時間遅延移相器を設けたフェーズドアレーアンテナのビーム方向誤差近似式," 2000 信学通信ソサイエティ大会, B-1-138, 2000.
講演	高橋徹, 千葉勇, "メッシュ地導体を用いたマイクロストリップアンテナ近似解析法," 2000 信学総合大会, B-1-142, 1999.
講演	高橋徹, 千葉勇, "メッシュ地導体を用いたマイクロストリップアンテナの共振周波数," 信学技報, A・P 99-111, pp. 37-44, 1999.
講演	高橋徹, 千葉勇, "メッシュ地導体を用いたマイクロストリップアンテナの共振周波数," 1999 信学通信ソサイエティ大会, B-1-114, 1999.

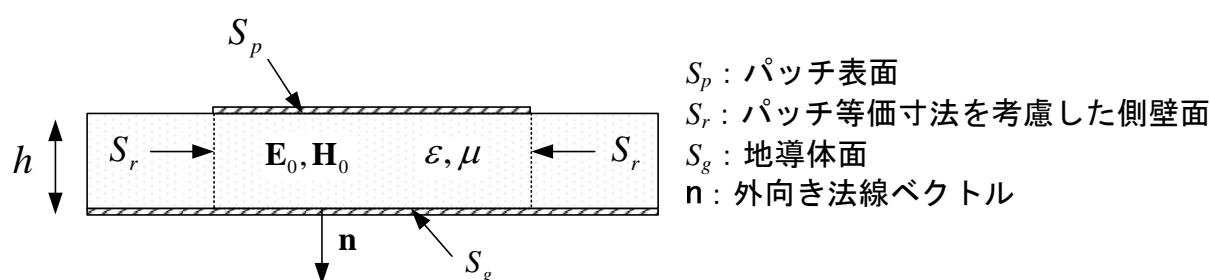
講演	高橋徹, 小西善彦, 牧野滋, 樺島重憲, 尾崎毅志, "衛星搭載用超軽量展張方式平面アレーアンテナ," 1999 信学総合大会, B-1-165, 1999.
講演	高橋徹, 小西善彦, 牧野滋, 樺島重憲, 尾崎毅志, "衛星搭載用超軽量展張方式平面アレーアンテナ," 信学技報 A・P98-113, pp. 45-50, 1998.
講演	高橋徹, 小西善彦, 樺島重憲, 尾崎毅志, "衛星搭載用超軽量非励振素子装荷展張方式パッチアンテナ," 1998 信学通信ソサイエティ大会, B-1-55, 1998.
講演	高橋徹, 大塚昌孝, 小西善彦, 樺島重憲, 尾崎毅志, "衛星搭載用超軽量展張方式平面アンテナ," 1998 信学総合大会, B-1-193, 1998.
	他論文 5 件, 講演 34 件, 特許 14 件

付録 A. 本論中の式の導出詳細

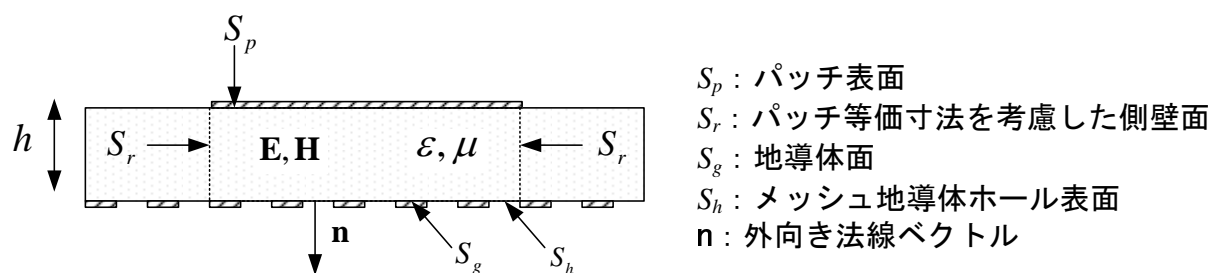
A.1 第 2 章の Maxwell 方程式からの摂動法による共振周波数導出

メッシュ地導体を用いたマイクロストリップアンテナの共振周波数に関して、筆者らは Maxwell の方程式から導出する別手法を文献[2.9]において提案した. 最終的に本論文と同一の結果となるが、ここではこの別手法による導出を示す.

マイクロストリップアンテナは一種のキャビティと見なすことができる[2.8]. これは、地導体として理想的な導体を用いた場合、メッシュ地導体を用いた場合、両方に対して言えることであり、キャビティを構成する各壁の定義を図 A1 に示す.



(a) 理想的な地導体の場合



(b) メッシュ地導体の場合

図 A1 マイクロストリップアンテナのキャビティモデル断面図

理想的な地導体を用いた場合の共振角周波数を ω_0 、そのときのキャビティ内部の電磁界を \mathbf{E}_0 、 \mathbf{H}_0 とする。一方メッシュ地導体を用いた場合の共振角周波数を ω 、そのときのキャビティ内部の電磁界を \mathbf{E} 、 \mathbf{H} とする。各々は Maxwell の方程式を満たす。

$$-\nabla \times \mathbf{E}_0 = j\omega_0 \mu \mathbf{H}_0 \quad (\text{A.1})$$

$$\nabla \times \mathbf{H}_0 = j\omega_0 \varepsilon \mathbf{E}_0 \quad (\text{A.2})$$

$$-\nabla \times \mathbf{E} = j\omega \mu \mathbf{H} \quad (\text{A.3})$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega \varepsilon \mathbf{E} \quad (\text{A.4})$$

また、境界条件として以下の式をみだす。但し、 \mathbf{n} はキャビティ境界に垂直な外向きの法線ベクトルである。

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E}_0 = 0, \quad \mathbf{n} \times \mathbf{E} = 0 \quad \text{at} \quad S_p \text{ and } S_g \text{ (パッチと地導体)} \quad (\text{A.5})$$

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H}_0 = 0, \quad \mathbf{n} \times \mathbf{H} = 0 \quad \text{at} \quad S_r \text{ (キャビティ側壁)} \quad (\text{A.6})$$

式(A.1)の共役をとり両辺ともに \mathbf{H} との内積をとると次式を得る。

$$-\mathbf{H} \cdot \nabla \times \mathbf{E}_0^* = -j\omega_0 \mu \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{H} \quad (\text{A.7})$$

式(A.4)の両辺ともに \mathbf{E}_0^* との内積をとると次式を得る。

$$\mathbf{E}_0^* \cdot \nabla \times \mathbf{H} = j\omega \varepsilon \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_0^* \quad (\text{A.8})$$

式(A.8)から式(A.7)を引きベクトル公式 $\nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot \nabla \times \mathbf{A} - \mathbf{A} \cdot \nabla \times \mathbf{B}$ を用いて変形すると次式を得る。

$$\nabla \cdot (\mathbf{H} \times \mathbf{E}_0^*) = j\omega \varepsilon \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_0^* - j\omega_0 \mu \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{H} \quad (\text{A.9})$$

式(A.2)、式(A.3)に対しても同様の式の変形をおこなうと次式を得る。

$$\nabla \cdot (\mathbf{H}_0^* \times \mathbf{E}) = j\omega \mu \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{H} - j\omega_0 \varepsilon \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_0^* \quad (\text{A.10})$$

式(A.9)、式(A.10)を足し合わせ、キャビティ内部で積分すると次式を得る。

$$\int \int \int_v \nabla \cdot (\mathbf{H} \times \mathbf{E}_0^*) dv + \int \int \int_v \nabla \cdot (\mathbf{H}_0^* \times \mathbf{E}) dv = j(\omega - \omega_0) \int \int \int_v (\varepsilon \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_0^* + \mu \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{H}) dv \quad (\text{A.11})$$

さらにガウスの定理を適用し，境界条件である式(A.5)および式(A.6)により，式(A.11)は次のようになる．

$$\int \int_{S_h} (\mathbf{H}_0^* \times \mathbf{E}) \cdot \mathbf{n} \, ds = j(\omega - \omega_0) \int \int \int_v (\varepsilon \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_0^* + \mu \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{H}) \, dv \quad (\text{A.12})$$

ここで，理想的な地導体を用いた場合とメッシュ状地導体を用いた場合のキャビティ内部の電磁界の変化は小さいとして，式(A.12)の右辺を以下のように近似する．

$$\begin{aligned} j(\omega - \omega_0) \int \int \int_v (\varepsilon \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}_0^* + \mu \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{H}) \, dv &\approx j(\omega - \omega_0) \int \int \int_v (\varepsilon \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{E}_0^* + \mu \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{H}_0) \, dv \\ &= j(\omega - \omega_0) \int \int \int_v (\varepsilon |\mathbf{E}_0|^2 + \mu |\mathbf{H}_0|^2) \, dv \\ &= 4j(\omega - \omega_0) W_t \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

ここで， W_t はキャビティ内部に蓄えられるエネルギーである．

式(A.12)の左辺は， \mathbf{n} の向きに注意してメッシュのホールでの等価磁流源を \mathbf{M} とすると以下のようになる[2.7].

$$\begin{aligned} \int \int_{S_h} (\mathbf{H}_0^* \times \mathbf{E}) \cdot \mathbf{n} \, ds &= - \sum_i \int \int_{S_h} (\mathbf{H}_0^* \times \mathbf{E}) \cdot \mathbf{n} \, ds \\ &= - \sum_i \int \int_{S_h} (\mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{M}) \, ds \\ &\approx -j\omega \sum_i \mu \mathbf{H}_0^*(x_i, y_i) \cdot \mathbf{M}_0(x_i, y_i) + \mathbf{E}_0^*(x_i, y_i) \cdot \mathbf{P}_0(x_i, y_i) \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

ここで， S_{hi} は*i*番目のホール表面， x_i, y_i は*i*番目のホール中心座標， $\mathbf{M}_0, \mathbf{P}_0$ はそれぞれホール中心での等価磁気ダイポールモーメント，等価電気ダイポールモーメントである．これらは円形ホールの半径を r_0 とし静電近似を用いると以下のように求められる[2.7].

$$\mathbf{M}_0(x_i, y_i) = \frac{4}{3} r_0^3 \mathbf{H}_0(x_i, y_i) \quad (\text{A.15})$$

$$\mathbf{P}_0(x_i, y_i) = -\frac{2}{3} \varepsilon r_0^3 (\mathbf{E}_0(x_i, y_i) \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} \quad (\text{A.16})$$

したがって，式(A.14)は以下のようになる．

$$\iint_{S_h} (\mathbf{H}_0^* \times \mathbf{E}) \cdot \mathbf{n} \, ds \approx -j\omega \sum_i \left(\frac{4}{3} \mu r_0^3 |\mathbf{H}_0(x_i, y_i)|^2 - \frac{2}{3} \varepsilon r_0^3 |\mathbf{E}_0(x_i, y_i)|^2 \right) \quad (\text{A.17})$$

式(A.13), 式(A.17)を式(A.12)に代入し, メッシュ状地導体を用いたときの共振角周波数 ω について解くと次式を得る.

$$\begin{aligned} \omega &= \omega_0 \frac{W_t}{W_t + \sum_i \left\{ \frac{1}{3} \mu r_0^3 |\mathbf{H}_0(x_i, y_i)|^2 - \frac{1}{6} \varepsilon r_0^3 |\mathbf{E}_0(x_i, y_i)|^2 \right\}} \\ &\approx \omega_0 - \frac{\omega_0}{W_t} \sum_i \left\{ \frac{1}{3} \mu r_0^3 |\mathbf{H}_0(x_i, y_i)|^2 - \frac{1}{6} \varepsilon r_0^3 |\mathbf{E}_0(x_i, y_i)|^2 \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

すなわち, 式(2.8)と同じ式を得ることができる.

A.2 第2章無限周期アレー解析モデル領域1の磁界表現式の導出

図 2.7 に示した無限周期アレー解析モデルの領域 1 の磁界表現式の導出を行う．図 2.7 に示すように，領域 1 の磁界は平行平板導波路内の磁界であり，その波源はホール上の等価磁流 \mathbf{M} である．文献[2.12]記載の手法を用いると，磁流 \mathbf{M} による平行平板内の磁界は平面波展開の形で表すことができ，次のようになる．

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_1(x, y, z) = & -\frac{j\omega\varepsilon}{(2\pi)^2} \iint_{S_i} \mathbf{M}(x', y') \cdot \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2j\gamma} e^{-jk_x(x-x')-jk_y(y-y')} \right. \\ & \times \frac{1}{\Delta} \left\{ \hat{n}'\hat{n}'(e^{-j\gamma z} + e^{-j2\gamma h}e^{j\gamma z}) (e^{j\gamma z'} + e^{-j\gamma z'}) \right. \\ & \left. \left. + \hat{n}''\hat{n}''(e^{-j\gamma z} + e^{-j2\gamma h}e^{j\gamma z}) (e^{j\gamma z'} + e^{-j\gamma z'}) \right\} dk_x dk_y \right] dx' dy' \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

$$\Delta = e^{j\gamma h} - e^{-j\gamma h} \quad (\text{A.20})$$

$$\hat{n}' = \frac{k_y \hat{x} - k_x \hat{y}}{\sqrt{k_x^2 + k_y^2}} \quad (\text{A.21})$$

$$\hat{n}'' = -\frac{\gamma}{k\sqrt{k_x^2 + k_y^2}} (k_x \hat{x} + k_y \hat{y}) \quad (\text{A.22})$$

ここで， (x, y, z) は観測点の座標， (x', y', z') は波源位置座標である．

本論文の積分方程式では，入射磁界をマイクロストリップアンテナのキャビティモデルで与えている．キャビティモデルは誘電体基板厚 h が波長に比べて十分小さいものとし，マイクロストリップアンテナ内部の z 方向電磁界の変化を無視した近似モデルである．したがって，無限周期アレー解析モデルにおいても同様な近似を行う．したがって，式(A.19)は次のように近似できる．

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_1(x, y) = & \frac{j\omega\varepsilon}{(2\pi)^2} \iint_{S_i} \mathbf{M}(x', y') \cdot \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \gamma h}{\gamma \sin \gamma h} e^{-jk_x(x-x')-jk_y(y-y')} \right. \\ & \times \frac{1}{k^2} \left\{ (k^2 - k_x^2) \hat{x}\hat{x} - k_x k_y \hat{x}\hat{y} - k_x k_y \hat{y}\hat{x} + (k^2 - k_y^2) \hat{y}\hat{y} \right\} dk_x dk_y \left. \right] dx' dy' \\ \approx & \frac{j\omega\varepsilon}{(2\pi)^2} \iint_{S_i} \mathbf{M}(x', y') \cdot \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\gamma^2 h} e^{-jk_x(x-x')-jk_y(y-y')} \right. \\ & \times \frac{1}{k^2} \left\{ (k^2 - k_x^2) \hat{x}\hat{x} - k_x k_y \hat{x}\hat{y} - k_x k_y \hat{y}\hat{x} + (k^2 - k_y^2) \hat{y}\hat{y} \right\} dk_x dk_y \left. \right] dx' dy' \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

式(A.23)はある一つのホール上の磁流が作る磁界であるが、他のホールからの寄与も同様に計算することができる。これらを全て足し合わせ、Poissonの和公式を適用することにより、式(2.11)の第1項を得ることができる。

A.3 円形マイクロストリップアンテナのキャビティモデル

第2.4節および第2.5節の検討では、基本モードである TM_{11} モードで動作する円形マイクロストリップアンテナを対象とした。キャビティモデルによれば、マイクロストリップアンテナ内部の電磁界は次式で表すことができる[2.8].

$$E_z(r, \phi) = E_{11} J_1(\beta r) \cos \phi \quad (\text{A.24})$$

$$H_r(r, \phi) = -j \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_{11} (J_0(\beta r) + J_2(\beta r)) \sin \phi \quad (\text{A.25})$$

$$H_\phi(r, \phi) = -j \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_{11} (J_0(\beta r) - J_2(\beta r)) \cos \phi \quad (\text{A.26})$$

ここで、 E_{11} は係数、 (r, ϕ) は円形パッチ中心を原点とする円筒座標系、 J_n はベッセル関数である。 β は次式を満足する最小の値である。

$$J_1'(\beta R_{eff}) = 0 \quad (\text{A.27})$$

$$R_{eff} = R \left\{ 1 + \frac{2h}{\pi R \epsilon_r} \left(\ln \frac{\pi R}{2h} + 1.7726 \right) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.28})$$

式(A.27)の条件は、式(A.28)で与えられる円形パッチの等価半径において磁気壁の境界条件が課されていることを表している。なお、式(A.28)で与えられる等価半径は、パッチ端部のフリレンジング効果を含めた共振半径という物理的な意味がある。

以上のキャビティモデルによれば、内部に蓄えられるエネルギーは次のように解析的に閉じた形で与えることができる。

$$W_i = \frac{\pi \epsilon h}{4} E_{11}^2 \left[\frac{1}{k^2} \{J_n(\beta R_{eff})\}^2 \{(\beta R_{eff})^2 - 1\} \right] \quad (\text{A.29})$$

A.4 矩形マイクロストリップアンテナの等価パッチ寸法の計算

マイクロストリップアンテナの固有モードは、放射素子端部のフリンジング効果を含んだ等価パッチ寸法により求めることができる。矩形マイクロストリップアンテナの場合、フリンジング効果を含んだ等価パッチ寸法 a' , b' は、パッチの実寸法 a , b , 基板厚 h , および基板の比誘電率 ϵ_r から次式で求められる[3.11].

$$a' = a + 2\Delta l_a \quad (\text{A.30})$$

$$b' = b + 2\Delta l_b \quad (\text{A.31})$$

$$\epsilon_{ea} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left(1 + \frac{12h}{b}\right)^{-1/2} \quad (\text{A.32})$$

$$\epsilon_{eb} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left(1 + \frac{12h}{a}\right)^{-1/2} \quad (\text{A.33})$$

$$\Delta l_a = 0.412h \frac{(\epsilon_{ea} + 0.3)(b/h + 0.264)}{(\epsilon_{ea} - 0.258)(b/h + 0.8)} \quad (\text{A.34})$$

$$\Delta l_b = 0.412h \frac{(\epsilon_{eb} + 0.3)(a/h + 0.264)}{(\epsilon_{eb} - 0.258)(a/h + 0.8)} \quad (\text{A.35})$$

A.5 アレー合成電力確率密度分布導出の詳細

式(4.35)より，変数 G, H の結合確率密度分布は次式となる．

$$P(G, H) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{G^2+H^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{A.36})$$

この確率密度分布から，次の変数変換をしたときの変数 ρ, θ の結合確率密度分布を求める．

$$\hat{E}'_r + G = \rho \cos \theta \quad (\text{A.37})$$

$$\hat{E}'_j + H = \rho \sin \theta \quad (\text{A.38})$$

変数の微小区間の発生確率は変数変換の前後で等しくなければならないので，変数 (ρ, θ) の結合確率密度分布 $P(\rho, \theta)$ は， $P(G, H)$ と次の関係がある．

$$\begin{aligned} P(\rho, \theta) d\rho d\theta &= P(G, H) dG dH \\ &= P(G, H) \begin{vmatrix} \frac{\partial G}{\partial \rho} & \frac{\partial G}{\partial \theta} \\ \frac{\partial H}{\partial \rho} & \frac{\partial H}{\partial \theta} \end{vmatrix} d\rho d\theta \end{aligned} \quad (\text{A.39})$$

したがって，式(A.36)より確率密度分布 $P(\rho, \theta)$ は次のようになる．

$$\begin{aligned} P(\rho, \theta) &= \rho P(G, H) \\ &= \frac{\rho}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \{\rho^2 + f_{0,i} + 2\rho\sqrt{f_{0,j}} \cos(\theta - \theta_1)\}} \end{aligned} \quad (\text{A.40})$$

$$f_{0,i} = |\hat{E}'_r|^2 + |\hat{E}'_j|^2 \quad (\text{A.41})$$

$$\tan \theta_1 = \frac{\hat{E}'_j}{\hat{E}'_r} \quad (\text{A.42})$$

ここで， $f_{0,i}$ は，素子 m の励振位相を $\Phi_{m,i}$ だけ回転させ，かつ励振振幅・位相誤差のないときのアレー合成電力である．アレー合成電界振幅 ρ の確率密度分布 $P(\rho)$ は，式(A.40)を θ に関し積分すればよいので，次のようなライス分布になる．

$$\begin{aligned}
P(\rho) &= \int_0^{2\pi} P(\rho, \theta) d\theta \\
&= \frac{\rho}{2\pi\sigma^2} \int_0^{2\pi} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\{\rho^2 + f_{0,i} + 2\rho\sqrt{f_{0,i}}\cos(\theta - \theta_1)\}} d\theta \\
&= \frac{\rho}{\sigma^2} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\{\rho^2 + f_{0,i}\}} I_0\left[\frac{\rho\sqrt{f_{0,i}}}{\sigma^2}\right]
\end{aligned} \tag{A.43}$$

ここで、 $I_0[z]$ は0次の変形ベッセル関数である。

次に $f_i = \rho^2$ であるので、アレー合成電力 f_i の確率密度分布を求める。この場合も変数の微小区間の発生確率は変数変換の前後で等しくなければならないので、アレー合成電力 f_i の確率密度分布 $P(f_i)$ とアレー合成電界振幅 ρ の確率密度分布 $P(\rho)$ は次の関係がある。

$$\begin{aligned}
P(f_i)df_i &= P(\rho)d\rho \\
&= P(\rho)\frac{\partial\rho}{\partial f_i}df_i
\end{aligned} \tag{A.44}$$

したがって、アレー合成電力 f_i の確率密度分布 $P(f_i)$ は次のようになる。

$$\begin{aligned}
P(f_i) &= \frac{1}{2\rho} P(\rho) \\
&= \frac{1}{2\sigma^2} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\{f_i + f_{0,i}\}} I_0\left[\frac{\sqrt{f_i f_{0,i}}}{\sigma^2}\right]
\end{aligned} \tag{A.45}$$

A.6 アレー合成電力の標準偏差導出の詳細

式(A.45)の確率密度分布 $P(f_i)$ より, アレー合成電力 f_i の平均値 $f_{average,i}$ を求める. 平均値 $f_{average,i}$ は 1 次のモーメントに等しく, 次式で求めることができる.

$$\begin{aligned}
 f_{average,i} &= E[f_i] \\
 &= \int_0^{\infty} f_i P(f_i) df_i \\
 &= \int_0^{\infty} \rho^2 P(\rho^2) \frac{df_i}{d\rho} d\rho \\
 &= \int_0^{\infty} 2\rho^3 \frac{1}{2\sigma^2} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\rho^2+f_{0,i})} I_0[\rho\sqrt{f_{0,i}}/\sigma^2] d\rho
 \end{aligned} \tag{A.46}$$

ここで,

$$\begin{aligned}
 &\int_0^{\infty} e^{-a^2x^2} x^{\mu-1} I_0(bx) dx \\
 &= \frac{\Gamma(\mu/2)}{2a^\mu \Gamma(1)} {}_1F_1(\mu/2; 1; b^2/4a^2) \\
 &= \frac{1}{2a^\mu} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\mu/2+n)}{\Gamma(n+1)} \frac{1}{n!} \left(\frac{b^2}{4a^2}\right)^n
 \end{aligned} \tag{A.47}$$

で求めることができる. $\Gamma(n)$ はガンマ関数である. したがって, 式(A.46)は次のように近似できる.

$$\begin{aligned}
 f_{average,i} &= 2\sigma^2 e^{-\frac{f_{0,i}}{2\sigma^2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n!n!} \left(\frac{f_{0,i}}{2\sigma^2}\right)^n \\
 &= 2\sigma^2 \left\{1 - \frac{f_{0,i}}{2\sigma^2} + \dots\right\} \left\{1 + 2f_{0,i} + \dots\right\} \\
 &\approx 2\sigma^2 - f_{0,i} + 2f_{0,i} \\
 &= f_{0,i} + 2\sigma^2
 \end{aligned} \tag{A.48}$$

アレー合成電力 f_i の標準偏差 σ_{f_i} は 2 次のモーメントおよび 1 次のモーメントから求めることができるので, まず 2 次のモーメントを次のように求める.

$$\begin{aligned}
E[f_i^2] &= \int_0^{\infty} f_i^2 P(f_i) df_i \\
&= \int_0^{\infty} \rho^2 P(\rho^2) \frac{df_i}{d\rho} d\rho \\
&= \int_0^{\infty} 2\rho^5 \frac{1}{2\sigma^2} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\rho^2+f_{0,i})} I_0[\rho\sqrt{f_{0,i}}/\sigma^2] d\rho
\end{aligned} \tag{A.49}$$

式(A.47)を用いると，式(A.49)は次のようになる．

$$\begin{aligned}
E[f_i^2] &= (2\sigma^2)^2 e^{-\frac{f_{0,i}}{2\sigma^2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+2)(n+1)}{n!} \left(\frac{f_{0,i}}{2\sigma^2}\right)^n \\
&= 4\sigma^4 \left\{1 - \frac{f_{0,i}}{2\sigma^2} + \dots\right\} \left\{2 + 6\frac{f_{0,i}}{2\sigma^2} + \dots\right\} \\
&\approx 8\sigma^4 - 4\sigma^2 f_{0,i} + 12\sigma^2 f_{0,i} \\
&= 8\sigma^2 f_{0,i} + 8\sigma^4
\end{aligned} \tag{A.50}$$

したがって，アレー合成電力 f_i の標準偏差 $\sigma_{f,i}$ は，次のようになる．

$$\begin{aligned}
\sigma_{f,i}^2 &= E[f^2] - (E[f])^2 \\
&= 8\sigma^2 f_{0,i} + 8\sigma^4 - 4\sigma^4 - 4\sigma^2 f_{0,i} - f_{0,i}^2 \\
&\approx 4\sigma^2 f_{0,i} + 4\sigma^4
\end{aligned} \tag{A.51}$$

さらに， $f_{0,i} > \sigma^2$ の場合，すなわち誤差のないアレー合成電力が誤差電力よりも十分大きい場合には，アレー合成電力 f_i の平均値 $f_{average,i}$ ，標準偏差 $\sigma_{f,i}$ は，それぞれ次のようになる．

$$f_{average,i} \approx f_{0,i} \tag{A.52}$$

$$\sigma_{f,i} \approx 2\sigma\sqrt{f_{0,i}} \tag{A.53}$$

A.7 式(4.47)導出の詳細

式(4.45)より REV 法による振幅測定誤差 Δk_m の標準偏差 σ_k は次式で与えられる.

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{k_m^2 P^4} \sum_{i=1}^N \left[\left(-Q \frac{\partial P}{\partial \alpha} + P \frac{\partial Q}{\partial \alpha} \right) + \left(-Q \frac{\partial P}{\partial c} + P \frac{\partial Q}{\partial c} \right) \cos \Phi_{m,i} + \left(-Q \frac{\partial P}{\partial s} + P \frac{\partial Q}{\partial s} \right) \sin \Phi_{m,i} \right]^2 \sigma_{f,i}^2 \quad (\text{A.54})$$

また, 式(4.46)より, アレー合成電力の標準偏差は次式となる.

$$\begin{aligned} \sigma_{f,i}^2 &= 4\sigma^2 f_{0,i} \\ &= 4\sigma^2 \left[Y^2 + k_m^2 + 2k_m Y \cos(\Phi_{m,i} + \Phi_{m,0}) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.55})$$

さらに, REV 法による励振位相の変化では

$$\sum_{i=1}^N \cos \Phi_{m,i} = \sum_{i=1}^N \sin \Phi_{m,i} = 0 \quad (\text{A.56})$$

$$\sum_{i=1}^N \cos^2 \Phi_{m,i} = \sum_{i=1}^N \sin^2 \Phi_{m,i} = \frac{N}{2} \quad (\text{A.57})$$

$$\sum_{i=1}^N \cos^3 \Phi_{m,i} = \sum_{i=1}^N \sin^3 \Phi_{m,i} = 0 \quad (\text{A.58})$$

の関係が成り立つ. 式(A.55)から式(A.58)より式(A.54)を展開すると次式を得る.

$$\begin{aligned}
\sigma_k^2 &= \frac{4\sigma^2}{k_m^2 P^4} \sum_{i=1}^N \left[\left(-Q \frac{\partial P}{\partial \alpha} + P \frac{\partial Q}{\partial \alpha} \right)^2 (Y^2 + k_m^2) \right. \\
&\quad + \left(-Q \frac{\partial P}{\partial c} + P \frac{\partial Q}{\partial c} \right)^2 (Y^2 + k_m^2) \cos^2 \Phi_{m,i} \\
&\quad + \left(-Q \frac{\partial P}{\partial s} + P \frac{\partial Q}{\partial s} \right)^2 (Y^2 + k_m^2) \sin^2 \Phi_{m,i} \\
&\quad + 2 \left(-Q \frac{\partial P}{\partial \alpha} + P \frac{\partial Q}{\partial \alpha} \right) \left(-V \frac{\partial U}{\partial c} + U \frac{\partial V}{\partial c} \right) 2k_m Y \cos \Phi_{m,0} \cos^2 \Phi_{m,i} \\
&\quad \left. - 2 \left(-Q \frac{\partial P}{\partial \alpha} + P \frac{\partial Q}{\partial \alpha} \right) \left(-V \frac{\partial U}{\partial s} + U \frac{\partial V}{\partial s} \right) 2k_m Y \sin \Phi_{m,0} \sin^2 \Phi_{m,i} \right] \\
&= \frac{2N\sigma^2}{k_m^2 P^4} \left[2 \left(-Q \frac{\partial P}{\partial \alpha} + P \frac{\partial Q}{\partial \alpha} \right)^2 (Y^2 + k_m^2) \right. \\
&\quad + \left(-Q \frac{\partial P}{\partial c} + P \frac{\partial Q}{\partial c} \right)^2 (Y^2 + k_m^2) \\
&\quad + \left(-Q \frac{\partial P}{\partial s} + P \frac{\partial Q}{\partial s} \right)^2 (Y^2 + k_m^2) \\
&\quad + \left(-Q \frac{\partial P}{\partial \alpha} + P \frac{\partial Q}{\partial \alpha} \right) \left(-Q \frac{\partial P}{\partial c} + P \frac{\partial Q}{\partial c} \right) 4k_m Y \cos \Phi_{m,0} \\
&\quad \left. - \left(-Q \frac{\partial P}{\partial \alpha} + P \frac{\partial Q}{\partial \alpha} \right) \left(-Q \frac{\partial P}{\partial s} + P \frac{\partial Q}{\partial s} \right) 4k_m Y \sin \Phi_{m,0} \right] \tag{A.59}
\end{aligned}$$

ところで、変数 P 、 Q と REV 法の演算式に用いる各変数との間に次の関係式を導出することができる。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P}{\partial \alpha} &= \frac{\cos \Phi_{m,0}}{\sqrt{1 + 2\Gamma \cos \Phi_{m,0} + \Gamma^2}} \frac{\partial \Gamma}{\partial \alpha} \\
&= \frac{k_m}{\Gamma} (\cos \Phi_{m,0} + \Gamma) \frac{\partial \Gamma}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial \alpha} \\
&= \frac{k_m}{\Gamma} (\cos \Phi_{m,0} + \Gamma) \frac{2}{(r+1)^2} \frac{\partial r}{\partial \alpha} \tag{A.60}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P}{\partial c} &= \frac{\cos \Phi_{m,0} + \Gamma}{\sqrt{1 + 2\Gamma \cos \Phi_{m,0} + \Gamma^2}} \frac{\partial \Gamma}{\partial c} + \frac{-\Gamma \sin \Phi_{m,0}}{\sqrt{1 + 2\Gamma \cos \Phi_{m,0} + \Gamma^2}} \frac{\partial \Phi_{m,0}}{\partial c} \\
&= \frac{k_m}{\Gamma} (\cos \Phi_{m,0} + \Gamma) \frac{\partial \Gamma}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial c} - k_m \sin \Phi_{m,0} \frac{\partial \Phi_{m,0}}{\partial c} \\
&= \frac{k_m}{\Gamma} (\cos \Phi_{m,0} + \Gamma) \frac{2}{(r+1)^2} \frac{\partial r}{\partial c} - k_m \sin \Phi_{m,0} \frac{\partial \Phi_{m,0}}{\partial c}
\end{aligned} \tag{A.61}$$

$$\frac{\partial P}{\partial s} = \frac{k_m}{\Gamma} (\cos \Phi_{m,0} + \Gamma) \frac{2}{(r+1)^2} \frac{\partial r}{\partial s} - k_m \sin \Phi_{m,0} \frac{\partial \Phi_{m,0}}{\partial s} \tag{A.62}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \alpha} = \frac{\partial \Gamma}{\partial \alpha} = \frac{2}{(r+1)^2} \frac{\partial r}{\partial \alpha} \tag{A.63}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial c} = \frac{\partial \Gamma}{\partial c} = \frac{2}{(r+1)^2} \frac{\partial r}{\partial c} \tag{A.64}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial s} = \frac{\partial \Gamma}{\partial s} = \frac{2}{(r+1)^2} \frac{\partial r}{\partial s} \tag{A.65}$$

$$2r \frac{\partial r}{\partial \alpha} = \frac{-4\sqrt{c^2 + s^2}}{(\alpha - 2\sqrt{c^2 + s^2})^2} = -\frac{(r^2 - 1)^2}{4\sqrt{c^2 + s^2}} \tag{A.66}$$

$$\begin{aligned}
2r \frac{\partial r}{\partial c} &= \frac{\frac{2c}{\sqrt{c^2 + s^2}} (\alpha - 2\sqrt{c^2 + s^2}) + \frac{2c}{\sqrt{c^2 + s^2}} (\alpha + 2\sqrt{c^2 + s^2})}{(\alpha - 2\sqrt{c^2 + s^2})^2} \\
&= \frac{c(r^2 + 1)(r^2 - 1)}{2(c^2 + s^2)} \\
&= \frac{\cos \Phi_{m,0} (r^2 + 1)(r^2 - 1)}{2\sqrt{c^2 + s^2}}
\end{aligned} \tag{A.67}$$

$$\begin{aligned}
2r \frac{\partial r}{\partial s} &= \frac{s(r^2 + 1)(r^2 - 1)}{2(c^2 + s^2)} \\
&= -\frac{\sin \Phi_{m,0} (r^2 + 1)(r^2 - 1)}{2\sqrt{c^2 + s^2}}
\end{aligned} \tag{A.68}$$

$$\frac{\partial \Phi_{m,0}}{\partial s} = -\frac{\cos \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} \tag{A.69}$$

$$\frac{\partial \Phi_{m,0}}{\partial c} = -\frac{\sin \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} \quad (\text{A.70})$$

したがって、これらの関係式を用いると、以下の3つの式が得られる。

$$\begin{aligned} & -Q \frac{\partial P}{\partial \alpha} + P \frac{\partial Q}{\partial \alpha} \\ &= k_m (\cos \Phi_{m,0} + \Gamma) \frac{1}{r\sqrt{c^2 + s^2}} \left(\frac{r-1}{2} \right)^2 - \frac{\Gamma}{k_m} \frac{1}{r\sqrt{c^2 + s^2}} \left(\frac{r-1}{2} \right)^2 \\ &= -\left(k_m \cos \Phi_{m,0} + \frac{k_m}{\Gamma} \right) \frac{1}{r\sqrt{c^2 + s^2}} \left(\frac{r-1}{2} \right)^2 \\ &= -\frac{k_m (\Gamma \cos \Phi_{m,0} + 1)}{4r\sqrt{c^2 + s^2}} (r^2 - 1) \end{aligned} \quad (\text{A.71})$$

$$\begin{aligned} & -Q \frac{\partial P}{\partial c} + P \frac{\partial Q}{\partial c} \\ &= +\left(k_m \cos \Phi_{m,0} + \frac{k_m}{\Gamma} \right) \frac{\cos \Phi_{m,0}}{2r\sqrt{c^2 + s^2}} \frac{(r^2 + 1)(r-1)}{(r+1)} - \frac{k_m \Gamma \sin^2 \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} \\ &= +(\Gamma \cos \Phi_{m,0} + 1) \frac{k_m \cos \Phi_{m,0}}{2r\sqrt{c^2 + s^2}} (r^2 + 1) - \frac{k_m \Gamma \sin^2 \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} \end{aligned} \quad (\text{A.72})$$

$$\begin{aligned} & -Q \frac{\partial P}{\partial s} + P \frac{\partial Q}{\partial s} \\ &= -\left(k_m \cos \Phi_{m,0} + \frac{k_m}{\Gamma} \right) \frac{\sin \Phi_{m,0}}{2r\sqrt{c^2 + s^2}} \frac{(r^2 + 1)(r-1)}{(r+1)} - \frac{k_m \Gamma \sin \Phi_{m,0} \cos \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} \\ &= -(\Gamma \cos \Phi_{m,0} + 1) \frac{k_m \sin \Phi_{m,0}}{2r\sqrt{c^2 + s^2}} (r^2 + 1) - \frac{k_m \Gamma \sin \Phi_{m,0} \cos \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} \end{aligned} \quad (\text{A.73})$$

式(A.71)から式(A.73)の関係式を式(A.59)に代入すると、次式を得る。

$$\begin{aligned}
\sigma_k^2 = & \frac{2N\sigma^2}{k_m^2 P^4} \left[(Y^2 + k_m^2) \left\{ 2(\Gamma \cos \Phi_{m,0} + 1)^2 \left(\frac{k_m}{4r\sqrt{c^2 + s^2}} (r^2 - 1) \right)^2 \right. \right. \\
& + (\Gamma \cos \Phi_{m,0} + 1)^2 \left(\frac{k_m}{2r\sqrt{c^2 + s^2}} (r^2 + 1) \right)^2 + \left. \left. \left(\frac{k_m \Gamma}{\sqrt{c^2 + s^2}} \right)^2 \sin^2 \Phi_{m,0} \right\} \right. \\
& - 4k_m Y \left\{ (\Gamma \cos \Phi_{m,0} + 1) \frac{k_m}{4r\sqrt{c^2 + s^2}} (r^2 - 1) \right\} \\
& \left. \times \left\{ (\Gamma \cos \Phi_{m,0} + 1) \frac{k_m}{2r\sqrt{c^2 + s^2}} (r^2 + 1) \right\} \right] \tag{A.74}
\end{aligned}$$

さらに変形すると,

$$\begin{aligned}
\sigma_k^2 = & \frac{2N\sigma^2}{k_m^2 P^4} \left[(Y^2 + k_m^2) \left\{ (\Gamma \cos \Phi_{m,0} + 1) \frac{k_m}{4r\sqrt{c^2 + s^2}} (r^2 - 1) \right\}^2 \right. \\
& + (\Gamma \cos \Phi_{m,0} + 1)^2 \left\{ \frac{k_m Y}{4r\sqrt{c^2 + s^2}} (r^2 - 1) - \frac{k_m^2}{2r\sqrt{c^2 + s^2}} (r^2 + 1) \right\}^2 \\
& + (\Gamma \cos \Phi_{m,0} + 1)^2 \left\{ \frac{k_m^2}{4r\sqrt{c^2 + s^2}} (r^2 - 1) - \frac{k_m Y}{2r\sqrt{c^2 + s^2}} (r^2 + 1) \right\}^2 \\
& \left. + (Y^2 + k_m^2) \left(\frac{k_m \Gamma}{\sqrt{c^2 + s^2}} \right)^2 \sin^2 \Phi_{m,0} \right] \tag{A.75}
\end{aligned}$$

ここで $k_m = \Gamma Y$, $\sqrt{c^2 + s^2} = k_m NY$ の関係を用いると, 式(A.75)は次のようになり, 式(4.47)を得る.

$$\begin{aligned}
\sigma_k^2 &= \frac{2N\sigma^2}{k_m^2 P^4} \left[(1+\Gamma^2) \left\{ (\Gamma \cos \Phi_{m,0} + 1) \frac{r^2 - 1}{4Nr} \right\}^2 \right. \\
&\quad + (\Gamma \cos \Phi_{m,0} + 1)^2 \left\{ \frac{r^2 - 1}{4Nr} - \frac{\Gamma(r^2 + 1)}{2Nr} \right\}^2 \\
&\quad + (\Gamma \cos \Phi_{m,0} + 1)^2 \left\{ \frac{\Gamma(r^2 - 1)}{4Nr} - \frac{r^2 + 1}{2Nr} \right\}^2 \\
&\quad \left. + \Gamma^2 \frac{1+\Gamma^2}{N^2} \sin^2 \Phi_{m,0} \right] \\
&= \frac{2N\sigma^2 Y^4}{k_m^2} \left[(1+\Gamma^2)(\Gamma \cos \Phi_{m,0} + 1)^2 \left(\frac{1}{4Nr(r+1)} \right)^2 \right. \\
&\quad \left. \times \left\{ (r^2 - 1)^2 (r+1)^2 + (r-1)^6 + (r+1)^6 \right\} + \Gamma^2 \frac{1+\Gamma^2}{N^2} \sin^2 \Phi_{m,0} \right]
\end{aligned} \tag{A.76}$$

A.8 式(4.54)導出の詳細

式(4.53)より，REV法による位相測定誤差 ΔX_m の標準偏差 σ_x は次式で与えられる．

$$\begin{aligned}
\sigma_x^2 &= \frac{1}{(U^2 + V^2)^2} \sum_{i=1}^N \left[\left(-V \frac{\partial U}{\partial \alpha} + U \frac{\partial V}{\partial \alpha} \right) \right. \\
&\quad \left. + \left(-V \frac{\partial U}{\partial c} + U \frac{\partial V}{\partial c} \right) \cos \Phi_{m,i} + \left(-V \frac{\partial U}{\partial s} + U \frac{\partial V}{\partial s} \right) \sin \Phi_{m,i} \right]^2 \sigma_{f,i}^2
\end{aligned} \tag{A.77}$$

式(A.55)から式(A.58)より式(A.77)を展開すると次式を得る．

$$\begin{aligned}
\sigma_x^2 = & \frac{2N\sigma^2}{(U^2 + V^2)^2} \left[2 \left(-V \frac{\partial U}{\partial \alpha} + U \frac{\partial V}{\partial \alpha} \right)^2 (Y^2 + k_m^2) \right. \\
& + \left(-V \frac{\partial U}{\partial c} + U \frac{\partial V}{\partial c} \right)^2 (Y^2 + k_m^2) \\
& + \left(-V \frac{\partial U}{\partial s} + U \frac{\partial V}{\partial s} \right)^2 (Y^2 + k_m^2) \\
& + \left(-V \frac{\partial U}{\partial \alpha} + U \frac{\partial V}{\partial \alpha} \right) \left(-V \frac{\partial U}{\partial c} + U \frac{\partial V}{\partial c} \right) 4k_m Y \cos \Phi_{m,0} \\
& \left. - \left(-V \frac{\partial U}{\partial \alpha} + U \frac{\partial V}{\partial \alpha} \right) \left(-V \frac{\partial U}{\partial s} + U \frac{\partial V}{\partial s} \right) 4k_m Y \sin \Phi_{m,0} \right]
\end{aligned} \tag{A.78}$$

ところで、変数 U , V と REV 法の演算式に用いる各変数との間に次の関係式を導出することができる。

$$(U^2 + V^2)^2 = (1 + 2\Gamma \cos \Phi_{m,0} + \Gamma^2)^2 = \frac{\Gamma^4}{k_m^4} \tag{A.79}$$

$$-V \frac{\partial U}{\partial \alpha} + U \frac{\partial V}{\partial \alpha} = + \frac{\sin \Phi_{m,0}}{r\sqrt{c^2 + s^2}} \left(\frac{r-1}{2} \right)^2 \tag{A.80}$$

$$\begin{aligned}
-V \frac{\partial U}{\partial c} + U \frac{\partial V}{\partial c} &= - \frac{\sin^3 \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} - \frac{\sin \Phi_{m,0} \cos \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} R \\
&\quad - \frac{\sin \Phi_{m,0} \cos^2 \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} - \frac{\Gamma \sin \Phi_{m,0} \cos \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} \\
&= - \frac{\sin \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} - \frac{\sin \Phi_{m,0} \cos \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} R - \frac{\Gamma \sin \Phi_{m,0} \cos \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}}
\end{aligned} \tag{A.81}$$

$$\begin{aligned}
-V \frac{\partial U}{\partial s} + U \frac{\partial V}{\partial s} &= - \frac{\sin^2 \Phi_{m,0} \cos \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} + \frac{\sin^2 \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} R \\
&\quad - \frac{\cos^3 \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} - \frac{\Gamma \cos^2 \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} \\
&= - \frac{\cos \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} - \frac{\sin^2 \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} R - \frac{\Gamma \cos^2 \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}}
\end{aligned} \tag{A.82}$$

$$R = \frac{(r^2 + 1)(r - 1)}{2r(r + 1)} \tag{A.83}$$

ここで式(A.79)から式(A.83)の関係式を式(A.78)代入すると、次式を得る.

$$\begin{aligned}
\sigma_x^2 &= \frac{2N\sigma^2 k_m^4}{\Gamma^4} \left[(Y^2 + k_m^2) \left\{ \frac{2\sin^2 \Phi_{m,0}}{r^2(c^2 + s^2)} \left(\frac{r-1}{2} \right)^4 + \frac{1}{c^2 + s^2} + \frac{R^2 \sin^2 \Phi_{m,0}}{c^2 + s^2} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{\Gamma^2 \cos^2 \Phi_{m,0}}{c^2 + s^2} + \frac{2\Gamma \cos \Phi_{m,0}}{c^2 + s^2} \right\} + \frac{4k_m YR \sin^3 \Phi_{m,0}}{r(c^2 + s^2)} \left(\frac{r-1}{2} \right)^2 \right] \\
&= \frac{2\sigma^2 k_m^2}{N\Gamma^4 Y^2} \left[(Y^2 + k_m^2) \frac{\sin^2 \Phi_{m,0}}{r^2} \left(\frac{r-1}{2} \right)^4 + (\Gamma \cos \Phi_{m,0} + 1)^2 \right. \\
&\quad \left. + \left\{ Y \frac{\sin \Phi_{m,0}}{r} \left(\frac{r-1}{2} \right)^2 - k_m R \sin \Phi_{m,0} \right\}^2 \right. \\
&\quad \left. + \left\{ k_m \frac{\sin \Phi_{m,0}}{r} \left(\frac{r-1}{2} \right)^2 - YR \sin \Phi_{m,0} \right\}^2 \right] \tag{A.84}
\end{aligned}$$

さらに $k_m = \Gamma Y$ であるので、式(A.84)は次のようになり、式(4.54)を得る.

$$\begin{aligned}
\sigma_x^2 &= \frac{2\sigma^2 Y^2}{N\Gamma^2} \left[\frac{2(r^2 + 1)}{(r+1)^2} \frac{\sin^2 \Phi_{m,0}}{4r^2} (r-1)^4 + (\Gamma \cos \Phi_{m,0} + 1)^2 \right. \\
&\quad \left. + \frac{\sin^2 \Phi_{m,0}}{\{4r(r+1)^2\}^2} \left\{ (r-1)^4 + (r-1)(r+1)^3 \right\}^2 \right] \\
&= \frac{2\sigma^2 Y^2}{N\Gamma^2} \left[\frac{(r-1)^2 \sin^2 \Phi_{m,0}}{4r^2 (r+1)^4} (3r^6 + 4r^4 - 6r^2 + 1) + (\Gamma \cos \Phi_{m,0} + 1)^2 \right] \tag{A.85}
\end{aligned}$$

A.9 式(5.60)～式(5.62)の導出の詳細

仮定E)により $\Gamma \ll 1$ ，すなわち $r \approx 1$ とみなすことができるので，式(A.71)に $\Gamma=0$ ， $r=1$ を代入すると次式となり，式(5.60)を得る．

$$\begin{aligned} -Q \frac{\partial P}{\partial \alpha} + P \frac{\partial Q}{\partial \alpha} &= -\frac{k_m (\Gamma \cos \Phi_{m,0} + 1)}{4r\sqrt{c^2 + s^2}} (r^2 - 1) \\ &\approx 0 \end{aligned} \quad (\text{A.86})$$

同様に， $\Gamma=0$ ， $r=1$ を式(A.72)および式(A.73)に代入すると，それぞれ次式を得る．

$$\begin{aligned} -Q \frac{\partial P}{\partial c} + P \frac{\partial Q}{\partial c} &= +(\Gamma \cos \Phi_{m,0} + 1) \frac{k_m \cos \Phi_{m,0}}{2r\sqrt{c^2 + s^2}} (r^2 + 1) - \frac{k_m \Gamma \sin^2 \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} \\ &\approx \frac{k_m \cos \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} \end{aligned} \quad (\text{A.87})$$

$$\begin{aligned} -Q \frac{\partial P}{\partial s} + P \frac{\partial Q}{\partial s} &= -(\Gamma \cos \Phi_{m,0} + 1) \frac{k_m \sin \Phi_{m,0}}{2r\sqrt{c^2 + s^2}} (r^2 + 1) - \frac{k_m \Gamma \sin \Phi_{m,0} \cos \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} \\ &\approx -\frac{k_m \sin \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} \end{aligned} \quad (\text{A.88})$$

ここで $\sqrt{c^2 + s^2} = k_m NY$ の関係があり，かつ仮定E)により $Y \approx 1$ と見なすことができるので，式(A.87)および式(A.88)はそれぞれ次式となり，式(5.61)および式(5.62)を得る．

$$-Q \frac{\partial P}{\partial c} + P \frac{\partial Q}{\partial c} = \frac{\cos \Phi_{m,0}}{NY} \approx \frac{\cos \Phi_{m,0}}{N} \quad (\text{A.89})$$

$$-Q \frac{\partial P}{\partial s} + P \frac{\partial Q}{\partial s} = -\frac{\sin \Phi_{m,0}}{NY} \approx -\frac{\sin \Phi_{m,0}}{N} \quad (\text{A.90})$$

A.10 式(5.72)～式(5.74)の導出の詳細

仮定 E)により $\Gamma \ll 1$, すなわち $r \approx 1$ とみなすことができるので, 式(A.80)に $\Gamma=0$, $r=1$ を代入すると次式となり, 式(5.72)を得る.

$$\begin{aligned} -V \frac{\partial U}{\partial \alpha} + U \frac{\partial V}{\partial \alpha} &= + \frac{\sin \Phi_{m,0}}{r\sqrt{c^2 + s^2}} \left(\frac{r-1}{2} \right)^2 \\ &\approx 0 \end{aligned} \quad (\text{A.91})$$

同様に, $\Gamma=0$, $r=1$ を式(A.81)および式(A.82)に代入すると, それぞれ次式を得る.

$$\begin{aligned} -V \frac{\partial U}{\partial c} + U \frac{\partial V}{\partial c} &= - \frac{\sin \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} - \frac{\sin \Phi_{m,0} \cos \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} R - \frac{\Gamma \sin \Phi_{m,0} \cos \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} \\ &\approx - \frac{\sin \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} \end{aligned} \quad (\text{A.92})$$

$$\begin{aligned} -V \frac{\partial U}{\partial s} + U \frac{\partial V}{\partial s} &= - \frac{\cos \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} - \frac{\sin^2 \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} R - \frac{\Gamma \cos^2 \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} \\ &\approx - \frac{\cos \Phi_{m,0}}{\sqrt{c^2 + s^2}} \end{aligned} \quad (\text{A.93})$$

ここで $\sqrt{c^2 + s^2} = k_m NY$ の関係があるので, 式(A.92)および式(A.93)はそれぞれ次式となり, 式(5.73)および式(5.74)を得る.

$$-V \frac{\partial U}{\partial c} + U \frac{\partial V}{\partial c} \approx - \frac{\sin \Phi_{m,0}}{k_m NY} \quad (\text{A.94})$$

$$-V \frac{\partial U}{\partial s} + U \frac{\partial V}{\partial s} \approx - \frac{\cos \Phi_{m,0}}{k_m NY} \quad (\text{A.95})$$