

実験モード解析のための
新たな周波数応答関数推定方法の研究

A Study on Improvement in
Frequency Response Function Estimation for
Experimental Modal Analysis

2008 年 2 月

成 田 正 夫

目次

第 1 章 序論	1
1.1 研究の背景	1
1.2 従来の研究とその課題	3
1.3 本研究の目的	17
1.4 論文の構成	17
第 2 章 参照点の適切な個数・位置・方向の選択方法	20
2.1 はじめに	20
2.2 参照点の選択方法	21
2.2.1 従来の複素モード指示関数による方法	21
2.2.2 提案する参照点の選択方法	23
2.3 ばね-質点系構造モデルによる数値実験	27
2.3.1 実験方法	27
2.3.2 構造モデル	28
2.3.3 構造モデルの振動応答特性	33
2.4 考察	35
2.4.1 周波数応答関数行列の特異値の性質	35
2.4.2 振動モードの節の探査	39
2.4.3 特定の振動モードを強く励起する加振点	40
2.4.4 近接する固有モードを選択して励起する方法	43
2.5 本章のまとめ	44
第 3 章 加振力の相関に起因する推定誤差の回避方法	46
3.1 はじめに	46
3.2 多点同時加振における周波数応答関数の推定精度	47
3.2.1 一般的な周波数応答関数推定とその精度	47
3.2.2 構造系と多点加振実験系との複合系の性質	48
3.2.3 提案する周波数応答関数の推定方法	54
3.3 実構造の多点同時加振実験	56
3.3.1 実験方法	57
3.3.2 多重関連度関数・関連度関数	59
3.3.3 周波数応答関数の信頼区間	59

3.3.4	振動モードベクトルの関連度	59
3.4	考察	60
3.4.1	加振機駆動信号と応答変位との関係	60
3.4.2	加振機駆動信号相互の相関性と加振力相互の相関性	61
3.4.3	周波数応答関数の信頼区間	63
3.4.4	構造モデルの同定	65
3.5	本章のまとめ	72
第 4 章	信号の標本化に伴う推定誤差の回避方法	74
4.1	はじめに	74
4.2	信号の標本化に伴う誤差の回避方法	75
4.2.1	従来の周波数応答関数推定とその特徴	75
4.2.2	指数関数窓関数による推定誤差の低減法とその問題点	80
4.2.3	提案する周波数応答関数の推定方法	81
4.2.4	提案する方法の実現方法	84
4.3	周波数応答関数の推定実験	85
4.3.1	数値実験	85
4.3.2	実構造の加振実験	88
4.4	考察	89
4.4.1	従来法における信号の標本化に伴う誤差	89
4.4.2	従来法と提案する方法の比較	93
4.4.3	不規則多重打撃加振への適用	96
4.4.4	周波数掃引加振試験への適用	98
4.4.5	実構造の打撃加振への適用	99
4.5	本章のまとめ	102
第 5 章	結論	104
文献	109
付録 1	製品への応用例	114
付録 2	周波数応答関数測定装置の変遷	120
謝辞	123
研究業績一覧	124
本論文に関わる研究業績	128

記号

$\boldsymbol{0}$	零ベクトル
\boldsymbol{C}	粘性減衰行列
c	信頼区間
\boldsymbol{d}	H_v 推定の推定値ベクトル
\boldsymbol{e}	正規直交基底
E	参照点選択のための評価関数
f	周波数 固有振動数
F	F 分布
G	パワースペクトル密度関数
\boldsymbol{g}	H_v 推定の固有ベクトル
H	周波数応答関数
i	インパルス関数 整数
j	自然数
\boldsymbol{I}	単位行列
k	剛性 整数
\boldsymbol{K}	剛性行列
m	質量 離散周波数
\boldsymbol{M}	質量行列
n	離散時間
N	離散時間で表した周期
p	加振機可動部へ作用する駆動力の時刻歴
P	加振機可動部へ作用する駆動力のフーリエ変換
\boldsymbol{Q}	H_v 推定における標本行列
q	自然数
r	力 整数
R	駆動点留数平均値
s	駆動信号の時刻歴 自然数 整数

S	駆動信号のフーリエ変換
t	時間
T	周期
	時間
u	固有ベクトル
U	固有ベクトルを集めた行列
v	固有ベクトルの要素
v	固有ベクトル
V	固有ベクトルを集めた行列
w	窓関数
x	構造への加振力の時刻歴
X	構造への加振力のフーリエ変換
y	構造の応答の時刻歴
Y	構造の応答のフーリエ変換
z	誤差の時刻歴
Z	誤差のフーリエ変換
γ	関連度
	関連度関数, または, コヒーレンス関数
	モード間の関連度, または, Modal Assurance Criterion
λ	H_v 推定の固有値
μ	特異値
ρ	減衰を表す係数
ζ	減衰比
ω	固有振動数
$\ \cdot \ $	ベクトルのユークリッドノルムを表す記号
$[\]^T$	行列の転置を表す記号
$[\]^H$	行列のエルミート変換を表す記号
$*$	共役を表す記号
$\hat{}$	推定値を表す記号
\sim	提案する方法による推定値を表す記号

第1章

序論

1.1 研究の背景

機械の振動・騒音問題の原因を見出してそれらを解決するために、古くから様々な実験に基づく方法が用いられてきた。そのひとつに、近年産業界に広く普及した実験モード解析があげられる^[1]。実験モード解析の歴史は、飛行機の振動特性の実験による把握を目的として Kennedy・Pancu^[2] が 1947 年に発表した振動モードの同定方法までさかのぼる。この方法は、周波数掃引加振実験で得られた周波数応答関数を複素平面にプロットし、これに円を適合して固有振動数・共振峰の大きさ・振動減衰特性を同定するものである。この方法によって、固有振動数が互いに近接し、かつ減衰が大きいため周波数応答関数の共振峰が重なり合うような場合においても、正確な振動モードの同定が可能となった。後年に計算機を応用した計測とデータ解析が一般的になるまで、この方法は何年にもわたって第一線で使われ、その後の振動計測技術と実験モード解析技術の発展と普及への道を開いた。

1960 年代の末に汎用の小型計算機にアナログ-デジタル変換器と高速フーリエ変換機能を搭載した周波数応答関数測定装置が登場した^[3]。シンシナティ大学の Brown と Allemang は、1970 年代後半に、この測定装置に上記 Kennedy・Pancu の方法による振動モードの同定のためのソフトウェアを組み込み、周波数応答関数の推定実験とその結果に基づく固有振動数・振動減

衰特性・モードベクトルの同定という実験モード解析の一連の作業を計算機上で実現した。これによって、現在の実験モード解析の原型が築かれたといえる。その後の計算機の著しい性能向上と計算機を使った三次元構造設計や有限要素法構造解析の普及と呼応して、実験モード解析技術は航空・宇宙・自動車・電機をはじめとする多くの製造分野に広く普及した。

産業界における実験モード解析の最も代表的な役割として、有限要素法固有値解析モデルの正当性の検証があげられる^{[4][5]}。それは、実験モード解析で得られる固有振動数・固有モードと、有限要素法で得られる固有振動数・固有モードとの間の相関性を評価することによっておこなわれる。相関性の評価の結果、構造モデルの正当性が検証されれば、それ以降は構造モデルの変更シミュレーションに基づいて、詳細な設計検討が可能となる。この計算機を援用した設計手法は、製品開発に伴う設計・試作・検証試験の繰り返しの回数を減少させ、製品化までの時間短縮と開発費用の低減という大きな効果をもたらした。

さらに、実験モード解析の役割として、机上の検討では予測することが難しい振動減衰特性の把握があげられる。実験モード解析によれば、構造全体の計測点にわたって一貫性があり精度の高い振動減衰を推定することができる。この実際の振動減衰特性を有限要素法解析モデルに組み込むことによって、周波数応答計算・時刻歴応答計算において、初めて実用的な精度を得ることができる^{[6][7]}。

その他に、実験モード解析の代表的な役割として、部分構造合成解析のための構造データの作成、および、機械の運転等に起因して機械構造の内部に発生する加振力の推定があげられる。これらは構造の振動問題を扱う上で欠くことのできない技術であるが、それらのいずれも実験モード解析を前提としたものである。

以上述べたように、実験モード解析は、機械構造の動的な挙動を把握し、振動・騒音問題の解決を図る上で不可欠な技術として位置付けられる。

つぎに、実験モード解析の実行工程について振り返る。実験モード解析は、振動試験による周波数応答関数の推定過程と、その周波数応答関数データの分析に基づく構造の振動モデルの同定過程から成る^[8]。

第一の周波数応答関数の推定の過程では、加振機によって機械構造に動的な力を加え、それと同時に加振力信号と振動応答信号とを計測する。つぎに、これらの計測データの数値処理をおこなって、両者の間の周波数応答関数を推定する。以上の過程を構造にあらかじめ設定した複数の測定点について繰り返しおこない、それぞれの測定点についての周波数応答関数を推定し、その結果を加振点・応答点に関する位置・方向の情報と共に記憶装置に保存する。

第二の振動モデルの同定の過程では、まず同定結果の利用目的に応じて同定する振動モデルの形式を決定し、それを得るための同定方法を選択する。つぎに、上述の記憶装置に保存された周波数応答関数データを取り出して、それらの分析をおこない、構造の振動挙動を表す構造の振動モデルを同定する。

実験モード解析では以上の工程が採られるため、第一の周波数応答関数の推定の過程が適切に実施されない限り、第二の構造の振動モデルの同定の過程においていかに優れた方法が使われたとしても、信頼性の高い振動モデルを得ることはできない。したがって、実験モード解析においては、周波数応答関数の推定の過程が極めて重要であるといえることができる。実験モード解析を成功させるには、周波数応答関数の推定が適切に実施されることが必要条件である。

1.2 従来の研究とその課題

実験モード解析のための周波数応答関数の推定過程は、加振試験の準備の段階、加振試験と信号取得の段階、および、信号処理の段階に分けることができる。

まず、加振試験の準備の段階では、対象構造物の形状・振動特性、および、取得しようとする振動モデルの形式を考慮して、センサの種類、センサの取り付け方法、参照点・計測点の位置と方向、加振波形、加振力を与える方法、構造物の支持方法、および、加振機の支持方法等々を適切に決める必要がある。この中で特に解決が難しい問題として、周波数応答関数推定の基

準点となる参照点を合理的に選択する方法が確立されていないことがあげられる。

供試構造の固有モードに関する情報がない段階で適切な参照点を選択することには困難を伴う。しかし、実験モード解析において信頼できる結果を得るには、参照点の適切な個数・位置・方向を事前に選択する方法を確立することが必要である。もし、適切な参照点を選択されないために、参照点と振動モードの節の位置の一致が起こる場合、あるいは参照点の方向が振動モードの変位方向と直交する場合、構造モデルの同定の過程においてその振動モードを認識することはできない。これは、振動モードを見逃すということであり、実験モード解析にとって重大な問題である^[9]。

以上の理由から、本論文では、加振試験の準備過程における解決すべき最も重要な問題のひとつとして参照点の選択をとりあげる。

つぎに、加振試験と信号取得の段階では、計測信号に様々な種類の誤差が混入し、それが周波数応答関数推定値の信頼性を低下させることが問題となる。この誤差の原因との代表的なものとして、多点同時加振における加振機と構造物の相互作用に起因する加振力の相関、信号変換器の周波数特性や横方向感度の影響、信号変換器の取り付けによって起こる質量付加効果や剛性向上効果、および、加振機や信号変換器の取り付け位置や取り付け角度のずれの影響等があげられる。これらは、入力信号の偏り誤差や偶然誤差を招き、周波数応答関数の推定精度を低下させる。これらの中で、多点同時加振において周波数応答関数推定値の偏り誤差を発生させる原因の筆頭が加振力の相関である。

多点同時加振による周波数応答関数の推定は、複数の参照点に関する振動応答特性を短時間で計測できるという点と、構造系として一貫性を有する周波数応答関数を迅速に得られる点が優れている。さらに、そこで得られる周波数応答関数に基づいて多点参照法が適用できることもその長所の一つである^{[10][11][12][13]}。一方、多点同時加振に基づく周波数応答関数推定では、加振力が相互に無相関である必要があるため、加振機の駆動信号として、複数の独立した信号源から発生する純不規則波や短時間不規則波、あるいは、計算機で生成される擬似ランダム波を用い、加振力の相関の問題の回避を図っ

ている．しかし、実際の多点同時加振では、加振機の駆動信号が互いに無相関であっても、構造と加振機との相互作用に起因して加振力相互に相関が生じる．この現象は構造の固有振動数近傍の周波数において顕著に発生し、周波数応答関数の推定精度を著しく悪化させる．

以上の理由から、本論文では、加振試験と信号取得の過程における解決すべき最も重要な問題のひとつとして多入力推定における加振力の相関を取りあげる．

最後に、信号処理の段階では、標本化の打ち切りにより加振力信号と応答信号の因果関係が損なわれるために起こる誤差、信号標本が離散フーリエ変換の前提条件を満足していないことによって起こる漏れ誤差、標本化の条件がナイキストの標本化定理に反する場合に起こるエリアジング誤差、アナログ・デジタル変換に伴う量子化誤差、および、周波数分解能誤差等の問題があげられる．その中で特に以下の誤差を回避することは困難である．

周波数応答関数の推定に用いられる離散フーリエ変換は、被変換時間関数が標本化時間に等しい周期を有する周期波であるか、または、被変換時間関数が標本化時間内で零からはじまり零で終わる孤立波であることを前提としている．以上の条件が持たされない場合には、フーリエ変換の過程で漏れ誤差が発生し、周波数応答関数の推定精度が低下する^[14]．

上記条件を満たして漏れ誤差の発生を回避するひとつの方法に、標本化時間内で零に収束する孤立波、すなわち、打撃波、バーストランダム波、高速周波数掃引波、等々を加振波として用いる方法がある．この方法は、インパルスハンマによる打撃加振、および、取り付け型の加振機による加振の両方に使用できる利点を有し、広く実用に供されている．しかし、供試構造の振動減衰が小さい場合には、標本化時間内で零に収束する加振波を用いても、振動応答が標本化時間内で零に収束せず、標本化の終了後も振動現象が継続するという状況が生じ、上述の漏れ誤差が発生する．さらに、振動応答が零に収束しないうちに標本化を打ち切ることになるので、標本化時間以降に継続する振動応答記録が推定に反映されない．これにより推定値に偏り誤差が発生する．このように、応答信号が標本化時間内で収束しない場合には、これら二種類の周波数応答関数誤差が重畳して発生することになる．

以上の理由から、本論文では、信号処理の過程における解決すべき最も重要な問題のひとつとして信号の標本化に伴う誤差をとりあげる。

以上でとりあげた、加振試験の準備の段階における参照点の選択の問題、加振試験と信号取得の段階における多入力推定の加振力の相関の問題、および、信号処理の段階における信号の標本化に伴う誤差の問題それぞれに関する研究状況について以下に述べる。

(1) 参照点の選択方法に関する研究

(a) モード振幅に基づく方法 固有モードが既知であることを前提とした参照点の選択手段として、いくつかの方法が提唱されている。ベルギーの LMS International 社が提唱する周波数応答関数の推定値に基づく駆動点留数平均法 (Average of Driver Point Residue)^[15] はその一つである。この方法では、第 i 次の固有振動数 f_i と第 i 次の実数モードベクトル \mathbf{v}_i とを用いて、点 j に対する駆動点留数平均値 R_j を次式で定義する。

$$R_j = \sum_{i=1}^q \frac{v_{ji}^2}{f_i} \quad (1.1)$$

ここで、 v_{ji} は \mathbf{v}_i の第 j 番目の要素を表す。

この方法では、非負の値をとる R_j の値が大きい点から順に参照点とする。しかし、この方法によると、構造物の一部のみが大きく振動するような振動モードの最大振幅点や、主要な振動モードと変位の方が直交する振動モードの最大振幅点は、参照点として選択されにくい。このため参照点の選択において、このような部分的な振動モードを見逃す可能性が高い。この理由より、筆者は、この駆動点留数平均法を無条件に支持することはできない。

モード振幅の大きさを参照点の選択の指標とするその他の方法として、Pickrel^[16] の方法があげられる。この方法では、次式に示すように参照点の候補の点に関するモード振幅の積の大きさを指標とし、それが大きい順に参照点とする。

$$R_j = \prod_{i=1}^q \frac{v_{ji}^2}{f_i} \quad (1.2)$$

Pickrel によると，航空機の地上振動試験では，この方法と上記駆動点留数平均法が併用される．

このモード振幅の積を指標とする方法では，いずれかのモードで節点となる点の評価指標は零となって参照点の候補から除外される．また，例えば，はり状構造物の自由端は，すべてのモード次数でモード振幅が大きいため，参照点の候補としての優先順位が高くなる．したがって，この方法は，先に駆動点留数平均法に関して指摘した問題と同様の，部分的な振動モードなどを見逃す可能性をはらんでいる．したがって，上記 LMS International 社の方法と同様に，この方法を無条件に支持することはできない

(b) 有限要素法モデルの静縮小による方法 Penny・Friswell・Garve^[17]

は，実験モード解析のための有限要素法に基づく測定点選択方法を提唱し，上述の駆動点留数平均法と比較している．この方法は，構造物の有限要素モデルに Guyan の静縮小^[18]を施し，有限要素モデルの自由度をあらかじめ決めた個数まで縮小するというものである．そこでは，質量行列と剛性行列の要素を調べ，(質量 / 剛性) の比が最も小さい自由度を縮小の対象として選び，この自由度をその他の自由度に従属させる．これを繰り返すと独立自由度が減少して所定の個数に達するので，それを参照点とするというものである．同文献では，三種類の構造物を対象におこなわれた実験が紹介されている．それによると，同方法と上記駆動点留数平均法とでは，ほぼ同一の参照点の選択結果が得られている．

この Penny・Friswell・Garve の方法は，正当性が確認された有限要素モデルの存在を前提としている．しかし，有限要素モデルが信頼できるものであれば，その固有ベクトルから参照点に適した複数の点を見出すのは容易であり，あえて上述の繰り返し計算をおこなって参照点を選択する必要性は認められない．したがって，筆者は，計測点を選ぶという目的でこの方法を使うことの意義は認めるが，参照点の選択方法としてこの方法を支持することはできない．

(c) 予備加振試験による方法 正当性が検証された構造モデルが存在せず、固有モードに関する情報がない場合、適切な参照点の個数と位置を選ぶには、複数回の加振試験と複数回のモードベクトルの同定が必要とされる。

従来からおこなわれている予備加振に基づく一般的な参照点の選択方法は以下の通りである。まず、構造物上の一つの点を参照点の候補として選び、この点に関する周波数応答関数の推定をおこなう。その結果に基づいて固有振動数と固有モードを求める。つぎに別の点を参照点の候補として選び、同様に周波数応答関数の推定をおこない、固有振動数と固有モードを求める。つぎにこれらのモードベクトルの相関解析をおこない、どちらか一方のみに現れる固有振動数・固有モードを見出す。この振動モードが考慮する必要がある振動モードか否かが見極められ、それが考慮すべき振動モードである場合には、その振動モードを励起する点が参照点として選択される。このようにして選択された参照点に基づいて、必要十分な振動モードが励起されると実験技術者が確信するまでこの過程は繰り返され、最終的に適切な参照点の組が決定される^[19]。

このような従来の方法に対して、繰り返し作業を可能な限り少なくし、合理的に参照点を決定することを目的として、Avitabile・Haselton・Moor^[20]は、複素モード指示関数 (Complex Mode Indicator Function)^[21] を応用して、参照点の個数と位置とを合理的に求める方法を提唱している。また、Avitabile・Chandler^[22] は、この方法の具体的な適用例を示している。

その方法は、つぎのとおりである。まず、すべての固有モードを励起し得る十分な数の参照点の候補となる点を構造物上に設定する。つぎに、これらの点を順次加振して全点の相互間の周波数応答関数行列を取得する。つぎに、この周波数応答関数行列の小行列を取り出して各離散周波数について、その特異値分解をおこない、最大特異値の周波数関数を求める。この周波数関数が構造の固有振動数で峰を有することが、小行列に対応する構造上の点の中に適切な参照点が含まれる条件となる。したがって、周波数応答関数行列の行と列とを逐次削除して小行列をつくって特異値分解をおこない、上記消失する峰がない最小の大きさの小行列を探せば、その小行列に対応する点がすべての固有モードの同定に必要な最少の参照点となる。

m 個の参照点の候補の中から n 個の参照点を選択することを考えると、以上の参照点の判定をおこなうための小行列の組み合わせ数は ${}_mC_n$ となる。これは、例えば、 $m = 10, n = 3$ のとき 120 となり、 $m=15, n=3$ のとき 455 となる。このように、組み合わせの数は、参照点の候補点の数を多く設定すると著しく増加する。

先に述べたモード振幅に基づく方法と有限要素法モデルの静縮小による方法に対し、この方法は、固有モードに関する情報を必要とせず、予備加振試験で得られた周波数応答関数データのみに基づいて参照点の選択がおこなえる点に特徴がある。一方、この方法は、初期に多くの参照点の候補点を設定すると周波数応答関数行列が大きくなり、検査をおこなう小行列の数が多くなるため膨大な量の判定作業が必要となるという短所を有する。

(2) 加振力の相関に起因する誤差に関する研究

(a) 加振力相互に相関がないことの確認方法 多点同時加振による周波数応答関数の推定では、複数の加振力信号標本に基づくパワースペクトル行列の逆行列演算が必要となる。このとき、複数の加振力の間に相関があるとパワースペクトル行列は特異行列に近づくため、その逆行列演算がノイズに対して敏感となり計算結果の信頼性が低下する。そのために周波数応答関数の推定精度が低下する。

加振力相互に相関がないことを確認するために、Rost・Leuridan^[23] は、加振力信号の間の関連度関数を指標とする方法と比べ、信号の関連度に関するより明確な判定がおこなえる以下の方法を提唱している。すなわち、各加振信号のフーリエスペクトル関数に基づいて離散周波数ごとに加振力のパワースペクトル行列をつくり、各離散周波数において、この行列の固有値を計算する。このとき同行列が正則であって、加振点と同数の固有値を有するならその周波数で加振力は相互に無相関である。一方同行列が特異であるなら、その周波数において加振力に相関が生じている。

しかし、この加振力相互の相関という現象は多点同時加振において多くの場合避け難い現象である。したがって、以上述べた加振力の無相関性を確

認するだけでなく、さらに、加振力の相関による推定精度の低下を積極的に回避する方策が求められている。以下はこの推定精度の低下を回避する手段を提供するものである。

(b) 多点打撃加振法 Fladung・Brown^[24] は、以上述べた加振力の相関を避けるための加振方法として、多点参照打撃加振試験 (Multiple Reference Impact Testing) を提唱している。

加振実験の準備に多くの作業を必要としない打撃加振は、特に実験室外での計測に有利である。多点参照打撃加振試験は、多チャンネルアナライザと打撃加振とを組み合わせた多点参照の周波数応答関数推定方法である。構造物上の複数の参照点に応答計測点を設定し、一つの加振ハンマの打撃点を移動させて加振する。

この方法は、複数の応答信号を加振信号と同時に標本化し、これらに基づいて周波数応答関数の推定をおこなうという方法をとるため、多点参照の周波数応答関数データを迅速かつ手軽に得ることができる利点を有する。また、ここで使われる推定法は1入力1出力の周波数応答関数の推定値に基づくものであるため、加振力相互の相関の問題がないという利点を併せ持つ。

しかし、この方法は、打撃加振の欠点である波高率が高いという問題点、および、加振力の大きさに対する応答の非線形の影響を避け難い等の問題点を有している。

また、白井・田鍋^[25]は周波数応答関数推定のための加振法として、不規則な時間間隔で打撃加振をおこなう多点不規則打撃加振法を提唱している。

加振機を構造物に取り付けておこなう広帯域加振法は、対象物の特性に合わせて加振波形の使い分けができる利点があるが、一方で加振機を取り付けることで構造の振動特性を変化させることがある。白井・田鍋の提唱する不規則打撃加振法は、このような場合に有利である。さらに、その他の長所として、加振機を取り付けることで発生する加振力相互の相関を避けられる点あげられる。

しかし、この白井・田鍋の方法は、上記の Fladung・Brown の提唱する多点参照打撃加振試験に関して述べたと同様に、波高率が高いという問題点や

非線形の影響を避け難い問題点などの打撃加振に共通の短所を有する。

また、岩原・杉浦・長松^[26]は、周波数応答関数推定のための加振実験に自動打撃加振装置を使うことを提唱している。

同文献では以下の指摘がなされている。実験モード解析の信頼性に対して、周波数応答関数データの質の影響は、同定手法の違いの影響に比べてはるかに大きい。実験データの質には計測点の位置と方向が影響する。人がハンマリングをおこなう打撃加振では打撃点の位置・打撃の方向・打撃の強さが一定ではない。また、加速度検出器の取り付け位置が構造の振動モデルとして設定した点と必ずしも一致しない。一例として、三個の加速度計を立方体のブロックに取り付けた三軸加速度計を用いる場合、構造上に設定した応答計測点から離れた位置の応答加速度信号を計測していることになる。

岩原・杉浦・長松は、周波数応答関数の質を劣化させる多くの原因の中から打撃加振の問題をとりあげ、その解決方法を提案している。同文献に示された例によると、自動打撃加振機を用いた実験では $H_1 \cdot H_2 \cdot H_V$ 推定法の間で周波数応答関数の推定値に差がなく、これらすべての推定法において関連速度関数の推定値が 1 となる良好な結果が得られている。

(c) 加振機と構造との相互作用 Wellstead^[27] は周波数応答関数の推定に関する課題として、広く知られているデジタル信号処理にともなう誤差の問題、すなわち、時間窓による漏れ誤差・標準誤差・エリアジング誤差をとりあげると同時に、Figure 1.1 に示す 1 入力 1 出力構造系における構造と加振機との相互作用に起因する閉ループ伝達関数の影響の問題をとりあげている。

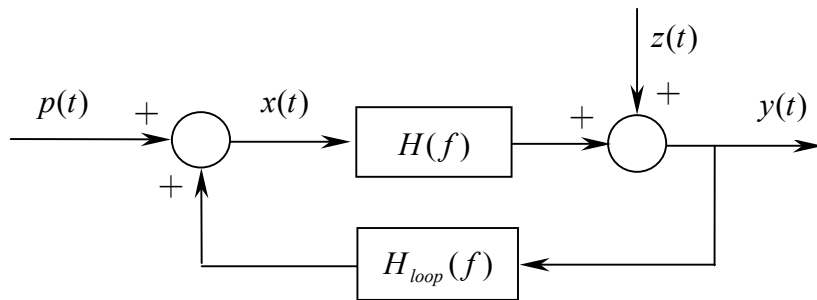


Figure 1.1 A single input closed loop structural excitation system

ここで、 $H(f)$ は構造の周波数応答関数、 $H_{loop}(f)$ は構造の応答から加振力へフィードバックされる加振機構系による閉ループ周波数応答関数を表す。また、 f は周波数、 t は時間、 $x(t)$ は加振力の時間関数、 $y(t)$ は振動応答の時間関数、 $z(t)$ は構造の周波数応答関数の出力側に混入する雑音の時間関数、 $p(t)$ は応答から加振力への閉ループ周波数応答関数の影響を除いた加振力の時間関数である。

このように、加振力に対して応答のフィードバックが作用する系では、加振力標本 $x(t)$ と振動応答標本 $y(t)$ とに基づく通常の周波数応答関数の推定法を用いた場合偏り誤差が発生することが指摘されている。その解決方法として、 $p(t)$ と $x(t)$ との相互パワスペクトルの推定値 $\hat{G}_{px}(f)$ と、 $p(t)$ と $y(t)$ との相互パワスペクトルの推定値 $\hat{G}_{py}(f)$ に基づき、構造の周波数応答関数の推定値 $\hat{H}(f)$ を次式で得る方法を提唱している。

$$\hat{H}(f) = \frac{\hat{G}_{py}(f)}{\hat{G}_{px}(f)} \quad (1.3)$$

この応答信号の加振力へのフィードバックの問題は、多点同時加振による周波数応答関数の推定においても発生することはいうまでもない。しかも多点同時加振の場合には、さらに不都合なことに、応答から加振力への周波数応答関数 $H_{loop}(f)$ は加振力相互の相関を引き起こす。この加振力相関に起因する周波数応答関数の推定誤差は、上記1入力1出力構造系の閉ループ伝達関数に起因する周波数応答関数の推定誤差の問題と比べ、以下に述べるように、その影響が著しく大きく、より深刻な問題である。

多点同時加振では、連立1次方程式

$$\hat{\mathbf{G}}_{xx}(f)\hat{\mathbf{H}}(f) = \hat{\mathbf{G}}_{xy}(f) \quad (1.4)$$

を解くことによって、周波数応答関数 $\hat{\mathbf{H}}(f)$ の推定値を求める。ここで $\hat{\mathbf{G}}_{xx}(f)$ は加振力の自己パワスペクトル行列の推定値、 $\hat{\mathbf{G}}_{xy}(f)$ は加振力と応答との相互パワスペクトル行列の推定値である。この解は、次式で与えられる。

$$\hat{H}(f) = \hat{G}_{xx}^{-1}(f) \hat{G}_{xy}(f) \quad (1.5)$$

このとき複数の加振力相互に相関があると、行列 $\hat{G}_{xx}(f)$ の条件数、すなわち、(最大特異値 / 最小特異値) が増大する。これは行列 $\hat{G}_{xx}(f)$ が特異行列に近づくことを意味し、その逆行列演算による連立 1 次方程式の解 $\hat{H}(f)$ の精度が著しく低下することになる。Goodman^[28] は、この推定精度の低下を、周波数応答関数の信頼区間の増大として、F 分布を用いて定量的に表している。同様に Bendat^[29] は、周波数応答関数の推定値の信頼区間の上限値と下限値の差の増大としてこの現象を表現している。

(3) 信号の標本化に伴う誤差に関する研究

(a) 加振機のフィードバック制御による方法 白井・山口・長松^[30]は、バーストランダム波加振試験において信号が標本化時間以降も継続すること起因する誤差の問題を解決するため、「速度フィードバックバースト不規則波加振」と呼ぶ加振方法を提唱している。

その方法は、電磁加振機を用いた周波数応答関数の推定実験において、加振波形としてバーストランダム波を用い、応答信号を振動速度として計測し、この速度信号を加振機の駆動信号にフィードバックするというものである。これによって、バーストランダム波の無信号の部分において加振機を構造物の振動応答を減衰させるアクティブダンパとして作用させ、応答信号を標本化時間内で零に減衰させる。

同文献によると、この方法により加振力信号と応答信号の両方が標本化時間内において零からはじまり零で終わる孤立波として標本化されるため、フーリエ変換にともなう漏れ誤差が発生せずに精度のよい周波数応答関数の推定ができるとされている。さらに、この方法では不規則信号が用いられるため、平均化効果によって構造非線形の影響を軽減できるという長所を併せ持つことが長所としてあげられている。

中村・澤登・今泉・長松^[31]は、上記白井・山口・長松の方法を発展させた以下の方法を提唱している。

振動応答信号は加速度または変位として計測されるのが一般的で、速度

信号として計測されることは稀である．振動速度を直接検知するセンサにはレーザ光のドップラー効果を応用したものがあるが，これは一般に広く用いられているものではなく値段も高い．さらに，加速度信号を速度信号に変換するには時間積分処理が必要であり，変位信号を速度信号に変換するには時間微分処理が必要である．しかし，ノイズを含む時刻歴信号に対するこれらの処理はノイズ成分を増幅させ SN 比を低下させ，このために周波数応答関数の推定精度が悪化する．そこで，同文献では，速度信号ではなく加振力信号を加振機駆動信号にフィードバックする方法が提唱されている．同文献によると，加振力信号をフィードバックすることによってもダンパ効果が得られ，応答信号を標本化時間内で零に減衰させる効果が得られる．

以上の白井・山口・長松の提唱する方法と中村・澤登・今泉・長松の提唱する方法は，低減衰構造の周波数応答関数の推定に関する問題に対して一つの解決手段を提供するものとして評価できる．しかし，一方でこれらの方法は，加振機系にフィードバック制御のための新たな計測制御系を追加しなければならないことと，標本化時間内で応答信号が零になるように制御系のゲインを調整する必要があるという問題点を有している．

(b) 指数関数窓関数を用いる方法 打撃加振を用いる場合においても同様の応答信号の標本化打ち切りに起因する誤差の問題は発生する．この場合の解決策の一つとして，従来から用いられている方法に標本化時間 T の応答信号標本に指数関数，

$$w(t) = e^{-\rho t}, \quad (0 \leq t) \quad (1.6)$$

を窓関数として乗じる方法がある^[32]．ここで ρ は指数関数の減衰を表す正の数である．この方法によると，標本化時間の終端 $t = T$ において信号標本と窓関数の積が零に近づくため漏れ誤差が低減できると一般にいわれている．

しかし，筆者はこの方法を無条件に支持することはできない．詳細は後述するが，この方法は量子化誤差を増大させるという欠点を有するのがその理由である．

(c) プリトリガと指数関数時間窓関数の併用の問題 中村・山口・大熊^[33] は、打撃加振試験でプリトリガを用いる場合に指数関数時間窓関数を併用することの問題点を指摘し、その解決方法を提案している。

打撃加振の場合一般に、加振力信号にしきい値を設定し、インパルス状の加振力信号が立ち上がってこのしきい値、すなわち、トリガレベルを超えたときに加振力信号と応答信号の標本化を開始するように設定される。したがって、標本化開始より前に起こっている加振力信号と応答信号の情報は考慮されない。この現象を回避するために、トリガのタイミングより時間をさかのぼって標本化を開始する「プリトリガ」と呼ばれるデータ取得方法が用いられる。このとき、前節で述べた漏れ誤差防止を目的として、応答信号に指数関数時間窓関数を乗じると、プリトリガの時間長さ如何によって周波数応答関数の推定値が変化するという偏り誤差が発生する。

この問題を解決するため、同文献では、応答信号に乗じる指数関数時間窓関数と同一の時間窓関数を加振力信号に乗ずることを提唱している。これによって、プリトリガ時間の長さの影響で周波数応答関数の推定値が変化するということがなくなる。

この提案によって、プリトリガと指数関数時間窓関数の併用に伴う問題が解決されるため、筆者はこれを支持する。

(4) 従来の研究の課題

以上で述べた周波数応答関数の推定に関する従来の研究に残された課題をまとめる。

参照点の選択については、各次数のモード振幅を加算または乗算した値が大きい点を参照点として選択する方法、有限要素モデルの静縮小により参照点を選択する方法、複素モード指示関数を用いて参照点の適否を判断する方法が提案されている。これらの中で、複素モード指示関数を使う方法は、正当性が検証済みの構造モデルが存在しない場合においても利用できる合理的な方法であるといえることができる。しかし、この方法は、参照点の候補点が多いとき膨大な作業を要する。したがって、参照点の候補が多い場合にお

いても効率よく迅速に参照点を選択する方法の確立が残された重要な課題であるといえる。

加振力の相関に起因する推定誤差の回避については、加振力標本の分析に基づいて加振力相互の相関の有無を判定する方法、多点打撃加振によって多点参照の周波数応答関数を推定する方法、多点打撃加振を不規則に時間間隔でおこなう方法が提案されている。しかし、誤差の少ないとされる取り付け型の加振機を用いる周波数応答関数推定では、加振力の相関に起因する推定精度の低下が起こる。したがって、この誤差を回避する推定方法の確立が残された重要な課題であるといえる。

信号の標本化に伴う推定誤差の回避については、加振機駆動信号へのフィードバック制御によって応答信号を標本化時間内で収束させる方法、指数関数時間窓関数を用いて応答信号を標本化時間内で減衰させる方法が提案されている。しかし、これらの方法は、それぞれ加振機の制御を必要とする点、量子化誤差が発生しやすい点で不利である。したがって、加振機の制御を必要としない推定誤差の少ない推定方法の確立が残された重要な課題であるといえる。

以上をまとめると、周波数応答関数の推定に関して残された主要課題はつぎの通りである。

- 効率的で迅速な参照点の選択方法の確立
- 加振力の相関に起因する推定誤差の回避法の確立
- 信号の標本化に起因する推定誤差の回避法の確立

1.3 本研究の目的

本論文では、研究の背景、および、従来の研究とその課題を踏まえ、周波数応答関数の推定に関する残された主要課題の解決を図る。すなわち、

- (1) 周波数応答関数推定のための参照点を選択する方法が確立されていないという課題に対し、適切な参照点を効率よく迅速に選択する方法を提案する。

- (2) 多点同時加振による周波数応答関数推定において加振力の相関に起因する推定誤差が発生するという課題に対し、加振力相互に相関がある場合でも推定誤差が発生しない推定方法を提案する。
- (3) 低減衰構造を対象とする周波数応答関数の推定における信号の標本化打ち切りに起因して推定誤差が発生するという課題に対し、加振機の制御を必要としない汎用性の高い推定誤差の回避方法を提案する。

これら提案する方法それぞれの正当性と有効性とを実験に基づいて明らかにし、これによって実験モード解析のための周波数応答関数推定技術の向上を図ることを本研究の目的とする。

1.4 論文の構成

以下に第2章以降の概要と論文の構成を示す。

第2章・第3章・第4章は実験に関する章である。それぞれの章において、まず、以上にあげた課題の解決方法を提案し、つぎに、提案する方法に関する実験をおこない、実験結果に基づいて提案する方法の正当性と有効性とを検討する。

第2章「参照点の適切な個数・位置・方向の選択方法」では、参照点を選択するための合理的な方法が確立されていないという課題に対し、従来の方法と提案する方法について述べ、ばね-質点系構造モデルによる数値実験をおこない、実験結果に基づいて提案する方法について検討する。

第3章「加振力の相関に起因する推定誤差の回避方法」では、多点加振による周波数応答関数推定における加振力の相関に起因して周波数応答関数の推定値の信頼性が低下するという課題に対し、従来の方法と提案する方法について述べ、実際の構造を対象とする加振実験をおこない、機駆動信号を用いた推定方法を提案し、それに関する数値実験をおこない、実験結果に基づいて提案する方法について検討する。

第4章「信号の標本化に伴う推定誤差の回避方法」では、低減衰構造を対象とする場合に信号の標本化に起因する推定誤差が発生するという課題に

対し，従来の方法と提案する方法について述べ，数値実験と実際の構造を対象とする周波数応答関数推定実験をおこない，実験結果に基づいて提案する方法について検討する．

第5章「結論」では，第2章・第3章・第4章で得られた結果を総括する．また，今後の研究について展望する．

論文の構成を Figure 1.2 に示す．

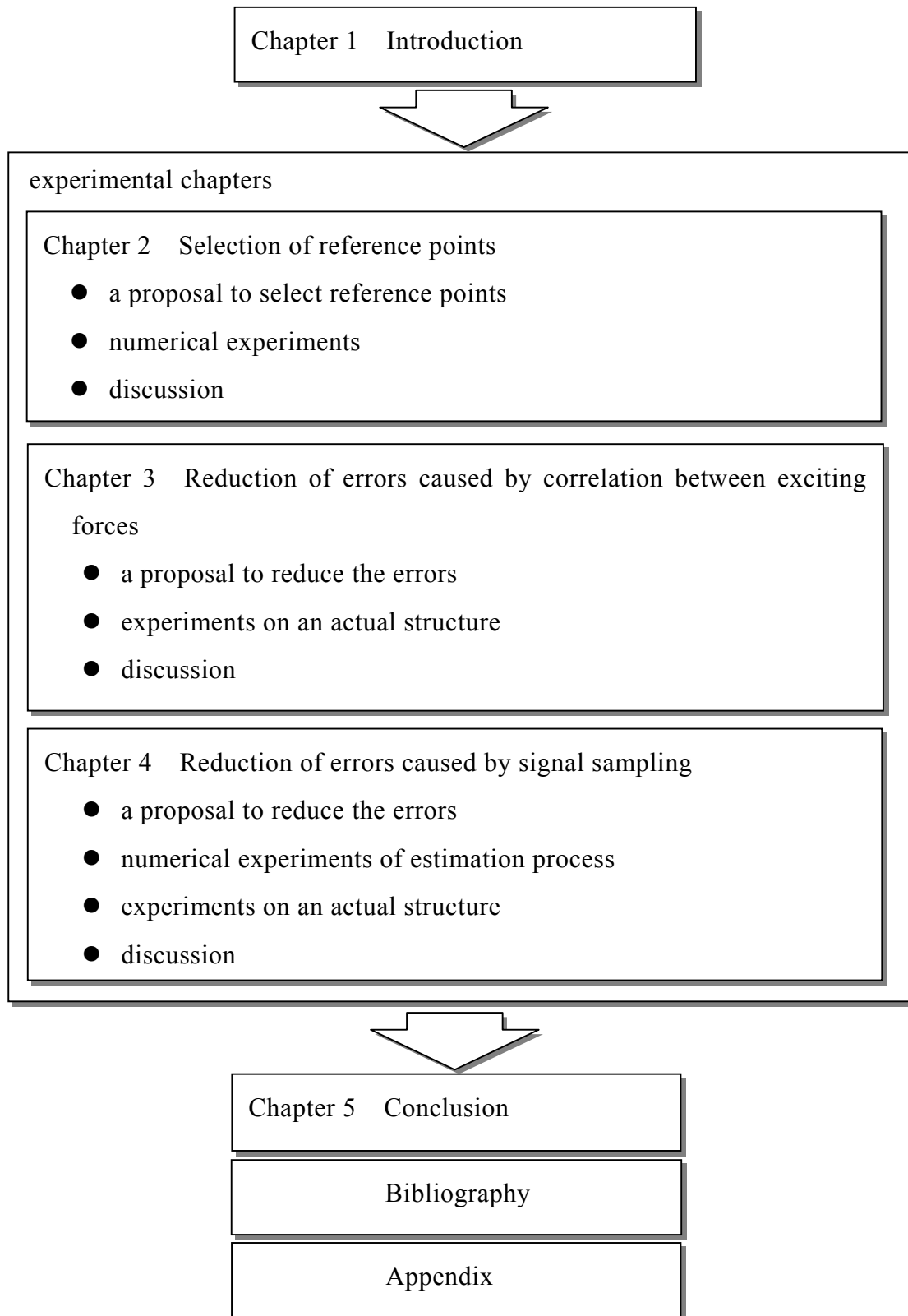


Figure 1.2 Organization of thesis

第2章

参照点の適切な個数・位置・方向の選択方法

2.1 はじめに

実験モード解析に必須な周波数応答関数の推定に関する最も重要な問題の一つに参照点の適切な個数・位置・方向の選択があげられる。実験モード解析において、着目する周波数範囲の振動モードを漏れなく見出して正確な構造モデルを同定するには、固有モードの節に近い点を参照点として選択することを避けなければならない。また、計測データに重畳される雑音の影響を減らすには、着目するすべての固有モードにおいて、その節に近い点を参照点として選択することを避けなければならない。

この問題に対し、LMS International 社は駆動点留数平均法と呼ぶ周波数応答関数の推定値に基づく参照点の選択方法を提案している。しかし、この方法には、構造の部分的な振動モードを検知するのに適した点、あるいは、主要モードと振幅の方向が直交する振動モードを検知するのに適した点などの、参照点として選択することが望ましい点が選択されにくいという問題点がある。また、Penny・Friswell・Garvey は有限要素モデルの静縮小による方法を提唱しているが、この方法には、実験モード解析に先立って、十分な精度を有することが検証済みの有限要素モデルが必要であるという問題点がある。

これらの方法に対し、Avitabile・Haselton・Moor の提唱する複素モード指示関数による方法では、実験モード解析に必要な参照点の個数と位置とを一定の判定基準の下で合理的に選択できるため、以上にあげた方法に対して優れた方法

ということができる。しかし、同方法は周波数応答関数行列を分析する過程において、行列の全ての小行列に関する離散周波数ごとの特異値分解演算を必要とし、更にその小行列を形成する測定点の組み合わせが参照点としてふさわしいか否かを実験技術者が個々に判定する必要がある。これらは膨大な作業量となり、実用上の大きな障害となっている。

そこで、本章ではこの Avitabile・Haselton・Moor の提唱する方法を発展させ、まず、明確な評価基準に基づいて、少ない作業量で、かつ迅速に参照点の個数と位置とを選択する新しい方法を提案する。つぎに、提案する方法に関する実験をおこない、その方法が正当であり、実用に供する有効なものであることを確かめる。

2.2 参照点の選択方法

2.2.1 従来の複素モード指示関数による方法

最初に、提案する方法の基礎となる Leurs・Deblauwe・Lembregts が提案する複素モード指示関数(complex mode indicator function)に基づく参照点の選択方法を振り返る。同法では、まず、対象とする周波数範囲のすべての振動モードを漏れなく励起することができるように、構造物上に十分な数の参照点の候補を設定する。この候補点の数を q とする。つぎに、これらの点を加振点かつ応答点とする周波数応答関数の推定をおこない、これによって (q, q) 型の周波数応答関数行列 $\mathbf{H}(f)$ を取得する。なお、 $\mathbf{H}(f)$ は対称行列であるため、行列の全要素を決めるには、対角要素と上三角要素の合計 $q(q+1)/2$ の周波数応答関数を取得することが必要となる。

周波数 f_0 における周波数応答関数行列 $\mathbf{H}(f_0)$ の特異値分解は次式で与えられる^[34]。

$$\mathbf{H}(f_0) = \sum_{i=1}^q \mu_i(f_0) \mathbf{u}_i(f_0) \mathbf{v}_i^H(f_0) \quad (2.1)$$

ここで、 $\mu_i(f_0)$ ($i=1, 2, \dots, q$) は行列 $\mathbf{H}(f)$ の特異値である。ただし $\mu_i(f_0)$ は、非負の実数で $\mu_1(f_0) \geq \mu_2(f_0) \geq \dots \geq \mu_q(f_0)$ の関係を有する。

また、複素数の列ベクトル

$$\mathbf{u}_i(f_0) \quad (i=1,2,\dots,q) \quad (2.2)$$

$$\mathbf{v}_i(f_0) \quad (i=1,2,\dots,q) \quad (2.3)$$

はそれぞれ、行列 $\mathbf{H}(f_0)\mathbf{H}^H(f_0)$ の固有値 $\lambda_i(f) = \mu_i^2(f)$ ($i=1,2,\dots,q$) に対応する固有ベクトルと、行列 $\mathbf{H}^H(f_0)\mathbf{H}(f_0)$ の固有値 $\lambda_i(f) = \mu_i^2(f)$ ($i=1,2,\dots,q$) に対応する固有ベクトルである。ここで以上の式(2.2)と式(2.3)とに示す固有ベクトルを 1 から q まで集めた正方行列

$$\mathbf{V}(f_0) = [\mathbf{v}_1(f_0), \mathbf{v}_2(f_0), \dots, \mathbf{v}_q(f_0)] \quad (2.4)$$

$$\mathbf{U}(f_0) = [\mathbf{u}_1(f_0), \mathbf{u}_2(f_0), \dots, \mathbf{u}_q(f_0)] \quad (2.5)$$

はともにユニタリ行列である。また、記号 H は Hermite 変換を表す。

離散周波数値のすべてについて参照点の候補点に関する周波数応答関数行列 $\mathbf{H}(f)$ の特異値分解をおこない、最大特異値 $\mu_1(f)$ を周波数 f の関数として表す。このとき参照点の候補点が適切に選択され、これらの点の加振によってすべての振動モードを励起できれば、この関数 $\mu_1(f)$ は構造系のすべての固有振動数において峰を呈す。これは、すべての固有振動数に対応する振動モードの情報が行列 $\mathbf{H}(f)$ に含まれていることを意味する。

つぎに、最初に設定した q 個の参照点の候補点から一部の点を取り去るときに、残った点に基づいて得られる振動モードの数が元の参照点に基づいて得られるものと比べて減少するか否かを調べる。これは以下の方法でおこなわれる。まず、取り去る候補点に対応する行と列とを初期の (q, q) 型の周波数応答関数行列 $\mathbf{H}(f)$ から削除する。つぎに、この削除後の小行列を特異値分解し、新たな最大特異値の周波数関数 $\mu_1(f)$ の峰を調べる。ここで最大特異値 $\mu_1(f)$ の峰の中に消失するものがあれば、取り去った点は消失した峰に対応する振動モードを励起するために必要なものであったことになる。すべての候補点の組み合わせに対して以上述べた方法で判定すれば、振動モードの同定に必要な最も少ない数の参照点の個数と位置とを決めることができる。

構造系に重根や分離できない固有振動数がある場合は、最大特異値 $\mu_1(f)$ だけでなく固有振動数の重畳の数と同数の特異値の周波数関数 $\mu_2(f)$, $\mu_3(f)$, \dots が峰を呈する．このとき $\mu_2(f)$, $\mu_3(f)$, \dots についても同様に以上で述べた評価をおこなえば、重畳するそれぞれの振動モードの同定に必要な参照点の位置を明らかにすることができる．

しかし、複素モード指示関数法では候補点の組み合わせごとに最大特異値 $\mu_1(f)$ を計算してそれを評価する必要があるため、その作業量は膨大となり、参照点としてふさわしい点、参照点として避けなければならない点の見極めに長い時間を必要とした．また、共振峰に隠された固有値を少ない作業で見出すことができなかった．さらに、特定の固有モードを励起するために適した点、または、特定の固有モードを観測するために適した点を迅速に見出すことはできなかった．

2.2.2 提案する参照点の選択方法

以上に述べた複素モード指示関数による参照点の選択の問題を解決するために、以下の方法を提案する．

まず、周波数応答関数行列 $\mathbf{H}(f)$ に加振力が作用するときの、応答の大きさについて考える． q 個の参照点の候補点へ同時に加える加振力を q 次元の列ベクトル \mathbf{x} で表すと、次式が成立する．

$$\text{Max}_{\mathbf{x}} \frac{\|\mathbf{H}(f)\mathbf{x}\|^2}{\|\mathbf{x}\|^2} = \text{Max}_{\mathbf{x}} \frac{\mathbf{x}^H \mathbf{H}^H(f) \mathbf{H}(f) \mathbf{x}}{\mathbf{x}^H \mathbf{x}} = \mu_1^2(f) \quad (2.6)$$

ここで $\|\cdot\|$ はユークリッドノルムを表す．

行列 $\mathbf{H}(f)$ に対する入力 \mathbf{x} のユークリッドノルムと、出力 $\mathbf{H}(f)\mathbf{x}$ のユークリッドノルムの比 $\|\mathbf{H}(f)\mathbf{x}\|/\|\mathbf{x}\|$ を行列 $\mathbf{H}(f)$ の増幅率と呼ぶとする．式(2.6)は、加振力 \mathbf{x} を自由に選んだときの $\mathbf{H}(f)$ による最大増幅率 $\|\mathbf{H}(f)\mathbf{x}\|/\|\mathbf{x}\|$ が $\mathbf{H}(f)$ の最大特異値 $\mu_1(f)$ に等しくなることを示している^{[35][36]}．

つぎに、式(2.6)が最大値をとるときの \mathbf{x} について考える．式(2.6)の右辺の分子の一部である $\mathbf{H}^H(f)\mathbf{H}(f)$ は Hermite 行列となり、次式のように展開できる．

$$\mathbf{H}^H(f)\mathbf{H}(f) = \sum_{i=1}^q \mu_i^2(f) \mathbf{v}_i(f) \mathbf{v}_i^H(f) \quad (2.7)$$

したがって、 $\mathbf{H}^H(f)\mathbf{H}(f)$ の左側と右側からそれぞれ \mathbf{x}^H と \mathbf{x} を乗じた分子を有する式(2.6)が最大となるのは、最大特異値 $\mu_1(f)$ に対応する固有ベクトル $\mathbf{v}_1(f)$ と加振力ベクトル \mathbf{x} の方向が一致するとき、すなわち、

$$\mathbf{x} = \alpha \mathbf{v}_1(f) \quad (\alpha \text{ は任意の非零の複素数}) \quad (2.8)$$

が成立するときである。

ここで応答 $\mathbf{H}(f)\mathbf{x}$ に対する加振力ベクトル \mathbf{x} の寄与を評価する関数 $E_1(f)$ を導入する。評価関数 $E_1(f)$ をベクトル $\mathbf{v}_1(f)$ とベクトル \mathbf{x} の内積をそれぞれのユークリッドノルムで規格化した関数として定義し、固有ベクトル $\mathbf{v}_1(f)$ と加振力ベクトル \mathbf{x} との方向の同一性を調べる。言い方を換えれば、評価関数 $E_1(f)$ は、ベクトル \mathbf{x} へのベクトル $\mathbf{v}_1(f)$ の直交射影の長さとなる。この評価関数 $E_1(f)$ は次式で与えられる。

$$E_1(f) = \frac{\|\mathbf{v}_1^H(f)\mathbf{x}\|}{\|\mathbf{v}_1^H(f)\| \cdot \|\mathbf{x}\|} \quad (2.9)$$

評価関数 $E_1(f)$ は、 $0 \leq E_1(f) \leq 1$ の範囲の値をとり、 $E_1(f)=1$ となる加振力ベクトル \mathbf{x} が選ばれたとき応答 $\mathbf{H}(f)\mathbf{x}$ のユークリッドノルムが最大となる。

この固有ベクトルの射影による方法では、従来のモード指示関数による方法と異なり、すべての候補点の組み合わせを評価することなく迅速に参照点の選択の指標を得ることができる。

以上述べた評価関数 $E_1(f)$ の概念を Figure 2.1 に示す。

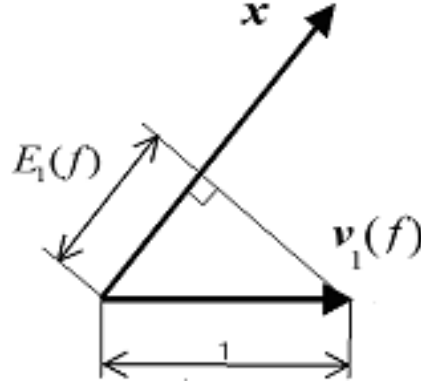


Figure 2.1 An evaluation function $E_1(f)$: An orthogonal projection of an eigen vector $v_1(f)$ on a excitation vector x

つぎに、同一の固有振動数、または、近接した固有振動数に複数の固有モードが存在するために、周波数応答関数において、それぞれの固有振動数が重畳し、異なる峰としては現れない場合を考える。このような場合にそれぞれの固有モードを最も強く励起する加振力ベクトルを見出すことができれば、その加振力ベクトルと方向に近い参照点を選択することによって、その固有モードを励起することができる。

周波数応答関数行列 $\mathbf{H}(f)$ の最大 s 個 ($s = 1, 2, \dots, q-1$) の特異値に対応する固有ベクトル、すなわち、行列 $\mathbf{H}(f)^H \mathbf{H}(f)$ の最大 s 個 ($s = 1, 2, \dots, q-1$) の固有値に対応する固有ベクトルを集めた行列を

$$\mathbf{V}_s(f) = [\mathbf{v}_1(f), \mathbf{v}_2(f), \dots, \mathbf{v}_s(f)] \quad (2.10)$$

とすると、次式が成立する。

$$\max_{\mathbf{V}_s(f) \mathbf{x} = \mathbf{0}} \frac{\|\mathbf{H}(f) \mathbf{x}\|^2}{\|\mathbf{x}\|^2} = \mu_{s+1}^2(f) \quad (2.11)$$

この式はつぎの意味を持つ。すなわち、加振力ベクトル \mathbf{x} が、行列 $\mathbf{H}(f)$ の最

大 s 個の特異値に対応する固有ベクトル $\mathbf{v}_1(f), \mathbf{v}_2(f), \dots, \mathbf{v}_s(f)$ すべてと直交するという制約条件,

$$\mathbf{V}_s(f)\mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (2.12)$$

の下で $\|\mathbf{H}(f)\mathbf{x}\|/\|\mathbf{x}\|$ を最大にする加振力ベクトル \mathbf{x} が存在し, そのとき $\mathbf{H}(f)$ の増幅率の最大値は $\mu_{s+1}(f)$ に等しいということである. ここで $\mathbf{0}$ は零ベクトルを表す. $\|\mathbf{H}(f)\mathbf{x}\|/\|\mathbf{x}\|$ を最大にする加振力ベクトル \mathbf{x} の値は, 式(2.6)について述べた場合と同様の過程をたどり,

$$\mathbf{x} = \alpha \mathbf{v}_{s+1}(f) \quad (\alpha \text{ は任意の非零の複素数}) \quad (2.13)$$

となる^[37].

そこで, 構造系に重根や近接した固有振動数があるとき, 周波数応答関数のより大きな峰に隠れて明確には現れない固有モードを想定し, その固有モードに対する加振力の寄与を評価する関数 $E_{s+1}(f)$ を以下のとおり定義する.

$$E_{s+1}(f) = \frac{\|\mathbf{v}_{s+1}^H(f)\mathbf{x}\|}{\|\mathbf{v}_{s+1}^H(f)\| \cdot \|\mathbf{x}\|}, \quad (s = 1, 2, \dots, q-1). \quad (2.14)$$

ここで, 参照点の候補点の第 i 番目の点にのみ加振力を加える場合を考える. このとき加振力ベクトル \mathbf{x} は, q 次元ベクトル空間における直交基底, すなわち,

$$\mathbf{e}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{e}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \dots, \quad \mathbf{e}_q = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

なる q 個の列ベクトルの中の第 i 番目の列ベクトル \mathbf{e}_i で表すことができる. 式(2.9)の \mathbf{x} に \mathbf{e}_i を代入すると, 評価関数 $E_1(f)$ は列ベクトル $\mathbf{v}_1(f)$ の第 i 番目の要素のユークリッドノルムと等しくなる. すなわち,

$$E_1(f) = \|v_{i1}(f)\| \quad (2.16)$$

参照点の候補すべてについての評価関数 $E_1(f)$ を同時にプロットすれば、各点の一つずつ加振したときの、それぞれの点へ与える加振力の振動応答への影響の大きさが明確になり、それらを相互に比較することができる。

なお、以上では単点を加振する場合について述べたが、加振力の位相を制御して多点を同時に加振する方法、例えば、航空機分野で古くからおこなわれている実験モード解析の一つの手法である正規モード法、すなわち、複数の加振機の位相を制御して多点を同時に正弦波で加振する方法に対しても、多数の加振波の位相と大きさを決定するときこの考え方が適用できる。この場合は、上記式(2.15)の単点加振を表すベクトル \mathbf{e}_i を以上の加振方法に対応したベクトルに置き換え、同様に評価関数 $E_{s+1}(f)$ ($s=1,2,\dots,q-1$) を求めればよい。例えば、点1と点2に位相の反転した等しい大きさの加振力を加える場合、その加振ベクトル \mathbf{x} は以下となる。

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

2.3 ばね-質点系構造モデルによる数値実験

2.3.1 実験方法

実際の構造物の加振試験に基づいて推定される周波数応答関数には種々の推定誤差が含まれる。また、実際には複雑な固有モードを呈することがある。ここではこれらの複雑さを避けるため単純化したばね-質点構造モデルを用いて提案する参照点選択法について検討する。

数値実験の手順を以下に示す.

- (1) 質点とばねとから構成される構造モデルを設定する.
- (2) 質量行列 \mathbf{M} と剛性行列 \mathbf{K} を作成する.
- (3) \mathbf{M} と \mathbf{K} に基づき実固有値解析をおこない, 固有振動数と固有モードとを算出する.
- (4) \mathbf{M} と \mathbf{K} に粘性減衰行列 \mathbf{C} を付加し, 周波数応答関数行列を生成する.
- (5) 周波数応答関数行列の特異値分解をおこなう.
- (6) 評価関数 $E_{v_1 \cdot x}(f)$, $E_{v_2 \cdot x}(f)$ の計算をおこなう.

以上の過程で得られた評価関数 $E_{v_1 \cdot x}(f)$, $E_{v_2 \cdot x}(f)$ が参照点の選択に関してどのような意味を持つかを以下において検討する.

2.3.2 構造モデル

ばね-質点からなる二つの構造モデル, 構造モデル A と構造モデル B とを考える. それらの周波数応答関数行列を計算し, これを加振実験に基づいて推定されたものと仮定し, これらに関する評価関数を計算する.

構造モデル A は, 固有振動モードの節点が参照点の候補に含まれる場合を想定したものである. 固有振動モードの節点, すなわち, 参照点として不適切な点を提案する方法を用いて見出すことができるか否かを調べる.

この構造モデルを Figure 2.2 に示す. この構造モデルは, 水平方向の自由度を有し, 左右の固定点の間に単位質量 $m_i = 1$ ($i = 1, 2, \dots, 7$) と単位剛性 $k_j = 1$ ($j = 1, 2, \dots, 8$) とが直列に連なったものである.

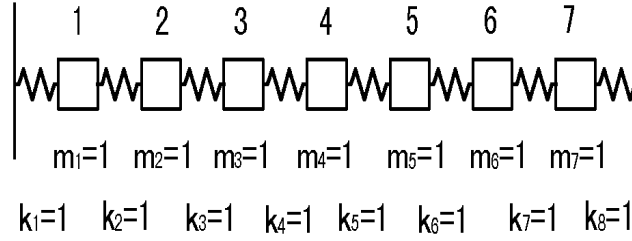


Figure 2.2 Structural model A

この構造モデルの質量行列 \mathbf{M}_A ・剛性行列 \mathbf{K}_A ・粘性減衰行列 \mathbf{C}_A を次式で与える．粘性減衰行列 \mathbf{C}_A の値は剛性行列 \mathbf{K}_A の 1% とする．

$$\mathbf{M}_A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$\mathbf{K}_A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$C_A = 0.01 \cdot \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

構造モデル A の固有振動数と固有モードとを Figure 2.3 に示す．なお，以下の固有モードを表す図においては，直感的に理解しやすい様に長手方向の変位を横方向の変位に置き換えて表示する．

この構造モデルは，振動モードの明確な節を有することを特徴とする．すなわち，2 次固有モードにおいて中央の点 4 が節となり，4 次固有モードにおいて点 4，点 2，点 6 が節となり，6 次固有モードにおいて点 4 が節となる．

この構造モデルを用いて，提案する方法に基づいて，振動モードを励起しにくい点，または，観測しにくい点を迅速に見出すことができるか否かを調べる．また，提案する方法に基づいて，振動モードを励起しやすい点，または，観測に適した点を迅速に見出すことができるか否かを調べる．

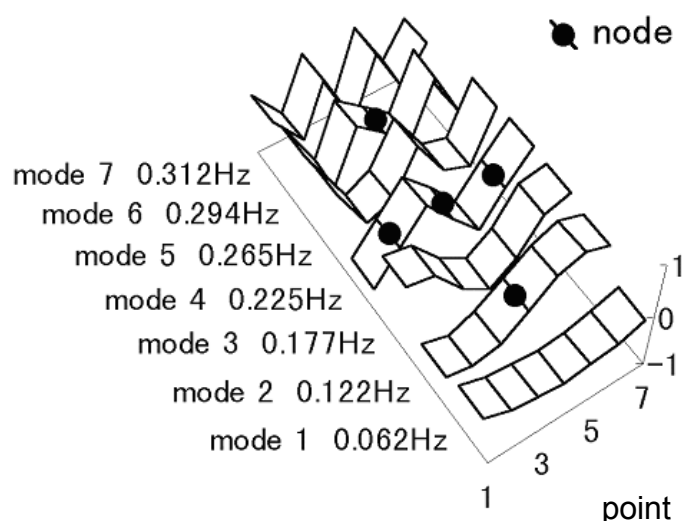


Figure 2.3 Natural frequencies and modes of structural model A

つぎに、構造モデル B としてつぎの特徴を持つものを想定する。すなわち、隣接した固有振動数の峰が重畳し周波数応答関数を観察する限りにおいてはこれらを見分けることが困難な構造モデルである。

この構造モデルを用いて、提案する方法に基づいて、この種の構造の固有モードを分離し、両者を見分けることができるか否かを調べる。また、提案する方法に基づいて、固有振動数の峰に隠された振動モードを励起するために適した点、または、観測するために適した点を選択することができるか否かを調べる。

構造モデル B を Figure 2.4 に示す。この構造モデルは、水平方向に 4 自由度を有し、片端が固定されたものである。

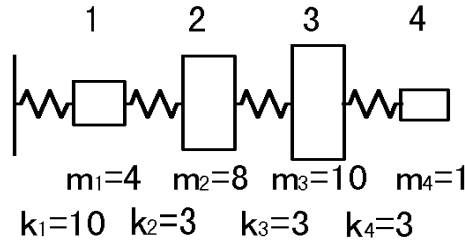


Figure 2.4 Structural model B

この構造モデルの質量行列 \mathbf{M}_B ・剛性行列 \mathbf{K}_B ・粘性減衰行列 \mathbf{C}_B を次式で与える。粘性減衰行列 \mathbf{C}_B の値は剛性行列 \mathbf{K}_B の 1% とする。

$$\mathbf{M}_B = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$\mathbf{K}_B = \begin{bmatrix} -13 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & -6 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & -3 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$\mathbf{C}_B = 0.01 \cdot \begin{bmatrix} -13 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & -6 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & -3 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

この構造モデルの固有振動数と固有モードとを Figure 2.5 に示す．第3次固有振動数は 0.290Hz，第4次の固有振動数は 0.292Hz であり，両者が近接していることがこの構造モデルの特徴である．

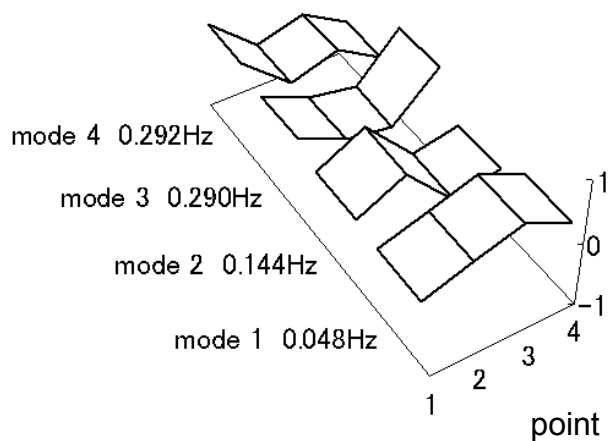


Figure 2.5 Natural frequencies and modes of structural model B

構造モデル A，および，構造モデル B それぞれの固有振動数を Table 2.1 に示す．

Table 2.1. A comparison about natural frequencies of structural model A and those of structural model B

Mode number	Natural frequencies Hz	
	Structural model A	Structural model B
1	0.062	0.048
2	0.122	0.144
3	0.177	0.290
4	0.225	0.292
5	0.265	-
6	0.294	-
7	0.312	-

2.3.3 構造モデルの振動応答特性

上記ばね-質点構造モデルの周波数応答関数を得る方法を以下に示す. 以上で述べた質量行列・剛性行列・粘性減衰行列に基づいて, 各質点に与えられた自由度に関する周波数応答関数行列 $\mathbf{H}_{total}(f)$ を次式に基づいて, 周波数 f について計算する.

$$\mathbf{H}_{total}(f) = \left(-(2\pi f)^2 \mathbf{M} + \sqrt{-1}(2\pi f) \mathbf{C} + \mathbf{K} \right)^{-1} \quad (2.24)$$

両構造モデルとも 最高次の固有振動数が 0.4 Hz 以下であることが確認されているので, 周波数応答関数を計算する周波数範囲は, 0.0 Hz から, 0.4 Hz とする. また, 計算に用いる周波数分割数は 256 とし, 周波数間隔は以上の周波数範囲を分割数で除した 1.563×10^{-3} Hz とする.

構造モデル A では, 参照点の候補点の数 q を 4 とし, 全 7 個の点のうち点 1 から点 4 を参照点の候補点として想定する. すなわち, 全点に関する (7,7) 型の周波数応答関数行列 $\mathbf{H}_{total}(f)$ の中の点 1 から点 4 に対応する小行列をとり出し, (4,

4)型の周波数応答関数行列 $\mathbf{H}(f)$ を作る．周波数応答関数行列 $\mathbf{H}(f)$ の第一行目の要素，すなわち，周波数応答関数， $h_{11}(f)$ ， $h_{12}(f)$ ， $h_{13}(f)$ ，および， $h_{14}(f)$ を Figure 2.6 に示す．

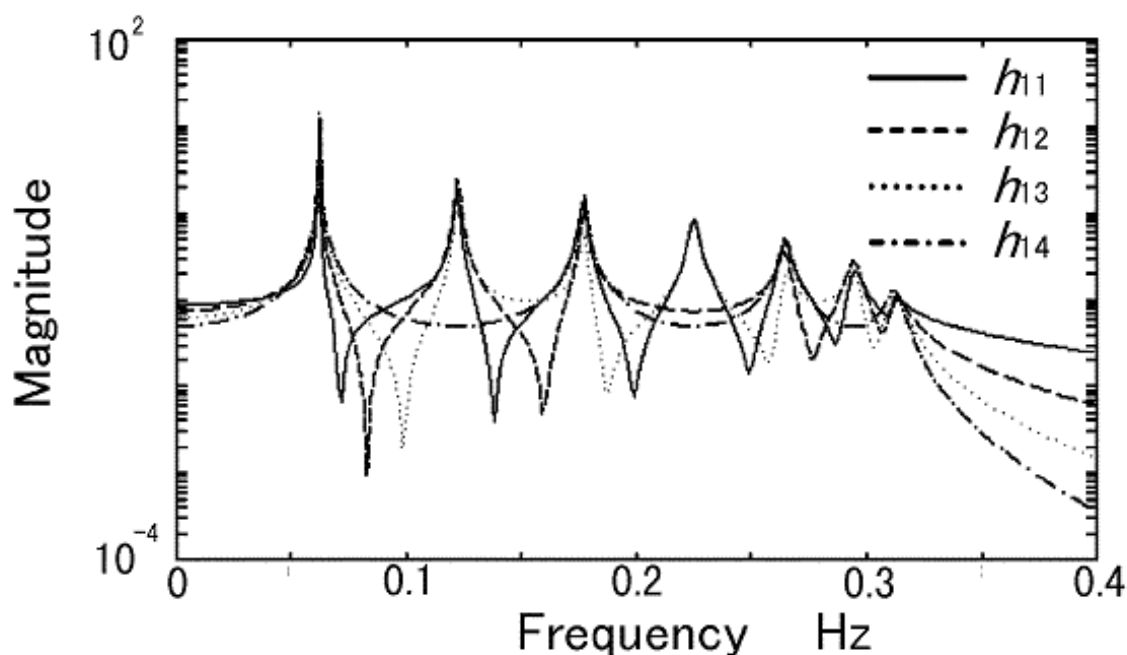


Figure 2.6 Frequency response functions of structural model A

構造モデルの自由度は 7 であるので，これらの周波数応答関数はそれぞれ同一の 7 つの周波数において峰を呈する．

構造モデル B では，4 個の点のすべてを参照点の候補点として想定する．したがって，周波数応答関数行列 $\mathbf{H}(f)$ として $\mathbf{H}_{total}(f)$ を用いる． $\mathbf{H}(f)$ の第一行目の周波数応答関数， $h_{11}(f)$ ， $h_{12}(f)$ ， $h_{13}(f)$ ，および， $h_{14}(f)$ を Figure 2.7 に示す．

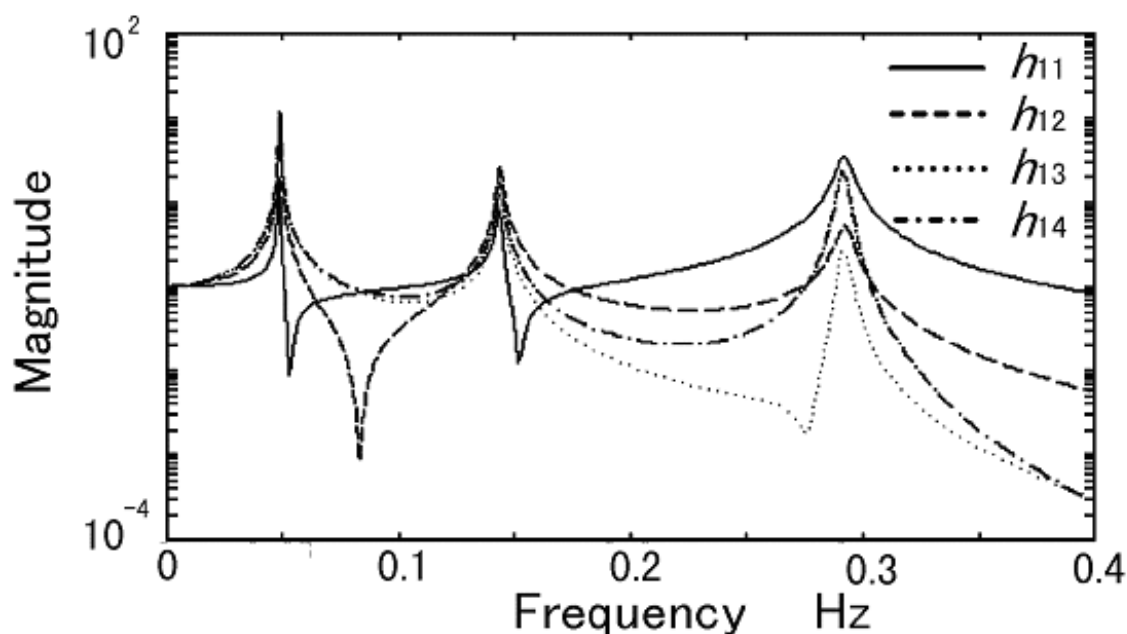


Figure 2.7 Frequency response functions of the structural model B

この構造モデルは4自由度であり、4つの固有振動数を有するが、周波数応答関数の振幅は、3次と4次の固有振動数が近接しているため、見かけ上3つの峰を呈する。

2.4 考察

2.4.1 周波数応答関数行列の特異値の性質

構造モデル A について、参照点の候補に関する周波数応答関数行列 $\mathbf{H}(f)$ を各離散周波数について特異値分解する。これにより得られた特異値の周波数関数 $\mu_1(f)$, $\mu_2(f)$, $\mu_3(f)$, および, $\mu_4(f)$ を Figure 2.8 に示す。

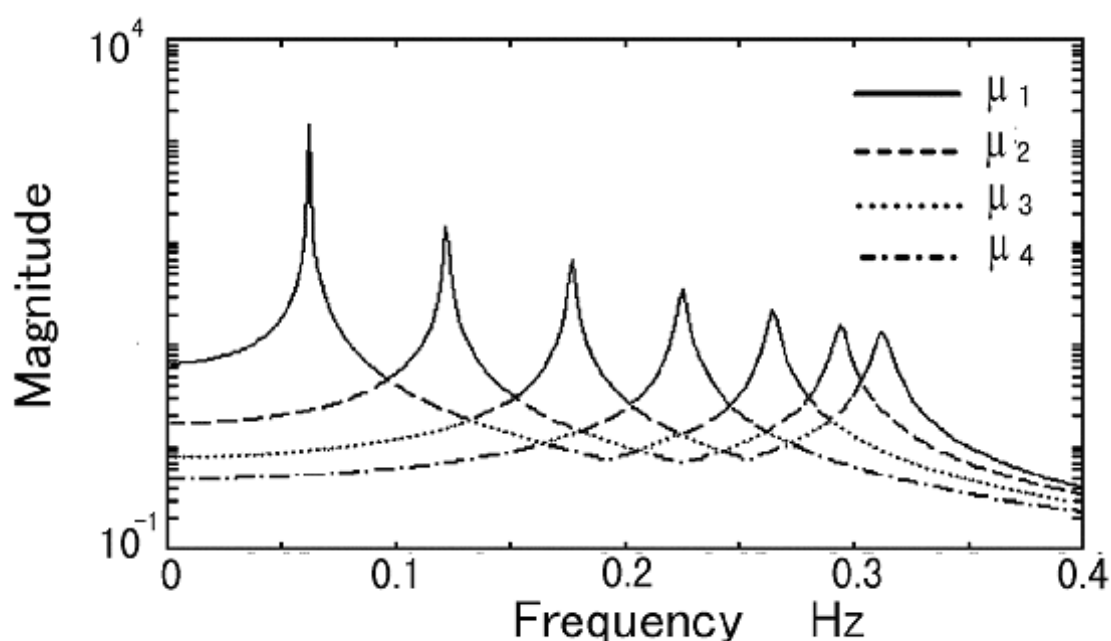


Figure 2.8 Singular values concerning with structural model A

Figure 2.8 によると、各周波数における最大特異値 $\mu_1(f)$ は、Figure 2.6 に示した周波数応答関数の各峰の周波数と同一の周波数、すなわち、構造系の各固有振動数において峰を呈する。

また、 $\mu_1(f)$ の谷と $\mu_2(f)$ の山とは一致し、 $\mu_1(f)$ と $\mu_2(f)$ とは両者が一致する点であたかも両曲線が交差するように変化する。 $\mu_2(f)$ の谷と $\mu_3(f)$ の山、および、ほかの特異値についても同様に周波数関数はその一致する周波数で滑らかに連続するように入れ替わる。

この特異値の周波数関数が以上のような表れ方をする理由は、以下に述べる固有ベクトル間の相関を調べることによって明確になる。0.1Hz 付近の最低次の固有振動数 f_1 で峰を呈する最大特異値 $\mu_1(f_1)$ に対応する固有ベクトル $\mathbf{v}_1(f_1)$ と特異値 $\mu_1(f)$ 、 $\mu_2(f)$ 、 $\mu_3(f)$ 、 $\mu_4(f)$ に対応する固有ベクトル $\mathbf{v}_1(f)$ 、 $\mathbf{v}_2(f)$ 、

$\mathbf{v}_3(f)$, $\mathbf{v}_4(f)$ との間の関連度関数 $\gamma_i^2(f)$ ($i=1,2,3,4$) を次式で定義する.

$$\gamma_i^2(f) = \left| \mathbf{v}_i^T(f) \cdot \mathbf{v}_1(f_1) \right|^2, \quad (i=1,2,3,4) \quad (2.25)$$

この関連度関数 $\gamma_i^2(f)$ を Figure 2.9 に示す. 両ベクトルのユークリッドノルムはともに 1 であるので, $\gamma_i^2(f)$ は $0 \leq \gamma_i^2(f) \leq 1$ の範囲の値をとり, 両ベクトルが直交する場合にこれは零となり, それらが一致する場合にこれは 1 となる.

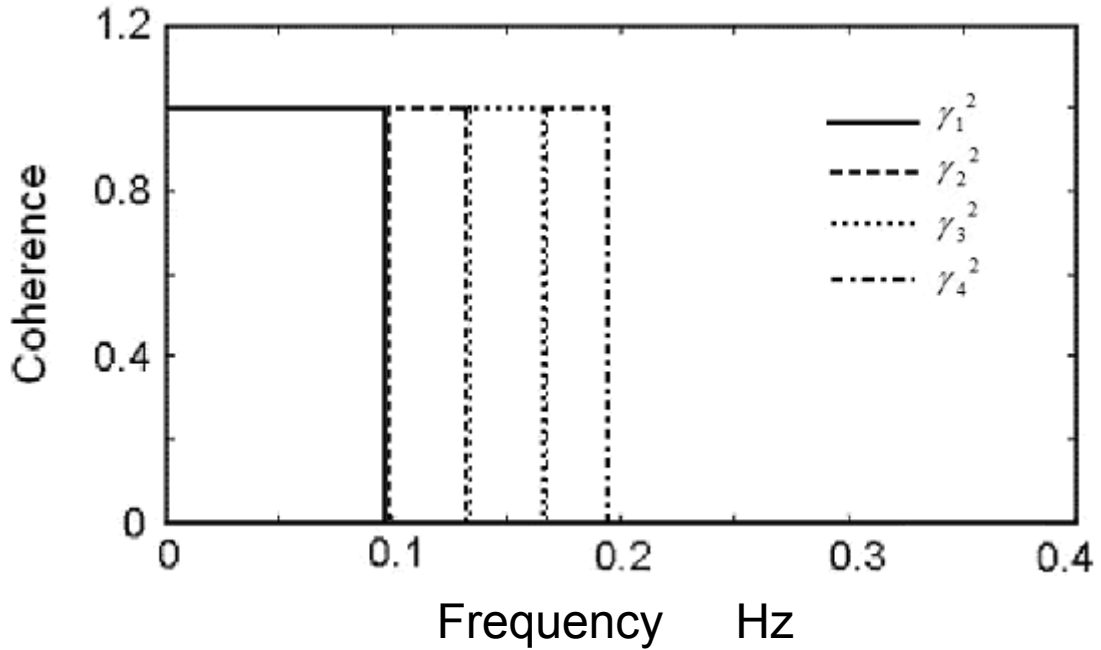


Figure 2.9 Coherence function between eigenvector corresponding to the first natural frequency f_1 and those corresponding to singular values, $\mu_1(f)$, $\mu_2(f)$, $\mu_3(f)$ and $\mu_4(f)$

Figure 2.9 によると, 関連度関数 $\gamma_i^2(f)$ ($i=1,2,3,4$) は以下の様相を呈する. $\mu_1(f)$ が谷となる 0.1Hz 付近の周波数より低い周波数範囲において, 構造の最低

次固有振動数に対応する固有ベクトル $\mathbf{v}_1(f_1)$ と特異値 $\mu_1(f)$ とに対応する固有ベクトル $\mathbf{v}_1(f)$ との関連度関数 $\gamma^2(f)$ は、1 となる。また、そのほかの周波数範囲においてのそれは、零となる。

$\mu_1(f)$ が谷となる上記 0.1Hz 付近の周波数より高く、 $\mu_2(f)$ が谷となる 0.13Hz 付近の周波数より低い周波数範囲において、構造の最低次固有振動数に対応する固有ベクトル $\mathbf{v}_1(f_1)$ と、特異値 $\mu_2(f)$ に対応する固有ベクトル $\mathbf{v}_2(f)$ との関連度関数 $\gamma^2(f)$ は、1 となる。また、そのほかの周波数範囲において、その値は零となる。

$\mu_2(f)$ が谷となる上記 0.13Hz 付近の周波数より高く、 $\mu_3(f)$ が谷となる 0.17Hz 付近の周波数より低い周波数範囲において、構造の最低次固有振動数に対応する固有ベクトル $\mathbf{v}_1(f_1)$ と、特異値 $\mu_3(f)$ に対応する固有ベクトル $\mathbf{v}_3(f)$ との関連度関数 $\gamma^2(f)$ は、1 となる。また、そのほかの周波数範囲において、その値は零となる。

$\mu_3(f)$ が谷となる上記 0.17Hz 付近の周波数より高く、 $\mu_4(f)$ が谷となる 0.2Hz 付近の周波数より低い周波数範囲において、構造の最低次固有振動数に対応する固有ベクトル $\mathbf{v}_1(f_1)$ と、特異値 $\mu_4(f)$ に対応する固有ベクトル $\mathbf{v}_4(f)$ との関連度関数 $\gamma^2(f)$ は、1 となる。また、そのほかの周波数範囲において、その値は零となる。

以上の結果から以下の結論が導かれる。

$\mu_1(f)$ が谷となる 0.1Hz 付近の周波数より低い周波数範囲において、 $\mu_1(f)$ に対応する固有ベクトルは周波数にかかわらず一定であり変化しない。

$\mu_1(f)$ が谷となる上記 0.1Hz 付近の周波数より高く $\mu_2(f)$ が谷となる 0.13Hz 付近の周波数より低い周波数範囲において、 $\mu_2(f)$ に対応する固有ベクトルは以上の $\mu_1(f)$ に対応する固有ベクトルと一致し、これも周波数にかかわらず変化しない。

$\mu_2(f)$ が谷となる上記 0.13Hz 付近の周波数より高く、 $\mu_3(f)$ が谷となる 0.17Hz 付近の周波数より低い周波数範囲、および、 $\mu_3(f)$ が谷となる上記 0.17Hz 付近の周波数より高く、 $\mu_4(f)$ が谷となる 0.2Hz 付近の周波数より低い周波数範囲においては、 $\mu_3(f)$ と $\mu_4(f)$ それぞれに対応する固有ベクトルは、 $\mu_1(f)$ に対応する固有ベクトルと一致し、周波数にかかわらず変化しない。

すなわち，Figure 2.8 に示した特異値の周波数関数では，一つの峰を呈する周波数には一つの固有ベクトルが対応する．また，その峰の裾野を形成する連続した $\mu_1(f)$ ， $\mu_2(f)$ ， $\mu_3(f)$ ， $\mu_4(f)\dots$ からなる曲線にも同一の固有ベクトルが対応する．

2.4.2 振動モードの節の探査

つぎに，構造モデル A に関する評価関数 $E_1(f)$ を Figure 2.10 に示す．なお，ここでは，加振力ベクトル \mathbf{x} として，点 1 から点 4 のそれぞれを単一の加振点とした列ベクトルを用いている．

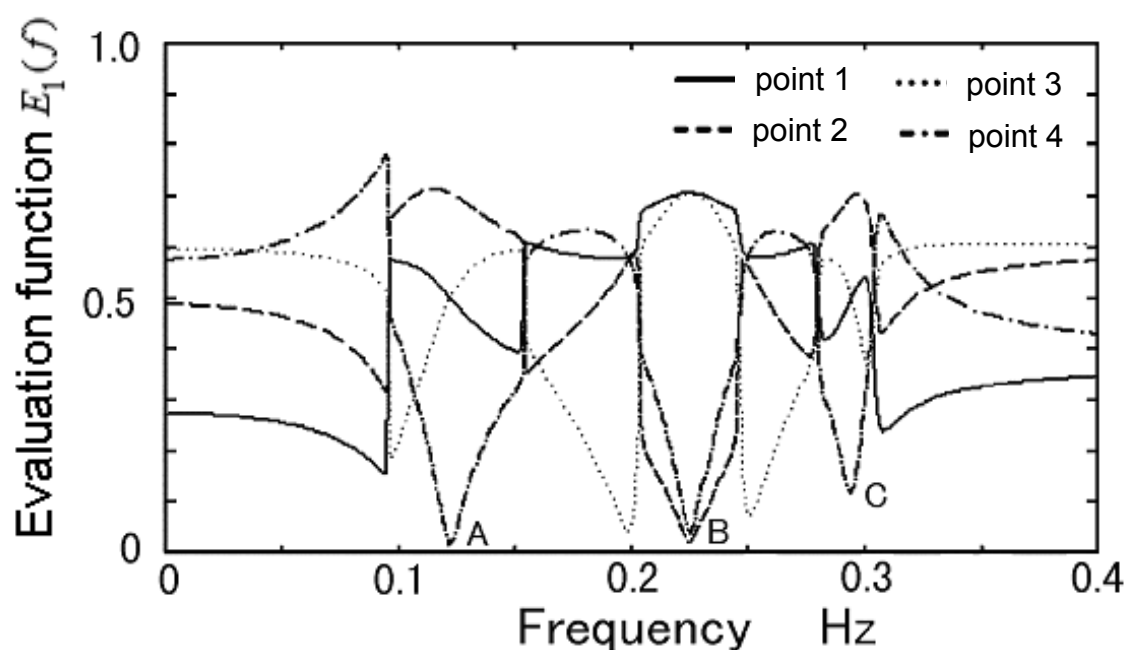


Figure 2.10 An evaluation function $E_1(f)$ related to eigenvector $\mathbf{v}_1(f)$ concerning with the structural model A

Figure 2.10 によると，点 1，点 2，点 3，および，点 4 のいずれにおいても，

評価関数 $E_1(f)$ は周波数に関し 6 カ所で不連続となる。これらの周波数は, Figure 2.8 に示した最大特異値 $\mu_1(f)$ の谷の周波数, すなわち, $\mu_1(f)$ と $\mu_2(f)$ とのそれぞれに対応する固有ベクトル $\mathbf{v}_1(f)$ と $\mathbf{v}_2(f)$ とが入れ替わる周波数と一致する。ここでは, 評価関数 $E_1(f)$ が極小となる点を検出することが目的なので, これらの不連続点を除外して考える。

点 4 を加振点として選択した場合, 評価関数 $E_1(f)$ は Figure 2.10 に示した A において極小値を呈し, 点 2 または点 4 を加振点として選択した場合, 評価関数 $E_1(f)$ は同図の B において極小値を呈し, 点 4 を加振点として選択した場合, 評価関数 $E_1(f)$ は同図の C において極小値を呈する。また, これらの A, B, および, C の周波数はそれぞれ構造系の 2 次, 4 次, および, 6 次の固有振動数に等しい。

$E_1(f)$ が極小値を呈するとは, その周波数において応答に対する加振力の寄与が最も低下することを意味する。この現象は加振点と振動モードの節が一致するときに起こる。したがって, Figure 2.10 に示した評価関数 $E_1(f)$ に基づいて以下を予測することができる。すなわち, 2 次の振動モードでは点 4 が節と一致する。4 次の振動モードでは点 2 と点 4 が節と一致する。6 次の振動モードでは点 4 が節と一致する。これらの予測は先に述べたこの構造モデルの特徴と一致し, 予測したとおりの現象が発生している。

以上示したように, 提案する評価関数 $E_1(f)$ を用いることによって, 参照点の候補点として設定した点の中に振動モードの節と一致する点があるとき, 評価関数 $E_1(f)$ が極小となる点と周波数を調べれば, 振動モードの節の構造上の位置を容易に特定できる。

2.4.3 特定の振動モードを強く励起する加振点

構造モデル B に関する行列 $\mathbf{H}(f)$ の特異値の周波数関数, $\mu_1(f)$, $\mu_2(f)$, $\mu_3(f)$, および, $\mu_4(f)$ を Figure 2.11 に示す。

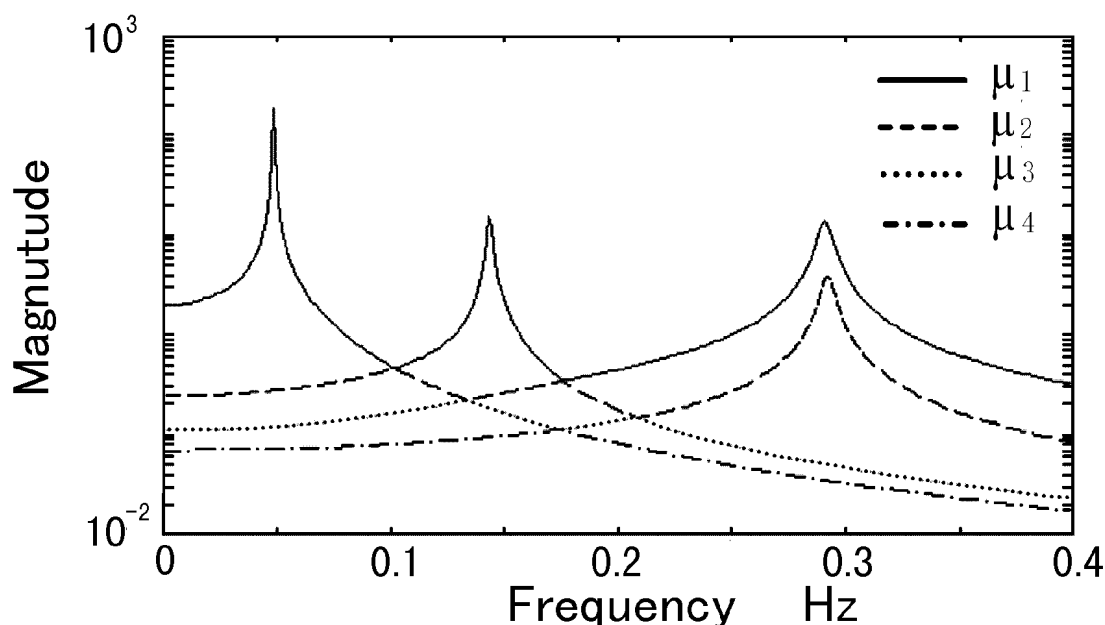


Figure 2.11 Singular values concerning with the structural model B

Figure 2.11 において実線で表した最大特異値 $\mu_1(f)$ は、Figure 2.4 に示した周波数応答関数の 3 つの峰の周波数と同一の周波数において峰を呈する。図において破線で表した第二に大きな特異値 $\mu_2(f)$ は、前記最大特異値 $\mu_1(f)$ の 0.3Hz 付近の第 3 の峰とほぼ同一の周波数において峰を呈する。この構造モデルは、Table 2.1 に示すとおり 0.290Hz と 0.292Hz との隣接するふたつの固有振動数を有する。これらふたつの固有振動数は、それぞれ最大特異値 $\mu_1(f)$ と第二に大きな特異値 $\mu_2(f)$ とのいずれかに対応しており、これが Figure 2.11 において最大特異値 $\mu_1(f)$ と第二に大きな特異値 $\mu_2(f)$ がほぼ等しい周波数で峰を呈する理由である。

つぎに、この構造モデルに関する評価関数 $E_1(f)$ を Figure 2.12 に示す。

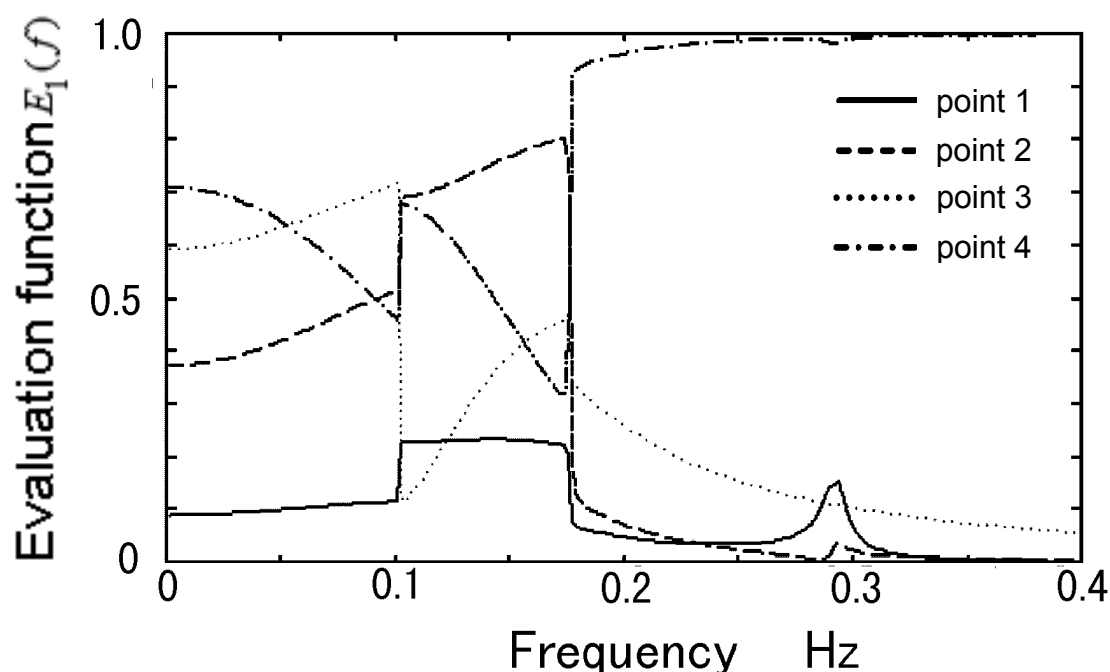


Figure 2.12 An evaluation function $E_1(f)$ related to eigenvector v_1 concerning with the structural model B

構造モデル B に関する評価関数 $E_1(f)$ は、周波数に関し 2 箇所では不連続に変化する。構造モデル A の場合と同様に、この周波数は、Figure 2.11 に示した最大特異値 $\mu_1(f)$ の谷と一致する。

この評価関数 $E_1(f)$ を用いて、Figure 2.11 に示す最大特異値 $\mu_1(f)$ のそれぞれの峰に対して影響の大きな参照点を知ることができる。特に $\mu_1(f)$ の 3 次モードの峰に対応する周波数領域では点 4 を加振点としたときの $E_{v_1 \cdot x}(f)$ の値がほぼ 1 となるのに対し、そのほかの点を加振点としたときの $E_{v_1 \cdot x}(f)$ の値は 0.2 以下である。これから、3 次モードを精度よく同定するための参照点には点 4 が最も適していることがわかる。

同様に、1 次モードの励起については点 3 または点 4 を加振点とするのが適切

であり, 2 次のモードの励起については点 2 を加振点とするのが適切であることが評価関数 $E_1(f)$ に基づいてわかる.

2.4.4 近接する固有モードを選択して励起する方法

つぎに, 構造モデル B に関する評価関数 $E_2(f)$ を Figure 2.13 に示す.

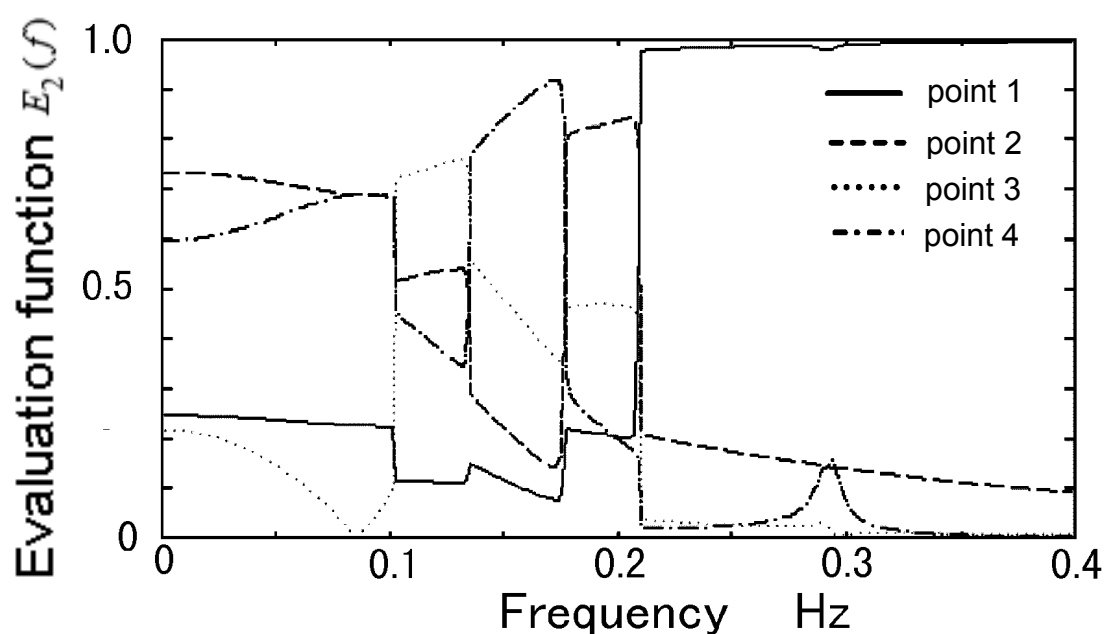


Figure 2.13 An evaluation function $E_2(f)$ related to eigenvector v_2 concerning with the structural model B

評価関数 $E_2(f)$ は, 周波数に関し 4 カ所で不連続に変化する. この周波数は, Figure 2.11 に示した最大特異値 $\mu_1(f)$ の谷の周波数, および, 第二に大きな特異値 $\mu_2(f)$ の谷の周波数と一致する.

Figure 2.12 と Figure 2.13 から, 最大特異値 $\mu_1(f)$ の谷にあたる不連続点では評価関数 $E_1(f)$ と評価関数 $E_2(f)$ の曲線が連続していることがわかる. これは, 前

節で述べたように、これらの周波数において最大特異値 $\mu_1(f)$ と第二に大きな特異値 $\mu_2(f)$ のそれぞれに対応する固有ベクトル $\mathbf{v}_1(f)$ と $\mathbf{v}_2(f)$ が入れ替わることによる。

さて、 $\mu_2(f)$ の 0.3Hz 付近の峰に対応する周波数領域、すなわち、0.22Hz 以上の周波数領域では点1に関する評価関数 $E_2(f)$ がほぼ1となる。このことから、4次モードを精度よく同定するための参照点には点1が最も適していると判断できる。

以上から、評価関数 $E_1(f)$ と評価関数 $E_{s+1}(f)$ ($s=1,2,\dots,n-1$) とを使えば、周波数応答関数において隣り合う共振峰が重畳して見分けられない場合でも、それぞれの峰に対応する固有モードを最も強く励起する加振点を選択することが可能になる。すなわち、峰が重畳するモードの中から所定の振動モードを選択して励起することができる。

2.5 本章のまとめ

周波数応答関数推定のための適切な参照点を選択する方法が確立されていないという問題に対して、実験で得られる周波数応答関数行列の特異値分解に基づく新たな参照点の選択方法を提案した。提案する方法についての数値実験をおこない、その正当性と実用性について検討した結果、以下の結論が得られた。

- (1) 複素モード指示関数を用いる従来の参照点の選択方法と比べ、提案する方法によると、参照点の適切な個数・位置・方向の選択をより効率的に、かつ、迅速におこなえることが確かめられた。
- (2) 提案する方法によると、構造の振動特性を表す数学モデルが未検証で振動モードが明らかでない段階においても、振動モードを励起しにくい点・振動モードを観測しにくい点、および、振動モードを励起しやすい点・振動モードを観測するのに適した点を容易に探し出せることが確かめられた。
- (3) 提案する方法によると、隣り合う固有振動数が互いに近接するために、周波数応答関数の振幅表示において共振峰が重畳し、一方の共振峰が他方の共振峰に隠れる場合においても、隠れた固有振動数を見出すことができることが確かめられた。さらに、このような場合においても、それぞれの固

有モードを最も強く励起する参照点，または，参照点の組み合わせを容易に選択できることが確かめられた．

第3章

加振力の相関に起因する推定誤差の回避方法

3.1 はじめに

周波数応答関数の推定に関する解決すべき最も重要な問題の一つに、複数の加振機を用いる多点同時加振に基づいた周波数応答関数の推定における推定精度の低下があげられる。多点同時加振は、構造全体の計測点にわたって一貫性のある周波数応答関数を推定できるという利点を有する。しかし、一方で、多点同時加振においては、構造と加振機との相互作用によって複数の加振機の加振力の間に相関が発生し、これが原因で周波数応答関数の推定精度の低下が発生する。

この問題に関して、Rost・Leuridan は、多点同時加振における加振力の相関を、加振力のパワースペクトル行列の性質に基づいて調べる方法を提案している。また、Goodman は、多点同時加振による周波数応答関数推定に関する推定精度の低下を定量化するために、周波数応答関数推定値の信頼区間をF分布を用いて定式化している。また、Fladung・Brown は、加振力の相関を避けるための加振方法として、多点参照打撃加振試験(Multiple Reference Impact Testing)を提唱している。また、白井・田鍋は、周波数応答関数推定のための加振法として、不規則な時間間隔で打撃加振をおこなう多点不規則打撃加振法を提唱している。

しかし、以上のいずれの方法も、多点同時加振における構造と加振機との

相互作用に起因する周波数応答関数の推定精度の低下の問題に対して積極的な解決手段を与えるものではない。

以上の理由から、本章では、加振力の相関が発生する場合においても適用可能な問題解決方法を提案する。つぎに、提案する方法に関する実験をおこない、その方法が正当であり、実用に供するものであることを確かめる。

3.2 多点同時加振における周波数応答関数の推定精度

3.2.1 一般的な周波数応答関数推定とその精度

供試構造に q 個の加振機を取り付け、時間関数 $x_i(t)$ ($i=1,2,\dots,q$) の加振力を加え、加振点と同一地点で応答変位の時間関数 $y_i(t)$ ($i=1,2,\dots,q$) を計測する場合を考える。この供試構造の加振力と応答変位との間の周波数応答関数行列 $\mathbf{H}(f)$ は q 行 q 列の行列となり、次式で与えられる。

$$\hat{\mathbf{H}}(f) = \hat{\mathbf{G}}_{xx}^{-1}(f) \hat{\mathbf{G}}_{xy}(f) \quad (3.1)$$

ここで、

$$\hat{\mathbf{H}}(f) = \begin{bmatrix} \hat{H}_{x_1 y_1}(f) & \cdots & \hat{H}_{x_1 y_q}(f) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{H}_{x_q y_1}(f) & \cdots & \hat{H}_{x_q y_q}(f) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$\hat{\mathbf{G}}_{xx}(f) = \begin{bmatrix} \hat{G}_{x_1 x_1}(f) & \cdots & \hat{G}_{x_1 x_q}(f) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{G}_{x_q x_1}(f) & \cdots & \hat{G}_{x_q x_q}(f) \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\hat{\mathbf{G}}_{xy}(f) = \begin{bmatrix} \hat{G}_{x_1 y_1}(f) & \cdots & \hat{G}_{x_1 y_q}(f) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{G}_{x_q y_1}(f) & \cdots & \hat{G}_{x_q y_q}(f) \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

であり、 $\hat{H}_{x_i y_j}(f)$ ($i=1,2,\dots,q, j=1,2,\dots,q$) は加振力 $x_i(t)$ と応答変位 $y_j(t)$ との間の周波数応答関数の推定値、 $\hat{G}_{x_i x_j}(f)$ ($i=1,2,\dots,q, j=1,2,\dots,q$) は複数の

加振力同士のオートパワスペクトル密度関数の推定値, $\hat{G}_{x_i y_j}(f)$ ($i=1,2,\dots,q$, $j=1,2,\dots,q$) は加振力と応答変位との間のクロスパワスペクトル密度関数の推定値である. 記号 $\hat{\cdot}$ は推定値を表す.

標準誤差にのみ着目した場合, 式(3.1)に基づいて得られる周波数応答関数の推定値 $\hat{H}_{ij}(f)$ の信頼区間 $c_{ij}(f)$, すなわち,

$$\left| \hat{H}_{ij}(f) - H_{ij}(f) \right| \leq c_{ij}(f) \quad (3.5)$$

は, 次式で表される^[38].

$$c_{ij}^2(f) = \frac{2q}{q_d - 2q} F_{q_1, q_2; \alpha} \frac{(1 - \gamma_{y_i : x}^2(f)) \hat{G}_{y_i y_i}(f)}{(1 - \gamma_{x_j : \bar{x}_j}^2(f)) \hat{G}_{x_j x_j}(f)} \quad (3.6)$$

ここで, q_d はパワスペクトル密度の推定の自由度, $F_{q_1, q_2; \alpha}$ は自由度 $q_1 = 2q$ と自由度 $q_2 = 2q - q_d$ の F 分布の 100α 百分比点, $\hat{\gamma}_{y_i : x}^2(f)$ は i 点の応答変位とすべての加振力との間の多重関連度関数, $\hat{\gamma}_{x_j : \bar{x}_j}^2(f)$ は j 点の加振力とその他のすべての加振力との間の多重関連度関数である. 式(3.6)における右辺の $\hat{G}_{y_i y_i}(f) / \hat{G}_{x_i x_i}(f)$ は加振力 $x_i(t)$ を入力とし, 応答変位 $y_j(t)$ を出力とする周波数応答関数 $\hat{H}_{x_i y_j}(f)$ のゲインの 2 乗 $\left| \hat{H}_{x_i y_j}(f) \right|^2$ にほかならないので, 周波数応答関数の推定値の信頼区間 $c_{ij}(f)$ はゲイン $\left| \hat{H}_{x_i y_j}(f) \right|$ と比例関係にある. また, 入力相互に相関があるために入力の多重関連度関数 $\hat{\gamma}_{x_j : \bar{x}_j}^2(f)$ が 1 に近づく場合, および, 入力と出力との線形関係が弱いために入力と出力との多重関連度関数 $\hat{\gamma}_{y_i : x}^2(f)$ が 0 に近づく場合において, 周波数応答関数の推定値の信頼区間 $c_{ij}(f)$ が増大し, このような周波数では周波数応答関数推定の信頼性が低下することがわかる.

3.2.2 構造と多点加振実験系との複合系の性質

多点同時加振による周波数応答関数推定において, 加振力に相関が発生する原因を以下の方法によって明らかにする. まず, 供試構造を含んだ多点加

振実験系を想定し、この系を線形と仮定する。この系を以下の3つの系に分ける。

- **加振機の駆動系：** 加振機を駆動するための信号増幅器への駆動信号を入力とし、加振機可動部に発生する駆動力を出力とする系。
- **加振機の構造系：** 加振機を構造としてとらえ、加振機可動部に作用する駆動力を入力とし、加振機可動部の変位を出力とする構造系。
- **供試構造系：** 加振力を入力とし、応答変位を出力とする周波数応答関数の推定対象の構造系。

以上それぞれの系における信号相互の関係を以下に定式化する。

(1) 加振機の駆動系

多点加振実験では、加振機の可動部に駆動力が加えられ、この可動部と供試構造との間で発生する力が加振力として計測される。したがって、加振機の駆動信号と駆動力との間には以下に述べる関係が成立する。

i 番目の加振機の駆動信号を $s_i(t)$ ($i=1,2,\dots,q$)、駆動力を $p_i(t)$ ($i=1,2,\dots,q$)、駆動信号 $s_i(t)$ を入力とし駆動力 $p_i(t)$ を出力とする周波数応答関数を $H_{e_i}(f)$ とすると、周波数領域において以下の関係が得られる。

$$\mathbf{P}(f) = \mathbf{H}_e(f) \mathbf{S}(f) \quad (3.7)$$

ここで、

$$\mathbf{S}(f) = \begin{Bmatrix} S_1(f) \\ S_2(f) \\ \vdots \\ S_q(f) \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{P}(f) = \begin{Bmatrix} P_1(f) \\ P_2(f) \\ \vdots \\ P_q(f) \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{H}_e(f) = \begin{bmatrix} H_{e_1}(f) & & & 0 \\ & H_{e_2}(f) & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & H_{e_q}(f) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

また、 $S_i(f)$ は $s_i(t)$ のフーリエ変換、 $P_i(f)$ は $p_i(t)$ のフーリエ変換、記号 T は転置を表す。

(2) 加振機構造系

つぎに、各加振機可動部への加振力入力と同一地点の応答加速度の関係を、周波数応答関数 $H_{k_i}(f)$ ($i=1,2,\dots,q$) で表す。 q 個の応答変位 $y_i(t)$ ($i=1,2,\dots,q$) を加振機可動部への変位入力とみなし、これに起因して加振機と構造との間で発生する力を $r_i(t)$ ($i=1,2,\dots,q$) とすると次式が成り立つ。

$$R_i(f) = H_{k_i}^{-1}(f)Y(f) \quad (3.11)$$

ここで、 $R_i(f)$ ($i=1,2,\dots,q$) は力 $r_i(t)$ ($i=1,2,\dots,q$) のフーリエ変換、 $Y_i(f)$ ($i=1,2,\dots,q$) は応答変位 $y_i(t)$ ($i=1,2,\dots,q$) のフーリエ変換である。周波数領域において、構造に作用する加振力 $x_i(t)$ ($i=1,2,\dots,q$) のフーリエ変換 $X_i(f)$ ($i=1,2,\dots,q$) は、 $R_i(f)$ ($i=1,2,\dots,q$) と $P_i(f)$ ($i=1,2,\dots,q$) との和となるから、次式で表される。

$$X_i(f) = P_i(f) + R_i(f) \quad (i=1,2,\dots,q) \quad (3.12)$$

したがって、

$$\mathbf{X}(f) - \mathbf{P}(f) = \mathbf{H}_k^{-1}(f)\mathbf{Y}(f) \quad (3.13)$$

ここで,

$$\mathbf{X}(f) = \begin{Bmatrix} X_1(f) \\ X_2(f) \\ \vdots \\ X_q(f) \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

$$\mathbf{Y}(f) = \begin{Bmatrix} Y_1(f) \\ Y_2(f) \\ \vdots \\ Y_q(f) \end{Bmatrix} \quad (3.15)$$

$$\mathbf{H}_k^{-1}(f) = \begin{bmatrix} H_{k_1}^{-1}(f) & & & 0 \\ & H_{k_2}^{-1}(f) & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & H_{k_q}^{-1}(f) \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

(3) 供試構造系

供試構造系に関し、加振力 $x_i(t)$ ($i=1,2,\dots,q$) と応答変位 $y_i(t)$ ($i=1,2,\dots,q$) との関係を表す次式が得られる.

$$\mathbf{Y}(f) = \mathbf{H}_o(f) \mathbf{X}(f) \quad (3.17)$$

ここで、 $\mathbf{H}_o(f)$ は、供試構造の周波数応答関数行列であり、次式で表される.

$$\mathbf{H}_o(f) = \begin{bmatrix} H_{o_{11}}(f) & H_{o_{12}}(f) & \cdots & H_{o_{1q}}(f) \\ H_{o_{21}}(f) & H_{o_{22}}(f) & \cdots & H_{o_{2q}}(f) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{o_{q1}}(f) & H_{o_{q2}}(f) & \cdots & H_{o_{qq}}(f) \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

多点同時加振実験系の全体は Figure 3.1 に示すブロック図で表される。

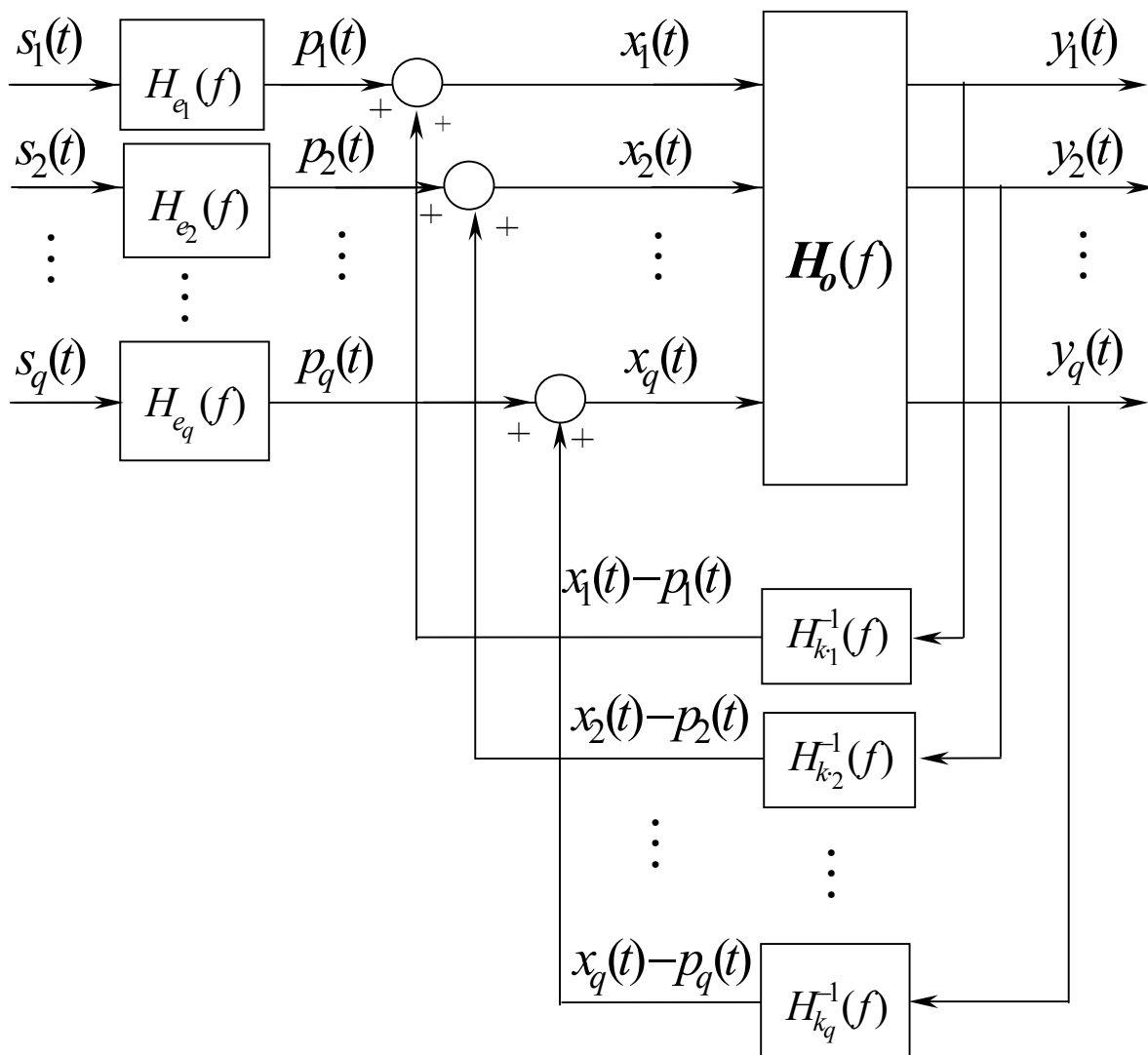


Figure 3.1 A block diagram of a testing system for multiple-input frequency response function estimation

つぎに、複数の加振力相互の性質を調べる．式(3.7)と式(3.17)を式(3.13)に代入し、次式を得る．

$$\mathbf{H}_e(f)\mathbf{S}(f) = -(\mathbf{H}_k^{-1}(f)\mathbf{H}_o(f) - \mathbf{I}_q)\mathbf{X}(f) \quad (3.19)$$

ここで、 \mathbf{I}_q は q 次元の単位行列を表す．

式(3.19)において、 $\mathbf{H}_e(f)$ と $\mathbf{H}_k^{-1}(f)$ とは対角行列である．したがって、駆動信号 $S_1(f), S_2(f), \dots, S_q(f)$ が相互に無相関、すなわち、一次独立であっても、 $\mathbf{H}_k^{-1}(f)\mathbf{H}_o(f) - \mathbf{I}_q$ が対角行列でない限り、加振力の間には相関、すなわち、一次従属関係が生じる．言い換えれば、加振力相互の相関性は行列 $\mathbf{H}_k^{-1}(f)\mathbf{H}_o(f)$ の非対角要素の大きさに依存しており、これが極大となる供試構造の固有振動数において、加振力相互間には強い相関が生じる．

以上示したように、多点同時加振における加振力の相関の発生は、一般的な多点同時試験において発生する現象であり、この現象を避けて周波数応答関数の推定をおこなうことは困難であることがわかる．

3.2.3 提案する周波数応答関数の推定方法

従来の周波数応答関数の推定は、ロードセルで検知する加振力信号と加速度計などで検知する振動応答信号とに基づいておこなわれる．提案する方法では、これらの標本に加振機の駆動信号標本を加え、加振力信号・振動応答信号・加振機駆動信号の3者に基づいて、加振点と振動応答点との間の周波数応答関数を推定する．

まず、多点同時加振による周波数応答関数推定のための実験系において、加振機駆動信号・加振力信号・応答信号の三者間の線形関係を仮定する．この条件の下においては、加振力と応答との間の周波数応答関数は、加振機駆動信号と加振力信号との間の周波数応答関数、および、加振機駆動信号と応答信号との間の周波数応答関数に基づいて計算することができる．このとき、相互に無相関の加振機駆動信号を用いれば加振機駆動信号のパワースペクトル

行列が特異行列とならないため、加振機駆動信号と加振力信号との間の周波数応答関数の推定過程、および、加振機駆動信号と応答信号との間の周波数応答関数の推定過程において、演算誤差を発生させる悪条件行列の逆行列演算を避けることができる。すなわち、提案する方法によると、相互相関が発生する加振力信号を使わずに目的とする周波数応答関数の推定演算が可能になり、従来法の問題点である加振力相互の相関に起因する周波数応答関数の推定精度の低下を避けることができる。

つぎに、提案する周波数応答関数推定の手順を示す。

供試構造の周波数応答関数を、駆動信号から応答信号までの経路と、駆動信号から加振力までの経路の、二種の周波数応答関数を用いて表現する。すなわち、

$$\tilde{\mathbf{H}}_o(f)\hat{\mathbf{H}}_{sx}(f) = \hat{\mathbf{H}}_{sy}(f) \quad (3.20)$$

ここで、記号 \sim は、提案する方法による新たな推定値を表す。この式において、 $\hat{\mathbf{H}}_{sx}(f)$ は駆動信号を入力とし、加振力を出力とする周波数応答関数、 $\hat{\mathbf{H}}_{sy}(f)$ は駆動信号を入力とし、応答変位を出力とする周波数応答関数であり、それぞれ、次式によって与えられる。

$$\hat{\mathbf{H}}_{sx}(f) = \hat{\mathbf{G}}_{sx}(f)\hat{\mathbf{G}}_{ss}^{-1}(f) \quad (3.21)$$

$$\hat{\mathbf{H}}_{sy}(f) = \hat{\mathbf{G}}_{sy}(f)\hat{\mathbf{G}}_{ss}^{-1}(f) \quad (3.22)$$

ここで、 $\hat{\mathbf{G}}_{ss}(f)$ は駆動信号相互間のパワースペクトル密度関数行列、 $\hat{\mathbf{G}}_{sx}(f)$ は駆動信号と加振力との間のパワースペクトル密度関数行列、 $\hat{\mathbf{G}}_{sy}(f)$ は駆動信号と応答変位との間のパワースペクトル密度関数行列である。

以上の式(3.21)と式(3.22)とによって得られる二種の周波数応答関数の推定値 $\hat{\mathbf{H}}_{sx}(f)$ と $\hat{\mathbf{H}}_{sy}(f)$ の標準誤差を、先に述べた周波数応答関数の信頼区間を表す式(3.6)を用いて評価する。まず、多点加振実験システムは線形であるから、

入力 $\mathbf{S}(f)$ と出力 $\mathbf{X}(f)$ ，および，入力 $\mathbf{S}(f)$ と出力 $\mathbf{Y}(f)$ との間の多重関連度関数はそれぞれ 1 に近い値となる．また，各入力信号に相互に無相関の信号を用いれば入力信号同士の多重関連度関数は 0 に近づく．したがって，周波数応答関数の推定値の信頼区間を増大させる原因がとり除かれたことになる．

つぎに，以上二種の周波数応答関数のゲインが極大となる周波数と，目的とする供試構造系の周波数応答関数の固有振動数との関係を調べる．式(3.20)，式(3.21)，および，式(3.22)に基づいて， $\mathbf{H}_{sx}(f)$ と $\mathbf{H}_{sy}(f)$ は次式で表される．

$$\mathbf{H}_{sx}(f) = [\mathbf{H}_k(f)\mathbf{H}_o(f) - \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{H}_e(f) \quad (3.23)$$

$$\mathbf{H}_{sy}(f) = [\mathbf{H}_k^{-1}(f) - \mathbf{H}_o^{-1}(f)]^{-1} \mathbf{H}_e(f) \quad (3.24)$$

周波数応答関数の推定値の信頼区間は，周波数応答関数のゲインに比例する．式(3.23)と式(3.24)によると，行列 $\mathbf{H}_{sx}(f)$ と $\mathbf{H}_{sy}(f)$ の各要素のゲインが最大となる周波数は，供試構造系の固有振動数とは異なっていることがわかる．したがって，式(3.20)，式(3.21)，および，式(3.22)に基づく周波数応答関数推定法によれば，加振力を入力として扱う周波数応答関数推定法と異なり，供試構造の固有振動数近傍で推定精度が低下することがない．

したがって，複数の加振機の駆動信号に相互に無相関の信号を使用し，これを周波数応答関数の推定に使うことによって，従来法の問題点であった入力信号の相関に起因する推定誤差の発生をなくし，推定精度を向上させることができる．

3.3 実構造の多点同時加振実験

まず，実際の構造を対象に多点同時加振による周波数応答関数推定実験をおこない，加振力相互間に一次従属関係が生じることが原因となって周波数応答関数推定精度が低下することを確認する．つぎに，本章で提案する加振力信号・応答信号・加振機駆動信号の三者を使用する周波数応答関数推定法

を同一の構造の周波数応答関数推定に適用し，従来の方法による周波数応答関数の推定結果と比較する．

3.3.1 実験方法

供試構造の外観，供試構造の支持方法，および，加振機の取り付け位置を Figure 3.2 に示す．

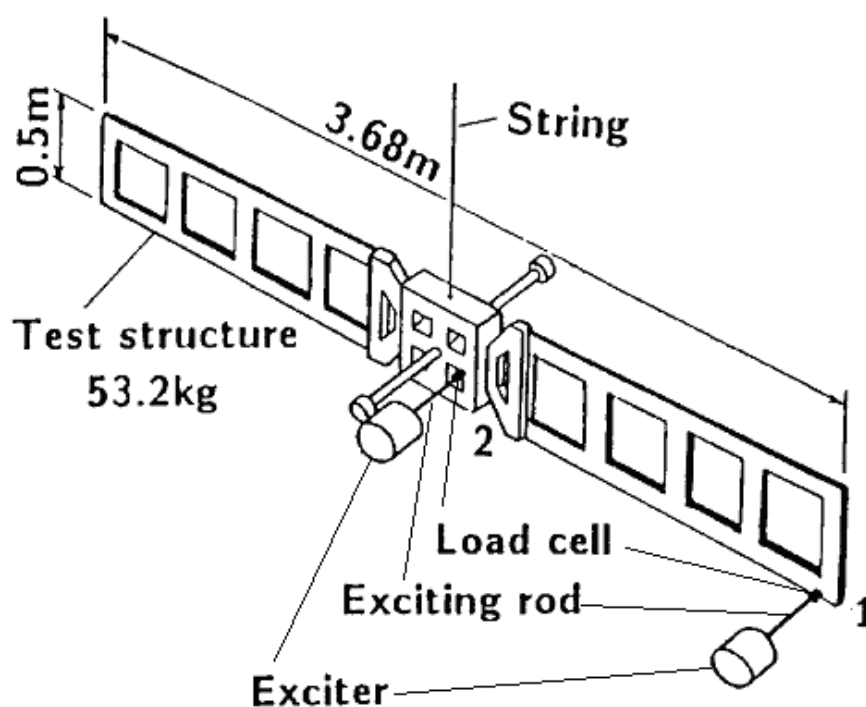


Figure 3.2 A test specimen and a testing system

供試構造は柔軟パドルを有する人工衛星を模擬したものである．供試構造中央部の衛星構体に相当する部分を吊り下げ，供試構造の中央付近の先端部の2箇所を加振する．

加振機駆動信号の生成と計測信号の処理には計算機を用いる．加振機駆動信号は，最大値と最小値との間で均一の頻度を有し，信号相互間に相関のないランダム波を使用する．加振力は，加振機と供試構造との間に取り付けた圧電型ロードセルで取得し，振動応答は構造に取り付けた圧電型加速度計を用いて加速度信号として取得する．計測信号は，アンチエイリアシングのための 50Hz の低域濾波器を通した後に A/D 変換をおこなう．以上述べた計測システムを Figure 3.3 に示す．

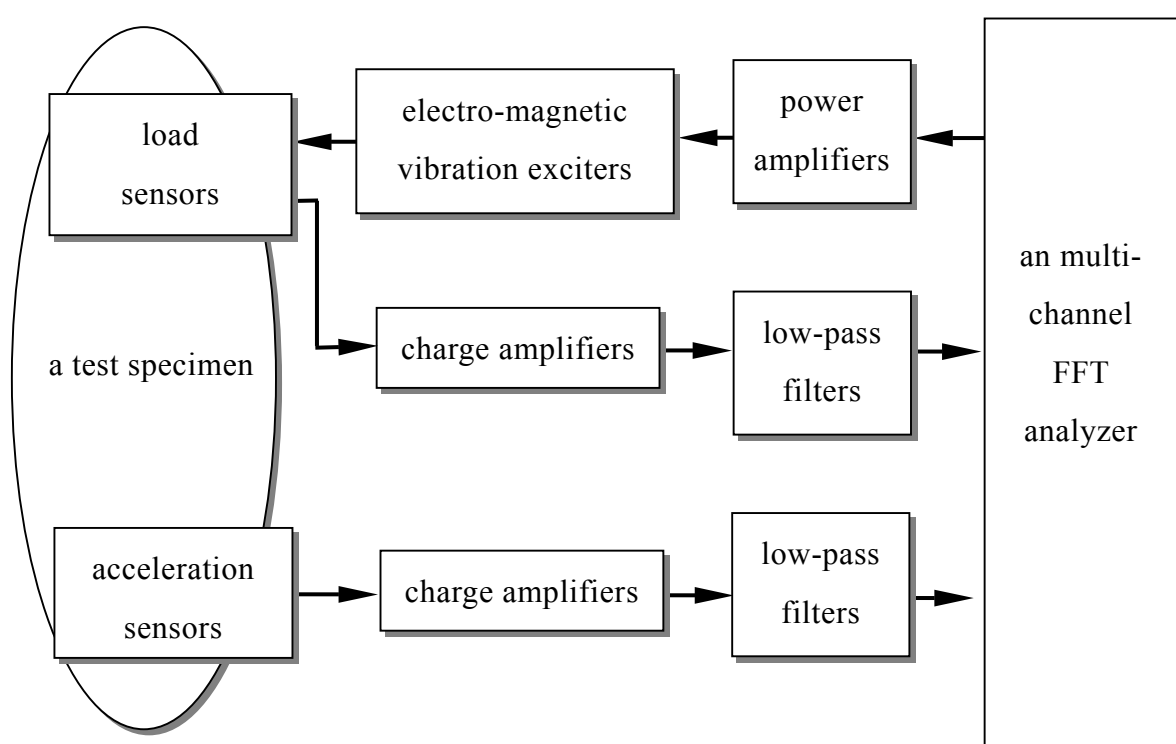


Figure 3.3 A measurement system for dual inputs

なお，以下に述べる多重関連度関数，関連度関数，パワースペクトル密度関数，および，周波数応答関数それぞれの推定では，サンプリング周波数を 100[Hz]，標本の長さを 10.24[s]，標本平均の数を 10 としている．

3.3.2 多重関連度関数・関連度関数

まず，この加振実験系が線形であることを確認するために，加振機の駆動信号と応答変位信号との間の多重関連度関数を推定し，これが着目する周波数範囲において1に近いことを確かめる．つぎに，複数の加振機に対する駆動信号が互いに一次独立であることを確認するために，加振機駆動信号の間の関連度関数が0に近いことを確かめる．さらに，供試構造の固有振動数において加振力信号に相関が生ずること確認するために，加振機駆動信号の間の関連度関数を推定し，これが供試構造の固有振動数近傍の周波数において1に近づくことを確かめる．

3.3.3 周波数応答関数の信頼区間

従来の推定法によって周波数応答関数を推定する．この結果を周波数応答関数推定値の信頼区間を用いて評価する．

3.3.4 振動モードベクトルの関連度

有限要素解析によって得られる固有ベクトルと加振実験に基づいて同定される振動モードとを比較し，提案する駆動信号に基づく周波数応答関数推定法の優位性を検証する．まず，供試構造の有限要素モデルを作成し，固有値解析をおこなう．ここで得られた固有振動数と実験で得られた固有振動数とを比較し，有限要素モデルの正当性を確認する．つぎに，有限要素法で得られた固有モードベクトルを参照ベクトルとして，各周波数応答関数推定法によって得られたモードベクトルとの関連度 γ^2 を算出する．関連度 γ^2 を式(3.25)で定義する．関連度 γ^2 は，modal assurance criterion (MAC)とも呼ばれるベクトルの相似性の評価指標である．

$$\gamma^2 = \frac{(\mathbf{v}_{analysis}^H \cdot \mathbf{v}_{ref})^2}{\|\mathbf{v}_{analysis}\|^2 \cdot \|\mathbf{v}_{ref}\|^2} \quad (3.25)$$

ここで、列ベクトル \mathbf{v}_{ref} と列ベクトル $\mathbf{v}_{analysis}$ はそれぞれ参照する固有ベクトルと解析対象の固有ベクトルであり、記号 $\|\cdot\|$ はベクトルのユークリッドノルムを表し、 H はエルミート変換を表す。

3.4 考察

3.4.1 加振機駆動信号と応答変位との関係

本章で提案する周波数応答関数推定法は、供試構造系だけでなく加振機を含めた全ての加振実験系が線形であることを前提としている。そこで、まず、応答変位と複数の駆動信号との間の多重関連度関数を推定し、加振実験系の線形性の確認をおこなう。

応答変位 $y_1(t)$ と二つの駆動信号 $s_1(t)$, $s_2(t)$ との間の多重関連度関数の推定値 $\hat{\gamma}_{u_1:s}^2(f)$ を Figure 3.4 に示す。

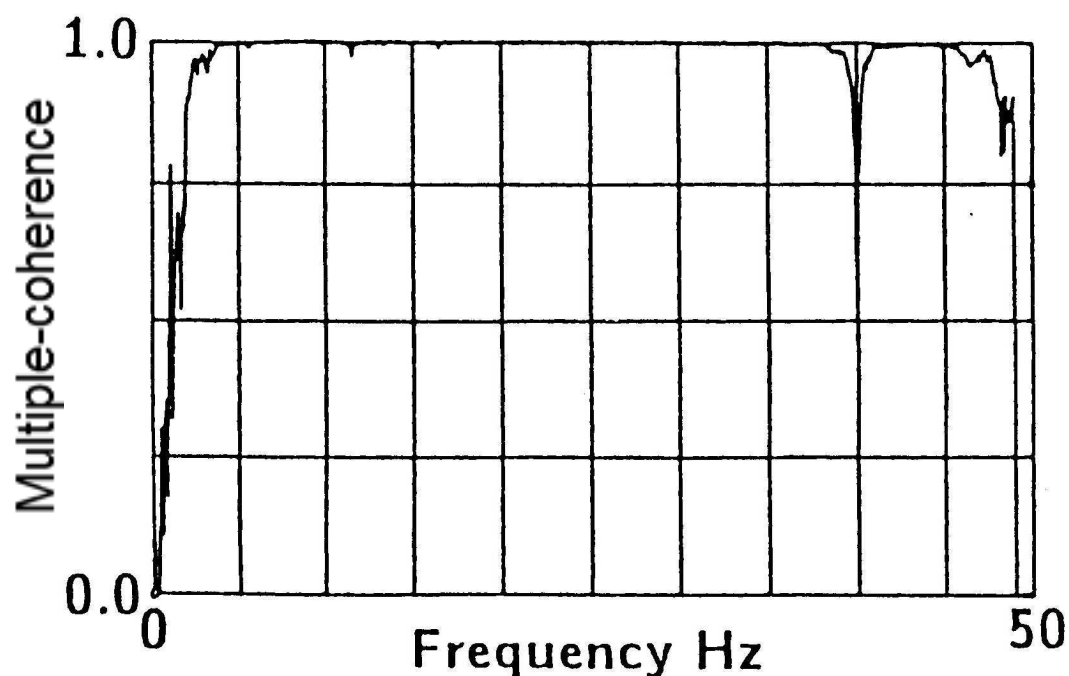


Figure 3.4 A multiple-coherence function between a response displacement and shaker driving signals $\hat{\gamma}_{u_1:s}^2(f)$

Figure 3.4 に示す多重関連度関数の推定値 $\hat{\gamma}_{u_1,s}^2(f)$ は、着目する周波数範囲において、概ね 1 の値を呈している。これは駆動信号と応答信号との間の線形関係が存在することを表している。したがって、提案する推定方法を適用するための前提条件である、系の線形性が明らかとなった。

なお、Figure 3.4 において、50Hz 付近の多重関連度関数の推定値が零値に低下しているが、これは、カットオフ周波数 50Hz のアンチエイリアシングフィルタによって、分析する信号が雑音値と同等まで低下したことによる。後述の関連度関数の推定値・周波数応答関数の推定値においても同様の現象が発生している。

3.4.2 加振機駆動信号相互の相関性と加振力相互の相関性

加振機駆動信号 $s_1(t)$ と $s_2(t)$ との間の関連度関数の推定値 $\hat{\gamma}_{s_1s_1}^2(f)$ を Figure 3.5 に示す。

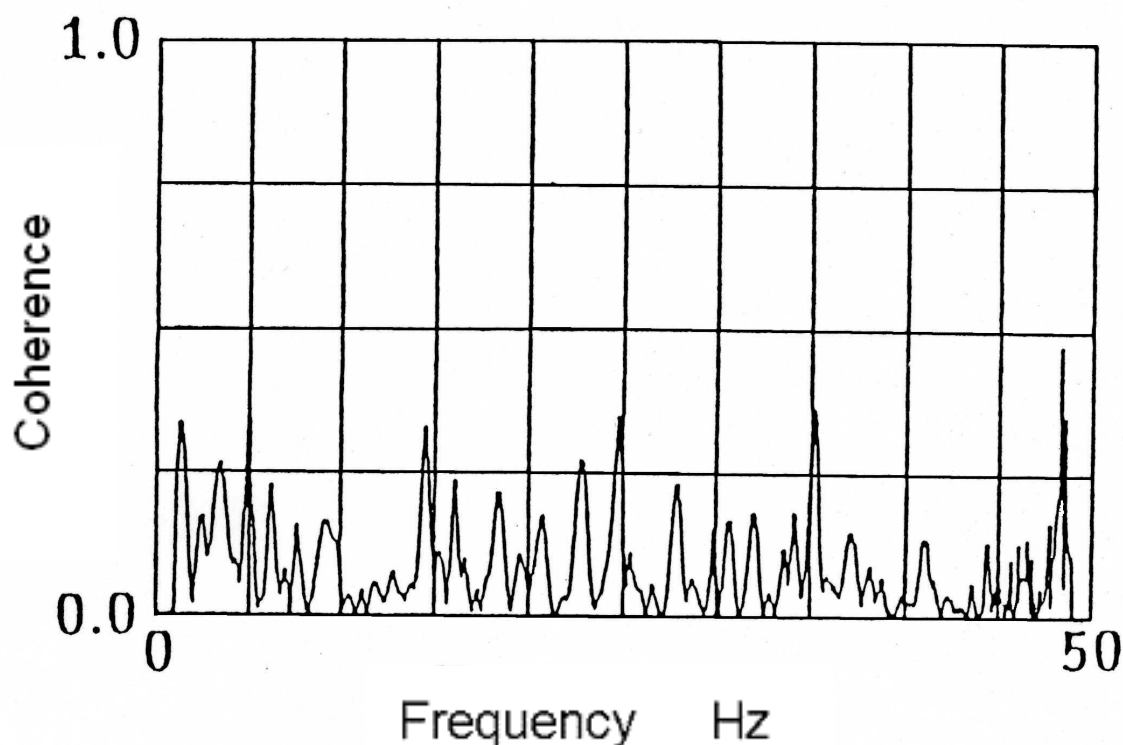


Figure 3.5 A coherence function between two driving signals for shakers $\hat{\gamma}_{s_1s_1}^2(f)$

加振機駆動信号相互間の関連度関数の推定値 $\hat{\gamma}_{s_1 s_1}^2(f)$ は、全周波数範囲にわたって概ね 0.2 以下の値を呈している。

つぎに、二つの加振力 $x_1(t)$ と $x_2(t)$ との間の関連度関数の推定値 $\hat{\gamma}_{q_1 q_1}^2(f)$ を Figure 3.6 に示す。

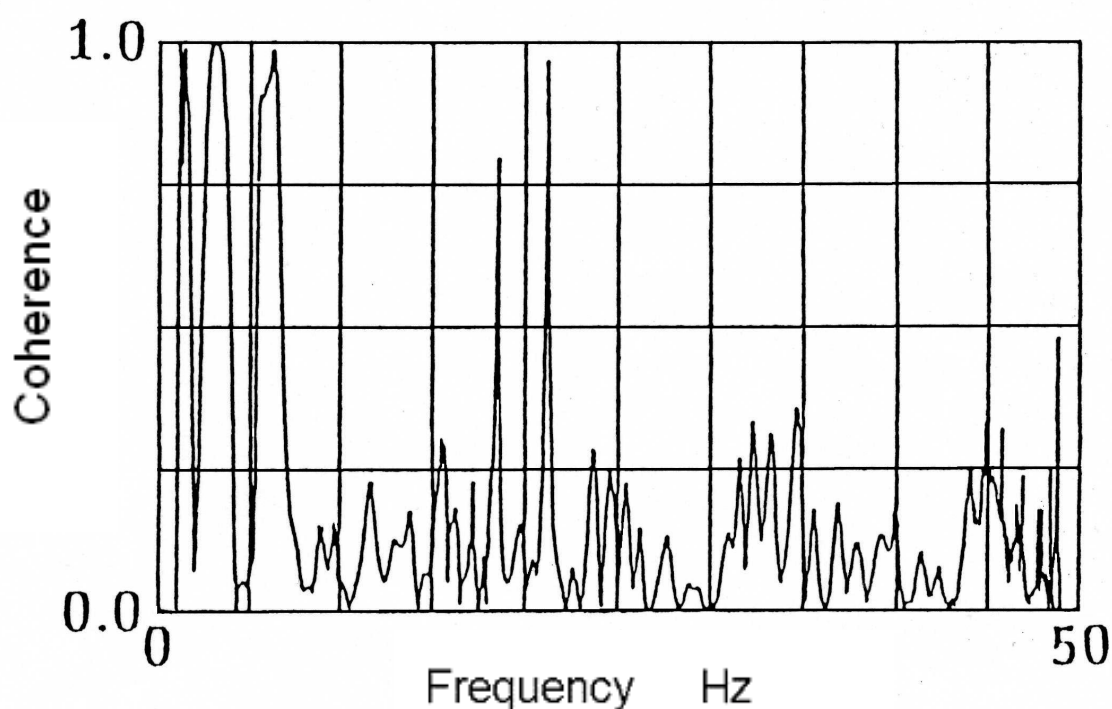


Figure 3.6 A coherence function between the input forces $\hat{\gamma}_{q_1 q_1}^2(f)$

加振力信号相互の関連度関数の推定値 $\hat{\gamma}_{q_1 q_1}^2(f)$ は、特定の周波数においてのみ 1.0 に近い値を呈し、その他の周波数では概ね 0.2 以下の値を呈している。なお、関連度関数の推定値が 1.0 に近い値を呈する周波数は後述の Table 3.1 に示す供試構造の固有振動数と一致する。

以上の結果から、多点同時加振の場合、加振機駆動信号が無相関であっても、その結果生じる加振力は必ずしも無相関とはならないことがわかった。この理由は、複数の加振機に与える駆動信号が相互に無相関であっても、加

振機取り付け部の振動応答が加振力へフィードバックされ、加振力信号相互に相関が発生するためであると考えられる。

また、以上の結果から、加振力に相関性が現れる周波数は供試構造の固有振動数と一致することがわかった。この理由は、固有振動数において振動応答値が増加するため、振動応答の加振力へのフィードバックが固有振動数において顕著となるためである。

2.4.3 周波数応答関数の信頼区間

まず、加振力を入力とする従来の方法で求めた周波数応答関数の推定値の信頼性について検討する。

従来の周波数応答関数推定方法において、周波数応答関数 $H_{o_{11}}(f)$ がとり得る範囲は、周波数応答関数の推定値 $\hat{H}_{o_{11}}(f)$ と、信頼区間の推定値 $\hat{c}_{11}(f)$ とを用いて次式で表すことができる。

$$\left| \hat{H}_{o_{11}}(f) \right| - \hat{c}_{11}(f) \leq H_{o_{11}}(f) \leq \left| \hat{H}_{o_{11}}(f) \right| + \hat{c}_{11}(f) \quad (3.26)$$

従来の方法によって求めた周波数応答関数の推定値 $\hat{H}_{o_{11}}(f)$ 、および、その95%信頼区間の推定値 $\hat{c}_{11}(f)$ 、言い換えれば95%の確率で周波数応答関数 $H_{o_{11}}(f)$ が存在する区間を Figure 3.7 に示す。

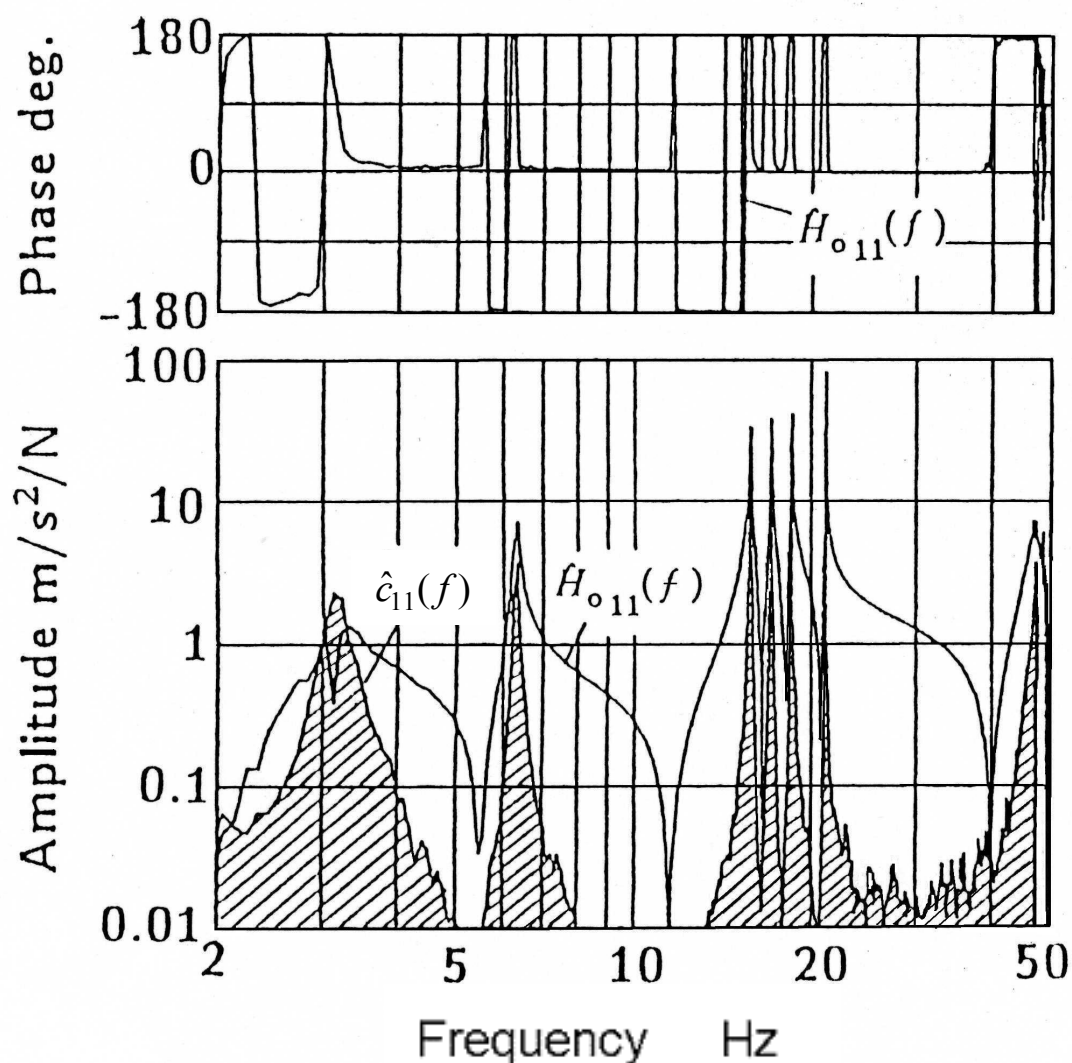


Figure 3.7 A frequency response function estimate based on the proposed method $\hat{H}_{o_{11}}(f)$ and an estimate of its 95% confidence interval $\hat{c}_{11}(f)$

信頼区間の推定値は、真の値が所定の確率で存在する区間を表す。したがって、信頼区間が大きい場合は推定値の信頼性が低い。

同図によると、信頼区間の推定値 $\hat{c}_{11}(f)$ は、供試構造の固有振動数において著しく増加し、固有振動数における周波数応答関数推定値 $\hat{H}_{o_{11}}(f)$ の絶対値とほぼ等しい値に達する。このことは、固有振動数の近傍の周波数において周波数応答関数の推定値に 100% に達する程の極めて大きな誤差が生じ得る

ことを示している。したがって、特に固有振動数近傍の周波数応答関数データに着目して振動モードの振幅や減衰を求める同定法を使用する場合においては、従来の周波数応答関数推定法によると、構造モデルの同定精度が低下することになる。

3.4.4 構造モデルの同定

つぎに、従来の推定法で得られる周波数応答関数に基づく構造モデルの同定結果と提案する方法で得られる周波数応答関数に基づく構造モデルの同定結果を比較する。

まず、加振実験による周波数応答関数の推定値から求めた固有振動数と有限要素法で求めた固有振動数を Table 3.1 に示す。

Table 3.1 Eigen frequencies

Mode Number	Eigen frequencies Hz			ratio to FEM results	
	Based on force signals	Based on drive signals	FEM	Based on force signals	Based on drive signals
1	3.16	3.11	3.11	101.6%	100.0%
2	6.32	6.29	6.40	98.8%	98.3%
3	15.7	15.7	16.0	98.1%	98.1%
4	17.1	17.1	17.5	97.7%	97.7%
5	18.5	18.5	18.2	101.6%	101.6%
6	21.2	21.2	20.9	101.4%	101.4%

Table 3.1 によると、有限要素法で得られた固有振動数は 3%以内の精度で実験値と一致していることが確認できる。

つぎに、有限要素法・従来の方法・提案する方法のそれぞれによる周波数応答関数の推定値に基づいて得られる振動モードを Figure 3.8 に示す。

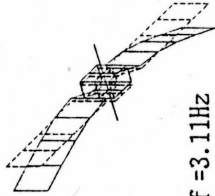
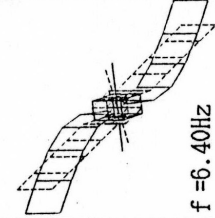
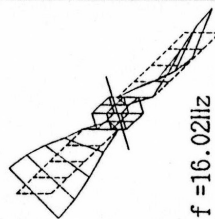
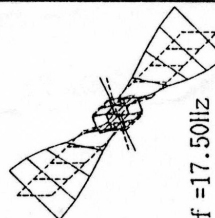
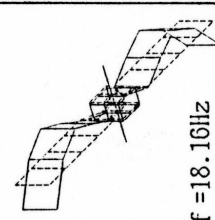
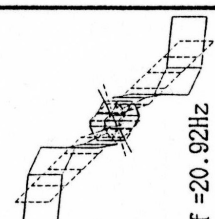
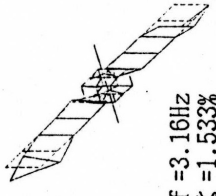
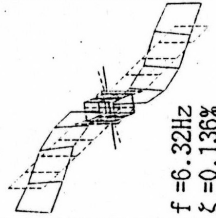
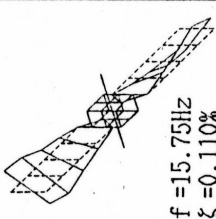
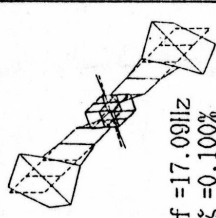
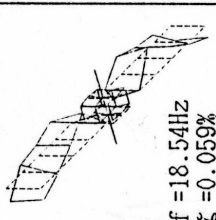
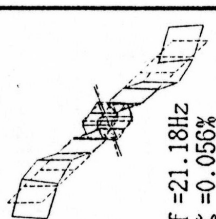
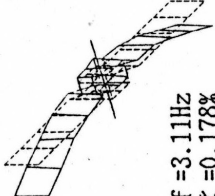
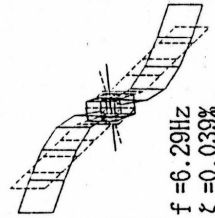
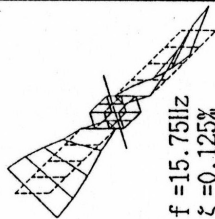
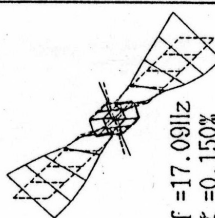
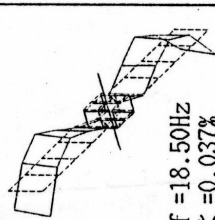
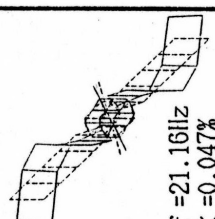
Method	Mode number					
	1	2	3	4	5	6
Finite element method	 $f = 3.11\text{Hz}$	 $f = 6.40\text{Hz}$	 $f = 16.02\text{Hz}$	 $f = 17.50\text{Hz}$	 $f = 18.16\text{Hz}$	 $f = 20.92\text{Hz}$
Based on force signals	 $f = 3.16\text{Hz}$ $\xi = 1.533\%$	 $f = 6.32\text{Hz}$ $\xi = 0.136\%$	 $f = 15.75\text{Hz}$ $\xi = 0.110\%$	 $f = 17.09\text{Hz}$ $\xi = 0.100\%$	 $f = 18.54\text{Hz}$ $\xi = 0.059\%$	 $f = 21.18\text{Hz}$ $\xi = 0.056\%$
Based on drive signals	 $f = 3.11\text{Hz}$ $\xi = 0.178\%$	 $f = 6.29\text{Hz}$ $\xi = 0.039\%$	 $f = 15.75\text{Hz}$ $\xi = 0.125\%$	 $f = 17.09\text{Hz}$ $\xi = 0.150\%$	 $f = 18.50\text{Hz}$ $\xi = 0.037\%$	 $f = 21.16\text{Hz}$ $\xi = 0.047\%$

Figure 3.8 Mode shapes obtained by finite element method, by the conventional frequency response function estimation and by the proposed method

つぎに，有限要素法で得られる固有モードベクトルを参照ベクトルとしたときの，従来の方法によるモードベクトルの関連度，提案する方法によるモードベクトルの関連度，有限要素法同士のモードベクトルの関連度を Table 3.2 に示す．また，これらをそれぞれ Figure 3.9, Figure 3.10, および, Figure 3.11 に示す．

Table 3.2 Coherence values between modes

Method	Mode number	Reference mode number (FEM)					
		1	2	3	4	5	6
Finite element method	1	1.000	0.000	0.000	0.000	0.075	0.000
	2	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.230
	3	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000
	4	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000
	5	0.075	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000
	6	0.000	0.230	0.000	0.000	0.000	1.000
Based on force signals (conventional)	1	0.562	0.033	0.017	0.068	0.114	0.006
	2	0.000	0.960	0.002	0.000	0.000	0.000
	3	0.000	0.035	0.860	0.000	0.000	0.028
	4	0.032	0.000	0.000	0.484	0.009	0.000
	5	0.181	0.000	0.000	0.017	0.411	0.000
	6	0.000	0.521	0.006	0.000	0.000	0.425
Based on drive signals (proposed)	1	0.917	0.007	0.000	0.001	0.091	0.000
	2	0.004	0.992	0.000	0.000	0.000	0.256
	3	0.000	0.000	0.998	0.000	0.000	0.000
	4	0.001	0.000	0.000	0.991	0.007	0.000
	5	0.049	0.000	0.000	0.007	0.987	0.000
	6	0.000	0.214	0.001	0.000	0.001	0.995

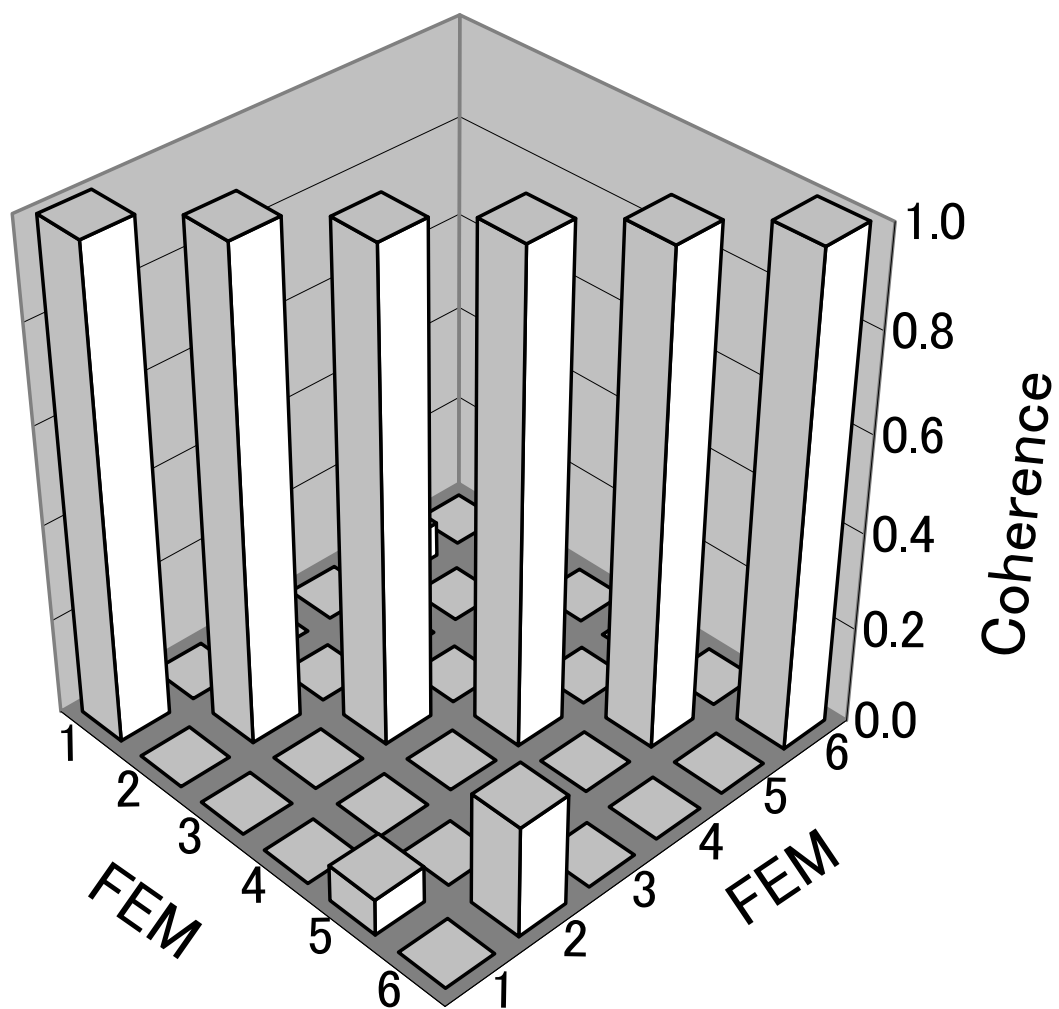


Figure 3.9 Modal assurance criteria between modes obtained by finite element method and those obtained by the same method

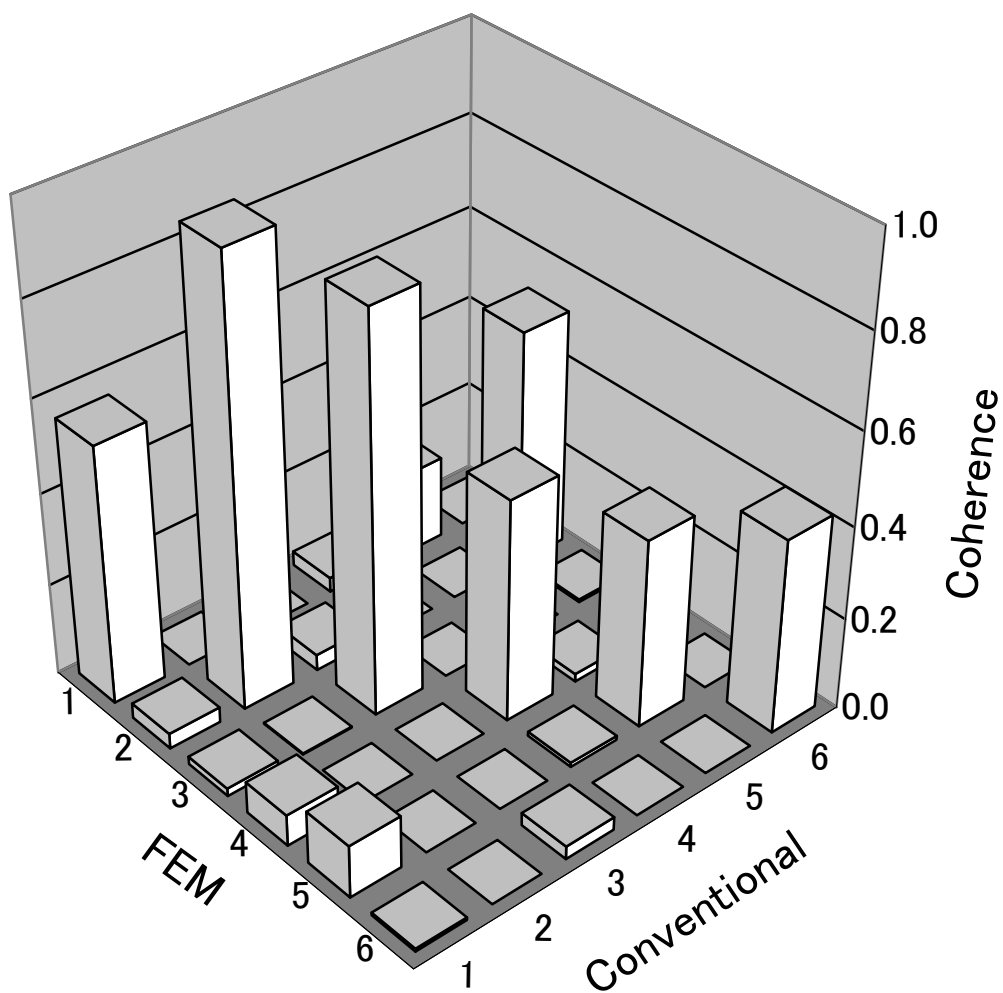


Figure 3.10 Modal assurance criteria between modes based on the conventional frequency response function estimates and those based on by finite element method

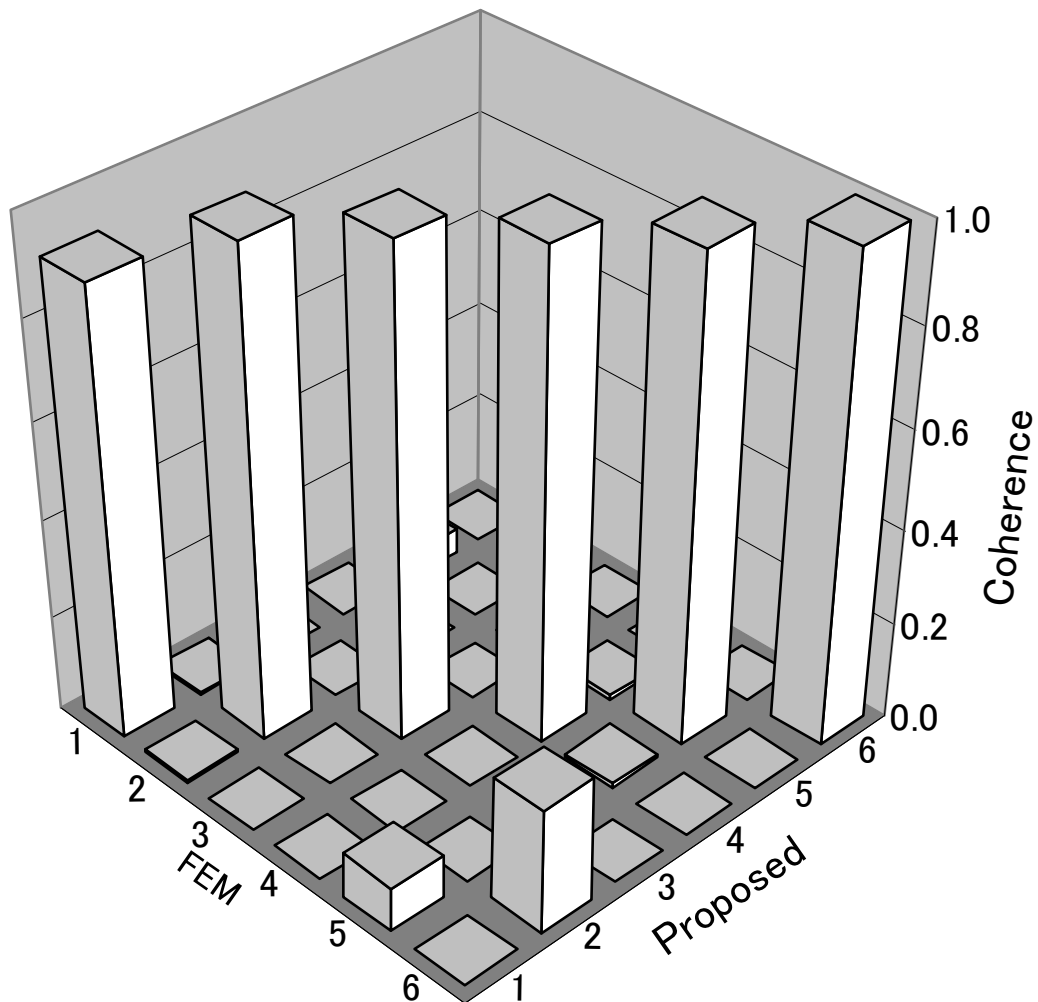


Figure 3.11 Modal assurance criteria between modes obtained by the proposed method and those based on finite element method

まず、Table 3.2 において、同一次数のモード間の関連度、すなわち、太字の数値に着目する。従来の加振力を入力とする推定法に基づいて得られたモードベクトルと、有限要素法で得られたモードベクトルとの関連度は 0.411 から 0.960 の値をとり、固有モードによって大きな相違がある。これに対し、駆動信号を入力とする提案する推定法に基づいて得られたモードベクトルと、有限要素法で得られたモードベクトルとの関連度はすべてのモードについて 0.9 以上の値をとる。

つぎに、Figure 3.10 に示した従来の推定法による関連度と、Figure 3.11 に示した提案する方法による関連度を比較する。従来の推定方法によると有限要素法で得られたモードベクトルとの関連度は 2 次と 3 次の固有モードを除いて著しく低いことがわかる。先に述べたように、この有限要素モデルは実際の構造特性を精度良く表すものであるため、従来法によるモードベクトルの関連度が低いという結果は、従来の推定法に精度上の問題があることを意味する。これに対し、提案する方法によるモードベクトルの関連度は、すべての固有モードにおいて、有限要素法解析結果との同一性を示している。したがって、ここで述べた実験では、提案する方法の従来法に対する優位性が確認できた。

また、提案する方法によるモードベクトルの関連度を表す Figure 3.11 と有限要素法同士のモードベクトルの関連度を表す Figure 3.9 が酷似していることから、同様に提案する方法の従来法に対する優位性が確認できた。

なお、Table 3.2 の有限要素法によるモードベクトル同士の関連度のうち、1 次と 5 次、2 次と 6 次の値が零となっていない。異なるモードであるにもかかわらずこれらの値が零とならない理由は、有限要素法の自由度の中から実験モード解析の測定点と一致するものを取り出し、これら限られた自由度に対応するモードベクトルの関連度を計算したことによる。有限要素法と実験モード解析結果との比較においても同様のことが言える。

3.5 本章のまとめ

多点同時加振による周波数応答関数推定において、加振力信号と振動応答

信号を使用する従来の方法によると、加振力相互に相関が発生し、これが原因となって推定誤差が発生するという問題があった。これに対して、加振機の駆動信号・加振力信号・振動応答信号の三者を使用する新たな方法を提案した。実際の構造を対象とする多点加振による周波数応答関数の推定に基づいて提案する方法の正当性と実用性を検討した結果、以下の結論が得られた。

- (1) 複数の加振機に与える駆動信号が相互に無相関であっても、加振機取り付け部の振動応答が加振力へフィードバックされ、加振力信号相互に相関が発生することが確かめられた。また、加振力に相関が発生する周波数は、供試構造の固有振動数とその近傍の周波数であることが確かめられた。
- (2) 従来の多点同時加振による周波数応答関数推定方法によると、加振力信号に相関が発生する周波数において周波数応答関数の信頼区間の推定値が著しく増加し、この周波数で周波数応答関数の推定精度が低下することが確かめられた。一方、提案する方法によると、加振力信号に相関が発生する場合においても、周波数応答関数の推定精度が低下しないことが確かめられた。
- (3) 従来の推定方法と提案する推定方法それぞれによって取得した周波数応答関数の推定値に基づいて振動モードを同定した結果、提案する推定方法に基づく場合は、従来の推定方法に基づく場合と比較し、振動モードを精度良く同定できることが確かめられた。

第4章

信号の標本化に伴う推定誤差の回避方法

4.1 はじめに

周波数応答関数の推定に関する最も重要な問題の一つに、計測信号の標本化に伴う推定誤差の発生があげられる。供試構造の振動減衰が小さい場合には、第一に、振動応答が標本化時間内で零値に収束しないため、信号の標本化打ち切りによる漏れ誤差が発生する。第二に、この場合標本化時間以降に継続する振動応答記録を捨て去ることになるため、推定値に偏り誤差が発生する。供試構造の振動減衰特性と標本化時間の関係によってこれら二種類の誤差が発生し、周波数応答関数の推定精度を悪化させる。

この問題に関し、白井・山口・長松は、バーストランダム波を用いた加振による周波数応答関数の推定において、構造の応答速度信号を加振機駆動信号へフィードバックし、応答信号が標本化時間内で零値からはじまり零値で終わる孤立波になるように加振力を制御する方法を提案している。同氏らが速度フィードバックバースト不規則波加振法と呼ぶこの方法によると、加振力信号・振動応答信号ともに孤立波として標本化されるため、漏れ誤差のない周波数応答関数の推定が可能である。また、中村・澤登・今泉・長松は、この白井・山口・長松の方法を改良し、加振力信号を加振機駆動信号へフィードバックする、より簡便な方法を提唱している。

しかし、これら白井・山口・長松の方法、中村・澤登・今泉・長松の方法のいずれにおいても、計測系の状態変数を観測し、それに基づくフィードバ

ック制御をおこなうものであるため、一般の計測系に対して新たに制御系を追加することが必要である。また、これらの方法の実現には制御系を安定して動作させるための知識が必要となる。さらに、これらの方法は簡便な加振法として広く用いられている打撃加振に適用できないという制約を受ける。

そこで、本章では、まず、制御系の追加を必要としない問題解決方法を提案する。つぎに、提案する方法に関する実験をおこない、その方法が正当であり、実用に供するものであることを確かめる。

4.2 信号の標本化に伴う誤差の回避方法

4.2.1 従来の周波数応答関数推定とその特徴

本節では、従来の周波数応答関数推定方法とその特徴について述べる。

構造の周波数応答関数の推定においては、Figure 4.1 に示す加振力を入力とし振動応答を出力とする 1 入力 1 出力構造系モデルを想定する。

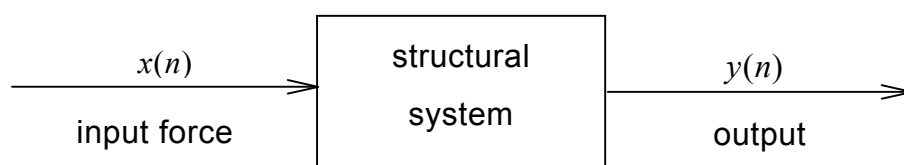


Figure 4.1 A single-input single-output modal testing system free from random measurement noise

構造への入力信号と出力信号とをそれぞれ $x(n)$ と $y(n)$ とする。ここで n は離散化された時間を表す非負の整数である。構造物の周波数応答関数は、構造物のある点にロードセルを介して加振力を加えることにより計測される加振力信号 $x(n)$ と、このとき構造物の代表点で計測される加速度信号などの応答信号 $y(n)$ の二種の標本に基づいて推定される。

構造の周波数応答関数推定法としては、 H_1 推定と呼ばれるものが広く用いられている．なお、このほかに、 H_2 推定、および、 H_V 推定と呼ばれる周波数応答関数推定手法が提案されている^[39]．

H_1 推定では、Figure 4.2 に示すモデルを考え、出力 $y(n)$ に標準誤差 $z(n)$ が含まれると仮定し、誤差 $z(n)$ の自乗和を最小にする周波数応答関数の推定値 $\hat{H}_1(m)$ を求める．

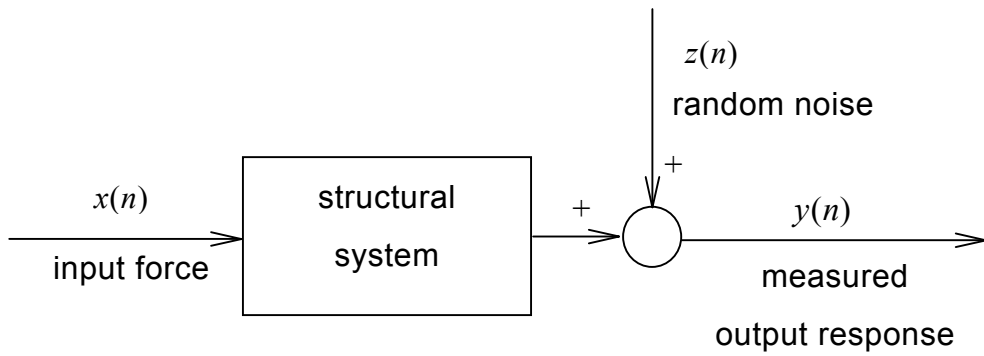


Figure 4.2 A single-input single-output modal testing system with random measurement noise in the output response: H_1 estimation model

まず、入出力信号、 $x(n)$ 、 $y(n)$ を長さ T の時間長で標本化する．これを繰り返し、 s 組の標本関数 $x_j(n), y_j(n)$ ($j=1,2,\dots,s$) を得る．ここで $0 \leq n \leq N-1$ であり、 N は時間長 T において等しい時間間隔で標本化されたデータの数である．つぎに、これらのフーリエ変換をおこない s 組のフーリエスペクトル $X_j(m), Y_j(m)$ ($j=1,2,\dots,s$) を得る．また、出力に重畳する標準誤差 $z(n)$ のフーリエ変換をおこない $Z_j(m)$ ($j=1,2,\dots,s$) を得る．これらの関係は次式で表される．

$$Y_j(m) = \hat{H}_1(m) X_j(m) + Z_j(m) \quad (j=1,2,\dots,s) \quad (4.1)$$

ここで、整数 m は離散化された周波数、複素数 $Y_j(m)$ は出力信号 $y(n)$ のフーリエ変換、複素数 $X_j(m)$ は入力信号 $x(n)$ のフーリエ変換、自然数 j は標本の

番号, 自然数 s は標本化の回数, すなわち, 平均の数である.

標準誤差 $Z_j(m)$ ($j=1,2,\dots,s$) の自乗和は, 式(4.1)から,

$$\sum_{j=1}^s Z_j(m) Z_j^*(m) = \sum_{j=1}^s \left(Y_j(m) - \hat{H}_1(m) X_j(m) \right) \left(Y_j^*(m) - \hat{H}_1^*(m) X_j^*(m) \right) \quad (4.2)$$

と表すことができる. ここで記号 $*$ は共役を表す. 誤差の自乗和を極小とする推定値 $\hat{H}_1(m)$ を得るために, 上式の $\hat{H}_1^*(m)$ による偏微分

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \hat{H}_1^*(m)} \sum_{j=1}^s Z_j(m) Z_j^*(m) &= \sum_{j=1}^s \left(Y_j(m) - \hat{H}_1(m) X_j(m) \right) \left(-X_j^*(m) \right) \\ &= -\sum_{j=1}^s Y_j(m) X_j^*(m) + \hat{H}_1(m) \sum_{j=1}^s X_j(m) X_j^*(m) \end{aligned} \quad (4.3)$$

が零に等しいとして, 次式を得る.

$$\hat{H}_1(m) = \frac{\sum_{i=1}^s Y_i(m) X_i^*(m)}{\sum_{i=1}^s X_i(m) X_i^*(m)} \quad (4.4)$$

s 回の平均化によって求めた入力自己パワースペクトルの推定値 $\hat{G}_{xx}(m)$, および, 入力と出力の相互パワースペクトルの推定値 $\hat{G}_{xy}(m)$ は次式で表される.

$$\hat{G}_{xx}(m) = \frac{2}{Ts} \sum_{j=1}^s X_j(m) X_j^*(m) \quad (4.5)$$

$$\hat{G}_{xy}(m) = \frac{2}{Ts} \sum_{j=1}^s Y_j(m) X_j^*(m) \quad (4.6)$$

これらと式(4.4)から, 推定値 $\hat{H}_1(m)$ を表す次式を得る.

$$\hat{H}_1(m) = \frac{\hat{G}_{xy}(m)}{\hat{G}_{xx}(m)} \quad (4.7)$$

つぎに、 H_2 推定について述べる．この推定法では，Figure 4.3 に示す系を考え，加振力の測定データに標準誤差が含まれると仮定する．

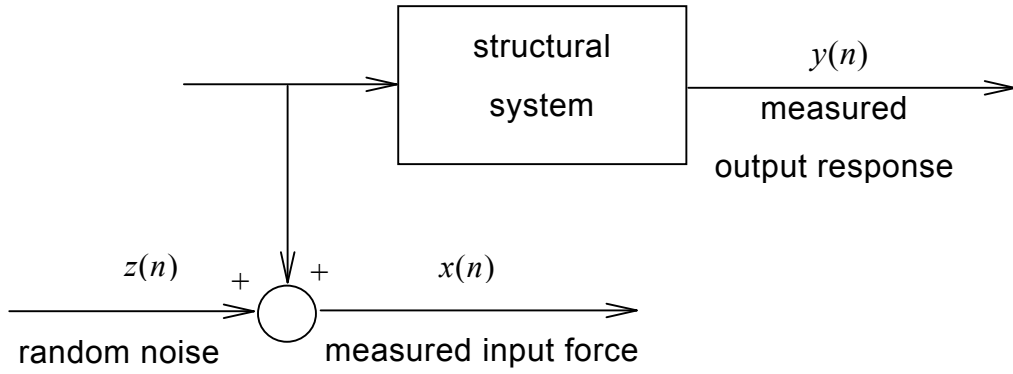


Figure 4.3 A single-input single-output frequency response function estimation system with random measurement noise in the input force: H_2 estimation model

H_2 推定は， H_1 推定における加振力を構造系からの出力信号，振動応答を構造系への入力信号と見なし，その推定結果の逆数として得ることができる．すなわち，推定値 $\hat{H}_2(m)$ は次式で与えられる．

$$\hat{H}_2(m) = \frac{\hat{G}_{yy}(m)}{\hat{G}_{xy}(m)} \quad (4.8)$$

ここで $\hat{G}_{yy}(m)$ は出力の自己パワースペクトルの推定値を表す．

以上述べた H_1 推定・ H_2 推定は最小自乗法による方法であるのに対し， H_V 推定は全最小自乗推定と呼ばれる方法によるものである． H_V 推定では $x_j(m)(j=1,2,\dots,s)$ と $y_j(m)(j=1,2,\dots,s)$ との両方に標準誤差が含まれるものと

仮定し、以下の関係を利用する．

$$\mathbf{Q}\mathbf{d} = \mathbf{0} \quad (4.9)$$

ここで

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} x_1(m) & y_1(m) \\ x_2(m) & y_2(m) \\ \vdots & \vdots \\ x_s(m) & y_s(m) \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$\mathbf{d} = \begin{Bmatrix} \hat{H}_v(m) \\ -1 \end{Bmatrix} \quad (4.11)$$

推定値 $\hat{H}_v(m)$ は、以下の固有値問題を解き、その最小固有値に対応する固有ベクトルを式(4.11)の \mathbf{d} に代入することによって得られる^[40]．

$$(\mathbf{Q}^H \mathbf{Q})\mathbf{g} = \lambda \mathbf{g} \quad (4.12)$$

ここで λ は固有値、 \mathbf{g} は固有ベクトルである．

以上三種の周波数応答関数推定手法による推定値の絶対値の大きさは、大きさが同じ水準の標準誤差を含む信号標本に基づく場合には次式で表す順となる．

$$|\hat{H}_2(m)| \leq |\hat{H}_v(m)| \leq |\hat{H}_1(m)| \quad (4.13)$$

また、 H_1 推定の場合、標準誤差が出力信号に重畳されるので、周波数応答関数の推定値の絶対値が小さいほど、言い換えれば、入力信号の絶対値に対して出力信号の絶対値が小さいほど、標準誤差の影響を大きく受ける．一方 H_2 推定の場合はその逆で、周波数応答関数の推定値の絶対値が大きいほど標準誤差の影響を大きく受ける．しかし、 H_v 推定ではその推定値の大きさの如何にかかわらず標準誤差の影響が一定であるという特徴を有する^{[41][42][43]}．

4.2.2 指数関数窓関数による推定誤差の低減法とその問題点

指数関数窓関数は、打撃波、バーストランダム波、高速周波数掃引波などの孤立波による加振において、応答信号が標本化時間内で零に収束しないために起こる推定誤差を低減するためにしばしば利用される。本節では、指数関数窓関数の効果と問題点について述べる。

加振力入力を $x(n)$ 、振動応答出力を $y(n)$ とする 1 入力 1 出力の構造系を考え、そのインパルス応答関数を $h(n)$ とする。出力 $y(n)$ は整数 k を変化させるたたみ込み演算を用いて次式で与えられる。

$$y(n) = \sum_{k=1}^{\infty} h(k) x(n-k) \quad (4.14)$$

つぎに、指数関数窓関数 $w(n)$ を次式で表す。

$$w(n) = e^{-\rho n} \quad (4.15)$$

ここで ρ は減衰を表す係数である。

式(4.15)を式(4.14)の両辺に左側から乗じ、次式を得る。

$$\begin{aligned} e^{-\rho n} y(n) &= e^{-\rho n} \sum_{k=1}^{\infty} h(k) x(n-k) \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} e^{-\rho k} h(k) e^{-\rho(n-k)} x(n-k) \end{aligned} \quad (4.16)$$

この式の右辺 2 行目の $e^{-\rho k}$ と $e^{-\rho(n-k)}$ の指数部、および、 $h(k)$ と $x(n-k)$ の変数部が共通である点に着目すると、これはつぎのように書き換えることができる。

$$\bar{y}(n) = \sum_{k=1}^{\infty} \bar{h}(k) \bar{x}(n-k) \quad (4.17)$$

ここで

$$\bar{x}(n-k) = w(n-k) x(n-k) \quad (4.18)$$

すなわち,

$$\bar{x}(n) = w(n)x(n) \quad (4.19)$$

また, 式(4.17)の $\bar{y}(n)$ と $\bar{h}(k)$ については以下となる.

$$\bar{y}(n) = w(n)y(n) \quad (4.20)$$

$$\bar{h}(k) = w(k)h(k) \quad (4.21)$$

したがって, 入力標本と出力標本の両方に同一の指数関数を乗じ, これらの関数に基づいて構造系のインパルス応答関数を求めようとする, 式(4.21)に示すように本来のインパルス応答関数 $h(n)$ に関数 $w(n)$ を乗じたインパルス応答関数 $\bar{h}(n)$ が得られる. このことから, インパルス応答関数 $h(n)$ は, $\bar{h}(n)$ に指数関数窓関数 $w(n)$ の逆数を乗じることによって得ることができる. すなわち,

$$h(n) = e^{\rho n} \bar{h}(n) \quad (4.22)$$

さて, 一方において指数関数窓関数を用いることの問題点として以下をあげることができる. 指数関数窓関数の使用においては, 標本化時間の最後の部分の標本が漏れ誤差を発生させない値まで十分に信号をさせる必要があるため, 減衰の量を定める ρ の値を十分大きく選ぶ必要がある. しかし, ρ を増大させると信号標本の実効値は小さくなり, その結果として, 量子化誤差が増加するという新たな問題が発生する. この点から, 指数関数窓関数による方法は, 低減衰構造の周波数応答関数推定に関する推定誤差の問題に対して, 必ずしも満足できる解を与えるものではないと言える.

4.2.3 提案する周波数応答関数の推定方法

加振機によって加振力を構造系に加えた後に加振機の駆動を停止すると, 振動応答値は一定時間の後に必ず零に収束する. したがって, 標本化時間 T より長い時間にわたって応答信号が持続する減衰の小さな構造を対象とする場合においても, 十分な時間長さの標本化をおこなえば入出力信号を孤立波として取得することが可能である. すなわち, 入出力信号 $x(n)$, $y(n)$ は, 有限

期間関数 $x_f(n)$, $y_f(n)$ を用いて次式で表すことができる.

$$x(n) = \begin{cases} x_f(n) & 0 \leq n \leq q_x N - 1 \\ 0 & \text{その他の } n \end{cases} \quad (4.23)$$

$$y(n) = \begin{cases} y_f(n) & 0 \leq n \leq q_y N - 1 \\ 0 & \text{その他の } n \end{cases} \quad (4.24)$$

ここで q_x と q_y は, それぞれ有限期間関数 $x_f(f)$ と $y_f(f)$ を表すのに必要な最小の自然数である. また, N は周期 T を離散時間で表したものである.

まず, 新たに周期 N で繰り返す周期インパルス関数,

$$i(n) = \begin{cases} 1 & n = rN \\ 0 & \text{その他の } n \end{cases} \quad (4.25)$$

を導入する. ここで r は任意の整数である.

つぎに, $i(n)$ と入出力信号 $x(n), y(n)$ それぞれとのたたみ込み演算をおこなう, その結果を $x_c(n), y_c(n)$ とする. すなわち,

$$x_c(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} i(k)x(n-k) \quad (4.26)$$

$$y_c(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} i(k)y(n-k) \quad (4.27)$$

これらの周期関数 $x_c(n), y_c(n)$ の1周期分をそれぞれ $x_p(n), y_p(n)$ とすると, $x_c(n), y_c(n)$ は次式で表される.

$$x_c(n) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} x_p(n+rN) \quad (4.28)$$

$$y_c(n) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} y_p(n+rN) \quad (4.29)$$

ここで r は任意の整数であり,

$$x_p(n) = \sum_{k=0}^{q_x-1} x_f(n+kN) \quad (0 \leq n \leq N-1) \quad (4.30)$$

$$y_p(n) = \sum_{k=0}^{q_y-1} y_f(n+kN) \quad (0 \leq n \leq N-1) \quad (4.31)$$

である．

$x_p(n)$ と $y_p(n)$ を従来の推定法における入力と出力の標本関数，すなわち，先に述べた H_1 推定における信号処理手順における $x_j(n)$ と $y_j(n)$ とみなして従来と同様の推定をおこなえば，時間窓の影響を受けない周波数応答関数の推定値を得ることができる．

以上述べた周波数応答関数の推定過程は，以下の物理現象を表している．すなわち，周期インパルス関数 $i(n)$ の入力信号へのたたみ込み演算は，同一の加振力を時間 T ずつ遅延させて繰り返し構造系に入力することに等しく，一方，周期インパルス関数 $i(n)$ の出力信号へのたたみ込み演算は，この入力に対する振動応答が時間 T ずつ遅延して互いに重なりあって現れることに等しい．この周期的な加振を継続すると $(q_x + q_y)T$ の時間経過ののち構造系の応答は定常に達し，観測される入出力信号は式(4.28)と式(4.29)で表される周期 T の関数となる．

以上の概念を Figure 4.4 に示す．ここでは，加振機の駆動信号として，限られた時間継続した後に零に収束するランダム信号を使用する場合を例に，入出力信号 $x_j(n)$ と $y_j(n)$ を周期関数 $x_p(n)$ と $y_p(n)$ に変換する工程を模式図で表している．

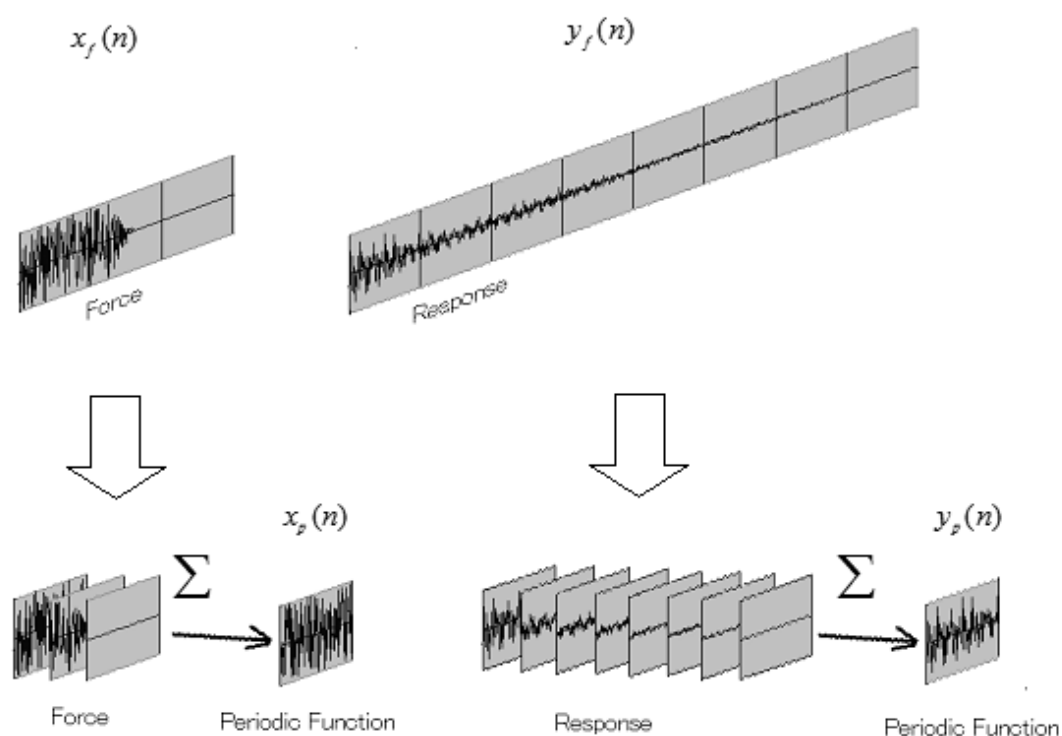


Figure 4.4 Transformation to periodic functions: an example of a burst random excitation

4.2.4 提案する方法の実現方法

提案する方法は、周波数応答関数の推定に利用されるFFT解析装置の信号処理手順の一部を変更するだけで、従来と同じ装置を使用して実現することができる。

FFT解析装置の多くは、長時間にわたる連続信号を間断なく標本化できるように、FFTやパワースペクトルなどの演算処理と信号の標本化処理とを同時におこなう機能を有している。したがって、提案する方法は、これらの解析装置の周波数応答関数の推定プログラムにおいて、平均化ループのなかのFFT演算の前に式(4.30)と式(4.31)に示した時間関数の加算演算を挿入することにより実現できる。信号処理手順のその他の部分は従来と同一でよい。

4.3 周波数応答関数の推定実験

以上述べた時間窓に起因する誤差の回避方法の正当性と実用性を数値実験と実構造による加振実験によって検証する。

4.3.1 数値実験

対象とする構造モデルを Figure 4.5 に示し、その有限要素モデルの詳細を Table 4.1 に示す。また、数値数値実験の流れを Figure 4.6 に示す。

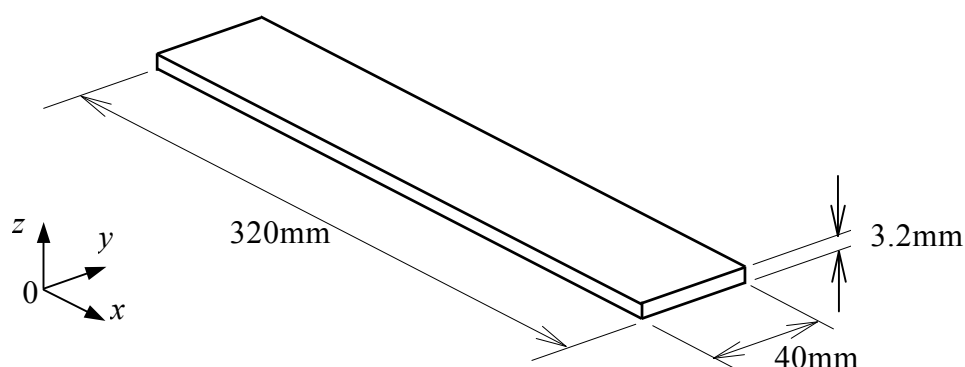


Figure 4.5 A structural model for test specimen

Table 4.1 Descriptions of the finite element model

Number of modes	17
Number of elements	8
Element type	iso-parametric parabolic beam
Modulus of elasticity	$2.068 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
Mass density	$7.82 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
Poisson's ratio	0.29
Translation restraints	along x-axis and y-axis
Rotation restraints	about x-axis and z-axis

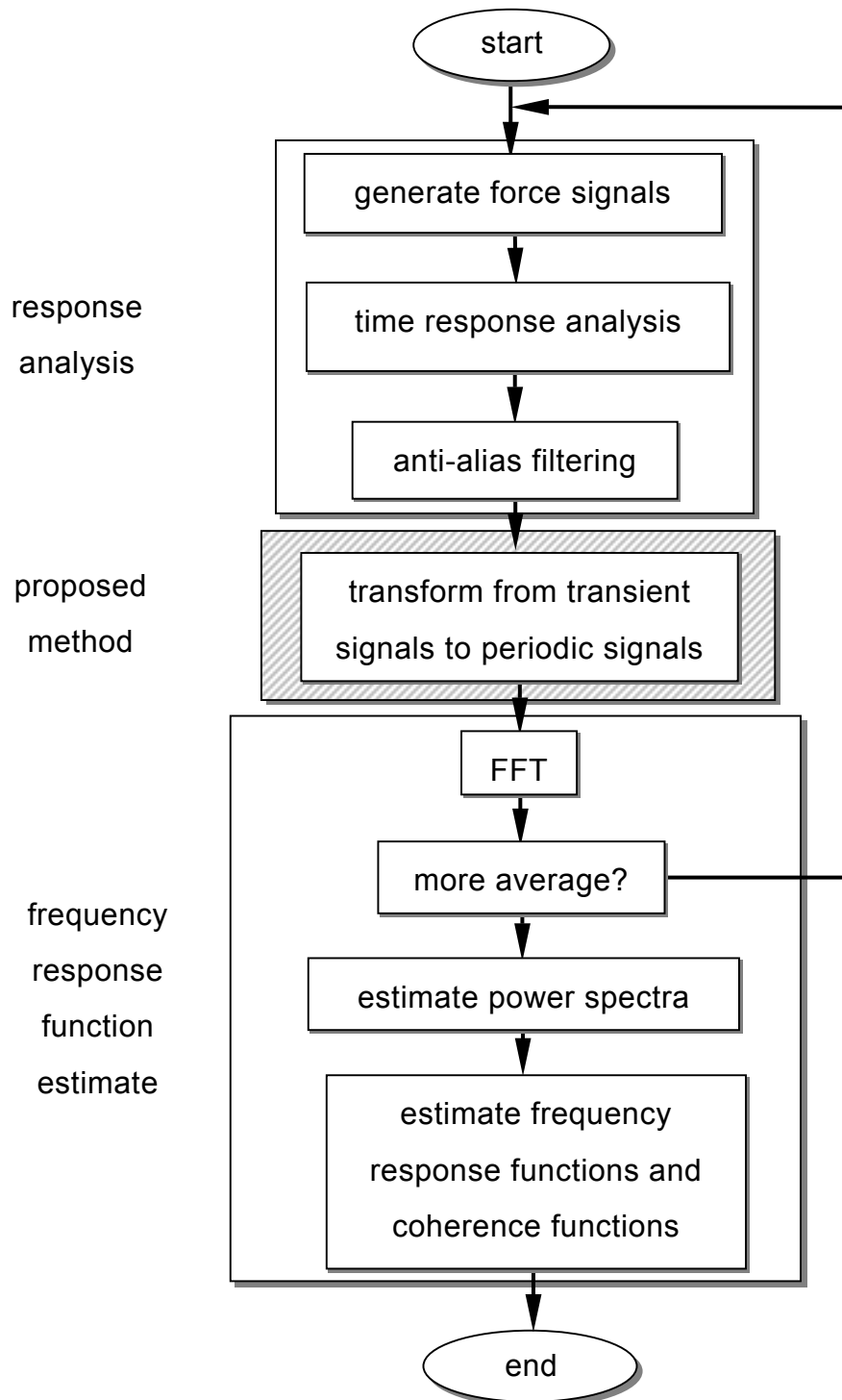


Figure 4.6 A flow diagram for the numerical simulation on modal testing

数値実験は、構造系の応答計算、提案する信号処理、および、周波数応答関数の推定からなる。構造系の応答計算の部分では、まず、加振信号 $x(n)$ を作成し、つぎに、所定の減衰が設定された構造モデルに対してこの加振信号を入力し応答加速度信号 $y(n)$ を計算する。提案する信号処理過程の部分では、まず、以上の構造系の入力標本関数 $x(n)$ と出力標本関数 $y(n)$ それぞれにエイリアジング防止フィルタを想定した低域通過フィルタを施したのち、提案する方法を用いて $x_p(n)$, $y_p(n)$ を得る。周波数応答関数の推定部分では、これらの標本関数に基づく H_1 推定をおこない、周波数応答関数と関連度関数を得る。

なお、ここでは低域通過フィルタとして、遮断周波数が 3500Hz の有限インパルス応答フィルタを用いる。また、加振点と応答点とは構造モデルの端部同一点の垂直方向自由度をとる。

以下に数値実験の条件を示す。

(1) 従来法における信号の標本化に伴う誤差

まず、従来の周波数応答関数の推定法において、信号の標本化に伴う誤差が現れにくい例とそれが顕著に現れる例とをあげる。前者の例として、すべての固有振動数に対応する減衰比 ζ 、すなわち、固有振動数と固有減衰との自乗和の平方根に対する固有減衰の比 ζ を一律に 2.0% に設定した構造モデルを考え、一方後者の例として、すべての固有振動数に対応する減衰比 ζ を一律に 0.20% に設定した構造モデルを考える。

加振波形には $0.1 \cdot T$ の加振期間を有するバーストランダム信号を用い、平均化の回数 s を 8 とする。

なおデータ数 N を 1024、時間長さ T を 0.1024 sec とし、これらふたつのパラメータは以下の数値実験を通して同一とする。

(2) 従来法と提案する方法の比較

従来法において信号の標本化に伴う誤差が顕著に現れる構造モデル、すなわち、各固有振動数に対応する減衰比 ζ を一律に 0.20% に設定した構造モデルに対して提案する方法を適用する。

加振波には上記従来法の場合と同一ののを使い、平均化の回数 s も同じ

く8とする. また, 入力については q_x を1とし, 出力については q_y を1,2,4,8,16と変化させる.

(3) 種々の加振波への適用

提案する方法が加振信号の長さや波形の制限を受けずに種々の加振波に広く適用できることを確かめる. このために, 不規則多重打撃加振, すなわち, 一つの時間窓の中において不規則な時間間隔で複数回の打撃をおこなう加振, および, 周波数掃引加振を例にとり, 提案する方法を適用する.

構造モデルには, 上述の従来法の場合に用いたすべての固有振動数に対応する減衰比 ζ を一律に0.20%に設定したものをを用いる.

平均化はおこなわず1組の入出力標本に基づき周波数応答関数の推定をおこなう. 入力については q_x を1とし, 出力については q_y を16とする.

4.3.2 実構造の加振実験

以上述べた数値実験に加え, 本章で提案する方法の正当性と実用性を実構造の周波数応答関数推定実験で確かめる.

Figure 4.7 に供試構造の概観を示す. 供試構造の形状は Figure 4.3 に示した有限要素法解析モデル同一である. Table 4.2 に実験条件を示す. なお, 提案する方法により周波数応答関数を推定する場合には, 加振力信号, 応答信号それぞれの長さを $q_x=1$, $q_y=16$ とする.



Figure 4.7 A structure for the actual excitation testing

Table 4.2 Conditions for the actual excitation testing

supporting of the test specimen	hanged by a nylon string
response signal	acceleration
sampling frequency	16385Hz
number of samples	1024
number of averages	eight times

4.4 考察

数値モデルに基づく検討を以下の 4.4.1 節から 4.4.4 節においておこない、実構造の加振実験に基づく検討を 4.4.5 節においておこなう。

4.4.1 従来法における信号の標本化に伴う誤差

構造モデルのすべての固有振動数に対応する減衰比 ζ を一律に 2.0%に設定した場合と 0.20% に設定した場合のインパル応答関数それぞれを Figure 4.8 に示す。

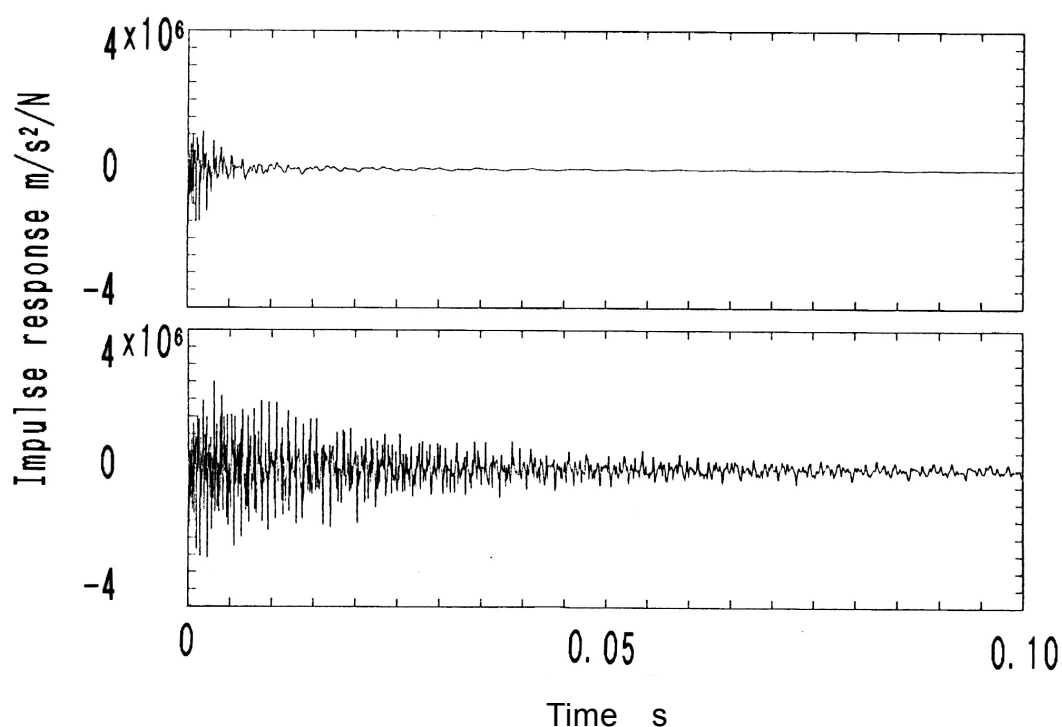


Figure 4.8 Impulse response functions (upper: $\zeta=2.0\%$, lower: $\zeta=0.2\%$)

周波数応答関数の推定の時間窓の長さ T は 0.1024 s であり，バーストランダム信号の加振期間は $0.1T$ であるので，減衰比 ζ が 2.0% の場合の応答信号は時間窓の中で十分に減衰するが，減衰比 ζ が 0.20% の場合のそれは時間窓の終端においても十分に減衰しない．このため，前者には時間窓に起因する周波数応答関数の推定誤差が発生せず，後者にはそれが発生する．

減衰比を 2.0% に設定した場合の従来の推定法に基づく周波数応答関数の推定値と関連度関数の推定値を Figure 4.9 に示す．また，減衰比を 0.20% に設定した場合のそれらを Figure 4.10 に示す．

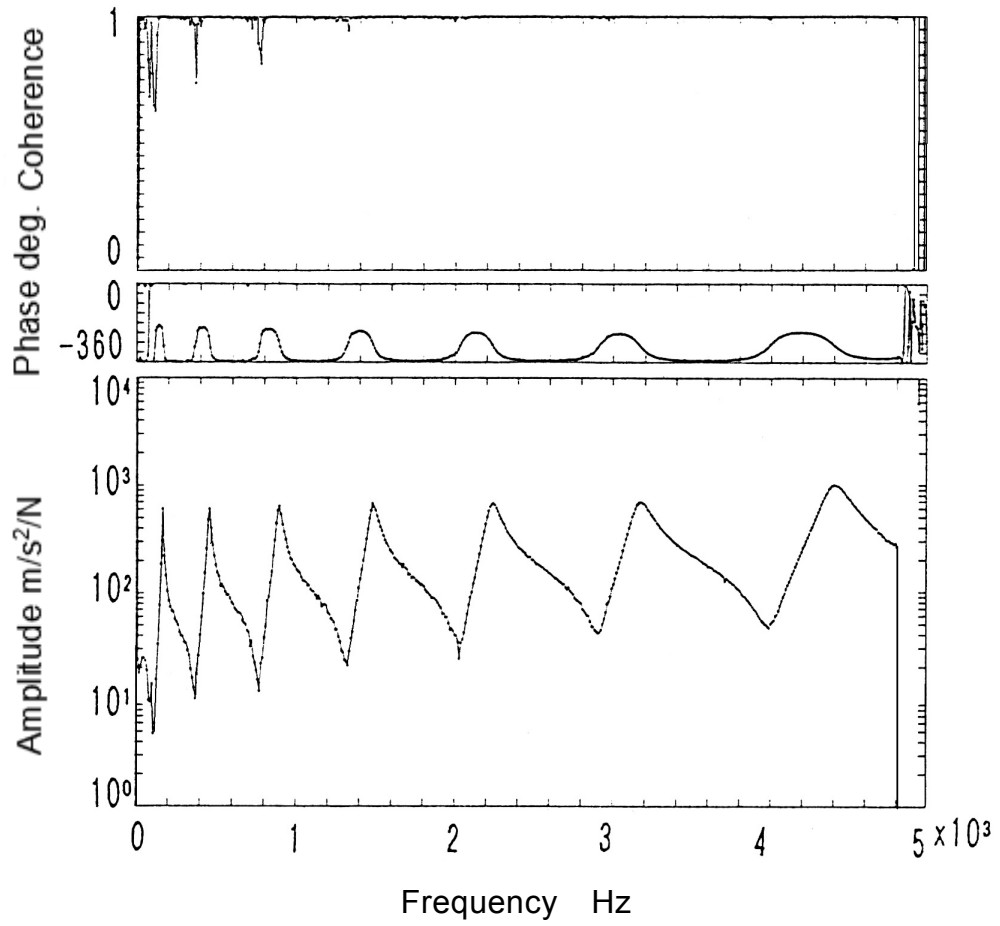


Figure 4.9 A frequency response function estimate and a coherence function estimate based on the conventional method (Damping factor $\zeta = 2.0\%$)

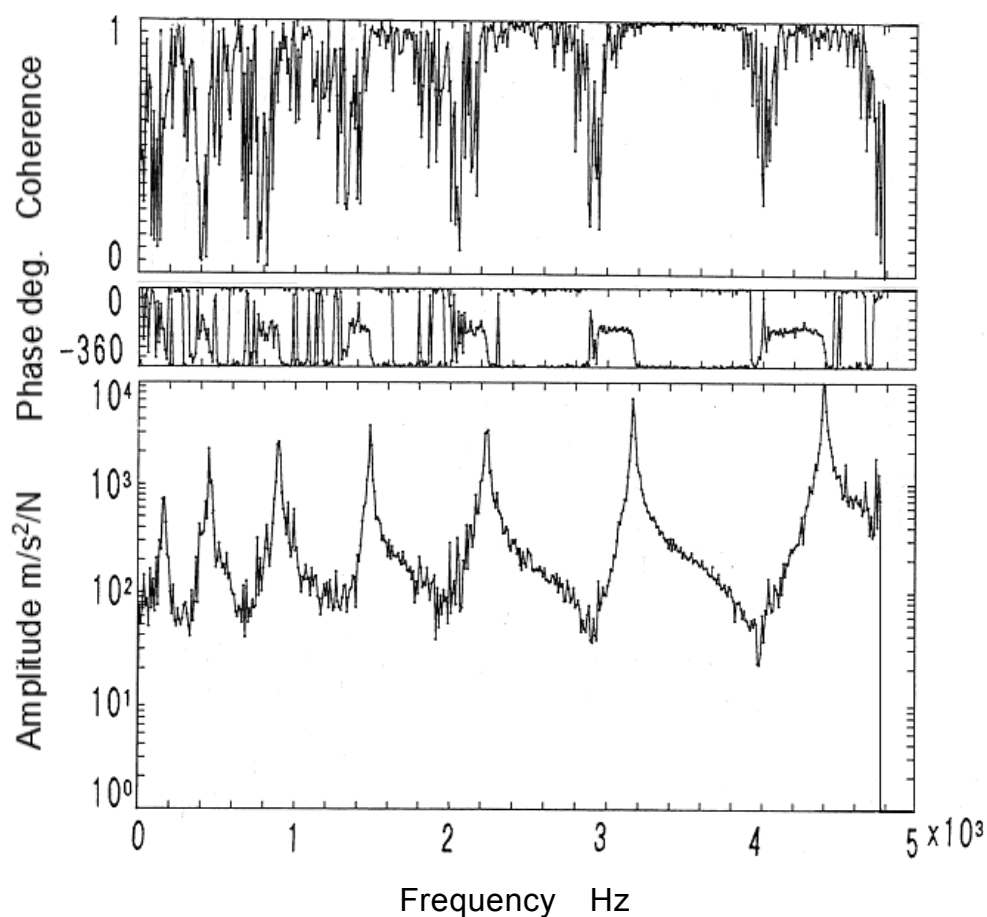


Figure 4.10 A frequency response function estimate and a coherence function estimate based on the conventional method (Damping factor $\zeta = 0.20\%$)

Figure 4.9 に示した入力と出力との線形性の指標である関連度関数の推定値は、ほぼすべての周波数範囲にわたって 1.0 とみなせる値を呈している。これに対し、Figure 4.10 に示した関連度関数の推定値は、2000Hz 以下の周波数範囲において 0.0 から 1.0 までの間の値で大きく変動している。特に周波数応答関数の反共振周波数においてその値は著しく減少し、1000Hz 以下の低周波数域では 0.1 以下となる。したがって、後者の場合、応答信号に対する

時間窓の影響によって入力と出力との間の線形関係が損なわれ、この節の冒頭で述べたとおり、周波数応答関数の推定値の信頼性が低下していることがわかる。

なお、Figure 4.9 と Figure 4.10 において、5000Hz 付近の多重関連度関数の推定値が零値に低下し、周波数応答関数の振幅と位相が不連続に変化しているが、これは、カットオフ周波数 3500Hz のアンチエイリアジングフィルタによって、分析する信号が雑音値と同等まで低下したことによる。これ以降の関連度関数、および、周波数応答関数の推定値においても同様の現象が見られる。

4.4.2 従来法と提案する方法の比較

提案する方法において、 q_x を 1 とし q_y を 16 とした場合の周波数応答関数の推定値と関連度関数の推定値とを Figure 4.11 に示す。

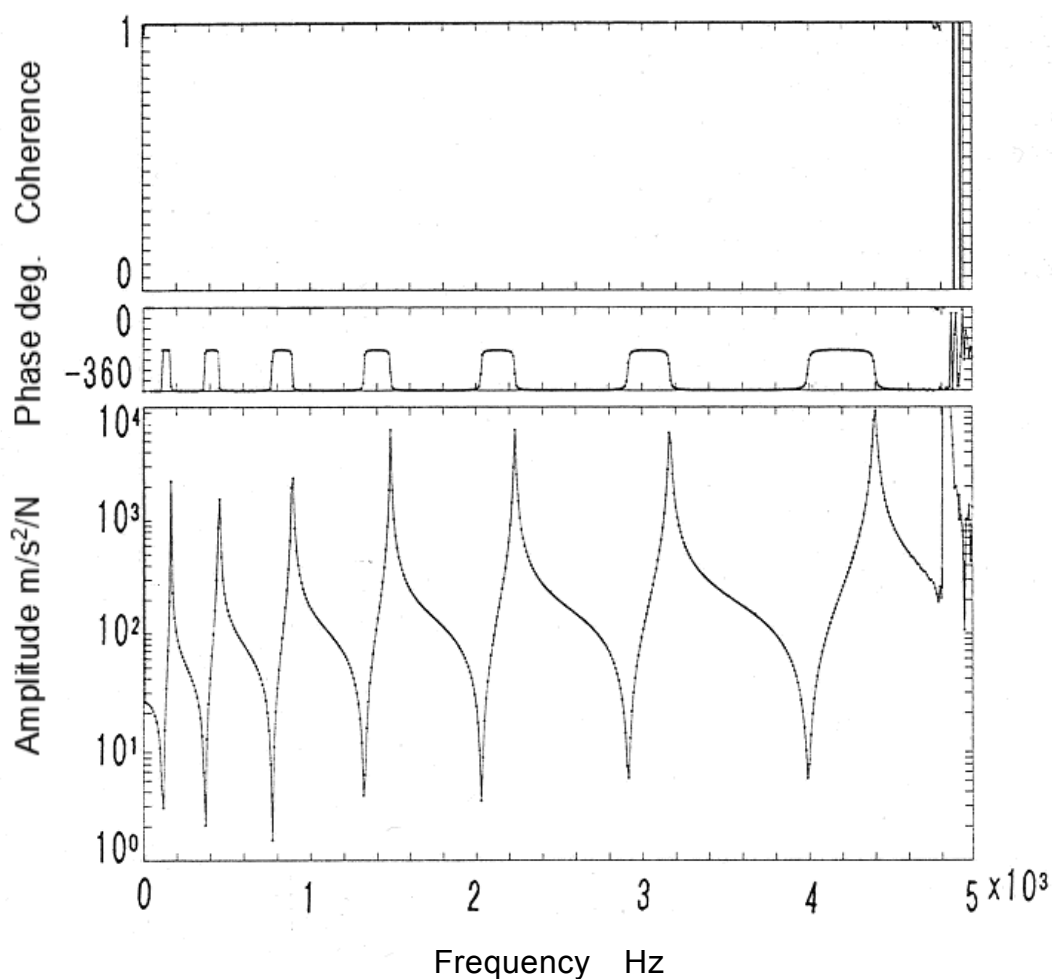


Figure 4.11 A frequency response function estimate and a coherence function estimate based on the proposed method $q_x=1$, $q_y=16$

上記の従来法において推定誤差が発生した Figure 4.10 の場合と同様に，減衰比 ζ が 0.20% の構造モデルを用いているにもかかわらず Figure 4.11 に示した関連度関数の推定値はすべての周波数にわたってほぼ 1.0 となり，また，周波数応答関数の推定値は峰と反共振との間を滑らかな曲線で推移している．以上から提案する方法の従来法に対する優位性は明らかであろう．

提案する方法において応答の標本長さ $q_y T$ を変えた場合の関連度関数の推

定値の変化を Figure 4.12 に示す. 図において q_y が 1 の場合は Figure 4.10 に示した従来法と同一の条件となり, q_y が 16 の場合は Figure 4.11 に示した提案する方法と同一の条件となる.

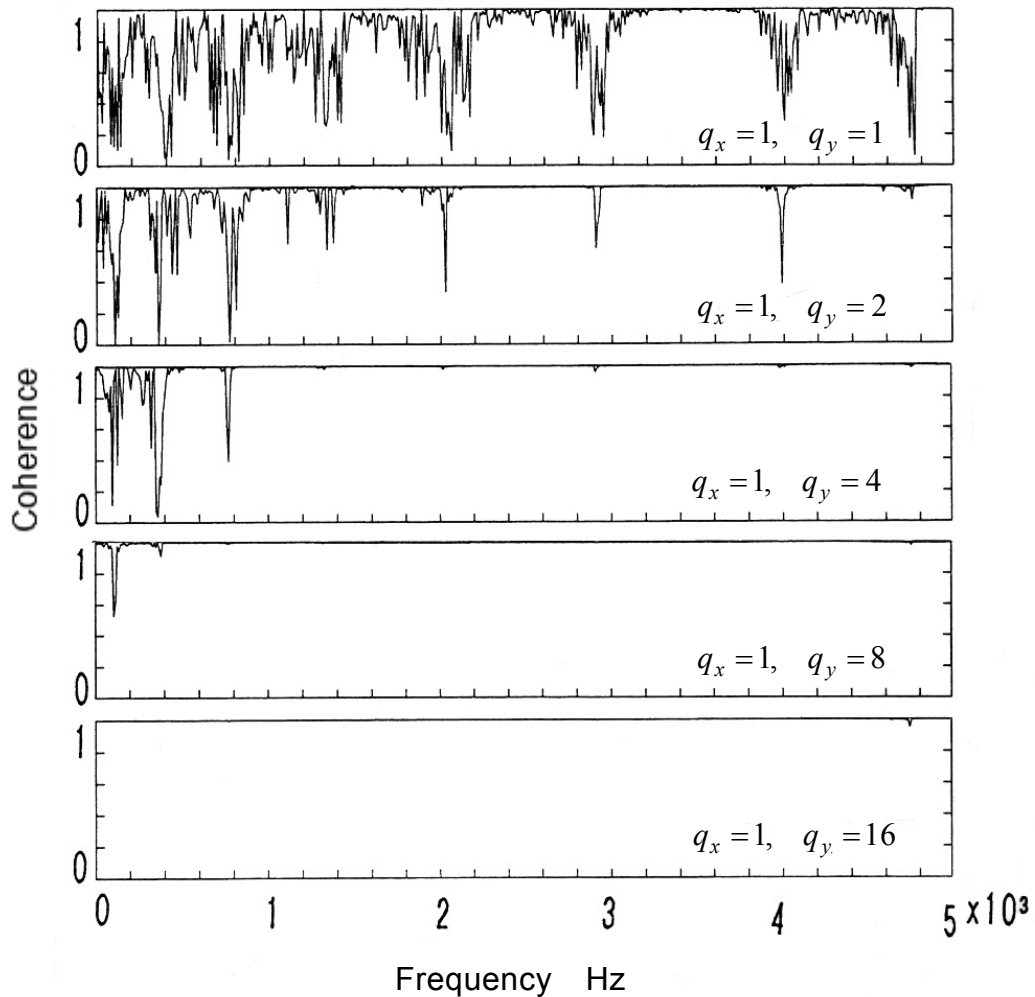


Figure 4.12 Lengths of the samples and respective coherence function estimates

Figure 4.12 によると, q_y の増加につれて関連度関数の推定値が 1.0 に近づく時間窓の影響が減少していく様子が観察される. このことから, 提案する方法によって信号の標本化に起因する推定誤差を回避できることが確認でき

た.

なお、一般的に、 q_x と q_y の値は、計測信号が暗振動値、または、計測器の電氣的なバックグラウンドノイズ値と同等の水準まで減衰する時間長さに相当する数とするのが適当であろう。

4.4.3 不規則多重打撃加振への適用

不規則多重打撃加振における加振力と応答加速度の波形を Figure 4.13 に示す。

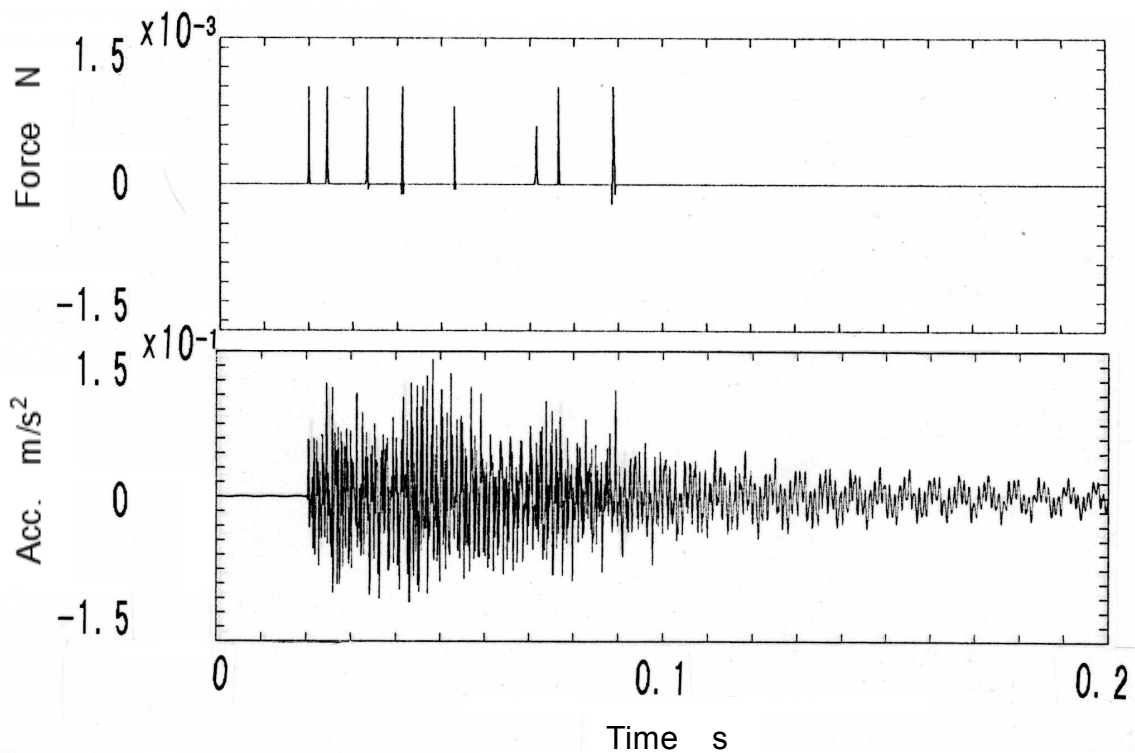


Figure 4.13 Force and response acceleration signals for frequency response function estimation by the random interval impact excitation

提案する方法をこの不規則多重打撃加振に適用して得られる周波数応答関数の推定値を Figure 4.14 に示す．なお，この場合，平均回数を 1 としているため関連度関数の推定値は必ず 1 となる．このため，関連度関数は表示しない．

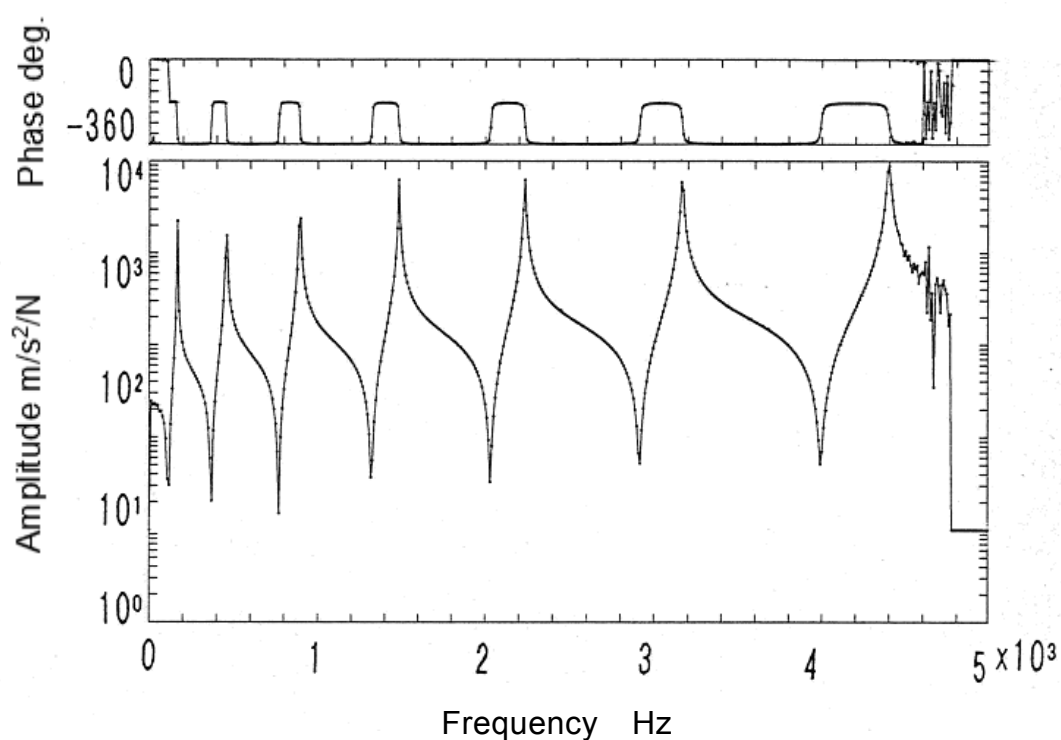


Figure 4.14 A frequency response function estimate obtained by the random interval impact excitation

この周波数応答関数の推定値と Figure 4.11 に示した提案する方法によるバーストランダム信号に基づく周波数応答関数の推定値とを比較すると両者は酷似しており，提案する方法によって精度のよい推定値が得られていることがわかる．したがって，提案する方法は加振法や加振波形による制約を受けず，バーストランダム波加振だけでなく打撃加振にも適用可能であるといえ

る.

4.4.4 周波数掃引加振試験への適用

周波数掃引加振における加振力と応答加速度の波形を Figure 4.15 に示す.

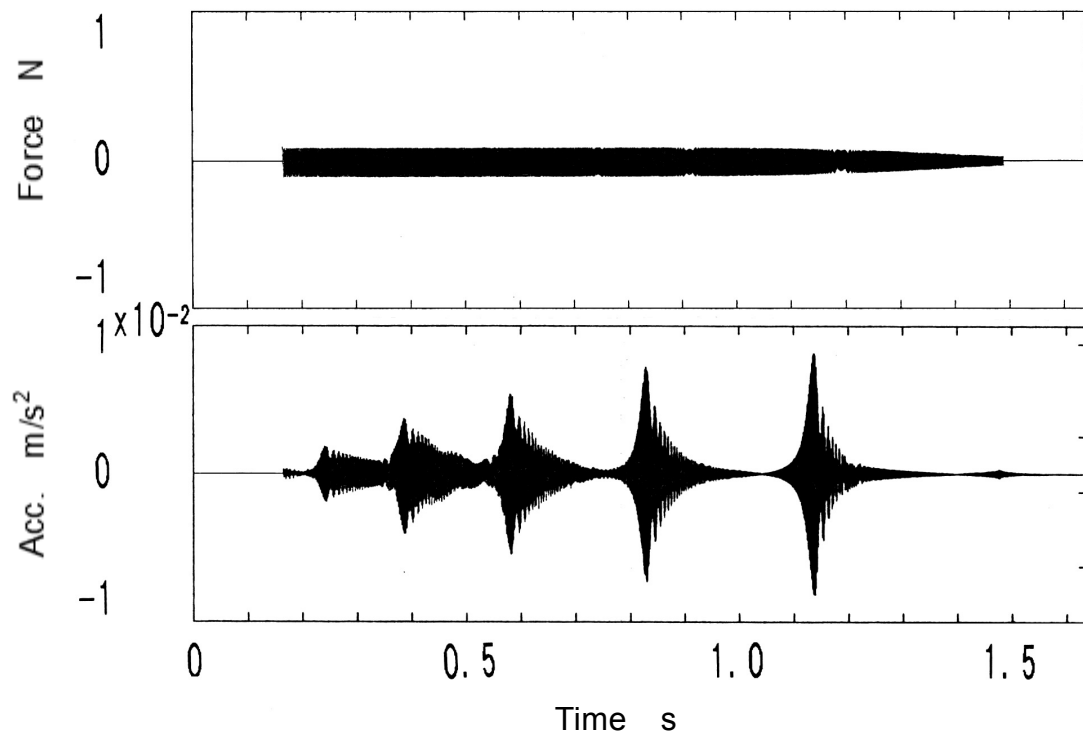


Figure 4.15 Force and response acceleration signals for frequency response function estimation by the frequency sweep excitation

提案する方法をこの周波数掃引加振に適用した結果得られた周波数応答関数の推定値を Figure 4.16 に示す. なお, 前節と同様の理由で関連度関数の推定値は表示していない.

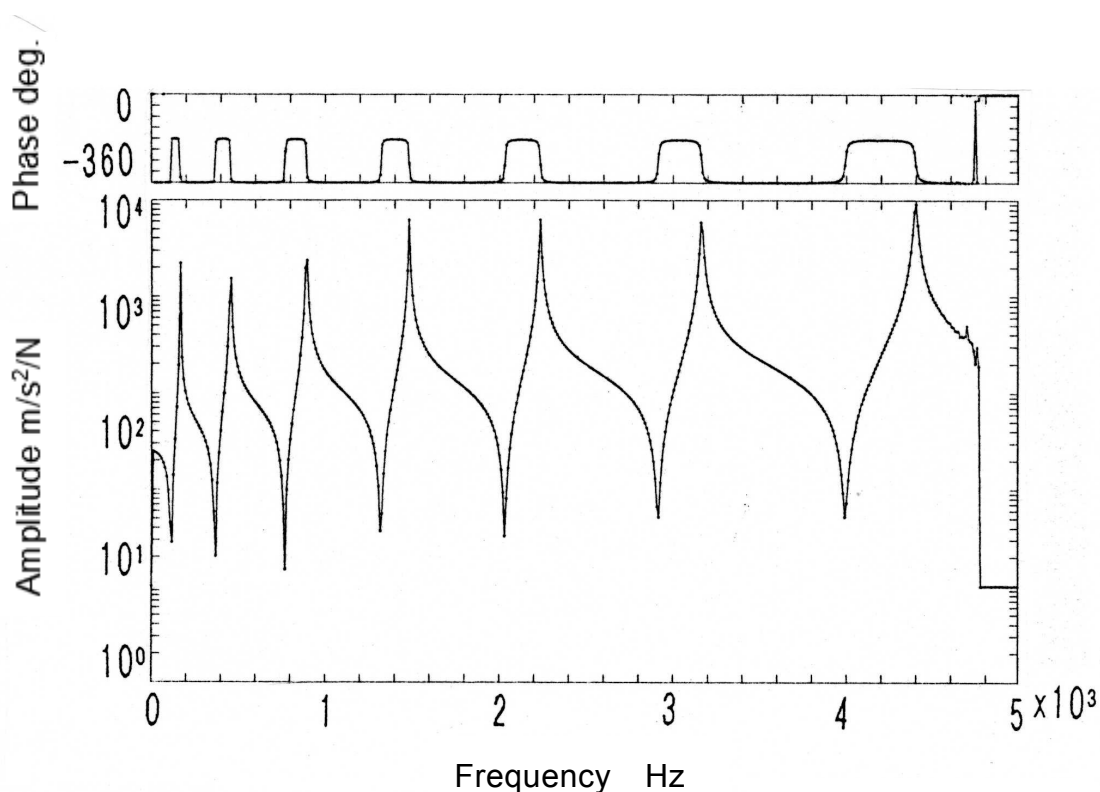


Figure 4.16 A frequency response function estimate obtained by the frequency sweep excitation

この周波数応答関数の推定値と Figure 4.11 に示した提案する方法によるバーストランダム信号に基づく周波数応答関数の推定値とを比較すると両者は酷似しており、提案する方法によって精度のよい推定値が得られていることがわかる。したがって、提案する方法は加振法や加振波形による制約を受けず、バーストランダム波加振だけでなく周波数掃引加振にも適用可能であるといえる。

4.4.5 実構造の打撃加振への適用

提案する方法を実構造の打撃加振による周波数応答関数推定へ適用した例を示す。従来の方法による周波数応答関数推定結果と提案する方法によるそれをそれぞれ Figure 4.17 と Figure 4.18 に示す。

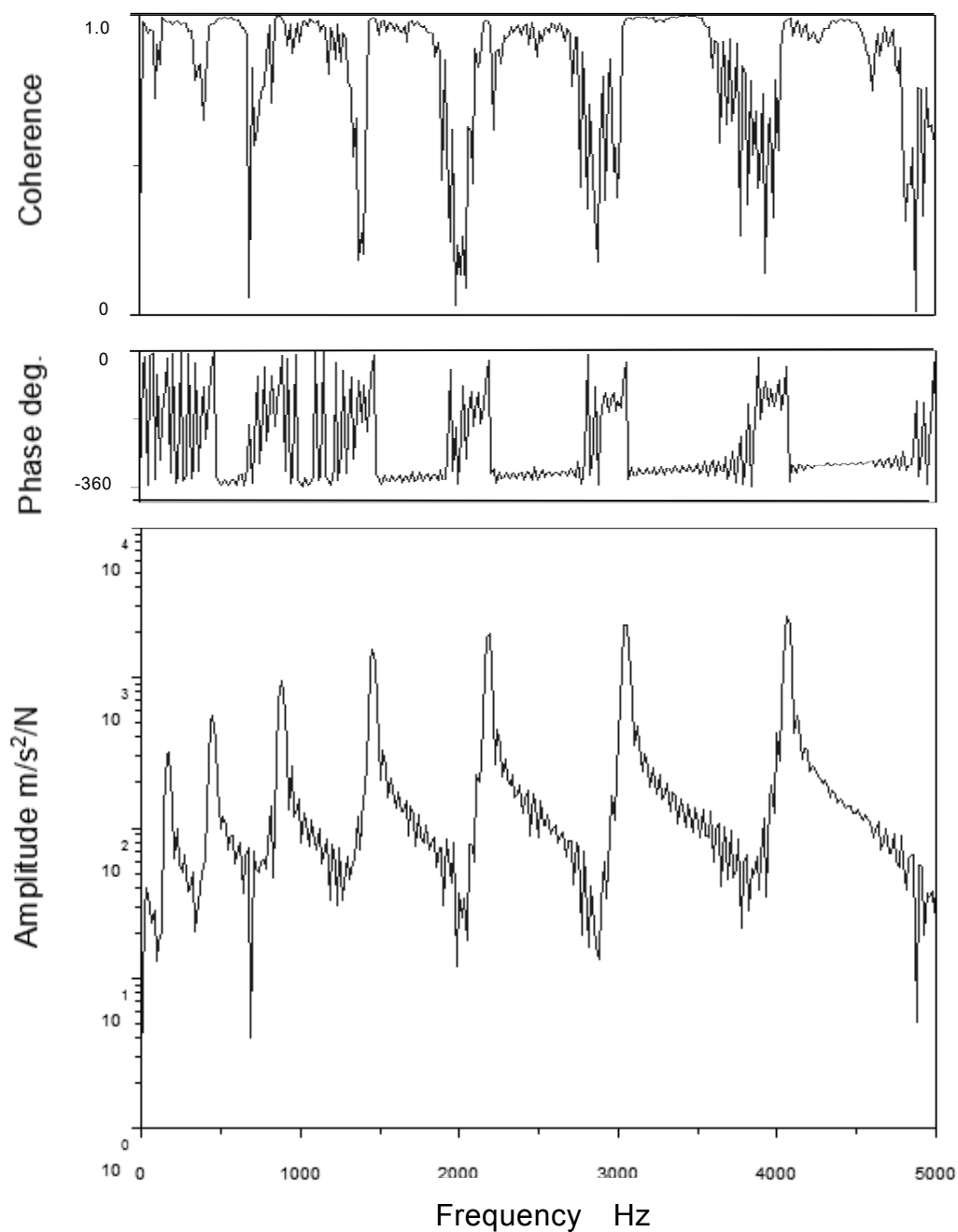


Figure 4.17 A frequency response function and a coherence function of the actual structure estimated by using the conventional method

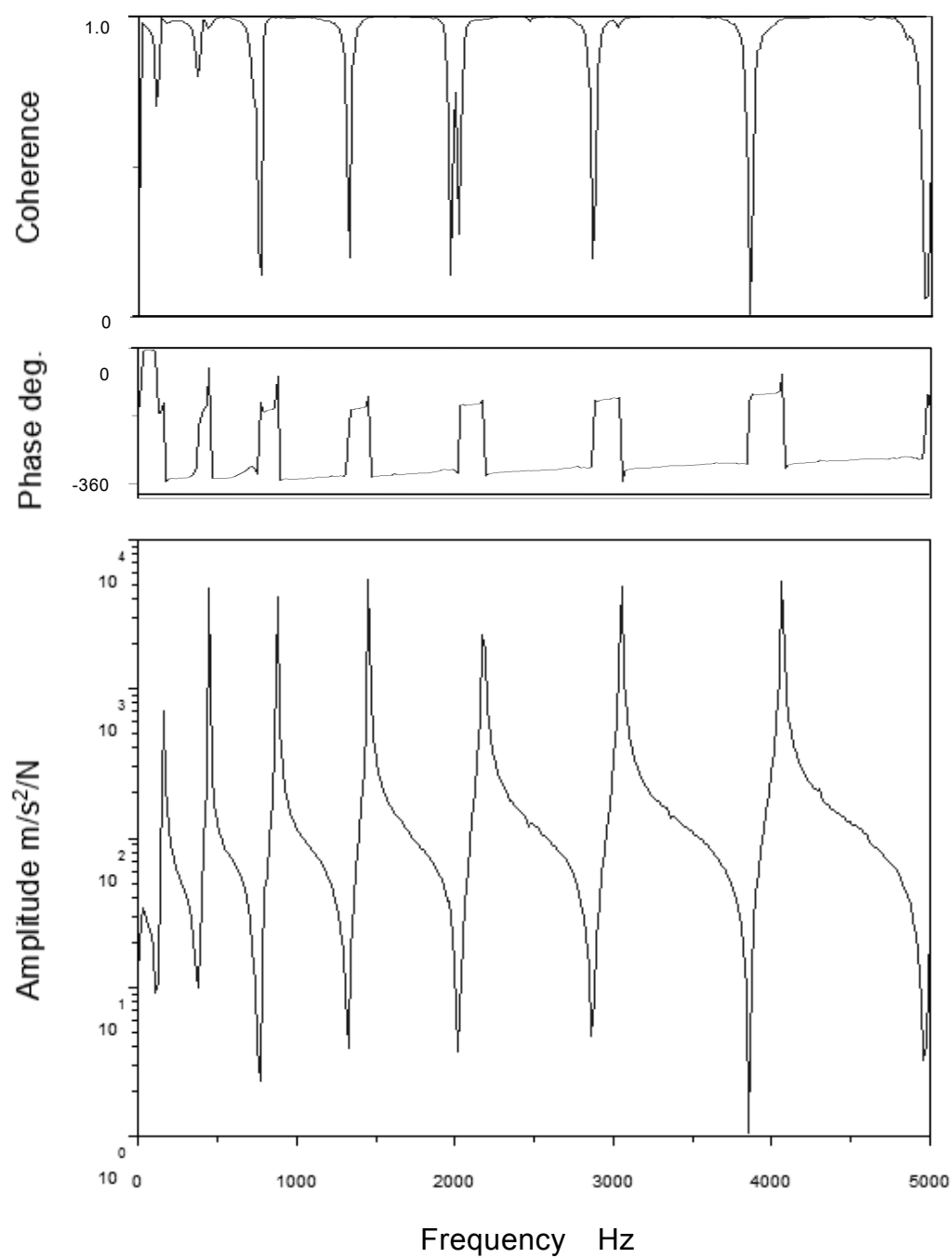


Figure 4.18 A frequency response function and a coherence function of the actual structure estimated by using the proposed method

Figure 4.17 の従来法による周波数応答関数推定結果では、広い周波数範囲において加振力と振動応答との間の関連度関数の低下が見られる。これに対し、Figure 4.18 に示す提案する方法による周波数応答関数推定結果では、構造の反共振周波数において関連度関数の低下が見られるものの、その他の周波数における関連度関数の値は 1.0 に近い値を呈している。関連度関数の大きさは周波数応答関数推定値の信頼性の指標とみなせるため、以上の結果から、提案する方法では従来法と比較して信頼性の高い周波数応答関数推定値が得られることが確認できた。

さらに、以上の図において周波数応答関数の振幅と位相に着目すると、従来の方法と比較して提案する方法ではこれらの曲線が周波数に対して連続的に変化している。また、提案する方法ではこれらの曲線は上述の提案する方法の数値実験結果とも酷似している。これらの結果からも、提案する方法の従来法に対する優位性が確認できた。

以上の結果から、提案する方法が正当なものであり、実構造物の周波数応答関数推定実験における実用性を有していることが確かめられた。

4.5 本章のまとめ

振動減衰が小さな構造を対象とする周波数応答関数の推定において計測信号の標本化に伴って推定誤差が発生するという問題に対して、入出力標本関数を周期関数に変換する新たな推定方法を提案した。周波数応答関数の推定過程の数値実験、および、実構造物を対象とする周波数応答関数の推定実験によって提案する方法の正当性と実用性を検討した結果、以下の結論が得られた。

- (1) 従来の周波数応答関数推定において信号の標本化に伴う推定誤差を回避するためには、加振機の制御によって振動応答を標本化時間内で収束させることが必要であった。これに対し、提案する周波数応答関数の推定方法では、加振機の制御によらずにこの誤差を回避できることが確かめられた。
- (2) 周波数応答関数推定過程の数値実験の結果、提案する周波数応答関数

の推定方法は、構造への取付け型の加振機を用いたランダム波加振試験・周波数掃引加振試験、および、インパルスハンマを用いた打撃加振試験・不規則打撃加振試験等々に広く適用でき、加振法と加振波形の制約を受けないことが確かめられた。

- (3) 実構造物を対象とする周波数応答関数の推定実験により、従来の方法と比較して提案する方法では、より広い周波数にわたって関連度関数が1.0に近い値を呈する結果が得られた。また、提案する方法では、周波数応答関数推定値の振幅・位相が周波数に対して連続的に変化する結果が得られた。これらから、提案する推定方法の信頼性が確かめられ、その正当性と実用性があきらかとなった。

第5章

結論

実験モード解析において信頼性の高い構造の振動モデルを同定するためには、加振実験に基づく構造の周波数応答関数の推定プロセスが極めて重要である。しかし、そこにはいくつかの解決すべき課題が残されている。このことから、周波数応答関数の推定に関する残された主要な課題を明らかにし、それらを解決することによって、構造の周波数応答関数推定技術の向上を図ることを本研究の目的とした。

本論文では、周波数応答関数の推定に関連する従来の研究を踏まえ、解決が必要な主要課題として以下をとりあげた。

- 効率的で迅速な参照点の選択方法の確立
- 加振力の相関に起因する推定誤差の回避法の確立
- 信号の標本化に起因する推定誤差の回避法の確立

第一に、周波数応答関数推定のための参照点を迅速に選択する方法が確立されていないという課題に対し、周波数応答関数行列の特異値分解に基づいて適切な参照点を効率よく迅速に選択する方法を提案した。

第二に、多点同時加振による周波数応答関数推定において加振力の相関に起因して推定誤差が発生するという課題に対し、加振機の駆動信号・加振力信号・振動応答信号の三者を推定に用いることによって誤差を回避する方法を提案した。

第三に、低減衰構造を対象とする周波数応答関数の推定において、信号の

標本化に伴って推定誤差が発生するという課題に対し、加振機の制御を必要としない、信号標本を周期関数に変換することによる推定誤差の回避方法を提案した。

以上の提案する方法それぞれについて、実験に基づく検討をおこなった結果、それぞれの方法が正当であり、実用に供するものであることが確認できた。このことから、本研究は実験モード解析のための周波数応答関数推定技術の向上に寄与するものであるという結論が得られた。

以下に提案する方法について述べた各章の結論をまとめる。

第2章 実験モード解析のための周波数応答関数の推定において、適切な参照点を迅速に選択する方法が確立されていないという問題があった。これに対して、実験で得られる周波数応答関数行列の特異値分解に基づく新たな参照点の選択方法を提案した。提案する方法についての数値実験をおこない、その正当性と実用性について検討した結果、以下の結論が得られた。

- (1) 複素モード指示関数を用いる従来の参照点の選択方法と比べ、提案する方法によると、参照点の適切な個数・位置・方向の選択をより効率的に、かつ、迅速におこなえることが確かめられた。
- (2) 提案する方法によると、構造の振動特性を表す数学モデルが未検証で振動モードが明らかでない段階においても、振動モードを励起しにくい点・振動モードを観測しにくい点、および、振動モードを励起しやすい点・振動モードを観測するのに適した点を容易に探し出せることが確かめられた。
- (3) 提案する方法によると、隣り合う固有振動数が互いに近接するために、周波数応答関数の振幅表示において共振峰が重畳し、一方の共振峰が他方の共振峰に隠れる場合においても、隠れた固有振動数を見出すことができることが確かめられた。さらに、このような場合においても、それぞれの固有モードを最も強く励起する参照点、または、参照点の組み合わせを容易に選択できることが確かめられた。

第3章 多点同時加振による周波数応答関数推定において、加振力信号と振動応答信号を使用する従来の方法によると、複数の加振力信号相互に相関が発生し、これが原因となって推定誤差が発生するという問題があった。これに対して、加振機の駆動信号・加振力信号・振動応答信号の三者を使用する新たな方法を提案した。実構造を対象とする多点加振による周波数応答関数の推定実験に基づき提案する方法の正当性と実用性を検討した結果、以下の結論が得られた。

- (1) 複数の加振機に与える駆動信号が相互に無相関であっても、相互に相関性を有する加振機取り付け部の振動応答が加振力へフィードバックされ、加振力信号相互に相関が発生することが確かめられた。また、加振力に相関が発生する周波数は、供試構造の固有振動数とその近傍の周波数であることが確かめられた。
- (2) 従来の多点同時加振による周波数応答関数推定方法によると、加振力信号に相関が発生する周波数において周波数応答関数の信頼区間の推定値が著しく増加し、この周波数で周波数応答関数の推定精度が低下することが確かめられた。一方、提案する方法によると、加振力信号に相関が発生する場合においても、周波数応答関数の推定精度が低下しないことが確かめられた。
- (3) 従来の推定方法と提案する推定方法それぞれによって取得した周波数応答関数の推定値に基づいて振動モードを同定した結果、提案する推定方法に基づく場合は、従来の推定方法に基づく場合と比較し、振動モードを精度良く同定できることが確かめられた。

第4章 振動減衰が小さな構造を対象とする周波数応答関数の推定において、計測信号の標本化に伴う推定誤差が発生するという問題があった。これに対して、加振力と振動応答の信号標本を周期関数に変換する新たな推定方法を提案した。周波数応答関数の推定過程の数値実験、および、実構造物を対象とする周波数応答関数の推定実験によって提案する方法の正当性と実用性を検討した結果、以下の結論が得られた。

- (1) 従来の周波数応答関数推定において信号の標本化に伴う推定誤差を回避するためには、加振機の制御によって振動応答を標本化時間内で収束させることが必要であった。これに対し、提案する周波数応答関数の推定方法では、加振機の制御によらずにこの誤差を回避できることが確かめられた。
- (2) 周波数応答関数推定過程の数値実験の結果、提案する周波数応答関数の推定方法は、構造への取付け型の加振機を用いたランダム波加振試験・周波数掃引加振試験、および、インパルスハンマを用いた打撃加振試験・不規則打撃加振試験等々に広く適用でき、加振法と加振波形の制約を受けないことが確かめられた。
- (3) 実構造物を対象とする周波数応答関数の推定実験により、従来の方法と比較して提案する方法では、より広い周波数にわたって関連度関数が1.0に近い値を呈する結果が得られた。また、提案する方法では、周波数応答関数推定値の振幅・位相が周波数に対して連続的に変化する結果が得られた。これらから、提案する推定方法の信頼性が確かめられ、その正当性と実用性が明らかとなった。

最後に、本研究で得られた成果を踏まえて、この分野の今後の研究課題を展望する。

本論文の序論において、実験モード解析の最も代表的な応用として有限要素固有値解析モデルの検証をあげた。しかし、そこには解決すべき課題が残されている。例えば、国際宇宙ステーションに組み込む装置の開発にあたっては、実験モード解析で得られたモード係数行列による質量行列の対角化の可否を調べることによって解析モデルの正当性を評価することが定められている^[44]。このような実験モード解析に基づく構造モデルの検証にあたっては、とりわけ以下の問題の解決が急務である。

第一に、解析と実験と比較における両者の間の自由度の整合に関する問題があげられる。有限要素法の節点は構造の内部にわたるのに対し、実験モード解析の測定点は構造の外部表面の一部の代表点に限られる。また、有限要

素法モデルは一般に全節点において 3 次元直交座標系における並進・回転の 6 自由度を有するのに対し、実験モード解析では一般に構造の外部表面の面外方向自由度のみが考慮される。したがって、実験モード解析の測定点数は解析の自由度数と比べ極端に少ないことになる。そこで、例えば上記の規格に沿った質量行列を使った解析モデルの正当性の評価をおこなうには、Guyan の静縮小によって解析自由度を測定点に対応する自由度まで縮小するか、あるいは、O'Callahan・Avitable・Reimer^[45]の方法により固有ベクトルを用いて測定点の自由度を解析自由度まで拡張することによって両者の自由度を一致させなければならない。しかし、これらいずれの方法においても、未検証の解析モデルを使用して自由度の縮小・拡張をおこなうという問題点、および、多くの場合において自由度の極端な縮小・拡張が許容できる範囲を逸脱する可能性があるという問題がある。したがって、従来の方法に替わる新たな解析モデルの検証手段の開発が必要である。

第二に、振動試験における構造の支持の問題があげられる。他の構造に搭載されるか、あるいは他の構造に組み込まれる構造を対象として構造モデルの同定をおこなう場合、結合条件の相違による振動特性の大きな変化を避けるために、最終的な使用状態に近い支持条件で供試構造の振動試験がおこなわれるのが一般的である。しかし、供試構造の重量が数トンにも及ぶような場合には、供試構造を固定する支持構造物の振動特性が供試構造の振動特性に影響を与えることは避けられない。このような場合は、解析モデルの正当性を従来と同様の加振実験によって確かめることが極めて難しい。したがって、新たな検証手段の開発が必要とされる。

今後は、これらの実験に基づく構造モデルの検証に関する問題に取り組んでいきたい。

文献

- 1 Ewins, D. J., “Modal Testing: Theory and Practice”, Research Studies Press, 1984.
- 2 Kennedy, C. C. and Pancu, C. D. P., “Use of Vectors in Vibration Measurement and Analysis”, Journal of the Aeronautical Sciences, November 1947, Vol. 14, No. 11, pp. 603-625.
- 3 Welaratna, S., “Thirty years of FFT Analyzers”, Sound and Vibration, January 1997, pp. 1-5.
- 4 小泉孝之・成田正夫, “モーダルアナリシスを用いた構造物動特性の抽出”, 日本機械学会 第 925 回講演会 機械力学, 1984-7, pp. 109.
- 5 成田正夫・小泉孝之・山本和夫, “モード解析による構造物の動解析”, 日本航空宇宙学会 第 16 期年会 講演集, 1985, pp. 224-225.
- 6 三津間秀彦・山本昌孝・成田正夫・谷沢一雄・小泉孝之, “振動減衰材の基礎的な特性試験”, 第 29 回宇宙科学技術連合講演会, 1987, pp. 432-433.
- 7 北田義夫・鈴木浩平, “機器・配管系の減衰同定法の評価に関する研究 (第 2 報, 加振実験データを用いた配管系の減衰比同定)”, 日本機械学会論文集, 59 巻 566 号, C 編, 1993-10, pp. 3036-3043.
- 8 モード解析ハンドブック編集委員会, “モード解析ハンドブック”, コロナ社, 2000.
- 9 Zhang, L, Kanda, H., Brown, D. L. and Allemang, R. J., “A Polyreference Frequency Domain Method for Modal Parameter Identification”, ASME Design Engineering Division Conference and Exhibit on Mechanical Vibration and Noise, Cincinnati, Ohio, 85-DET-106, September 1985, pp. 1-6.
- 10 LMS International, “Large-Scale Modal Testing of a Space Frame Structure from Pretest Analysis to FEA Modal Validation”, Sound and Vibration, March 1991, pp. 6-16.

- 11 Pickrel, C. R., "Airplane Ground Vibration Testing – Nominal Modal Model Correlation", Sound and Vibration, November 2002, pp. 18-23.
 - 12 Penny, J. E. T., Friswell, M. I. and Garvey, S. D., "The Automatic Choice of Measurement Locations for Dynamic Testing", Proceedings of the Eleventh International Modal Analysis Conference, 1993, pp. 340.
 - 13 MSC, "MSC/NASTRAN Application Manual", April 1981, 2.4-1.
 - 14 Avitabile, P. and Haselton D., "A New Procedure for Selecting Modal Testing Reference Locations", Sound and vibration, April 1997, pp. 24-29.
 - 15 Avitabile, P., Haselton, D. and Moor, J., "Modal Test Reference Selection Using an SVD Procedure", Proceedings of the Fourteenth International Modal Analysis Conference, 1996, pp. 1527-1532.
 - 16 Leurs, W., Deblauwe, F. and Lembregts, F., "Modal Parameter Estimation Based on Complex Mode Indicator Functions", Proceedings of the Eleventh International Modal Analysis Conference, 1993, pp. 1035-1039.
 - 17 Avitabile, P. and Chandler, D., "Selection of Measurement References Using the TRIP Technique", Sound and Vibration, April 2002, pp. 14-17.
 - 18 Brown, D. L., Allemang, R. J., Zimmerman, R. and Mergeay, M., "Parameter Estimation Techniques for Modal Analysis", SEA Paper 790221, 1979.
 - 19 Vold, H., Kundrat, J., Rocklin, G. T. and Russell, R., "A Multi-Input Modal Estimation Algorithm for Mini-Computers", SAE Paper 820194, 1982.
 - 20 Jiyao, L. and Heshen, J., "Modal Analysis Using the Fully-coherent Random Excitation Technique", Proceedings of the Seventh International Modal Analysis Conference, 1989, pp. 1055-1061.
 - 21 Moshrefi, N., Shapton, W. R. and Wicks, A. I., "Estimation of Multiple Input/Output Frequency Response Functions in the presence of Uncorrelated Noise", Proceedings of the Seventh International Modal Analysis Conference, 1989, pp. 809-821.
 - 22 Rost, B. and Leuridan, J., "Multiple Input Estimation of Frequency Response Functions: Diagnostic Techniques for the Excitation", ASME Design Engineering Division Conference and Exhibit on Mechanical Vibration and Noise, Cincinnati, Ohio, September 1985, 85-DET-107, pp. 1-5.
-

- 23 Fladung, W. A. and Brown, D. L., “Multiple Impact Testing”, Proceedings of the Eleventh International Modal Analysis Conference, 1993, pp. 1221-1229.
- 24 白井正明・田鍋実, “実験モード解析のための加振方法（第 1 報, 不規則打撃加振の提案）”, 日本機械学会論文集, 55 巻 509 号, C 編, 1989-1, pp. 7-12.
- 25 岩原光男・杉浦太郎・長松昭男, “実験モード解析の精度と信頼性の改善（打撃加振方法の改良と計測誤差の低減）”, 日本機械学会論文集, 64 巻 618 号, C 編, 1998-2, pp.583-545.
- 26 Wellstead, P. E., The Fifth IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation, 1979, pp. 115-129.
- 27 Goodman, N. R., “Measurement of Matrix Frequency Response Functions and Multiple Coherence Functions”, AFFDL-TR-65-56, Air Force Dynamics Laboratory Research and Technology Division, Air Force Systems Command, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, 1965, pp.1-26.
- 28 Bendat, J. S., “Statistical Errors in Measurement of Coherent Functions and Input/Output Quantities”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 59, 1978, pp. 405-421.
- 29 篠崎寿夫・富山薫順・若林敏雄, “現代工学のための応用フーリエ解析”, 現代工学社, 1983.
- 30 白井正明・山口正勝・長松昭男, “実験モード解析のための加振方法（第 2 報, 速度フィードバックバースト不規則加振法の提案）”, 日本機械学会論文集, 58 巻 553 号, C 編, 1992-2, pp. 2615-2618.
- 31 中村正信・澤登健・今泉八郎・長松昭男, “短時間不規則波制御加振法による伝達関数計測の精度改善に関する基礎的考察”, 日本機械学会論文集, 64 巻 620 号, C 編, 1998-4, pp. 1193-1196.
- 32 Clark, R. L., Wicks, A. L. and Becker, W. J., “Effects of an Exponential Window on the Damping Coefficient”, Proceedings of the Seventh International Modal Analysis Conference, 1989, pp. 83-86.

- 33 中村正信・山口正勝・大熊政明, “FFT を用いた打撃振動試験における Force & Response 窓関数の改良”, 日本機械学会論文集, 59 巻 562 号, C 編, 1993-6, pp. 1672-1677.
 - 34 Golub, G. and Kahan, W., “Calculating the Singular Values and Pseudo-inverse of a Matrix”, Journal of Society for Industrial and Applied Mathematics Numerical Analysis, Ser. B, Vol. 2, No. 2, 1965, pp. 205-223.
 - 35 堤正義, “逆問題の数学”, 共立出版, 2000.
 - 36 武者利光・岡本良夫, “逆問題とその解き方”, 1992-3, オーム社.
 - 37 柳井晴夫・竹内啓, “射影行列・一般逆行列・特異値分解”, 東京大学出版, 1983-7.
 - 38 J. S. ベンダット, A. G. ピアソル, “ランダムデータの統計的处理”, 培風館, 1976.
 - 39 Rost, B. and Leuridan, J., “A Comparison of Least Square and Total Least Squares for Multiple Input Estimation of Frequency Response Functions”, ASME Design Engineering Division Conference and Exhibit on Mechanical Vibration and Noise, Cincinnati, Ohio, September 1985, 85-DET-105, pp. 1-6.
 - 40 Leuridan, J., De Vis, D., Van derAuweraer, H. and Lembregts, F., “A Comparison of Some Frequency Response Function Measurement Techniques”, Proceedings of the Forth International Modal Analysis Conference, 1986, pp.908-918.
 - 41 Businger, P. and Golub, G. H., “Linear Least Squares Solutions by Householder Transformations”, Numerische Mathematik, Springer, 7, 1965, pp. 269-276.
 - 42 Forsythe, G. E. and Golub, G. H., “On the Stationary Values of A Second-degree Polynomial on the Unit Sphere”, Journal of Society for Industrial and Applied Mathematics, Vol. 13, No. 4, December 1965, pp. 1050-1068.
 - 43 Bauer, E. L., “Elimination with Weighted Row Combinations for Solving Least Squares Problems”, Numerische Mathematik, Springer, 7, 1965, pp. 338-352.
-

- 44 NASA-STD-5002, "Load analyses of spacecraft and payloads", June 21, 1996.
- 45 O'Callahan, J., Avitable, P., Reimer, R., "Sysytem Equivalent Reduction Expansion Process", Proceedings of the Seventh International Modal Analysis Conference, 1989, pp. 29-37.

付録 1

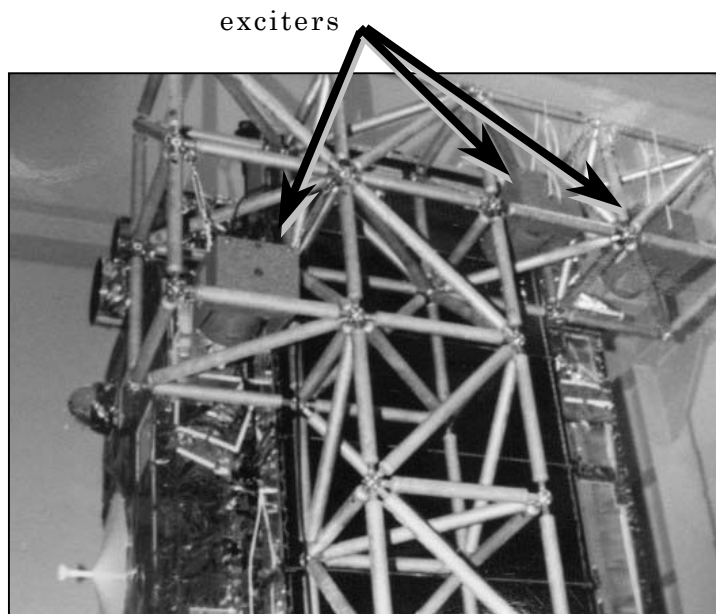
製品への応用例

以上の研究成果は，実験モード解析を用いた製品の開発段階における試作品の振動特性の把握，および，出荷後の製品に発生する振動・騒音問題の原因究明とその対策のために活用されている．以下に，筆者が関わった本研究の成果の製品への適用例のいくつかをあげる．

- 誘導電動機の電磁騒音の低減
- 人工衛星開発における有限要素モデルの検証（Figure A1.1）
- 実験に基づく部分構合成解析（Figure A1.2）
- 電気機関車の走行安定性確保のための車体の振動特性の実験による把握（Figure A1.3）
- 通信アンテナの耐震性確保のための構造モデルの作成と，鉄塔への設置状態の実験による構造モデルの検証（Figure A1.4）
- 工業用ミシンの振動レベルの低減対策
- 電力用遮断器閉路時の接点チャタリングの防止のための接点部分の動特性の実験による把握
- 高速エレベータの運転に伴う居室騒音の発生機構の解明，および，騒音低減対策の実施^[1]
- 洗濯機・洗濯物乾燥機の振動特性解明に基づく騒音低減対策の実施
- 電力用静止機器の電源周波数の $2n$ 倍周波数の騒音発生機構の解明と低減対策の実施（Figure A1.5）

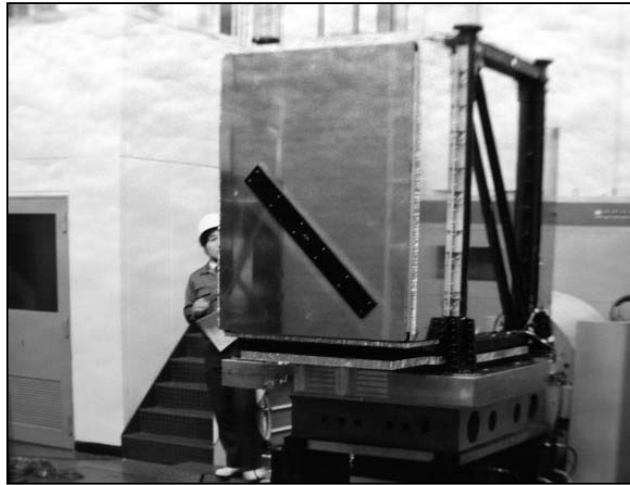


(a) An over view of a test structure

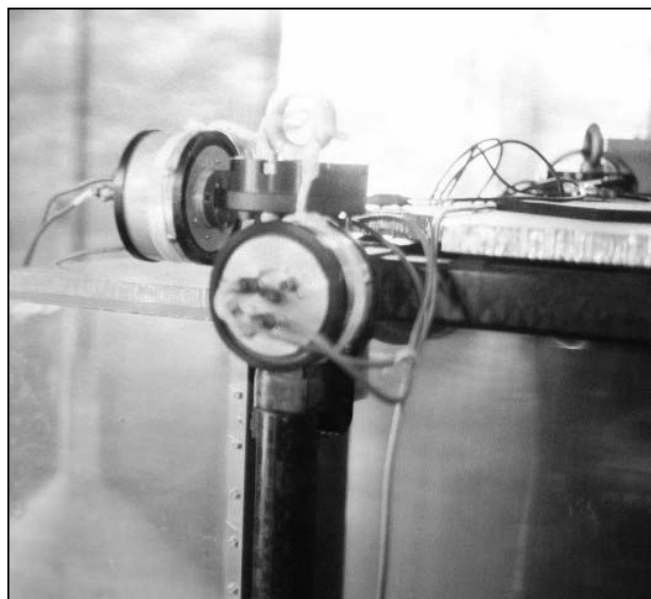


(a) Multipoint simultaneous excitation with three exciters

Figure A1.1 Frequency response function estimation based on multipoint excitation on an artificial satellite

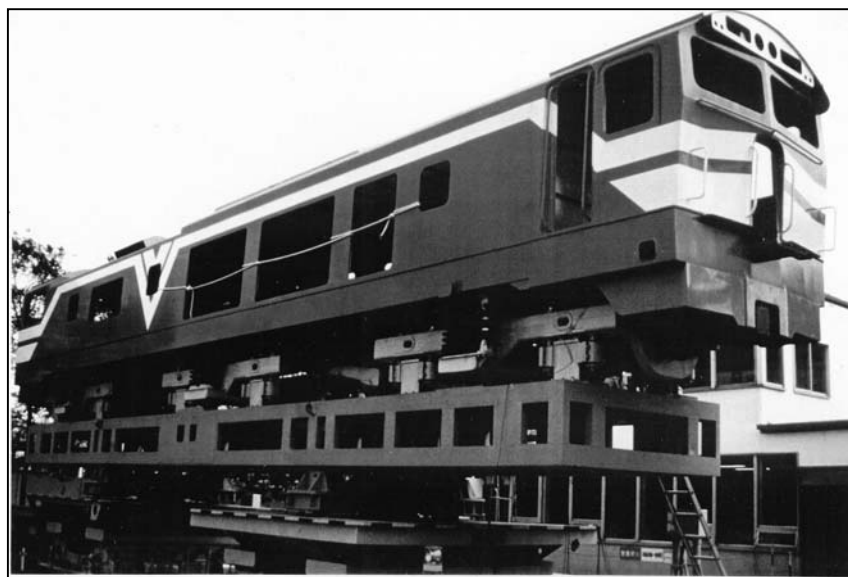


(a) A subcomponent of an artificial satellite



(b) Multipoint simultaneous excitation with two exciters

Figure A1.2 Examples of modal testing on an artificial satellite



(a) Base excitation test on an electric locomotive body



(b) Frequency response function estimation on an electric locomotive

Figure A1.3 Application to an stability problem of electric locomotives



(a) Modal testing on an antenna set up at a steel tower



(b) Frequency response function estimation on antenna base

Figure A1.4 Application to an anti-seismic problem on microwave antennas



Modal testing on a gas insulated switch gear tank

Figure A-1.5 Application to a nose problem on gas insulated high voltage facilities for power plants

-
- i 杉山美樹・成田正夫, “エレベータの振動解析-居室騒音低減への応用”, 三菱電機技報, Vol. 57, No. 6, 1983, pp. 442-445.

付録 2

周波数応答関数推定の変遷

実験モード解析は，周波数応答関数推定のための測定装置の進歩とともに発展してきたとも言うことができる．その変遷の一端を記録に留める意味で，筆者が使用した測定装置を以下にあげる．

1961 年に Spectral Dynamics, Inc. (米)が発売した周波数応答関数測定装置を Figure A2.1 に示す．アナログ 2 チャンネルの周波数可変狭帯域バンドパスフィルタを有し，正弦波周波数掃引加振に基づく周波数応答関数の推定に用いられた^[ii]．



Figure A2.1 An analog frequency response function analyzer designed and offered by Spectral Dynamics, Inc. in 1961

1972 年に Hewlett-Packard Company (米)が販売を開始したフーリエアナライザを Figure A2.2 に示す．小型計算機 HP2100 に FFT 機能をファームウェアとして組み込み，AD/DA コンバータを内臓する．周波数応答関数の推定・実験モード解析・加振機制御機能を有し，機械振動の研究開発分野に広く普及した^[iii]．



Figure A2.2 A digital frequency response function analyzer, Type 5451 by Hewlett-Packard Company in 1972

LMS International が提供する実験モード解析装置を Figure A2.3 に示す．多チャンネルのアナログ入出力部と各種解析ソフトウェアから構成される．ソフトウェアをノート PC に搭載することによって可搬性が得られる．

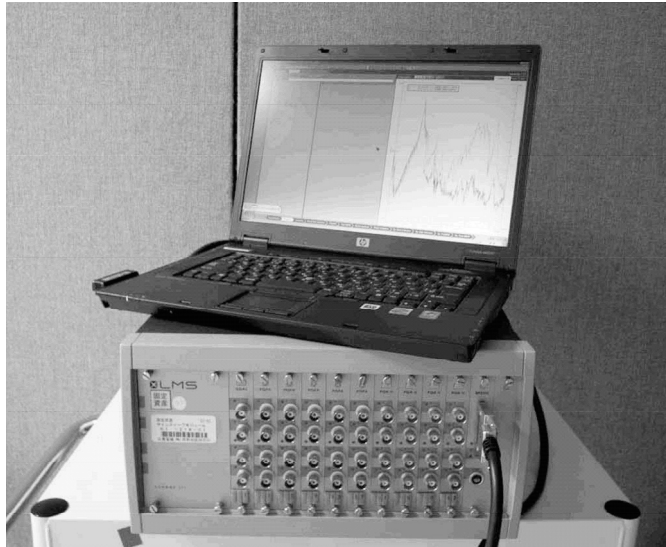


Figure A2.3 A recent vibration testing system offered by LMS International

-
- ii 小泉孝之・成田正夫・山田一秀・持永元喜, “誘導電動機の電磁騒音低減法”, 三菱電機技報, Vol. 51, No. 8, 1977, pp. 548-522.
 - iii 石井明・村松直樹・吉本宰・成田正夫, “工業用千鳥縫いミシンの振動対策”, 三菱電機技報, Vol. 53, No. 4, 1979, pp. 321-325.

謝辞

早稲田大学の山川宏先生には本論文をまとめるにあたり懇切なご指導を賜りました。ここに謹んで感謝の意を表します。

早稲田大学の三輪敬之先生，高西淳夫先生，宮下朋之先生，同志社大学の小泉孝之先生には貴重なご教示を賜りました。深く感謝の意を表します。

奥野満晴博士と吉田佳子博士には論文の作成にあたって貴重な助言を賜りました。御礼申し上げます。

山崎芳昭博士と川崎亮氏には実験にあたって協力と助言を賜りました。御礼申し上げます。

研究成果を博士論文にまとめる機会を与えてくださった三菱電機株式会社先端技術研究所の古藤悟部門長，谷周一部長，松川公映グループマネージャ，同社の関係者の皆様に御礼申し上げます。

最後に，常に支えてくれた家族，玲子と瑞と萌に感謝します。

研究業績一覧

分類	題名	発表・発行掲載誌名	発表年(月)	連名者
論文				
○1	実験モード解析における参照点の選択方法	日本機械学会論文集, 65 巻 636 号, C 編	1999 年 8 月	-
2	真空遮断器の動作特性の最適化に関する研究	日本機械学会論文集, 62 巻 596 号, C 編	1996 年 4 月	小泉孝之 辻内伸好 平床 嘉英
○3	加振実験に基づく構造物のモデリング (第 1 報, 時間窓に起因する周波数応答関数推定誤差の回避方法)	日本機械学会論文集, 60 巻 569 号, C 編	1994 年 1 月	小泉孝之
○4	多点加振による構造物のモード解析 (第 1 報, 加振機の駆動信号を用いた周波数応答関数の推定法)	日本機械学会論文集, 56 巻 523 号, C 編	1990 年 3 月	山崎芳昭 小泉孝之
○5	Modal Parameter Estimation Based on Multi-point Excitation	The 1989 ASME Pressure Vessels and Piping Conference, PVP Vol.179	1989 年	Koizumi, T. Yamazaki, Y.
○6	Microcomputer Based Multi-Dimensional Dynamic Simulation for Boatsailing	Intl. Conf. On Industrial Electronics, Control and Instrument	1984 年	Koizumi, T.
総説				
1	CAE システムの構造設計への適用 (遮断器の設計・開発システム)	日本機械学会関西支部第 208 回講習会	1998 年 12 月	-
刊行物				
1	エレベータの振動解析-居室騒音低減への応用	三菱電機技報, Vol. 57, No. 6	1983 年	杉山美樹
2	工業用千鳥縫いミシンの振動対策	三菱電機技報, Vol. 53, No. 4	1979 年	石井明 村松直樹 吉本宰
3	ミシンの新形布押さえ装置	三菱電機技報, Vol. 52, No. 2	1978 年	井上登志男 堀本耕一

4	誘導電動機の電磁騒音低減法	三菱電機技報, Vol. 51, No. 8	1977 年	小泉孝之 山田一秀 持永元喜
講演				
1	多点加振による構造物の振動解析 (第一報, 加振機の駆動信号を用いた周波数応答関数の推定法)	日本機械学会第 67 期 全国大会講演会	1989 年 9 月	山崎芳昭 小泉孝之
2	多点加振による大型衛星の動特性同定	日本航空宇宙学会 第 32 回宇宙科学技術 連合講演会	1988 年 10 月	山崎芳昭 小泉孝之
3	真空遮断器におけるチャタリング現象 の動特性およびその低減に関する研究	関西支部 第 73 期定時総会	1998 年	畠山 哲 辻内伸好 小泉孝之
4	振動減衰材の基礎的な特性試験	第 29 回宇宙科学技術 連合講演会	1987 年	三津間秀彦 山本昌孝 谷沢一雄 小泉孝之
5	モード解析による構造物の動解析	日本航空宇宙学会 第 16 期年会 講演集	1985 年	小泉孝之 山本和夫
6	モーダルアナリシスを用いた構造物 動特性の抽出	日本機械学会 第 925 回講演会 機械力学	1984 年 7 月	小泉孝之
7	空転前駆現象を利用した車両のアンチ スリップに関する研究 (第 1 報 空転前駆現象の理論解析)	日本機械学会 講演論文集 No.840-16	1984 年 11 月	寺沢英男 小泉孝之 伊藤高広
8	電気機関車の振動特性に関する研究 (第 2 報 実車での走行性能試験結果)	日本機械学会 講演論文集 No.840-16	1984 年 11 月	関根康祐 村瀬誠一 成田正夫 Egana, J. M. Jimenez, J. G.
9	電気機関車の振動特性に関する研究 (第 1 報 振動特性シミュレーション と実物大モデルによる検証)	日本機械学会 講演論文集 No.840-11	1984 年	関根康祐 村瀬誠一 小泉孝之
10	六軸地震シミュレータの開発 (第 1 報 多軸加振に於ける制御方式 とシミュレータの試作)	日本機械学会 講演論文集 No.834-12	1983 年	岸本福太郎 小泉孝之 花島真人

11	ビルディングブロック法によるエレベーター・建物系の振動解析	日本機械学会 講演論文集 No.830-15	1983 年	杉山美樹
12	Application of Modal Analysis Techniques to Electric Appliances and Machines	Euromech 168, Manchester	1983 年 6 月	Koizumi, T. Kishimoto, F.
13	大形加振機による正弦 3 波加振試験	電気学会全国大会	1980 年	高橋康英 奥津尚宏 本吉健郎
14	Electromagnetic noise in large induction motors	The Journal of the Acoustical Society of America	1979 年 11 月	Koizumi, T.
特許・実用新案登録				
1	遮断器の蓄勢装置	特許 3644187	2005 年 2 月	
2	密封型開閉器	特許 3534834	2004 年 3 月	
3	リンク機構	特許 3446463	2003 年 7 月	
4	開閉装置の操作機構	特許 3182042	2001 年 4 月	
5	ガス遮断器	特許 2737414	1998 年 1 月	
6	ブレーキ装置	特許 2121597	1996 年 12 月	
7	ボードセーリングシミュレータ	特許 2098604	1996 年 10 月	
8	ボードセーリングシミュレータ	特許 2548134	1996 年 8 月	
9	ボードセーリング練習装置	特許 2547535	1996 年 8 月	
10	開閉器の接触子	特許 2522763	1996 年 5 月	
11	模擬風発生装置	特許 1924424	1995 年 4 月	
12	ボードセーリングシミュレータ	特許 1896957	1995 年 1 月	
13	模擬風発生装置	特許 1898528	1995 年 1 月	
14	展開型アンテナリフレクタ	特許 1809831	1993 年 12 月	
15	展開アンテナリフレクタ	実用新案 1991092	1993 年 11 月	
16	振動シミュレータ	特許 1794877	1993 年 10 月	
17	振動試験装置	特許 1769398	1993 年 6 月	
18	ボードセーリングシミュレータ	特許 1653829	1992 年 4 月	
19	ボードセーリングシミュレータ	特許 1643342	1992 年 2 月	
20	ボードセーリングシミュレータ	特許 1643343	1992 年 2 月	
21	ボードセーリングシミュレータ	特許 1643344	1992 年 2 月	
22	ボードセーリングシミュレータ	特許 1644394	1992 年 2 月	
23	ボードセーリングシミュレータ	特許 1639229	1992 年 2 月	

24	ボードセーリングシミュレータ	特許 1573798	1990 年 12 月	
25	振動シミュレータ	特許 1593798	1990 年 8 月	
26	ボードセーリングシミュレータ	特許 1562977	1990 年 6 月	
27	誘導円板を有する継電器	実用新案 1770140	1989 年 5 月	
28	空気調和機	実用新案 1640787	1986 年 6 月	
29	洗濯機	特許 1303752	1986 年 2 月	
30	洗濯機	特許 1303753	1986 年 2 月	
31	洗濯機	特許 1260699	1985 年 4 月	
32	遠心脱水装置	特許 1251430	1985 年 2 月	
33	回転装置の防振装置	実用新案 1579187	1984 年 12 月	
34	ダンパ	特許 1220830	1984 年 7 月	
35	防振支持装置	実用新案 1534539	1984 年 3 月	
36	防振支持装置	実用新案 1524012	1984 年 1 月	
37	誘導加熱装置	特許 1155707	1983 年 7 月	
38	ダンパ	特許 1116502	1982 年 10 月	

○主筆論文

本論文に関する研究業績

第 2 章に関して

論文 成田正夫, “実験モード解析における参照点の選択方法”, 日本機械学会論文集, 65 巻 636 号, C 編, 1999-8, pp. 3161-3166.

第 3 章に関して

論文 成田正夫・山崎芳昭・小泉孝之, “多点加振による構造物のモード解析 (第 1 報, 加振機の駆動信号を用いた周波数応答関数の推定法)”, 日本機械学会論文集, 56 巻 523 号, C 編, 1990-3, pp. 537-543.

論文 Koizumi, T., Narita, M. and Yamazaki, Y., “Modal Parameter Estimation Based on Multi-point Excitation”, The 1989 ASME Pressure Vessels and Piping Conference, PVP Vol.179, 1989, pp. 43-47.

講演 山崎芳昭・成田正夫・小泉孝之, “多点加振による大型衛星の動特性同定”, 日本航空宇宙学会第 32 回宇宙科学技術連合講演会, 1988 年 10 月, pp. 92-93.

講演 成田正夫・山崎芳昭・小泉孝之, “多点加振による構造物の振動解析 (第一報, 加振機の駆動信号を用いた周波数応答関数の推定法)”, 日本機械学会第 67 期全国大会講演会, 1989 年 9 月.

第 4 章に関して

論文 成田正夫・小泉孝之, “加振実験に基づく構造物のモデリング (第 1 報, 時間窓に起因する周波数応答関数推定誤差の回避方法)”, 日本機械学会論文集, 60 巻 569 号, C 編, 1994-1, pp. 38-43.