

# 微動を用いた地盤モデル自動作成システムの構築

(32689)

平成16年度～平成17年度科学研究費補助金（基盤研究（C））研究成果報告書

平成18年4月

研究代表者 前田寿朗  
(早稲田大学理工学術院教授)

## 研究組織

研究代表者：前田寿朗（早稲田大学 理工学術院 教授）  
研究分担者：日比野浩（大成建設株式会社 技術センター 主任研究員）  
研究分担者：吉村智昭（大成建設株式会社 技術センター 副主任研究員）  
研究協力者：糸井達哉（大成建設株式会社 技術センター 研究員）  
研究協力者：長島英介（早稲田大学大学院 学生）

交付決定額（配分額）	（金額単位：千円）		
	直接経費	間接経費	合計
平成16年度	1,600	0	1,600
平成17年度	1,100	0	1,100
総計	2,700	0	2,700

## 研究発表

（口頭発表）

Eisuke Nagashima, Toshiro Maeda, Inversion analysis on surface wave dispersion curves and H/V spectra by Neighbourhood Algorithm, 6th World Congresses of Structural and Multidisciplinary Optimization, 2005年5月

長島英介, 前田寿朗, 倉内信幸, Neighbourhood アルゴリズムによる分散曲線と H/V スペクトルの同時逆解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, 217-218, 2005年9月

Toshiro Maeda, Surface wave velocity tracking by bisection method, 18th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, 91-105, 2005年8月

前田寿朗, 一般化 TR マトリックスを用いた表面波速度の計算方法, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, 215-216, 2005年9月

Hiroshi Hibino, Toshiro Maeda, Chiaki Yoshimura, Yasuo Uchiyama, Distribution of base rock depth estimated from Rayleigh wave measurement by forced vibration tests, 18th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, 3020-3028, 2005年8月

前田寿朗, 長島英介, 吉村智昭, 糸井達哉, K-NET 小千谷周辺での微動アレー観測, 第24回日本自然災害学会学術講演会講演梗概集, 5-6, 2005年11月.

前田寿朗, 長島英介, 吉村智昭, 糸井達哉, K-NET 十日町観測点周辺の微動測定, 日本地震工学会大会 2005 梗概集, 454-455, 2005年11月.

## 目 次

1. はじめに .....	1
1.1 研究概要 .....	1
1.2 研究の背景.....	1
2. 一般化 TR マトリックス法による表面波解の計算.....	3
2.1 一般化 TR マトリックス法の定式化.....	3
2.2 一層半無限体の Love 波の特性関数.....	7
2.3 表面波解探索方法 .....	8
2.4 例題による評価層の検討.....	10
2.5 群速度および Medium Response の評価方法.....	23
3. 微動アレー分析手法.....	27
3.1 SPAC (空間自己相関関数) 法の理論.....	27
3.2 FK (振動数-波数スペクトル) 法の理論.....	36
3.3 FK 法による高次モードの評価.....	43
3.4 水平波長に関する適用範囲 .....	50
4. 分散曲線と H/V スペクトルの同時逆解析手法.....	54
4.1 Neighbourhood アルゴリズム.....	54
4.2 数値例題による逆解析手法の検討.....	56
4.3 測定データによる逆解析手法の検討 .....	59
5. まとめ.....	88
付録 A Seseme プロジェクトの概要	

## 1. はじめに

### 1.1 研究概要

将来の地震災害に備える上で、地震危険度解析と地震動予測の高精度化が必要である。そのためには、簡便に測定のできる微動を用いた地盤モデルの精度の向上が最も有用である。微動は種々の波動から成り立ち不確定要因が多いため、地盤モデル作成においては多くの情報を総合的に利用する必要がある。本研究においては、単点測定で得られる水平・上下スペクトル比とアレー測定から得られる位相速度の両者に対して同時に逆解析を行い、最適な地盤モデルをシステムティックに探索する手法の開発を目的とした。

2004 年度に振動数-波数法を適用可能な 7 点の微動アレー観測体制を整え、2005 年度に東京都の東品川および横浜市の港北地区で観測を行った。また、2004 年 10 月 23 日の新潟県中越地震で大きな被害を蒙った小千谷市の K-NET 観測点付近、ならびに最大加速度を記録した十日町市の K-NET 観測点付近においても、2005 年度に微動アレー観測を行なった。それらの観測に並行して逆解析アルゴリズムの検討を行い、複数のターゲットを同時に扱う観点から、当初候補としていた遺伝的アルゴリズムを Neighbourhood アルゴリズムに変更して逆解析手法を開発し、数値実験により水平・上下スペクトル比と位相速度の同時逆解析が可能であることを確認した。また、高次モードを含む表面波速度を安定かつ高速に計算するために、一般化 TR マトリックス法に基づいた表面波速度計算手法を開発した。

以上の準備の下に、4 地点の観測による水平・上下スペクトル比と位相速度の同時逆解析を実施した。その結果、浅い地盤で精度の高い情報を含む位相速度と、深い地盤の情報を含む水平・上下スペクトル比を組み合わせることによって、アレー半径 100m 程度以下の観測における深さ数十m程度での地盤モデルの改善が示された。

### 1.2 研究の背景

1995 年兵庫県南部地震では震度 7 の「震災の帯」が生じ、2004 年新潟県中越地震においては、川口町および小千谷市で震度 7 の地震動が観測された。地震動は震源、伝播経路、表層地盤構造に影響されるが、表層地盤構造は一般に最も影響が大きく、地盤モデルの精度向上が地震動予測の精度向上にとって最も直接的である。地盤構造を推定する測定手法には、弾性波探査、重力探査、ボーリング調査、PS 検層などがあるが、それらの多くは多大な時間および費用を必要とし、振動障害の面から市街地での実施が困難なものもある。これらに対して、比較的簡便かつ安価な手法として微動測定がある。

微動を利用して地盤構造を推定する手法には、アレー観測から求めた位相速度分散曲線を用いるものと、1 点観測結果から求めた H/V スペクトルを用いるものがある。アレー観測から位相速度を推定する手法には、FK (周波数-波数スペクトル) 法[1]、ならびに SPAC (空間自己相関関数) 法[2]がある。地盤構造モデルは、成層地盤の理論位相速度との残差を最小とする条件により、逆解析によって決定される。H/V スペクトルは鉛直成分に対す

る水平成分のスペクトル比である。当初、H/V スペクトルのピーク振動数が、経験的に表層地盤の卓越振動数を近似するとして利用されてきたが[3]、近年ではレイリー波粒子軌跡の水平・上下比と解釈されている[4]。そのため、逆解析においては成層地盤の理論レイリー波粒子軌跡との残差を最小とする条件が用いられている。

いずれの逆解析においても、初期の頃は勾配法のみが用いられていたが、近年では微分を必要としない最適化手法である遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm : GA) [5]や焼き鈍し法 (Simulated Annealing : SA) [6]が用いられるようになった。その理由として、初期モデル依存性がなく、微分計算が不要であることが挙げられる。現在では、分散曲線単独あるいは H/V スペクトル単独の逆解析が、遺伝的アルゴリズムを用いて広く行なわれるようになってきている。

微動アレー観測は多数の観測点で同時に微動を測定するため、比較的安定した分散曲線の評価でき、浅部地盤構造の推定精度も高い。しかしながら、推定できる水平波長はアレーサイズに依存し、深い地盤構造に支配される長周期での位相速度を得るには、大きなアレー半径が必要となるため、都市部での測定は困難である。それに対して、H/V スペクトルは一般に地層のコントラストに敏感であるため、深部に存在する層境界面の情報を与えうると考えられる。以上の観点から、位相速度と H/V スペクトルの両者を同時にターゲットとした逆解析により、地表付近を分散曲線により、深部を H/V スペクトルによって拘束し、広範囲で高精度のモデル化を行ないうる可能性があるが、これらの同時逆解析の例はきわめて少ないのが現状である[7]。

微動アレーでは通常鉛直成分を観測し、レイリー波相当の位相速度分散曲線の評価する。H/V スペクトルはレイリー波の粒子軌跡に起因すると解釈されている。したがって、弾性波動論に基づいて、レイリー波の位相速度および粒子軌跡を高速に計算する必要が生じるが、実体波速度が逆転する地層構造の表面波速度の計算は必ずしも容易ではない。そのため、本研究においては一般化 TR マトリックス法[8]を用いて成層地盤をモデル化し、表面波速度を安定的に求めるアルゴリズムを開発した。また、同時に複数のターゲットを扱いやすい Neighbourhood アルゴリズム[9]に着目し、位相速度と H/V スペクトルの同時逆解析に適用した。

## 2. 一般化 TR マトリックス法による表面波解の計算

分散曲線あるいは  $H/V$  比を用いた表層地盤逆解析においては、それらの理論解を高速かつ安定的に計算する必要がある。水平な一様層の連続により表層地盤をモデル化し、その表面波速度をコンピュータにより計算することは、1950年代に Haskell[10]により可能となった。しかしながら、その方法で深い地盤を扱う際に、深さ方向の指数項の値が大きくなることにより数値的困難が生じることが明らかとなった。1960年代～1970年代には、指数項の増大を正規化により抑える方法や、短周期・短波長の領域で地盤深さを減じていく方法等が提案された[11]。また、行列式の計算において実数化を図ることにより、複素数絶対値ではなく実数のゼロクロスにより表面波速度を求める方法も示された。

1980年代には、層内のポテンシャル係数の伝達により指数項の積を避ける、一般化 TR マトリックス法も提案されたが、同方法がグリーン関数の計算を主目的としたためもあって、Chen[12]と久田[13]以外に同方法による表面波速度計算を示した例は認められない。以下においては、表面波速度をバイセクション法による零点探索で求める手法を示した[14]、[15]。

### 2.1 一般化 TR マトリックス法の定式化

#### (1) 解の積分表現

Luco と Apsel[8]に基づいて、一般化 TR マトリックス法の定式化を示す。

図 2.1.1 に示す水平成層地盤に対する、円筒座標系における弾性波動方程式の振動数領域の解は(2.1.1)式により示される。式中の  $k$  は無次元波数であり、 $u_{1n}^j$ ,  $u_{2n}^j$ ,  $\sigma_{21n}^j$ ,  $\sigma_{22n}^j$  が P 波, SV 波, レイリー波に、 $u_{3n}^j$ ,  $\sigma_{23n}^j$  が SH 波, ラブ波に対応する。

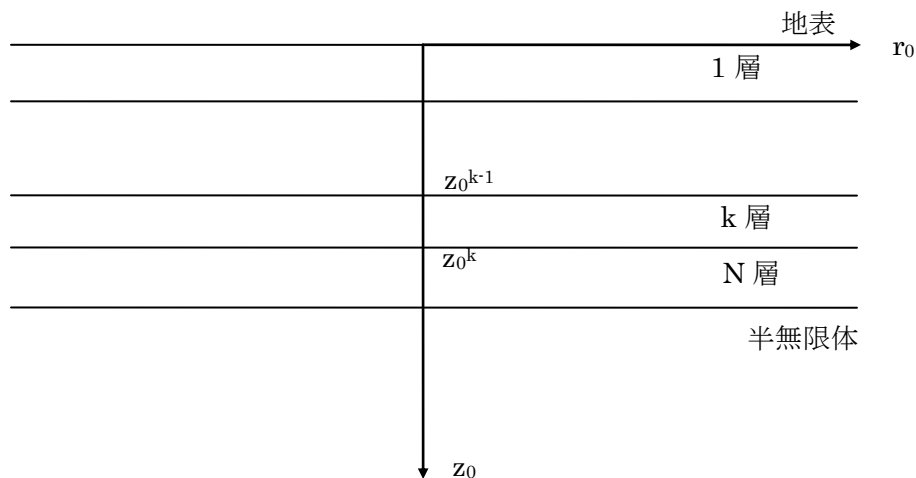


図 2.1.1 一般化 TR 法における層構造モデル

$$\begin{aligned}
U_m^j &= \frac{1}{2} \int_0^\infty \{u_{1n}^j(k, z_0)k(J_{n+1} - J_{n-1}) + u_{3n}^j(k, z_0)k(J_{n+1} + J_{n-1})\} dk \\
U_{dn}^j &= \frac{1}{2} \int_0^\infty \{u_{1n}^j(k, z_0)k(J_{n+1} + J_{n-1}) + u_{3n}^j(k, z_0)k(J_{n+1} - J_{n-1})\} dk \\
\Sigma_{\tau n}^j &= \frac{1}{2} \int_0^\infty \{\sigma_{21n}^j(k, z_0)k(J_{n+1} - J_{n-1}) + \sigma_{23n}^j(k, z_0)k(J_{n+1} + J_{n-1})\} dk \\
\Sigma_{\theta n}^j &= \frac{1}{2} \int_0^\infty \{\sigma_{21n}^j(k, z_0)k(J_{n+1} + J_{n-1}) + \sigma_{23n}^j(k, z_0)k(J_{n+1} - J_{n-1})\} dk
\end{aligned} \tag{2.1.1}$$

上式中の  $u_{1n}^j$ ,  $u_{2n}^j$ ,  $\sigma_{21n}^j$ ,  $\sigma_{22n}^j$  は(2.1.2)式で与えられる.

$$\begin{aligned}
\begin{Bmatrix} u_{1n}^j \\ u_{2n}^j \\ \sigma_{21n}^j \\ \sigma_{22n}^j \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} I_{11}^j & I_{12}^j \\ I_{21}^j & I_{22}^j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_d^j(z_0) & 0 \\ 0 & E_u^j(z_0) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_{dn}^j(z_0) \\ \eta_{un}^j(z_0) \end{Bmatrix} \\
\begin{bmatrix} I_{11}^j & I_{12}^j \\ I_{21}^j & I_{22}^j \end{bmatrix} &= d_j^{-1} \begin{bmatrix} -kd_j & v_j' d_j & -kd_j & v_j' d_j \\ -v_j d_j & kd_j & v_j d_j & -kd_j \\ 2k v_j c_j & -(2k^2 c_j - 1) & -2k v_j c_j & 2k^2 c_j - 1 \\ 2k^2 c_j - 1 & -2k v_j' c_j & 2k^2 c_j - 1 & -2k v_j' c_j \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.1.2}$$

$\eta_{dn}^j$  は下降波のポテンシャル係数,  $\eta_{un}^j$  は上昇波のポテンシャル係数であり,  $E_d^j$ ,  $E_u^j$  は対応する  $z$  方向の指数関数である.

$$\begin{aligned}
\eta_{dn}^j &= \begin{Bmatrix} \eta_{dn\alpha}^j \\ \eta_{dn\beta}^j \end{Bmatrix}, \\
\eta_{un}^j &= \begin{Bmatrix} \eta_{un\alpha}^j \\ \eta_{un\beta}^j \end{Bmatrix} \\
E_d^j &= \begin{bmatrix} \exp[-v_j(z_0 - z_0^{j-1})] & 0 \\ 0 & \exp[-v_j'(z_0 - z_0^{j-1})] \end{bmatrix} \\
E_u^j &= \begin{bmatrix} \exp[v_j(z_0 - z_0^j)] & 0 \\ 0 & \exp[v_j'(z_0 - z_0^j)] \end{bmatrix} \\
v_j &= \sqrt{k^2 - (\bar{\beta} / \alpha_j)^2}, \\
v_j' &= \sqrt{k^2 - (\bar{\beta} / \beta_j)^2} \\
\alpha_j^2 &= \frac{(\lambda_j + 2\mu_j)}{\rho_j},
\end{aligned}$$

$z_0$  : 深さ方向の無次元座標,

$z_0^j = \omega z / \bar{\beta}$  :  $j$  層下側境界面の無次元座標

( $z_0^{N+1} = z_0^N$ ,  $z_0^0 = 0$  とする.)

$$c_j = \left( \frac{\beta_j}{\bar{\beta}} \right)^2, \quad \beta_j^2 = \frac{\mu_j}{\rho_j}, \quad d_j = \frac{\bar{\rho}}{\rho_j}, \quad \bar{\rho} = \frac{\bar{\mu}}{\bar{\beta}^2}$$

(2.1.1)式中の  $u_{3n}^j$ ,  $\sigma_{23n}^j$  は(2.1.3)式で与えられる.

$$\begin{Bmatrix} u_{3n}^j \\ \sigma_{23n}^j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{11}^j & I_{12}^j \\ I_{21}^j & I_{22}^j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_d^j(z_0) & 0 \\ 0 & E_u^j(z_0) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_{dn}^j(z_0) \\ \eta_{un}^j(z_0) \end{Bmatrix} \quad (2.1.3)$$

$$\begin{bmatrix} I_{11}^j & I_{12}^j \\ I_{21}^j & I_{22}^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & k \\ -k\nu'_j c_j d_j^{-1} & k\nu'_j c_j d_j^{-1} \end{bmatrix}$$

$$E_d^j = \exp\left[-\nu'_j(z_0 - z_0^{j-1})\right]$$

$$E_u^j = \exp\left[\nu'_j(z_0 - z_0^j)\right]$$

$\eta_{dn}^j$  は下降波に,  $\eta_{un}^j$  は上昇波に対応する.

## (2) 層構造内の波動伝播

### a) 修正 TR マトリックスの導出

地表における自由表面条件, 境界面における連続条件, ならびに半無限体内の放射条件を適用すると, 境界面  $j$  から離れる向きのポテンシャルは, 境界面  $j$  に近づく向きのポテンシャルにより次式のように表現される.

$$\begin{Bmatrix} \eta_{dn}^{j+1}(z_0^j) \\ \eta_{un}^j(z_0^j) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_{11}^{j+1} & I_{12}^j \\ -I_{21}^{j+1} & I_{22}^j \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -I_{11}^j & I_{12}^{j+1} \\ -I_{21}^j & I_{22}^{j+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_d^j(z_0^j) & 0 \\ 0 & E_u^{j+1}(z_0^j) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_{dn}^j(z_0^j) \\ \eta_{un}^{j+1}(z_0^j) \end{Bmatrix}$$

$$(j=1, \dots, N)$$

あるいは

$$\begin{Bmatrix} \eta_{dn}^{j+1}(z_0^j) \\ \eta_{un}^j(z_0^j) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_j^d & R_j^u \\ R_j^d & T_j^u \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_{dn}^j(z_0^j) \\ \eta_{un}^{j+1}(z_0^j) \end{Bmatrix}$$

$$R_0^u = -(I_{21}^1)^{-1} I_{22}^1 E_u^1(0) \quad (2.1.4)$$

$$\begin{bmatrix} T_j^d & R_j^u \\ R_j^d & T_j^u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_{11}^{j+1} & I_{12}^j \\ -I_{21}^{j+1} & I_{22}^j \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -I_{11}^j & I_{12}^{j+1} \\ -I_{21}^j & I_{22}^{j+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_d^j(z_0^j) & 0 \\ 0 & E_u^{j+1}(z_0^j) \end{bmatrix} \quad (2.1.5)$$

修正 TR マトリックスを(2.1.4)式および(2.1.5)式により定義する.  $R_j^u$  と  $R_j^d$  は  $j$  層下面に下からおよび上から入射する平面波の反射係数を,  $T_j^u$  と  $T_j^d$  は  $j$  層下面に下からおよび上から入射する平面波の透過係数を表す.

### b) 一般化 TR マトリックスの導出

ソース層の上方では,  $\eta_{dn}^j$  と  $\eta_{un}^j$  ( $j \neq l$ ) を求めるために, 以下の分解が導入される.

$$\eta_{un}^j(z_0) = \hat{T}_j^u \hat{T}_{j+1}^u \cdots \hat{T}_{l-1}^u \eta_{un}^l(z_0^{l-1}) \quad (j=1, \dots, l-1) \quad (2.1.6)$$



$$\eta_{dn}^j(z_0) = \hat{R}_{j-1}^u \hat{T}_j^u \cdots \hat{T}_{l-1}^u \eta_{in}^l(z_0^{l-1}) \quad (j=1, \dots, l-1) \quad (2.1.7)$$

$\hat{T}_j^u$ ,  $\hat{T}_j^d$ ,  $\hat{R}_j^u$ ,  $\hat{R}_j^d$ を一般化 TR マトリックスと呼ぶ. これらのマトリックスは $z_0$ に依存せず, 以下の漸化式を用いて修正 TR マトリックスより求められる.

$$\hat{R}_0^u = R_0^u \quad (2.1.8)$$

$$\hat{T}_j^u = (I - R_j^d \hat{R}_{j-1}^u)^{-1} T_j^u \quad (j \geq 1) \quad (2.1.9)$$

$$\hat{R}_j^u = R_j^u + T_j^d \hat{R}_{j-1}^u \hat{T}_j^u \quad (j \geq 1) \quad (2.1.10)$$

$$\eta_{dn}^l(z_0^{l-1}) = \hat{R}_{l-1}^u \eta_{in}^l(z_0^{l-1}) \quad (2.1.11)$$

ソースの下方では同様に以下の分解が導入される.

$$\eta_{dn}^j(z_0) = \hat{T}_{j-1}^d \hat{T}_{j-2}^d \cdots \hat{T}_l^d \eta_{dn}^l(z_0^l) \quad (j=l+1, \dots, N+1) \quad (2.1.12)$$

$$\eta_{in}^j(z_0) = \hat{R}_j^d \hat{T}_{j-1}^d \hat{T}_{j-2}^d \cdots \hat{T}_l^d \eta_{dn}^l(z_0^l) \quad (j=l+1, \dots, N+1) \quad (2.1.13)$$

これらの一般化 TR マトリックスは以下の漸化式を用いて修正 TR マトリックスより求められる.

$$\hat{R}_{N+1}^d = 0 \quad (2.1.14)$$

$$\hat{T}_j^d = (I - R_j^u \hat{R}_{j+1}^d)^{-1} T_j^d \quad (j \leq N) \quad (2.1.15)$$

$$\hat{R}_j^d = R_j^d + T_j^u \hat{R}_{j+1}^d \hat{T}_j^d \quad (j \leq N) \quad (2.1.16)$$

$$\eta_{in}^l(z_0) = \hat{R}_l^d \eta_{dn}^l(z_0^l) \quad (2.1.17)$$

### (3) 表面波の存在する条件

ソースが存在せず, 波動場が自由表面条件と下方逸散条件をみたすためには, 以下の条件を満たす必要がある.

$$(I - \hat{R}_{k-1}^u \hat{R}_k^d) \eta_{dn}^k(z_0) = 0 \quad (2.1.18)$$

$$(I - \hat{R}_k^d \hat{R}_{k-1}^u) \eta_{in}^k(z_0) = 0 \quad (2.1.19)$$

これらは固有値問題を形成し, 固有値が無次元波数を与える.

$$|I - \hat{R}_{k-1}^u \hat{R}_k^d| = 0 \quad (2.1.20)$$

$$|I - \hat{R}_k^d \hat{R}_{k-1}^u| = 0 \quad (2.1.21)$$

## 2.2 一層半無限体の Love 波の特性関数

N=1 として(2.1.8)式を Love 波について展開する.

地表からの反射を表す一般化反射マトリックスは以下のようになる.

$$\begin{aligned}\hat{R}_0^u &= R_0^u \\ R_0^u &= -(I_{21}^1)^{-1} I_{22}^1 E_u^1(0) \\ I_{21}^1 &= -k v_1' c_1 d_1^{-1}, \quad I_{22}^1 = k v_1' c_1 d_1^{-1} \\ E_u^1(0) &= \exp[-v_1' z_0^1] \\ \hat{R}_0^u &= R_0^u = \exp[-v_1' z_0^1] = \exp[-v_1' H_0^1]\end{aligned}$$

半無限体からの反射を表す一般化反射マトリックスは以下のようになる.

$$\begin{aligned}\hat{R}_N^d &= R_N^d + T_N^u \hat{R}_{N+1}^d \hat{T}_N^d = R_N^d + T_N^u 0 \hat{T}_N^d = R_N^d \\ \begin{bmatrix} T_N^d & R_N^u \\ R_N^d & T_N^u \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -I_{11}^{N+1} & I_{12}^N \\ -I_{21}^{N+1} & I_{22}^N \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -I_{11}^N & I_{12}^{N+1} \\ -I_{21}^N & I_{22}^{N+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_d^N(z_0^N) & 0 \\ 0 & E_u^{N+1}(z_0^N) \end{bmatrix} \\ E_d^N(z_0^N) &= \exp[-v_N'(z_0^N - z_0^{N-1})] = \exp[-v_N' H_0^N] \\ E_u^{N+1}(z_0^N) &= \exp[v_N'(z_0^N - z_0^{N+1})] = \exp[v_N'(z_0^N - z_0^N)] = 1 \\ \begin{bmatrix} -I_{11}^{N+1} & I_{12}^N \\ -I_{21}^{N+1} & I_{22}^N \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -k & k \\ k v_{N+1}' c_{N+1} d_{N+1}^{-1} & k v_N' c_N d_N^{-1} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -I_{11}^N & I_{12}^{N+1} \\ -I_{21}^N & I_{22}^{N+1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -k & k \\ k v_N' c_N d_N^{-1} & k v_{N+1}' c_{N+1} d_{N+1}^{-1} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -I_{11}^{N+1} & I_{12}^N \\ -I_{21}^{N+1} & I_{22}^N \end{bmatrix}^{-1} &= \frac{1}{-k^2 v_N' c_N d_N^{-1} - k^2 v_{N+1}' c_{N+1} d_{N+1}^{-1}} \begin{bmatrix} k v_N' c_N d_N^{-1} & -k \\ -k v_{N+1}' c_{N+1} d_{N+1}^{-1} & -k \end{bmatrix} \\ \hat{R}_N^d &= R_N^d = \frac{k^2 v_{N+1}' c_{N+1} d_{N+1}^{-1} - k^2 v_N' c_N d_N^{-1}}{-k^2 v_N' c_N d_N^{-1} - k^2 v_{N+1}' c_{N+1} d_{N+1}^{-1}} \exp[-v_N' H_0^N]\end{aligned}$$

すると, 特性関数は以下となる.

$$1 - \hat{R}_0^u \hat{R}_1^d = 1 - R_0^u R_1^d = 1 + \frac{v_2' c_2 d_2^{-1} - v_1' c_1 d_1^{-1}}{v_1' c_1 d_1^{-1} + v_2' c_2 d_2^{-1}} \exp[-2v_1' H_0^1] = 0$$

$$\begin{aligned}v_1' &= \left[ k^2 - (\bar{\beta} / \beta_1)^2 \right]^{1/2} = \frac{\bar{\beta}}{\omega} \left[ \xi^2 - (\omega / \beta_1)^2 \right]^{1/2} = \frac{\bar{\beta}}{\omega} \left[ (\omega / c)^2 - (\omega / \beta_1)^2 \right]^{1/2} \\ v_2' &= \frac{\bar{\beta}}{\omega} \left[ (\omega / c)^2 - (\omega / \beta_2)^2 \right]^{1/2}\end{aligned}$$

Love 波の位相速度  $c$  は  $\beta_1$  と  $\beta_2$  の間にあるので,  $v_1'$  は虚数,  $v_2'$  は実数である. すると特性関数は以下となり, 位相平面上で(1,0)を中心とする単位円を表す.

$$\begin{aligned}1 - \hat{R}_0^u \hat{R}_1^d &= 1 + \exp[-i\theta] \exp[-2v_1' H_0^1] \\ \theta &= \arg \left( \frac{v_2' c_2 d_2^{-1} - v_1' c_1 d_1^{-1}}{v_1' c_1 d_1^{-1} + v_2' c_2 d_2^{-1}} \right)\end{aligned}$$

## 2.3 表面波解探索方法

### (1) 特性関数評価層の選択

表面波解を求めるための特性方程式は、(2.1.20)および(2.1.21)式に示すように単位行列と一般化 TR マトリックスを含む行列式で表される。同式は、図 2.1.1 に示す成層モデルの第  $k$  層について示されているが、半無限体以外のいずれの層においても定式化は有効である。

$$\left| I - \hat{R}_{k-1}^u \hat{R}_k^d \right| = 0 \quad (2.3.1)$$

一般化 TR マトリックスは修正 TR マトリックスの回帰式で定義され、ここでは第  $j$  層について以下のような実数あるいは虚数となる量が含まれる。

$$v_j = \sqrt{k^2 - (\bar{\beta} / \alpha_j)^2} \quad (2.3.2a)$$

$$v'_j = \sqrt{k^2 - (\bar{\beta} / \beta_j)^2} \quad (2.3.2b)$$

上式中、 $k$  は無次元波数であり、他の項は対応する無次元 P 波波数あるいは無次元 S 波波数である。したがって、(2.3.2b)式を評価する層の S 波波数より大きな波数（遅い位相速度）ではこれらが実数となり、位相平面上の特性方程式の値は実軸上を動く。(2.3.2)式の量は、鉛直方向の波動の特徴を表しており、(2.3.3)式の鉛直方向波動解に見られるようにこれらが実数の場合の波動は、鉛直方向には振動しない、いわゆる *evanescent* 波の様相を呈する。

$$E_d^j = \begin{bmatrix} \exp[-v_j(z_0 - z_0^{j-1})] & 0 \\ 0 & \exp[-v'_j(z_0 - z_0^{j-1})] \end{bmatrix} \quad (2.3.3a)$$

$$E_u^j = \begin{bmatrix} \exp[v_j(z_0 - z_0^j)] & 0 \\ 0 & \exp[v'_j(z_0 - z_0^j)] \end{bmatrix} \quad (2.3.3b)$$

*evanescent* 波に対応する位相平面実軸上の動きは一般にたいへん急激であり、零点の探索上不利である。したがって、探索対象とする位相速度よりも S 波速度の小さい層において、特性関数を評価するのがよい。逆転層を有しない層構造であれば、最表層の S 波速度が最小であるので、最表層を常に用いればよい。Chen[12]においては地表から順番にモードを求める便宜のため最表層で評価を行った旨が記されているが、それで良好な結果が得られた所以は上記にある。また、最表層内で *evanescent* となってしまう場合、すなわち最表層内でモード形が減衰してしまう場合には、(2.3.2b)式を虚数とするべきがない。このため、高振動数におけるレイリー波基本モード探索の困難性が生じ、その近似的探索法が Chen[12]の主要なテーマになっている。

逆転層を有する場合には、高振動数での基本モードでなくとも、最表層で特性関数を評価したときに(2.3.2b)式は実数となる。*evanescent* にならない S 波速度を有する層で特性関数を評価するのが基本であるため、最も単純な方法として S 波速度最小の層で評価する

のがよさそうであるが、後の例題においては *evanescent* になる層の中で必ずしも S 波速度最小の層が最適とはならないことが示されている。ここでは、経験的に S 波速度が小さく層厚の大きな層が有利であったので、ここでは *evanescent* にならない層の中で鉛直方向波長に対する層厚の比（無次元層厚）が最大の層を用いて評価を行うこととした。

## (2) 探索区間設定法

表面波解の探索は、振動数ごとに独立に行われる。各振動数においては、最大波数（最低位相速度）から最小波数（最大位相速度）に向かって、零点クロスを符号変化に基づいてさがして探索区間とし、その中でバイセクション法を用いて表面波解を求めるプロセスを繰り返す。経験的に、各層の S 波速度より少し大きい速度において各モードの位相速度が集中し、特性根の評価が難しいことが知られている。そのため、ここでは探索範囲が各層の S 波速度を超えるたびに、特定の小さな速度増分に対応する波数増分を求め、次に大きな S 波速度に達する間でその波数増分を用いて符号変化を探索することとした(図 2.3.1)。

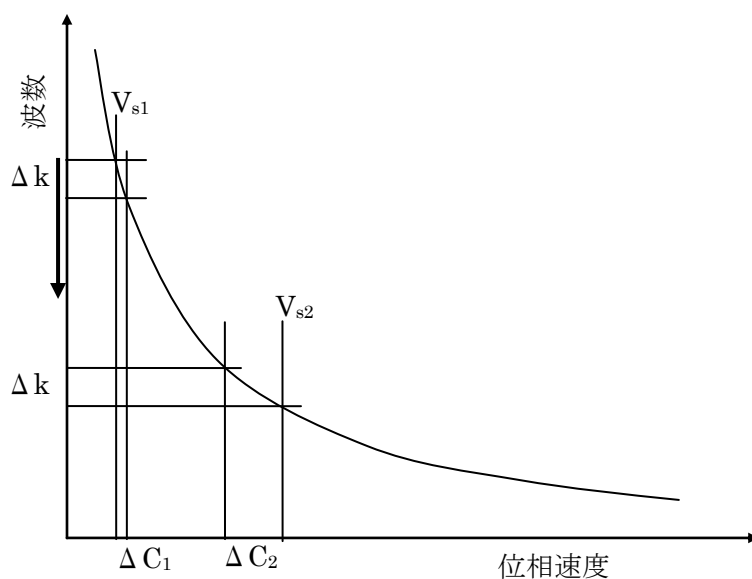


図 2.3.1 波数増分と対応する位相速度

## 2.4 例題による評価層の検討

### (1) Chen の地殻モデル

Chen[12]による逆転層をもたない地殻モデル（表 2.4.1）の最表層での特性方程式は、1Hz における Love 波および Rayleigh 波に対して、位相平面上で(1,0)を中心とする単位円を表す（図 2.4.1）。しかしながら、0.05Hz に対しては、Love 波に対して単位円周上の軌跡になるのに対し、Rayleigh 波については図 2.4.2 に見られるように半径が増大すると共に中心も実軸上から移動する。1.0Hz の基本モード位相速度は 3200m/s 程度であり、Chen に記されているように実軸上で零点を通過するきわめて探索しがたい根であるため、図 2.4.1 にはゼロクロスが見られない。単位円軌跡上の零点は高次モードに対応するものである。それに対して、0.05Hz の基本モード位相速度は 3500m/s 強であり、 $V_s=3500\text{m/s}$  の最表層において evanescent にならない位相速度のため、位相平面上に軌跡を表している。

表 2.4.1 Chen の地殻モデル[12]

番号	層厚[km]	深度[km]	密度[g/cm <sup>3</sup> ]	S 波速度[km/s]	P 波速度[km/s]
1	18	18	2.8	3.50	6.0
2	6	24	2.9	3.65	6.3
3	6	30	3.1	3.90	6.7
			3.3	4.70	8.2

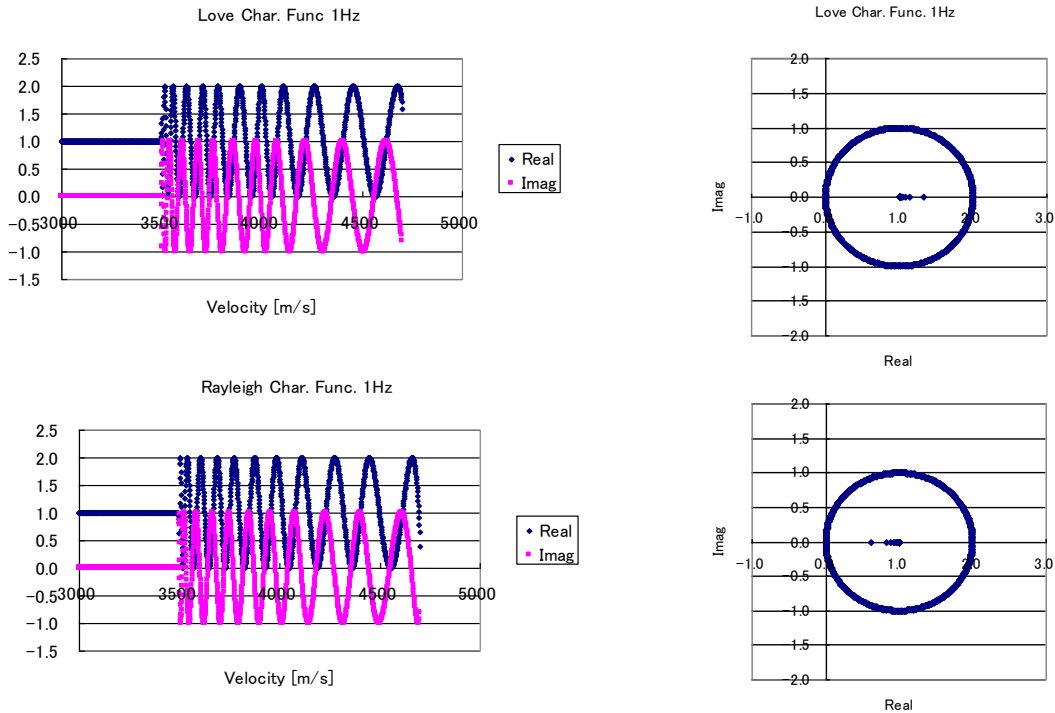


図 2.4.1 1Hz における Chen の地殻モデルの特性関数（上 Love 波，下 Rayleigh 波）

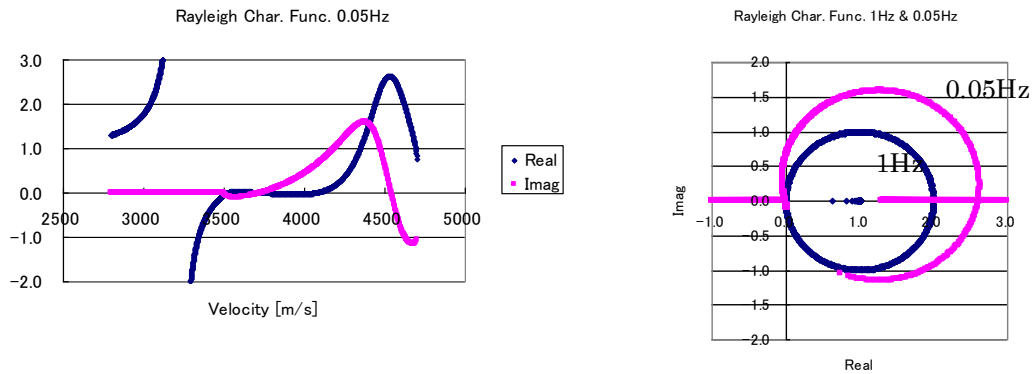


図 2.4.2 0.05Hz における Chen の地殻モデルの特性関数 (Rayleigh 波)

## (2) 半無限体上の 2 層モデル

ここでは層構造に依存した解探索精度を検討するために、S 波速度漸増型の Model-1 と逆転層を含む Model-2 の 2 種類の 2 層半無限地盤モデル (表 2.4.2) を設定し、位相速度分散曲線を計算した。

図 2.4.3 に Model-1 および Model-2 の Love 波分散曲線を示す。図 2.4.4 に Model-1 の 0.1Hz における 1 層および 2 層で評価した Love 波特性関数を、図 2.4.5 に 10Hz における同様な結果を示す。図 2.4.6 および図 2.4.7 に、Model-2 に対する同様な特性関数を示す。Love 波に対しては、いずれの特性関数も位相平面実軸上の直線と(1,0)を中心とする半径 1 の円で構成されている。0.1Hz での Model-1, Model-2 共に Love 波位相速度は 700m/s 程度であり、いずれの層で評価した特性関数も円周上の軌跡で零点が与えられている。10Hz では基本モードの位相速度が 200m/s~300m/s にあり、位相速度より S 波速度の小さな Model-1 の 1 層ならびに Model-2 の 2 層での評価において、特性関数の零点は円周上の軌跡で与えられているが、Model-1 の 2 層評価ならびに Model-2 の 1 層評価では、evanescent な状態に対応して実軸上の急激なゼロクロスが認められる。

表 2.4.2 2 層半無限地盤モデル Model-1 (カッコ内は逆転層を含む Model-2)

番号	層厚[m]	深度[m]	密度[g/cm <sup>3</sup> ]	S 波速度[m/s]	P 波速度[m/s]
1	10	10	2.0	200(300)	400(800)
2	10	20	2.0	300(200)	800(400)
	6	30	3.1	700	1600

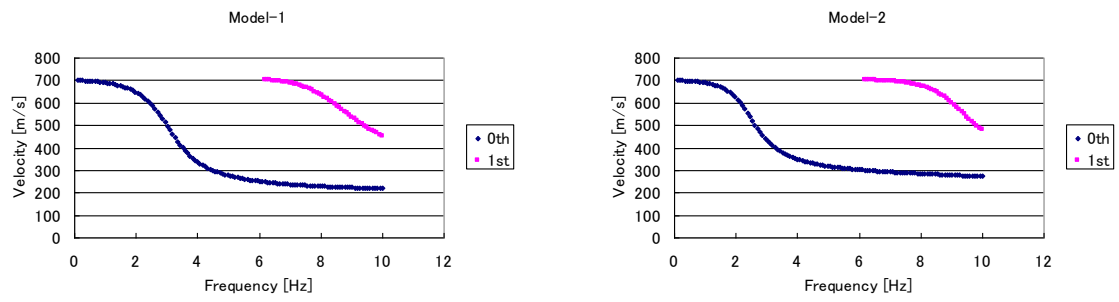


図 2.4.3 2層地盤モデルの Love 波位相速度分散曲線

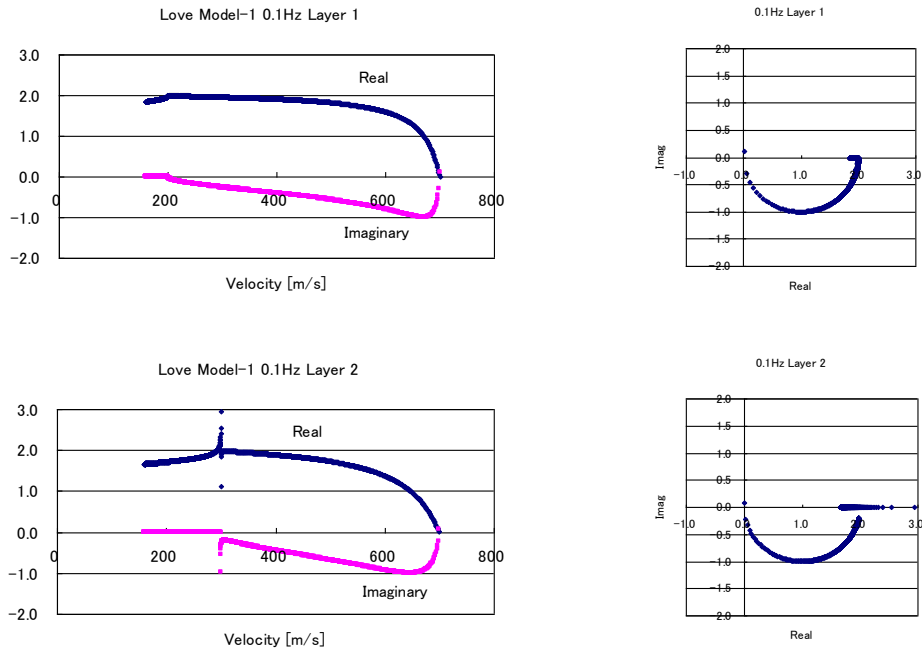


図 2.4.4 0.1Hz における 2 層地盤モデル (Model-1) の Love 波特性関数

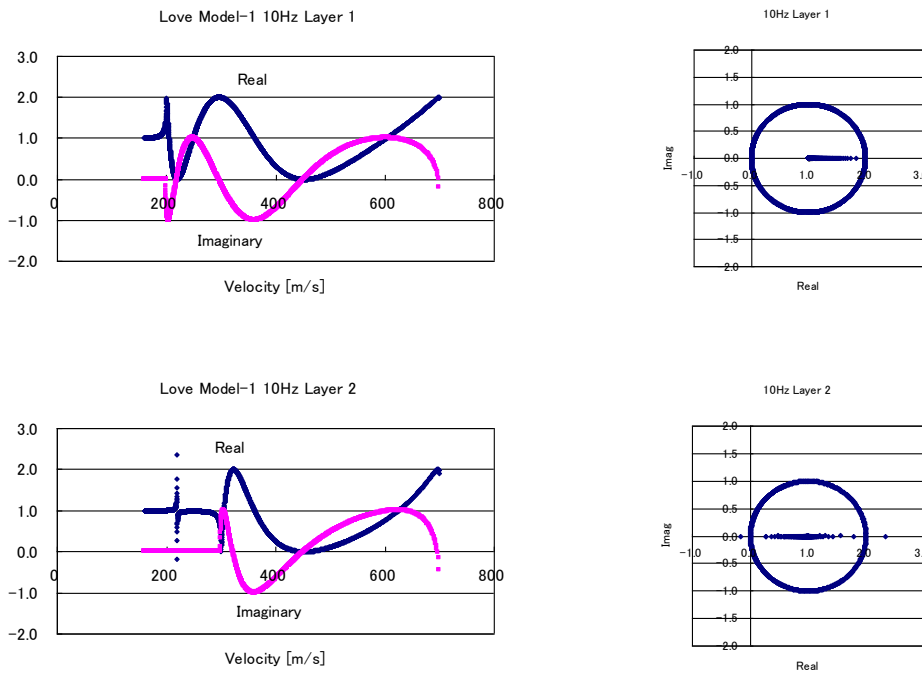


図 2.4.5 10Hz における 2 層地盤モデル (Model-1) の Love 波特性関数



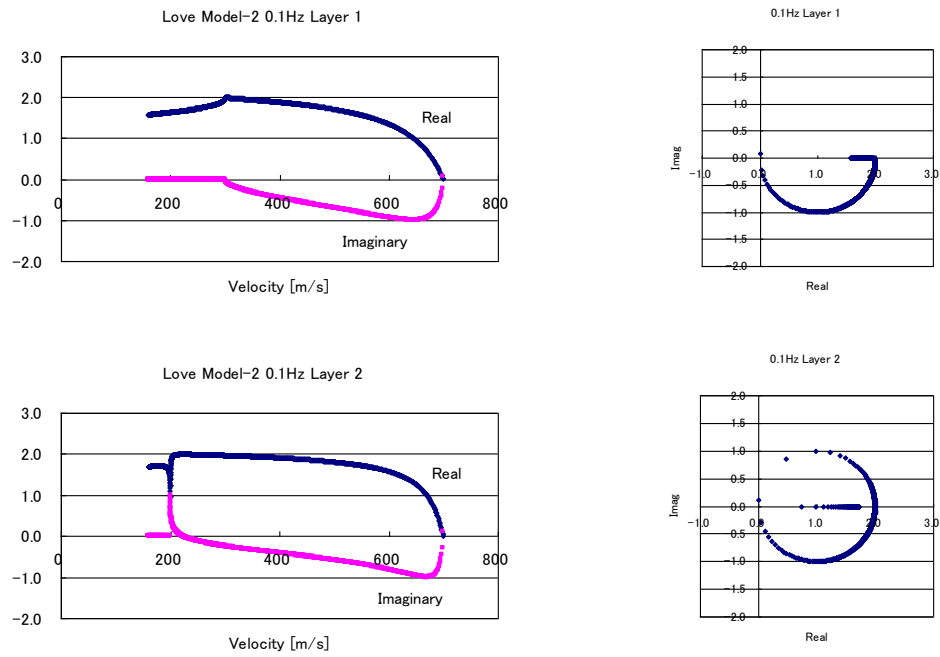


図 2.4.6 0.1Hz における 2 層地盤モデル (Model-2) の Love 波特性関数

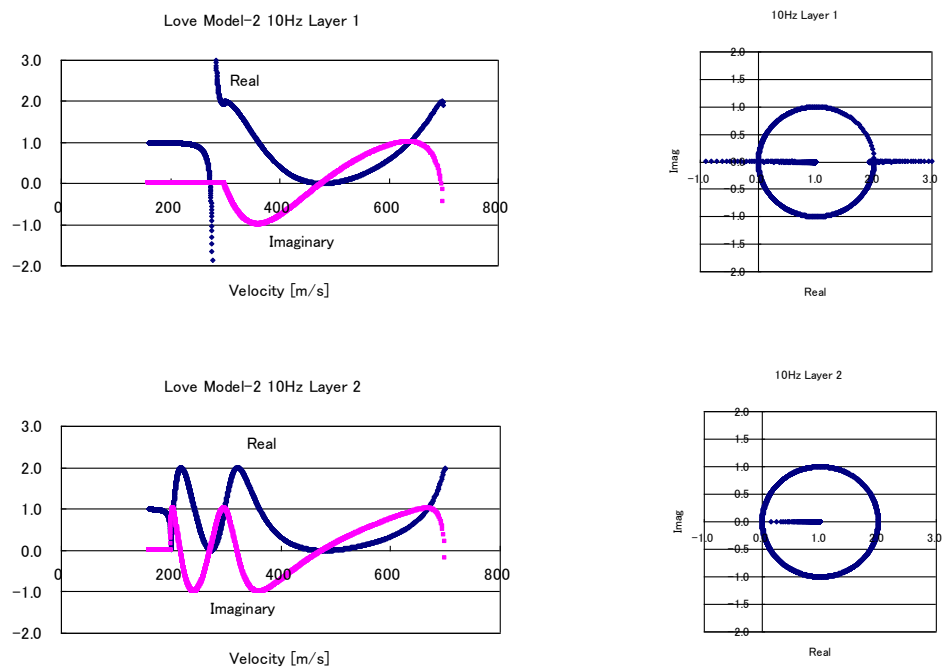


図 2.4.7 10Hz における 2 層地盤モデル (Model-2) の Love 波特性関数

図 2.4.8 に Rayleigh 波分散曲線を示す. 同図では Model-2 の 1 層評価において, 1Hz 付近および 9Hz 付近に位相速度の誤評価が見られる. 図 2.4.9~図 2.4.12 に Love 波と同様な順での Rayleigh 波の特性関数を示す. 各特性関数の位相平面上の軌跡は実軸上の直線と変形した円形軌跡の組み合わせであり, 高振動数の軌跡のほうが整形的である. 0.1Hz の位相速度は Model-1, Model-2 共に 600m/s~700m/s であり, その位相速度はいずれの層で評価した特性関数でも円周上の軌跡で零点が与えられている. ただし, 各層の S 波速度および P 波速度付近では特性関数がゼロ値に近いので, 解探索において注意が必要である.

10Hz において, Model-1 の位相速度は 200m/s 強, 400m/s 弱, 600m/s 強, Model-2 では 250m/s 程度, 500m/s 弱, 650m/s 程度である. いずれも基本モード以外では 300m/s より大きな速度であり, いずれの特性関数も安定的に円周軌跡で零点を与えている. 基本モードでは, Model-1 の 1 層評価は実軸上から円周軌跡に移った直後で零点を与え, 2 層評価では実軸上の急激な変化で零点を与えている. Model-2 では, Model-1 ほど急激ではないが S 波速度の大きな 2 層での評価は実軸上の軌跡であり, 2 層での評価では円周軌跡上で零点が評価される. いずれの評価においても,  $V_s=200\text{m/s}$  と  $V_p=400\text{m/s}$  の層では対応する速度で特性関数がゼロに近いので注意が必要である. 以上より, 2 層半無限体を用いた検討結果からは, 位相速度よりも S 波速度の小さい層で位相曲面内の円的な軌跡に沿って解を探索するほうが有利なことがわかる.

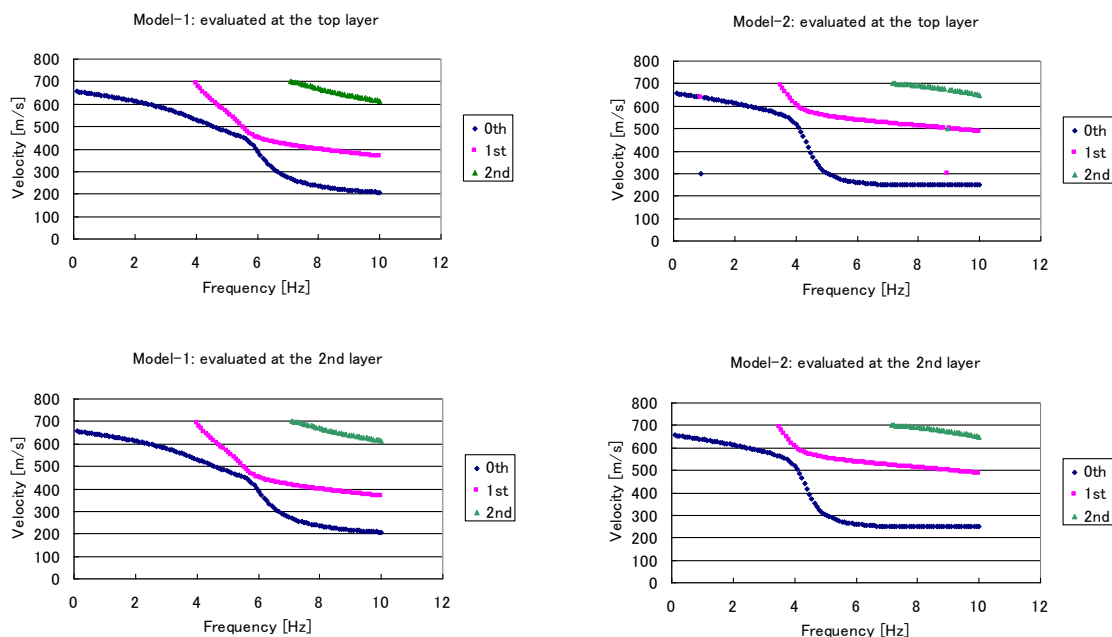


図 2.4.8 2 層地盤モデルの Rayleigh 波位相速度分散曲線

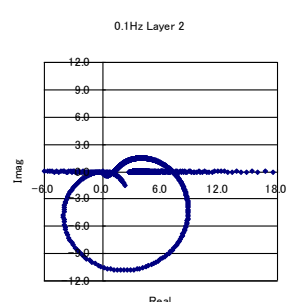
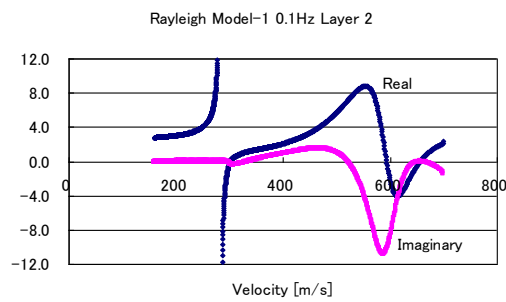
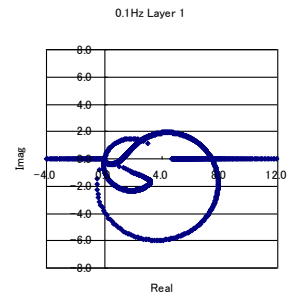
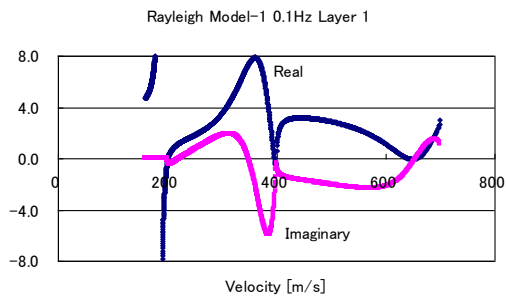


図 2.4.9 0.1Hz における 2 層地盤モデル (Model-1) の Rayleigh 波特性関数

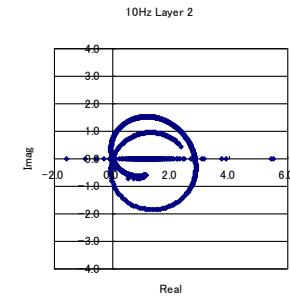
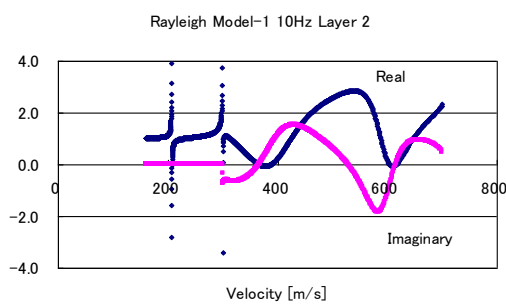
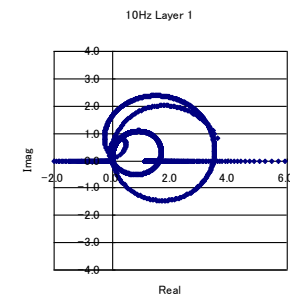
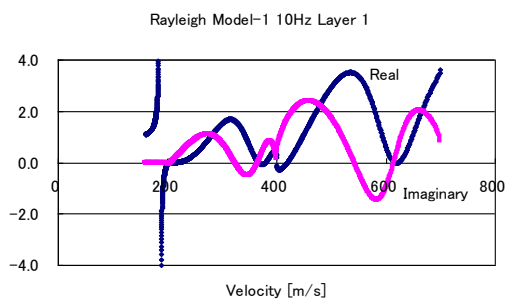


図 2.4.10 10Hz における 2 層地盤モデル (Model-1) の Rayleigh 波特性関数

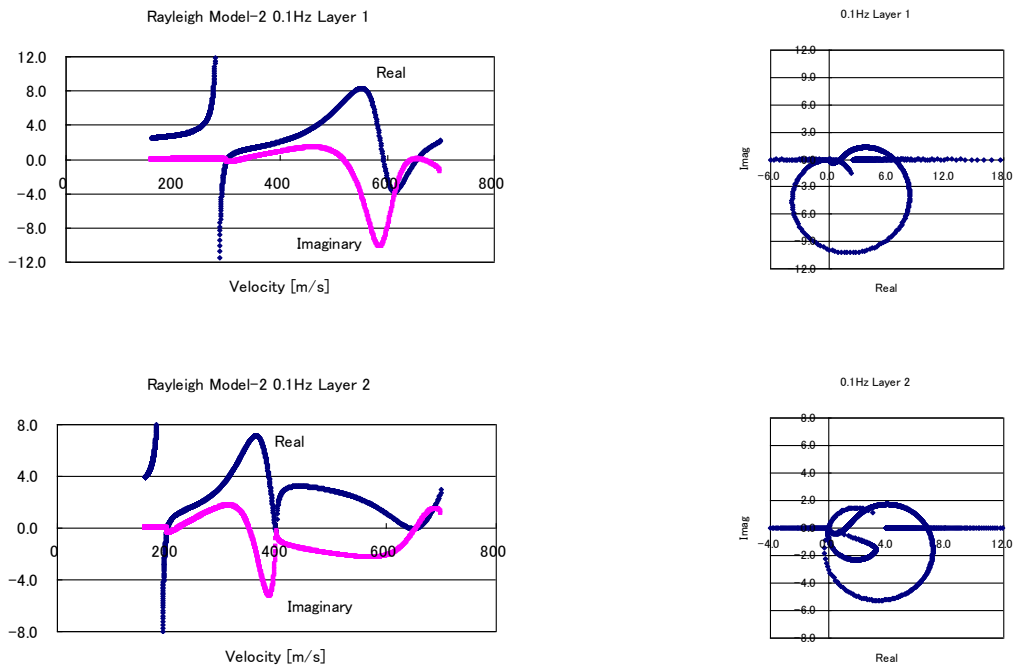


図 2.4.11 0.1Hz における 2 層地盤モデル (Model-2) の Rayleigh 波特性関数

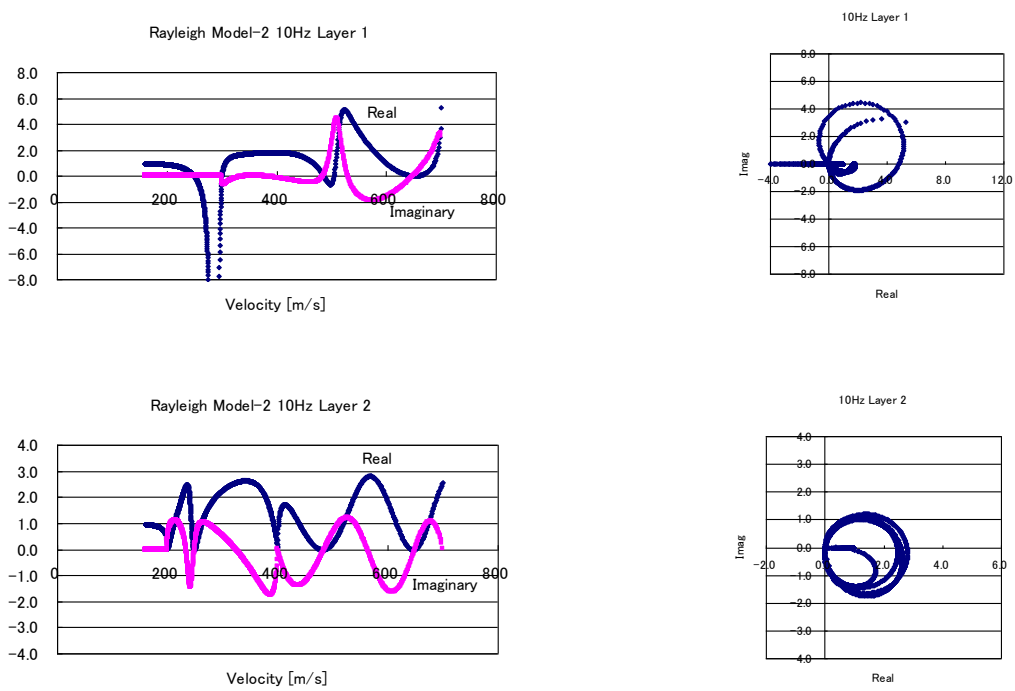


図 2.4.12 10Hz における 2 層地盤モデル (Model-2) の Rayleigh 波特性関数

つぎに、表 2.4.3 に示す逆転層を含む多層地盤について検討を行った。図 2.3.13 に Love 波分散曲線を示す。同一条件で解探索をした結果、5 層で評価すると高次 3 次モードまで十分に求められているのに対し、1 層で評価すると 7Hz~10Hz にかけて 3 次や基本モードを探索できず、2 層で評価すると 11Hz ~12Hz で主として基本モードの探索に困難が生じる。基本モードは 2Hz 以上で 200m/s 程度であり、1 層の  $V_s$  が 233m/s なので、evanescent となるため困難が生じることが推定できる。2 層の  $V_s$  は地盤中で最小の 134m/s であり、基本モードの位相速度では evanescent にはならない。にもかかわらず、高振動数域で探索不能となる理由について検討する必要がある。

図 2.4.14 に 12Hz における 1 層、2 層および 5 層で評価した Love 波特性関数を示す。いずれの特性関数も位相平面実軸上の直線と(1,0)を中心とする半径 1 の円で構成されている。基本モードに対する 1 層評価では実部の変化が急激すぎるため捉えられず、5 層評価では円周軌跡に沿った零点として捉えられている。2 層評価では、実部虚部共に急激な変化を示す様子がかろうじて捉えられる。高次モードに対して 2 層および 5 層評価による特性関数は同様に、滑らかな零点通過を示している。1 層評価については、 $V_s=233\text{m/s}$  以下では実部の急激な変化が見られるが、さらに大きな位相速度に対しては 2 層および 5 層評価と類似した特性関数を表している。

表 2.4.3 多層半無限地盤モデル

番号	層厚[m]	深度[m]	密度[g/cm <sup>3</sup> ]	S 波速度[m/s]	P 波速度[m/s]
1	5.4	5.4	1.8	233	466
2	3.4	8.8	1.8	134	268
3	4.6	13.4	1.8	168	336
4	6.3	19.7	1.8	221	442
5	20.2	39.9	1.8	153	306
6	4.1	44.0	1.8	171	342
7	6.1	50.1	1.8	249	498
8	8.8	58.9	1.8	560	1120
9	4.9	83.8	1.8	327	654
10	15.9	99.7	1.8	557	1114
11	1500	1599.7	1.9	700	700
12	800	2399.7	2.2	1500	2800
13			2.5	3000	5600

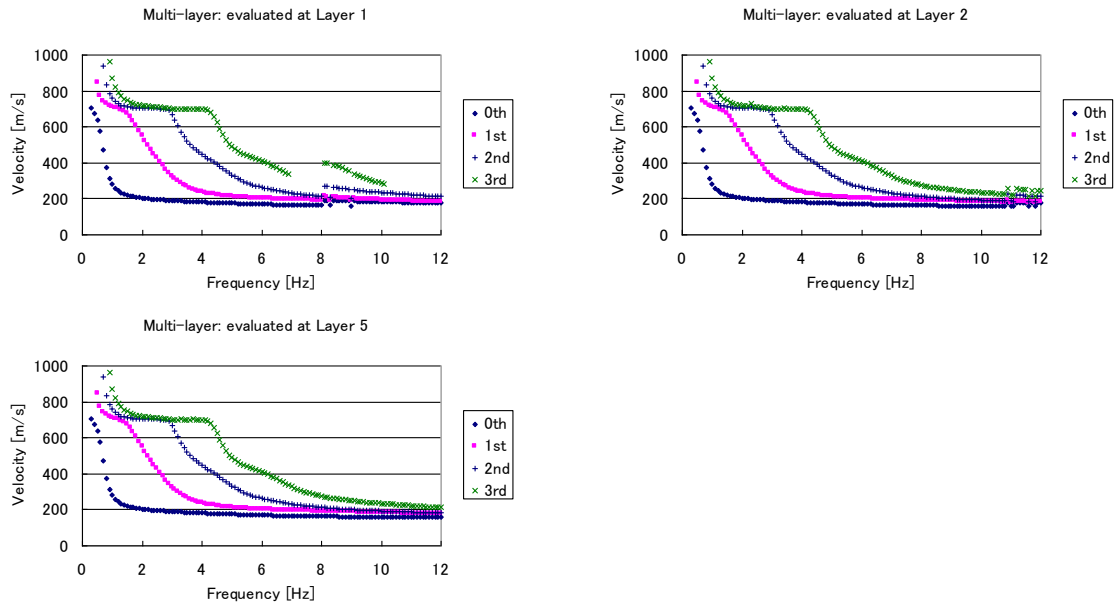


図 2.4.13 多層地盤モデルの Love 波位相速度分散曲線

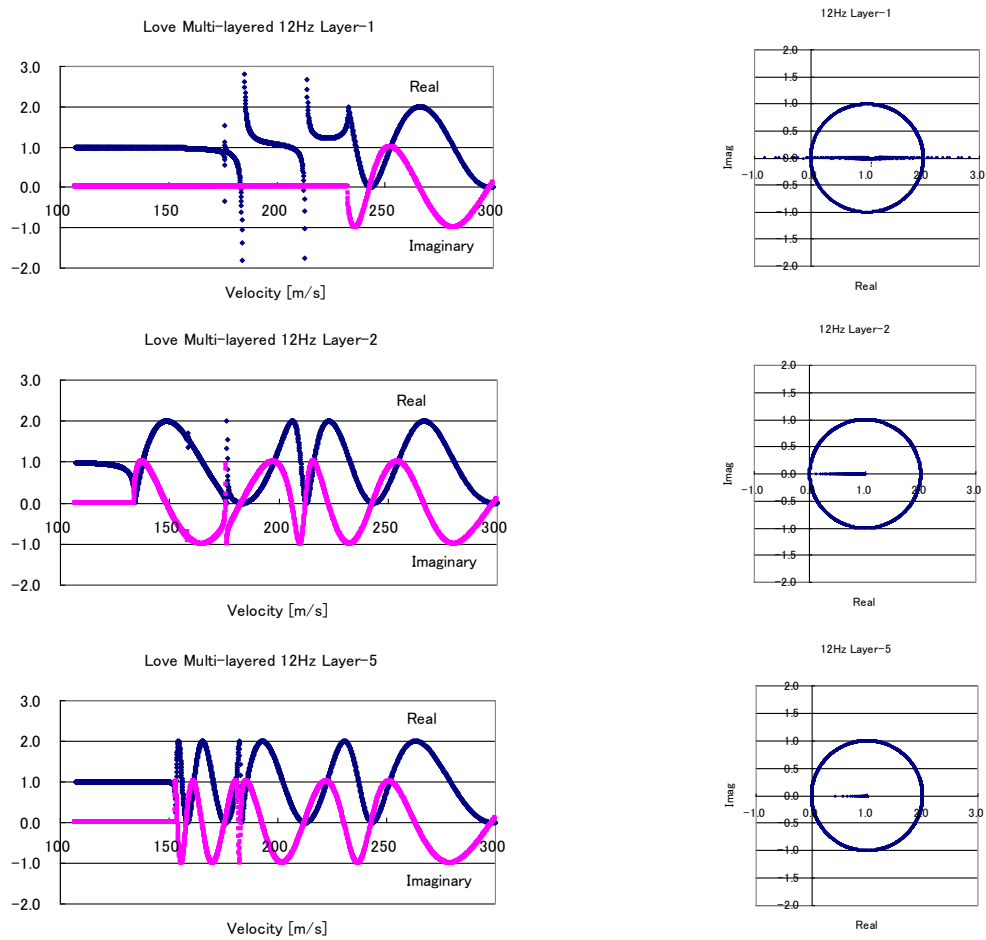


図 2.4.14 12Hz における多層地盤モデルの Love 波特性関数

図 2.4.15 に Rayleigh 波分散曲線を示す. 同図では, 1 層評価の 5Hz 以上において 3 次モードの評価ができず, 2 層評価の 10Hz 以上において, 基本モードの探索ができていない. これらの状況は Love 波位相速度の計算と同様である. 図 2.4.16 に 1Hz における 1 層, 2 層および 5 層で評価した Rayleigh 波の特性関数を示す. 1Hz での位相速度は基本モードの 600m/s より大きな位相速度となり, そこでの特性関数は各層共に類似している. 図 2.3.17 に 12Hz における同様な特性関数を示す. 12Hz における高次 3 次モードまでの位相速度は 200m/s 近辺に集まっている. そのため, 1 層評価では実部のゼロクロスで解が探索され, 2 層及び 5 層では位相平面上の軌跡が零点を通過する. 図を見ると, 5 層評価の 200m/s 近辺では実部および虚部がきわめて規則的に変化し, 位相平面上の円に近い軌跡に対応するのに対し, 2 層評価では振幅の変化が激しい. 第 2 層の S 波速度が最小であるにもかかわらず, 第 2 層での評価が思わしくない理由は不明であるが, 第 5 層の層厚 20.2m に比べて 3.4m とかなり薄いことが関係する可能性がある. これらについては今後の検討課題である.

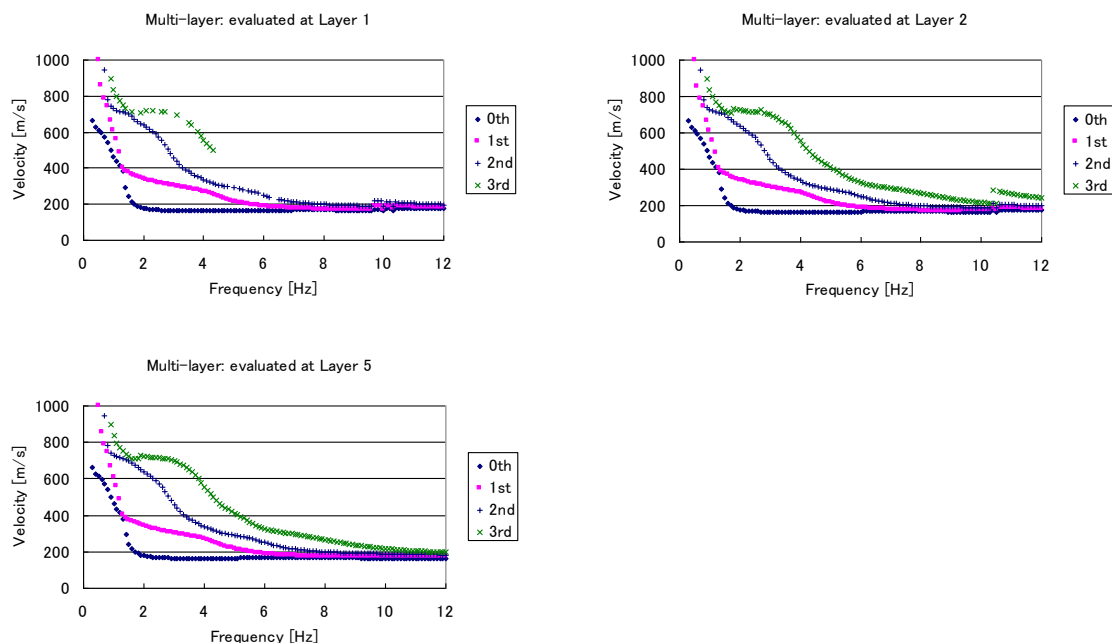


図 2.4.15 多層地盤モデルの Rayleigh 波位相速度分散曲線

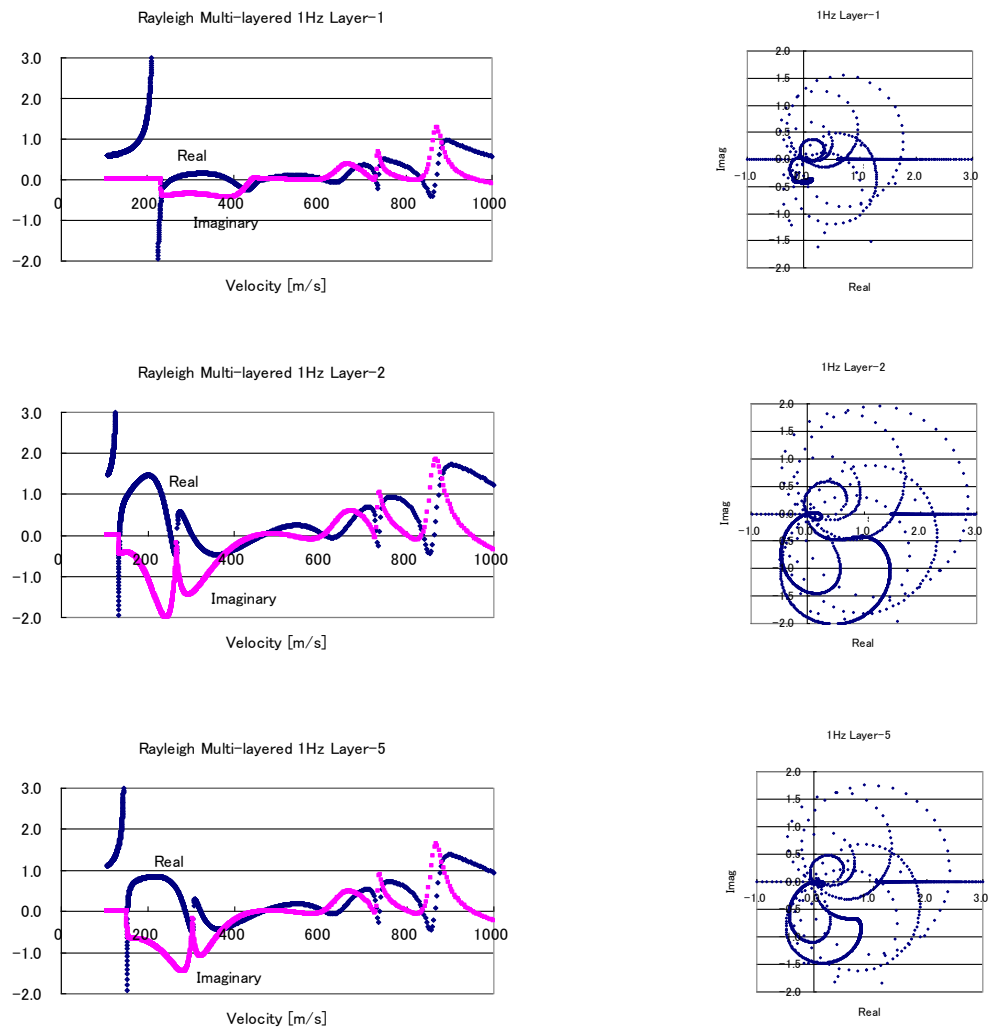


図 2.4.16 1Hz における多層地盤モデルの Rayleigh 波特性関数



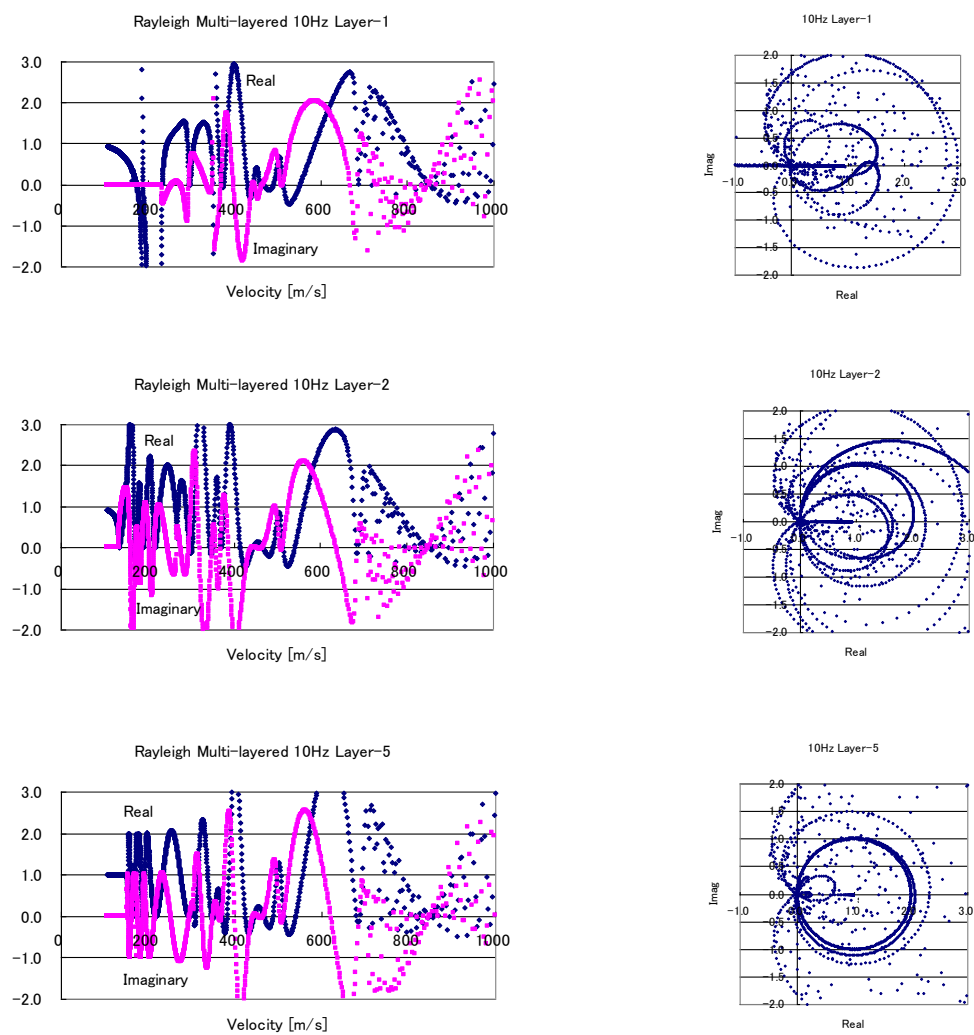


図 2.4.17 10Hz における多層地盤モデルの Rayleigh 波特性関数

## 2.5 群速度および Medium Response の評価方法

Harkrider and Anderson[16]に示されているエネルギー積分により，群速度および Medium Response を求めることができる．Medium Response を用いることにより，複数モードの分散曲線および H/V スペクトルの合成評価が可能となる．

### (1) 表面波モードの求め方

固有値として得られた無次元波数に対して，第 1 層のポテンシャルを仮定し，下層のポテンシャルをソース下方の関係式より求める．Love 波では， $\eta_d^1=1$ とする．Rayleigh 波では， $(I - \hat{R}_0^u \hat{R}_1^d) \eta_d^1 = 0$ より，ポテンシャル係数の第一成分  $\eta_d^1[1]=1$ とし，第二成分  $\eta_d^1[2]$ を求める．各層で求められたポテンシャルより，Rayleigh 波に対して下式により変位及び応力が求められる．

$$\begin{Bmatrix} u_1^j \\ u_2^j \\ \sigma_{21}^j \\ \sigma_{22}^j \end{Bmatrix}_{z_0} = \begin{bmatrix} I_{11}^j & I_{12}^j \\ I_{21}^j & I_{1221}^j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_d^j(z_0) & 0 \\ 0 & E_u^j(z_0) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_d^j \\ \eta_u^j \end{Bmatrix}$$

円筒座標系での物理成分は，下式となる．

$$\begin{aligned} u_m &= u_{1n} \frac{J_{n+1}(kr_0) - J_{n-1}(kr_0)}{2} \\ u_{\theta n} &= u_{1n} \frac{J_{n+1}(kr_0) + J_{n-1}(kr_0)}{2} \\ u_{zn} &= u_{2n} J_n(kr_0) \\ \sigma_{rn} &= \sigma_{21n} \frac{J_{n+1}(kr_0) - J_{n-1}(kr_0)}{2} \\ \sigma_{\theta n} &= \sigma_{21n} \frac{J_{n+1}(kr_0) + J_{n-1}(kr_0)}{2} \\ \sigma_{zn} &= \sigma_{22n} J_n(kr_0) \end{aligned}$$

以上は波数領域表現であるが，空間領域表現は Hankel 変換の関係により以下のように積分して得られる．

$$U_m = \int_0^\infty u_m k dk$$

$$\Sigma_{rn} = \int_0^\infty \sigma_{rn} k dk$$

2次元デカルト座標系との関係は次式で示される．

$$u_x = \int_{-\infty}^\infty u_{1n} e^{ikx_0} dk$$

$$iu_z = \int_{-\infty}^{\infty} u_{2n} e^{ikx_0} dk$$

Aki & Richards[17]には、積分形でモードをチェックする方法が示されているので以下に示す。

Love 波

$$\omega^2 I_1 = (k_\beta k)^2 I_2 + I_3, \quad I_3 = \frac{1}{2} \int_0^\infty \mu \left( \frac{du_3}{dz} \right)^2 dz$$

Rayleigh 波

$$\omega^2 I_1 - (k_\beta k)^2 I_2 - k_\beta k I_3 + I_4 = 0, \quad I_4 = \frac{1}{2} \int_0^\infty \left\{ (\lambda + 2\mu) \left( \frac{du_2}{dz} \right)^2 + \mu \left( \frac{du_1}{dz} \right)^2 \right\} dz$$

## (2) 群速度の求め方

Aki & Richards[17]に基づいて、群速度をエネルギー積分により求める。

Love 波の群速度

$$U = \frac{I_2}{CI_1}, \quad I_1 = \frac{1}{2} \int_0^\infty \rho (u_3)^2 dz, \quad I_2 = \frac{1}{2} \int_0^\infty \mu (u_3)^2 dz$$

$$(u_3^j)^2 = k^2 e^{-2\nu'_j(z_0 - z_0^{j-1})} (\eta_d^j(z_0))^2 + k^2 e^{2\nu'_j(z_0 - z_0^j)} (\eta_u^j(z_0))^2 + 2k^2 e^{-\nu'_j(z_0^j - z_0^{j-1})} \eta_d^j(z_0) \eta_u^j(z_0)$$

$$I_1 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N+1} \rho_j \int_j (u_3^j)^2 k_\beta dz_0, \quad I_2 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N+1} \mu_j \int_j (u_3^j)^2 k_\beta dz_0, \quad k_\beta = \frac{\omega}{V_s}$$

$$\int_j (u_3^j)^2 k_\beta dz_0 = k_\beta k^2 \left\{ \frac{(\eta_d^j)^2}{-2\nu'_j} (e^{-2\nu H_0} - 1) + \frac{(\eta_u^j)^2}{2\nu'_j} (1 - e^{-2\nu H_0}) + 2k^2 e^{-\nu H_0} \eta_d^j \eta_u^j H_0 \right\}$$

$$\int_j (u_3^j)^2 k_\beta dz_0 = k_\beta k^2 \left\{ \frac{(\eta_d^j)^2}{2\nu'_j} + \frac{(\eta_u^j)^2}{2\nu'_j} \right\}$$

$$c = \frac{\omega}{k_\beta k} = \frac{\beta}{k}, \quad H_0 \text{ は無次元層厚}$$

Rayleigh 波の群速度

$$U = \frac{I_2 + \frac{I_3}{2k_\beta k}}{cI_1}, \quad I_1 = \frac{1}{2} \int_0^\infty \rho (u_1^2 + u_2^2) dz, \quad I_2 = \frac{1}{2} \int_0^\infty \left\{ (\lambda + 2\mu) u_1^2 + \mu u_2^2 \right\} dz,$$

$$I_3 = \int_0^\infty \left( \lambda u_1 \frac{du_2}{dz} - \mu u_2 \frac{du_1}{dz} \right) dz$$

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = [I_{11} \quad I_{12}] \begin{Bmatrix} E_d & 0 \\ 0 & E_u \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_d \\ \eta_u \end{Bmatrix} = [I_{11} \quad I_{12}] \begin{Bmatrix} \eta_d & 0 \\ 0 & \eta_u \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} E_d \\ E_u \end{Bmatrix}$$

$$(u_1)^2 = \begin{Bmatrix} E_d \\ E_u \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \eta_d & 0 \\ 0 & \eta_u \end{Bmatrix}^T [I_{11} \quad I_{12}]^T [I_{11} \quad I_{12}] \begin{Bmatrix} \eta_d & 0 \\ 0 & \eta_u \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} E_d \\ E_u \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} E_d \\ E_u \end{Bmatrix}^T [R_1] \begin{Bmatrix} E_d \\ E_u \end{Bmatrix}$$

$$(u_2)^2 = \begin{Bmatrix} E_d \\ E_u \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \eta_d & 0 \\ 0 & \eta_u \end{Bmatrix}^T [I_{11} \quad I_{12}]^T [I_{11} \quad I_{12}] \begin{Bmatrix} \eta_d & 0 \\ 0 & \eta_u \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} E_d \\ E_u \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} E_d \\ E_u \end{Bmatrix}^T [R_2] \begin{Bmatrix} E_d \\ E_u \end{Bmatrix}$$

同様に以下が形式的に書ける.

$$u_1 \frac{du_2}{dz} = \begin{Bmatrix} E_d \\ E_u \end{Bmatrix}^T [R_3] \begin{Bmatrix} E_d' \\ E_u' \end{Bmatrix}, \quad u_2 \frac{du_1}{dz} = \begin{Bmatrix} E_d \\ E_u \end{Bmatrix}^T [R_3]^T \begin{Bmatrix} E_d' \\ E_u' \end{Bmatrix}$$

$z$  に関する積分は Love 波と同様に層毎の積分の総和とする. 層毎の積分においては,  $E_d$ ,  $E_u$  の要素の積を積分し,  $R_i$  等の対応する項との積和を求める. 例えば

$$\int_j E_{d1} E_{d1} dz = k_\beta \int_{z_0^{j-1}}^{z_0^j} e^{-2\nu_j(z_0 - z_0^{j-1})} dz_0 = -\frac{1}{2\nu_1} (e^{-2\nu_1 H_0} - 1) \text{等とする.}$$

また,  $\frac{d}{dz} = \frac{d}{dz_0} \frac{dz_0}{dz} = k_\beta \frac{d}{dz_0}$  を考慮する.

### (3) Medium Response の求め方

Harkrider[18]に従うと, Medium Response A は地表加振力に対する応答への表面波モードの寄与を表す. すなわち, 深さ  $D$  に作用する鉛直力  $\bar{L}$  に対する Rayleigh 波  $j$  次モードの地表変位は,

$$\{\bar{w}_0\}_{R_j} = -i \frac{\bar{L}}{2} \left[ \frac{\dot{w}_s(D)}{\dot{w}_0} \right]_{H_j} A_{R_j} H_0^{(2)}(k_{R_j} r)$$

$$\{\bar{q}_0\}_{R_j} = -i \frac{\bar{L}}{2} \left[ \frac{\dot{u}_0^*}{\dot{w}_0} \right]_{H_j} \left[ \frac{\dot{w}_s(D)}{\dot{w}_0} \right]_{H_j} A_{R_j} H_1^{(2)}(k_{R_j} r)$$

$D=0$  の時は以下で表される.

$$\{\bar{w}_0\}_{R_j} = -i \frac{\bar{L}}{2} A_{R_j} H_0^{(2)}(k_{R_j} r)$$

$$\{\bar{q}_0\}_{R_j} = -i \frac{\bar{L}}{2} \left[ \frac{\dot{u}_0^*}{\dot{w}_0} \right]_{H_j} A_{R_j} H_1^{(2)}(k_{R_j} r)$$

また, 地中加力に対して, 相反定理が成立する.

Harkrider & Anderson[16]に基づいて, Medium Response をエネルギー積分により求めることができる. Aki & Richards[17]にも同文献が参照されている. 計算に用いるモードは, 地表鉛直成分で基準化して用いる.

Love 波

$$A_L = \frac{1}{4I_2}$$

Rayleigh 波

$$A_{R_j} = \frac{1}{\left[ 4I_2 + \frac{2I_3}{k_\beta k} \right]}$$

### 3. 微動アレー分析手法

通常用いられている微動アレー分析手法には、SPAC 法と FK 法がある。SPAC 法では、空間および時間について定常な波動場  $u(\mathbf{x}, t)$  に対して、時間-空間領域で空間自己相関関数  $\varphi(\xi, t) = \overline{u(\mathbf{x}, t)u(\mathbf{x} + \xi, t)}$  を、振動数領域でパワースペクトル密度

$$\Phi(\omega_n) = \frac{1}{4} \frac{\{U_c(\omega_n)\}^2 + \{U_s(\omega_n)\}^2}{\Delta\omega_n / (2\pi)}$$

を定義する。空間自己相関関数が時間に依存しない条件を満たすとき、空間自己相関関数とパワースペクトル密度は空間座標と波数に関するフーリエ変換対となる。2次元の場合は方位平均空間自己相関関数とパワースペクトル密度はハンケル変換対となる。

バンドパスフィルターを用いて振動数  $\omega_0$  の成分を抽出すると、空間自己相関関数は  $\omega_0$  でのパワースペクトル密度に  $\cos \frac{\omega_0}{c} \xi$  あるいは  $J_0\left(\frac{\omega_0}{c} \xi\right)$  を乗じた値に比例する。空間自己相関関数を  $\xi = 0$  での値で規準化し、空間自己相関係数を求めると、それは  $\cos \frac{\omega_0}{c} \xi$  あるいは

$$J_0\left(\frac{\omega_0}{c} \xi\right)$$

に等しい。したがって、距離  $\xi$  を固定して測定した微動について、振動数  $\omega_0$  を変えながら空間自己相関係数を計算し、 $\cos \frac{\omega_0}{c} \xi$  あるいは  $J_0\left(\frac{\omega_0}{c} \xi\right)$  と等置して  $c(\omega_0)$  を求めると分散曲線が得られる。

FK パワースペクトルの最尤推定では、ある振動数  $\omega$  における各観測点でのフーリエスペクトルが、2次元調和波分布（水平面内の波数  $(k_x, k_y)$ ）を期待値とするガウス分布と仮定する。その確率密度が最大となる時の、2次元調和波分布の振幅の分散が、FK パワースペクトルの  $(\omega, k_x, k_y)$  成分であると考えられる。

#### 3.1 SPAC（空間自己相関関数）法の理論

Aki[2]に基づいて SPAC 法の理論をまとめる。

##### (1) ひとつの速度を持つ 1次元定常波

1次元波動方程式

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

の解は(3.1.1)式で与えられる。

$$u(x, t) = \sum A_n \exp(i\rho_n x) \cos(c\rho_n t) + \sum \frac{B_n}{c\rho_n} \exp(i\rho_n x) \sin(c\rho_n t),$$

$$\rho_n = 2\pi \frac{n}{X} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \tag{3.1.1}$$

(3.1.1)式は(3.1.2)式の境界条件に対応する.

$$\begin{aligned} u(x,0) &= \sum A_n \exp(i\rho_n x) \\ \dot{u}(x,0) &= \sum B_n \exp(i\rho_n x) \end{aligned} \quad (3.1.2)$$

これらの初期変位  $u(x,0)$  および初期速度  $\dot{u}(x,0)$  は実数であり,  $A_n$  および  $B_n$  は複素数であるので,  $A_n$  と  $A_{-n}$ ,  $B_n$  と  $B_{-n}$  は複素共役となる.

(3.1.1)式が時間と空間で定常的となる条件を考えよう.  $u(x,0)$  および  $\dot{u}(x,0)$  はパラメータ  $x$  を持つ確率変数である.  $x=0 \sim X$  のパラメータについて定常な確率過程は, 一般に非確率関数  $G^{(A)}(\rho_n)$  とホワイトノイズ  $E_n$  の積により(3.1.3)式で表されることがわかっている. また, ホワイトノイズは実数であり, 次数について相関がなく,  $\sum n\Delta x \overline{|E_n|^2} = 1$  が成立するため,  $E_n$  は(3.1.4)式の特性的を持つ. 上付きバーはサンプルに関する平均を示す.

$$\begin{aligned} A_n &= E_n^{(A)} \cdot G^{(A)}(\rho_n) \\ \overline{E_n \cdot E_m} &= 0, \quad n+m \neq 0 \end{aligned} \quad (3.1.3)$$

$$\overline{E_n \cdot E_{-n}} = \overline{|E_n|^2} = \frac{\Delta\rho_n}{2\pi} = \frac{1}{X} \quad (3.1.4)$$

すると,

$$\begin{aligned} \overline{A_n \cdot A_m} &= 0, \quad n+m \neq 0 \\ \overline{|A_n|^2} &= \overline{|E_n^{(A)}|^2} \overline{|G^{(A)}|^2} = \overline{|G^{(A)}|^2} \cdot \frac{\Delta\rho_n}{2\pi} = \overline{|G^{(A)}|^2} \cdot \frac{1}{X} \\ \overline{B_n \cdot B_m} &= 0, \quad n+m \neq 0 \\ \overline{|B_n|^2} &= \overline{|E_n^{(A)}|^2} \overline{|G^{(B)}|^2} = \overline{|G^{(B)}|^2} \cdot \frac{\Delta\rho_n}{2\pi} = \overline{|G^{(B)}|^2} \cdot \frac{1}{X} \end{aligned} \quad (3.1.5)$$

変位と速度の初期分布が独立ならば

$$\overline{A_n \cdot B_m} = 0 \quad (3.1.6)$$

$\overline{|G^{(A)}(\rho_n)|^2}$  はフーリエ係数  $\overline{|A_n|^2}$  に  $X$  を乗じたものなので空間スペクトル密度とみなすこ

とができる.

以上を利用して時刻  $t$  での変位の空間自己相関関数  $\varphi(\xi, t) = \overline{u(x, t) \cdot u(x + \xi, t)}$  を求め, 空間自己相関関数が時刻の関数とならない条件を考える.

$$\begin{aligned}
\varphi(\xi, t) &= \overline{u(x, t) \cdot u(x + \xi, t)} \\
&= \overline{\left( \sum A_n \exp[-i\rho_n x] \cos[c\rho_n t] + \sum \frac{B_n}{c\rho_n} \exp[-i\rho_n x] \sin[c\rho_n t] \right) \cdot} \\
&\quad \overline{\left( \sum A_n \exp[i\rho_n (x + \xi)] \cos[c\rho_n t] + \sum \frac{B_n}{c\rho_n} \exp[i\rho_n (x + \xi)] \sin[c\rho_n t] \right)} \\
&= \sum |A_n|^2 \exp[i\rho_n \xi] \cos^2[c\rho_n t] + \sum \frac{|B_n|^2}{c^2 \rho_n^2} \exp[i\rho_n \xi] \sin^2[c\rho_n t] \\
&= \sum \frac{\Delta\rho}{2\pi} \left\{ |G^A(\rho_n)|^2 \cos^2[c\rho_n t] + \frac{|G^B(\rho_n)|^2}{c^2 \rho_n^2} \sin^2[c\rho_n t] \right\} \exp[i\rho_n \xi] \\
&= \frac{1}{2\pi} \int \left\{ |G^A(\rho)|^2 \cos^2[c\rho t] + \frac{|G^B(\rho)|^2}{c^2 \rho^2} \sin^2[c\rho t] \right\} \exp[i\rho \xi] d\rho
\end{aligned} \tag{3.1.7}$$

定常過程の空間自己相関関数は時刻  $t$  の関数にはならないので、

$$\left. \begin{aligned}
|G^A(\rho)|^2 &= \frac{|G^B(\rho)|^2}{c^2 \rho^2} = \frac{|G^B(\rho)|^2}{\omega^2} \\
\omega_n^2 |A_n|^2 &= |B_n|^2
\end{aligned} \right\} \tag{3.1.8}$$

とすると、空間自己相関関数は(3.1.9)式で与えられる。

$$\varphi(\xi, t) = \varphi(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int |G^A(\rho)|^2 \exp[i\rho \xi] d\rho \tag{3.1.9}$$

(3.1.8)式は定常確率過程波の条件であり、確率波のエネルギー等分割の法則ともみなしうる。次に空間と時間のスペクトルの関係について検討する。時間のスペクトル密度を(3.1.10)式で定義する。

$$\begin{aligned}
\Phi(\omega_n) &= \frac{1}{4} \cdot \frac{\overline{\{U_c(\omega_n)\}^2} + \overline{\{U_s(\omega_n)\}^2}}{\Delta\omega_n / (2\pi)} \\
\Delta\omega_n &= c\Delta\rho_n = \frac{2\pi c}{X}
\end{aligned} \tag{3.1.10}$$

$U_c$  は点  $x$  での  $t$  に関するフーリエ  $\cos$  係数であり、 $U_s$  は  $\sin$  係数である。  
(3.1.1)式より



$$\begin{aligned}
u(x,t) &= \sum_{-m}^m A_n \exp(i\rho_n x) \cos(c\rho_n t) + \sum_{-m}^m \frac{B_n}{c\rho_n} \exp(i\rho_n x) \sin(c\rho_n t) \\
&= A_0 + \sum_1^m \{A_n \exp(i\rho_n x) + A_{-n} \exp(i\rho_{-n} x)\} \cos(c\rho_n t) \\
&\quad + \sum_1^m \left\{ \frac{B_n}{c\rho_n} \exp(i\rho_n x) - \frac{B_{-n}}{c\rho_{-n}} \exp(i\rho_{-n} x) \right\} \sin(c\rho_n t) \\
&= A_0 + \sum_1^m \{A_n \exp(i\rho_n x) + A_{-n} \exp(-i\rho_n x)\} \cos(c\rho_n t) \\
&\quad + \sum_1^m \left\{ \frac{B_n}{c\rho_n} \exp(i\rho_n x) - \frac{B_{-n}}{c\rho_n} \exp(-i\rho_n x) \right\} \sin(c\rho_n t) \\
U_c(\omega_n) &= A_n \exp\left(i \frac{\omega_n}{c} x\right) + A_{-n} \exp\left(-i \frac{\omega_n}{c} x\right) \\
U_s(\omega_n) &= \frac{B_n}{\omega_n} \exp\left(i \frac{\omega_n}{c} x\right) + \frac{B_{-n}}{\omega_n} \exp\left(-i \frac{\omega_n}{c} x\right)
\end{aligned} \tag{3.1.11}$$

$$\omega_n = c\rho_n$$

(3.1.10)式に代入して,

$$\begin{aligned}
\Phi(\omega_n) &= \frac{1}{4\Delta\omega_n/(2\pi)} \cdot \frac{\left[ \left\{ A_n \exp\left(i \frac{\omega_n}{c} x\right) + A_{-n} \exp\left(-i \frac{\omega_n}{c} x\right) \right\}^2 \right.}{\left. + \left\{ \frac{B_n}{\omega_n} \exp\left(i \frac{\omega_n}{c} x\right) + \frac{B_{-n}}{\omega_n} \exp\left(-i \frac{\omega_n}{c} x\right) \right\}^2 \right]} \\
\overline{A_n A_n} &= 0, \quad (n+m \neq 0) \text{ より } \overline{A_n A_n} = \overline{A_{-n} A_{-n}} = \overline{B_n B_n} = \overline{B_{-n} B_{-n}} = 0 \\
\Phi(\omega_n) &= \frac{\overline{2A_n A_{-n}} + \overline{2B_n B_{-n}} / \omega_n^2}{4\Delta\omega_n/(2\pi)} = \frac{2|G^A|^2 + 2|G^B|^2 / \omega_n^2}{4\Delta\omega_n/(2\pi)} \frac{\Delta\rho_n}{2\pi} \\
&= \frac{4|G^A|^2}{4\Delta\omega_n/(2\pi)} \frac{\Delta\rho_n}{2\pi} = \frac{|G|^2}{\Delta\omega_n / \Delta\rho_n} = \frac{|G(\omega/c)|^2}{c}
\end{aligned} \tag{3.1.12}$$

空間自己相関関数  $\varphi(\xi)$  と時間スペクトル密度  $\Phi(\omega)$  間には(3.1.13)式の関係がある.

$$\begin{aligned}
\varphi(\xi) &= \frac{1}{2\pi} \int |G^A(\rho)|^2 \exp[i\rho\xi] d\rho = \frac{1}{2\pi} \int c\Phi(\omega) \exp[i\rho\xi] d\rho \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) \exp\left[i \frac{\omega}{c} \xi\right] d\omega \\
\varphi(\xi) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \Phi(\omega) \cos\left[\frac{\omega}{c} \xi\right] d\omega
\end{aligned} \tag{3.1.13}$$

## (2) 分散性波動

$c \rightarrow c(\omega)$  に置き換えるだけで(3.1.13)式が分散性波動に対しても適用できることを示す.

$\Delta\rho_n$  をすべての  $n$  について一定とすると,  $\Delta\omega_n = c(\omega)\Delta\rho_n$  は  $n$  によって変化する.

$$\Delta\omega_n = \left( \frac{d\omega}{d\rho} \right)_n \Delta\rho_n$$

すると(3.1.12)式は

$$\Phi(\omega) = \frac{|G(\rho)|^2 \Delta\rho_n / (2\pi)}{\Delta\omega_n / (2\pi)} = \frac{|G(\omega/c)|^2}{d\omega/d\rho} \quad (3.1.14)$$

(3.1.9)式に代入すると

$$\begin{aligned} \varphi(\xi) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G(\omega/c)|^2 \exp\left[i \frac{\omega}{c} \xi\right] d\rho \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G(\omega/c)|^2 \exp\left[i \frac{\omega}{c} \xi\right] \frac{d\rho}{d\omega} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G(\omega/c)|^2 \exp\left[i \frac{\omega}{c} \xi\right] \frac{1}{c} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) \exp\left[i \frac{\omega}{c} \xi\right] d\omega \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \Phi(\omega) \cos\left[\frac{\omega}{c} \xi\right] d\omega \end{aligned} \quad (3.1.15)$$

### (3) フィルター波の空間自己相関関数 (1)

十分に鋭いバンドパスフィルターがあれば, フィルター後のスペクトル密度を(3.1.16)式で仮定できる.

$$\Phi(\omega) = P(\omega_0) \delta(\omega - \omega_0) \quad \omega > 0 \quad (3.1.16)$$

すると(3.1.15)式は(3.1.17)式のように書かれる.

$$\begin{aligned} \varphi(\xi) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \Phi(\omega) \cos\left[\frac{\omega}{c} \xi\right] d\omega \\ &= \frac{1}{\pi} P(\omega_0) \cos\left(\frac{\omega_0}{c(\omega_0)} \xi\right) \end{aligned} \quad (3.1.17)$$

相関係数を定義する.

$$\rho(\xi, \omega_0) = \frac{\varphi(\xi, \omega_0)}{\varphi(0, \omega_0)} = \cos\left[\frac{\omega_0}{c(\omega_0)} \xi\right]$$

すると, 距離  $\xi$  を固定していろいろな  $\omega_0$  について相関係数を求めれば, 速度  $c$  が求まり, 分散曲線の評価できる. ただし,  $\omega$  に対してひとつの速度が対応しなければならない.

### (4) 一つの速度を持つ 2次元の波

まず, 分散性が無く, 粒子の運動方向が一定の場合を考える.

$$\begin{aligned}
u(x, y, t) &= \sum \sum A_{nm} \exp(i\rho_n x \cos \theta_m + i\rho_n y \sin \theta_m) \cos(c\rho_n t) \\
&+ \sum \sum \frac{B_n}{c\rho_n} \exp(i\rho_n x \cos \theta_m + i\rho_n y \sin \theta_m) \sin(c\rho_n t)
\end{aligned} \tag{3.3.18}$$

$\omega_n = c\rho_n$  の振動数成分の伝播方向の波数は  $\rho_n$  であり,  $x$  方向の見かけ速度が  $c/\cos \theta_m$ ,  $y$  方向が  $c/\sin \theta_m$  の波動である.

その初期条件は

$$\begin{aligned}
u(x, y, 0) &= \sum \sum A_{nm} \exp(i\rho_n x \cos \theta_m + i\rho_n y \sin \theta_m) \\
\dot{u}(x, y, 0) &= \sum \sum B_{nm} \exp(i\rho_n x \cos \theta_m + i\rho_n y \sin \theta_m)
\end{aligned} \tag{3.1.19}$$

これらはいずれも実数であり,  $A_{nm}$  と  $B_{nm}$  は  $A_{n,m+\pi}$  と  $B_{n,m+\pi}$  と複素共役である.

(3.1.5)式と同様に

$$\begin{aligned}
|A_{nm}|^2 &= \overline{|G^A(\rho_n, \theta_m)|^2} \cdot \frac{\rho_n \Delta \theta_m \Delta \rho_n}{(2\pi)^2} \\
|B_{nm}|^2 &= \overline{|G^B(\rho_n, \theta_m)|^2} \cdot \frac{\rho_n \Delta \theta_m \Delta \rho_n}{(2\pi)^2}
\end{aligned}$$

右辺の項は  $|E_{nm}|^2$  の規格化により生じる.

$$\frac{\Delta \rho_n}{2\pi} = \frac{1}{R}, \quad \frac{\rho_n \Delta \theta_m}{2\pi} = \frac{1}{\pi R}$$

スペクトル密度  $|G^A(\rho_n, \theta_m)|^2$  は 2 つの 2 次元波数  $\lambda = \rho \cos \theta$  と  $\mu = \rho \sin \theta$  からなる位相空間

の単位面積に関連した初期状態 ( $t=0$ ) から運ばれるパワーを表す. (3.1.5)式に相当して,

$$\overline{A_{nm} \cdot A_{n'm'}} = 0, \quad n \neq n', m \neq m' \pm \pi \tag{3.1.20}$$

$$\overline{B_{nm} \cdot B_{n'm'}} = 0, \quad n \neq n', m \neq m' \pm \pi \tag{3.1.21}$$

$$\overline{A_{nm} \cdot B_{n'm'}} = 0$$

2 次元波の空間自己相関関数は

$$\begin{aligned}
\varphi(\xi, \eta, t) &= \overline{u(x, y, t) \cdot u(x + \xi, y + \eta, t)} \\
&= \overline{\left( \sum \sum A_{nm} \exp[i\rho_n x \cos \theta_m + i\rho_n y \sin \theta_m] \cos[c\rho_n t] \right.} \\
&\quad \left. + \sum \sum \frac{B_{nm}}{c\rho_n} \exp[i\rho_n x \cos \theta_m + i\rho_n y \sin \theta_m] \sin[c\rho_n t] \right)} \\
&= \overline{\left( \sum \sum A_{nm} \exp[i\rho_n (x + \xi) \cos \theta_m + i\rho_n (y + \eta) \sin \theta_m] \cos[c\rho_n t] \right.} \\
&\quad \left. + \sum \sum \frac{B_{nm}}{c\rho_n} \exp[i\rho_n (x + \xi) \cos \theta_m + i\rho_n (y + \eta) \sin \theta_m] \sin[c\rho_n t] \right)} \\
&= \sum \sum |A_{nm}|^2 \exp[i\rho_n \xi \cos \theta_m + i\rho_n \eta \sin \theta_m] \cos^2[c\rho_n t] \\
&\quad + \sum \sum \frac{|B_{nm}|^2}{c^2 \rho_n^2} \exp[i\rho_n \xi \cos \theta_m + i\rho_n \eta \sin \theta_m] \sin^2[c\rho_n t] \\
&= \sum \sum \frac{\rho_n \Delta \rho_n \Delta \theta_m}{(2\pi)^2} \left\{ |G^A(\rho_n, \theta_m)|^2 \cos^2[c\rho_n t] + \frac{|G^B(\rho_n, \theta_m)|^2}{c^2 \rho_n^2} \sin^2[c\rho_n t] \right\} \\
&\quad \exp[i\rho_n \xi \cos \theta_m + i\rho_n \eta \sin \theta_m]
\end{aligned}$$

時間依存性をなくすためには,

$$\left. \begin{aligned}
|G^A(\rho_n, \theta_m)|^2 &= \frac{|G^B(\rho_n, \theta_m)|^2}{c^2 \rho_n^2} \\
\omega_n^2 |A_{nm}|^2 &= |B_{nm}|^2
\end{aligned} \right\} \quad (3.1.22)$$

すると

$$\begin{aligned}
\varphi(\xi, \eta, t) &= \varphi(\xi, \eta) \\
&= \sum \sum \frac{\rho_n \Delta \rho_n \Delta \theta_m}{(2\pi)^2} |G^A(\rho_n, \theta_m)|^2 \exp[i\rho_n \xi \cos \theta_m + i\rho_n \eta \sin \theta_m] \\
&= \frac{1}{(2\pi)^2} \int |G(\rho, \theta)|^2 \exp[i\rho \xi \cos \theta + i\rho \eta \sin \theta] \rho d\rho d\theta
\end{aligned} \quad (3.1.23)$$

(3.1.23)式を2次元フーリエ変換と見れば

$$|G(\rho, \theta)|^2 = \iint \varphi(\xi, \eta) \exp[-i\rho \xi \cos \theta - i\rho \eta \sin \theta] d\xi d\eta \quad (3.1.24)$$

一方, 時間に関するスペクトル密度は(3.1.25)式のように書ける.

$$\Phi(\omega_n) = \frac{1}{4} \cdot \frac{\{U_c(\omega_n)\}^2 + \{U_s(\omega_n)\}^2}{\Delta \omega_n / (2\pi)} \quad (3.1.25)$$

$U_c$  は点  $x, y$  を固定したときのフーリエ  $\cos$  係数であり,  $U_s$  は  $\sin$  係数である. (3.1.18) 式より

$$U_c(\omega_n) = \sum_m A_{nm} \exp\left(i \frac{\omega_n}{c} x \cos \theta_m + i \frac{\omega_n}{c} y \cos \theta_m\right) \quad (3.1.26)$$

$$U_s(\omega_n) = \sum_m \frac{B_{nm}}{\omega_n} \exp\left(i \frac{\omega_n}{c} x \cos \theta_m + i \frac{\omega_n}{c} y \cos \theta_m\right)$$

$$\omega_n = c\rho_n$$

$$\begin{aligned} \overline{|U_c(\omega_n)|^2} &= \sum_m \overline{|A_{nm}|^2} \exp\left(i \frac{\omega_n}{c} x \cos \theta_m + i \frac{\omega_n}{c} y \cos \theta_m\right) \\ &\cdot \exp\left(-i \frac{\omega_n}{c} x \cos \theta_m - i \frac{\omega_n}{c} y \cos \theta_m\right) \\ &= \sum_m \overline{|A_{nm}|^2} \end{aligned}$$

等より

$$\begin{aligned} \Phi(\omega_n) &= \frac{\sum_m \left\{ \overline{|A_{nm}|^2} + \frac{|B_{nm}|^2}{\omega_n^2} \right\}}{4\Delta\omega_n/(2\pi)} = \frac{2\sum_m \overline{|A_{nm}|^2}}{4\Delta\omega_n/(2\pi)} \\ &= 2\sum_m |G(\rho_n, \theta_m)|^2 \frac{\rho_n \Delta\rho_n \Delta\theta_m}{(2\pi)^2} \frac{1}{4\Delta\omega_n/(2\pi)} \\ &= \frac{1}{4\pi} \sum_m |G(\rho_n, \theta_m)|^2 \rho_n \Delta\theta_m \frac{1}{c} \\ &= \frac{1}{4\pi c} \int_0^{2\pi} |G(\rho_n, \theta_m)|^2 \frac{\omega_n}{c} d\theta \\ &= \frac{1}{4\pi c} \int_0^{2\pi} \frac{\omega_n}{c} d\theta \int \int \varphi(\xi, \eta) \exp[-i\rho_n \xi \cos \theta_m - i\rho_n \eta \sin \theta_m] d\xi d\eta \end{aligned} \quad (3.1.27)$$

$\xi, \eta$  を  $\mathbf{r}, \phi$  に置換する.

$$\xi = r \cos \psi, \quad \eta = r \sin \psi$$

$$\int_0^{2\pi} d\theta \exp\{-i\rho r \cos(\theta - \psi)\} = 2\pi J_0(\rho r) \text{ を用いると}$$

$$\begin{aligned}
\Phi(\omega_n) &= \frac{1}{4\pi c} \int_0^{2\pi} \frac{\omega_n}{c} d\theta \int \int \varphi(r, \psi) \exp[-i\rho_n r \cos(\theta - \psi)] r dr d\psi \\
&= \frac{1}{4\pi c} \int \int \frac{\omega_n}{c} \varphi(r, \psi) r dr d\psi \int_0^{2\pi} \exp[-i\rho_n r \cos(\theta - \psi)] d\theta \\
&= \frac{1}{4\pi c} \int \int \frac{\omega_n}{c} \varphi(r, \psi) r dr d\psi \cdot 2\pi J_0(\rho r) \\
&= \frac{1}{2c} \int \int \varphi(r, \psi) J_0(\rho r) \frac{\omega}{c} r dr d\psi \\
&= \frac{2\pi}{2c} \int J_0(\rho r) \frac{\omega}{c} r dr \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(r, \psi) d\psi \\
&= \frac{\pi\omega}{c^2} \int J_0(\rho r) \overline{\varphi(r)} r dr
\end{aligned} \tag{3.1.28}$$

$$\overline{\varphi(r)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(r, \psi) d\psi \tag{3.1.29}$$

(3.1.28)式で空間自己相関関数の方位平均を導入し、Hankel変換ととらえると

$$\varphi(r) = \int \Phi(\omega_n) \frac{c^2}{\pi\omega} J_0\left(\frac{\omega}{c}r\right) \frac{\omega}{c} d\left(\frac{\omega}{c}\right) = \frac{1}{\pi} \int \Phi(\omega_n) J_0\left(\frac{\omega}{c}r\right) d\omega \tag{3.1.30}$$

(3.1.30)式は1次元波の(3.1.17)式に対応する。

## (5) 2次元分散波

(3.1.30)式のcをc(ω)として分散波にも対応する。

(3.1.27)式において

$$\begin{aligned}
\Phi(\omega_n) &= \frac{1}{4\pi c_n} \int_0^{2\pi} \left| G\left(\frac{\omega_n}{c_n}, \theta_m\right) \right|^2 \frac{\omega_n}{c_n} d\theta \\
\Delta\omega_n &= \left( \frac{d\omega}{d\rho} \right)_n \Delta\rho_n
\end{aligned}$$

なので

$$c_n = \left( \frac{d\omega}{d\rho} \right)_n = \frac{\Delta\omega_n}{\Delta\rho_n} = \frac{d\omega}{d\rho}$$

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{4\pi_n} \frac{d\rho}{d\omega} \int_0^{2\pi} \left| G\left(\frac{\omega}{c_n}, \theta\right) \right|^2 \frac{\omega}{c} d\theta$$

(3.1.24)式と(3.1.30)式より

$$\Phi(\omega) = \frac{\pi\omega}{c(\omega)_n} \frac{d\rho}{d\omega} \int_0^\infty \overline{\varphi(r)} J_0\left(\frac{\omega}{c(\omega)}r\right) r dr$$

Hankel変換により

$$\begin{aligned}\overline{\varphi(r)} &= \frac{c(\omega)}{\pi\omega_n} \frac{d\omega}{d\rho} \int_0^\infty \Phi(\omega) J_0\left(\frac{\omega}{c(\omega)} r\right) \frac{\omega}{c(\omega)} \frac{d\rho}{d\omega} d\omega \\ &= \frac{1}{\pi_n} \int_0^\infty \Phi(\omega) J_0\left(\frac{\omega}{c(\omega)} r\right) d\omega\end{aligned}\quad (3.1.31)$$

### (6) フィルター波の空間自己相関関数

振動数  $\omega$  に対してひとつの速度を持つ場合、フィルター波の方位平均自己相関関数は

$$\overline{\varphi(r)} \equiv \overline{\varphi(r, \omega_0)} = P(\omega_0) J_0\left(\frac{\omega}{c(\omega_0)} r\right) \quad (3.1.32)$$

対応する自己相関係数は

$$\overline{\rho(r, \omega_0)} = J_0\left(\frac{\omega}{c(\omega_0)} r\right) \quad (3.1.33)$$

$r$  一定で複数の  $\omega_0$  に対して自己相関係数を求めれば、 $c(\omega_0)$  を求めて分散曲線が得られる。

### (7) まとめ

(1) ひとつの速度  $c$  を持つ一次元フィルター波の空間自己相関係数は

$$\rho(\xi, \omega_0) = \cos\left[\frac{\omega_0}{c(\omega_0)} \xi\right]$$

で与えられ、分散波では  $c = c(\omega_0)$  とすればよい。

(3) ひとつの速度を持ち偏向していない 2 次元波に対して、方位平均空間自己相関関数と時間におけるスペクトル密度の間には以下の関係がある。

$$\Phi(\omega_n) = \frac{\pi\omega}{c^2} \int J_0(\rho r) \overline{\varphi(r)} r dr$$

$$\overline{\varphi(r)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(r, \psi) d\psi$$

(4) 2 次元フィルター波の方位平均空間自己相関係数は

$$\overline{\rho(r, \omega_0)} = J_0\left(\frac{\omega}{c(\omega_0)} r\right)$$

で与えられ、分散波では  $c = c(\omega_0)$  とすればよい。

## 3.2 FK (振動数-波数スペクトル) 法の理論

Aki と Richards[17]に基づいて FK 法の理論をまとめる。

### (1) 地震アレーデータの分析

$f(k_x, k_y, \omega)$  を振動数-波数スペクトルとすると、 $xy$  平面上の波動場は

$$f(x, y, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(k_x, k_y, \omega) \exp(ik_x x + ik_y y - i\omega t) \frac{d\omega dk_x dk_y}{8\pi^3}$$

$f(k_x, k_y, \omega)$ は  $xy$  平面上を見かけ速度  $c$  で伝播する平面波の振幅と位相を表し、方位  $\phi$  との関係は、

$$k_x = \frac{\omega \cos \phi}{c}, \quad k_y = \frac{\omega \sin \phi}{c} \quad (3.2.1)$$

多くのサイト  $(x_i, y_i)$  で得られた  $f(x_i, y_i, t)$  から  $f(k_x, k_y, \omega)$  を求められれば、波動場を平面波の重ねあわせで説明できるが、通常はアレー下の地盤を伝播する際に平面波の波面が保持されない。そのため観測点補正を導入する。観測点  $i$  での到着時刻を以下で表現する。

$$t_i = t_0 + \frac{\cos \phi}{c}(x_i - x_0) + \frac{\sin \phi}{c}(y_i - y_0) + \tau_i \quad (3.2.2)$$

$t_0$  は  $(x_0, y_0)$  での到着時刻で  $\tau_i$  は残差 ( $-\tau_i$  が補正) である。3 以上の観測点があれば  $t_0, c, \phi$  が求まるので、それから  $\tau_i$  を得ることができる。

最も単純で最も有効な信号精度の向上は、各記録を (3.2.2) 式に従って時間シフトし、到着時刻をそろえて代数和をとる方法であり、**beam-forming** と呼ばれる。そのためには、 $t_0, c, \phi$  が既知でなければならない。この問題は、可能なすべてのビームを作成し、最も明瞭な信号を与えるものを選ぶことで解決される。

## (2) 多チャンネル最小 2 乗フィルター

観測点  $i$  での地震記録  $d_{t,i}$  は雑音  $n_{t,i}$  と信号  $s_{t,i}$  の和で表される。

$$d_{t,i} = n_{t,i} + s_{t,i} \quad (i=1,2,\dots,M) \quad (3.2.3)$$

問題は、過去の全データから観測点  $i$  における時間  $t$  での信号の最適評価を与える、多チャンネルフィルター  $f_{T,ij}$  を見つけることにある。

$$\hat{s}_{t,i} = \sum_{T=0}^{\infty} \sum_{j=1}^M f_{T,ij} d_{t-T,j} \quad (3.2.4)$$

信号と雑音は定常な時刻歴であるので、データ  $d_{t,i}^{(k)}$  と信号  $s_{t,i}^{(k)}$  の多くのサンプルを考え、信号評価  $\hat{s}_{t,i}^{(k)}$  とサンプルの差の 2 乗が平均的に最小となるように  $f_{T,ij}$  を定める。時刻歴はすべて定常なので、ある  $t$  について定められたフィルター係数は任意の時間について適用できる。サンプルにわたる平均を  $\langle \rangle$  で表すと、

$$\left\langle \left( \sum_{T=0}^{\infty} \sum_{j=1}^M f_{T,ij} d_{t-T,j} - s_{t,i} \right)^2 \right\rangle$$

上式を最小とするようにフィルター係数が求められる。上式を展開して、

$$\left\langle \left( \sum_{T=0}^{\infty} \sum_{j=1}^M f_{T,ij} d_{t-T,j} \right)^2 - 2 \left( \sum_{T=0}^{\infty} \sum_{j=1}^M f_{T,ij} d_{t-T,j} \right) s_{t,i} + s_{t,i}^2 \right\rangle$$



$$= \left\langle \left( \sum_{T=0}^{\infty} \sum_{j=1}^M f_{T,ij} d_{t-T,j} \right)^2 \right\rangle - 2 \left\langle \left( \sum_{T=0}^{\infty} \sum_{j=1}^M f_{T,ij} d_{t-T,j} \right) s_{t,i} \right\rangle + \langle s_{t,i}^2 \rangle$$

微分=0 として,

$$\begin{aligned} & \frac{d}{df_{T',kl}} \left\langle \left( \sum_{T=0}^{\infty} \sum_{j=1}^M f_{T,ij} d_{t-T,j} - s_{t,i} \right)^2 \right\rangle \\ &= \left\langle 2d_{t-T',l} \sum_{T=0}^{\infty} \sum_{j=1}^M f_{T,ij} d_{t-T,j} \right\rangle - 2 \langle d_{t-T',l} s_{t,i} \rangle \\ &= 2 \sum_{T=0}^{\infty} \sum_{j=1}^M f_{T,ij} \langle d_{t-T,j} d_{t-T',l} \rangle - 2 \langle s_{t,i} d_{t-T',l} \rangle = 0 \\ & \gamma_{T,ij} = \langle d_{t,i} d_{t-T,j} \rangle, \quad g_{T,ij} = \langle s_{t,i} d_{t-T,j} \rangle \end{aligned}$$

を定義すると,

$$\sum_{T=0}^{\infty} \sum_{j=1}^M f_{T,ij} \gamma_{T-T',jk} = g_{T',ik} \quad (3.2.5)$$

$\mathbf{f}_{T,i}$  と  $\mathbf{g}_{T,i}$  を要素数  $M$  の列ベクトル,  $\boldsymbol{\gamma}_T$  を  $M \times M$  のマトリックスとする.

$$\mathbf{f}_{T,i} = \begin{pmatrix} f_{T,i1} \\ f_{T,i2} \\ \vdots \\ f_{T,iM} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{g}_{T,i} = \begin{pmatrix} g_{T,i1} \\ g_{T,i2} \\ \vdots \\ g_{T,iM} \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\gamma}_T = \begin{bmatrix} \gamma_{T,11} & \gamma_{T,12} & \cdots & \gamma_{T,1M} \\ \gamma_{T,21} & \gamma_{T,22} & \cdots & \gamma_{T,2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{T,M1} & \gamma_{T,M2} & \cdots & \gamma_{T,MM} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} f_{T,i1} \\ f_{T,i2} \\ \vdots \\ f_{T,iM} \end{pmatrix}$$

すると

$$\sum_{T=0}^{\infty} \boldsymbol{\gamma}_{T-T} \mathbf{f}_{T,i} = \mathbf{g}_{T',i} \quad (3.2.6)$$

(3.2.6)式は回帰的手法を拡張して解かれる。

### (3) 信号の共通波形モデル

前節において, 信号が定常な時刻歴であり, データと信号の相互相関関数  $g_{T,ij}$  が既知であると仮定した. これらは必ずしも現実的でない. 遠地  $\mathbf{P}$  波に対して, 単純でより現実的な仮定は, 信号波形が全ての点で同一で, 到着時刻のみが異なるものである. (3.2.2)式の到着時刻  $t_i$  を用いてデータの時間シフトを行うと(3.2.8)式のように書ける.

$$d_{t,i} = s_t + n_{t+i,i} \quad (3.2.8)$$

$s_t$  は未知の共通信号であるが, もはや確率変数ではない. 簡単にするために, まず一時点でのデータを考えると

$$d_i = s + n_i \quad (i=1,2,\dots,M) \quad (3.2.9)$$

$d_i$  は平均値  $s$  で共分散マトリックス  $\rho$  のガウス分布に従うと仮定する.

$$\rho_{ij} = \langle n_i n_j \rangle \quad (3.2.10)$$

確率密度関  $f(d_1, d_2, \dots, d_M)$  は

$$f(d_1, d_2, \dots, d_M) = \frac{|\Phi|^{1/2}}{(2\pi)^{M/2}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^M \phi_{ij} (d_i - s)(d_j - s) \right] \quad (3.2.11)$$

$\phi_{ij}$  は  $\rho_{ij}$  の逆マトリックスの  $ij$  要素で、 $|\Phi|$  はその行列式である (Papoulis(1965)).  $i$  と  $j$  は異なる観測点を表す.

(3.2.11)式の確率密度は  $\sum_{i,j=1}^M \phi_{ij} (d_i - s)(d_j - s)$  を最小にする  $s$  を選ぶことにより最大となる.  $s$  についての微分を 0 とする.  $\phi_{ij}$  は対称なので

$$\begin{aligned} \sum_{i,j=1}^M (-\phi_{ij} d_i - \phi_{ij} d_j + 2s \phi_{ij}) &= 0 \\ s &= \frac{\sum_{i,j=1}^M \phi_{ij} d_i}{\sum_{i,j=1}^M \phi_{ij}} \end{aligned} \quad (3.2.12)$$

これは、共分散マトリックスの逆マトリックスの要素の和に比例する重みを用いた重みつき平均であり、データが一時点のみのときの信号の最尤推定である. 各観測点の雑音に相関がないならば、 $\rho_{ij}$  は対角項のみで、それらは雑音のパワーに等しく、重み  $\phi_{ij}$  はそのパワーの逆数であるので、雑音の小さい観測点ほど重みが大となる.

次に、以上の結果を有限長さ  $N$  のデータに一般化する.  $M \times N$  個の変数  $d_{i,i}$  の確率密度関数は

$$f = \frac{|\Phi|^{1/2}}{(2\pi)^{MN/2}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^M \sum_{k,l=1}^N \phi_{ij}^{kl} (d_{k,i} - s_k)(d_{l,j} - s_l) \right] \quad (3.2.13)$$

$\phi_{ij}^{kl}$  は共分散マトリックス  $\rho_{ij}^{kl}$  の逆マトリックスである  $M \times N$  マトリックスの要素である.

$$\rho_{ij} = \langle (d_{k,i} - s_k)(d_{l,j} - s_l) \rangle \quad (3.2.14)$$

$i, j$  は観測点を、 $k, l$  は時間を表す.  $s_l$  の最尤推定は、(3.2.13)式の[]内を  $s_l$  について最小化、すなわち  $s_l$  に関する微分をゼロとして得られる.

$$\sum_{k=1}^N s_k \sum_{i,j=1}^M \phi_{ij}^{kl} = \sum_{k=1}^N \sum_{i,j=1}^M d_{k,i} \phi_{ij}^{kl} \quad (l=1,2,\dots,N) \quad (3.2.15)$$

(3.2.15)式の解  $s_k$  が信号の最尤推定を与え、それは信号のひずみのない最小 2 乗フィルタに対応する.

雑音空間と時間について純粋にランダムならば  $\phi_{ij}^{kl}$  は  $i=j, k=l$  のときにのみ値を持つ.

さらに空間と時間について定常なら  $\phi_{ij}^{kl}$  は  $(i, k)$  に独立な定数となり、(3.2.15)式は(3.2.16)式となる。

$$s_i = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M d_{t,i} \quad (3.2.16)$$

$d_{t,i}$  はすでに時間シフトされているので、(3.2.16)式は単なるビームフォーム出力となり、地震計個数  $M$  に対して雑音の振幅は  $\sqrt{M}$  に逆比例して減少する。

#### (4) 振動数－波数パワースペクトル

FK パワースペクトルは、異なる速度と入射方向にパワーを分けて示すので、波動場に対する直接的な物理的知見を与える。ここでは地震雑音が時間  $t$  と空間座標  $x, y$  について定常と仮定する。

パワースペクトルの計算においては自己相関関数を求めてフーリエ変換するか、フーリエ変換して振幅の 2 乗を平均するかのどちらかが行われる。前者では雑音  $n(x, y, t)$  の自己相関関数  $R(\xi, \eta, \tau)$  とパワースペクトル密度  $P(k_x, k_y, \omega)$  に対して

$$R(\xi, \eta, \tau) = \langle n(x, y, t) \cdot n(x + \xi, y + \eta, t + \tau) \rangle \quad (3.2.17)$$

$$P(k_x, k_y, \omega) = \int \int \int_{-\infty}^{\infty} R(\xi, \eta, \tau) \exp[i(\omega\tau - k_x\xi - k_y\eta)] d\tau d\xi d\eta \quad (3.2.18)$$

後者では離散パワースペクトル  $P_{lmk}$  を定義して

$$P_{lmk} = \lim_{LMK \rightarrow 0} \frac{\langle |F_{lmk}|^2 \rangle}{L\Delta x M\Delta y K\Delta t} \quad (3.2.19)$$

$F_{lmk}$  は離散化雑音  $n(l\Delta x, m\Delta y, n\Delta t)$  の離散フーリエ変換である。

$$F_{lmk} = \sum_{l'=0}^{L-1} \sum_{m'=0}^{M-1} \sum_{k'=0}^{K-1} n(l'\Delta x, m'\Delta y, k'\Delta t) \exp\left[-i\frac{2\pi ll'}{L} - i\frac{2\pi mm'}{M} + i\frac{2\pi kk'}{K}\right] \Delta x \Delta y \Delta t$$

これらの方法は、データがある程度空間において連続的ならば直接適用できる。雑音が完全に定常なら、ひとつの地震計を何回も移動して必要な空間点をカバーし、空間において連続な自己相関関数を測定することもできる。例えば、大都市の交通による地動のような場合である。

多くの問題において、過渡的な大気圧や潮の影響があるので、雑音は完全には定常でない。また、アレーも可動ではなく、空間自己相関関数の連続的な測定は困難である。そのため、上述の方法を適用することができない。いくつかの実用的な方法の中で最も単純なものはビームフォーミングとビーム出力のパワースペクトル推定を組み合わせるものである。(3.2.1)式と(3.2.2)式より、 $(k_x, k_y, \omega)$  に対して必要な時間シフトは

$$t_i = t_0 + \frac{k_x}{\omega}(x_i - x_0) + \frac{k_y}{\omega}(y_i - y_0) + \tau_i \quad (3.2.20)$$

$t_i$  は(3.2.2)式で導入された観測点残差である。観測点  $i$  での雑音を  $n_i(t)$  とすると、ビーム出

力は

$$b(k_x / \omega, k_y / \omega, t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_i(t + t_i) \quad (3.2.21)$$

このパワースペクトルは自己相関関数の計算とフーリエ変換により得られる.

$$\hat{P}(k_x, k_y, \omega) = \int \exp(i\omega\tau) d\tau \frac{1}{N^2} \left\langle \sum_{i=1}^N n_i(t + t_i) \sum_{j=1}^N n_j(t + t_j + \tau) \right\rangle \quad (3.2.22)$$

(3.2.17)式より,

$$\hat{P}(k_x, k_y, \omega) = \int \exp(i\omega\tau) d\tau \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N R(x_j - x_i, y_j - y_i, t_j - t_i + \tau) \quad (3.2.23)$$

重み関数  $W(k_x, k_y)$  を用いて, 単純推定  $\hat{P}$  が真のパワースペクトルの重みつき平均であることを以下のように示すことができる.

$$W(k_x, k_y) = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N \exp[-ik_x(x_i - x_j) - ik_y(y_i - y_j) + i\omega(\tau_i - \tau_j)] \quad (3.2.24)$$

$$\hat{P}(k_x, k_y, \omega) = \int \int_{-\infty}^{\infty} W(\kappa_x - k_x, \kappa_y - k_y) P(\kappa_x, \kappa_y, \omega) d\kappa_x d\kappa_y \quad (3.2.25)$$

(3.2.24)式を(3.2.25)式に代入すると,

$$\begin{aligned} \hat{P}(k_x, k_y, \omega) &= \sum_{i,j=1}^N \int \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{N^2} \exp[+i\kappa_x(x_j - x_i) + i\kappa_y(y_j - y_i)] \\ &\times \exp[-ik_x(x_j - x_i) - ik_y(y_j - y_i) - i\omega(\tau_j - \tau_i)] \times P(\kappa_x, \kappa_y, \omega) d\kappa_x d\kappa_y \end{aligned} \quad (3.2.26)$$

(3.2.18)式の逆変換より,

$$R(x, y, \tau) = \int \int_{-\infty}^{\infty} P(\kappa_x, \kappa_y, \omega) \exp[-i\omega\tau + i\kappa_x x + i\kappa_y y] d\omega d\kappa_x d\kappa_y / (8\pi^3)$$

あるいは,

$$\int_{-\infty}^{\infty} R(x, y, \tau') \exp(i\omega\tau') d\tau' = \int \int_{-\infty}^{\infty} P(\kappa_x, \kappa_y, \omega) \exp[i\kappa_x x + i\kappa_y y] d\kappa_x d\kappa_y / (4\pi^2)$$

この関係を  $x \rightarrow (x_j - x_i)$ ,  $y \rightarrow (y_j - y_i)$  として (3.2.25)式に反映すると,

$$\begin{aligned} \hat{P}(k_x, k_y, \omega) &= \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N \int \exp[i\omega\tau'] d\tau' R(x_j - x_i, y_j - y_i, \tau') \\ &\times \exp[-ik_x(x_j - x_i) - ik_y(y_j - y_i) - i\omega(\tau_j - \tau_i)] \times 4\pi^2 \end{aligned}$$

$\tau' - \frac{k_x}{\omega}(x_j - x_i) - \frac{k_y}{\omega}(y_j - y_i) - (\tau_j - \tau_i)$  を  $\tau$  と書き直すと

$$\hat{P}(k_x, k_y, \omega) = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N \int \exp[i\omega\tau] d\tau R(x_j - x_i, y_j - y_i, \tau + t_j - t_i)$$

となり(3.2.23)式に一致する. ゆえに, ビーム出力のパワースペクトルは真のパワースペクトルの重みつき平均である. 重み関数  $W(k_x, k_y)$  は, (3.2.24)式により観測点分布  $(x_i, y_i)$  を用

いて計算される. 重み関数が  $k_x = k_y = 0$  に中心を持つデルタ関数であれば, この推定は真のスペクトルを与える.

もうひとつの方法は, Capon により開発され, より分解能が高いといわれている最尤推定である. (3.2.13)式において一観測点 ( $M=1$ ) を考えると,  $d_i$  ( $N$  変数) についての確率密度関数は

$$f = \frac{|\Phi|^{1/2}}{(2\pi)^{N/2}} \exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{k,l=1}^N \phi^{kl} (d_k - s_k)(d_l - s_l)\right] \quad (3.2.27)$$

$\phi^{kl}$  は共分散マトリックス  $\rho$  の逆マトリックス  $\phi$  ( $N \times N$ ) の要素である.

$$\rho^{kl} = \langle (d_k - s_k)(d_l - s_l) \rangle \quad (3.2.28)$$

信号  $s_k$  が既知の形状  $f_k$  ( $k=1,2,\dots,N$ ) と未知係数  $c$  を用いて

$$s_k = cf_k \quad (3.2.29)$$

を仮定する.

データ  $d_k$  が与えられたときの  $c$  の最尤推定値は何か. (3.2.27) 式の指数部は

$-\frac{1}{2}(\mathbf{d} - \mathbf{c}\mathbf{f})^T \Phi (\mathbf{d} - \mathbf{c}\mathbf{f})$  と書かれ,  $\mathbf{d}, \mathbf{f}$  はそれぞれ列ベクトルとする. これを展開すると,

$-\frac{1}{2}[\mathbf{d}^T \Phi \mathbf{d} - \mathbf{c}\mathbf{d}^T \Phi \mathbf{f} - \mathbf{c}\mathbf{f}^T \Phi \mathbf{d} - \mathbf{c}^2 \mathbf{f}^T \Phi \mathbf{f}]$ .  $c$  についての微分=0 とおき,  $\mathbf{d}^T \Phi \mathbf{f} = \mathbf{f}^T \Phi \mathbf{d}$  ( $\phi$  の対

称性) を用いると,

$$\hat{c} = \frac{\mathbf{d}^T \Phi \mathbf{f}}{\mathbf{f}^T \Phi \mathbf{f}} \quad (3.2.30)$$

$\mathbf{s} = \mathbf{c}\mathbf{f}$  に対応する推定は  $\mathbf{s} = \hat{c}\mathbf{f} = \frac{\mathbf{d}^T \Phi \mathbf{f}}{\mathbf{f}^T \Phi \mathbf{f}} \mathbf{f}$  となり, 同式は  $\mathbf{d} = \mathbf{c}\mathbf{f}$  に対して  $\hat{c}\mathbf{f} = \mathbf{c}\mathbf{f}$  となり, 信号

をひずませない. Robinson(1963)にしたがって  $c$  の推定値の分散を評価する.

$$\hat{c} - c = \frac{\mathbf{d}^T \Phi \mathbf{f}}{\mathbf{f}^T \Phi \mathbf{f}} - c = \frac{\mathbf{f}^T \Phi \mathbf{f}}{\mathbf{f}^T \Phi \mathbf{f}} (\mathbf{d} - \mathbf{c}\mathbf{f})^T \Phi \mathbf{f} (\mathbf{f}^T \Phi \mathbf{f})^{-1}$$

$$\langle (\mathbf{d} - \mathbf{c}\mathbf{f})(\mathbf{d} - \mathbf{c}\mathbf{f})^T \rangle = \rho, \quad \rho = \Phi^{-1}$$

とすると,

$$\begin{aligned} \langle (\hat{c} - c)^2 \rangle &= \langle (\hat{c} - c)^T (\hat{c} - c) \rangle \\ &= (\mathbf{f}^T \Phi \mathbf{f})^{-1} \mathbf{f}^T \Phi \langle (\mathbf{d} - \mathbf{c}\mathbf{f})(\mathbf{d} - \mathbf{c}\mathbf{f})^T \rangle \Phi \mathbf{f} (\mathbf{f}^T \Phi \mathbf{f})^{-1} \\ &= (\mathbf{f}^T \Phi \mathbf{f})^{-1} \mathbf{f}^T \Phi \rho \Phi \mathbf{f} (\mathbf{f}^T \Phi \mathbf{f})^{-1} = (\mathbf{f}^T \Phi \mathbf{f})^{-1} \mathbf{f}^T \Phi \mathbf{f} (\mathbf{f}^T \Phi \mathbf{f})^{-1} = (\mathbf{f}^T \Phi \mathbf{f})^{-1} \end{aligned}$$

上を要約すると, 信号振幅  $c$  の最尤推定は  $\mathbf{d}^T \Phi \mathbf{f} (\mathbf{f}^T \Phi \mathbf{f})^{-1}$  で与えられ, その分散は  $(\mathbf{f}^T \Phi \mathbf{f})^{-1}$  に

等しい. ここで  $\rho$  は雑音の共分散マトリックスで,  $\Phi = \rho^{-1}$  である.

Capon によるパワースペクトルの最尤推定は,  $\mathbf{f}$  を単位のサイン波としたときの信号推定値

の分散である.

$$f_k = \exp[i\omega(k-1)\Delta t]$$

振動数  $\omega$  でのパワースペクトル推定値は

$$\frac{1}{\mathbf{f}^T \mathbf{\Phi} \mathbf{f}} = \frac{1}{\mathbf{f}^* \mathbf{\Phi} \mathbf{f}} = \frac{1}{\sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \phi^{kl} \exp[i\omega(k-l)\Delta t]} \quad (3.2.32)$$

ここで  $\mathbf{f}$  は複素数なので, 複素共役\*が用いられている. (3.2.32)式はある振動数で想定されたサイン波の最適推定の分散なので, パワースペクトルの合理的な推定値である.

その振動数の近傍での雑音のパワーによって分散が生じるので, これがその振動数での雑音のパワースペクトルの高分解能推定値を与えなければならない. この推定は等区間サンプルを必要としないので  $f_k$  は任意に選ぶ.

(3.2.28)式の  $\rho$  は  $\mathbf{s}$  がわからないので計算できない. すると  $\phi$  が計算できないので, それ以降の式すべての意味が無くなる. もちろん  $\hat{\mathbf{c}} = \mathbf{d}^T \mathbf{\Phi} \mathbf{f} (\mathbf{f}^T \mathbf{\Phi} \mathbf{f})^{-1}$  も, その分散  $(\mathbf{f}^T \mathbf{\Phi} \mathbf{f})^{-1}$  も計算で

できない. もし,  $s_k = 0$  とすれば  $\rho$  はデータの共分散マトリックスとなり,  $\mathbf{c} = 0$  なので  $(\mathbf{f}^T \mathbf{\Phi} \mathbf{f})^{-1}$  はゼロからの偏差の 2 乗となる. すなわちパワースペクトルとみなしてよい.

FK スペクトル推定は(3.2.32)式を 2 次元に拡張して得られる.

$$P(k_x, k_y, \omega) = \left\{ \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \phi_{ij}(\omega) \exp[ik_x(x_i - x_j) + ik_y(y_i - y_j)] \right\}^{-1} \quad (3.2.33)$$

$\phi_{ij}$  は  $\mathbf{\Phi}(\omega)$  の要素で,  $(x_i, y_i)$  は地震計  $i$  の位置を表す.  $\mathbf{\Phi}(\omega)$  は共分散マトリックス  $\rho_{\tau, ij}$  のフーリエ変換の逆マトリックスである.

$$\rho_{\tau, ij} = \langle n_{i,i} n_{i+\tau, i} \rangle$$

$n_{i,i}$  は観測点  $i$  での雑音である.

### 3.3 FK 法による高次モードの評価

FK 法は, ある振動数において地表を伝播する波動の, 2 次元波数と振幅の関係をパワースペクトルの形で表現する. 波数の絶対値と振動数より見かけ速度が求められ, 波数ベクトルの方向が波動伝播方向に対応する. 通常は最大ピークを探して, そのピークに対応する 2 次元波数から上の評価を行い, レイリー波基本モードの位相速度と伝播方向を求める. しかしながら, FK 法は SPAC 法とは異なり, 複数の卓越する波動を原理的には評価できる手法なので, 高次モードの影響を考慮した逆解析を行っていく上で, 微動アレー観測から高次モードを安定的に評価する方法論の検討は重要である.

FK 法で高次モードの検討を行っている例は少なく, それらの多くは加振源を有する 1 次

元の稠密なアレーによるものである ([19], [20]). 多くのセンサーを用意する必要があるとされているため測定は煩雑であり, 時松ほかが高次モードの影響を評価するために合成位相速度を用いた理由のひとつにもなっている. しかしながら, Horike[21]のように 2次元の FK 法から高次モードの位相速度を求めた例もある.

FK スペクトルの例を図 3.3.1 に示す. 図中には最大ピークとセカンドピークが存在しており, それぞれの方向から波が到来している. ここでは, 以下の手順 (図 3.3.2) によりピークを求めることとした.

- (1) F-k スペクトル  $P(f, r, \theta)$  を求める.
- (2) 各位相速度に対応する波数半径  $r_i$  に対応する最大ピーク方向  $\theta_j$  を探索する.
- (3)  $P(f, r_i, \theta_j)$  が次の 2つの条件を満足するとき凸であると判定し, ピークとして採用する.

$$P(f, r_i, \theta_j) \geq P(f, r_{i-1}, \theta_j)$$

$$P(f, r_i, \theta_j) \geq P(f, r_{i+1}, \theta_j)$$

図 3.3.3~図 3.3.6 に, 東品川, 十日町, 港北, および小千谷における FK 解析による高次モードの推定の試みの結果を示す. FK 解析には任意の 40.96 秒間のデータを用いた. これらより, 全体的に高次モードを推定することは難しく, 高次モードを認識できる場合はごく限られていることがわかる.

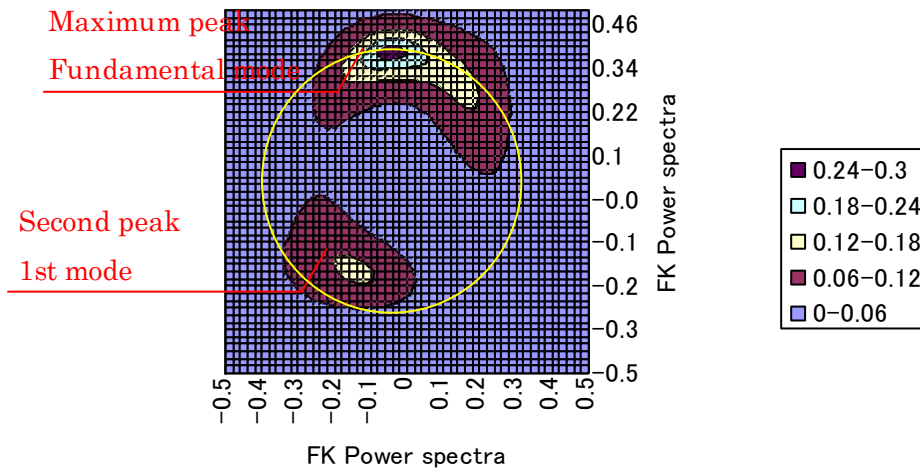


図 3.3.1 FK スペクトルの例

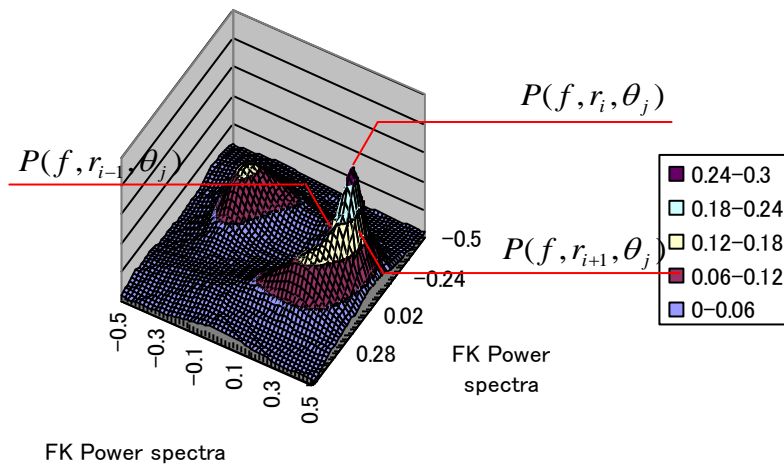


図 3.3.2 FK スペクトルピークの探索法



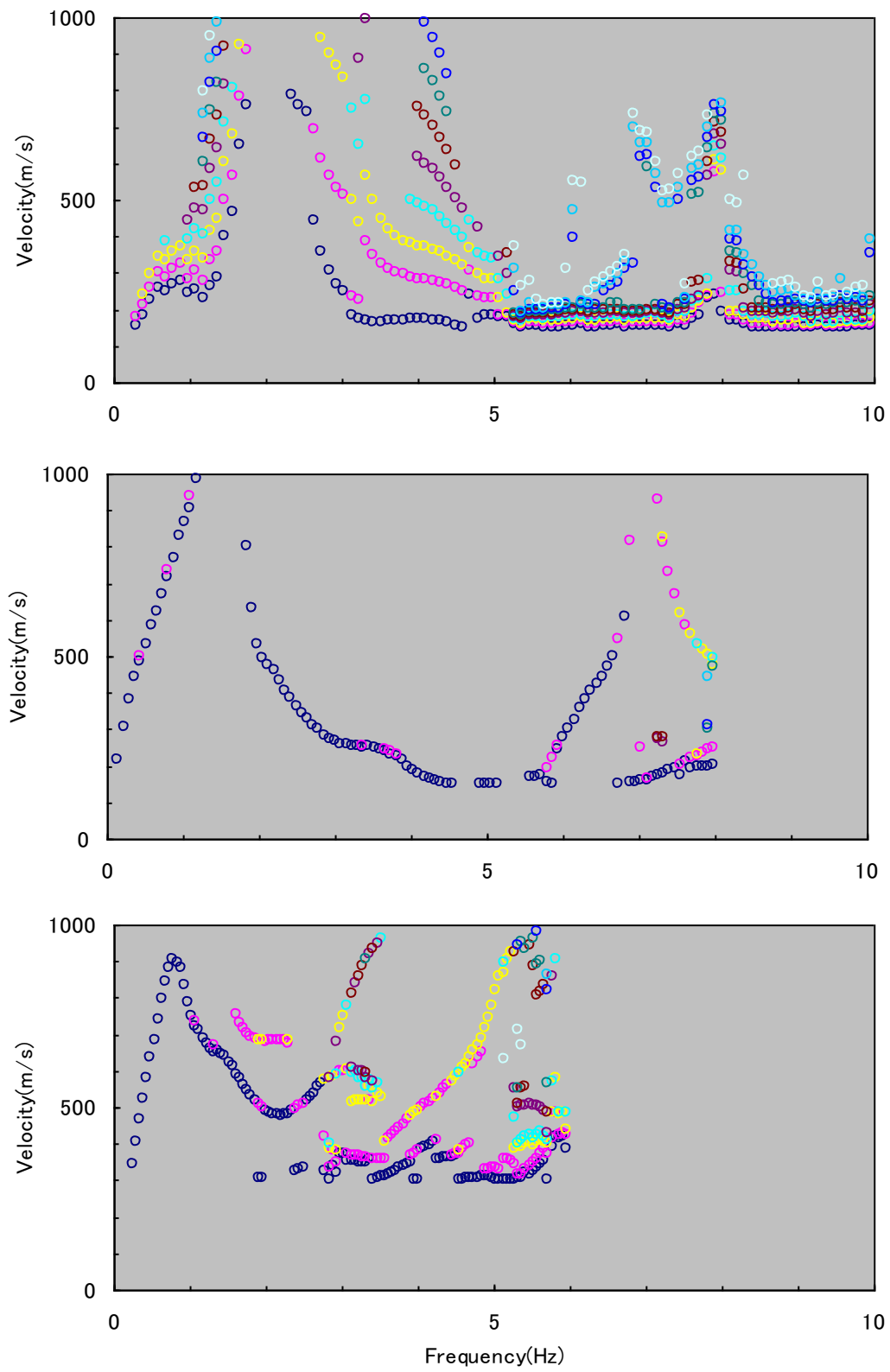


図 3.3.3 東品川 (上 : 4m, 10m, 中 : 10m, 20m, 下 : 50m, 100m)

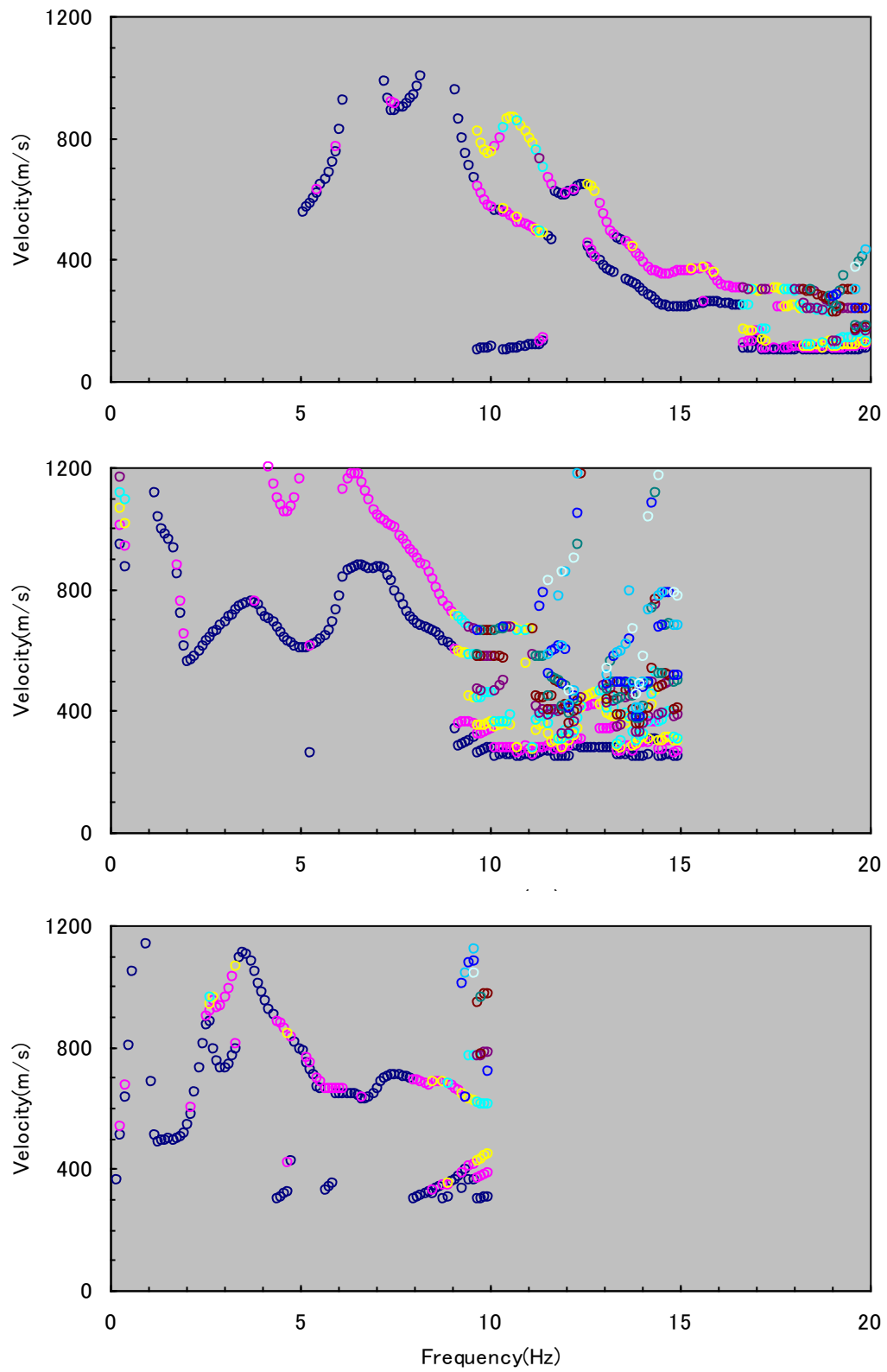


図 3.3.4 十日町 (上 : 5m, 10m, 中 : 20m, 40m, 下 : 30m, 60m)

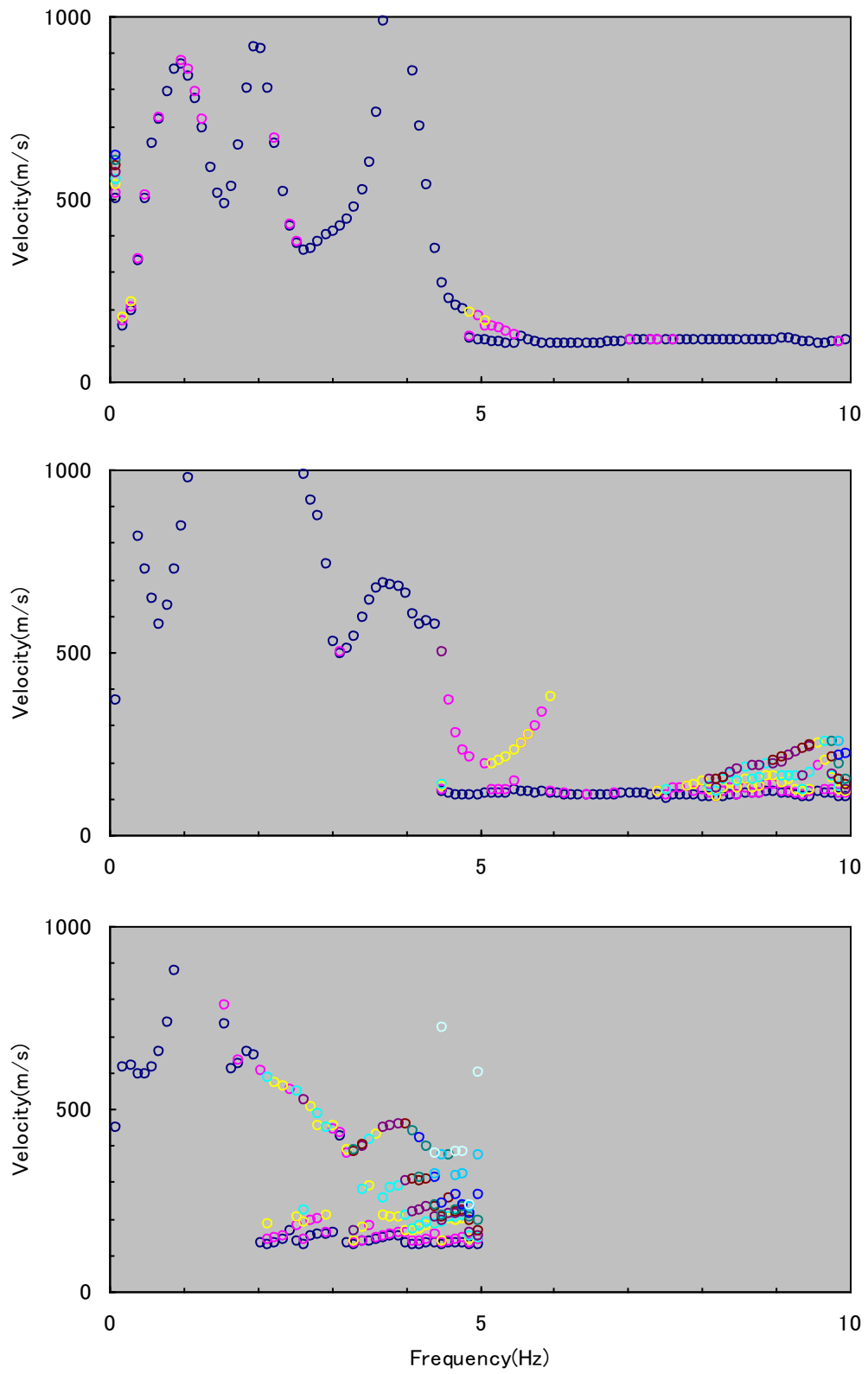


図 3.3.5 港北 (上 : 4.5m, 9m, 中 : 9m, 18m, 下 : 36m, 72m)

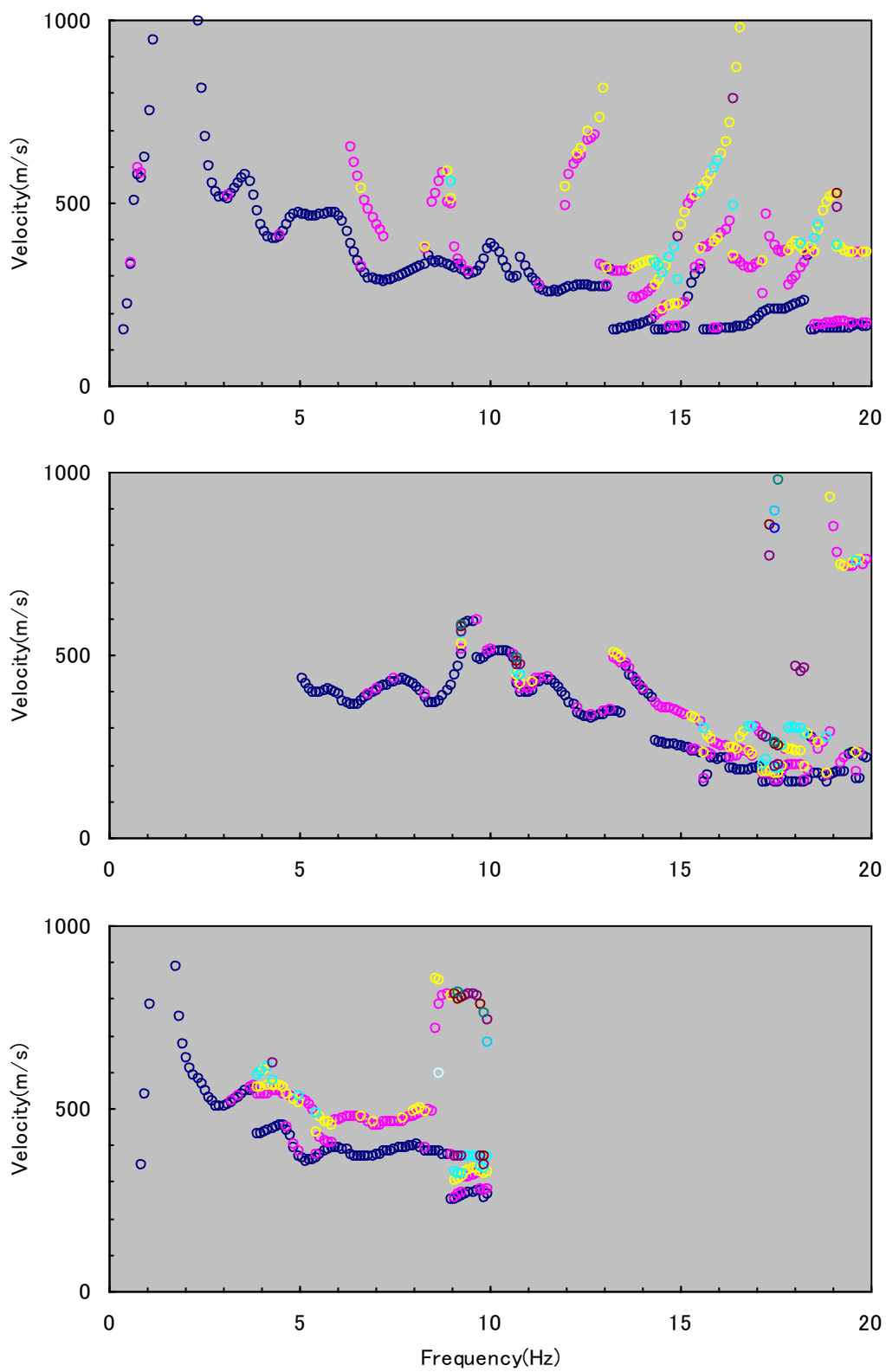


图 3.3.6 小千谷 (上: KNET 5m, 10m, 中: 小学校 5m, 10m, 下: 小学校 20m, 40m)

### 3.4 水平波長に関する適用範囲

位相速度分散曲線は、微動アレー観測結果に SPAC 法あるいは FK 法を適用して求めることができる。これらの方法の水平波長に関する適用範囲はアレーサイズにより決定されるため、以下の適用例で用いる最小半径 4m, 最大半径 100m 程度のアレーの有効水平波長範囲についての検討を行った。

#### 3.4.1 空間エイリアシング[22]

3次元波動場  $u(x, t)$  の FK スペクトル  $P(\mathbf{k}, \omega)$  は、周波数-波数スペクトル  $U(\mathbf{k}, \omega)$  のパワースペクトルである。それらは、波数ベクトルを  $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$ 、位置ベクトルを  $\mathbf{x} = (x, y, z)$  として、(3.4.1)式および(3.4.2)式により表される。

$$P(\mathbf{k}, \omega) = |U(\mathbf{k}, \omega)|^2 \quad (3.4.1)$$

$$U(\mathbf{k}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u(\mathbf{x}, t) e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})} d\mathbf{x} dt \quad (3.4.2)$$

実際の周波数-波数スペクトルは、時間と空間における離散的なデータから求められるので、真のスペクトルとは異なる。観測によるフィルターのインパルス応答を  $h(\mathbf{x}, t)$  とすれば、観測される波動場は、

$$\bar{u}(\mathbf{x}, t) = \int \int h(\xi, \tau) u(\mathbf{x} - \xi, t - \tau) d\tau d\xi \quad (3.4.3)$$

であり、これは周波数-波数領域においては、

$$\bar{U}(\mathbf{k}, \omega) = H(\mathbf{k}, \omega) U(\mathbf{k}, \omega) \quad (3.4.4)$$

となる。ここで、 $H(\mathbf{k}, \omega)$  は、観測によるフィルターのインパルス応答のフーリエ変換である。

インパルス応答が周波数と波数に変数分離できるとすれば、

$$H(\mathbf{k}, \omega) = W_s(\mathbf{k}) W_t(\omega) \quad (3.4.5)$$

である。ここで、 $W_s(\mathbf{k})$  と  $W_t(\omega)$  は、波数と時間のウィンドウである。 $W_t(\omega)$  については、Parzen ウィンドウなどのスペクトルの平滑化ウィンドウが使われる。 $W_s(\mathbf{k})$  は、アレーレスポンスと呼ばれる波数窓のウィンドウであり、観測点の相対位置を用いて、

$$W_s(\mathbf{k}) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_j) \quad (3.4.6)$$

と定義される。したがって、有限の観測点数のアレーによって有限の時間窓で観測される 3次元波動場における単一の平面波の周波数-波数スペクトル  $\delta(\omega - \omega_0, \mathbf{k} - \mathbf{k}_0)$  は、

$|W_t(\omega - \omega_0)|^2 |W_s(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0)|^2$  となる。すなわち、デルタ関数状の周波数-波数スペクトルにアレーの形状による重みがかかったものが観測されることになる。したがって、観測では式

(3.4.6)のスペクトルができるだけデルタ関数に近いように観測条件を設定することが重要となる。

ここで、理論アレーレスポンス  $R_{th}$  を(3.4.7)式で定義する。

$$R_{th}(k_x, k_y) = \frac{1}{N^2} \left| \sum_{j=1}^N e^{-i(k_x x_j + k_y y_j)} \right|^2 \quad (3.4.7)$$

ここで、 $N$  は微動計の数であり、また  $(x_i, y_i)$  は微動計の座標である。 $R_{th}$  には、 $(k_x, k_y) = (0, 0)$  のピークとエイリアシングピークが存在しており、エイリアシングピークを超えるとこのパターンが周期的に繰り返される。有効波長範囲は aliasing limit( $k_{max}$ )と resolution limit( $k_{min}$ )により決定され、 $R_{th}$  から現実的な範囲を定義すると[22]、 $k_{max}$  はピークがはじめに 0.5 を超えたときの波数で、 $k_{min}$  は中央のピーク値の 0.5 に対応する波数である。例として、微動計を 7 台用いた正三角形アレーを図 3.4.1 に、 $R_{min} = 10m$  の  $R_{th}$  を図 3.4.2 に示す。この場合、 $k_{min} = 0.079$ 、そして  $k_{max} = 0.65$  となり、最大水平波長は 79.5m、最小水平波長は 9.6m となる。

数値シミュレーションにより評価した FK 法の有効波長範囲の検討事例[23]、[24]として、

$$\sqrt{3}R_{min} \leq \lambda \leq 5R_{max} \quad (3.4.8)$$

また微動観測結果による検討事例[25] としてアレー半径の 2.3 から 6.8 倍がある。

SPAC 法において、最短波長の決定に関わる空間エイリアシングの起こる波長はアレーの最小半径  $R_{min}$  の 2 倍と考えられる[23]。したがって、位相速度推定に有効な空間自己相関係数の存在範囲は、 $1 \sim J_0(\pi)$  となる。ここで、 $J_0$  は第 1 種 0 次のベッセル関数である。SPAC 法において推定可能な位相速度の最長波長は最大アレー半径の約 10 倍とされているので、有効波長範囲は以下の通りとなる。

$$2R_{min} \leq \lambda \leq 10R_{max} \quad (3.4.9)$$

微動観測結果による SPAC 法の有効波長範囲の検討事例として、アレー半径の 3.2 から 17.2 倍があり、アレー半径が大きくなるに従い有効波長範囲が小さくなる傾向が示されている。(3.4.8)式と 4 章の検討例で得られた位相速度との比較を行った結果を図 3.4.3～図 3.4.4 に示す。同式の有効波長範囲は、東品川と港北で得られた位相速度のばらつきの小さな範囲を包含する傾向にある。

なお、Arai and Tokimatsu[26]の既往の研究結果のまとめには、FK 法に対して

$$2R_{min} \leq \lambda \leq 3R_{max}$$

すなわち、センサー最小間隔の 2 倍以上、最大間隔の 3 倍以下で、おおよそ最大間隔あるいは最大直径程度の深さまで有効であり、SPAC ではその 1.5 倍～2 倍という記述がある。

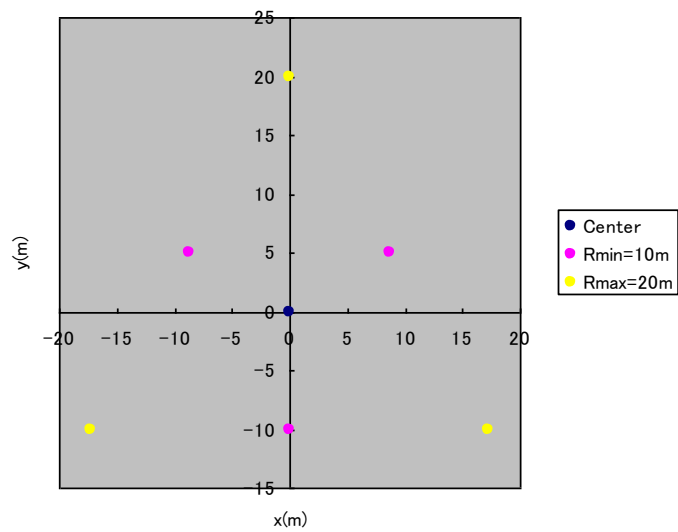


図 3.4.1 正三角アレー配置 (半径=10m, 20m)

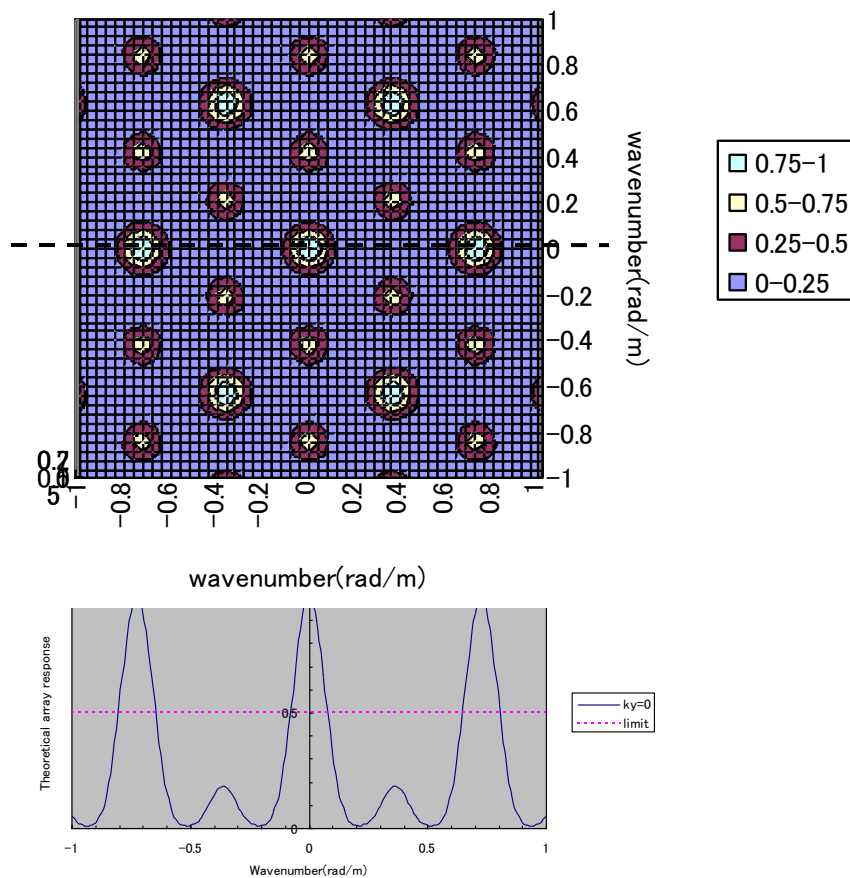


図 3.4.2 理論アレーレスポンス (半径=10m, 20m)  
上: 波数平面, 下:  $k_x$  軸上

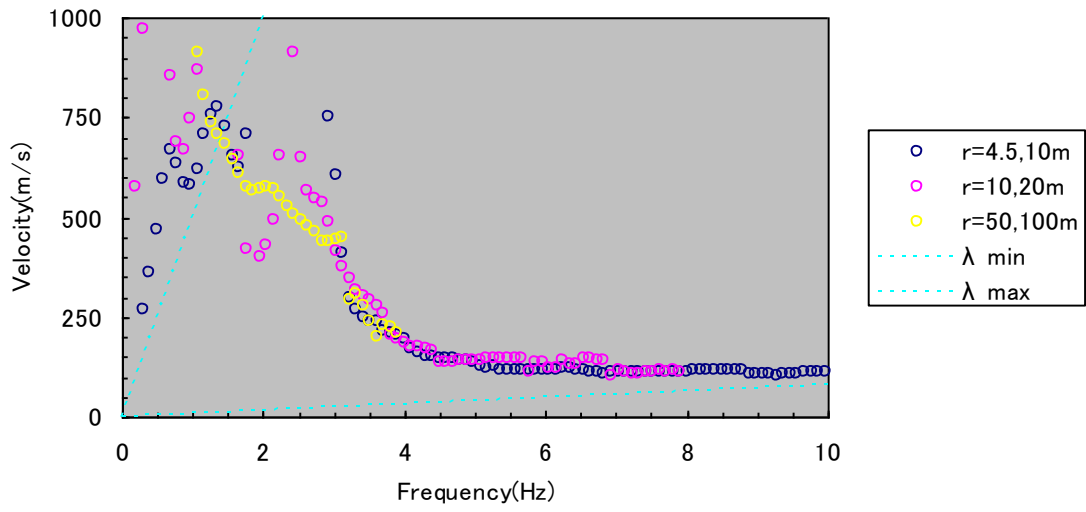


図 3.4.3 東品川における位相速度と有効波長範囲

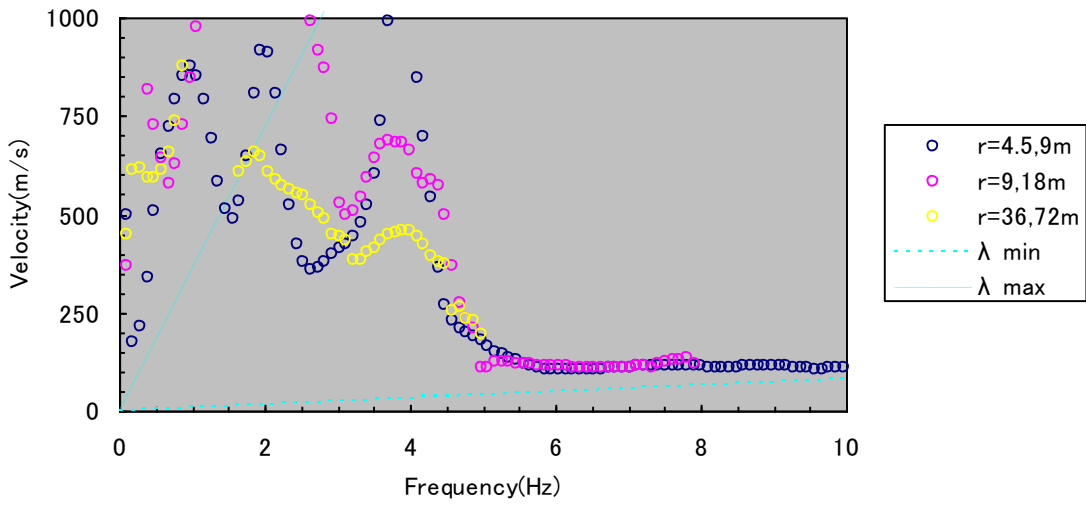


図 3.4.4 港北における位相速度と有効波長範囲



## 4. 分散曲線と H/V スペクトルの同時逆解析手法

位相速度分散曲線は、微動アレー観測結果に SPAC 法あるいは FK 法を適用して求めることができ、いずれからも比較的安定した結果が得られる。3.4 に示したように、これらの方法の水平波長に関する適用範囲はアレーサイズにより決定される。水平波長一定の関係は、振動数・位相速度平面において原点を通る直線であり、水平波長が大きいほど傾きが大きい。したがって、振動数の低下に伴って極端に位相速度が低下する場合（極端な逆分散）を除いて、低振動数ほど長波長の波を扱うこととなり、大きなアレーサイズが必要となる。

一般に低振動数ほど Rayleigh 波のモードは深い地層まで値を持ち、深い地層の速度が位相速度に反映されるため位相速度は速くなり、水平波長も大きくなる。そのため、深い地盤構造を知るためには大きなアレーサイズが必要となる。しかしながら、都市部では大きなアレーを設定すること自体が困難であり、またアレー直下の地盤の不整形性の影響についても考慮を払う必要が生じる。このため、位相速度分散曲線の逆解析は、高振動数において有利であり、地表に近い構造を高精度で評価しうる。

他方、H/V スペクトルは、微動単点観測結果のフーリエ解析より求めることができ、簡便ではあるが安定感に欠け、層境界のコントラストの小さな地盤構造ではピークが認められない場合もある。H/V スペクトルは Rayleigh 波の鉛直断面内の軌跡として説明されており、そのピーク振動数は経験的に S 波の増幅特性に対応する。したがって、S 波の増幅特性が深さ数十 m 以上の深い地層境界面で決定される場合には、深さ方向について不十分なアレーサイズで求められた位相速度の情報を、H/V スペクトルが補完する可能性がある。本章においては、Sesame プロジェクトで P.Y. Bard ら[26]が紹介した Neighbourhood アルゴリズム[9]を用いて、位相速度分散曲線と H/V スペクトルの同時逆解析手法を構築し、数値例題に対して適用した後、地盤構造に関する情報が限られている実地盤について実測結果への適用性を検討した。

### 4.1 Neighbourhood アルゴリズム

Neighbourhood アルゴリズム[9]とは、解候補を排他的に含むボロノイセルという空間を想定し、ミスフィット値の小さな解候補のボロノイセル内でさらに解候補を発生し、すべての解候補の中からミスフィット値の小さな解候補を選択する作業を繰り返すアルゴリズムである。

選ばれる解候補に応じてボロノイセルは変化するため、広域の探索と近傍の探索が同時に行われる。パラメータには、発生する解候補の数と選択保存する解候補の数がある。多数のターゲット（現在の対象は分散曲線と H/V の 2 種）を扱う場合には、それらのミスフィットの合成ではなく、それぞれのミスフィットの順位に基づく総合評価を導入する。図 4.1.1 にアルゴリズムの概念図を示す。

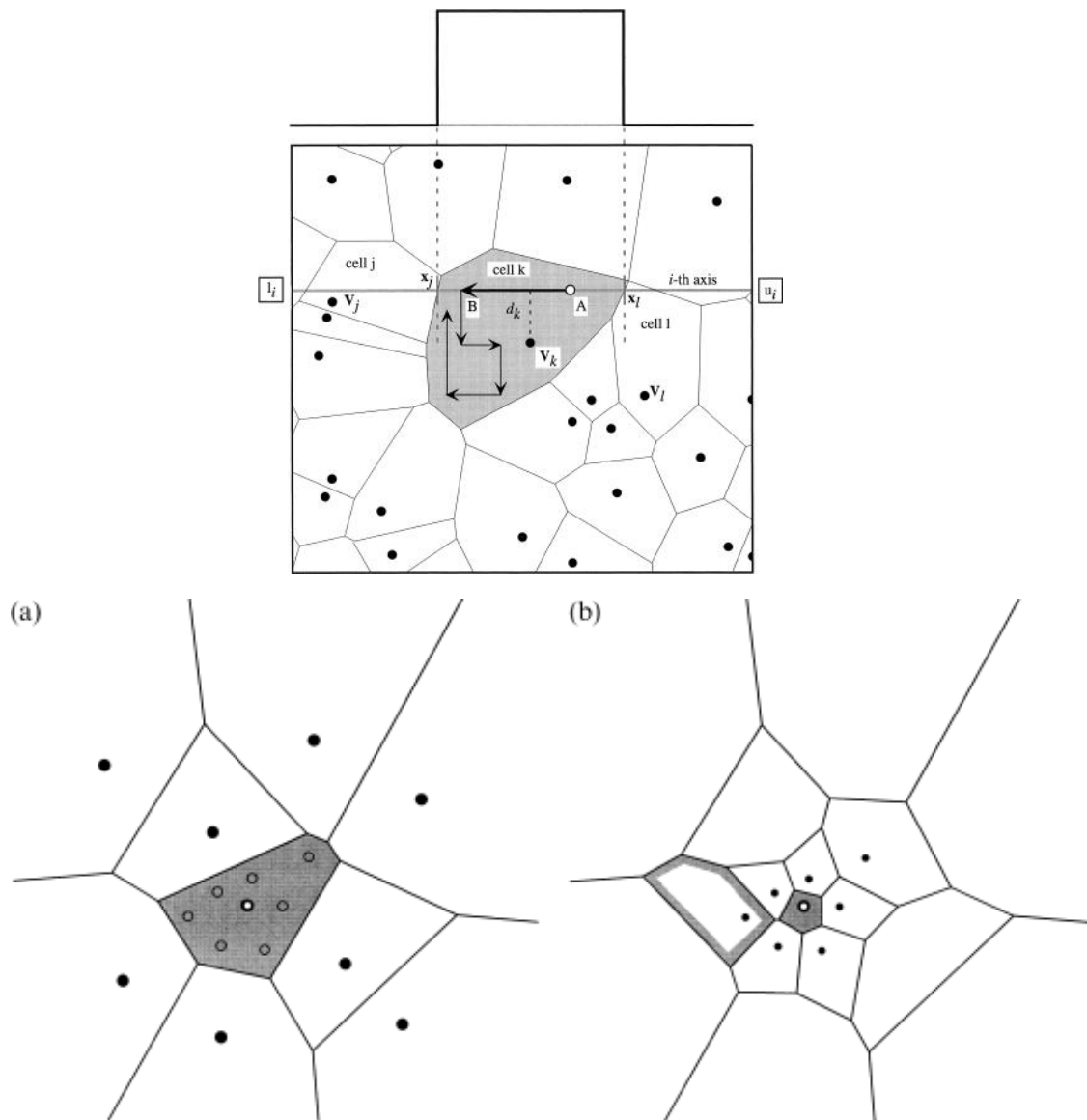


図 4.1.1 Neighbourhood アルゴリズムの概念図 (上: ランダムウォーク, 下: セル生成)

Neighbourhood アルゴリズム[NA]は、遺伝的アルゴリズム[GA]と同様にパラメータに関する感度を必要としない大域解探索法である。[GA]が探索パラメータの遺伝子型化、交差、選択、突然変異といった方法により優秀な解を発見していくのに対し、[NA]は前ステップの複数の優秀な解の周囲にボロノイセルとランダムウォークという手法で  $ns$  個の新たな解候補を設定し、探索過程すべての中から次ステップに進むべき  $nr$  個の優秀な解候補を選択するのがその特徴である。優秀さの尺度は、ミスフィットの小さいものから順位をつけた総合ランキングによる。

- (1) 変数範囲に  $ns$  個のモデルを一様に生成して、ミスフィットを計算する。
- (2) 全モデルの中からミスフィットが低い  $nr$  個のモデルを選択する。

- (3) 選択した  $n_r$  個のモデルに対して、ボロノイセルに基づきランダムウォークを行い、合計  $n_s$  個のモデルを新たに生成して、ミスフィットを計算する。
- (4) (2) および (3) を繰り返す。

## 4.2 数値例題による逆解析手法の検討[27][28]

### (1) 数値例題の内容

Neighbourhoodアルゴリズムにより、表面波分散曲線とH/Vスペクトルに対して同時に逆解析を行う可能性を検討するために、数値シミュレーション結果の逆解析を行った。設定した水平成層モデルの表面波分散曲線とH/Vスペクトルに対して、個々に逆解析を行なうケースと、両者を同時に逆解析するケースの比較により、同アルゴリズムの安定性と精度を確認する。

表4.2.1に示す地盤モデルの1~8層のS波速度計8個を探索対象パラメータとし、探索範囲を正解の0.8~1.2倍とした。各ケースの初期モデルは同一であり、NAのパラメータを $n_s=10$ 、 $n_r=5$ とし、繰り返し回数を50回と設定した。

### (2) 分散曲線およびH/Vスペクトルの比較

表面波分散曲線のみをターゲットとしたときの分散曲線およびH/Vスペクトルの比較を図4.2.1に示す。ターゲットとした表面波分散曲線とよく一致しており、逆解析が適切に行われたことを示すとともに、ターゲットとしていないH/Vスペクトルにも同様によく適合している。同図中に、分散曲線およびH/Vスペクトルに関する繰り返し回数とミスフィットとの関係を示す。ターゲットとしている分散曲線のミスフィットは繰り返しとともに減少している様子が見られるが、H/Vスペクトルについては増減を繰り返している。

表4.2.1 地盤モデルと探索パラメータ範囲

No.	H (m)	$\rho$ (t/m <sup>3</sup> )	Vs (m/s)	Vp (m/s)	Vs (m/s)
1	3.5	1.4	120	398	96-144
2	1	1.5	80	570	64-96
3	3	1.8	80	570	64-96
4	3.7	1.6	130	928	104-156
5	5.4	1.5	150	755	120-180
6	5.7	1.9	260	1326	208-312
7	3	1.6	270	992	216-324
8	inf.	1.9	400	2040	320-480

H/Vスペクトルのみをターゲットとしたケースを図4.2.2に示す。ターゲットとしたH/Vスペクトルは概ね一致しているが、表面波分散曲線は低周波数領域において一致度が減じられる。同図より分散曲線をターゲットとしたときと同様に、ターゲットとしたH/Vスペクトルのミスフィットの減少は見られるが、分散曲線に関しては減少が見られない。

分散曲線とH/Vスペクトルの同時逆解析結果を図4.2.3に示す。同図に示す分散曲線、H/Vスペクトルともにターゲットとよく一致しており、逆解析に複数ターゲットを用いる有効性を示している。また、両者をターゲットとすることにより、いずれのミスフィットもおおむね繰り返し回数とともに減少していく様子がわかる。

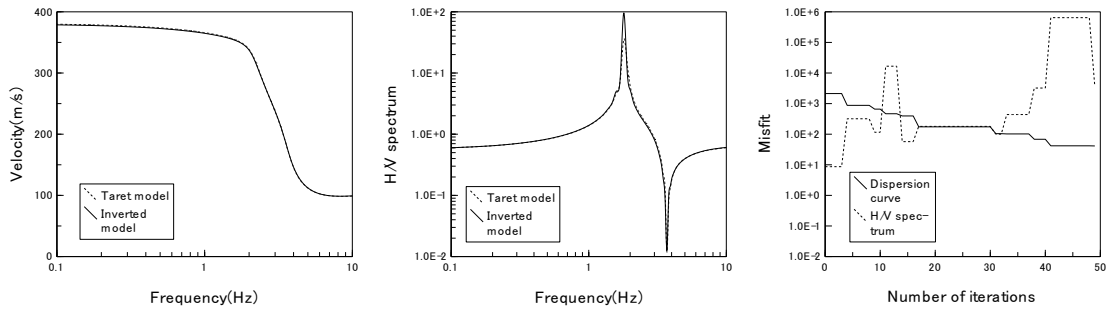
### (3) 逆解析によるS波速度構造

逆解析により得られたS波速度構造を図4.2.4に示す。図中点線がシミュレーションで用いた地盤モデル、2点鎖線が探索範囲、実線が逆解析結果である。いずれのケースもおおよそ正解の近傍に収束しているが、深さ25m程度の第7層において低速度層を推定するところが共通の特徴である。単一ターゲットのケースの比較をすると、分散曲線ターゲットのほうが全般的により対応を示すが、深さ20m程度の層においてはH/Vスペクトルをターゲットとした結果が正解値に近い。両者をターゲットとしたケースは、情報量が増えたことにより分散曲線ターゲットの結果がさらに改善されており、その傾向は深さ4mから11mの2つの層で著しいが、最表層は分散曲線ターゲットよりも正解から離れ、深さ20mの層ではH/Vスペクトルターゲットよりも一致度が低い。

### (4) まとめ

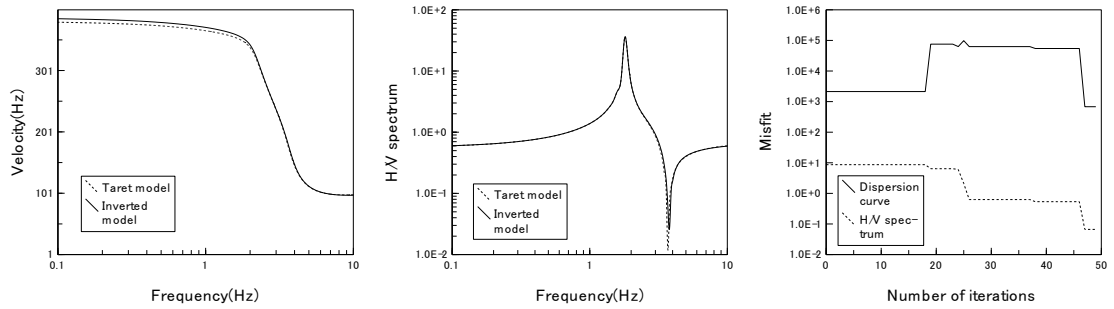
分散曲線あるいはH/Vスペクトルを単独のターゲットとしたケースに比べて、それらを同時に逆解析したケースのほうが全般的に正解に近い結果を与えた。また、同時逆解析において、いずれの量に関するミスフィット値も繰り返し回数にしたがって調和的に減少する様子が見られ、両者をともに満足させようとする一様な収束が確認された。

いずれの逆解析結果のS波速度もおおむね正解の近傍にあり、大域最適化が実現されているが、ここでの地盤構造については最深層直上の層のS波速度が低めに推定されるという共通の特徴が認められた。また、最表層での分散曲線ターゲット、ならびに深さ20m程度でのH/Vスペクトルターゲットがそれぞれ最良の結果を与えたのに対し、同時逆解析結果はそこでターゲットとしていない量に引きずられるためか、多少精度の落ちる結果となった。これらの結果より、分散曲線とH/VスペクトルにNAを適用した同時逆解析により、単独に逆解析に比べて一般に高精度の表層地盤モデルの推定が深い層まで可能であると考えられる。



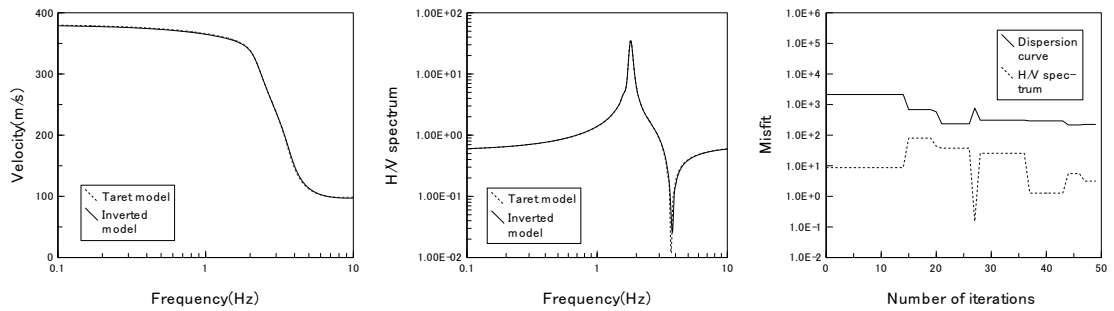
(a)表面波分散曲線 (b)H/Vスペクトル (c)ミスフィットの推移

図4.2.1 分散曲線ターゲット時の合致度とミスフィットの推移



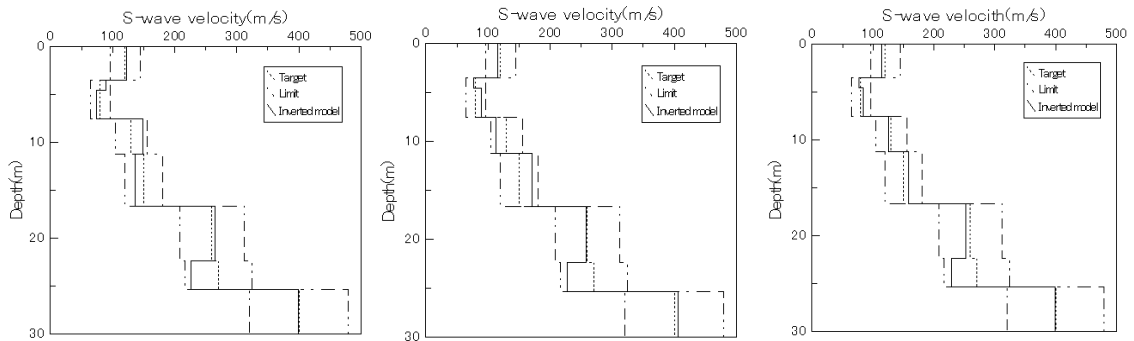
(a)表面波分散曲線 (b)H/Vスペクトル (c)ミスフィットの推移

図4.2.2 H/Vスペクトルターゲット時の合致度とミスフィットの推移



(a)表面波分散曲線 (b)H/Vスペクトル (c)ミスフィットの推移

図4.2.3 同時ターゲット時の合致度とミスフィットの推移



(a)表面波分散曲線をターゲット (b)H/Vスペクトルをターゲット (c)同時ターゲット

図4.2.4 逆解析で得られたS波速度構造の比較

### 4.3 測定データによる逆解析手法の検討

#### 4.3.1 東品川における検討[28][29]

観測地点は埋立地であり，周囲を運河および道路で囲まれた場所にある．表 4.3.1 に示すボーリング調査結果からは，地表より 5m 程度は埋土および浚渫土，深度 15m 程度まで N 値が 10 以下の沖積層，深度 23m 程度まで洪積層，以下 N 値が 50 を超える洪積砂礫層が現れる．これらの層序は，表 4.3.2 に示す PS 検層が行われた近隣の層序と類似する．

測定にはミットヨ製 GPL-6A3P ポータブル地震計（100Hz サンプリング，30Hz ローパスフィルター）を 7 台使用した．アレー半径は，100m，50m，20m，10m，4m であり，図 4.3.1 に示す正三角形のアレーである．20m，10m，4m のアレー中心は 100m アレーの頂点のひとつに一致し，100m と 50m のアレー中心は一致している．図 4.3.2 に，定常的な 40.96 秒のサンプルを 20 サンプル程度用いて，FK 法により評価した上下成分位相速度分散曲線を示す．分散曲線は 2Hz～10Hz の範囲で得られており，100m/s～600m/s に分布する．図 4.3.3 に半径 50m および 100m の各測点で J-SESAME により求めた H/V スペクトルを示す．H/V スペクトルのピークは 1Hz～2Hz に分布する．

層序および N 値が類似する近隣の調査点における S 波速度を用いて，層厚に関する逆解析を行った．表 4.3.3 に PS 検層結果と層厚の探索範囲を示す．まず，図 4.3.2 の連続する部分をつないだ分散曲線（図 4.3.4）を単独のターゲットとした．その結果を図 4.3.4 および図 4.3.5 に示す．同図中の近隣地点での PS 検層結果に比べて，分散曲線は 4Hz 以上で適合度が高く，H/V スペクトルについてはターゲットとしていないにもかかわらずピーク振動数が対応する結果となった．次に，分散曲線と H/V スペクトルの両者を同時にターゲットとした逆解析を行った．その結果，図 4.3.4 の分散曲線はほとんど変わらないのに対し，図 4.3.5 の H/V スペクトルのピーク振動数に改善が認められた．

表 4.3.1 東品川のボーリング調査結果

地質年代	地質名		記号	層厚(m)	N 値(回)
完新世	埋土		B	1.05～2.80	3～5
	浚渫土		F	1.55～3.45	0～10
	沖積層	砂質土層	As	3.20～3.35	1～4
		粘性土層	Ac	6.70～7.05	0～5
	粘性土層	Ag	0.3	-	
更新世	洪積層	砂質粘性土層	Dsc	2.55～3.90	5～18
		粘性土層	Dc	1.30～1.55	8～19
		砂質土層	Ds	0.85～1.00	16～46
		砂礫層	Dg	7.25	44～60<
		固結粘性土層	Dd	1.68～3.02	52～60<

図 4.3.6 に示す S 波速度構造からは, 位相速度単独逆解析と同時逆解析モデルは深さ 20m 程度までほとんど変わらず, とともに近隣の PS 検層モデルよりも層境界面が 2m~5m 深く求まっている. 20m 程度より深い部分では逆解析モデルに差が見られ, 同時逆解析モデルの方が深い地層境界面を示し, 近隣 PS 検層モデルと類似した構造として求まっている. 深さ 20m 程度より深い部分は N 値 50 以上の洪積層であり, 比較的広域において類似した境界面深度を有することが期待されるので, 同時逆解析により 20m 程度より深い地盤のモデル化精度が向上した可能性が考えられる.

表 4.3.2 東品川近隣での PS 検層結果

No.	記号	深度 (GL-m)	$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	Vp (m/s)	Vs (m/s)	$\nu$ d	Gd (kg/cm <sup>2</sup> )	Ed (kg/cm <sup>2</sup> )
1	Fs	0.35	1.99	650	110	0.485	246	730
2	Fc	2.40	1.47	650	110	0.485	182	539
3	Fs	3.80	1.99	650	110	0.485	246	730
4	Fc	4.60	1.47	650	110	0.485	182	539
5	As <sub>1</sub>	6.70	1.83	1720	160	0.496	478	1430
6	Ac <sub>1</sub>	9.60	1.44	1720	160	0.496	376	1130
7	Dc <sub>1</sub>	16.80	1.80	1720	260	0.488	1240	3700
8	Dc <sub>2</sub>	19.35	1.89	1620	280	0.485	1510	4490
9	Dc <sub>3</sub>	21.80	1.65	1620	280	0.485	1320	3920
10	Dg	24.90	2.26	1620	390	0.485	3510	10300
11	Ds <sub>2</sub>	33.40	1.96	1620	390	0.485	3040	8940
12	Kac	38.00	1.86	1760	450	0.465	3840	11300
13			1.90	1760	630	0.427	7740	22100

表 4.3.3 東品川の PS 検層モデルおよびパラメータ範囲

Layer	Thickness (m)	Density (kg/m <sup>3</sup> )	Vs (m/s)	Vp (m/s)
1	4.6	1-10	1750	110
2	5	1-10	1600	160
3	7.2	5-15	1800	260
4	5	1-10	1800	280
5	11.6	5-15	2150	390
6	4.6	1-10	1860	450
7	-	-	1900	630

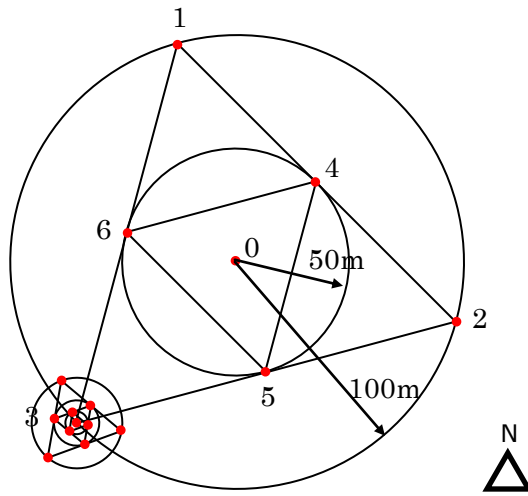


図 4.3.1 アレー形状と測点位置

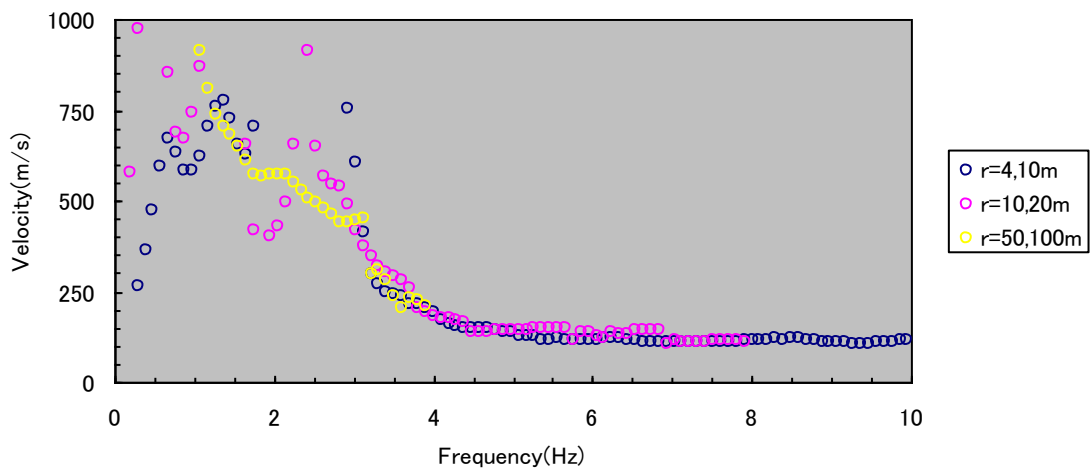


図 4.3.2 東品川における位相速度分散曲線

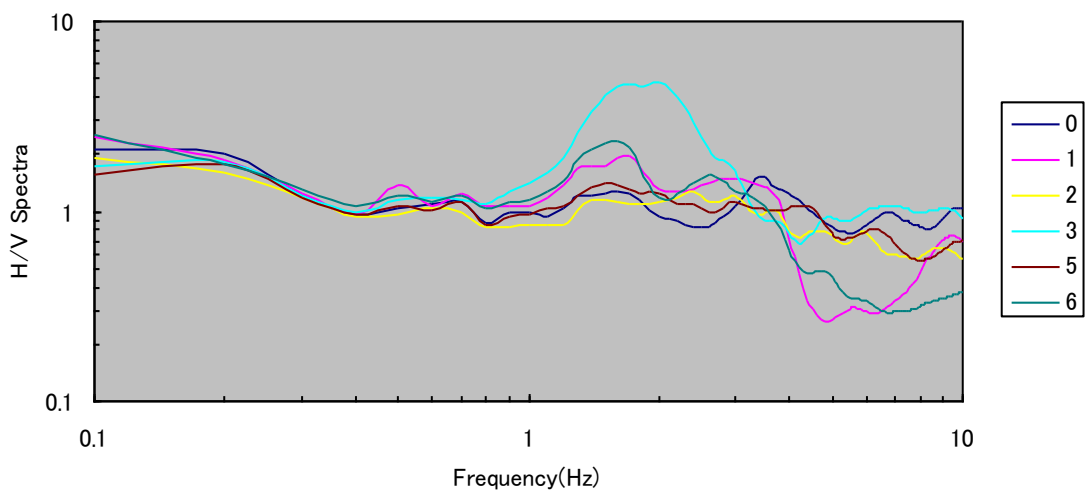


図 4.3.3 東品川における H/V スペクトル (半径 50m, 100m)



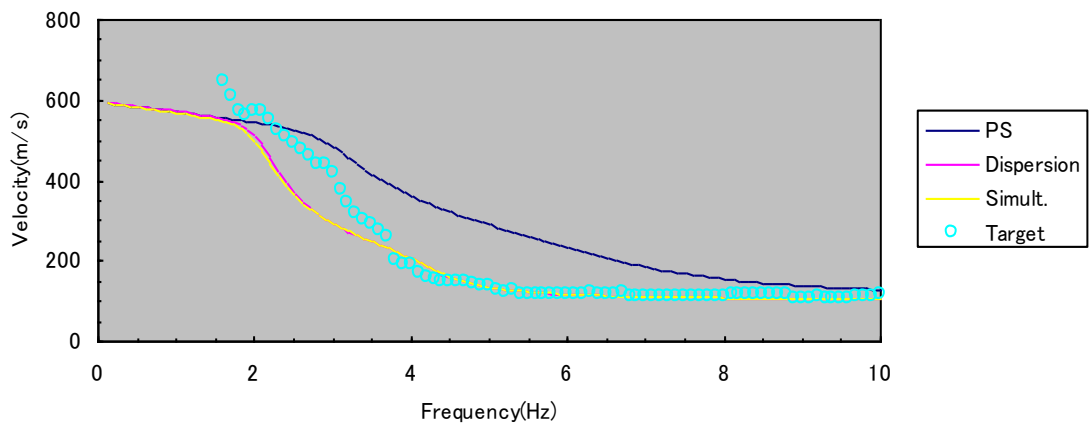


図 4.3.4 東品川における位相速度分散曲線逆解析結果

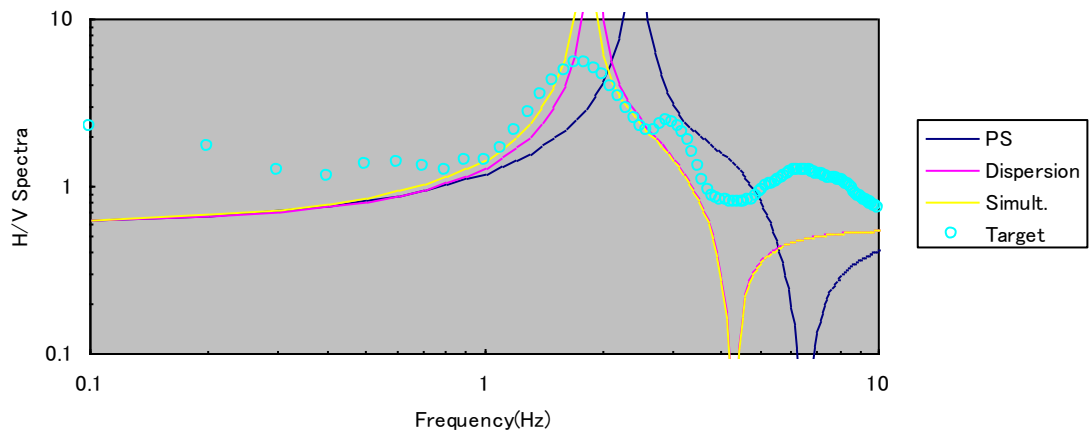


図 4.3.5 東品川における H/V スペクトル逆解析結果

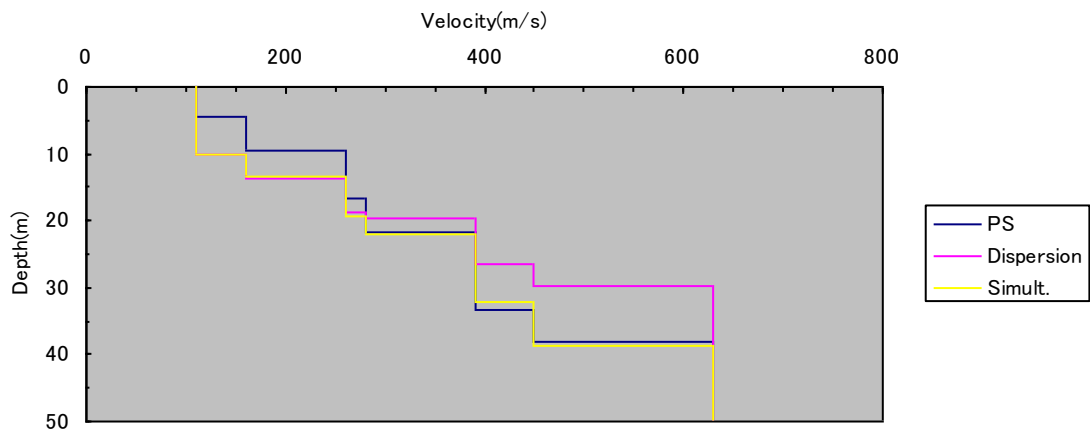


図 4.3.6 東品川における S 波速度構造モデル

### 4.3.3 港北における検討[30]

観測地点は第三京浜港北インターチェンジ近くにあり，南側に産業道路，東側に第三京浜が走っている．図 4.3.7 に観測点位置を，図 4.3.8 および図 4.3.9 にボーリング調査結果から推定された地質断面図を示す．地表から深さ 3m 程度までは埋土であり，その下に厚さ 7m~15m の沖積層があり，さらに北側傾斜の上総層群が連続する．観測点より西南西に 7km ほどのところに位置する KiK-NET 横浜の深度 2000m に達する柱状図と PS 検層結果を図 4.3.10 に示す．深さ 20m 程度までは下総層群の泥岩で S 波速度 280m/s であり，その下には 1000m 以上にわたって上総層群の泥岩等が続き，深さ 100m 程度までの S 波速度は 390m/s である．東南東に 10km ほどのところに位置する K-NET 横浜の深さ 20m までの PS 検層結果を図 4.3.11 に示す．地表から 3m 程度は埋土で  $V_s=135\text{m/s}$ ，さらに 15m の厚さでシルトがあり，その S 波速度は 85m/s および 110m/s である．深さ 18m において岩盤が現れ，その S 波速度は 445m/s である．



図 4.3.7 港北の微動観測点周辺

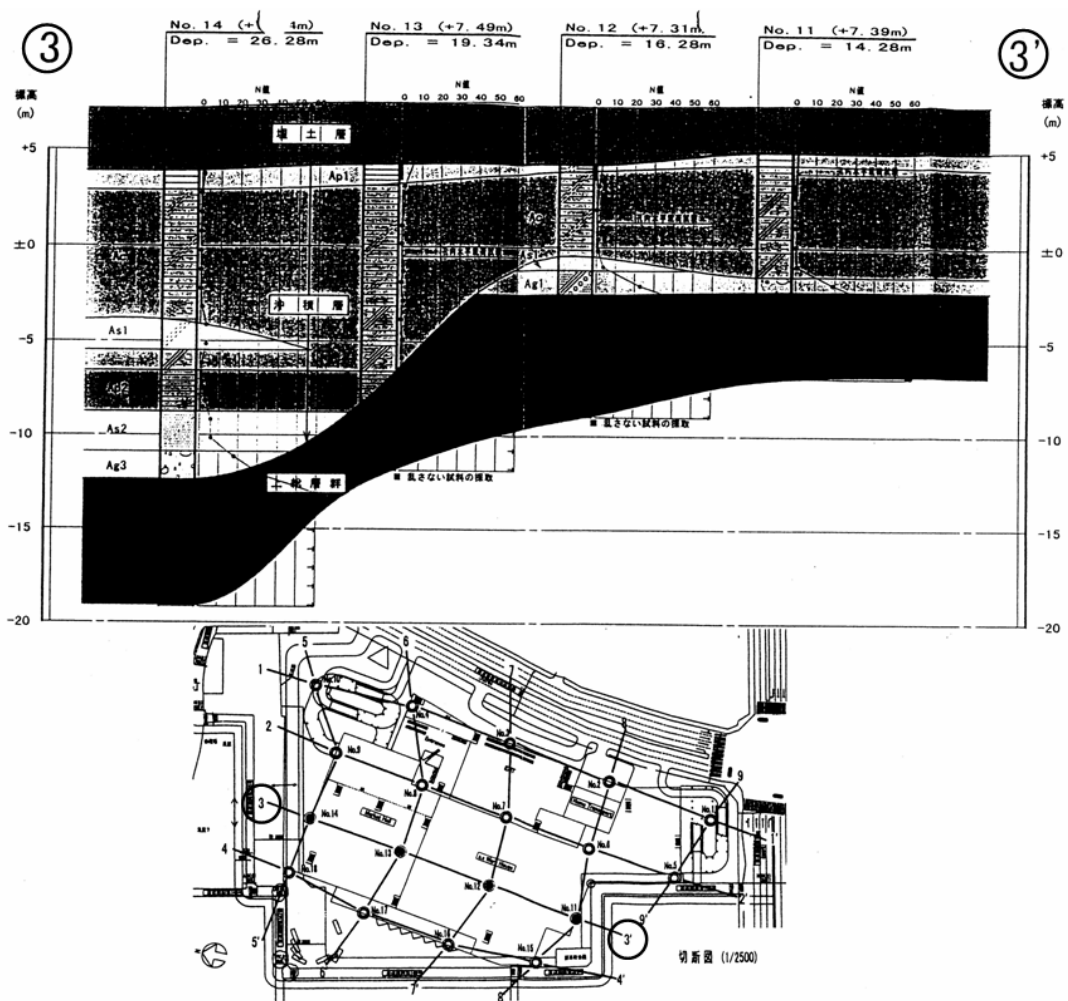


図 4.3.8 港北の地質断面推定図 (南北方向)

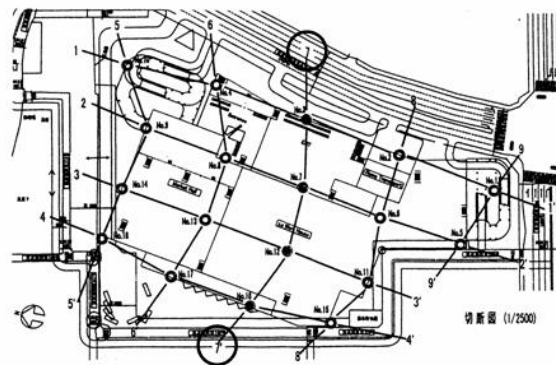
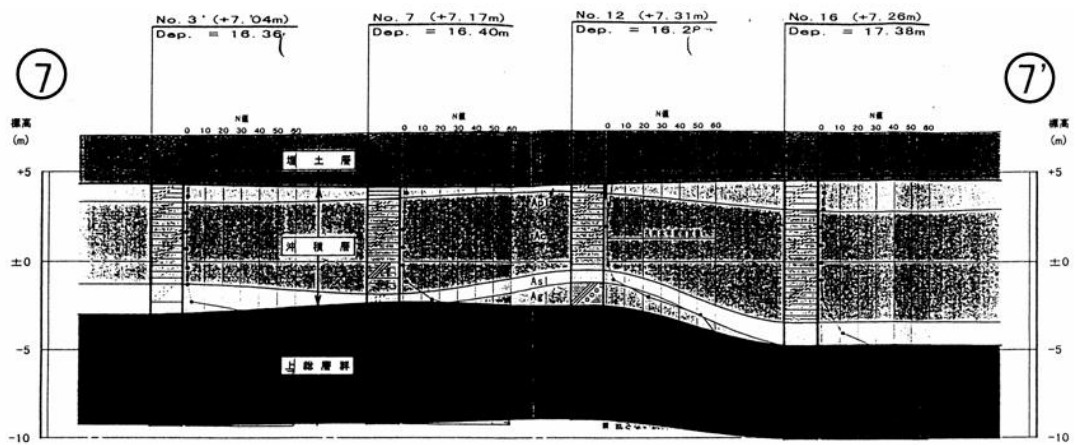


図 4.3.9 港北の地質断面推定図 (東西方向)

ボーリング柱状図(暫定版)

観測点名 : 横浜(よこはま) 観測点コード : KNGH10  
 緯度 : 35° 29' 45.2" 経度 : 139° 31' 21.7"  
 孔口標高 : +62m 掘削進長 : 2045.00m

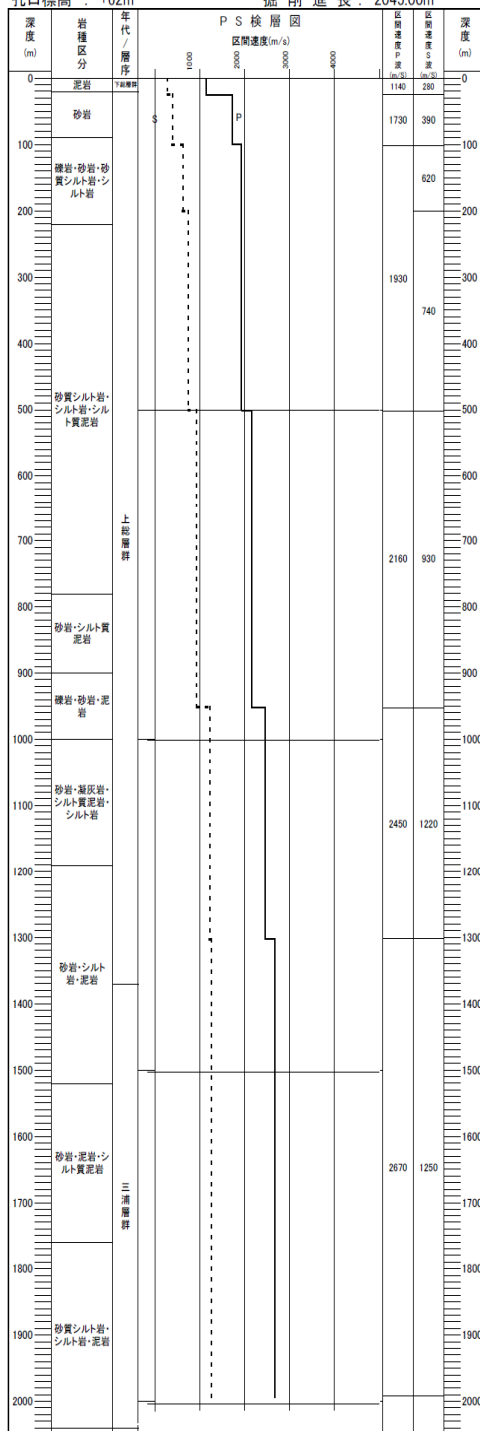


図 4.3.10 KiK-NET 横浜ボーリング柱状図および PS 検層結果

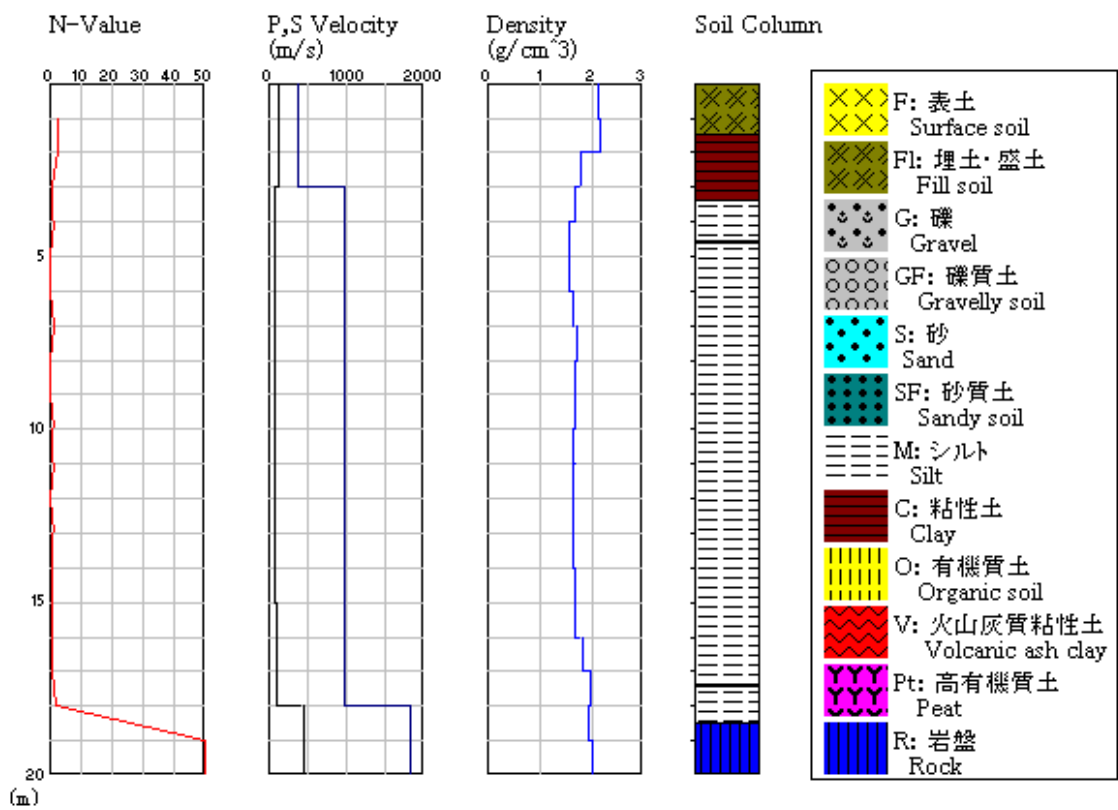


図 4.3.11 K-NET 横浜ボーリング柱状図および PS 検層結果

測定にはミットヨ製 GPL-6A3P ポータブル地震計 (100Hz サンプリング, 30Hz ローパスフィルター) を 7 台使用した。アレー半径は, 72m, 36m, 18m, 9m, 4.5m であり, その配置図を図 4.3.12 に示す。図 4.3.13 に観測状況を示す。図 4.3.14 に, 定常的な 40.96 秒のサンプルを 20 サンプル程度を用いて, FK 法により評価した上下成分位相速度分散曲線を示す。分散曲線は 2Hz~10Hz の範囲で得られており, 100m/s~600m/s に分布する。3Hz~4Hz に逆分散傾向が見られ, 逆転層の存在が推定される。図 4.3.15 に半径 36m および 72m の各測点で J-SESAME により求めた H/V スペクトルを示す。H/V スペクトルのピークは 1Hz~2Hz に分布し, 北側ほど高振動数を示し, 地質断面図の傾斜の傾向に調和的である。

K-NET および KiK-NET の PS 検層結果を参考に, 表 4.3.4 に示す PS 検層モデルを作成し, その層厚のみを対象とした逆解析 (図中 H) と, 層厚および S 波速度を対象とした逆解析 (図中 H,Vs) の 2 ケースを実施した。表中に, それぞれの探索範囲を示す。図 4.3.8 の連続する部分をつないだ分散曲線 (図 4.3.16) と, 図 4.3.17 の H/V スペクトルの両者を同時にターゲットとした逆解析を行った。その結果, 上述の 2 ケースの結果はいずれも 5Hz 以上で分散曲線をよく表し, スペクトルのピークも観測結果の 2Hz 付近にほぼ対応する結果となった。図 4.3.18 に示す逆解析モデルは互いに類似しており, 最下の半無限層の速度の違いが分散曲線の低振動数側の傾向の違いをもたらしている。これらの逆解析モデルは PS 検層モデルよりも浅い工学的基盤を示し, 互いに類似していることから, 層厚の評価が安定的に行われたものと考えられる。また, モデルにおける逆転層の存在は, 基本モードにおいては逆分散傾向を示していない。

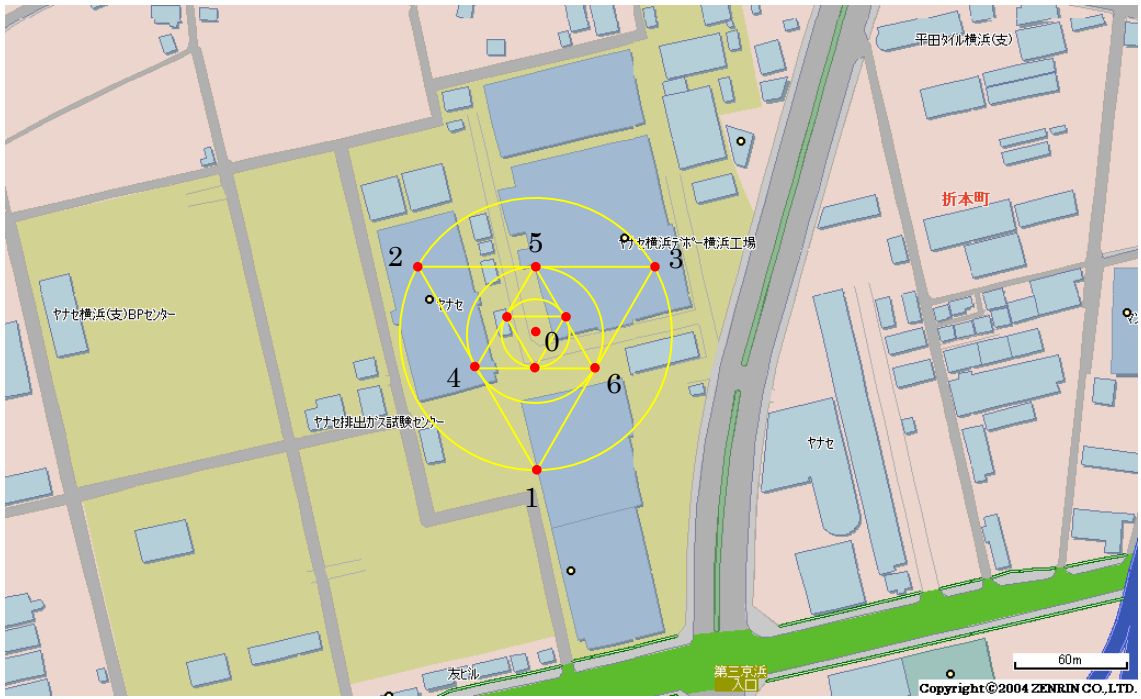


図 4.3.12 港北におけるアレー配置図



図 4.3.13 港北における微動観測状況（半径 4.5m, 9m）



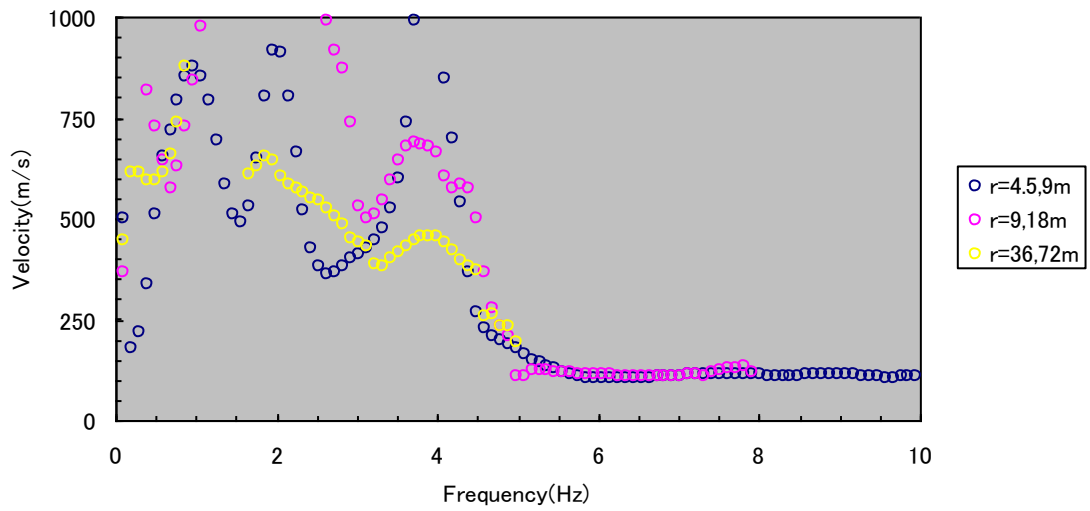


図 4.3.14 港北における位相速度分散曲線

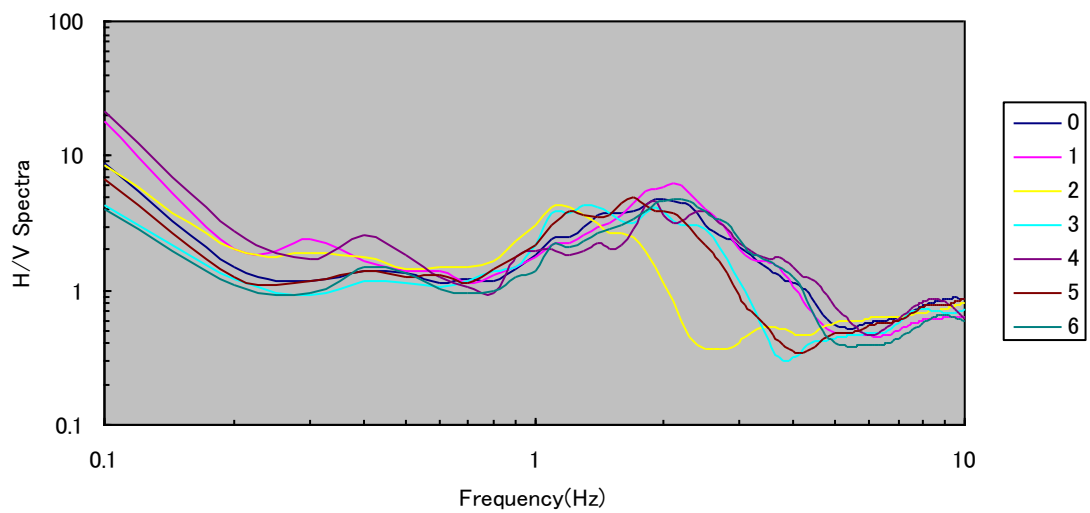


図 4.3.15 港北における H/V スペクトル

表 4.3.4 港北の PS 検層モデルおよびパラメータ範囲

Layer	Thickness(m)	Density(kg/m <sup>3</sup> )	Vs(m/s)	Vp(m/s)
1	3.4	1-5	2150	135 120-150 385
2	14	1-20	1650	85 70-100 975
3	1.1	1-5	1800	110 100-120 975
4	1.7	1-5	2000	445 400-500 1830
5	-	-	1790	650 550-750 2010

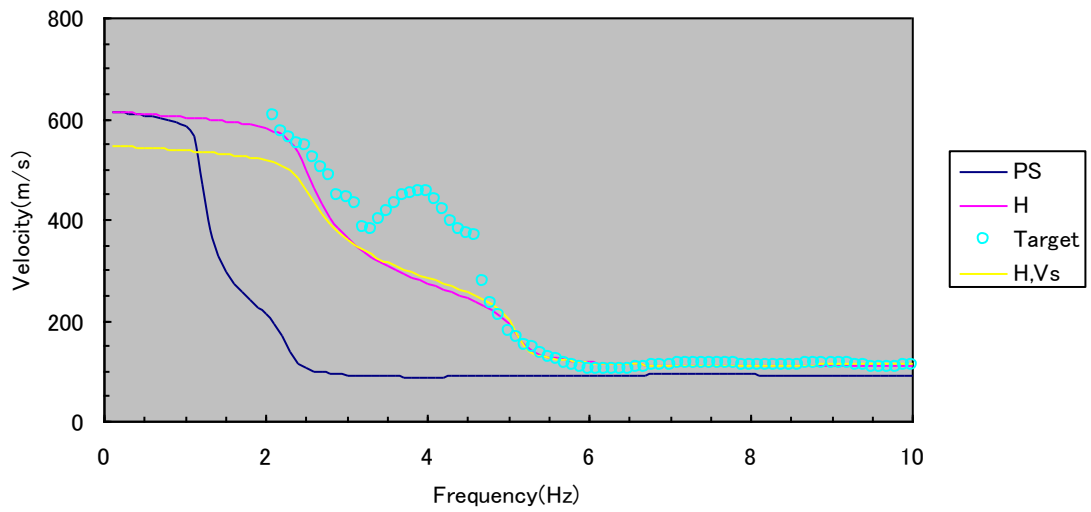


図 4.3.16 港北における位相速度分散曲線逆解析結果

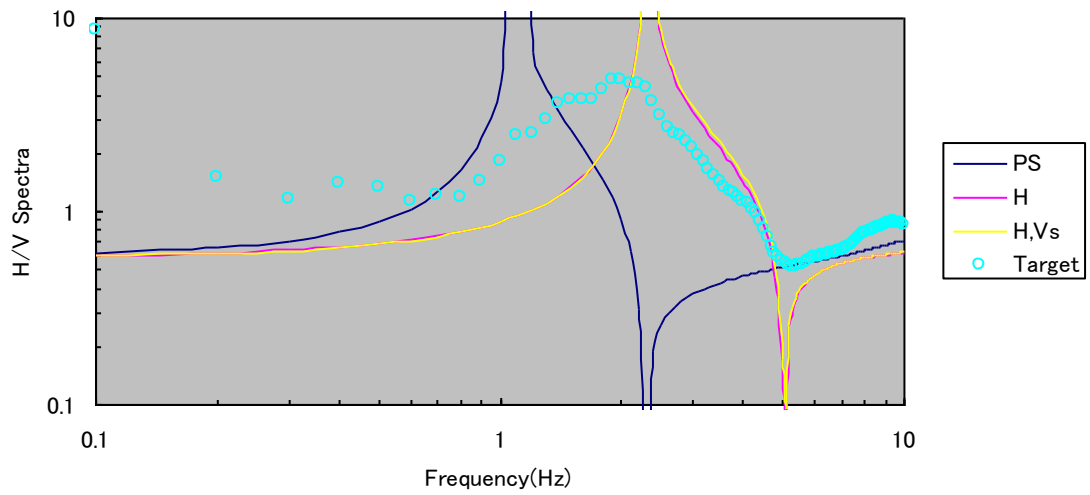


図 4.3.17 港北における H/V スペクトル逆解析結果

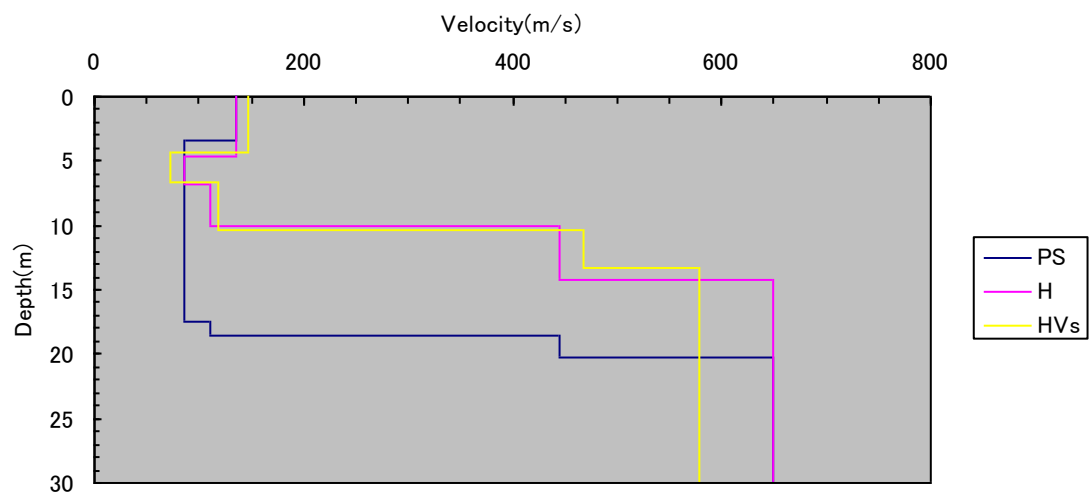


図 4.3.18 港北における S 波速度構造モデル

### 3.4.3 新潟県十日町市における検討[31]

図 4.3.19 に示すように、新潟県十日町市十日町南中学校は市の中心部より南西に位置し、その北側には川がある。図 4.3.20 に、中学校校庭の北西側に位置する K-NET 十日町観測点での PS 検層結果を示す。礫質土が岩盤上に堆積し、N 値は表層付近よりおよそ 50 に達する硬質な地盤である。表 4.3.5 に示す 10m までの PS 検層結果より、S 波速度は表層 1m 付近で 90m/s、その下 8m 付近まで 300m/s 程度が続き、9m 以深では工学的基盤と考えられる 600m/s 程度となっている。

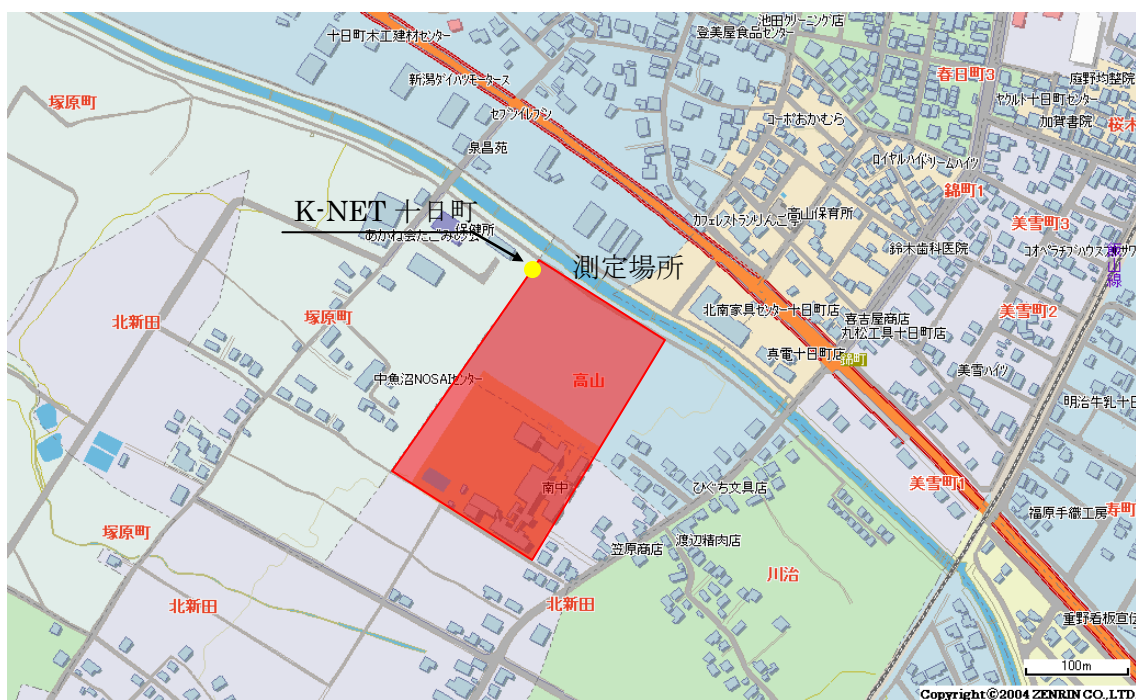


図 4.3.19 十日町微動観測敷地図

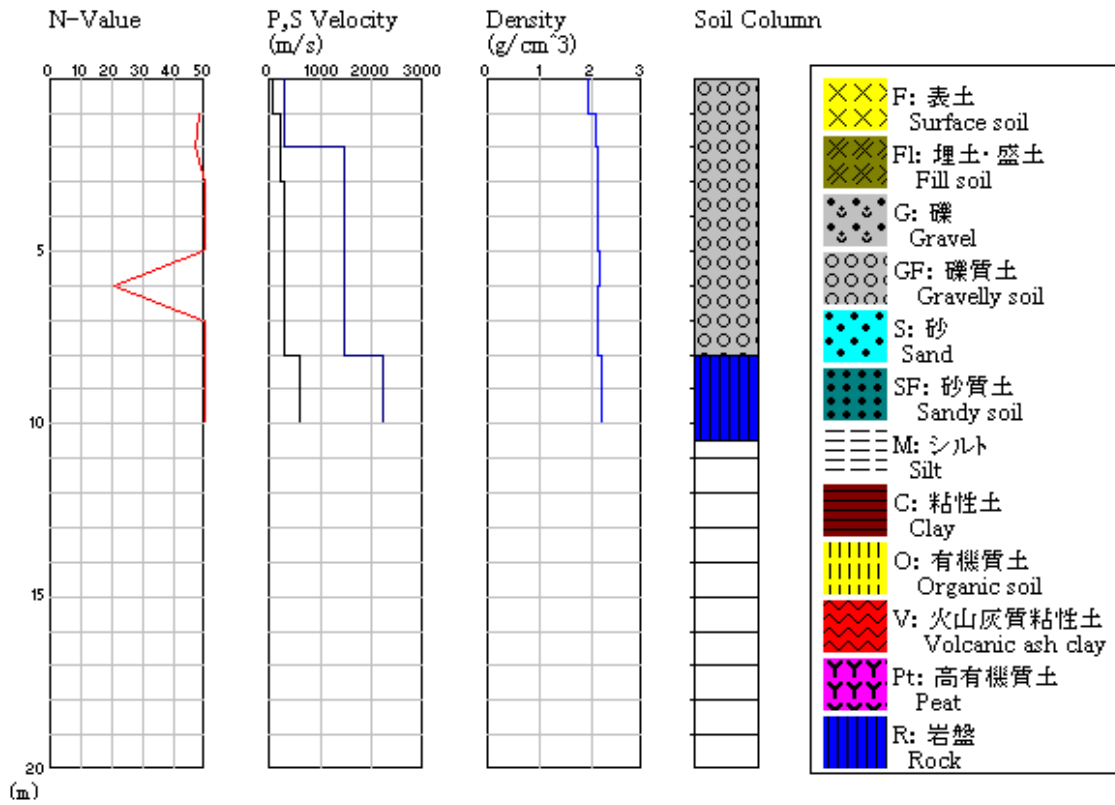


図 4.3.20 十日町土質図

表 4.3.5 十日町土質図詳細

N-Value (m/s)	P,S-Velocity (g/cm <sup>3</sup> )	Density	Soil	Column	
1m	48	290	90	1.94	0m - 8.00m GF
2m	47	290	240	2.08	8.00m - 10.50m R
3m	99	1460	240	2.12	
4m	99	1460	310	2.13	
5m	99	1460	310	2.13	
6m	21	1460	310	2.17	
7m	99	1460	310	2.13	
8m	99	1460	310	2.13	
9m	99	2200	610	2.2	
10m	99	2200	610	2.2	

図 4.3.21 に示すように、十日町南中学校校庭においてにおいて半径 60m, 40m, 30m, 20m, 10m, 5m の正三角形アレーを設け、計 7 台の微動計によって常時微動観測を計 3 回実施した。微動アレー観測の状況を図 4.3.22 に示す。なお、微動計の測定成分を 1CH(UD), 2CH(NS), 3CH(EW)とし、100Hz サンプリングで 30Hz のローパスフィルターを用いた。

微動アレー観測によって得られた定常的な 40.96 秒のサンプルを 20 サンプル程度用いて FK 法を適用し、上下成分の位相速度分散曲線を評価した。その結果を図 4.3.23 に示す。また、J-SESAME を用いてアレー半径 30m および 60m の各点で求めた H/V スペクトルを図 4.3.24 に示す。信頼できる位相速度分散曲線は 5~20Hz で得られており、200m/s~700m/s で分布している。H/V スペクトルのピーク振動数は広範な領域で 6~8Hz 付近に分布しており、表層地盤はほぼ水平成層構造であると推論される。K-NET 観測点付近のピーク振動数は 6.5Hz である。2Hz 付近のピークは測定上の問題である。

K-NET 十日町の PS 検層結果に標高差分の 1.8m を加えたモデルを設定し、S 波速度のみを探索パラメータとしたケースと、層厚もパラメータに加えたケースの同時逆解析を行った。なお、校庭と K-NET 小千谷観測点の位置関係を図 4.3.25 に示す。ターゲットには、微動アレー観測により得られた位相速度の連続する部分をつないだ分散曲線、および微動アレーの No.1 測点で得られた H/V スペクトルである。表 4.3.6 に PS 検層モデルおよび探索パラメータ範囲、図 4.3.26 に分散曲線の逆解析結果、図 4.3.27 に H/V スペクトルの逆解析結果、図 4.3.28 に逆解析により得られた S 波速度構造を示す。なお、図中には K-NET 観測点の PS 検層モデルによる結果も併せて示す。

PS 検層モデルの位相速度は微動アレー観測結果から大きく隔たっているが、H/V スペクトルのピークは観測 H/V スペクトルとほぼ一致している。S 波速度を探索パラメータとした同時逆解析結果、および層厚もパラメータに加えた同時逆解析結果ともに、観測による分散曲線および H/V スペクトルに概ね適合している。S 波速度をパラメータとした結果は、観測分散曲線と比較すると 7~15Hz で少し低い値を示すが、H/V スペクトルのピーク振動数とはよく適合している。層厚もパラメータに加えた結果は、観測分散曲線に関する適合度が向上しているが、H/V スペクトルのピーク振動数が 7.4Hz となり、観測よりも高めとなっている。S 波速度をターゲットとした同時逆解析モデルを PS 検層モデルと比較すると、ほとんどの層で大き目の S 波速度が評価されており、半無限層では 200m/s 大きい 800m/s である。層厚もパラメータとして加えた同時逆解析モデルを PS 検層モデルと比較すると、最表層の S 波速度が同様であり、3 層の層厚が PS 検層モデルとよく対応する。

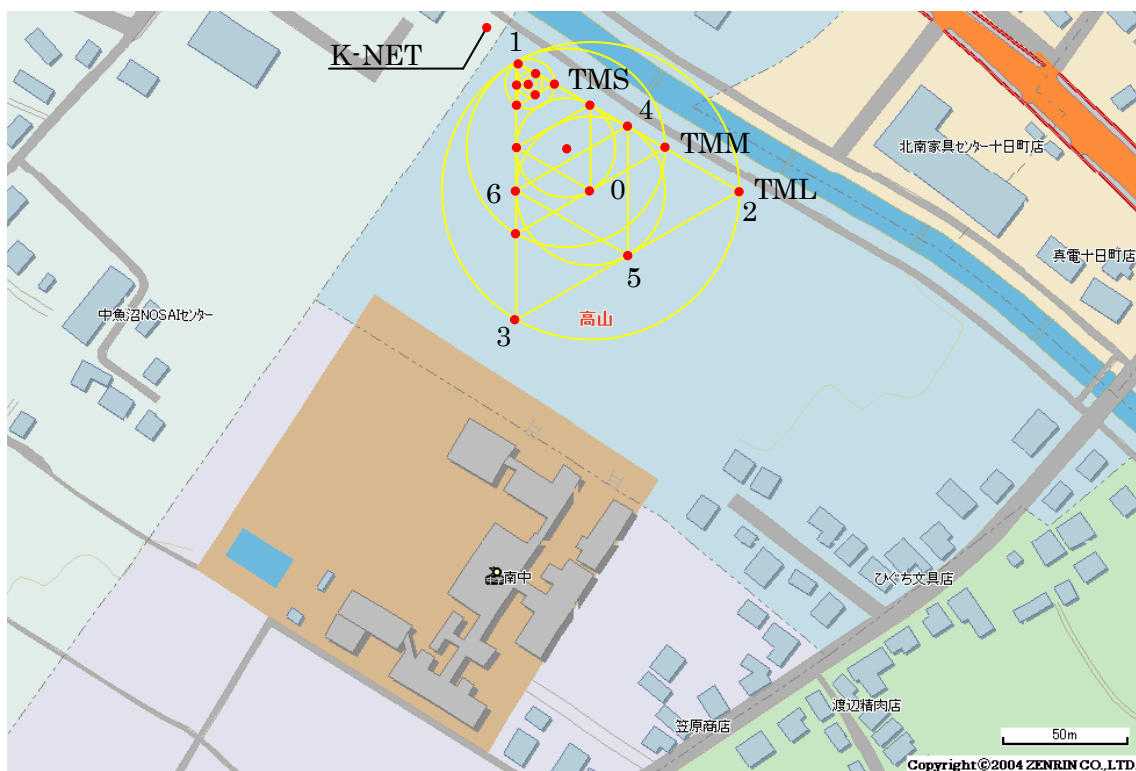


図 4.3.21 十日町アレー配置図



図 4.3.22 十日町における微動アレー観測状況（半径 5, 10m）

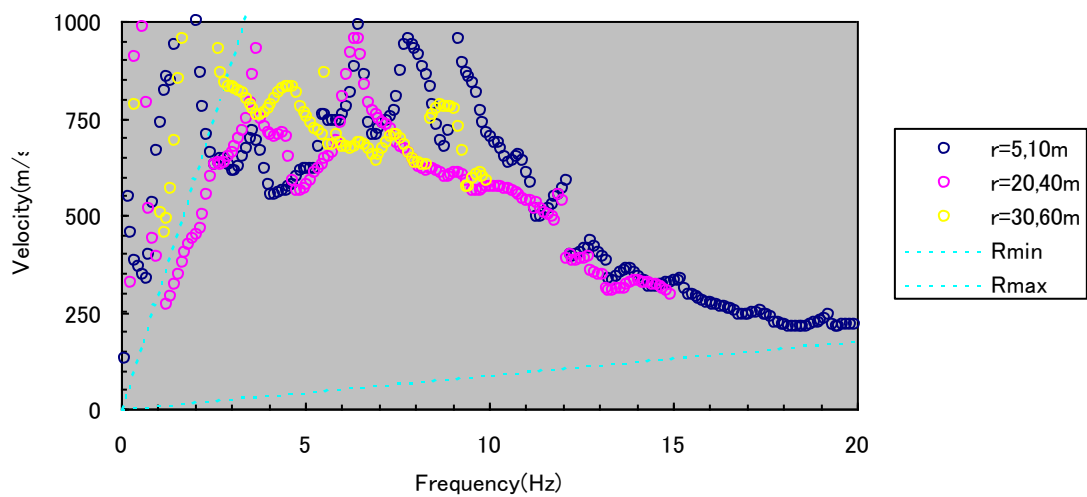


図 4.3.23 十日町位相速度分散曲線

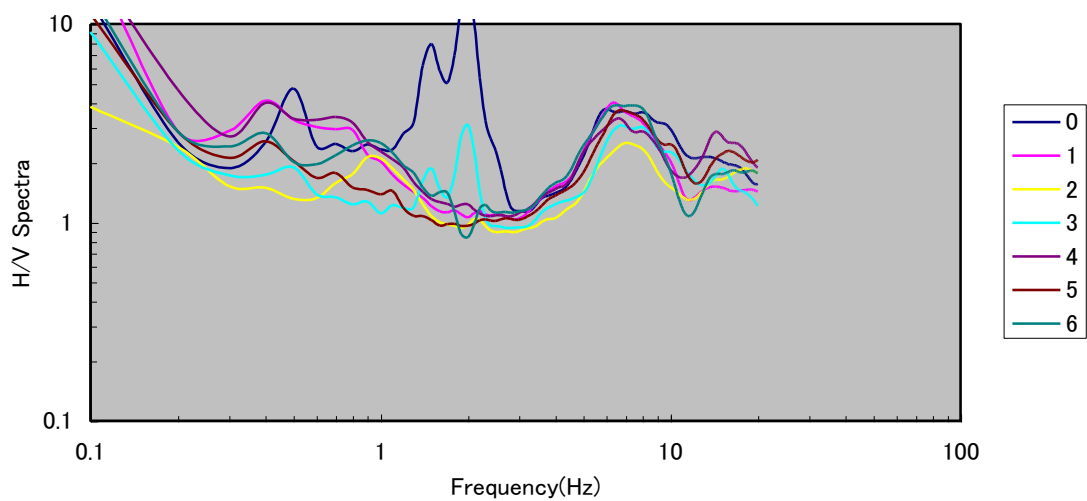


図 4.3.24 十日町 H/V スペクトル (アレー半径 30, 60m)  
(凡例の番号はアレー配置図の番号)



図 4.3.25 校庭と K-NET 十日町観測点の標高差 (1.8m)

表 4.3.6 K-NET 十日町 PS 検層モデルおよびパラメータ範囲

Layer	Thickness(m)	Density(kg/m <sup>3</sup> )	Vs(m/s)	Vp(m/s)
1	2.8	0.5-5	1940	90 60-120 290
2	2	1-5	2120	240 160-320 1460
3	5	1-10	2130	310 220-400 1460
4	-	-	2200	610 400-800 2200



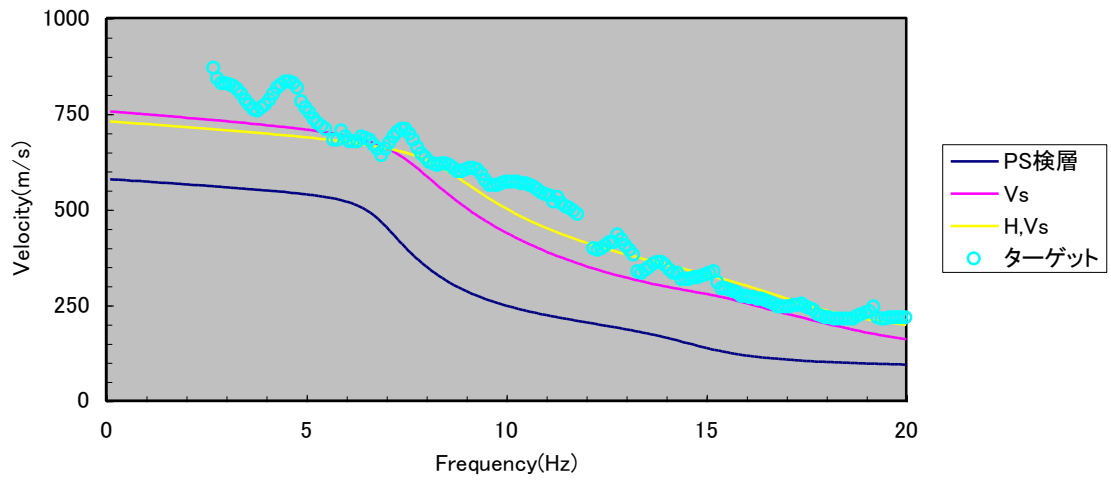


図 4.3.26 十日町南中学校位相速度分散曲線同時逆解析結果

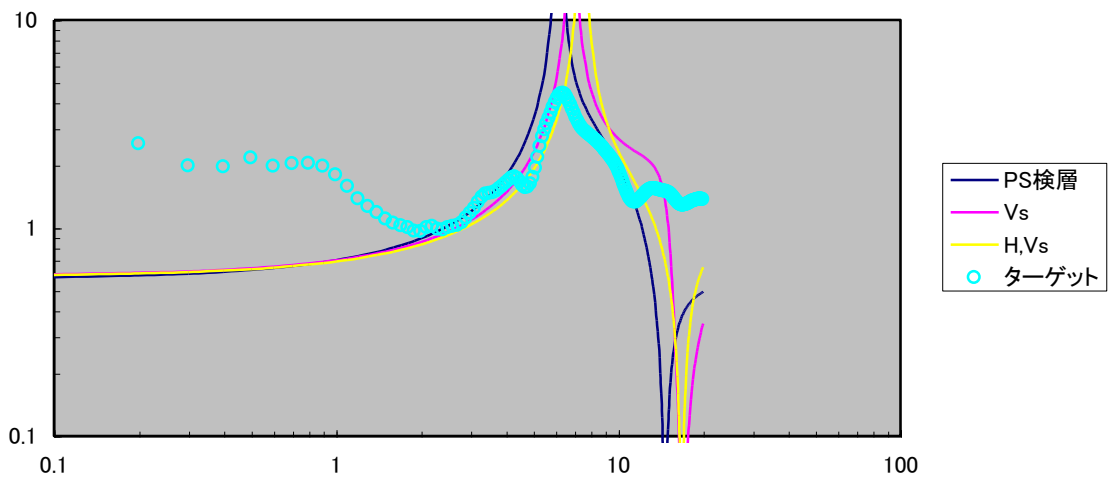


図 4.3.27 十日町南中学校 H/V スペクトル同時逆解析結果 (No.1 地点)

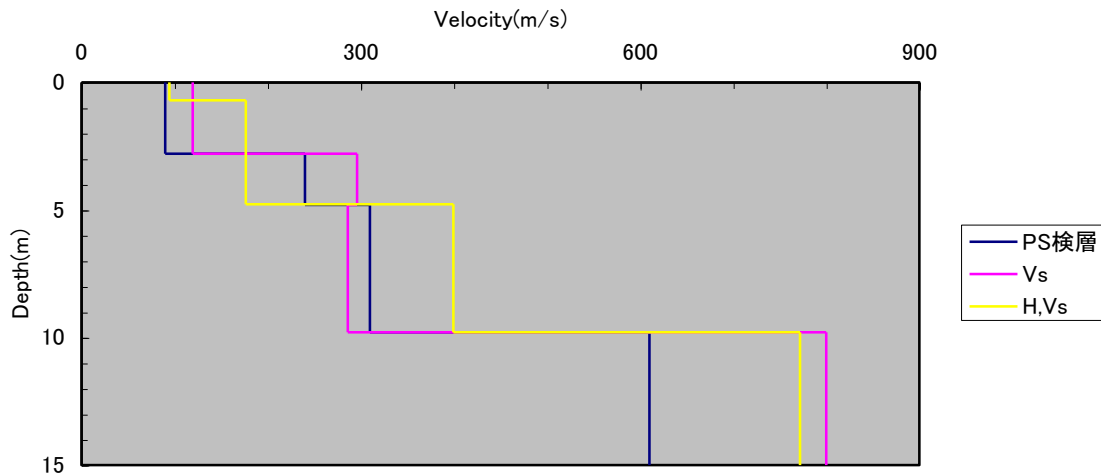


図 4.3.28 十日町南中学校 S 波速度構造

#### 4.3.4 新潟県小千谷市における検討[32]

小千谷小学校において、図 4.3.29 に示す半径 40 m, 20 m, 10 m, 5m の正三角形アレーを設け、計 7 台の微動計によって常時微動測定を計 2 回、各 20 分間実施した。また、100m 程度離れた K-NET 小千谷の近くでも半径 5 m および 10m の微動アレー観測を実施した。アレー観測状況を図 4.3.30, 図 4.3.31, および図 4.3.32 に示す。微動計の測定成分は 1CH(UD), 2CH(NS), 3CH(EW)であり、100Hz サンプリングで 30Hz のローパスフィルターを用いた。

定常的な 40.96 秒のサンプルを 20 サンプル程度用いて、FK 法により上下成分の位相速度分散曲線を評価した結果を図 4.3.33 に示す。また、J-SESAME を用いてアレー半径 5m および 10m で求められた H/V スペクトルを図 4.3.34 に示す。分散曲線は 3Hz~20Hz で得られており、200m/s~600m/s で分布している。H/V スペクトルのピーク振動数は 6.5Hz ~10.5Hz で分布しており、北の体育館方向が高い振動数を示しており、南の住宅街方向が低い振動数となっているため、校庭内での表層厚の変化が激しいことが推論される。校庭中央付近では 8.5Hz 付近となっている。

まず、K-NET 小千谷付近の微動アレー観測から求めた分散曲線と H/V スペクトルの同時逆解析を行った。K-NET 小千谷の PS 検層を参照した PS 検層モデルを表 4.3.6 に示す。探索パラメータには、層厚と S 波速度構造を用いた。図 4.3.35 および図 4.3.36 に示すように、同時逆解析により、分散曲線および H/V スペクトルによく適合するモデルを得ることができた。図 4.3.37 および表 4.3.7 に示す S 波速度構造は PS 検層モデルと類似しており、同様な深さに 600m/s を超える層があり、逆転層を有する。逆解析モデルの第 3 層が厚く第 4

層が薄いのが特徴的である。

K-NET 付近の同時逆解析により得られた地盤モデルの S 波速度が、最大アレー半径 40m の微動アレー観測を行った校庭まで連続しているという考えの下、校庭の地盤構造の推定を試みた。探索パラメータを層厚のみとして、微動アレー観測により得られた位相速度とアレーの中心の微動の H/V スペクトルの同時逆解析を行った。図 4.3.38 より、アレー観測により得られた位相速度と非常によく適合していることがわかる。また、図 4.3.39 より、同様に H/V スペクトルのピークとトラフともによく適合している。図 4.3.40 および表 4.3.8 より、K-NET 小千谷の逆解析モデルと比較すると、表層 4m までは同様な構造であるが、600m/s を超える境界面は K-NET 小千谷よりも 2～3 m 深く、その直上の逆転層の層厚は厚く評価された。

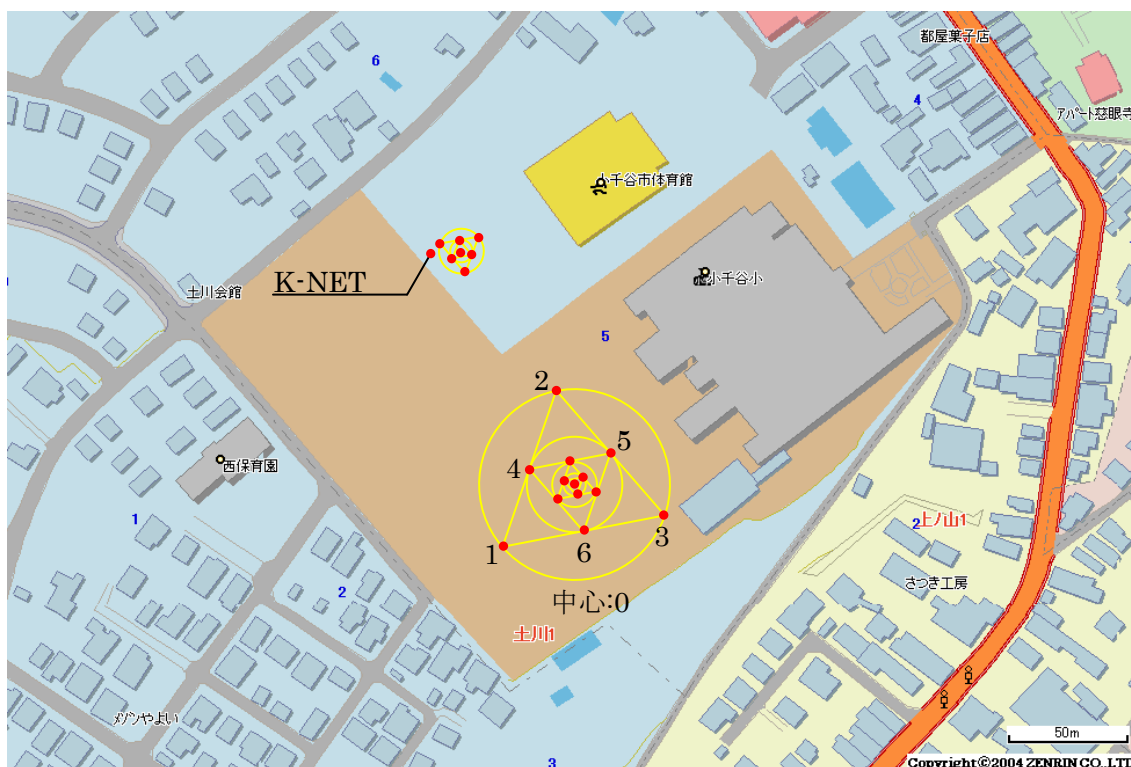


図 4.3.29 小千谷小学校アレー配置図



図 4.3.30 微動アレー観測状況（アレー半径 20, 40m）



図 4.3.31 微動アレー観測状況（アレー半径 5, 10m）



図 4.3.32 K-NET 小千谷微動アレー観測状況 (アレー半径 5, 10m)

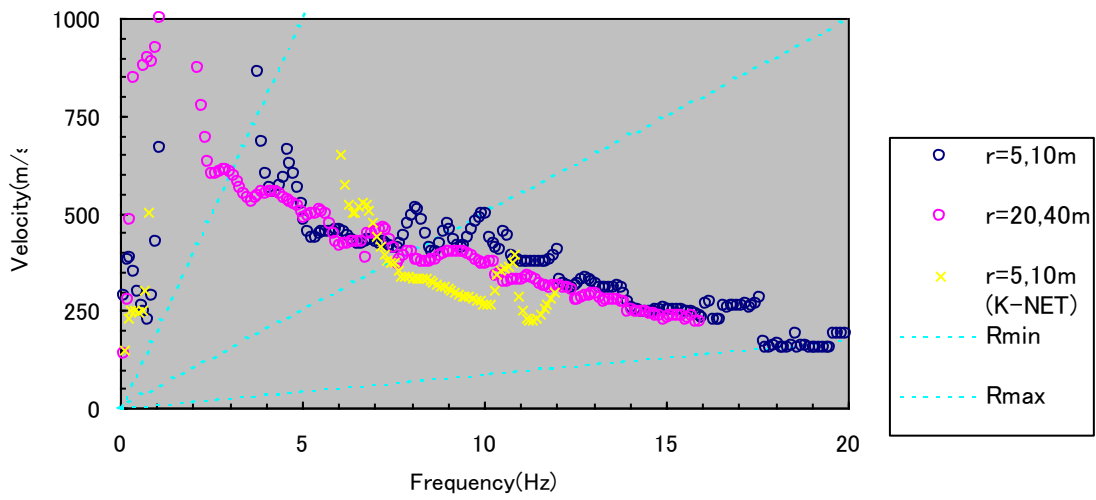


図 4.3.33 小千谷小学校位相速度分散曲線

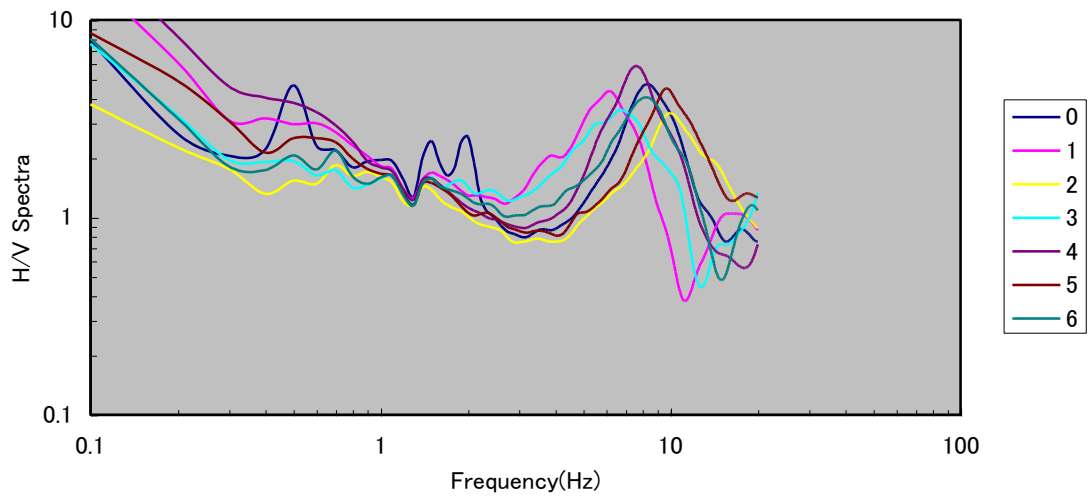


図 4.3.34 小千谷小学校 H/V スペクトル (アレー半径 20, 40m)

表 4.3.6 K-NET 小千谷の PS 検層モデルおよびパラメータ範囲

Layer	Thickness(m)	Density(kg/m <sup>3</sup> )	Vs(m/s)	Vp(m/s)
1	2	1600	60	290
2	3	2490	180	960
3	4	2490	300	960
4	6	2490	580	1840
5	5	1790	350	1840
6	-	2050	640	1840

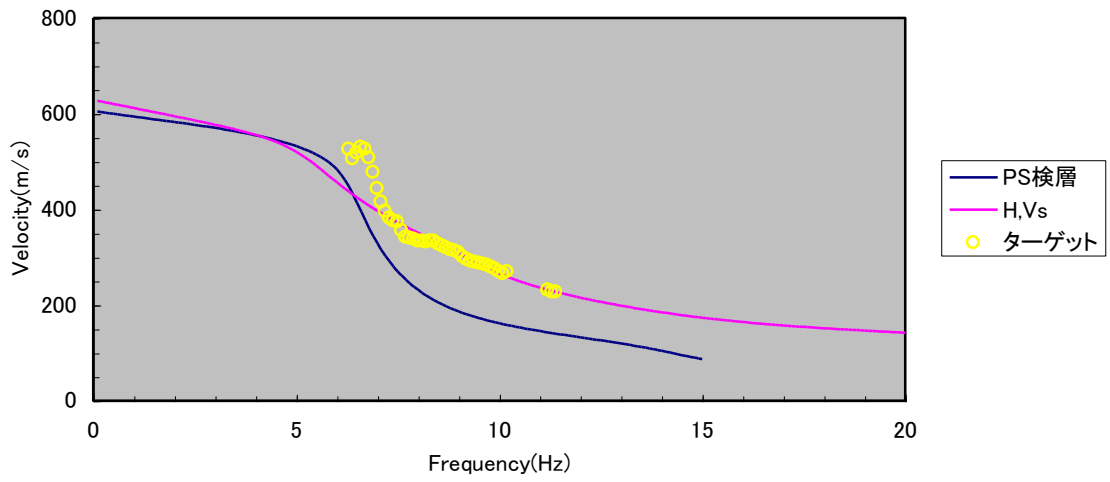


図 4.3.35 K-NET 小千谷分散曲線

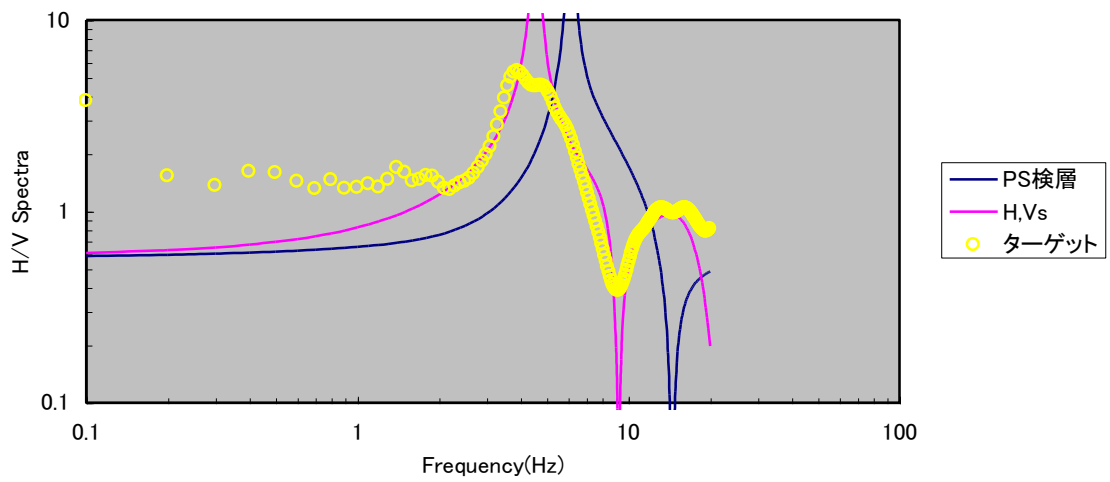


図 4.3.36 K-NET 小千谷 H/V スペクトル

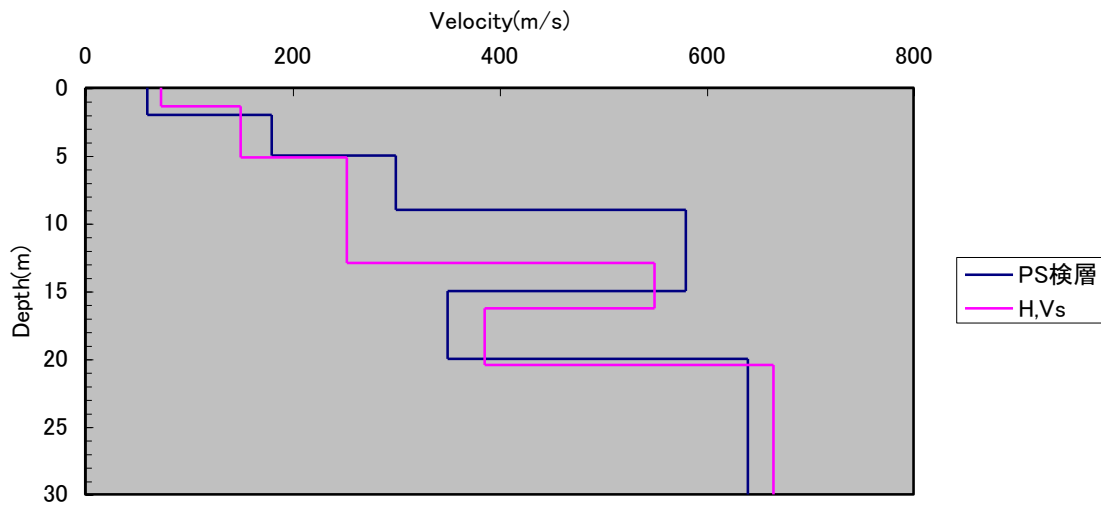


図 4.3.37 K-NET 小千谷 S 波速度構造

表 4.3.7 K-NET 小千谷の逆解析モデルと小千谷小学校のパラメータ範囲

Layer	Thickness(m)	Density(kg/m <sup>3</sup> )	Vs(m/s)	Vp(m/s)
1	1.36	1-3	1600	290
2	3.78	1-6	2490	960
3	7.78	5-10	2490	960
4	3.35	2-8	2490	1840
5	4.18	2-8	1790	1840
6	-	-	2050	1840

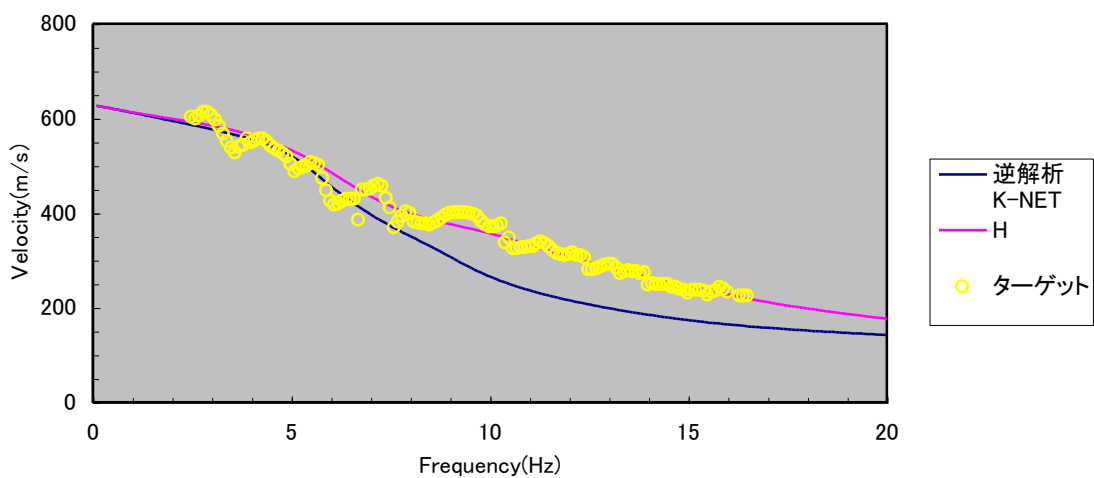


図 4.3.38 小千谷小学校分散曲線逆解析結果



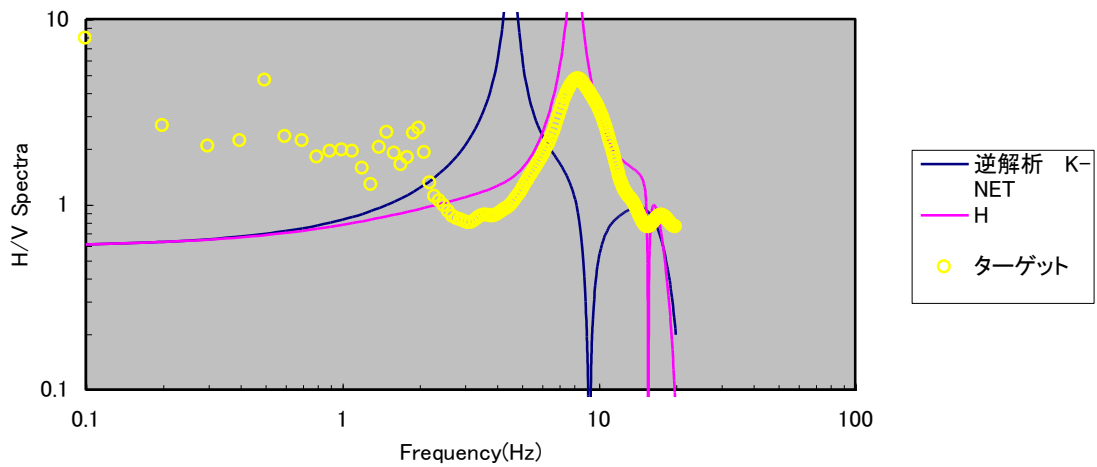


図 4.3.39 小千谷小学校 H/V スペクトル逆解析結果 (アレー中心)

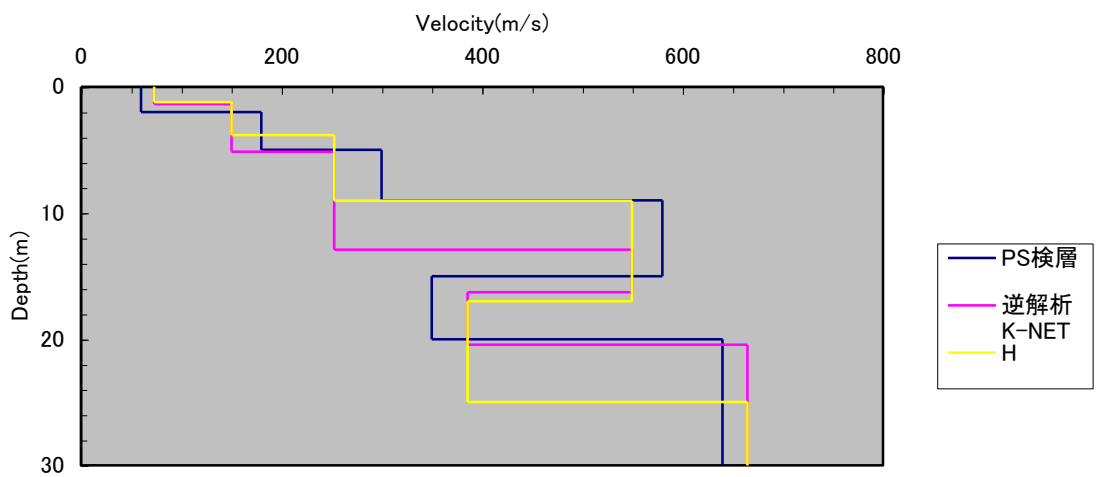


図 4.3.40 小千谷小学校 S 波速度構造

表 4.3.8 小千谷小学校の逆解析モデル

Layer	Thickness(m)	Density(kg/m <sup>3</sup> )	Vs(m/s)	Vp(m/s)
1	1.22	1600	73.19	290
2	2.60	2490	150.15	960
3	5.20	2490	252.62	960
4	7.96	2490	549.71	1840
5	8.00	1790	385.69	1840
6	-	2050	664.61	1840

#### 4.3.4 実測結果への逆解析の適用性

実測結果については、数値解析による検討とは異なり正解としての地盤モデルが存在しない。したがって、以下の記述は複数の逆解析結果の相対関係から推定したものである。

微動観測を行った 4 観測点では、逆解析の前に利用できる情報の質が異なる。対象地盤の中で最も近くに PS 検層のある地点は十日町であるが、敷地のふちの 3m の段差の中段にあり、また 10m までの情報であるためそれ以下の速度構造は不明である。小千谷は 200m 程度離れた点で 100m までの PS 検層があるが、両地点での分散曲線と H/V スペクトルはかなり異なっており、校庭敷地での H/V スペクトルの変動が見られる。港北および東品川にはボーリング調査結果のみがあり、かなり離れた地点で深い PS 検層があるので大局的な S 波速度について参照できる。

東品川の地盤は埋立地であり、広範囲にわたって同様な層序が連続している可能性が高い。近隣の PS 検層結果の S 波速度を用いた逆解析の結果からは、分散曲線単独と H/V スペクトルを加えた同時逆解析モデルについて、深い構造で差異が生じ、かつ同時逆解析モデルは PS 検層結果とほぼ同じである。したがって、同時逆解析により地盤モデル深部が変化することは確かであり、また 500m 程度離れた地点であっても PS 検層結果と対応することから精度が向上した可能性が高いと考えられる。

港北の地盤は傾斜基盤を有するので、大きなアレー半径に対応する分散曲線の低振動数側では、平均的な地盤に対応した特性が得られていると考えられる。分散曲線からは逆転層の存在が推定され、逆転層想定した逆解析において S 波速度を探索対象に加えた場合と加えない場合で、逆解析モデルに大きな違いが生じなかったことから、層厚評価に関する安定性が示されたものと考えられるが、同時逆解析に関する優位性については判断することができない。

十日町では、深さ 10m 程度までであるが、近傍の K-NET 十日町の PS 検層結果を参照することができる。標高差分の層を加えたモデルを設定し、S 波速度のみを探索パラメータとしたケースと、層厚もパラメータに加えたケースの同時逆解析を行った結果、層厚もパラメータに加えたケースのほうが分散曲線によく適合した。

小千谷では、H/V スペクトルの検討結果より地盤構造の変化が著しいことが類推された。まず、PS 検層結果が公開されている K-NET 小千谷付近で微動アレー観測を行い、逆解析により地盤構造を推定した。推定された S 波速度を固定して、数百 m 離れた対象地盤の層厚をパラメータとした逆解析を行った結果、ターゲットに十分に適合する地盤モデルを推定することができた。

以上より、分散曲線と H/V スペクトルの両者を対象として同時逆解析を行うことが、より深い構造の推定において有利であり、また同時逆解析において層厚と S 波速度の両者を探索パラメータとしたほうが観測結果によく対応しがちであることがわかった。

## 5. まとめ

微動を用いて表層地盤構造を簡便かつ安価にモデル化するためには、微動の不確定性に留意して、多くの情報を総合的に取り扱う必要がある。本研究では、アレー観測より求められる上下成分の位相速度分散曲線と、単点観測で得られる H/V スペクトルの両者を同時にターゲットとする、同時逆解析手法を開発した。逆解析アルゴリズムには、解候補を発生させながら最適解を絞り込んでいく大域的な逆解析手法の、Neighbourhood アルゴリズムを使用した。逆解析においては、表面波速度および地表粒子軌跡を高速かつ安定的に計算する必要があるため、一般化 TR マトリックス法による表面波解探索手法を検討し、性質の良い特性関数を与える層を評価・選択するアルゴリズムにより、高次モードまで安定した解が得られることを示した。

逆解析アルゴリズムを数値解析結果に適用し、位相速度分散曲線に加えて H/V スペクトルをターゲットに含めることにより、逆解析結果の正解表層地盤構造への適合性が向上することを示した。つぎに、東京都東品川、横浜市港北、新潟県十日町市および小千谷市において微動アレー観測を行い、測定データに関する逆解析手法の適用性を検討した。実地盤においては正解とすべき構造が一般に不明であるが、観測地点周辺の地下数十 m での地層の連続性を仮定すると、同時逆解析手法により個別の逆解析に比べて適合性の高い地盤モデルが評価された。また、一般に S 波速度と層厚の両者を探索対象としたほうが、それぞれ単独よりもターゲットに近い結果を得ることができた。

微動アレー測定結果の分析には振動数-波数スペクトル法を主として使用し、測定データより高次モードを抽出することを試みたが、複数の地点において安定的に高次モードを抽出するにはいたらず、測定方法を含めたさらなる検討の必要性が明らかとなった。高次モードを含む逆解析の方法には、測定データより高次モードを分離抽出して逆解析する方法[19]と、高次モードの寄与度を仮定した合成位相速度および合成 H/V スペクトルをターゲットとする方法[7]の 2 種類がある。本研究では高次モードを含む逆解析までにはいたらなかったが、一般的なアレー観測での高次モードの分離がきわめて困難であることから、後者の方法を用いてさらに検討を進める計画である。

【参考文献】

- [1]Capon, J. : High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis, Proc. IEEE, 57, 1408-1418, 1969.
- [2]Aki, K. : Space and time spectra of stationary stochastic waves with special reference to microtremors, Bull. Earthq. Res. Inst., 35, 415-457, 1957.
- [3]中村豊, 上野真: 地表面震動の上下成分と水平成分を利用した表層地盤特性推定の試み, 第7回日本地震工学シンポジウム講演集, 265-270, 1986.
- [4]時松孝次, 宮寺泰生: 短周期微動に含まれるレイリー波の特性と地盤構造の関係, 日本建築学会構造系論文報告集, 第439号, 81-87, 1992.
- [5]山中浩明, 石田寛: 遺伝的アルゴリズムによる位相速度の逆解析, 日本建築学会構造系論文集, 第468号, 9-17, 1995.
- [6]山中浩明: 焼きなまし法による位相速度の逆解析—遺伝的アルゴリズムとの性能比較—, 物理探査, 54.4, 197-206, 2001.
- [7] Arai, Hiroshi and Kohji Tokimatsu : S-Wave Velocity Profiling by Joint Inversion of Microtremor Dispersion Curve and Horizontal-to-Vertical (H/V) Spectrum, Bull. Seism. Soc. Am., 95(5), 1766-1778, 2005.
- [8]Luco, J. E. and R. J. Apsel : On the Green's Function for a Layered Half-space. Part 1, BSSA 73(4), 909-929, 1983.
- [9]Sambridge, M. : Geophysical inversion with a neighbourhood algorithm - I. Searching a parameter space, Geophys. J. Int., 138, 479-494, 1999.
- [10]Haskell, N. A : Radiation pattern on surface waves from point sources in a multilayered medium, Bull. Seism. Soc. Am., 54, 377-393, 1964.
- [11]Schwab, F. A. and L. Knopoff : Fast surface wave and free mode computations, in Methods in computational physics 11, Academic press, 87-180, 1972.
- [12]Chen, X. : A systematic and efficient method of computing normal modes for multilayered half-space, Geophys. J. Int., 115, 391-409, 1993.
- [13]久田嘉章: 成層地盤における正規モード解及びグリーン関数の効率的な計算法, 日本建築学会構造系論文集, 第501号, 49-56, 1997.
- [14]前田寿朗: 一般化 TR マトリックスを用いた表面波速度の計算方法 日本建築学会学術講演梗概集, B-2, 215-216, 2005.9.
- [15]Toshiro Maeda : Surface wave velocity tracking by bisection method , 18th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, 91-105 , 2005.8.
- [16]Harkrider, D. G. and D. L. Anderson, Surface wave energy from point sources in plane layered earth models, J. Geophys. Res., 71(12), 2967-2980, 1966.

- [17]Aki, K. and P. G. Richards : Quantitative seismology theory and Methods, W. H. Freeman and company, 1980.
- [18]Harkrider, D. G. : Surface Waves in Multilayered Elastic Media, Part 1. Rayleigh and Love Waves from Buried Sources in a Multilayered Elastic Half-space, Bull. Seism. Soc. Am., 54(2), 627-679.
- [19]Feng, S., Sugiyama, T., Yamaoka, H. : Effectiveness of multi-mode surface wave inversion in shallow engineering site investigations, Exploration Geophysics, 36, 26-33, 2005.
- [20]Tokimatsu, S., K. Shinzawa, and S. Kuwayama : Use of Short-Period Microtremors for Vs Profiling, J. Geotech. Eng. ASCE 118(10), 1544-1588.
- [21]Horike, M. : Inversion of Phase Velocity of Long-period Microtremors to the S-wave-velocity Structure Down to the Basement in Urbanized Areas, J. Phys. Earth, 33, 59-96, 1985.
- [22]Asten, M. W. and J. D. Henstridge : Array estimators and the use of microseisms for reconnaissance of sedimentary basins, Geophys., 49, 1828-1837, 1984.
- [23]宮腰研 : 微動探査法による表面波位相速度の推定の基礎的研究, 北海道大学大学院理学研究科博士論文, 1998.
- [24]物理探査学会 : 物理探査ハンドブック, 1998.
- [25]小淵卓也, 山本英和, 斉藤徳美 : 微動アレー探査における周波数-波数スペクトル法と空間自己相関法から推定した Rayleigh 波の有効波長範囲の上限の検討, 物理探査, 55.5, pp.363-373, 2002.
- [26]Bard, P.-Y : 2004 The SESAME project: an overview and main results, 13th world conference in Earthquake Engineering, Vancouver, August 2004.
- [27]長島英介, 前田寿朗 : Neighbourhood アルゴリズムによる表面波分散曲線および H/V スペクトルの逆解析, 2004 年度日本建築学会関東支部研究報告集, 205-208, 2004.
- [28]Nagashima, Eisuke and Toshiro Maeda : Inversion analysis on surface wave dispersion curves and H/V spectra by Neighbourhood Algorithm, 6th World Congresses of Structural and Multidisciplinary Optimization, 2005.6.
- [29]長島英介, 前田寿朗, 倉内信幸 : Neighbourhood アルゴリズムによる分散曲線と H/V スペクトルの同時逆解析, 日本建築学会学術講演梗概集, B-2, 217-218, 2005.9.
- [30]Hibino, Hiroshi and Toshiro Maeda, Chiaki Yoshimura, Yasuo Uchiyama : Distribution of base rock depth estimated from Rayleigh wave measurement by forced vibration tests, 18th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, 3020-3028, 2005.8.
- [31]前田寿朗, 長島英介, 吉村智昭, 糸井達哉 : K-NET 十日町観測点周辺の微動測定, 日本地震工学会大会 2005 梗概集, 454-455, 2005. 11.

[32]前田寿朗, 長島英介, 吉村智昭, 糸井達哉 : K-NET 小千谷周辺での微動アレー観測,  
第 24 回日本自然災害学会学術講演会講演梗概集, 5-6, 2005.11.

## 付録 A Sesame プロジェクトの概要

2004年8月に開催された第13回世界地震工学会議(バンクーバ)において、微動を用いた地盤構造同定に関するヨーロッパでの共同研究 (SESAME プロジェクト) のセッションが設けられた。SESAME プロジェクトは、Site EffectS assessment using Ambient Excitations の略称であり、ヨーロッパ各国の多数の研究機関が参画している。Bard による基調報告を抄録し、同プロジェクトの概要を以下にまとめた。

#2207 : Bard, P-Y.

The SESAME project: An overview and main results, #2207

### はじめに

ほどほどに地震のある国や開発途上国では、地盤モデル評価に必要な試験を行う予算がなく、微動を用いた手法開発が不可欠である。その手法にはH/Vとアレー分析があり、特に前者は経験的なので、理論的背景と適切な使用法を明らかにする必要がある。SESAME プロジェクトは、14機関の共同による2001年に始まったEU関連のプロジェクトであり、上記2手法の信頼性の研究を目的とする。

### プロジェクトの構成

H/V 手法 : 測定法, データ処理方法, サイト特性や地震被害分布との比較

アレー測定: レイアウトを含む測定法, データ処理方法, 逆解析の改良, プログラム化

物理的背景: ランダムソースを用いた数値モデル (FD) の開発と評価, ノイズ合成による H/V とアレー測定の数値解析, 測定と理論のクロスチェック

ソフト開発: H/V スペクトルのフリーソフトの開発・配布

### ノイズ波動場の特性とシミュレーション

文献調査において、実体波と表面波の割合、レイリー波とラブ波の割合、基本モードと高次モードの割合に関する文献はほとんど見つからなかった。ノイズのシミュレーションプログラムは、ソースを作成するモジュール、水平成層モデルの計算モジュール (波数積分)、差分解析モジュールより構成された。これらを用いて1D、2D、3Dモデルによるシミュレーションを行い、その合成結果をH/Vとアレー手法で分析し、モデル構造ならびに実測結果と比較した。( #1120, #1130)

#1120 : Bonnefoy-Claudet, S. et al.

Simulation of seismic ambient noise: 1. Results of H/V and array techniques on canonical models

#1130 : Cornou, C. et al.

Simulation of seismic ambient vibrations- 2. H/V and array techniques for real sites

### 1) ノイズ波動場の構成

数値シミュレーション結果より、中～高振動数域のノイズ波動場はローカルな地表ソースによると考えられ、その波動場はラブ波、レイリー波、実体波の混合であり、基本モードが卓越すると考えられた。H/V ピークの成因には、レイリー波の楕円軌道、ラブ波基本モードのエアリー相、S波の増幅が挙げられる。

### 2) 1D 構造に対する H/V とアレー手法の有用性

1～2層モデルと速度漸増1層モデルの検討結果から、H/V は基本振動数の±20%以内の値を示した。アレー手法は多くの場合正しい  $V_s$  構造を導くが、速度変化の小さな堆積層内の内部層についてはうまくいかず、基盤層の  $V_p$  に関する分解能も低いので、最表層の速度評価に向いている。

### 3) 2D あるいは3D 構造に対する H/V とアレー手法の有用性

傾斜層や沖積盆地に対して、H/V はその部分の1D共振振動数よりも高めの振動数を評価し、明瞭なピークを生じにくい。アレー測定は基本的にアレー下の平均  $V_s$  構造を評価する。沖積盆地の実サイトを対象とした検討結果も測定結果と対応し、地表加振力による微動モデリングが適当であることを示された。アレー手法は表層S波速度を与えるが、基盤に至る速度構造を得るには、反射法等の他の手法と同時に使用して層厚を拘束するのがよいと思われる。(＃1130)

### H/V の測定条件 (＃306, #3132) とデータ処理ソフト (＃2270)

加速度計より速度計が適当である。ただし、最近の過減衰型の加速度計にはあてはまらないかもしれない。設置条件として、コンクリートやアスファルト上は良いが、やわらかい土、草、礫等の上は避ける。地下構造物のあるところは避け、近くの地上構造物についても特に強風時には注意する。強風や豪雨時の測定は避ける。交通や機械等のノイズソースは避けるか、あるいは分析データから除く。H/V 振幅に比べて、H/V ピーク振動数がこれらの影響を受けにくい。データ処理ソフト J-SESAME を開発し、マニュアルおよびガイドラインと共に無料配布している。

#306 : Duval, A.-M. et al.

Influence of experimental conditions on H/V determination using ambient vibrations (noise)

#3132 : Koller, M. et al.

Practical user guidelines and software for the implementation of the H/V ratio technique: measuring conditions, processing method and results interpretation

#2270 : Atakan, K. et al.

J-SESAME: A standardized software solution for the H/V spectral ratio technique



#### H/V 手法の経験的評価 (#2323)

1) 多くの場合 H/V は基本振動数を評価できるが、低振動数での増幅を検出できない場合がある。それらは層が厚く硬質なサイトであり、深いところでの速度コントラストがあまり高くないか、堆積層が速度勾配を示す場合が多い。

2) H/V ピーク値はレファレンスに対する増幅倍率よりも小さい。増幅倍率の下限に対応するかもしれない。

3) H/V と岩盤に対するレファレンスに対するスペクトル比の形状は異なり、SH 波伝達関数を模擬しない。

4) ノイズと地震動の H/V 比は類似する。

被害を受けた都市での H/V の検討より、H/V 分布の特徴は地表付近の地質と相関があるが、地震被害との相関についてはさらに検討が必要との結果となった。( #2323, #915, #1004)

#2323 : Theodulidis, G et al.

Empirical evaluation of the horizontal-to-vertical spectral ratio technique: results from the “SESAME” project

#915 : Cultera G. et al.

Microtremor measurements in Palermo, Italy: a comparison with macroseismic intensity and earthquake ground motion

#1004 : Teves-Costa, P. et al.

Correlation between damage distribution and soil behaviour estimated with ambient vibrations

#### アレー測定, 分散曲線, 速度構造 (#946)

プロジェクト開始時に日本のいくつかのグループがアレー測定により表面波分散曲線を求めていたが、ヨーロッパやアメリカではほとんど行われていなかった。5 種類のデータ処理方法 (FK 法 4 種類と SPAC 法) を CAP というソフトに導入し、それらの得失を検討した。FK 法が有効である振動数範囲は限定的であり、低振動数側ではアレー形状による分解能不足と鉛直成分におけるレイリー波のエネルギー不足が生じ、高振動数側ではセンサー間距離が大きすぎるためのエイリアシングが生じる。SPAC 法はより広い振動数範囲で信頼できる分散特性を示し、高次モードの混入も自己相関曲線の振動発生により識別できる。

複数の手法を用いて有効振動数範囲や信頼限界を把握するのが良い。FK 法の中では

古典的な方法がより安定的で不確定な範囲を評価できる長所がある。付加的な情報は高分解能の Capon により得られるかもしれない。FK 法に加えて、SPAC 法がクロスチェックと高次モードチェックのために用いるのが良い。互いに矛盾する結果は分散曲線の信頼度の低い区間を示すと考えられる。

非線形性と非一意性を考えて、neighbourhood algorithm に従ってプログラムが作成された。この手法は分散曲線の不確定さを考慮し、H/V ピーク振動数等の他の情報を組み込むことができる。結果は単一の世界構造ではなく、データに十分フィットしたと考えられる世界構造のセットである。逆解析するパラメータの値の範囲を柔軟に定義し、自己相関曲線を直接逆解析し、多モード逆解析を自動的にを行い、分散曲線と H/V スペクトルの同時逆解析を行う。もし高次モードが確認されれば、測定された速度が対応する計算速度と比較される。高次モードの影響が推定される場合には、特定の振動数に対するミスフィットは、すべてのモードの計算速度と測定速度間のミスフィットの中の最小値として定義される。振動数範囲を超えたときのモードの変動を避けるために、振動数の減少とともにモード次数は増加しないというルールを設定する。H/V 曲線は地表と基盤面との走時に関係するので、その同時逆解析は不正確な深さを修正するのに役立つ。H/V との同時逆解析と複数モードの逆解析は、Vs 構造に対する適当な拘束を与えることが示されている。

#946 : Ohrnberger, M. et al.

Frequency wavenumber and spatial autocorrelation methods for dispersion curve determination from ambient vibration recordings

その他関連文献

#2268 : Atakan, K. et al.

The H/V spectral ratio technique: experimental conditions, data processing and empirical reliability assessment

#3120 : Lacave, C. et al.

Is the phase of the one-sided autocorrelogram of the horizontal components of ambient vibrations (Tokeshi's method) able to reveal the fundamental resonance frequency of a site?

#940 : Ohrnberger, M. et al.

Microtremor array measurements for site effect investigations: comparison of analysis methods for field data crosschecked by simulated wavefields

#1120 : Bonnefoy-Claudet, S. et al.

Simulation of seismic ambient noise: 1. Results of H/V and array techniques on canonical models

- #1130 : Cornou, C. et al.  
Simulation of seismic ambient vibrations- 2. H/V and array techniques for real sites
- #306 : Duval, A.-M. et al.  
Influence of experimental conditions on H/V determination using ambient vibrations (noise)
- #3132 : Koller, M. et al.  
Practical user guidelines and software for the implementation of the H/V ratio technique: measuring conditions, processing method and results interpretation
- #2323 : Theodulidis, G et al.  
Empirical evaluation of the horizontal-to-vertical spectral ratio technique: results from the “SESAME” project
- #2270 : Atakan, K. et al.  
J-SESAME: A standardized software solution for the H/V spectral ratio technique
- #915 : Cultera G. et al.  
Microtremor measurements in Palermo, Italy: a comparison with macroseismic intensity and earthquake ground motion
- #1004 : Teves-Costa, P. et al.  
Correlation between damage distribution and soil behaviour estimated with ambient vibrations
- #946 : Ohrnberger, M. et al.  
Frequency wavenumber and spatial autocorrelation methods for dispersion curve determination from ambient vibration recordings
- #2268 : Atakan, K. et al.  
The H/V spectral ratio technique: experimental conditions, data processing and empirical reliability assessment
- #3120 : Lacave, C. et al.  
Is the phase of the one-sided autocorrelogram of the horizontal components of ambient vibrations (Tokeshi’s method) able to reveal the fundamental resonance frequency of a site?
- #940 : Ohrnberger, M. et al.  
Microtremor array measurements for site effect investigations: comparison of analysis methods for field data crosschecked by simulated wavefields