

前置補償器の直並列接続による多段階非干渉化法

課題番号 14550455

平成 14 年度～平成 15 年度科学研究費補助金

(基盤研究(C)(2))

研究成果報告書

平成 16 年 12 月

研究代表者 李義韻

(早稲田大学・大学院・情報生産システム研究科・教授)

は し が き

研究組織

研究代表者 : 李 義頡 (早稲田大学大学院情報生産システム研究科教授)

交付決定額 (配分額)

(金額単位: 千円)

	直接経費	間接経費	合 計
平成 14 年度	2,100	0	2,100
平成 15 年度	500	0	500
総 計	2,600	0	2,600

研究発表

(1)学会誌等

- [1] Hee-Hyol Lee, et al.: Noninteracting PID Control using Precompensators with Series-Parallel Connections, Proc. Int. Symposium on Stochastic Systems Theory and Its Applications, pp.200-205, 2001.10
- [2] Hee-Hyol Lee, et al.: Generalized of the Pseudo Diagonalization Method Proc. Int. Symposium on Stochastic Systems Theory and Its Applications, pp.223-228, 2002.10
- [3] 李義頡、長町政宗他: 前置補償器の直並列接続による多段階非干渉化 PID 制御
電気学会論文誌、Vol.123-C, No1, pp.43-49, 2003 年 1 月

(2)口頭発表

- [1] 田中宏明・李義頡他: 多入力多出力制御系の PID 制御パラメータ調整則
電気学会電子・情報・システム部門大会論文集、2003 年 8 月
- [2] 田中健悟、宮崎道夫、李義頡他: カオス NN とカオス同期化制御を用いた一秘匿通信法
電気学会電子・情報・システム部門大会論文集、2003 年 8 月
- [3] 横井智、宮崎道夫、李義頡他: 起動時のデータに基づくウェーブレット変換を用いた回転機の異常検知、
電気学会電子・情報・システム部門大会論文集、2003 年 8 月
- [4] Wonjung Kim, Wonkyu Choi, Heehyol Lee, et al.: Information Interface Design in Exchanging Data over Networks with Difference Organization
電気学会電子・情報・システム部門大会論文集、2003 年 8 月

- [5]田中宏明、李羲頡他：一般化擬似対角化アルゴリズムに基づく非干渉化制御系の一設計法、
電気学会電子・情報・システム部門大会論文集、2004年9月
- [6]大石勉、宮崎道雄、李羲頡他：高度デマンド信号制御方式を用いたファジィ理論による広
域交通信号制御 電気学会電子・情報・システム部門大会論文集、2004年9月
- [7]Wonjung Kim, Heehyol Lee, et al.: Value Estimation of Knowledge Use in
Community-type B2B System,
電気学会電子・情報・システム部門大会論文集、2004年9月
- [8]田中宏明、李羲頡他：非干渉化前置補償器の多段階接続法とPID制御パラメータ調整則
電気学会電子・情報・システム部門大会論文集、2004年9月

(3) 出版物

- [1]宮崎道雄、李羲頡他：システム制御、オーム社、2004年

目 次

第1章 緒言	3
第2章 擬似対角化法の一般化アルゴリズム	6
第3章 非干渉化前置補償器の直並列接続法	15
3.1 直列接続	16
3.2 並列接続	17
3.3 直並列・並直列接続	18
第4章 多段階前置補償接続による非干渉化制御	20
4.1 入力数が多い制御対象	21
4.1.1 制御対象のステップ応答	
4.1.2 逆ナイキスト配列による対角優勢判別	
4.1.3 非干渉化 PID 制御	
4.1.4 考察	
4.2 出力数が多い制御対象	28
4.2.1 制御対象のステップ応答	
4.2.2 ナイキスト配列による対角優勢判別	
4.2.3 非干渉化 PID 制御	
4.2.4 考察	
4.3 検討	36
第5章 常圧蒸留装置プラントモデルへの適用	37
5.1 プラント概要	38
5.2 プラントモデルのステップ応答	40

5.3 多段階接続法の適用	41
5.3.1 直列接続	
(1) ブロック線図	
(2) 逆ナイキスト配列	
(3) 非干渉化 PID 制御	
5.3.2 並直列接続	
(1) ブロック線図	
(2) 逆ナイキスト配列	
(3) 非干渉化 PID 制御	
5.4 検討	55
第6章 結言	56

参考文献

付録 研究発表論文

第 1 章

緒 言

流体混合物の各成分を分離する蒸留塔や蒸気を発生するボイラ、また溶液から結晶粒子を析出成長させる結晶缶などの化学プラントは、多変数システムであり、またむだ時間特性、非線形特性等を有する動特性が複雑な制御対象である。このような化学プラントにおける温度、液面、流量、圧力、濃度等の制御量はとりわけ相互に干渉し合う場合が多く、例えばボイラにおけるドラム水位・燃料供給量と温度・圧力、また蒸留塔における塔頂組成と塔底組成間など、強い相互干渉が存在する化学プロセスではこのような相互干渉を非干渉化する対策を必要とする。

従来、これら相互干渉を積極的に打ち消す制御器として、INA（逆ナイキスト配列）による非干渉化前置補償器が有効な手段として用いられてきたが、顕著な相互干渉を有する制御対象に対しては、一つの前置補償器で非干渉化が達成できず、この前置補償器の各パラメータを試行錯誤的に調節してきた。

そこで、本研究では、研究期間2カ年の前半に当たる平成14年度において、複数の非干渉化前置補償器を設置し、その直列接続、並列接続、直並列接続、ならびに並直列接続とその設計法を新たに提案すると共に、前置補償器の直並列接続による閉ループ制御系の安定解析、さらに、その有効性を2入力2出力の流体温度液面干渉実験プラントに対する制御実験により検証した。研究期間後半の平成15年度においては、この入出力数の増加を図り、一次遅れ+むだ時間要素や積分要素+むだ時間要素、二次振動+むだ時間要素とそれらの組合せに対する非干渉化前置補償器の多段階接続形態の体系化を行った。

今日まで、非干渉化前置補償器を一つ設置し、その擬似対角化による設計、逆ナイキスト配列による非干渉化達成のグラフ的判定法は明らかになっていたが、複数の非干渉化前置補償器を直列・並列・その組合せ接続を行う研究はなく、その意味で独創的であり、また、この接続により制御器の次数が上がることもない特色を持つ。これにより、複数の制御量間に顕著な相互干渉を有する制御対象に対する非干渉化法が明らかになり、非干渉化制御系を構成するための一つの方策を得ることが出来る。

干渉を有する制御対象に対する従来の非干渉法としては、制御対象の前にクロスコントローラを付加する方法があるが、一般にこのコントローラは複雑で高次の系になる。また、状態空間法は多変数制御系に対する制御法として確立されてきたが、強い相互干渉が存在する制御対象に対してそのことを考慮せず適用したとき十分な制御性能が得られない場合がある。さらに周波数と時間領域を併用したH_∞制御法も最近注目され相互干渉を持つ制御対象に応用されているが、一

般にその制御器は複雑で高次な系となる。

一方、強い相互干渉を積極的に打ち消す制御器として、逆ナイキスト配列を用いて周波数領域で設計された非干渉化前置補償器が有効な手法として実際のプロセス制御の分野で適用されてきたが、その相互干渉が顕著な制御対象に対して前置補償器により非干渉化が達成できなかった場合、その後の系統的な対策は今のところなく、本研究は、このような状況に新たな解決を与える一つの方策を示したものである。

第 2 章

擬似対角化法の一般化アルゴリズム

一般化擬似対角化アルゴリズムによる前置補償器 G_C の設計法の概略を述べる．まず、ある特定の周波数 $s = j\omega_0$ のまわりでの相互干渉を減らしたい場合、入力数 r 、出力数 m (一般的には $r \neq m$) の非干渉化前置補償器 $G_C \in R^{r \times m}$ を

$$G_C = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \cdots & h_{1j} \cdots & h_{1p-1} & h_{1p} & h_{1p+1} \cdots & h_{1m} \\ h_{21} & h_{22} \cdots & h_{2j} \cdots & h_{2p-1} & h_{2p} & h_{2p+1} \cdots & h_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{r1} & h_{r2} \cdots & h_{rj} \cdots & h_{rp-1} & h_{rp} & h_{rp+1} \cdots & h_{rm} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

とする．伝達関数行列 $G(s) = G_p(s)G_C$ の (i, j) 要素 $l_{ij}(s)$ は、 $s = j\omega_0$ のとき

$l_{ij}(j\omega_0) = \sum_{k=1}^m g_{ik}(j\omega_0)h_{kj}$ と表わされる．ただし $g_{ik}(s)$ は $G_p(s)$ の (i, k) 要素である．従って、

$$G(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) & \cdots & g_{1r}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) & \cdots & g_{2r}(s) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ g_{i1}(s) & g_{i2}(s) & \cdots & g_{ir}(s) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ g_{p-11}(s) & g_{p-12}(s) & \cdots & g_{p-1r}(s) \\ g_{p1}(s) & g_{p2}(s) & \cdots & g_{pr}(s) \\ g_{p+11}(s) & g_{p+12}(s) & \cdots & g_{p+1r}(s) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ g_{m1}(s) & g_{m2}(s) & \cdots & g_{mr}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \cdots & h_{1j} \cdots & h_{1p-1} & h_{1p} & h_{1p+1} \cdots & h_{1m} \\ h_{21} & h_{22} \cdots & h_{2j} \cdots & h_{2p-1} & h_{2p} & h_{2p+1} \cdots & h_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{r1} & h_{r2} \cdots & h_{rj} \cdots & h_{rp-1} & h_{rp} & h_{rp+1} \cdots & h_{rm} \end{bmatrix}$$

いま前置補償器 G_C の第 p 列

$$\mathbf{h}_p = [h_{1p}, h_{2p}, \dots, h_{rp}]^T \quad (2.2)$$

の要素を制限条件

$$h_{1p}^2 + h_{2p}^2 + \cdots + h_{rp}^2 = 1 \quad (2.3)$$

のもとで $G(j\omega_0)$ の第 p 列の非対角要素の絶対値の 2 乗和

$$\sum_{i=1, i \neq p}^m |l_{ip}(j\omega_0)|^2 \quad (2.4)$$

が最小になるように選ぶ。

すなわち、

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1, i \neq p}^m |l_{ip}(j\omega_0)|^2 &= |l_{1p}(j\omega_0)|^2 + |l_{2p}(j\omega_0)|^2 + \cdots + |l_{p-1p}(j\omega_0)|^2 + |l_{p+1p}(j\omega_0)|^2 + \cdots + |l_{mp}(j\omega_0)|^2 \\
&= \left| g_{11}(j\omega_0)h_{1p} + g_{12}(j\omega_0)h_{2p} + \cdots + g_{1r}(j\omega_0)h_{rp} \right|^2 \\
&\quad + \left| g_{21}(j\omega_0)h_{1p} + g_{22}(j\omega_0)h_{2p} + \cdots + g_{2r}(j\omega_0)h_{rp} \right|^2 \\
&\quad + \cdots \\
&\quad + \left| g_{p-1,1}(j\omega_0)h_{1p} + g_{p-1,2}(j\omega_0)h_{2p} + \cdots + g_{p-1,r}(j\omega_0)h_{rp} \right|^2 \\
&\quad + \left| g_{p+1,1}(j\omega_0)h_{1p} + g_{p+1,2}(j\omega_0)h_{2p} + \cdots + g_{p+1,r}(j\omega_0)h_{rp} \right|^2 \\
&\quad + \cdots \\
&\quad + \left| g_{m1}(j\omega_0)h_{1p} + g_{m2}(j\omega_0)h_{2p} + \cdots + g_{mr}(j\omega_0)h_{rp} \right|^2 \rightarrow \min
\end{aligned}$$

そこで、ラグランジュ乗数 λ を用いてラグランジュ関数を表わすと、(2.4) 式を用いて次式のようになる。

$$\begin{aligned}
\phi_p &= \sum_{i=1, i \neq p}^m |l_{ip}(j\omega_0)|^2 + \lambda \left(1 - \sum_{k=1}^r h_{kp}^2 \right) \\
&= \sum_{i=p, i \neq p}^m \left| \sum_{k=1}^r g_{ik}(s)h_{kp} \right|^2 + \lambda \left(1 - \sum_{k=1}^r h_{kp}^2 \right) \tag{2.5}
\end{aligned}$$

ここで $g_{ik}(j\omega_0)$ の実数部を α_{ij} 、虚数部を β_{ij} 、 $g_{ik}(j\omega_0) = \alpha_{ik} + j\beta_{ik}$ 、と置くと

$$\begin{aligned}
\phi_p &= \sum_{i=p, i \neq p}^m \left| \sum_{k=1}^r (\alpha_{ik} + j\beta_{ik})h_{kp} \right|^2 + \lambda \left(1 - \sum_{k=1}^r h_{kp}^2 \right) \\
&= \sum_{i=p, i \neq p}^m \left| \sum_{k=1}^r \alpha_{ik}h_{kp} + j \sum_{k=1}^r \beta_{ik}h_{kp} \right|^2 + \lambda \left(1 - \sum_{k=1}^r h_{kp}^2 \right) \\
\therefore \phi_p &= \sum_{i=p, i \neq p}^m \left[\left(\sum_{k=1}^r \alpha_{ik}h_{kp} \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^r \beta_{ik}h_{kp} \right)^2 \right] + \lambda \left(1 - \sum_{k=1}^r h_{kp}^2 \right) \tag{2.6}
\end{aligned}$$

(2.6) 式を展開すると、

$$= \left[\left(\sum_{k=1}^r \alpha_{1k}h_{kp} \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^r \beta_{1k}h_{kp} \right)^2 \right] + \lambda \left(1 - \sum_{k=1}^r h_{kp}^2 \right)$$

$$\begin{aligned}
& + \left[\left(\sum_{k=1}^r \alpha_{2k} h_{kp} \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^r \beta_{2k} h_{kp} \right)^2 \right] + \lambda \left(1 - \sum_{k=1}^r h_{kp}^2 \right) \\
& + \dots \\
& + \left[\left(\sum_{k=1}^r \alpha_{p-1k} h_{kp} \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^r \beta_{p-1k} h_{kp} \right)^2 \right] + \lambda \left(1 - \sum_{k=1}^r h_{kp}^2 \right) \\
& + \left[\left(\sum_{k=1}^r \alpha_{p+1k} h_{kp} \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^r \beta_{p+1k} h_{kp} \right)^2 \right] + \lambda \left(1 - \sum_{k=1}^r h_{kp}^2 \right) \\
& + \dots \\
& + \left[\left(\sum_{k=1}^r \alpha_{mk} h_{kp} \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^r \beta_{mk} h_{kp} \right)^2 \right] + \lambda \left(1 - \sum_{k=1}^r h_{kp}^2 \right)
\end{aligned}$$

ϕ_p の極値を求めるため (2.6) 式を求めたい h_{jp} で微分して 0 とおくと、

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial h_{jp}} \phi_p &= 2 \left(\sum_{k=1}^r \alpha_{1k} h_{kp} \right) \alpha_{ij} + 2 \left(\sum_{k=1}^r \beta_{1k} h_{kp} \right) \beta_{1j} - 2\lambda h_{jp} \\
& + \left[2 \left(\sum_{k=1}^r \alpha_{2k} h_{kp} \right) \alpha_{ij} + 2 \left(\sum_{k=1}^r \beta_{2k} h_{kp} \right) \beta_{1j} \right] - 2\lambda h_{jp} \\
& + \dots \\
& + \left[2 \left(\sum_{k=1}^r \alpha_{p-1k} h_{kp} \right) \alpha_{ij} + 2 \left(\sum_{k=1}^r \beta_{p-1k} h_{kp} \right) \beta_{1j} \right] - 2\lambda h_{jp} \\
& + \left[2 \left(\sum_{k=1}^r \alpha_{p+1k} h_{kp} \right) \alpha_{ij} + 2 \left(\sum_{k=1}^r \beta_{p+1k} h_{kp} \right) \beta_{1j} \right] - 2\lambda h_{jp} \\
& + \dots \\
& + \left[2 \left(\sum_{k=1}^r \alpha_{mk} h_{kp} \right) \alpha_{ij} + 2 \left(\sum_{k=1}^r \beta_{mk} h_{kp} \right) \beta_{1j} \right] - 2\lambda h_{jp} \\
\therefore \frac{\partial}{\partial h_{jp}} \phi_p &= \sum_{i=1, i \neq p}^m \left[2 \left(\sum_{k=1}^r \alpha_{mk} h_{kp} \right) \alpha_{ij} + 2 \left(\sum_{k=1}^r \beta_{mk} h_{kp} \right) \beta_{1j} \right] - 2\lambda h_{jp} \equiv 0 \tag{2.7}
\end{aligned}$$

$$(j = 1, 2, \dots, r)$$

$$\therefore \sum_{i=1, i \neq p}^m \left[\left(\sum_{k=1}^r \alpha_{ik} h_{kp} \right) \alpha_{ik} + \left(\sum_{k=1}^r \beta_{ik} h_{kp} \right) \beta_{ij} \right] = \lambda h_{jp} \tag{2.8}$$

$$(j = 1, 2, \dots, r)$$

上式を満たす $h_{1p}, h_{2p}, \dots, h_{mp}$ が求める値である。

次に、行列 A を

$$A_p \equiv (a_{kj}^p) \quad (2.9)$$

$$a_{kj}^p \equiv \sum_{i=1, i \neq p}^m (\alpha_{ik} \alpha_{ij} + \beta_{ik} \beta_{ij}) \quad (2.10)$$

$$(k, j = 1, 2, \dots, r)$$

と定義する。ここで

$$A_p \mathbf{h}_p = \begin{bmatrix} a_{11}^p & a_{12}^p & \cdots & a_{1j}^p & \cdots & a_{1r}^p \\ a_{21}^p & a_{22}^p & \cdots & a_{2j}^p & \cdots & a_{2r}^p \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{j1}^p & a_{j2}^p & \cdots & a_{jj}^p & \cdots & a_{jr}^p \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{r1}^p & a_{r2}^p & \cdots & a_{rj}^p & \cdots & a_{rr}^p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{1p} \\ h_{2p} \\ \vdots \\ h_{jp} \\ \vdots \\ h_{rp} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

ベクトル $A_p \mathbf{h}_p \in R^{r \times 1}$ の j 要素に注目すると

$$\begin{aligned} & a_{j1}^p h_{1p} + a_{j2}^p h_{2p} + \cdots + a_{jj}^p h_{jp} + \cdots + a_{jr}^p h_{rp} \\ &= \left\{ \sum_{i=1, i \neq p}^m (\alpha_{ij} \alpha_{i1} + \beta_{ij} \beta_{i1}) \right\} h_{1p} + \left\{ \sum_{i=1, i \neq p}^m (\alpha_{ij} \alpha_{i2} + \beta_{ij} \beta_{i2}) \right\} h_{2p} \\ &+ \cdots + \left\{ \sum_{i=1, i \neq p}^m (\alpha_{ij} \alpha_{ij} + \beta_{ij} \beta_{ij}) \right\} h_{jp} + \cdots + \left\{ \sum_{i=1, i \neq p}^m (\alpha_{ij} \alpha_{ir} + \beta_{ij} \beta_{ir}) \right\} h_{rp} \end{aligned}$$

α_{ij}, β_{ij} それぞれにおいて各行の r 項をカッコで括り、さらに 2 乗となっている値で括ると、

$$\begin{aligned} &= \left(\sum_{k=1}^r \alpha_{1k} h_{kp} \right) \alpha_{1j} + \left(\sum_{k=1}^r \alpha_{2k} h_{kp} \right) \alpha_{2j} + \cdots \\ &+ \left(\sum_{k=1}^r \alpha_{p-1k} h_{kp} \right) \alpha_{p-1j} + \left(\sum_{k=1}^r \alpha_{p+1k} h_{kp} \right) \alpha_{p+1j} + \cdots + \left(\sum_{k=1}^r \alpha_{mk} h_{kp} \right) \alpha_{mj} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\sum_{k=1}^r \beta_{1k} h_{kp} \right) \beta_{1j} + \left(\sum_{k=1}^r \beta_{2k} h_{kp} \right) \beta_{2j} + \cdots \\
& + \left(\sum_{k=1}^r \beta_{p-1k} h_{kp} \right) \beta_{p-1j} + \left(\sum_{k=1}^r \beta_{p+1k} h_{kp} \right) \beta_{p+1j} + \cdots + \left(\sum_{k=1}^r \beta_{mk} h_{kp} \right) \beta_{mj} \\
& = \sum_{i=1, i \neq p}^m \left[\left(\sum_{k=1}^r \alpha_{ik} h_{kp} \right) \alpha_{ij} \right] + \sum_{i=1, i \neq p}^m \left[\left(\sum_{k=1}^r \beta_{ik} h_{kp} \right) \beta_{ij} \right]
\end{aligned}$$

よって、ベクトル $A_p \mathbf{h}_p$ の j 要素は (2.8) 式を使うと、次式のように表わされる。

$$\sum_{i=1, i \neq p}^m \left[\left(\sum_{k=1}^r \alpha_{ik} h_{kp} \right) \alpha_{ij} + \left(\sum_{k=1}^r \beta_{ik} h_{kp} \right) \beta_{ij} \right] = \lambda h_{jp} \quad (2.12)$$

他の要素 ($j=1, \dots, r$) に対しても同じく成り立つので、

$$A_p \mathbf{h}_p = \begin{bmatrix} a_{11}^p & a_{12}^p & \cdots & a_{1j}^p & \cdots & a_{1r}^p \\ a_{21}^p & a_{22}^p & \cdots & a_{2j}^p & \cdots & a_{2r}^p \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{j1}^p & a_{j2}^p & \cdots & a_{jj}^p & \cdots & a_{jr}^p \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{r1}^p & a_{r2}^p & \cdots & a_{rj}^p & \cdots & a_{rr}^p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{1p} \\ h_{2p} \\ \vdots \\ h_{jp} \\ \vdots \\ h_{rp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda h_{1p} \\ \lambda h_{2p} \\ \vdots \\ \lambda h_{jp} \\ \vdots \\ \lambda h_{rp} \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} h_{1p} \\ h_{2p} \\ \vdots \\ h_{jp} \\ \vdots \\ h_{rp} \end{bmatrix} = \lambda \mathbf{h}_p$$

$$\therefore A_p \mathbf{h}_p = \lambda \mathbf{h}_p \quad (2.13)$$

が成立する。

次に $\mathbf{h}_p^T A_p \mathbf{h}_p$ を展開する。

$$\mathbf{h}_p^T A_p \mathbf{h}_p =$$

$$= [h_{1p} h_{2p} \cdots h_{jp} \cdots h_{rp}] \begin{bmatrix} a_{11}^p & a_{12}^p & \cdots & a_{1j}^p & \cdots & a_{1r}^p \\ a_{21}^p & a_{22}^p & \cdots & a_{2j}^p & \cdots & a_{2r}^p \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{j1}^p & a_{j2}^p & \cdots & a_{jj}^p & \cdots & a_{jr}^p \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{r1}^p & a_{r2}^p & \cdots & a_{rj}^p & \cdots & a_{rr}^p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{1p} \\ h_{2p} \\ \vdots \\ h_{jp} \\ \vdots \\ h_{rp} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&= \left[\begin{array}{l} h_{1p} a_{11}^p + h_{2p} a_{21}^p + \cdots + h_{jp} a_{j1}^p + \cdots + h_{rp} a_{r1}^p, \\ h_{1p} a_{12}^p + h_{2p} a_{22}^p + \cdots + h_{jp} a_{j2}^p + \cdots + h_{rp} a_{r2}^p, \cdots \\ h_{1p} a_{1j}^p + h_{2p} a_{2j}^p + \cdots + h_{jp} a_{jj}^p + \cdots + h_{rp} a_{rj}^p, \cdots \\ h_{1p} a_{1r}^p + h_{2p} a_{2r}^p + \cdots + h_{jp} a_{jr}^p + \cdots + h_{rp} a_{rr}^p \end{array} \right] \times \begin{bmatrix} h_{1p} \\ h_{2p} \\ \vdots \\ h_{jp} \\ \vdots \\ h_{rp} \end{bmatrix} \\
&= a_{11}^p h_{1p}^2 + a_{21}^p h_{2p} h_{1p} + \cdots + a_{j1}^p h_{jp} h_{1p} + \cdots + a_{r1}^p h_{rp} h_{1p} \\
&+ a_{12}^p h_{1p} h_{2p} + a_{22}^p h_{2p}^2 + \cdots + a_{j2}^p h_{jp} h_{2p} + \cdots + a_{r2}^p h_{rp} h_{2p} \\
&+ \cdots \cdots \cdots \\
&+ a_{1p}^p h_{1p} h_{jp} + a_{2j}^p h_{2p} h_{jp} + \cdots + a_{jj}^p h_{jp}^2 + \cdots + a_{rj}^p h_{rp} h_{jp} \\
&+ \cdots \cdots \cdots \\
&+ a_{1r}^p h_{1p} h_{rp} + a_{2j}^p h_{2p} h_{rp} + \cdots + a_{jr}^p h_{jp} h_{rp} + \cdots + a_{rr}^p h_{rp}^2
\end{aligned}$$

(2.10) 式を代入すると、

$$\begin{aligned}
&= \left\{ \sum_{i=1, i \neq p}^m (\alpha_{i1} \alpha_{i1} + \beta_{i1} \beta_{i1}) \right\} h_{1p}^2 + \left\{ \sum_{i=1, i \neq p}^m (\alpha_{i2} \alpha_{i1} + \beta_{i2} \beta_{i1}) \right\} h_{2p} h_{1p} + \cdots \\
&+ \left\{ \sum_{i=1, i \neq p}^m (\alpha_{ij} \alpha_{i1} + \beta_{ij} \beta_{i1}) \right\} h_{jp} h_{1p} + \cdots + \left\{ \sum_{i=1, i \neq p}^m (\alpha_{ir} \alpha_{i1} + \beta_{ir} \beta_{i1}) \right\} h_{rp} h_{1p} \\
&+ \left\{ \sum_{i=1, i \neq p}^m (\alpha_{i1} \alpha_{i2} + \beta_{i1} \beta_{i2}) \right\} h_{1p} h_{2p} + \left\{ \sum_{i=1, i \neq p}^m (\alpha_{i2} \alpha_{i2} + \beta_{i2} \beta_{i2}) \right\} h_{2p}^2 + \cdots \\
&+ \left\{ \sum_{i=1, i \neq p}^m (\alpha_{ij} \alpha_{i2} + \beta_{ij} \beta_{i2}) \right\} h_{jp} h_{2p} + \cdots + \left\{ \sum_{i=1, i \neq p}^m (\alpha_{ir} \alpha_{i2} + \beta_{ir} \beta_{i2}) \right\} h_{rp} h_{2p} \\
&+ \cdots \cdots \cdots \\
&+ \left\{ \sum_{i=1, i \neq p}^m (\alpha_{i1} \alpha_{ij} + \beta_{i1} \beta_{ij}) \right\} h_{1p} h_{jp} + \left\{ \sum_{i=1, i \neq p}^m (\alpha_{i2} \alpha_{ij} + \beta_{i2} \beta_{ij}) \right\} h_{2p} h_{jp} + \cdots \\
&+ \left\{ \sum_{i=1, i \neq p}^m (\alpha_{ij} \alpha_{ij} + \beta_{ij} \beta_{ij}) \right\} h_{jp}^2 + \cdots + \left\{ \sum_{i=1, i \neq p}^m (\alpha_{ir} \alpha_{ij} + \beta_{ir} \beta_{ij}) \right\} h_{rp} h_{jp} \\
&+ \cdots \cdots \cdots \\
&+ \left\{ \sum_{i=1, i \neq p}^m (\alpha_{i1} \alpha_{ir} + \beta_{i1} \beta_{ir}) \right\} h_{1p} h_{rp} + \left\{ \sum_{i=1, i \neq p}^m (\alpha_{i2} \alpha_{ir} + \beta_{i2} \beta_{ir}) \right\} h_{2p} h_{rp} + \cdots
\end{aligned}$$

$$+ \left\{ \sum_{i=1, i \neq p}^m (\alpha_{ij} \alpha_{ir} + \beta_{ij} \beta_{ir}) \right\} h_{jp} h_{rp} + \cdots + \left\{ \sum_{i=1, i \neq p}^m (\alpha_{ir} \alpha_{ir} + \beta_{ir} \beta_{ir}) \right\} h_{rp}^2$$

これらを展開して α_{ij} 要素に注目し、 α_{ij} の各行の 1 項目から m 項目までの和をとると、

$$\left(\sum_{k=1}^r \alpha_{1k} h_{kp} \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^r \alpha_{2k} h_{kp} \right)^2 + \cdots + \left(\sum_{k=1}^r \alpha_{p-1,k} h_{kp} \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^r \alpha_{p+1,k} h_{kp} \right)^2 + \cdots + \left(\sum_{k=1}^r \alpha_{mk} h_{kp} \right)^2$$

同様に β_{ij} においても

$$\left(\sum_{k=1}^r \beta_{1k} h_{kp} \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^r \beta_{2k} h_{kp} \right)^2 + \cdots + \left(\sum_{k=1}^r \beta_{p-1,k} h_{kp} \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^r \beta_{p+1,k} h_{kp} \right)^2 + \cdots + \left(\sum_{k=1}^r \beta_{mk} h_{kp} \right)^2$$

と表わすことができる。

よって $\mathbf{h}_p^T A_p \mathbf{h}_p$ は、

$$\begin{aligned} & \mathbf{h}_p^T A_p \mathbf{h}_p \\ &= \left(\sum_{k=1}^r \alpha_{1k} h_{kp} \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^r \alpha_{2k} h_{kp} \right)^2 + \cdots + \left(\sum_{k=1}^r \alpha_{p-1,k} h_{kp} \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^r \alpha_{p+1,k} h_{kp} \right)^2 + \cdots + \left(\sum_{k=1}^r \alpha_{mk} h_{kp} \right)^2 \\ &+ \left(\sum_{k=1}^r \beta_{1k} h_{kp} \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^r \beta_{2k} h_{kp} \right)^2 + \cdots + \left(\sum_{k=1}^r \beta_{p-1,k} h_{kp} \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^r \beta_{p+1,k} h_{kp} \right)^2 + \cdots + \left(\sum_{k=1}^r \beta_{mk} h_{kp} \right)^2 \\ &= \sum_{i=1, i \neq p}^m \left[\left(\sum_{k=1}^r \alpha_{ik} h_{kp} \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^r \beta_{ik} h_{kp} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$= \sum_{i=1, i \neq p}^m |l_{ip}(j\omega_0)|^2 \quad (2.15)$$

$$\therefore \mathbf{h}_p^T A_p \mathbf{h}_p = \sum_{i=1, i \neq p}^m |l_{ip}(j\omega_0)|^2 \quad (2.16)$$

と表わせる。

これより、(2.13) 式から、求めたい \mathbf{h}_p は行列 A_p の固有ベクトルである。また相互干渉の大きさを示す評価量 $\sum_{i=1, i \neq p}^m |l_{ip}(j\omega_0)|^2$ と (2.16) 式の関係から

$$\mathbf{h}_p^T A_p \mathbf{h}_p = \lambda \mathbf{h}_p^T \mathbf{h}_p = \lambda \|\mathbf{h}_p\|^2 = \lambda \quad (2.17)$$

$\therefore \lambda$: 最小固有値

が導くことができる。このことは、 $\sum_{i=1, i \neq p}^m |l_{ip}(j\omega_0)|^2$ が A_p の \mathbf{h}_p に対応する固有値であることを意味している。

以上のことより、従来の擬似対角化の入出力が等しいときと同様に、前置補償器 G_c の設計は m 個の行列 A_1, A_2, \dots, A_m に対する固有値問題に帰着される。これらを一般化擬似対角化法と呼ぶことにする。

第3章

非干渉化前置補償器の直並列接続法

制御量間の相互干渉が著しい制御対象に対しては、一つの前置補償器で非干渉化が達成できない場合がある。そのような場合、非干渉化前置補償器を多段階接続することが有効と思われる。そこで、非干渉化前置補償器の多段階接続を提案し、その有効性を検討する。非干渉化前置補償器の接続形態としては、次のような直列接続、並列接続、またそれらの組み合わせとして直並列、並直列接続が考えられる。

3.1 直列接続

直列接続における前置補償器の設計法は、まず制御対象に現れた顕著な一つのハンチング周波数 ω_1 、または、任意に置いた周波数 ω_1 で非干渉化前置補償器 G_c を従来通り設計し、逆ナイキスト配列で $G(s)=[G_p(s)G_{c1}]^{-1}$ の対角優勢を判別する。もし達成されていないならば、 $G_p(s)G_{c1}$ を新たな制御対象 $G(s)'=G_p(s)G_{c1}$ として、このときの相互干渉が著しい周波数 ω_2 を用いて次の前置補償器 G_{c2} を設計し、これを図 3.1 のように直列に接続する。同様にして順次、 G_{ci} を設計することによって非干渉化前置補償器の直列接続を行う。

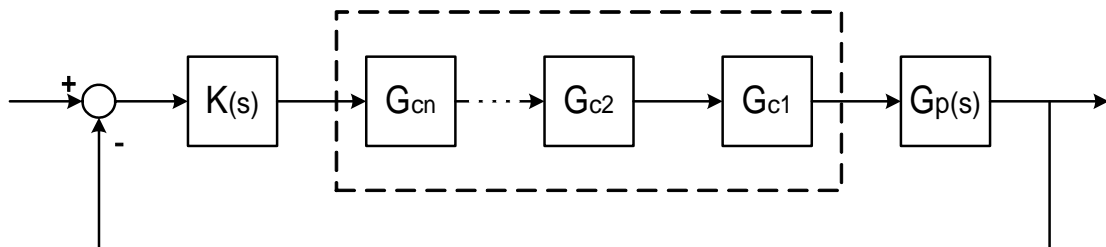


図 3.1 前置補償器の直列接続

3.2 並列接続

並列接続のための前置補償器の設計法は、複数のハンチング周波数 $\omega_i, i=1, 2, \dots, n$ それぞれに対して n 個の前置補償器 G_{ci} を設計し、図 3.2 に示すようにそれら前置補償器を並列に接続する方法である。もう一つの設計法としては、顕著な一つのハンチング周波数に対する前置補償器で対角優勢が達成できないとき、新たに前置補償器を設計し、それを一つずつ並列に順次接続していく方法である。

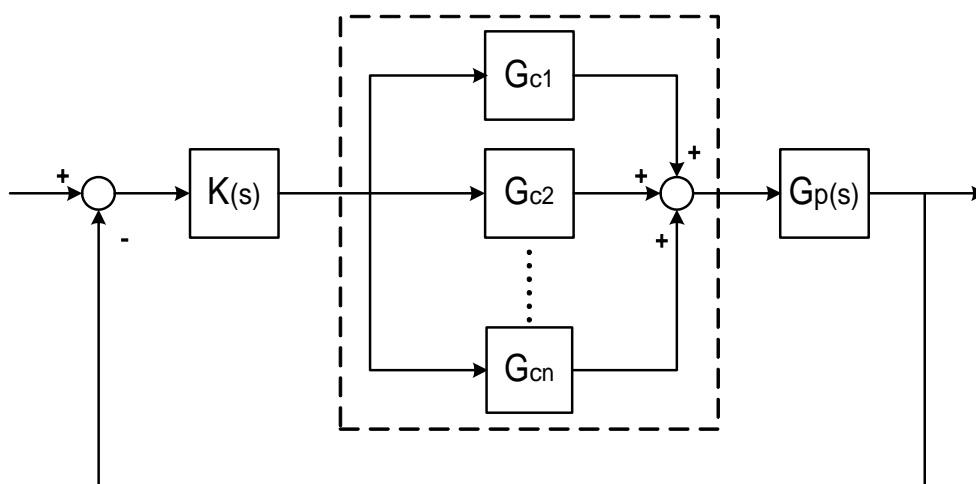


図 3.2 前置補償器の並列接続

3.3 直並列・並直列

非干渉化前置補償器のさらなる接続形態としては、前節で述べた直列接続と並列接続の組み合わせがある。図 3.3 に示すような直並列接続においては、図中上位行の直列接続 $G(s)' = G_p(s)G_{c11}G_{c12}\cdots G_{c1n}$ に対して新たな前置補償器 G_{c21} を並列に、さらに G_{c22} を G_{c21} と直列に接続していくように、 n 行まで直並列していく方法である。

また、図 3.4 に示すような並直列接続においては、複数のハンチング周波数に対する前置補償器の並列接続 $G(s)' = G_p(s)(G_{c11}+G_{c21}+\cdots+G_{cn1})$ で生じた複数の著しい相互干渉の周波数それぞれに対して新たな前置補償器 $G_{c12}, G_{c22}, \dots, G_{cn2}$ を設計し、それらを直列に、これを n 列まで接続する方法である。但し、これら直並列接続、並直列接続において、直列、もしくは並列の前置補償器の個数が必ずしも同数である必要はない。

以上のような非干渉化前置補償器 G_{cij} $R^{m \times m}$ の多段階直並列接続においては、最終的にそれら行列の積和演算により G_c $R^{m \times m}$ と同次元の前置補償器 G_c' $R^{m \times m}$ となるので、制御器の次数が高次にならず、簡単な制御系を維持できる利点を有している。

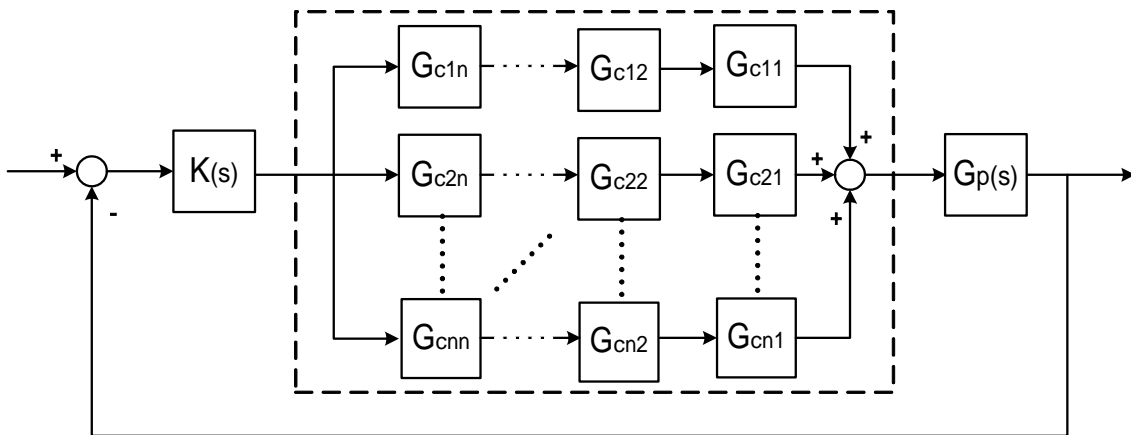


図 3.3 前置補償器の直並列接続

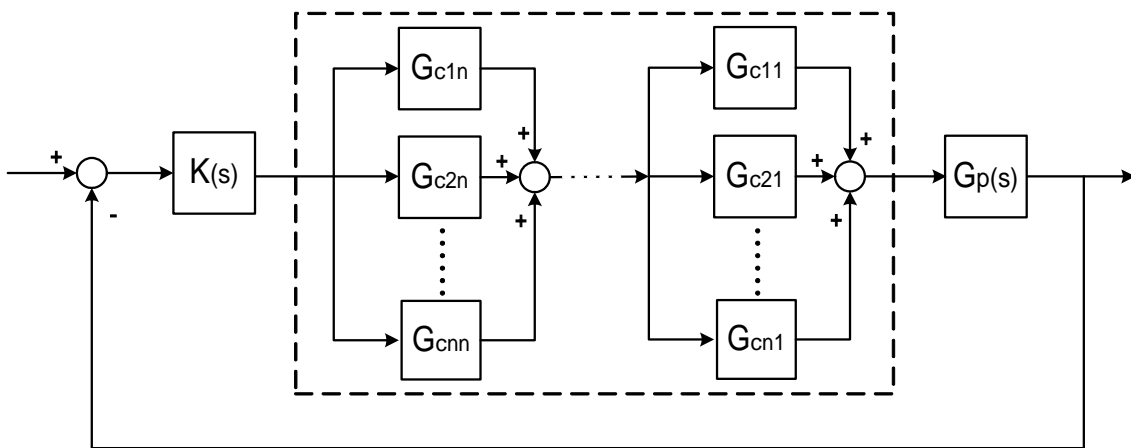


図 3.4 前置補償器の並直列接続

第 4 章

多段階前置補償接続による非干渉化制御

多入出力制御対象に対して入出力数が異なると、従来の擬似対角化法では非干渉化前置補償器の設計ができなかった。本章では、入力数が出力数より多い場合とその逆の場合それぞれに対して、一般化擬似対角化法と直並列接続による非干渉化前置補償器の設計、並びに PID 制御器の設計を行う。

4.1 入力数が多い場合

4 入力 2 出力系

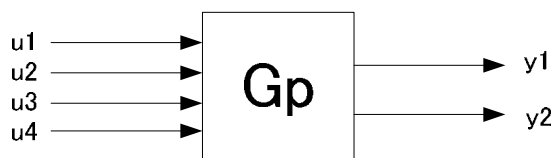


図 4.1 4 入力 2 出力の制御対象モデル

ここでの制御対象は、ある実プラントのステップ応答より求めた無駄時間 + 一次遅れ系であり、その伝達関数および、2 次パデ近似した線形化伝達関数行列モデルは以下の様である。

$$\begin{aligned}
 G_{p11} &= \frac{16.4}{329.8s+1} e^{-100s} \cong \frac{16.4s^2 - 0.984s + 0.01968}{329.8s^3 + 20.79s^2 + 0.4558s + 0.0012} \\
 G_{p21} &= \frac{20.2}{94.4s+1} e^{-22.4s} \cong \frac{20.2s^2 - 5.411s + 0.4831}{94.4s^3 + 26.29s^2 + 2.526s + 0.02392} \\
 G_{p12} &= \frac{46.5}{292.4s+1} e^{-105.6s} \cong \frac{46.5s^2 - 2.642s + 0.05004}{292.4s^3 + 17.61s^2 + 0.3715s + 0.001076} \\
 G_{p22} &= \frac{55.8}{247s+1} e^{-56s} \cong \frac{55.8s^2 - 5.979s + 0.2135}{247s^3 + 27.46s^2 + 1.052s + 0.003827} \\
 G_{p13} &= \frac{17}{330s+1} e^{-96s} \cong \frac{17s^2 - 1.063s + 0.02214}{330s^3 + 21.63s^2 + 0.4922s + 0.001302} \\
 G_{p23} &= \frac{21}{95s+1} e^{-20s} \cong \frac{21s^2 - 6.3s + 0.63}{95s^3 + 29.5s^2 + 3.15s + 0.03} \\
 G_{p14} &= \frac{48}{293s+1} e^{-108s} \cong \frac{48s^2 - 2.667s + 0.04938}{293s^3 + 17.28s^2 + 0.357s + 0.001029} \\
 G_{p24} &= \frac{55}{245s+1} e^{-60s} \cong \frac{55s^2 - 5.5s + 0.1833}{245s^3 + 25.5s^2 + 0.9167s + 0.003333}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

4.1.1 制御対象のステップ応答

線形化伝達関数行列モデルのステップ応答を図 4.2 に示す .

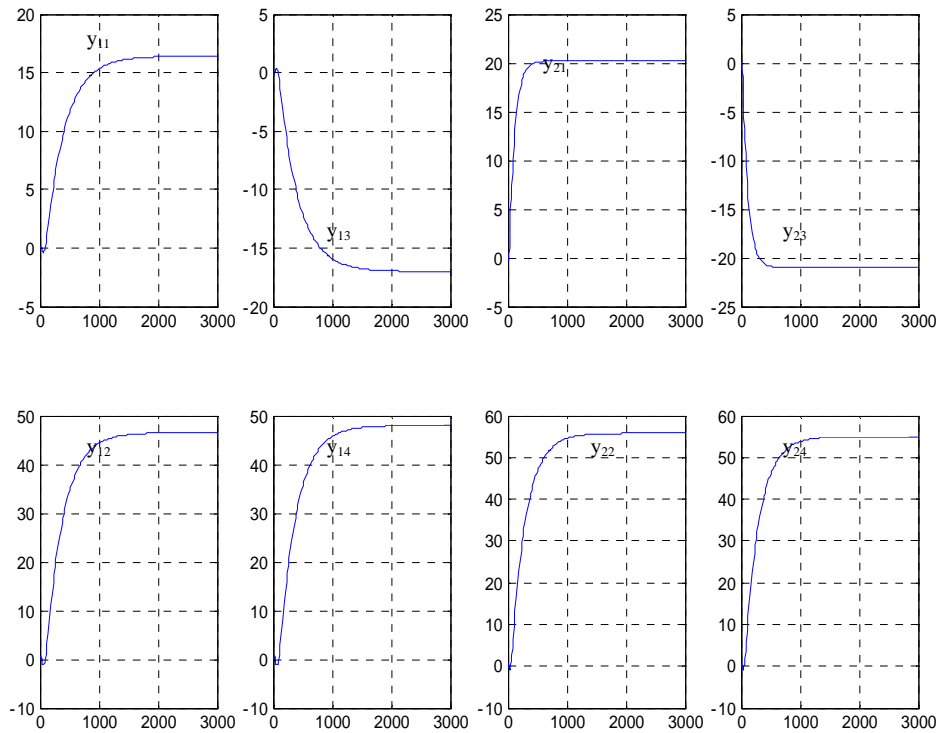


図 4.2 4 入力 2 出力系のステップ応答

この 4 入力 2 出力系の制御対象に対して、前置補償器の設計、および非干渉化の判別基準である逆ナイキスト配列による対角優勢判別を行う .

4.1.2 逆ナイキスト配列による対角優勢判別

予備実験より得られたハンチング周波数 $\omega_1=0.03296$ に着目して前置補償器 G_C の設計を行った．その時の前置補償器 G_C の値が以下の値である．

$$G_C = \begin{bmatrix} -0.7014 & -0.8671 \\ 0.2482 & 0.3360 \\ 0.6389 & 0.6389 \\ -0.1953 & -0.1953 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

その時の相互干渉の評価に用いるゲリシュゴリン帯が図 4.3 である．上 2 つの図中のゲリシュゴリン帯が原点を含まなければ対角行優勢、下 2 つの図中のゲリシュゴリン帯が原点を含んでいなければ対角列優勢を示す．

この図より右下はもちろんのこと、右上の図においてもわずかではあるが原点を含んでいる．そこで $\omega=0.1$ の値に着目して直列接続を行った．

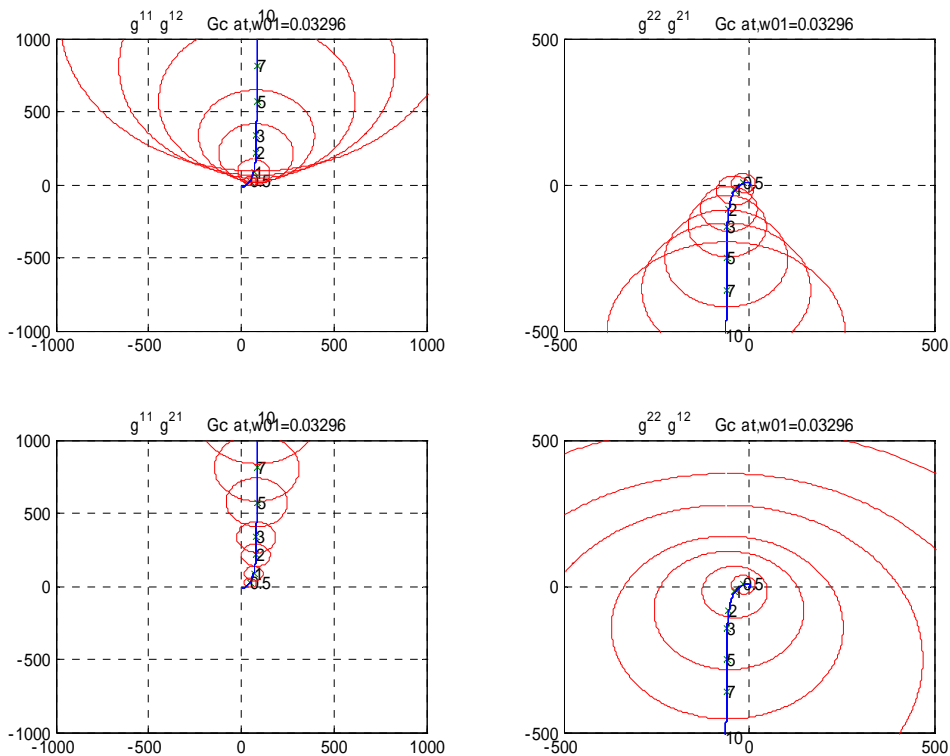


図 4.3 4 入力 2 出力系での逆ナイキスト配列

前置補償器の2段直列接続を行ったときの前置補償器 G_{C2} の値、このときの前置補償器 G_{C2} と1段前置補償器 G_{C1} との積 $G_C = G_{C1} G_{C2}$ は以下の通りである。

$$G_{C2} = \begin{bmatrix} -0.9722 & -0.8907 \\ 0.2340 & 0.4545 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$G_C = G_{C1} \times G_{C2} = \begin{bmatrix} 0.4791 & 0.2307 \\ -0.1627 & -0.0683 \\ -0.4717 & -0.2787 \\ 0.1442 & 0.0852 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

図4.3のゲリシュゴリン帯の結果と比較すると、2段直列接続を行った図4.4の下2つのグラフは原点を含んでおらず、対角列優勢が達成されている。対角行優勢も同時に達成されることが望ましいが、対角列優勢と対角行優勢を同時に達成することは難しい場合が多い。その理由は、擬似対角化が、前置補償器の各列の最小化に主眼を置いているためと思われる。いま、対角列優勢が達成されているので、これら非干渉化前置補償の直列接続を用いてPID制御器の設計を行う。

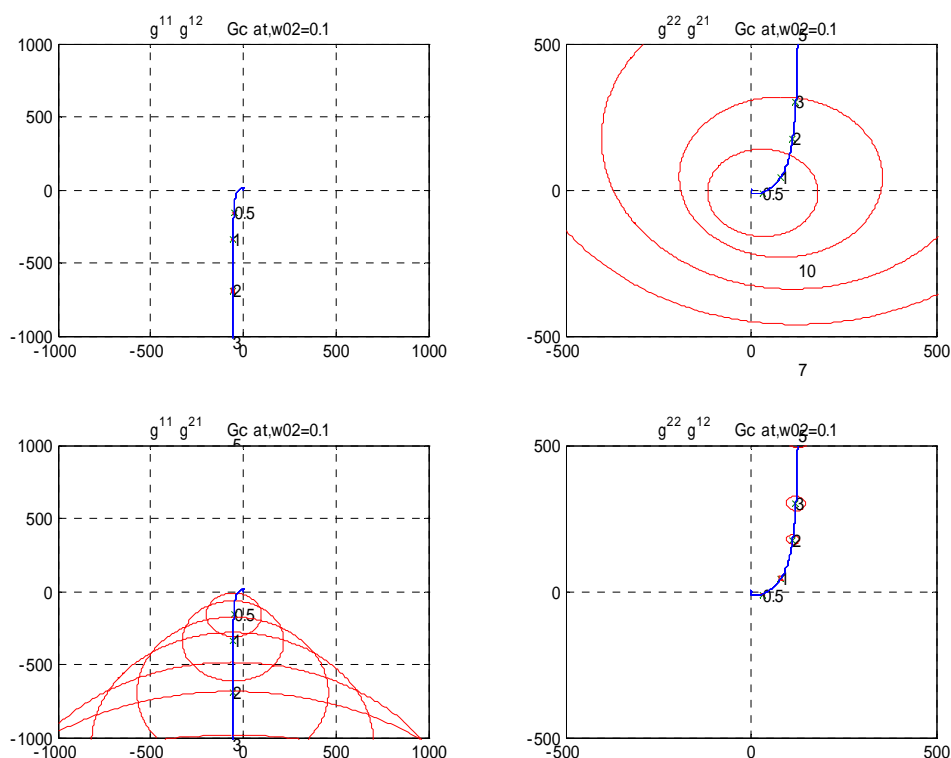


図4.4 前置補償器の2段直列接続による逆ナイキスト配列

4.1.3 非干渉化 PID 制御

ここでの PID の設計手法として、限界感度法による PID パラメータ調整則(表 4.1)を用いた。閉ループ系の P 動作のみにより得られた安定限界ゲイン K_0 と持続振動周期 T_0 を用いて設計された 4 入力 2 出力系各ループの PID パラメータを表 4.2, 表 4.3 に示す。

限界感度法による PID パラメータ調整則：

安定限界ゲイン : K_0

その時の振動周期 : T_0

表 4.1 限界感度法による調整則

	K_p	T_i	T_d
P	$0.5 \times K_0$		0
PI	$0.45 \times K_0$	$0.83 \times T_0$	0
PID	$0.6 \times K_0$	$0.5 \times T_0$	$0.125 \times T_0$

Y1 における単一ループでの PID パラメータ：

安定限界ゲイン : $K_0 = 7.5$

その時の振動周期 : $T_0 = 435$

表 4.2 . Y1 での PID パラメータ

	K_p	T_i	T_d
P	3.75		0
PI	3.375	361.05	0
PID	4.5	217.5	54.375

Y2 における単一ループでの PID パラメータ：

安定限界ゲイン : $K_0 = 5.42$

その時の振動周期 : $T_0 = 55$

表 4.3 . Y2 での PID パラメータ

	K_p	T_i	T_d
P	2.71		0
PI	2.439	45.65	0
PID	3.252	27.5	6.875

限界感度法によって求めた値をもとに、さらなる PI パラメータのチューニングを行った。限界感度法による調整則(表 4.1)は一入出力スカラー系に対する設計公式であり、本研究で対象とした多入出力系に対しては、対角優勢が達成されたとしても完全に他のループからの相互干渉を取り除くことはできず、チューニング操作を必要とする。

PI パラメータのチューニングを行った値：

表 4.4 Y1 ループの PI パラメータ

	K_p	T_i	T_d
PI	0.54	577.66	0

表 4.5 Y2 ループの PI パラメータ

	K_p	T_i	T_d
PI	2.439	456.50	0

その結果、目標値 $\mathbf{r} = [1, 1]^T$ に対して、図 4.5 のように他制御量によるハンチングを生じることもなく、目標値に収束している。

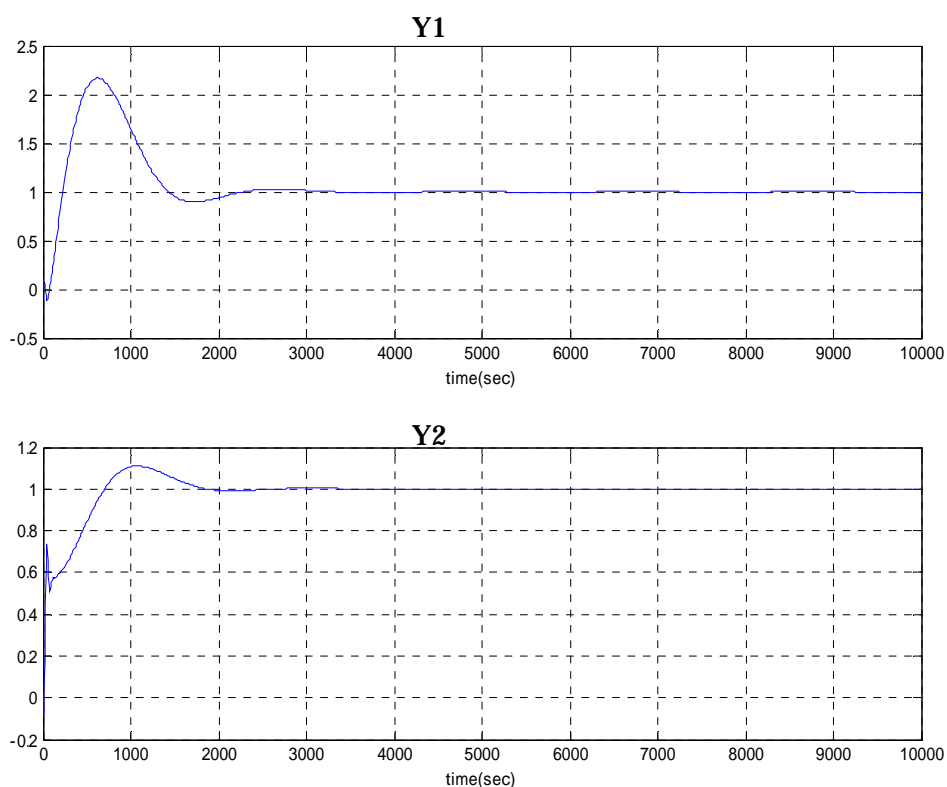


図 4.5 4 入力 2 出力系の PI 制御

4.1.4 考察

4入力2出力制御対象に対して、一般化擬似対角化法とその多段階接続による前置補償器の設計を行い、PID制御器の構成により入出力数が異なる制御対象に対しても、本研究で提案した方法が有効であることを示した。

対角優勢に関して、対角行優勢も同時に達成されることが望ましいが、常に対角列優勢と対角行優勢を同時に達成することは困難な場合が多い。その理由は、擬似対角化が、前置補償器の各列の最小化に主眼を置いているためと思われる。

PIDパラメータのチューニングに関して、限界感度法による調整則は一入出力スカラー系に対する設計公式であり、本研究で対象とした多入出力系に対しては、対角優勢が達成されたとしても完全に他のループからの相互干渉を取り除くことはできず、チューニング操作を必要とする。

4.2 出力数が多い制御対象

2 入力 3 出力系 :

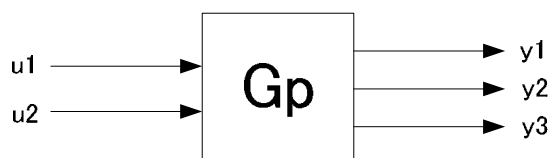


図 4.6 2 入力 3 出力の制御対象モデル

ここでの制御対象は、ある実プラントのステップ応答より求めた無駄時間 + 一次遅れ系であり、その伝達関数および、2 次パデ近似した線形化伝達関数行列モデルは以下の様である。

$$\begin{aligned}
 G_{p11} &= \frac{37}{114.29s + 1} e^{-189.29s} \cong \frac{37s^2 - 1.173s + 0.01239}{114.3s^3 + 4.623s^2 + 0.06998s + 0.0003349} \\
 G_{p21} &= \frac{30}{100s + 1} e^{-6.26s} \cong \frac{30s^2 - 28.8s + 9.219}{100s^3 + 97s^2 + 31.68s + 0.3072} \\
 G_{p31} &= \frac{50}{130s + 1} e^{-20s} \cong \frac{50s^2 - 15s + 1.5}{130s^3 + 40s^2 + 4.2s + 0.03} \\
 G_{p12} &= \frac{17.41}{334.69s + 1} e^{-40.82s} \cong \frac{17.41s^2 - 2.559s + 0.1254}{334.7s^3 + 50.2s^2 + 2.558s + 0.007203} \\
 G_{p22} &= \frac{59.31}{122.73s + 1} e^{-7.73s} \cong \frac{59.31s^2 - 46.05s + 11.92}{122.7s^3 + 88.53s^2 + 23.45s + 0.201} \\
 G_{p32} &= \frac{40}{140s + 1} e^{-30s} \cong \frac{40s^2 - 8s + 0.5333}{140s^3 + 29s^2 + 2.067s + 0.01333}
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

4.2.1 制御対象のステップ応答

制御対象のステップ応答を図 4.7 に示す .

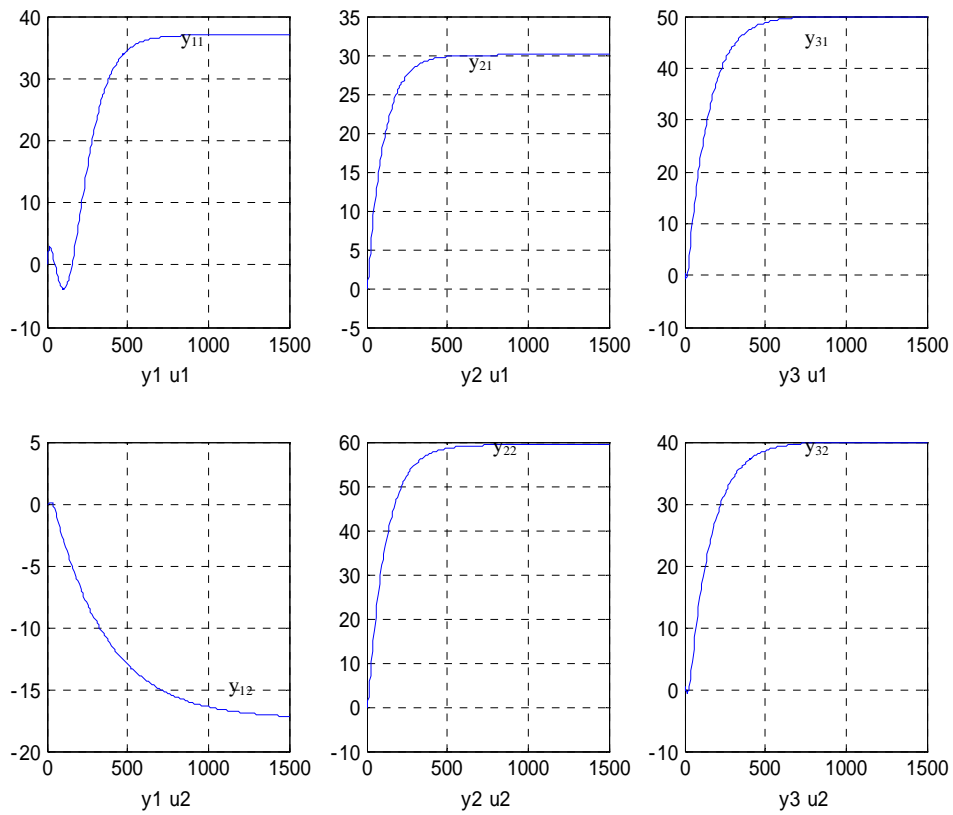


図 4.7 2 入力 3 出力系のステップ応答

この 4 入力 2 出力系の制御対象に対して、前置補償器の設計、および非干渉化の判別基準である逆ナイキスト配列による対角優勢判別を行う .

4.2.2 ナイキスト配列による対角優勢判別

4.1 節で述べた入力数が出力数より多い多入出力系に対し、本節で対象とする出力数が入力数より多い多入出力系においては、対角優勢判定時に考察する伝達関数 $G_P(s)G_C$ の正則性が保証されなくなる。その理由は、 $G_P(s)G_C$ の行列式において同じ列、もしくは行が生じるためである。そこで、出力数が多い多入出力系に対しては、ナイキスト配列による対角優勢判別を行う。Rosenbrock が逆ナイキスト配列を用いた理由として、対角優勢を達成する上で逆ナイキスト線図が有利であるという単なる経験に基づいている事からして、逆ナイキストに限ることはない。そこで、出力数が入力数より多い多入出力系に対しては、ナイキスト配列を用いることにする。

まず、予備実験より得られたハンチング周波数 $\omega_1=0.013$ に着目して前置補償器 G_C の設計を行った。その時の前置補償器 G_C の値が以下の値である。

$$G_c = \begin{bmatrix} 0.7825 & -0.4612 & 0.8023 \\ -0.6227 & 0.8873 & -0.5970 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

制御対象が 3 出力なので、判定すべき要素の数は、前節の 2 出力数より増えている。

1 段の前置補償器で対角優勢が達成されていないので、 $\omega = 0.001$ の値に着目し、さらなる直列接続を行った。

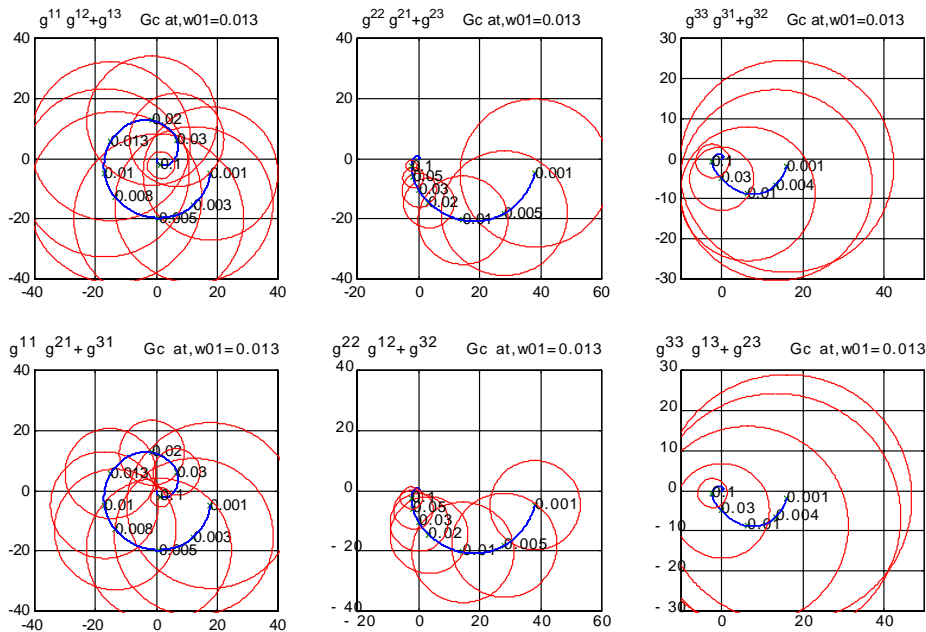


図 4.8 2 入力 3 出力系でのナイキスト配列

前置補償器の2段直列接続を行ったときの前置補償器 G_{C2} の値、このときの前置補償器 G_{C2} と1段前置補償器 G_{C1} との積 $G_C = G_{C1} G_{C2}$ は以下の通りである。

$$G_C = G_{C1} \times G_{C2} = \begin{bmatrix} 0.8758 & 1.1273 & -0.4057 \\ -0.4793 & -1.3796 & 0.6012 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

2段直列接続でも対角優勢が達成されていないので、 $\omega = 0.005$ の値に着目し、さらなる直列接続を行った。

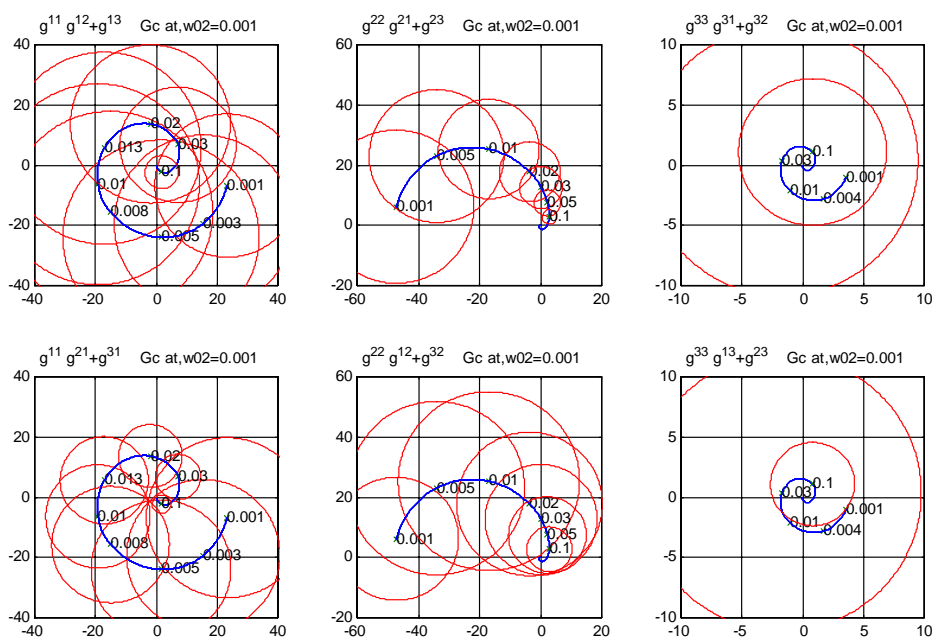


図 4.9 前置補償器の2段直列接続によるナイキスト配列

前置補償器の3段直列接続を行ったときの前置補償器 G_{C3} の値、このときの前置補償器 G_{C3} と2段前置補償器 $G_C = G_{C1}G_{C2}$ との積 $G_C = G_{C1}G_{C2}G_{C3}$ は以下の通りである。

$$G_C = G_{C1} \times G_{C2} \times G_{C3} = \begin{bmatrix} 0.9562 & -0.3150 & 0.5605 \\ -0.6028 & 0.7510 & -0.1066 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

3段直列接続によるナイキスト配列は図 4.10 であるが、上3つの対角行優勢、下3つの対角列優勢とも達成されていない。更なる接続を行ったが、対角優勢の改善が見られなかったので、3段直列接続による前置補償器を用いて PID 制御器を設計した。

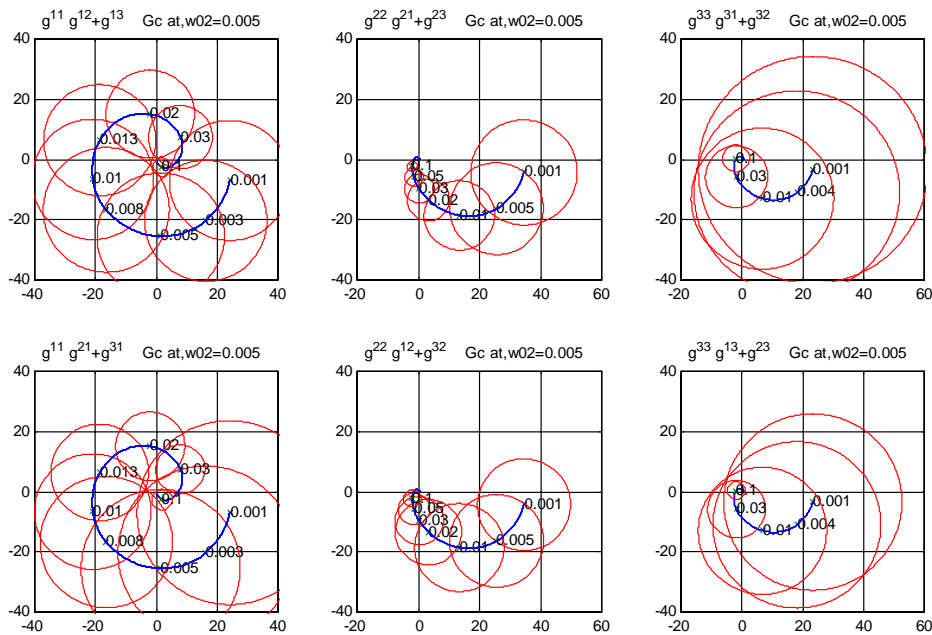


図 4.10 前置補償器の3段直列接続によるナイキスト配列

4.2.3 非干渉化 PID 制御

限界感度法により各ループ毎に PID パラメータを設計した．その結果を以下に示す．

Y1 における単一ループでの PID パラメータ：

安定限界ゲイン : $K_0 = 0.048$

その時の振動周期 : $T_0 = 502$

表 4.6 Y1 ループの PID パラメータ

	K_p	T_i	T_d
P	0.024		0
PI	0.0216	416.66	0
PID	0.0288	251	62.75

Y2 における単一ループでの PID パラメータ：

安定限界ゲイン : $K_0 = 0.6365$

その時の振動周期 : $T_0 = 32$

表 4.7 Y2 ループの PID パラメータ

	K_p	T_i	T_d
P	0.3182		0
PI	0.2864	26.56	0
PID	0.3819	16	4

Y3 における単一ループでの PID パラメータ：

安定限界ゲイン : $K_0 = 0.459$

その時の振動周期 : $T_0 = 20$

表 4.8 Y3 ループの PID パラメータ

	K_p	T_i	T_d
P	0.2295		0
PI	0.2065	16.6	0
PID	0.2754	10	2.5

これら PI パラメータを用いて PI 制御を行った結果が図 4.11 である .

制御量 Y1 にオフセットが生じているが、他の制御量はハンチングを生じることなく目標値に到達している .

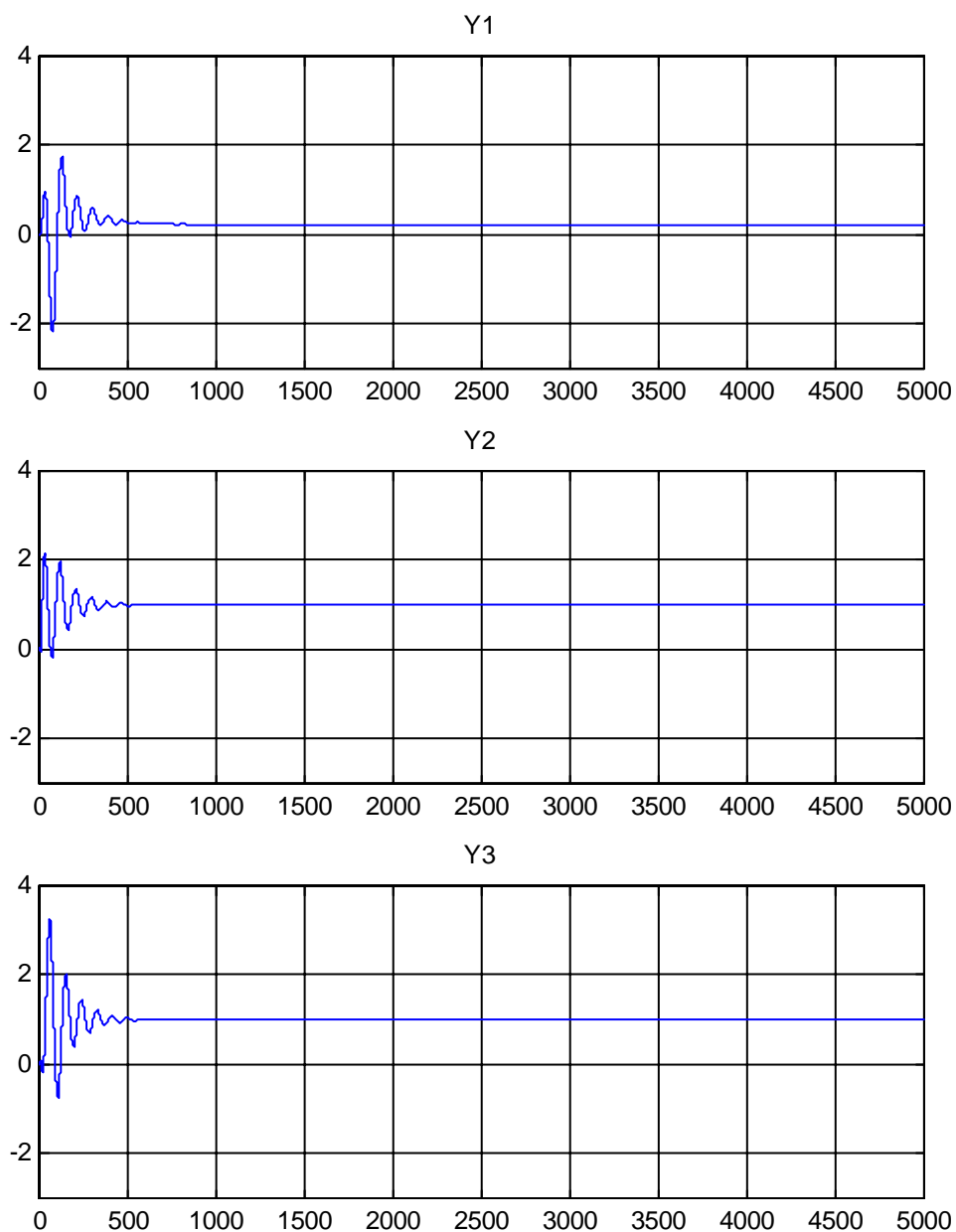


図 4.11 2 入力 3 出力系の PI 制御

4.2.4 考察

出力数が入力数よりも多い多入出力系に対して、一般化擬似対角化と多段階接続による非干渉化前置補償器の設計、並びに PID 制御を行った。出力数が多い場合、伝達関数行列 $G_p(s)G_C$ の正則性が成立しないので、ナイキスト配列による対角優勢判定をする必要があることを示した。また、対角列優勢、もしくは対角行優勢の未達成が閉ループ制御系へ少なからぬ影響を及ぼすので、非干渉化前置補償器の更なる接続による試みが必要である。

4.3 検討

従来、入出力数が異なる多入出力系に対しては、非干渉化前置補償器の設計はできなかったが、一般化擬似対角化と多段階接続によりそれが可能になり、入力数が多い制御対象、出力数が多い制御対象それぞれの例題に対してその有効性を検討した。

出力数が多い多入出力系に対しては、逆ナイキスト配列ではなく、ナイキスト配列を用いて対角優勢判定をする必要があることを示した。

また、入力数が多い多入出力系に対して、比較的少ない前置補償器の多段階接続による対角優勢の達成と、非干渉化による各ループ独立な PID 制御の有効性を示した。

第 5 章

常圧蒸留装置プラントモデルへの適用

5.1 プラント概要

ここで対象としたプラントは、物質収支、熱収支などを含めたプロセス系でよく見られる常圧蒸留装置プロセスの多変数制御系であり、その構成図を図 5.1 に示す。

本研究では、この 3 入力 2 出力系である加熱炉を対象として、原油出口温度と排ガス酸素濃度の制御系を設計する。一般の加熱炉では、炉出口温度の変動が後工程の蒸留塔の温度バランスに影響を与えている。よって原油受け入れ量を変更した際に、加熱炉出口の原油温度変動を最小に抑制し、また燃焼用空気を炉内に必要最小限送り込み、排ガス中の酸素濃度を一定に保つ省エネルギー運転も併せて実現する。ここでは、表 5.1 に示す 3 つの操作変数と 2 つの制御変数をもつ 3 入力 2 出力系としてとらえて、非干渉化と PID 制御系の構成を行う。

表 5.1 加熱炉制御変数

	変数	記述
制御変数	炉出口の原油温度	設定値 333
	排ガス中の酸素濃度	設定値 3.0 ~ 3.5%
操作変数	燃料ガスの流量	炉出口温度の制御
	燃料オイルの圧力	炉出口温度の制御
	空気流量	酸素濃度の制御

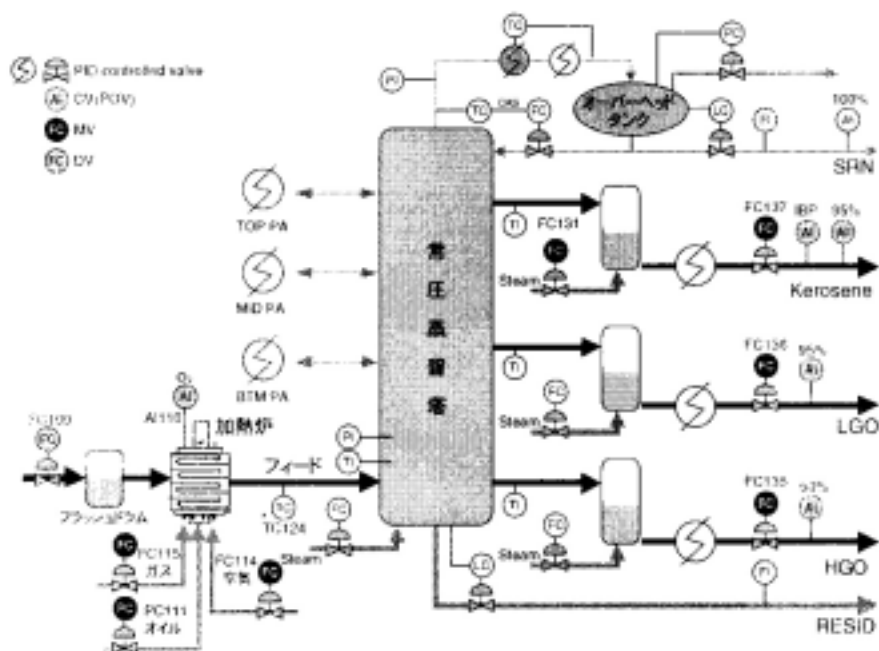


図 5.1 常圧蒸留プラントモデル

ステップ応答により得られた常圧蒸留プラントは、無駄時間 + 一次遅れ系で近似的にその伝達関数モデルを表現でき、その伝達関数及び、2次パデ近似した数式モデルを以下に示す。

$$\begin{aligned}
 G_{p11} &= \frac{0.0499}{6.28s+1} e^{-0.2s} \cong \frac{0.0499s^2 - 1.497s + 14.97}{6.28s^3 + 189.4s^2 + 1914s + 300} \\
 G_{p21} &= \frac{0.007}{0.5s+1} e^{-0.08s} \cong \frac{0.007s^2 - 0.525s + 13.13}{0.5s^3 + 38.5s^2 + 1013s + 1875} \\
 G_{p12} &= \frac{128}{8s+1} e^{-0.2s} \cong \frac{128s^2 - 3840s + 38400}{8s^3 + 241s^2 + 2430s + 300} \\
 G_{p22} &= \frac{14.58}{0.6s+1} e^{-0.08s} \cong \frac{14.58s^2 - 1094s + 27340}{0.6s^3 + 46s^2 + 1200s + 1875} \\
 G_{p13} &= 0 \\
 G_{p23} &= \frac{0.00276}{6.28s+1} e^{-0.2s} \cong \frac{0.00276s^2 - 0.0828s + 0.828}{6.28s^3 + 189.4s^2 + 1914s + 300}
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

5.2 プラントモデルのステップ応答

(5.19)式の伝達関数による常圧蒸留プラントモデルのステップ応答は以下のものである。

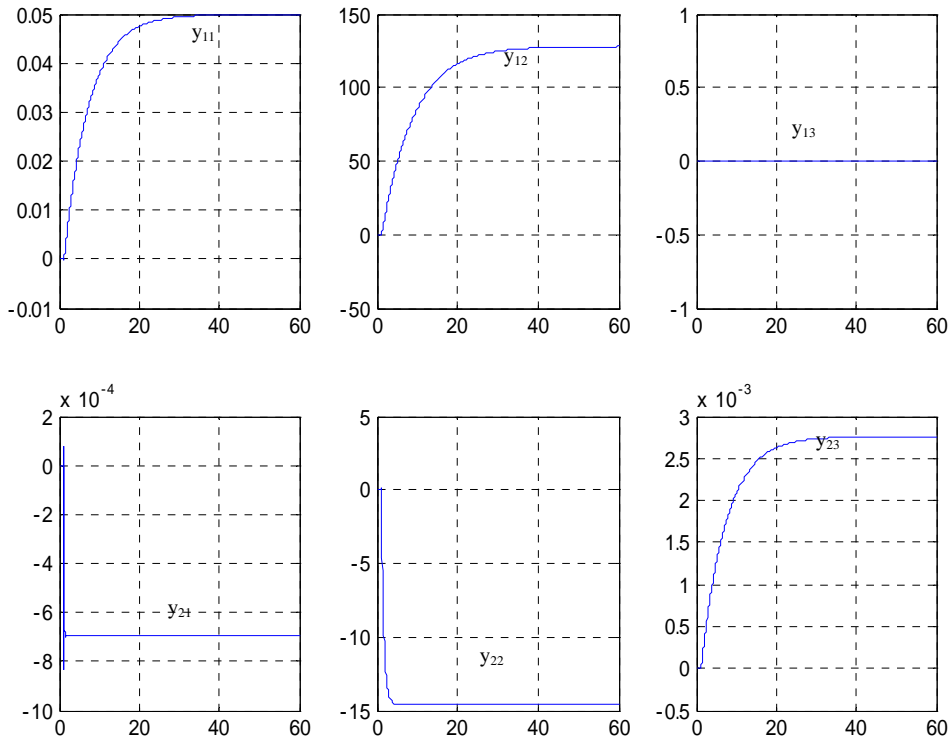


図 5.2 常圧蒸留プラントモデルのステップ応答

5.3 多段階前置補償接続法の適用

ここでは、多段階前置補償接続法の有効性をみるために、常圧蒸留プラントモデルに対して 2 つの接続法を用いて検証を行う。

5.3.1 直列接続法

接続法の一つとして、まず直列接続法を行う。

(1) ブロック線図

前置補償器の直列接続による最終の閉ループブロック線図は、図 5.3 のようになる。制御器としては P I 制御器を用いている。

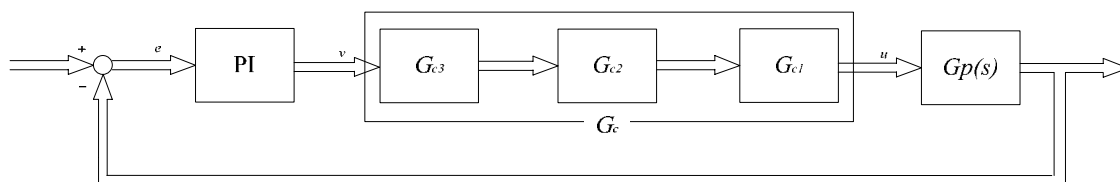


図 5.3 前置補償器の 3 段直列でのブロック線図

次に、逆ナイキスト配列により対角優勢の判定を行い、前置補償器の 3 段直列接続設計およびそのときの P I D 制御について順次、その結果を示す。

(2) 逆ナイキスト配列

まず、角周波数 $\omega = 1$ における一般化擬対角化法を用いたときの前置補償器 G_C の値は以下のようになる。

$$G_C = \begin{bmatrix} -0.72028 & 0 \\ 0.00004 & 0 \\ 0.69368 & 0.69368 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

そのときの逆ナイキスト配列のグラフが図 5.4 である。この図より、ゲリシュゴリン帯が原点を含んでいることで対角優勢が達成されていないことが分かる。そこで、 $\omega = 40$ の値に着目してさらなる前置補償器の直列接続を行う。

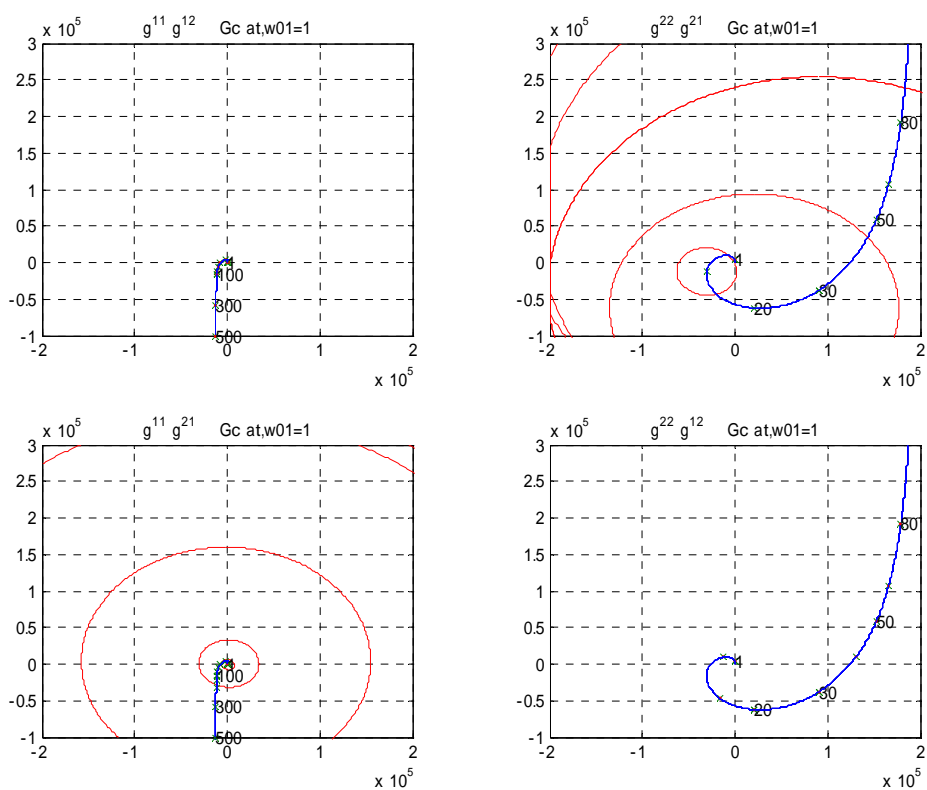


図 5.4 前置補償器の 1 段接続による逆ナイキスト配列

制御対象 G_P と前置補償器 G_{C1} を新たな制御対象とみなして、角周波数 $\omega = 40$ における前置補償器 G_{C2} と一段前置補償器 G_{C1} との積 $G_C = G_{C1} G_{C2}$ の値は以下ようになる。

$$G_{C2} = \begin{bmatrix} -0.00819 & 0 \\ -0.99996 & 1.00000 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

$$G_C = G_{C1} \times G_{C2} = \begin{bmatrix} 0.00591 & 0 \\ -0.00000 & 0 \\ -0.69934 & 0.69368 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

この結果より描かれた逆ナイキスト配列が図 5.5 となる。上の 2 つの図が行ゲリシュゴリン帯を、下の 2 つの図が列ゲリシュゴリン帯をそれぞれ示しており、列ゲリシュゴリン帯において 1 段前置補償器よりは多少の改善を見せているが、まだ原点を含んでおり対角優勢は達成されていないので、さらなる $\omega = 20$ の値に着目して 3 段直列接続を行う。

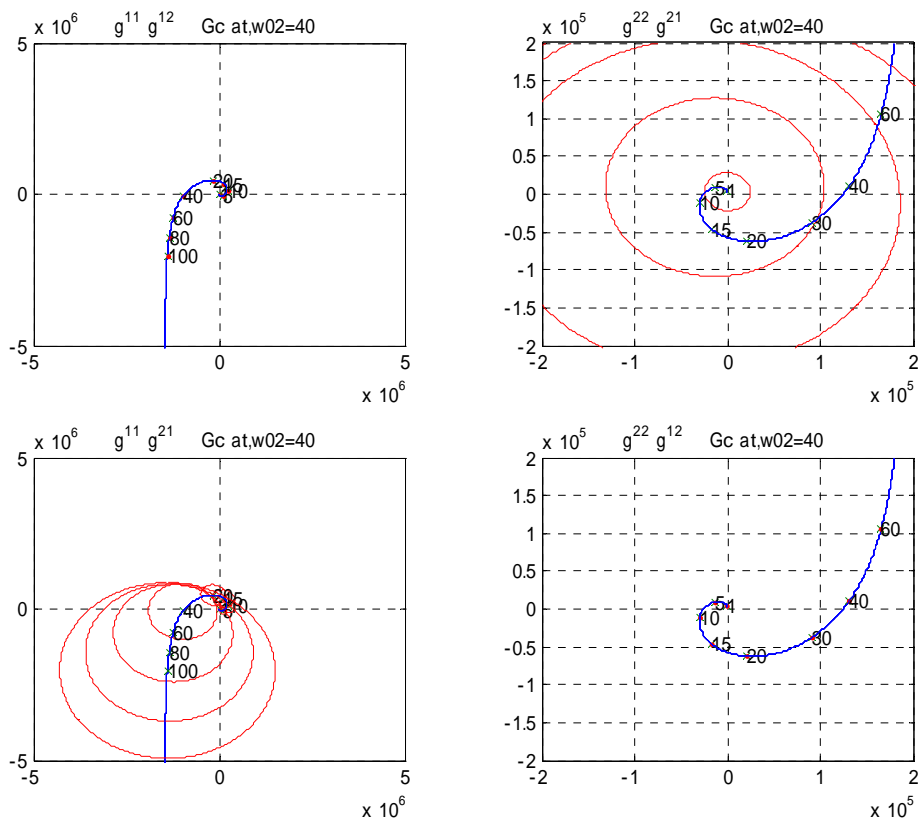


図 5.5 前置補償器の 2 段直列接続による逆ナイキスト配列

ここで 3 段直列接続として、制御対象 G_P と 2 段前置補償器 $G_C = G_{C1}G_{C2}$ を新たな制御対象とみなして、角周波数 $\omega = 20$ の時に設計した前置補償器 G_{C3} と 2 段前置補償器 $G_C = G_{C1}G_{C2}$ の積 $G_C = G_{C1}G_{C2}G_{C3}$ は以下ようになる。

$$G_{C3} = \begin{bmatrix} -0.82308 & 0 \\ -0.56791 & 1.00000 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$$G_C = G_{C1} \times G_{C2} \times G_{C3} = \begin{bmatrix} -0.00486 & 0 \\ 0.00000 & 0 \\ 0.18166 & 0.69368 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

この前置補償器による図 5.6 の逆ナイキスト配列において、対角列優勢が達成されている。そこで前置補償器の 3 段直列接続を用いた非干渉化 PID 制御を行った。

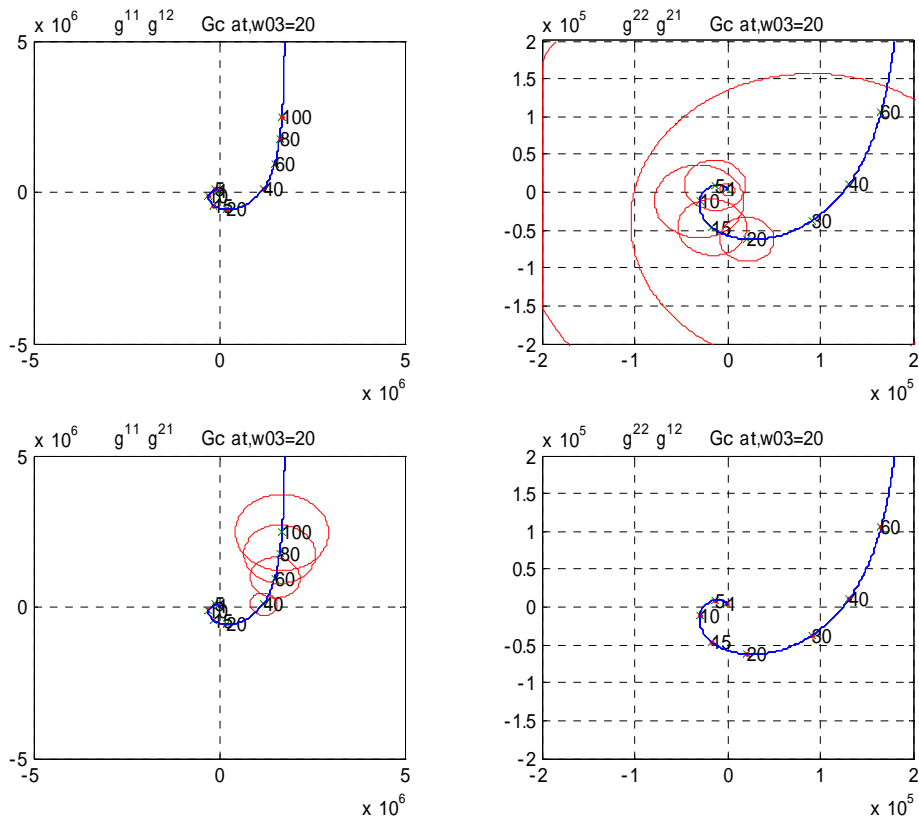


図 5.6 前置補償器の 3 段直列接続による逆ナイキスト配列

(3) 非干渉化 PID 制御

限界感度法による PID パラメータ :

原油出口温度制御 :

安定限界ゲイン : $K_0 = 239700$

その時の振動周期 : $T_0 = 0.8$

表 5.2 温度制御ループの PID パラメータ

	K_p	T_i	T_d
P	119850		0
PI	107865	0.664	0
PID	143820	0.4	0.1

排ガス酸素濃度制御 :

安定限界ゲイン : $K_0 = 26300$

その時の振動周期 : $T_0 = 0.79$

表 5.3 濃度制御ループの PID パラメータ

	K_p	T_i	T_d
P	13150		0
PI	11835	0.6557	0
PID	15780	0.395	0.09875

まずは、この限界感度法によって求められたそれぞれのループの PID パラメータによって PI 制御、PID 制御を行った。

限界感度法による PI 制御、PID 制御：

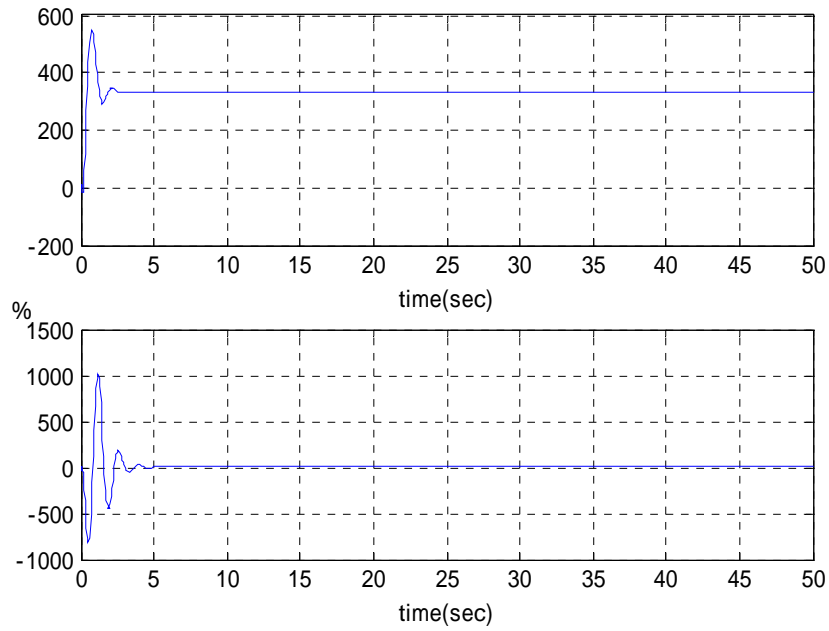


図 5.7 前置補償器の 3 段直列接続における PI 制御

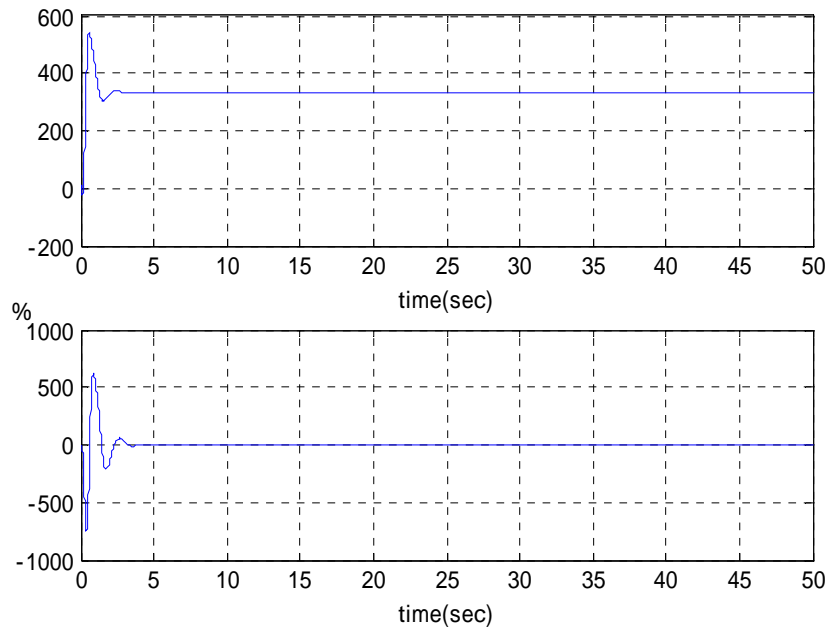


図 5.8 前置補償器の 3 段直列接続における PID 制御

PI 制御、PID 制御それぞれ目標値に一致しているがオーバーシュート、アンダーシュートがそれぞれ大きくなっている．そこで、PI 制御に着目して PI パラメータ調節を行うことにした．

PI パラメータのチューニングを行った値：

表 5.4 温度制御ループの PI パラメータ

	K_p	T_i	T_d
PI	8629.2	5.311	0

表 5.5 濃度制御ループの PI パラメータ

	K_p	T_i	T_d
PI	16569	4.599	0

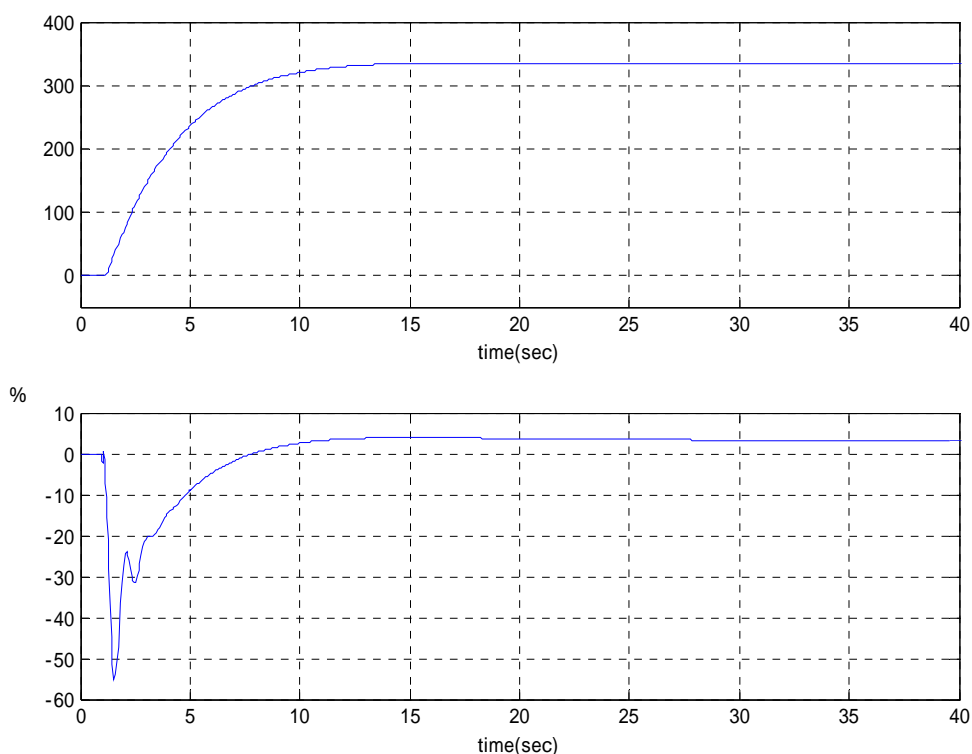


図 5.9 PI パラメータの調節を行った前置補償器の 3 段直列接続 PI 制御

図 5.9 から分かるように温度、濃度それぞれ目標値 333、3.0% ~ 3.5% に収束しており、良好な制御結果が得られているのがわかる。しかしながら濃度制御量でアンダーシュートが顕著である。その理由として、無駄時間の有理伝達関数近似と濃度初期値が零の 2 つが考えられる。そこで、濃度初期値を、例えば 50% に設定するために、まず濃度設定値を 50% にして定常状態に落ち着いた所から本来の制御目標値 3% に切替えるシミュレーションを行った。このとき温度の

初期設定も 100 にする切換を行った．そのときの P I 制御結果が以下の図 5.10 である．この図において、15 秒までの温度初期値 100 、酸素濃度初期値 50% を初期状態として、温度目標値 333 、酸素濃度 3% を与えた P I 制御結果が示されている．無駄時間の有理伝達関数近似と思われるアンダーシュートが若干残っており、近似の精度をまだ上げる必要があるが、制御目的は達成されている．

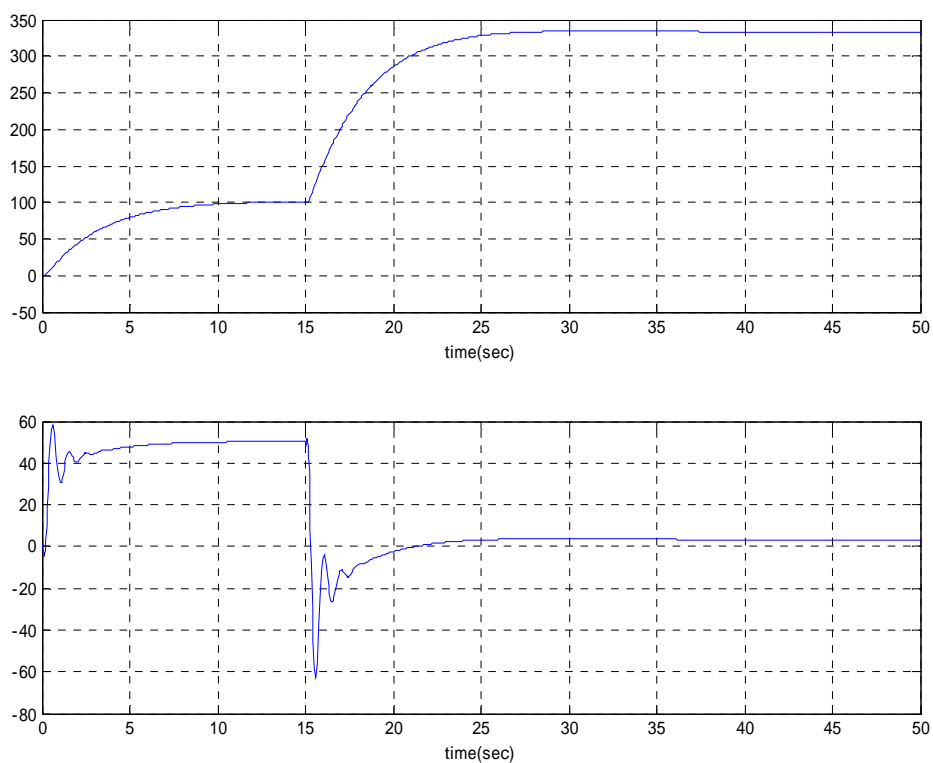


図 5.10 初期値設定を行った 3 段直列接続 P I 制御

5.3.1 並直列接続法

次に、並直列接続法を用いて多段階前置補償器の設計を行った。

(1) ブロック線図

前置補償器の並直列接続による最終の閉ループ制御系のブロック線図は図 5.11 のようになる。

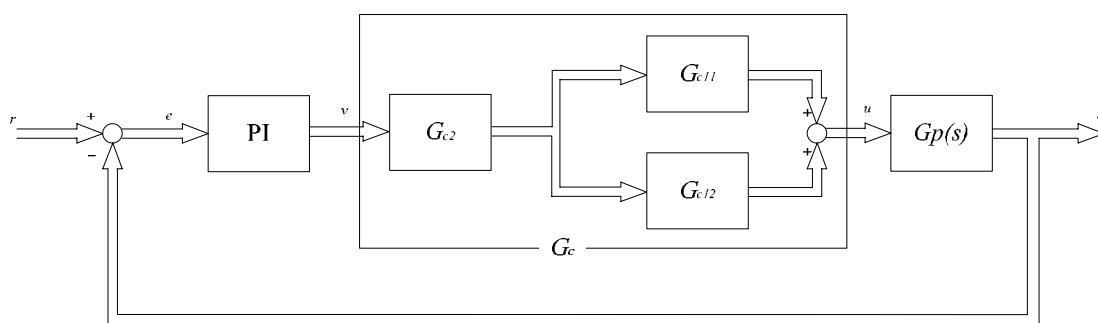


図 5.11 前置補償器の並直列接続でのブロック線図

次に、逆ナイキスト配列により対角優勢の判定、前置補償器の並直列接続の設計およびそのときのPID制御を示す。

(2) 逆ナイキスト配列

並列接続として、制御対象 G_p に対し、2つの $c_1=1$, $c_2=28.5$ を用いて、それぞれ同時に設計した前置補償器 G_{C11} と G_{C12} , またその和である前置補償器 G_C は以下ようになった .

$$\begin{aligned}
 G_C = G_{C11} + G_{C12} &= \begin{bmatrix} -0.72028 & 0 \\ 0.00004 & 0 \\ 0.69368 & 0.69368 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.04169 & 0 \\ 0.00003 & 0 \\ 0.99913 & 0.99913 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -0.76197 & 0 \\ 0.00007 & 0 \\ 1.69281 & 1.69281 \end{bmatrix} \tag{5.7}
 \end{aligned}$$

この前置補償器 G_C による逆ナイキスト配列図 5.12 において、ゲリシュゴリン帯が原点を含んでいるので、対角優勢には至っておらず、さらなる $\gamma=40$ の値に着目して前置補償器の直列接続を行った .

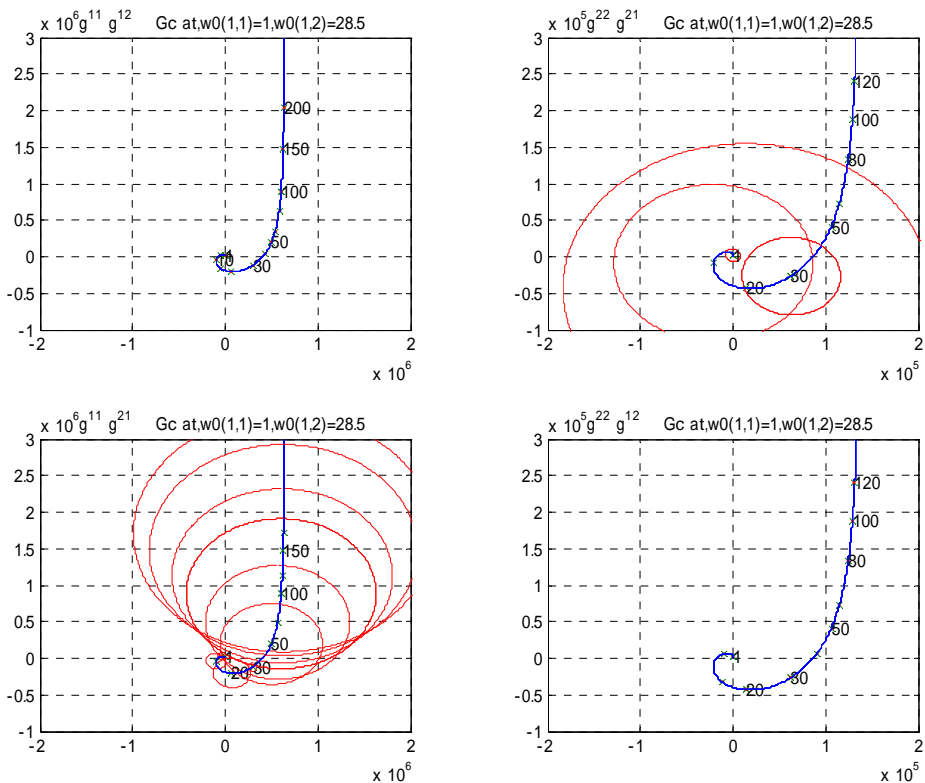


図 5.12 前置補償器の並列接続による逆ナイキスト配列

制御対象 G_P と前置補償器 ($G_{C11}+G_{C12}$) を新たな制御対象とみなして G_{C2} を設計した . そのときの前置補償器 G_C は以下ようになる .

$$G_{C2} = \begin{bmatrix} -0.76974 & 0 \\ 0.63834 & 1.00000 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

$$(G_{C11} + G_{C12}) \times G_{C2} = \begin{bmatrix} 0.03209 & 0 \\ -0.00002 & 0 \\ -0.13128 & 0.99913 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

このときのゲリシュゴリン帯である図 5.13 は、下 2 つの列ゲリシュゴリン帯において対角列優勢が達成された . そこで、前置補償器の並直列接続による非干渉化 PID 制御を行った .

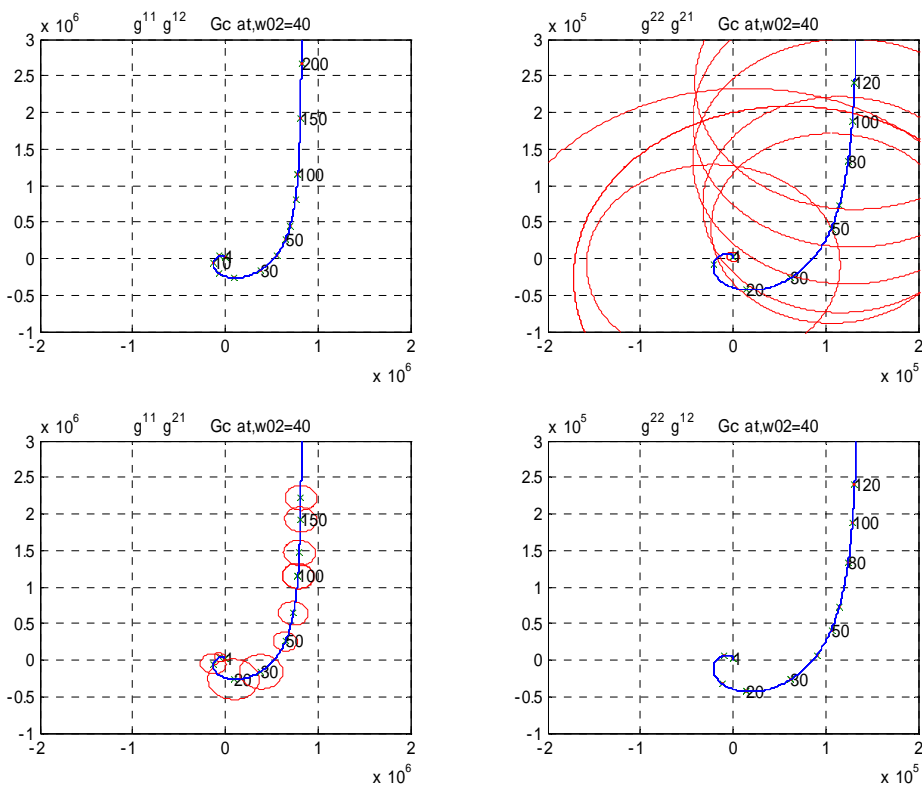


図 5.13 前置補償器の並直列接続による逆ナイキスト配列

(3) 非干渉化 PID 制御

限界感度法による PID パラメータ :

原油出口温度制御 :

安定限界ゲイン : $K_0 = 110160$

その時の振動周期 : $T_0 = 0.77$

表 5.6 温度制御におけるループでの PID パラメータ

	K_p	T_i	T_d
P	55080		0
PI	49572	0.6391	0
PID	66096	0.385	0.09625

排ガス酸素濃度制御 :

安定限界ゲイン : $K_0 = 18260$

その時の振動周期 : $T_0 = 0.77$

表 5.7 濃度制御におけるループでの PID パラメータ

	K_p	T_i	T_d
P	9130		0
PI	8217	0.6391	0
PID	10956	0.385	0.09625

まず、この限界感度法によって求められたそれぞれのループの PID パラメータによって PI, PID 制御を行う。

限界感度法による PI,PID 制御結果 :

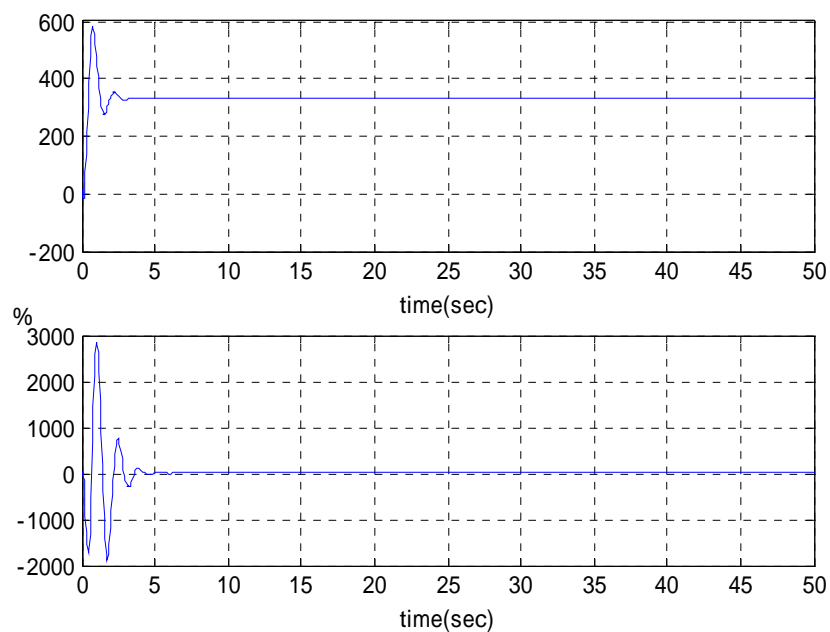


図 5.14 前置補償器の並直列接続における PI 制御

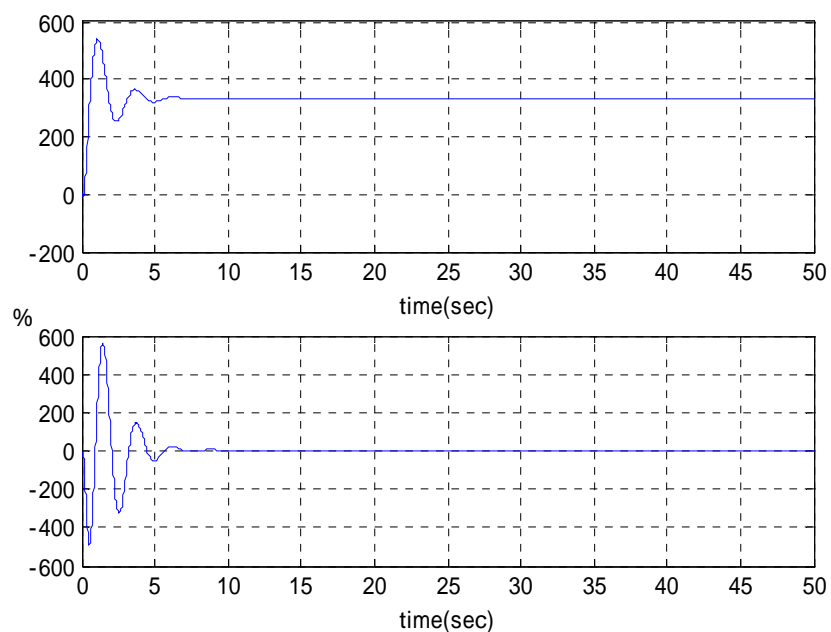


図 5.15 前置補償器の並直列接続における PID 制御

前置補償器の並直列接続に関しても、前置補償器の直列接続と同様、PI 制御、PID 制御それぞれ目標値に一致しているがオーバーシュート、アンダーシュートがそれぞれ大きい。そこで、PI 制御に着目して PI パラメータ調節を行った。

PI パラメータのチューニングを行った値：

表 5.8 温度制御ループの PI パラメータ

	K_p	T_i	T_d
PI	4957.2	6.3909	0

表 5.9 濃度制御ループの PI パラメータ

	K_p	T_i	T_d
PI	8217	6.3909	0

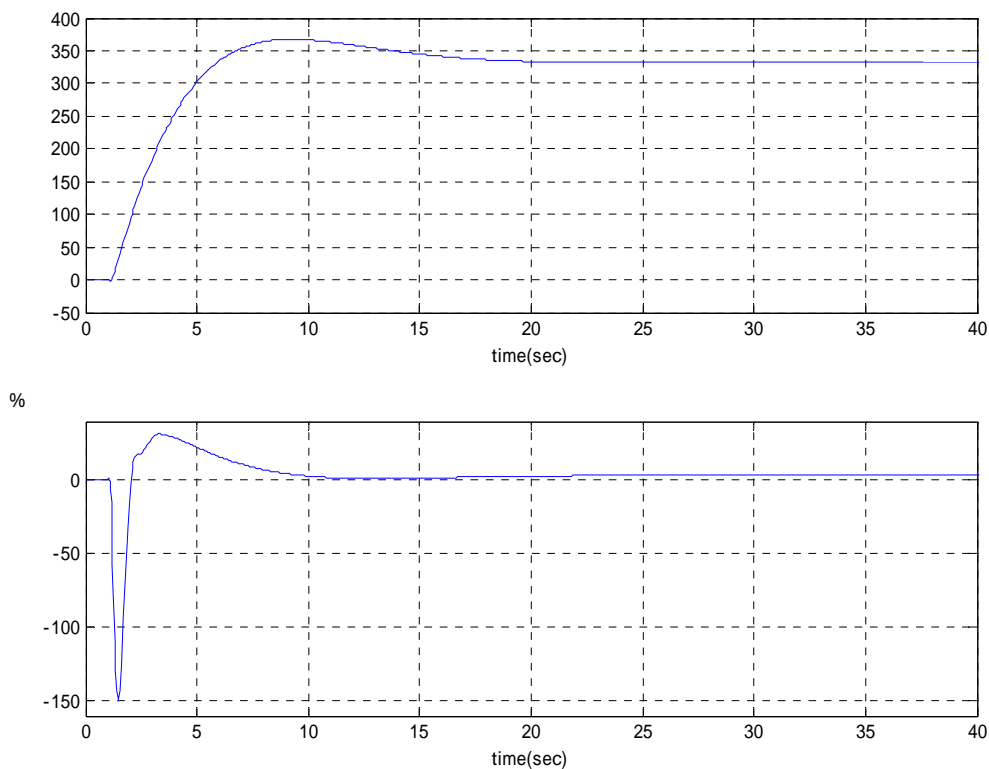


図 5.16 前置補償器の並直列接続における常圧蒸留プラントでの PI 制御

図 5.16 より、前置補償器の直列接続と同様に目標値に一致しており制御目的を達成していることが分かる。

5.5 検討

常圧蒸留プラント等の入出力数が異なるプロセス系に対しては、従来、非干渉化制御法を適用することができず、干渉が比較的少ない操作量と制御量の組み合わせのみにスカラー制御方法を適用していた。

本研究で提案した一般化擬似対角化法と非干渉化前置補償器の多段階接続法を用いれば、そのような入出力数が異なる多入出力制御対象に対しても非干渉化制御が可能であることを、実際のプロセス系を用いて示した。

接続法としては、直列接続と並直列接続を行ったが、直列接続の方が対角優勢を達成しやすく、また制御結果も良好であった。

第 6 章

結 言

多変数多入出力制御対象に対する制御系設計理論として、最適レギュレータ、最適サーボ系等が知られており、特に、複数の制御量間に強い相互干渉を有する制御対象に対しては、時間領域、もしくは周波数領域での非干渉化制御系が知られている。例えば、ボイラにおけるドラム水位・燃料供給量と温度・圧力、また蒸留塔における塔頂組成と塔底組成間など、顕著な相互干渉が生じる化学プロセスでは、このような相互干渉を積極的に非干渉化する補償器を有する制御系が有効である。

従来、これら相互干渉を積極的に打ち消す補償器として、逆ナイキスト配列による非干渉化前置補償器が有効な手段として用いられてきたが、顕著な相互干渉を有する制御対象に対しては、その前置補償器で非干渉化が達成できない場合が多く見られ、そのようなときは前置補償器の各要素を試行錯誤的に再調節してきた。

そこで本研究では、従来の一段前置補償器接続に対して複数の前置補償器を設置し、その直列接続、並列接続、直並列接続、もしくは並直列接続によって非干渉化前置補償器を設計する新たな方法を提案した。このように設計された前置補償器を用いて、流体温度液面干渉パイロットプラントに対する非干渉化制御実験を行い、提案した直並列多段階接続非干渉化前置補償器の有効性を確認した。

この研究成果に対して、電気学会より電子・情報・システム部門論文誌発刊 30 周年記念優秀論文賞が与えられている。

参考文献

- 1) H.H.Rosenbrock : Design of Multivariable Control system Using the Inverse Nyquist Array ; IEE Proc.116 1929-1936 (1969)
- 2) D.J.Hawkins : Pesudodiagnalization and the Inverse-Nyquist-Array Method ; IEE Proc. 119, 337-345 (1972)
- 3) 伊藤 , 木村 , 細江 : 線形制御系の設計理論 ; 計測自動制御学会(1978)
- 4) 荒木 : 多変数制御系の CAD ; INA 法とその後(上) , システムと制御 , Vol.26,No.4,218-227 (1982)
- 5) 寺島 , 高津 , 岡田 : 多変数最適予測制御パッケージ“ Exasmoc ”; 横河技報 Vol.45 No.3(2001)
- 6) 李 , 長町 , 崔 , 宋 , 宮崎 , 秋月 : 前置補償器の直並列接続による多段階非干渉化 PID 制御 ; 電学論文誌 Vol.123-C No.1,43-49 (2003)
- 7) 李 , 庄司 , 崔 , 宋 , 李 , 秋月 : 流体温度液面干渉の非干渉化 PID 制御、電学論 Vol.119-C,No.8/9,1035-1041 (1999)