

---

# フーリエ反復法に基づく超高感度位相回復顕微鏡

---

(04452107)

平成 6 年度 科学研究費補助金 一般研究（B）研究成果報告書

平成 7 年 2 月

研究代表者 小 松 進 一

（早稲田大学 理工学部 教授）

## はしがき

光波の位相分布には透過物体の屈折率分布、あるいは反射物体の3次元表面形状およびその変形などの情報が反映されるために、その可視化と高感度測定は工学的に重要である。とくに近年のオプトエレクトロニクス分野でのデバイス・材料・加工の微細化・高集積化の著しい発展、および生物物理学の進歩、さらには重力波検出のようなサイエンスの領域における新しい探求と関連して、その高精度化・高感度化の必要性が増している。

光の位相分布測定に従来から用いられている光波干渉計やホログラフィでは、光検出器が一般に光強度にのみ応答し位相の直接測定ができないため、測定する光波に別の参照光波を重ね合わせて干渉をさせる必要がある。このためシステムの複雑化、安定性の問題、光のコヒーレンスに対する制約などが生じる。また、ヘテロダイン法などの導入による干渉測定の高精度化が実現されているが、光の波長を基本単位とする干渉縞計測では、自ずとその限界がある。一方、ゼルニケの位相差顕微鏡は比較的簡便に位相物体を可視化できるが高感度の定量測定には不向きである。

本研究では、従来の干渉法を用いずに、物体波のフーリエ回折像の強度分布を精密に測定し、このデータから、フーリエ反復アルゴリズムによる位相回復を行い、光波の位相分布を高感度で求める、新しいタイプの位相差顕微鏡を実現することを目的としている。

本研究にさきだって研究代表者（小松）は、フーリエ回折像の位相回復に基づいた位相分布測定法の実用化の可能性について詳細な検討を行っている。とくに回折像強度測定値のダイナミックレンジと量子化誤差が測定精度および感度に与える影響をコンピュータシミュレーションにより詳しく調べ、実用上十分な感度と精度を保証するための測定条件を明らかにした。

本研究では、上記の原理に基づく位相差顕微鏡システムを、ダイナミックレンジの非常に広い固体撮像素子を用いて実際に構成して、フーリエ反復法に基づく位相分布の高感度顕微測定が可能であることを実証した。また、アルゴリズムを改良して、収束特性および安定性の向上を図るとともに、点像分布の測定データに重畠する未知のノイズの推定と除去を可能にする新しいアルゴリズムの開発をめざした。さらに、この位相差顕微鏡を実際の薄膜試料・生体試料などの位相分布の可視化に応用することを試みた。以下にその成果について詳述する。

本研究を遂行するにあたり、文部省科学研究費補助金の援助を受けた。御支援と御協力をいただいた関係各位に感謝の意を表する。

## 研究組織

研究代表者： 小松 進一 （早稲田大学 理工学部 教授）

研究分担者： 大頭 仁 （早稲田大学 理工学部 教授）

研究分担者： 高木 康博 （早稲田大学 理工学部 助手；  
平成4年度および5年度に分担）

## 研究経費

平成 4 年度	4, 100 千円
平成 5 年度	2, 400 千円
平成 6 年度	500 千円
計	7, 000 千円

## 研究発表

（口頭発表）

1. 小柳晴揮、大久保英彦、小松進一：フーリエ反復アルゴリズムを用いた位相分布測定  
－冷却CCDカメラの利用－、第54回応用物理学会学術講演会、29aSA11,  
予稿集No. 3, p. 882, 1993年9月29日
2. 小松 進一：応物シンポジウム「3次元像の再構成と逆問題」Concluding Remarks、  
第54回応用物理学会学術講演会、29pF8, 予稿集No. 0, p. 1336,  
1993年9月
3. 小松進一、小野寺剛：ブラインド・デコンボリューションによる画像復元、  
理研シンポジウム「新しい光応用技術IX」講演予稿集, p.p. 52-55,  
1993年11月
4. H. Koyanagi, K. Higuma and S. Komatsu : Phase Distribution Measurement Using Fourier  
Iterative Algorithms - Improvement with Chilled CCD Camera -、Topical Meeting of the  
International Commission for Optics on Frontiers in Information Optics (ICO'94, Kyoto),  
4P-25、Meeting Digest、263、1994年4月6日
5. 日隈薰、小柳晴揮、小松進一：フーリエ反復アルゴリズムを用いた2次元位相分布  
測定、JAPAN OPTICS '94（光学連合シンポジウム浜松'94）、  
22Dp05、講演予稿集, p.p. 81-82、1994年9月22日

## 研究代表者および研究分担者によるその他の研究発表

研究代表者：小松 進一

学会誌等

1. 小松 進一：ヘテロダインプローブによるレーザー顕微鏡、O plus E, No. 150, p.p. 115-121, 1992年5月
2. 小松 進一：英国:インペリアルカレッジ（ロンドン大学）における光学教育、光技術コンタクト、30巻11号、p.p. 20-25、1992年11月
3. 小松進一、合崎紳一郎、馬杉和宏、大頭仁：ヘテロダインプローブによるレーザー顕微鏡、レーザー顕微鏡研究会第11回講演会論文集、p.p. 1-8, 1993年5月（招待論文）
4. Yoshiharu SAITO, Shinichi KOMATSU and Hitoshi OHZU : Scale and Rotation Invariant Real Time Optical Correlator Using Computer Generated Hologram : S P I E Milestone Series M S 7 6 (Selected Papers on Optical Correlators) , p.p. 222-225, June 1993.
5. Takeshi ONODERA and Shinichi KOMATSU : Determination of Optimum Iteration Number for Fourier Iterative Blind Deconvolution Algorithm, Proc. S P I E, Vol. 1983 (Optics as a Key to High Technology) , p.p. 415-416, August 1993.
6. 合崎紳一郎、小松進一：同心ヘテロダイン光プローブを用いるレーザー走査顕微鏡、「光学」、第24巻、p.p. 27-31, 1995年1月

## 口頭発表

1. 小野寺剛、小松進一：ブラインド・デコンボリューションアルゴリズムの反復回数の決定、第53回応用物理学会学術講演会、17aN2, 予稿集No. 3, p. 791, 1992年9月
2. 馬杉和宏、小松進一：半導体レーザーを用いた赤外ヘテロダイン走査顕微鏡、第53回応用物理学会学術講演会、18aSP25, 予稿集No. 3, p. 830, 1992年9月
3. 山本英治、小松進一：フィルターバンク法による光学系デフォーカス量の検出、第40回応用物理学関係連合講演会、29aSZB18, 予稿集No. 3, p. 870, 1993年3月
4. 小松進一：ブラインド・デコンボリューションによる画像復元、A V I R G (視聴覚情報研究会) 会報、28巻4号、p.p. 2-3、1992年9月
5. 合崎紳一郎、小松進一：同軸ヘテロダイン光プローブを用いるレーザー走査顕微鏡(II)、第54回応用物理学会学術講演会、27pD1, 予稿集No. 3, p. 850, 1993年9月
6. 小野寺剛、小松進一：加算平均ADアルゴリズムによるブラインド・デコンボリューション、第54回応用物理学会学術講演会、27aF7, 予稿集No. 3, p. 896, 1993年9月
7. 上林一郎、永田哲生、小松進一：B a T i O 3 を用いた位相変化の実時間検出、第54回応用物理学会学術講演会、29pE4, 予稿集No. 3, p. 890,
8. 小松 進一：応物シンポジウム「3次元像の再構成と逆問題」Concluding Remarks、第54回応用物理学会学術講演会、29pF8, 予稿集No. 0, p. 1336, 1993年9月
9. N. Sakima, S. Komatsu et al. : Filter Bank Method for Determining Defocus Amount of Lens System、Topical Meeting of the International Commission for Optics on Frontiers in Information Optics (ICO'94, Kyoto)、4P-4、Meeting Digest、242、1994年4月

10. T. Onodera, M. Hattori, Y. Hayashi and S. Komatsu : Blind Deconvolution Based on Averaging Fourier Iterative Algorithm、Topical Meeting of the International Commission for Optics on Frontiers in Information Optics (ICO'94, Kyoto)、4P-73、Meeting Digest、311、1994年4月
11. S. Aizaki, K. Hara and S. Komatsu : Concentric Heterodyne Optical Probe for Laser Scanning Microscope、Topical Meeting of the International Commission for Optics on Frontiers in Information Optics (ICO'94, Kyoto)、7P-43、Meeting Digest、363、1994年4月
12. 服部雅之、小松進一：逆格子フィルターを用いたパターン認識、JAPAN OPTICS '94（光学連合シンポジウム浜松'94）、22Da03、講演予稿集, p.p. 67-68、1994年9月
13. 崎間伸洋、小松進一：デコンボリューション・フィルターバンクを用いた画像回復、JAPAN OPTICS '94（光学連合シンポジウム浜松'94）、22Dp04、講演予稿集, p.p. 79-80、1994年9月
14. 水野雅仁、小松進一：粒子像流速計を用いた流速計測、JAPAN OPTICS '94（光学連合シンポジウム浜松'94）、22Ap04、講演予稿集, p.p. 17-18、1994年9月
15. 永田哲生、小松進一、橋本信幸：自己励起位相共役波と空間フィルターを用いた動画像検出、JAPAN OPTICS '94（光学連合シンポジウム浜松'94）、23Ca05、講演予稿集, p.p. 253-254、1994年9月

#### 出版物

1. 小松 進一：色知覚の不思議、パリティ、第8巻9号（丸善）、p.p. 14-20, 1993年9月（翻訳）
2. 小松 進一：「ヘテロダイイン技術」（新技術コミュニケーションズ、1994年1月25日発行）（分担執筆：第5章第1節「光ヘテロダイインレーザー顕微鏡」）
3. 小松 進一：新しい光通信デバイス：ファイバー回折格子、パリティ、第9巻6号（丸善）、p.p. 4-11、1994年6月（翻訳）
4. Hitoshi Ohzu and Shinichi Komatsu : Optical Methods in Biomedical and Environmental Sciences (Optics Within Life Sciences III) (Elsevier Science B.V., July 1994) (共編)
5. 小松 進一：新しい光通信デバイス：ファイバー回折格子、パリティ、第9巻6号（丸善）、p.p. 4-11、1994年6月（翻訳）
6. 小松 進一：「レーザー顕微鏡の理論と実際」（学際企画、1995年3月発行）（分担執筆：第5章第2節「差動型ヘテロダイインプローブ」）

研究分担者：大頭 仁

学会誌等

1. S.Inoue and H.Ohzu : Quantum Correlation Between Longitudinal-mode Intensities in a Multimode Squeezed Semiconductor Laser, 「Phys.Rev.」Physical Society of America(A), Vol.46 No.5, p.p. 2757 - 2765, 1992年
2. S. Inoue, S. Machida, Y. Yamamoto and H. Ohzu : Squeezing in an Injection-locked Semiconductor Laser, Physical Review A, Vol.48 No.3, p.p. 2230 - 2234, 1993年
3. S. Inoue, S. Machida, Y. Yamamoto and H. Ohzu : Phase-to-Amplitude Conversion Noise in Squeezed-Vacuum State Generation from a Semiconductor, J.Opt.Soc.Am.(B), Vol.10 No.11, p.p. 2121 - 2129, 1993年
4. 小松進一、合崎紳一郎、馬杉和宏、大頭仁：ヘテロダイインプローブによるレーザー顕微鏡、レーザー顕微鏡研究会第11回講演会論文集、（招待論文）p.p. 1 - 8, 1993年5月

5. Yoshiharu SAITO, Shinichi KOMATSU and Hitoshi OHZU : Scale and Rotation Invariant Real Time Optical Correlator Using Computer Generated Hologram : S P I E Milestone Series M S 7 6 (Selected Papers on Optical Correlators) , p.p. 222 - 225, 1993年6月
6. 大頭 仁 : 二眼式立体表示システム観測時の視覚機能, 視覚の科学(日本眼光学会学会誌), Vol.14 no.2, p.99-102, 1993年
7. 高木康博, 大頭 仁 : 画像処理機能を有する回折型液晶アクティブ光学素子, 光学, Vol.22 No.9, p.p 573 - 580, 1993年
8. 高木康博, 大頭 仁 : 並列光コンピューティングのためのコヒーレント光による光入力デバイス, テレビジョン学会誌, Vol.47 No.5, p.p 739 - 744, 1993年
9. 井上哲理、野呂影勇、岩崎常人、大頭 仁 : 視覚機能から見た立体映像の呈示条件 : テレビジョン学会誌, Vol.48, No. 1 0 , p.p. 1301 - 1305、1993年
10. M.H.Khin, H.Ohzu, K. Ishikawa and T. Hatada : Stress Cnditions on the Human Eye Measured by Corneal Polarization Effect, Optical Methods in Bio-medical Environmental Science III, OWLS Series vol.III, p.p. 211 - 215, 1994年
11. キンマウントウエ, 大頭 仁、石川和夫、畠田豊彦 : 角膜の複屈折性を用いた眼球応力状態の観測, 視覚の科学(日本眼光学会学会誌), vol.15 no.2, p.p. 79 - 84, 1994年
12. H.Ohzu : Artifcial 3-D display and visual functions, Opt.Soc.America.Techn.Digest (招待論文), Vol.2, p.p. 59-63, 1994年
13. 松井利一、坂上英一、堀口能生、大頭 仁 : 眼の焦点調節機構の画像依存特性、テレビジョン学会技術報告、19巻6号、p.p. 7 - 12、1995年
14. 井上哲理、大頭 仁 : 「バーチャルリアリティにおける立体映像」 : ヒューマン・サイエンス、コロナ社、7巻2号、p.p. 22 - 31、1995年

口頭発表(省略)

出版物

1. 大頭 仁 : 「眼科学大系1」 (中山書店、1993年発行)  
(分担執筆 : 「眼球光学系」、p.p. 279 - 290)
2. S. Inoue, S. Machida, Y. Yamamoto and H. Ohzu : Quantum Control and Measurement, ( Elsevier Science Publishers, 1993年)  
(分担執筆 : Squeezed Vacuum from a Semiconductor Laser, p.p. 137 - 142)
3. 大頭 仁、行田尚義 : 「視覚と画像」、森北出版、1994年(共著)
4. Hitoshi Ohzu and Shinichi Komatsu : Optical Methods in Biomedical and Environmental Sciences (Optics Within Life Sciences III) (Elsevier Science B.V., July 1994) (共編)

研究分担者 : 高木 康博

学会誌等

1. 高木康博, 大頭 仁 : 複素波動を用いた並列光論理演算, 電子情報通信学会技術研究報告, Vol. OSC92, p.p. 43 - 50, 1992年
2. 高木康博, 大頭 仁 : 並列光コンピューティングのためのコヒーレント光による光入力デバイス, テレビジョン学会誌, Vol.47, No.5, p.p. 739 - 744, 1993年
3. 高木康博 : バイナリーオプティクス, 光技術コンタクト, Vol.31, No.6, p.p 316 - 322, 1993年
4. 高木康博, 大頭 仁 : 画像処理機能を有する回折型液晶アクティブ光学素子, 光学, Vol.22, No.9, p.p. 573 - 580, 1993年

## 口頭発表

1. 高木康博, 大頭 仁 : ホログラムを用いた光論理回路(4) -光電子型実現方法の提案-, 第39回応用物理学関係連合講演会, 日大 1992年 3月
2. 高木康博, 大頭 仁 : ホログラムを用いた光ディジタル回路の構成法, 第53回応用物理学会学術講演会, 関西大 1992年 9月.
3. 村野正泰, 高木康博, 大頭 仁 : プレーナ技術を用いた光計算機用ホログラム, 第53回応用物理学会学術講演会, 関西大 1992年 9月
4. Y.Takaki and H.Ohzu: Coherent Input Devices for Parallel Optics Computing, 12th International Display Research Conference, JAPAN, October 1992
5. 高木康博, 大頭 仁 : 複素波動を用いた並列光論理演算, 電子情報通信学会光通信システム研究会, 東京 1992年 10月
6. 高木康博, 大頭 仁 : 液晶アクティブレンズ(1) -原理-, 第40回応用物理学関係連合講演会, 青山学院大 1993年 3月
7. 高木康博, 大頭 仁 : 液晶アクティブレンズ(2) -実験-, 第40回応用物理学関係連合講演会, 青山学院大 1993年 3月
8. 石田, 高木康博, 大頭 仁 : 液晶アクティブレンズ(3) -インコヒーレントマッチドフィルタリングのための位相分布の最適化-, 第54回応用物理学会学術講演会, 北大 1993年 9月
9. 高木康博, 大頭 仁 : 液晶アクティブレンズ(4) -回折効率, 色収差, 解像度の評価-, 第54回応用物理学会学術講演会, 北大 1993年 9月
10. 高橋豊和, 高木康博, 大頭 仁 : シミュレーティドアニーリングを用いたバイナリーレンズ形状の最適設計法, 第54回応用物理学関係連合講演会, 北大 1993年 9月
11. 高木康博: 液晶アクティブレンズ, 第5回OEIC・光インターフェース技術懇談会, 東京 1993年 12月
12. 高木康博, 石田和行, 大頭 仁 : 液晶アクティブレンズを用いた光論理演算の実現, 第41回応用物理学関係連合講演会, 明大 1994年 3月
13. 石田和行, 高木康博, 大頭 仁 : 液晶アクティブレンズを用いた光インターフェースの実現, 第41回応用物理学関係連合講演会, 明大 1994年 3月

## 研究成果

はじめに、研究成果の概要を各年度ごとにまとめる。

### 平成4年度

微小な透過・反射物体のフラウンホーファー回折像の強度分布を精密測定したデータにフーリエ反復アルゴリズムによる位相回復を施し、透過・反射光波の位相分布を高感度に計測するために、本年度においては主として、回折像強度分布を広いダイナミックレンジで取り込むための入力方式の確立を行った。

主な結果を箇条書にまとめる。

- (1) 本方式の位相差顕微鏡の実現にとって、広いダイナミックレンジの画像入力が本質的に重要である。本年度申請備品の「冷却CCDカメライメージングシステム」により $5000:1$ のダイナミックレンジで回折像強度分布が取り込めることを確認した。また、データ取り込みの際に現れる画像周辺部のノイズを抑制する方法を検討した。さらに、イメージングカメラで取り込まれる画像データのフォーマットを計算機処理に用いるワークステーションのデータフォーマットに変換するプログラムを開発した。
- (2) 位相分布を推定する光波として、平面波およびそれをレンズで収束させた球面波を用い、これをレンズで光学的フーリエ変換して得たフラウンホーファー回折像を(1)の入力装置で読み込み、フーリエ反復アルゴリズムによる位相回復を行った。球面波については、正解に近い初期推定を用いれば良い精度で位相回復が行われることを確認した（最大波面歪み $2\lambda$ の球面波に対してRMS誤差が $(7/100)\lambda$ ）。
- (3) 計算機シミュレーションにより、位相回復アルゴリズムの比較検討を行った。ER (Error Reduction) アルゴリズムとHIO (Hybrid Input Output) アルゴリズムの比較では、HIOアルゴリズムが良い結果を与えることを確認した。また、HIOアルゴリズムにおいて拘束条件の与え方を変更することにより、収束特性をさらに向上させられることが分った。

### 平成5年度

微小物体によって回折された光波のフラウンホーファー回折像強度分布を精度良く測定して高感度の位相分布推定を行うために、本年度においては主として、入力のダイナミックレンジが大きい冷却CCDカメライメージングシステムで実際に取り込んだ回折像強度分布データを用いて光波の位相回復を行い、推定精度などをシミュレーション結果と比較検討した。昨年度は比較的大きな位相分布（波長換算で $2\lambda$ の位相差）を扱ったが、今年度は小さな位相分布に対して実験を行い、本測定法の感度について入力の量子化レベル

との関係を調べた。

主な結果を箇条書きにまとめる。

- (1) 平面波および球面波（中心と周辺の位相差が $\lambda/4$ と $\lambda/16$ ）を照射した直径400ミクロンの開口の回折像実測データから光波の位相回復を行い、波面推定誤差のRMS値として、それぞれ $\lambda/70$ ,  $\lambda/17$ , および $\lambda/95$ の良好な結果を得た。
- (2) 位相差 $\lambda/16$ の球面波について冷却CCDの素子温度と波面推定誤差の関係を調べ、冷却温度-30°Cでは10°Cのときと比べて、RMS誤差が1/10に減少した。
- (3) 水晶基板表面に膜厚約40nmのSiO<sub>2</sub>の薄膜でパターン形成した位相物体を標準試料として用い、位相回復顕微鏡としての動作を調べた。位相分布を2次元パターンとしての可視化することができ、回復位相の誤差についても良い結果を得た。

#### 平成6年度

前年度に用いた透過型位相物体の標準試料と同様で膜厚の大きい試料を作製し、2次元位相分布回復の実験を行った。また、冷却CCDカメラで撮影したフラウンホーファー回折像強度分布に含まれるノイズの影響を除去する手法について検討した。さらに回折像強度分布に重畠する加算ノイズの分布を推定するアルゴリズムの検討も行った。

主な結果を箇条書きにまとめる。

- (1) 水晶基板表面に形成した膜厚約90nm（位相遅れに換算して約 $\lambda/14$ ）のSiO<sub>2</sub>薄膜を幅10μmのラインアンドスペースパターンに加工した位相物体を標準試料として用い、透過光のフラウンホーファー回折像から位相回復を行った。位相分布の周期と振幅などの位相分布の基本構造をほぼ正確に再生することができた。
- (2) 位相回復アルゴリズムにおいて、周波数マスクとしてローパスフィルターをかけた場合には、位相分布の回復精度が向上し、位相回復誤差が減少することが分かった。
- (3) ノイズ推定アルゴリズムの計算機シミュレーションを行った。簡単のために4×4画素からなる小規模な位相物体を仮定し、そのフラウンホーファー回折像強度分布に非負のノイズを加えたものを回折像の測定データとして用いた。測定データの各画素から推定ノイズを減算しながら反復アルゴリズムにかけ、モニターした拘束条件違反量が最小となるようにして、ノイズ分布を正しく求めることができた。今後の課題として、より大規模な画素サイズの位相物体に適用できるようアルゴリズムの改良を進める必要がある。

以下に、研究成果の詳しい内容を述べる。

# フーリエ反復アルゴリズムを用いた 2次元位相分布測定

## Abstract

It is known that phase distribution of transparent object can recovered from a measured Fraunhofer diffraction pattern by using the Fourier iterative algorithms. Although this method provides simple means for phase distribution measurement, the accuracy and sensitivity of the measurement have not been fully examined.

To make this method practical the width of dynamic range for recording the diffraction pattern is crucial because it determines the accuracy and sensitivity of phase restoration. Hence, in order to achieve phase restoration with high sensitivity, we applied a chilled CCD camera with wide dynamic range to measuring the diffraction intensity patterns.

## 1. はじめに

光波の位相分布には、透過物体の屈折率分布や反射物体の三次元表面形状など多くの情報が反映されるため、その可視化と高精度測定は特にオプトエレクトロニクスや生物学などにおいて重要な役割を果たす。しかし光波を測定する際、物体光の直接測定はできない。従来から用いられている光波干渉計やホログラフィーなどの方法では、この理由から参照光を干渉させる必要があるため光学系が複雑になり、外乱に対する安定性などの問題から測定精度が制限される。

ところで、物体のフーリエ振幅から物体自身を求める方法としてフーリエ反復アルゴリズムを用いた位相回復法が知られている。これは、物体領域とフーリエ領域においてそれぞれ拘束条件を適用しながらフーリエ変換と逆変換を繰り返し行い、物体の解を求めるものである。今までその特性や停滞問題など種々の研究がなされているが、実際の位相測定に積極的に用いられた例は少ない。本研究ではフーリエ領域の拘束条件となるフーリエ強度分布をCCDカメラによって2次元で測定し、位相分布の回復を行う。

なお、この方法により位相回復を行う際、フーリエ強度のダイナミックレンジの大きさは回復される位相分布の感度と精度に影響を与える。今回の実験では、大きなダイナミックレンジで強度を測定するために冷却CCDカメラを用い、さらに強度分布の多数フレーム加算と暗電流の減算により、ランダムノイズ、固定ノイズを除去した強度分布をアルゴリズムに適用した。

## 2. フーリエ反復アルゴリズム

フーリエ反復アルゴリズムを Fig. 1 に示す。 (a) のエラーリダクションアルゴリズム（以下、 ERと略す）は次の4つの手順から成り立っている。

- (1) 物体  $g$  をフーリエ変換する。
- (2) フーリエ振幅  $|G|$  を測定から得られるフーリエ振幅  $|F|$  に置き換える。
- (3) (2) の値を逆フーリエ変換し、物体  $g'$  を得る。
- (4)  $g'$  に物体の満たすべき拘束条件を適用し、これを新しい物体  $g$  とする。

これを式で表現すると、次のようになる。

$$(1) G_k(u) = |G_k(u)| \exp[i\phi_k(u)] = F[g_k(x)] \quad ①$$

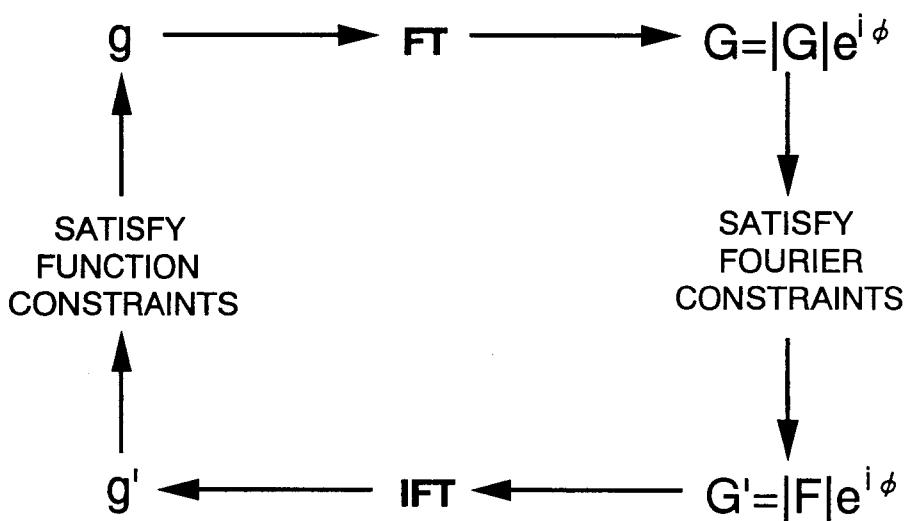
$$(2) G'_{-k}(u) = |F(u)| \exp[i\phi_k(u)] \quad ②$$

$$(3) g'_{-k}(u) = |g'_{-k}(x)| \exp[i\theta_{-k}(x)] = F^{-1}[G'_{-k}(u)] \quad ③$$

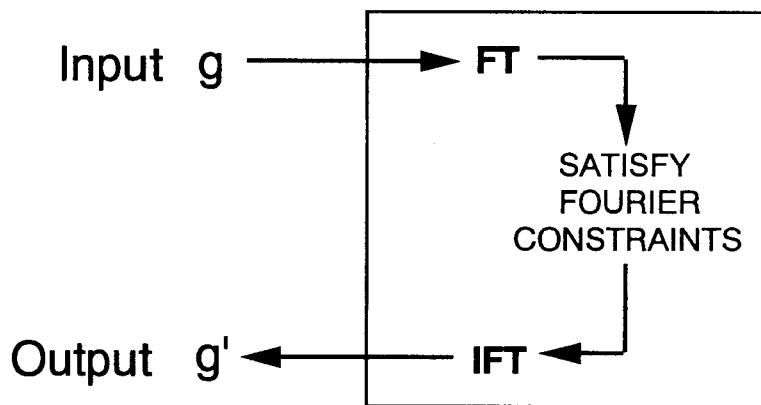
$$(4) g_{k+1}(x) = \begin{cases} g'_{-k}(x) & x \in \gamma \\ 0 & x \notin \gamma \end{cases} \quad ④$$

ここで、 $\gamma$  は物体の拘束に違反する領域である。(b) のハイブリッドインプットアウトプットアルゴリズム（以下、HIOと略す）は上述の(1)～(3)の操作を入力  $g$  から出力  $g'$  を得るものとみなし、定数  $\beta$  を用いてその出力  $g'$  から、

$$(4') g_{k+1}(x) = \begin{cases} g'_{-k}(x) & x \in \gamma \\ g_k(x) - \beta g'_{-k}(x) & x \notin \gamma \end{cases} \quad ⑤$$



(a) Error-reduction algorithm



(b) Hybrid input-output algorithm

F i g . 1 フーリエ反復アルゴリズム

によって  $g$  を得、これを新しい入力とするものである。回復の度合いを調べるために、物体面におけるエラー  $E_{OK}$  を次のように定める。

$$E_{OK} = \sqrt{\sum_{x \in \gamma} |g'_{xk}|^2 / \sum |g'_{xk}|^2} \quad (6)$$

### 3. 位相回復における量子化誤差の効果

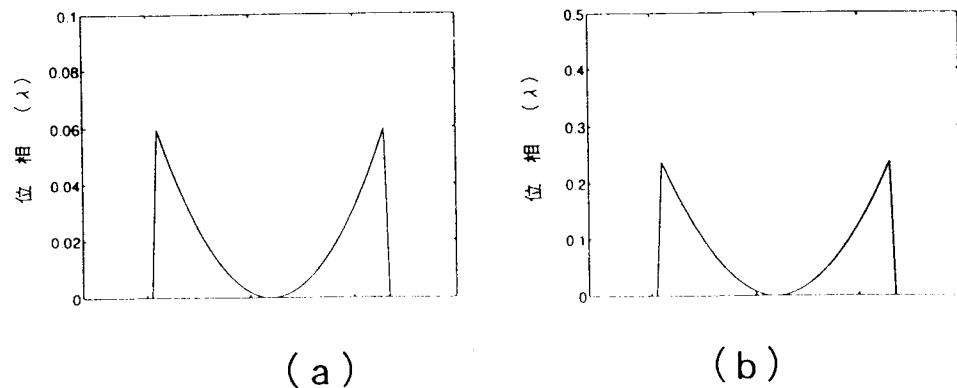
フーリエ反復アルゴリズムを用いて位相回復をする際、フーリエ強度分布の量子化誤差が回復される位相に与える影響をコンピューターシミュレーションによって調べた。このシミュレーションで用いた位相分布を Fig. 2 に、その結果を Fig. 3 に示す。アルゴリズムには HIO-ER (HIO 100 回 + ER 200 回、HIO:  $\beta = 0.5$ ) を使用した。フーリエ強度分布の量子化レベルが大きくなるに従って RMS Error が減少する傾向にある様子が分かる。

特に物体の微小な位相変化に対してはフーリエ強度のダイナミックレンジが大きいほうが回復がよいということが推測できる。

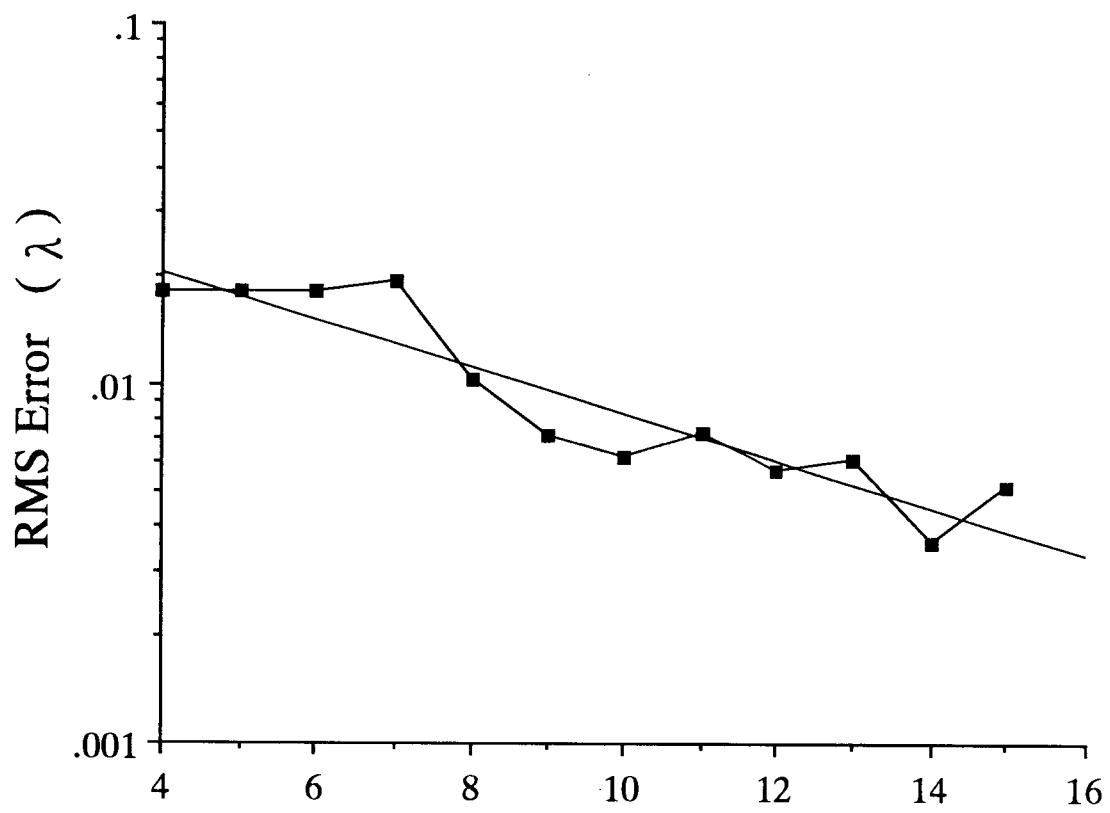
### 4. 実験方法

#### 実験 1：

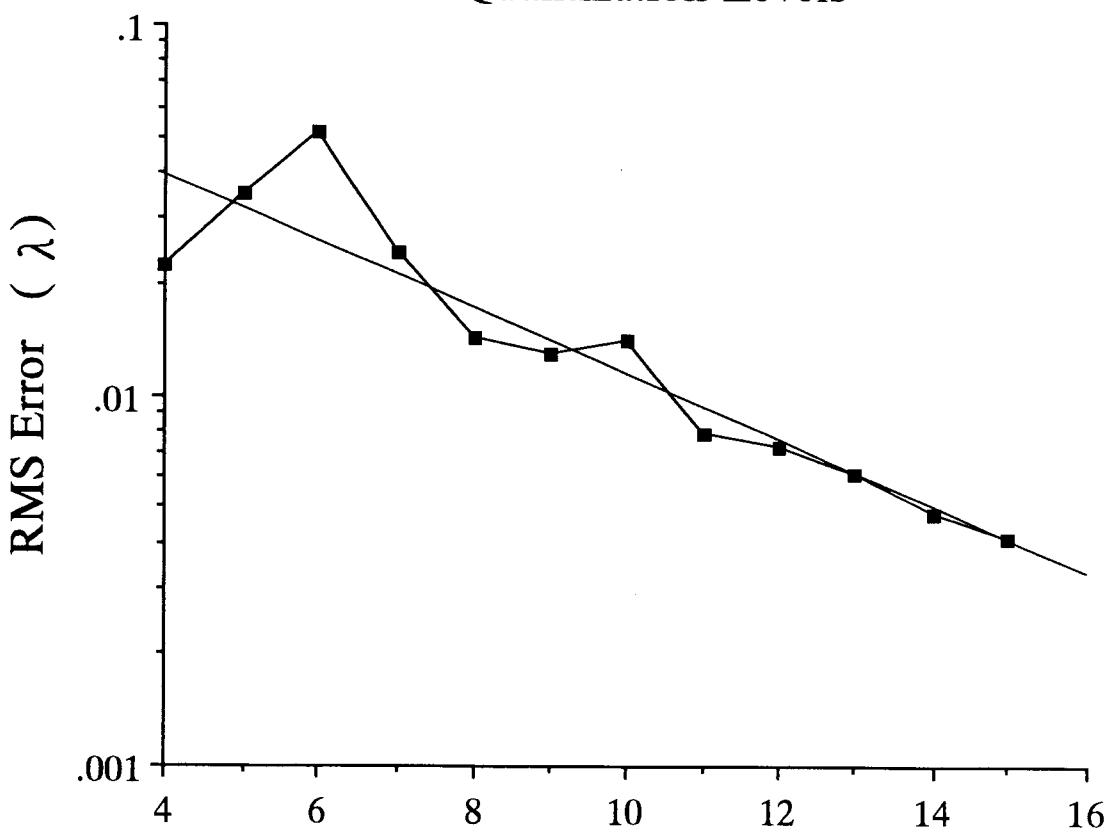
まず最初に行った実験では Fig. 4(a)、(b) のように平面波と 2 つの疑似球面波を物体に用い、その位相を回復した。図中のマスク部には、 $400 \mu m$  のピンホールを用い、球面波はピンホール内部で位相差がそれぞれ最大  $\lambda / 16$ 、 $\lambda$



F i g . 2 使用した位相分布  
 (a) 中心と周辺部の位相差 =  $\lambda / 16$  の球面波  
 (b) 中心と周辺部の位相差 =  $\lambda / 4$  の球面波



Quantization Levels



Quantization Levels

F i g . 3 線形量子レベルと回復位相のRMS Errorの関係

$\lambda/4$ となるようにした。ピンホールを通過した光はレンズ L1によってフーリエ変換されてCCD面上に到達し、その強度分布をパーソナルコンピューターによって取り込んだ。

ところで、位相差が $\lambda/16$ の球面波と平面波のフーリエ面における回折像強度分布にはほとんど差がなく、その差の最大値は理論上、ピークの $1/610$ 程度にしかならない（このことについて、計算値及び実測値についての比較を行った結果をFig. 5に示しておく）。

すなわち、前節のシミュレーションの結果にもある通り、フーリエ強度のダイナミックレンジの大きさは、物体の微小な位相変化の回復に制限を与えることになる。そのため、位相回復の感度を向上させる目的でダイナミックレンジの大きい冷却CCDカメラ（冷却温度-30°C、ダイナミックレンジ約5000:1）を撮像に使用した。撮影される強度分布のダイナミックレンジはCCDカメラのノイズによって悪化されるため、フレームメモリ上で8フレーム加算し、さらに暗電流を除去した。また、CCD素子の温度と回復された位相のRMS Errorの関係について位相差が $\lambda/16$ の球面波について調べた。

位相回復のアルゴリズムにはHIO-ER (HIO100回+ER20回、 $HIO:\beta=0.5$ ) を用い、初期予想をランダム分布とし、Sun SPARC stationによって $128 \times 128$ の強度分布から位相回復を行った。

物体面におけるサンプリング間隔 $\delta_x$ は、

$$\delta_x = \lambda f / N \delta_x \quad (7)$$

（ $\lambda$ :光源の波長、 $f$ :フーリエ変換レンズの焦点距離、 $N$ :サンプル点数、 $\delta_x$ :フーリエ面におけるサンプリング間隔）

となる。この実験系においては、 $f=7.0\text{cm}$ 、 $N=128$ 、 $\delta_x=3$

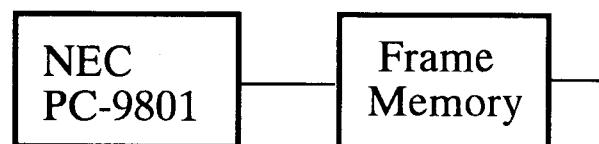
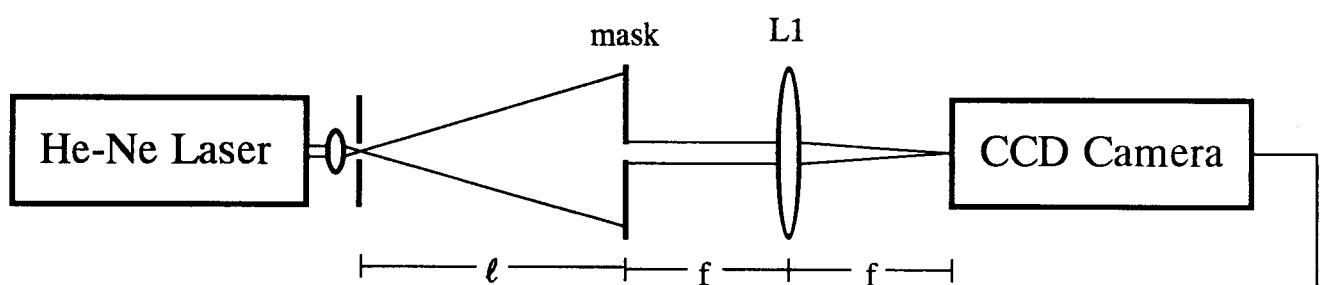
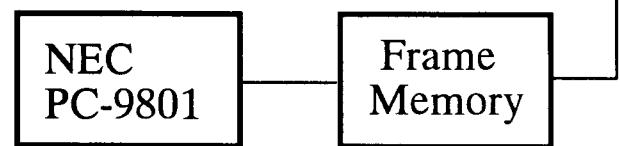
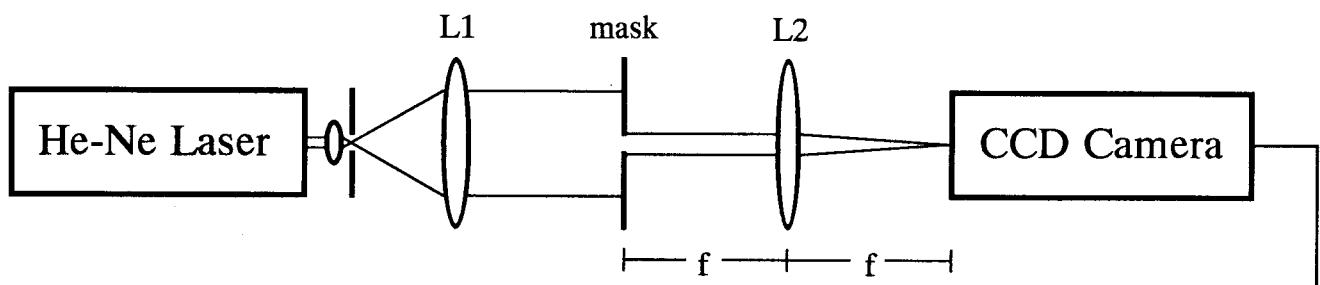


Fig. 4 平面波と球面波の回折パターンを測定する光学系

$9 \mu m$ であるため、 $\delta x = 8.87 \mu m$ である。

## 実験 2：

次に行った実験では、Fig. 6の様な実験系により位相物体のフーリエ強度分布を実験1と同様な方法で測定し、位相を回復させ、その可視化を試みた。位相物体のモデルとしてFig. 7の様なフォトマスクを使用して水晶基盤上に  $SiO_2$  をパターニングしたものを用いた。 $SiO_2$  の膜厚は約  $40 nm$ 、つまり、透過したときに透過しないものとの位相差がおよそ  $\lambda / 32$  ほど生じるようになっている。この位相物体の2カ所についてそのフーリエ強度分布を測定し、位相を回復させた。この実験において使用したアルゴリズムは、HIO-ER (HIO200回 + ER300回) で、物体面におけるサンプリング間隔は  $\delta x = 6.79 \mu m$  である。

このアルゴリズムの組み合わせかたや、 $\beta$  の値については実測の強度分布を用いて検討を行った。これを Fig. 8 に示す。

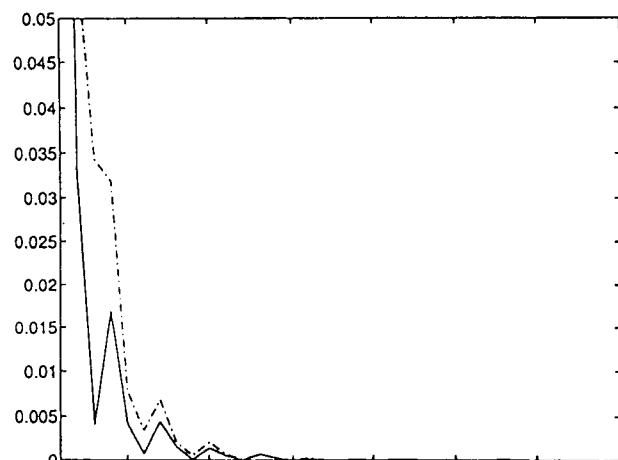
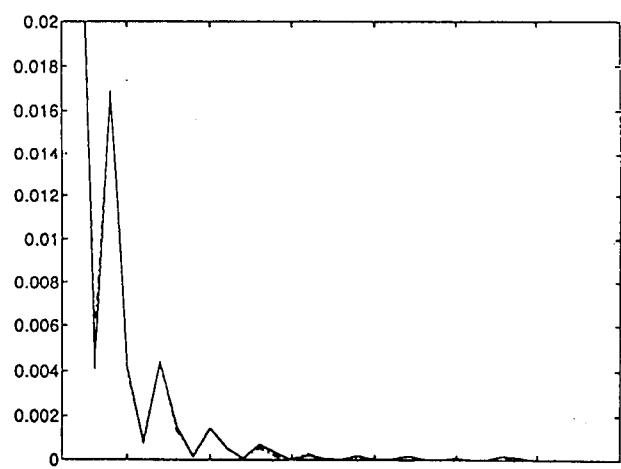
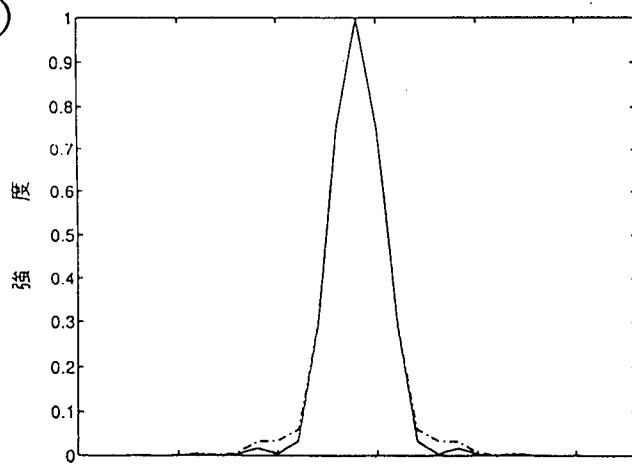
## 5. 実験結果

まず実験1についての実験結果を Fig. 9 ~ Fig. 11 に示す。図中の RMS Error は、

$$RMS = \sqrt{\sum(\theta' - \theta)^2 / N} / 2\pi \quad ⑧$$

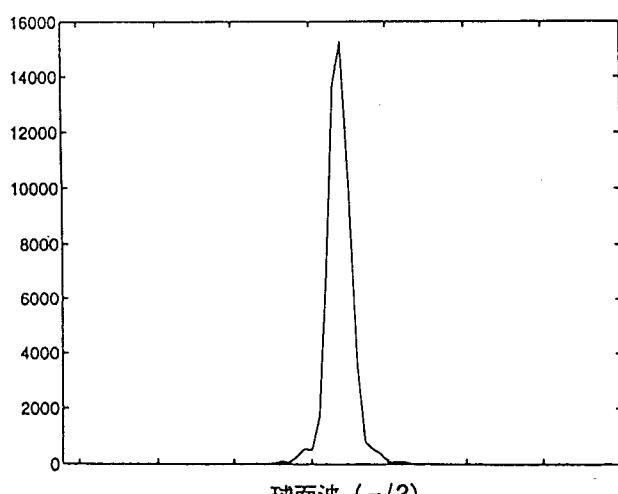
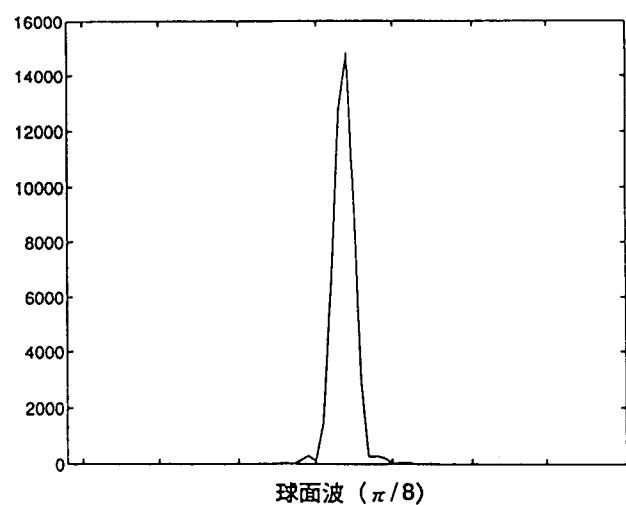
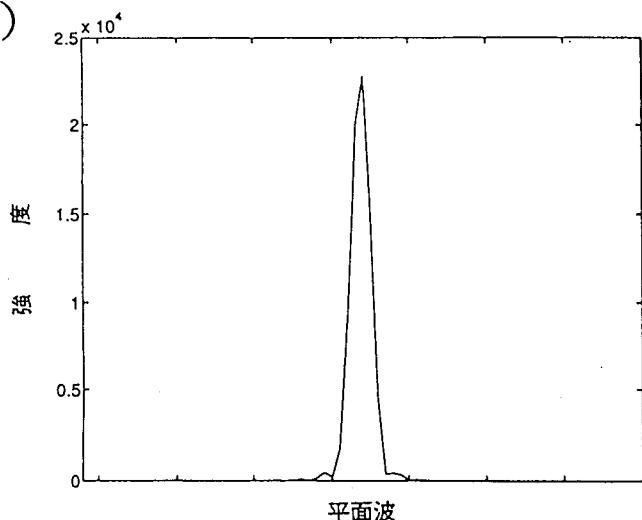
として計算した。回復された平面波、位相差  $\lambda / 16$ 、 $\lambda / 4$  の球面波の RMS Error はそれぞれ、 $\lambda / 70$ 、 $\lambda / 95$ 、 $\lambda /$

( a )



実線：平面波 破線：球面波 ( $\pi/8$ ) 鎮線：球面波 ( $\pi/2$ )

( b )



F i g . 5

フーリエ変換像強度分布の比較

( a ) 計算値

( b ) 実測値

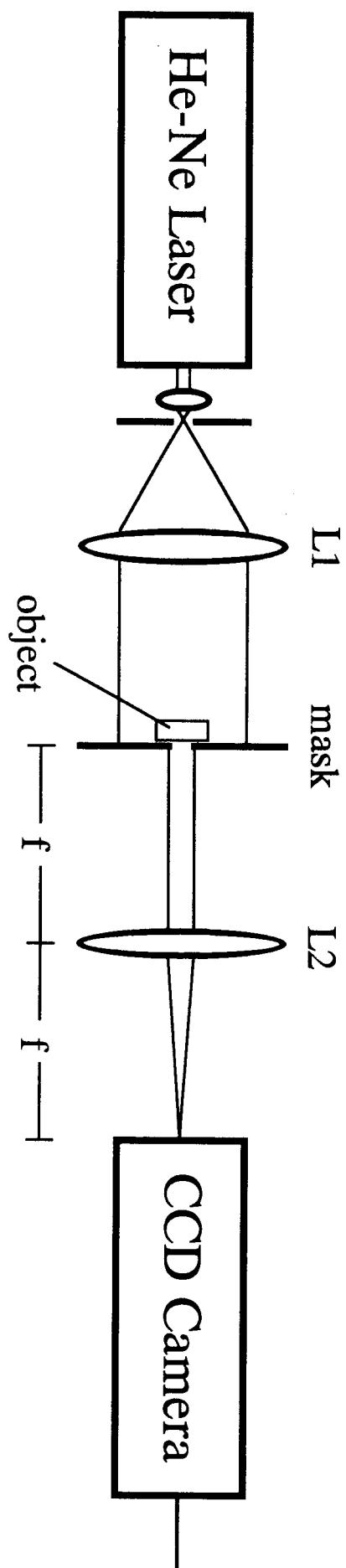
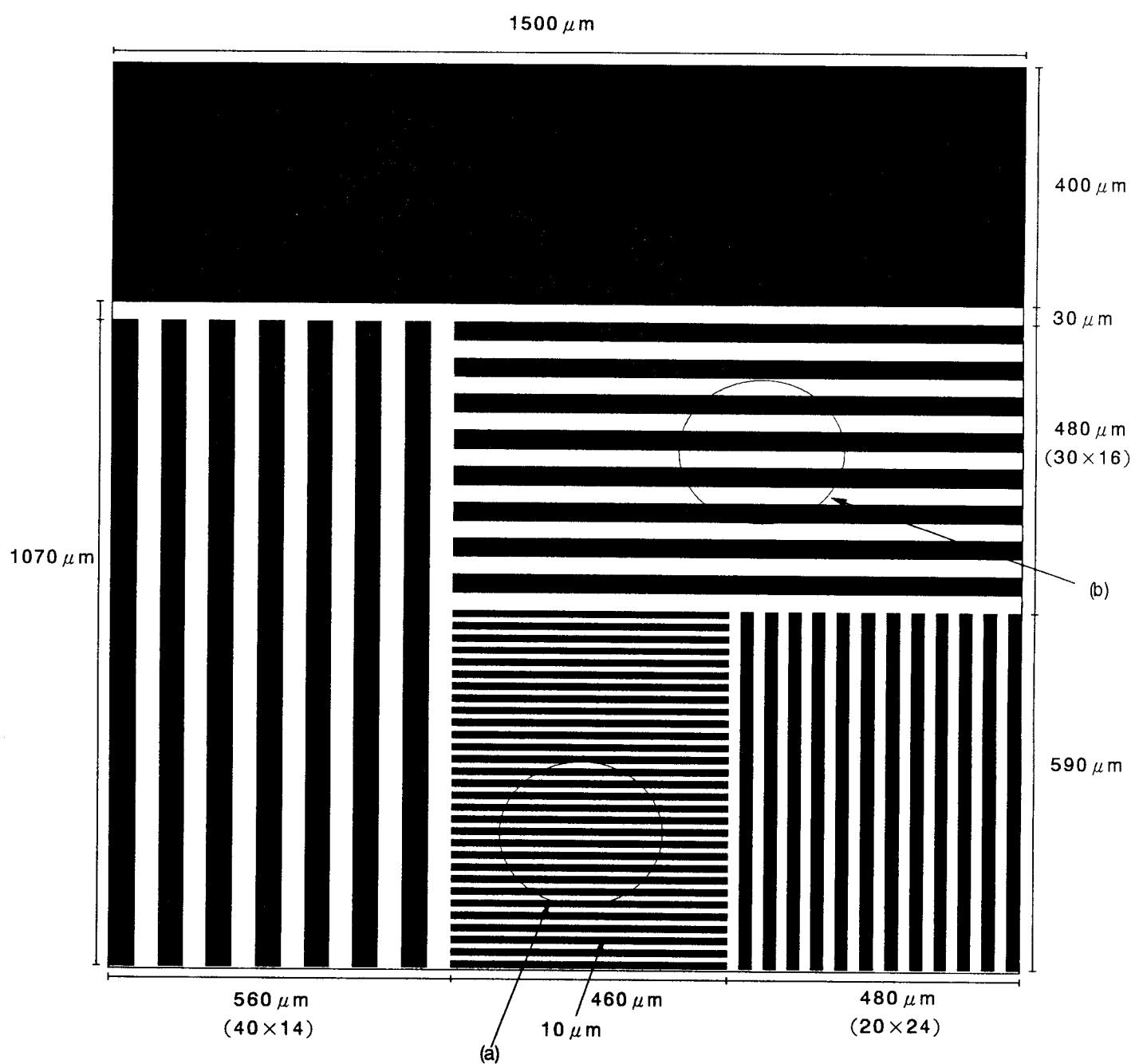
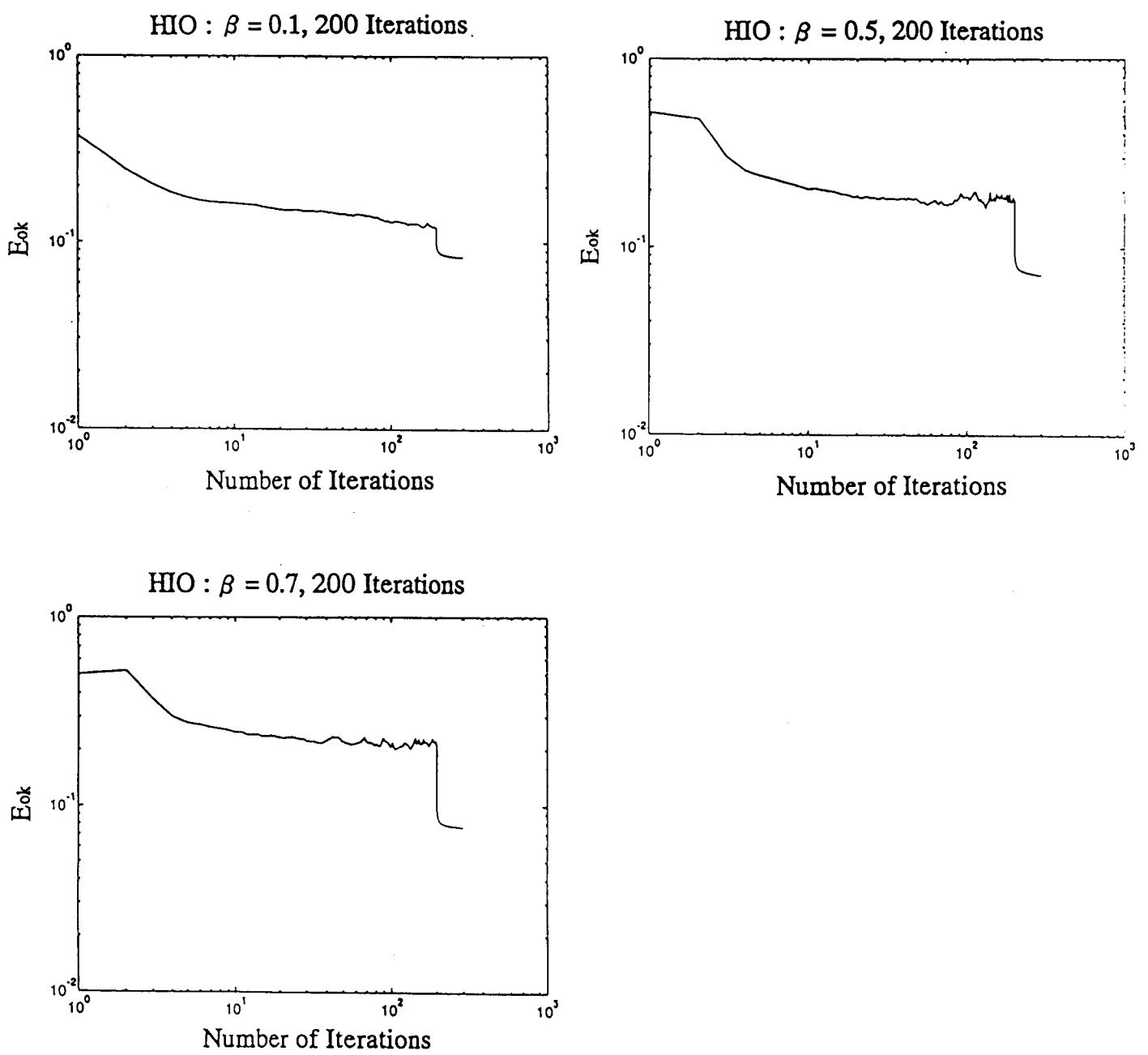


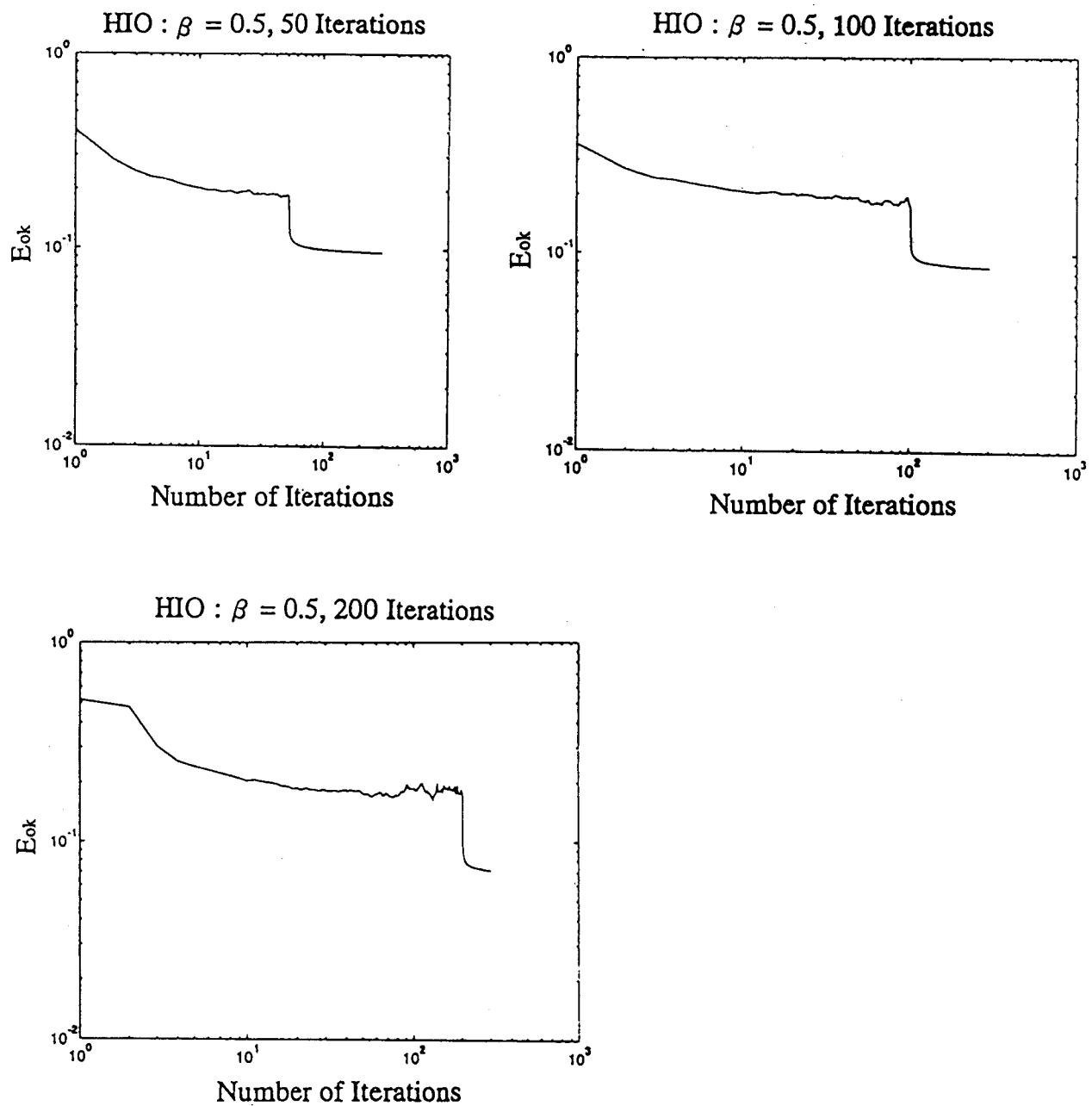
Fig. 6 位相物体の回折パターンを測定する光学系



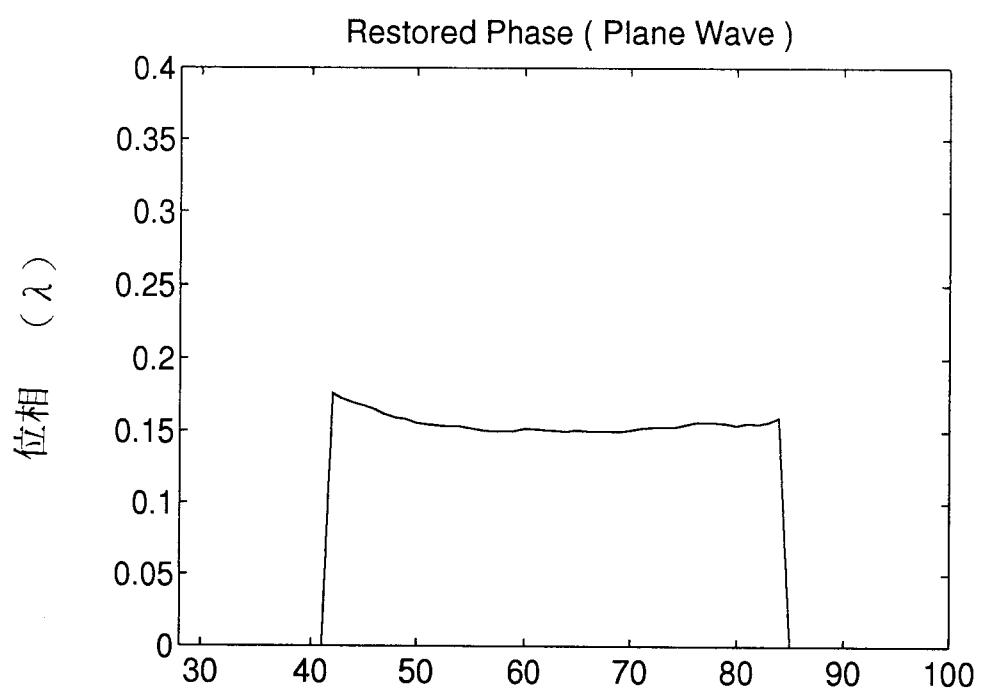
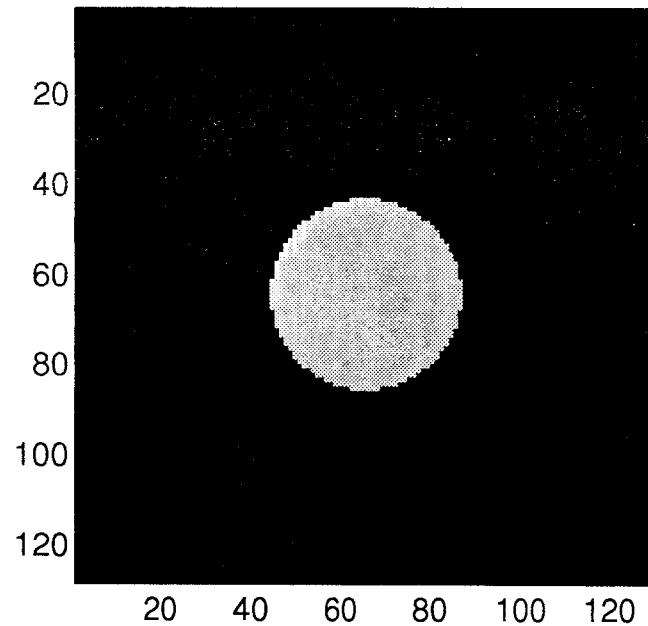
F i g . 7 使用した位相板のマスクパターン  
(a), (b) が測定した部分



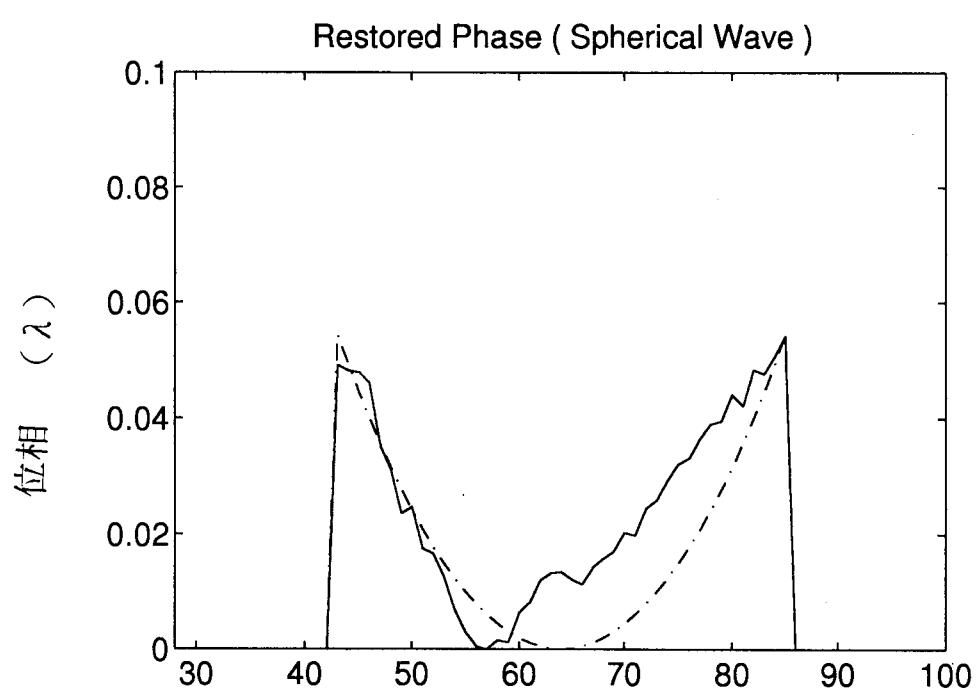
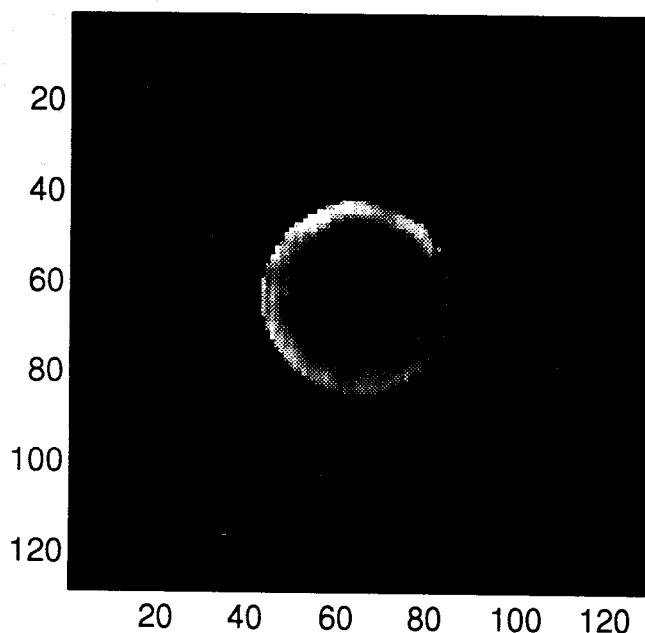
F i g . 8 - ( a ) H I O アルゴリズムの  $\beta$  の値による収束の相違



F i g . 8 - ( b )    H I O アルゴリズムと E R アルゴリズムの組み合わせ  
方による収束の相違



F i g . 9 回復結果（平面波）



F i g . 1 0 回復結果（中心と周辺部の位相差 =  $\lambda / 16$  の球面波）

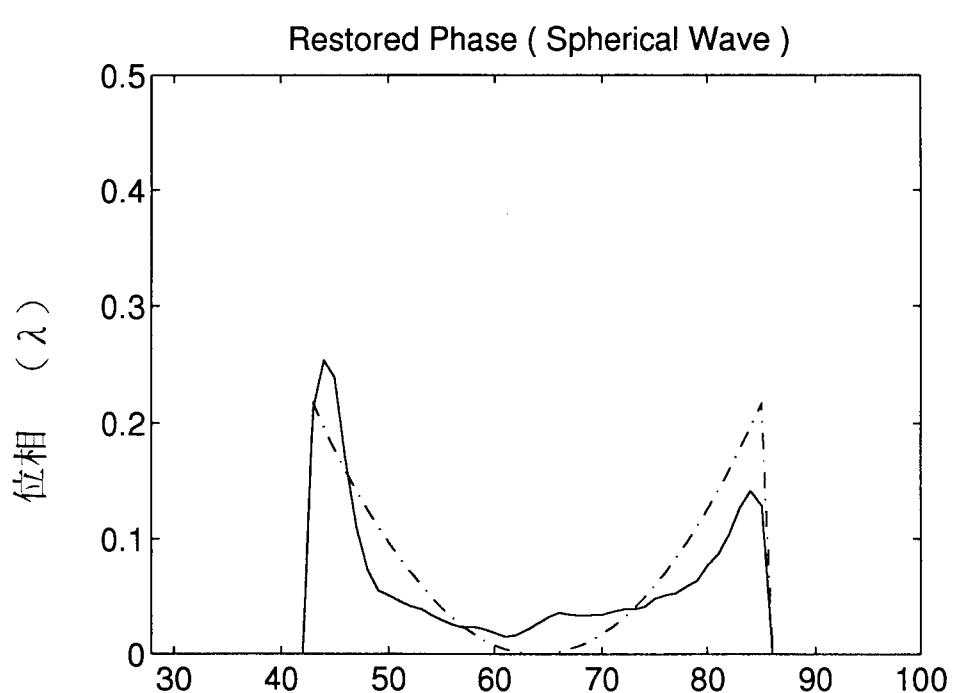
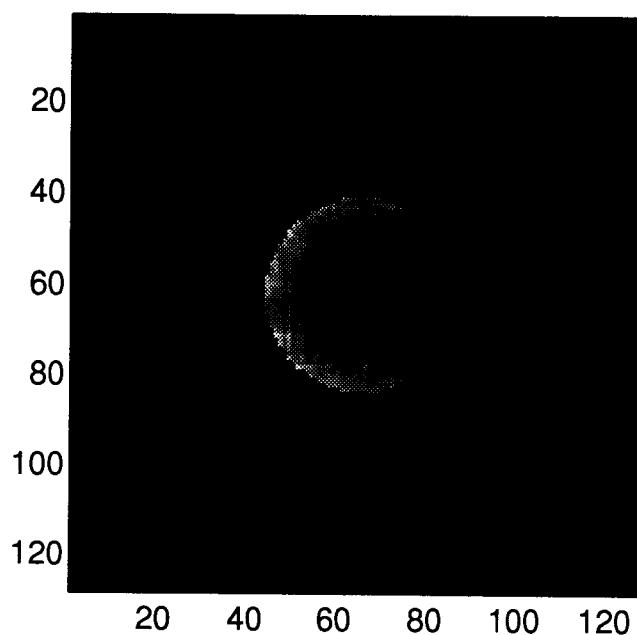
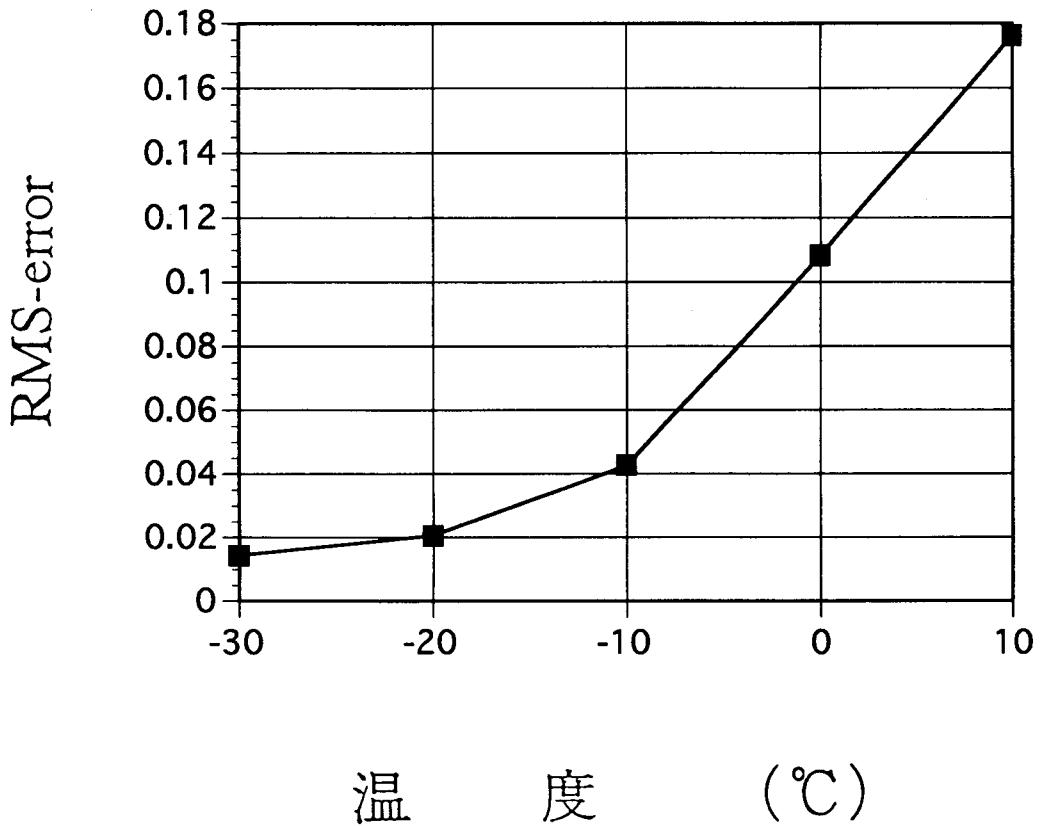
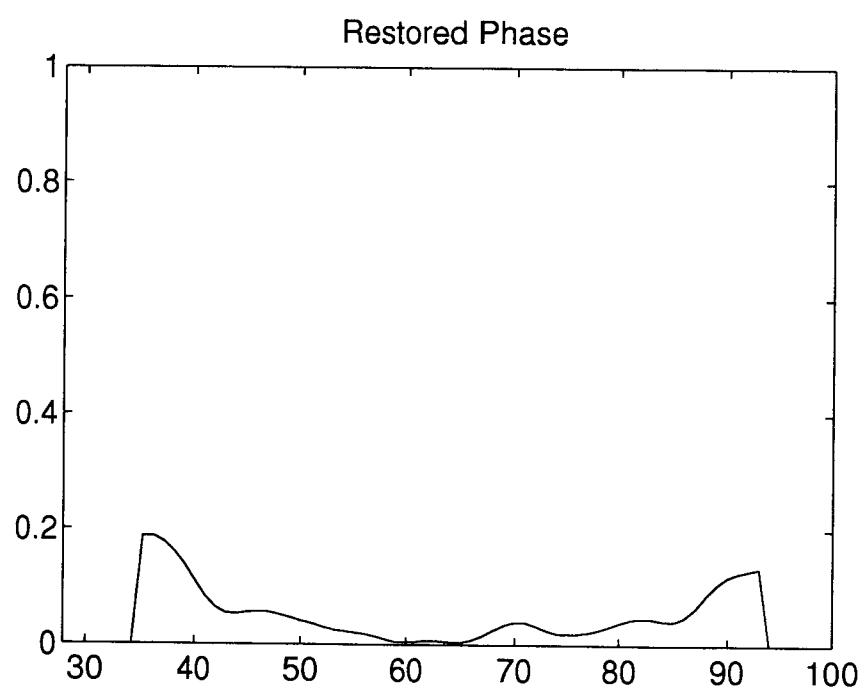
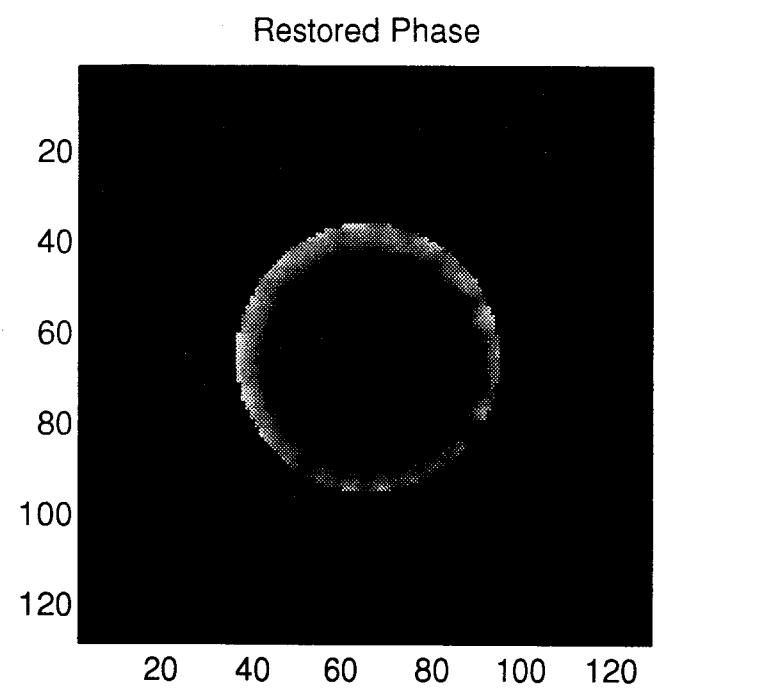


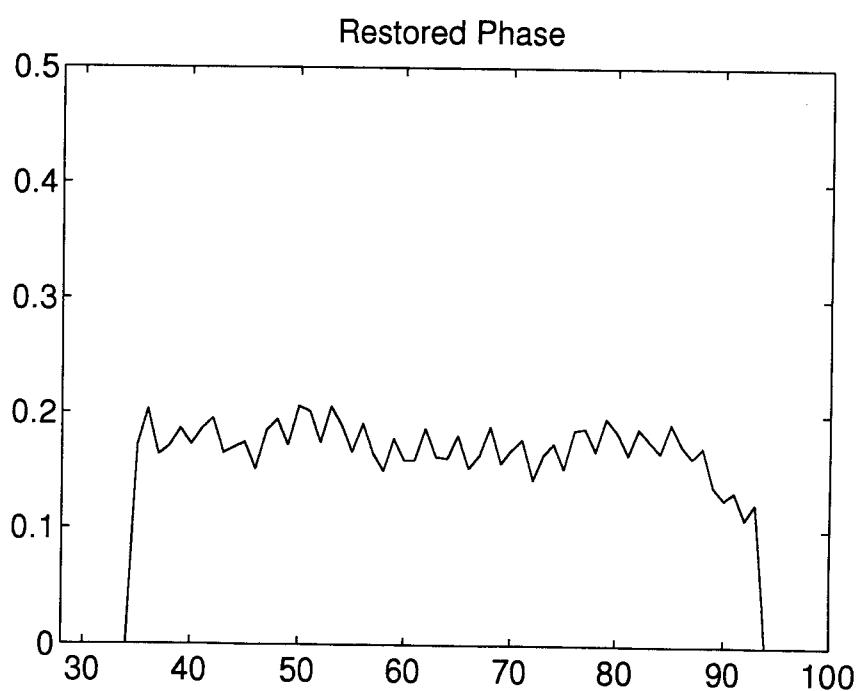
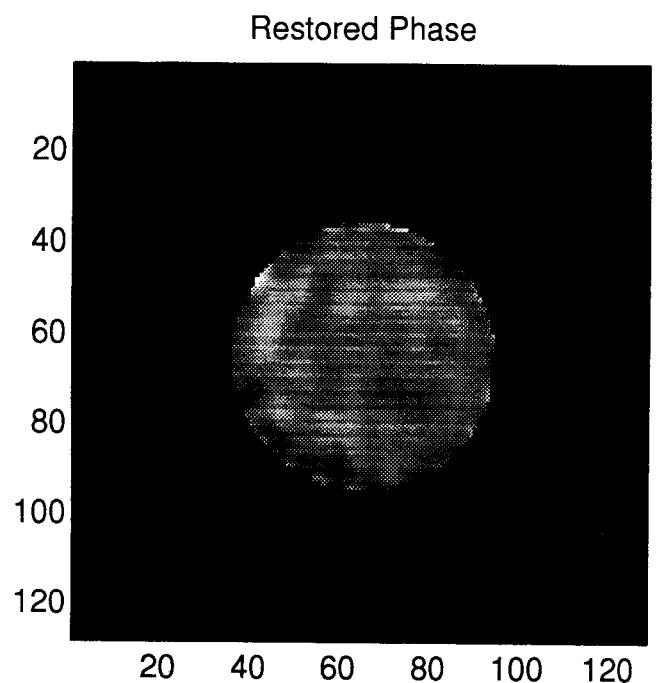
Fig. 11 回復結果（中心と周辺部の位相差 =  $\lambda / 4$  の球面波）



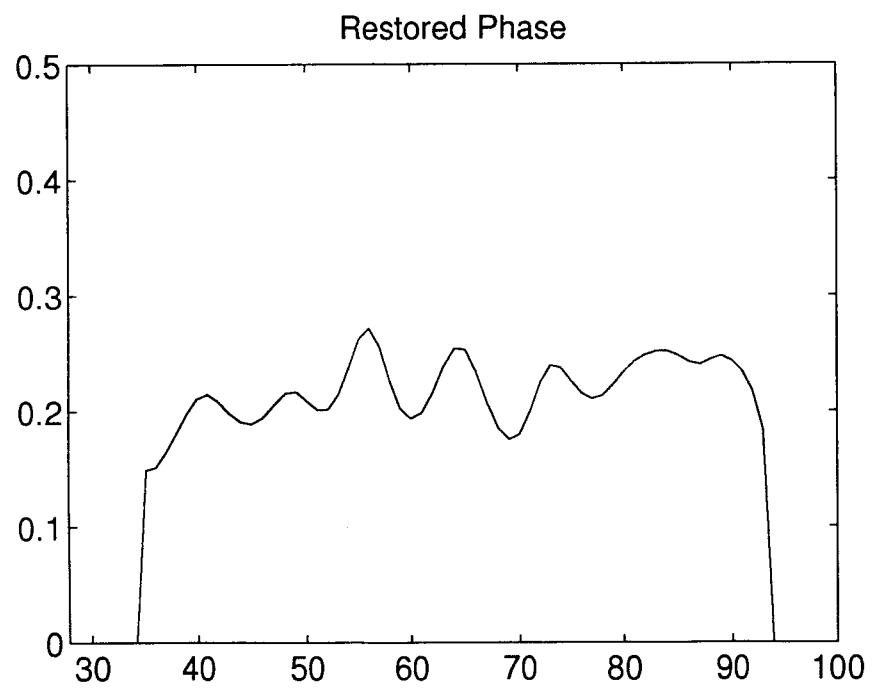
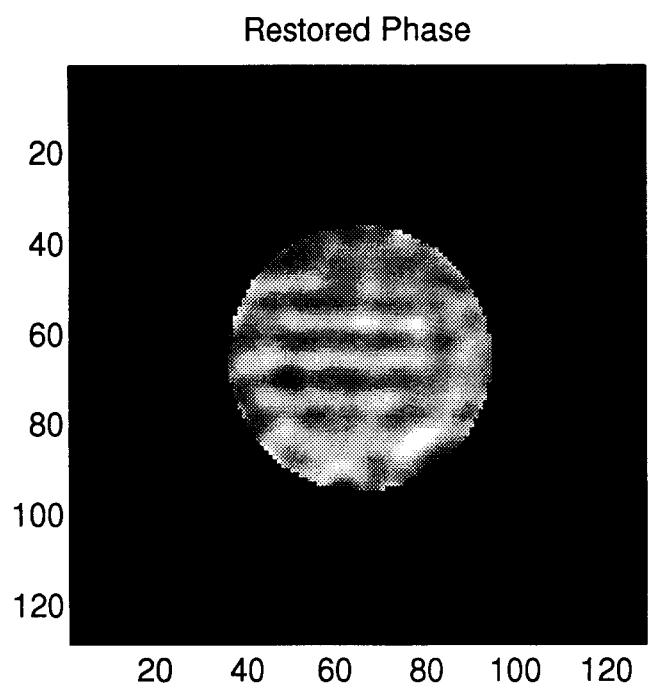
F i g . 1 2 C C D 素子の温度とRMS Errorの関係



F i g . 1 3 回復結果（入射波）



F i g . 1 4 回復結果 (物体 1 )



F i g . 1 5 回復結果（物体 2）

17となつた。球面波については、その位相変化に対しておよそ17%、24%の誤差となつてゐる。

また、CCD素子の温度と回復された位相のRMS Errorの関係をFig. 12に示す。CCD素子の温度が低いほど精度の良い測定ができることが分かる。

次に実験2についての結果をFig. 13～Fig. 15に示す。いずれも最初に入射波の位相分布を回復した後に、その回復位相を減算して得られた結果である。

縞目状の位相分布(Fig. 7の(a), (b)部分)が、ほぼ正解に近い量で回復されていることが分かる。

いずれの実験においても、物体面の拘束を正確にかけてアルゴリズムにかけたところ、まったくといつていいほど回復しなかつたため、ディスプレイ上で一画素分大きな半径をもつ拘束を用いた。

## 6. おわりに

フーリエ反復アルゴリズムを用いて、2次元での位相測定ができるることを示した。特に、フーリエ強度分布の測定にダイナミックレンジの大きい冷却CCDカメラを用いることによって、高感度の測定が可能となることが分かった。今後は、生物試料などの観測にも応用していく方針である。

# 補足：初期予想の影響について

位相回復を行う際に問題となることの一つとして、解の収束性が挙げられる。サポート条件や初期予想によつて、収束する解は異なってくる。ここでは、特にその初期予想に対する収束性について調べてみる。

## テーマ1

位相分布が非対称な分布である場合と、対称な分布である場合とに分けて、それぞれ初期予想を変えながらコンピューターによるシミュレーションを行い、その回復の様子を調べる。その際用いたアルゴリズムは、E R および H I O アルゴリズムの2つである。以下、その概要。

### (1) Error Reduction Algorithmの収束性について

使用した位相分布（コンピューターで作成）

a) 非対称位相分布モデル

— — — 人物像状分布 :  $0 \sim (1/3)\pi$

初期予想にランダムな分布を用いた場合

b) 対称位相分布モデル

— — — 球面波 :  $(2/3)\pi \sim 2\pi$

初期予想にランダムな分布および

対称分布を用いた場合。

## ( 2 ) Hybrid Input Output Algorithm の収束性について

### a) 非対称位相分布モデル

— — — 人物像状分布 :  $0 \sim (1/3)\pi$

初期予想にランダムな分布を用い、 $\beta$ の値を  
0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0, 1.2,  
1.5 2.0 に変えてみた場合。

### b) 対称位相分布モデル

— — — 球面波 :  $(2/3)\pi \sim 2\pi$

初期予想にランダムな分布および  
対称な分布を用いた場合

## テーマ 2

冷却 CCD カメラを用いて実際に測定したデータに対して、初期予想がどのような影響を与えるか調べてみる。

まず、図. 9 に示す光学系を用いて、平面波及び球面波のフーリエ強度分布を測定し、その画像をコンピューターに取り込んだ。この実験系における、各装置の状況は次の通りである。

He-Ne レーザー	： 波長	$\lambda = 632.8 (\text{nm})$
コリメートレンズ	： 直径	$d_0 = 5.0 (\text{cm})$
	焦點距離	$f_0 = 35 (\text{cm})$
集光レンズ	： 直径	$d = 8.0 (\text{cm})$
	焦點距離	$f = 40 (\text{cm})$
入射開口	： 直径	$D = 3.2 (\text{mm})$
点光源から開口までの距離	：	$L = 95 (\text{cm})$

各実測の波面とも H10 アルゴリズム ( $\beta = 0.7$ ) を用いて回復を行った。この時用いた初期予想は、

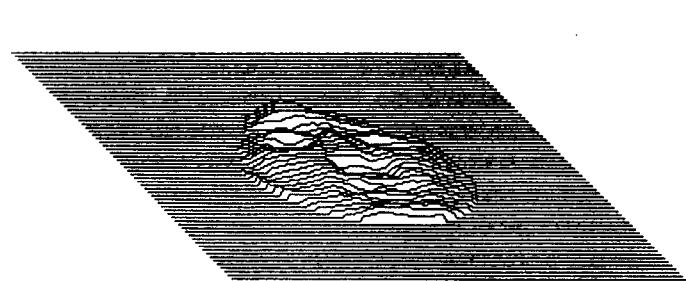
- ランダムな分布
- 一定値分布 ( $\pi$ )
- 対称分布
- 正解予想分布 (理論値)

ただし、この画像を取り込む際フレームメモリー上で 100 回加算し、暗電流も同様に加算した後減算している。

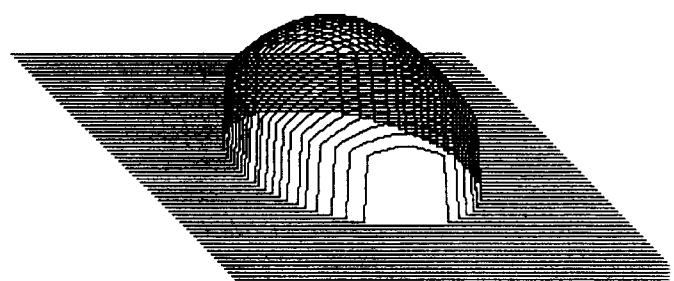
また、高周波部分におけるめだつノイズはマスクをかけて取り除いている。

テーマ 1、2 についての結果を以下に示す。

(A)



非対称（人物像）



対称（球面波）

(B)

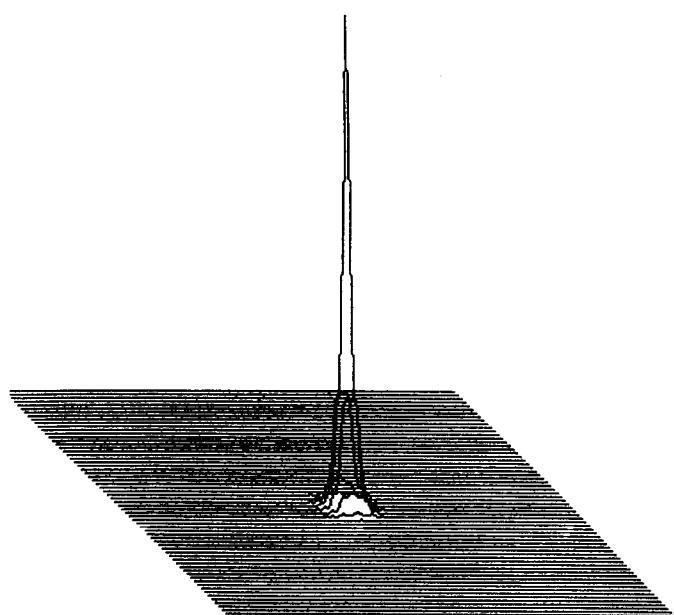
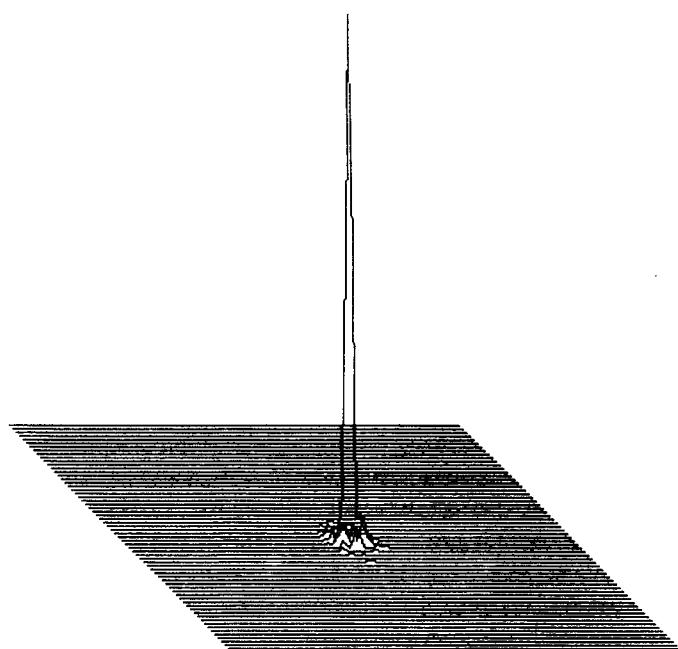


図1. (A) 位相分布モデル (B) フーリエ面での強度分布

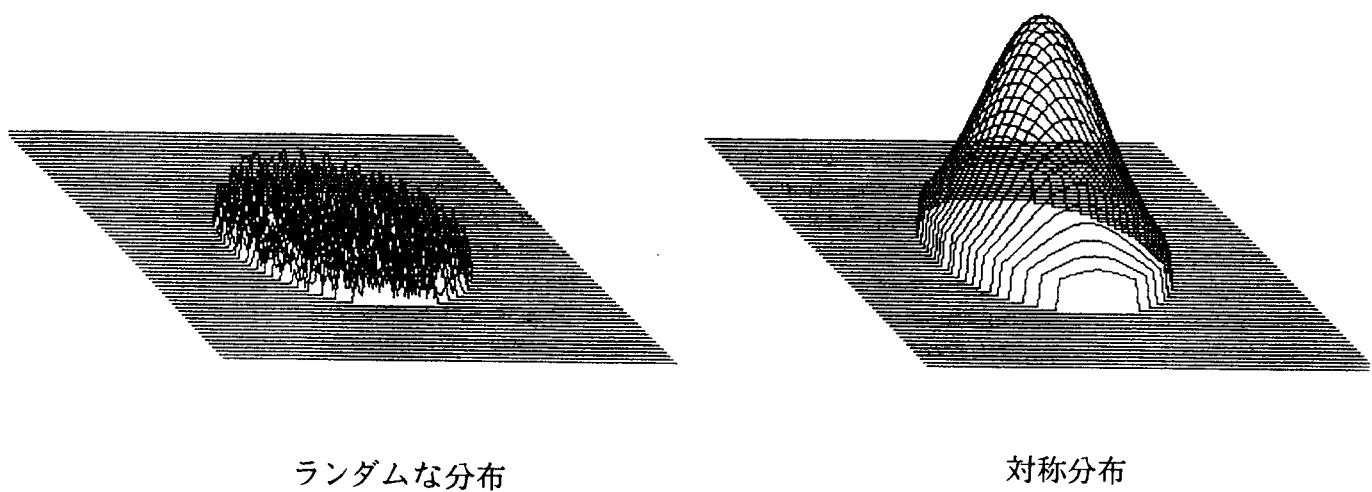


図2. 初期予想の位相分布

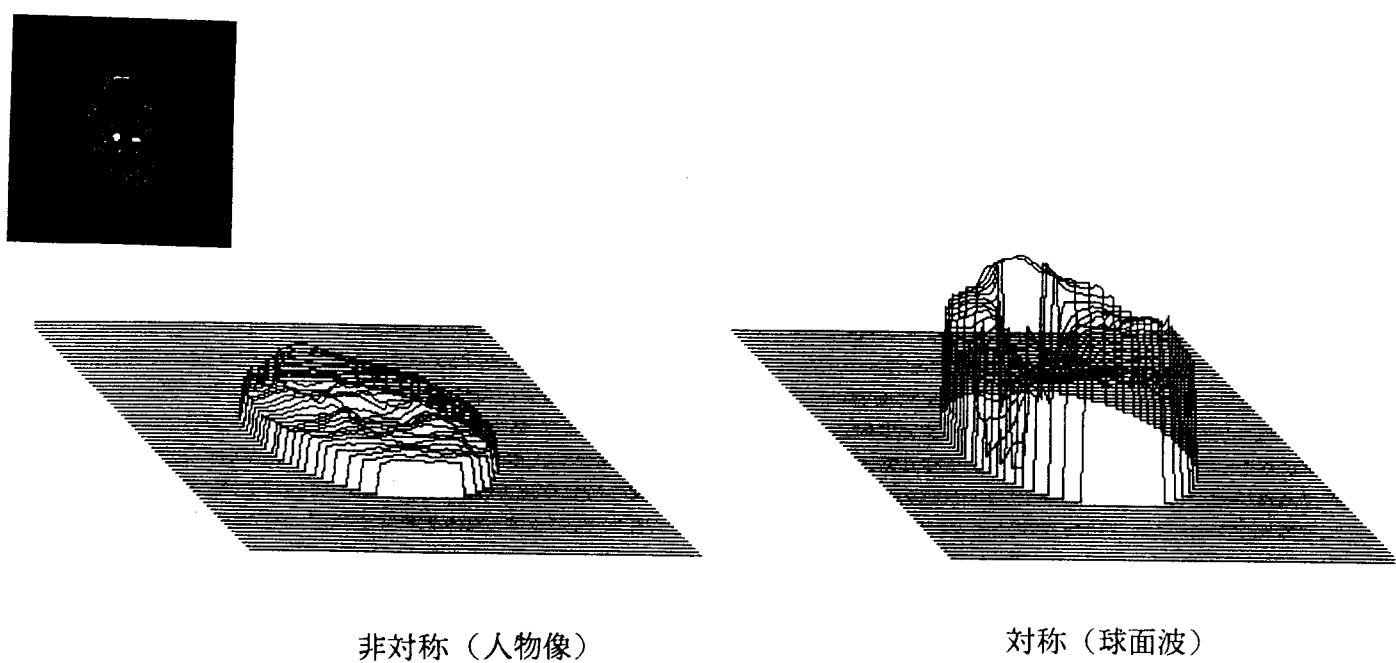
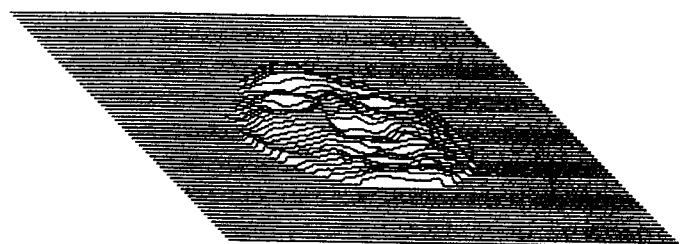
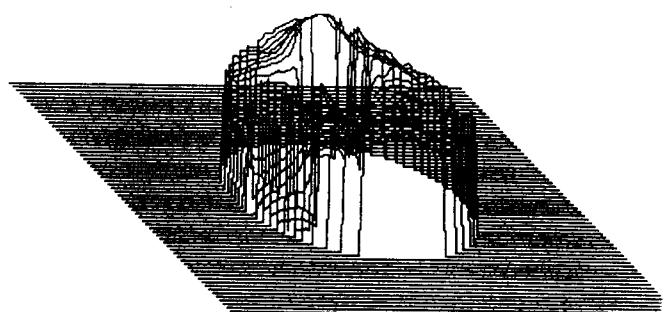


図3. 回復結果  
(ERアルゴリズムを用いて、初期予想がランダムな位相分布で回復)



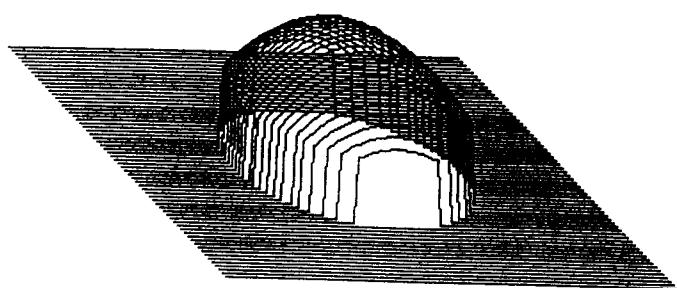
非対称（人物像）



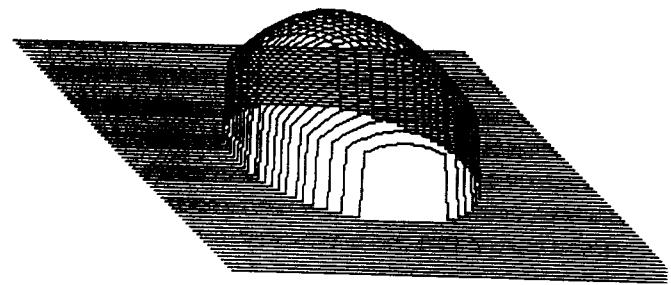
対称（球面波）

#### 図4. 回復結果

(HIOアルゴリズムを用いて、初期予想がランダムな位相分布で回復)



(a) ERアルゴリズム



(b) HIOアルゴリズム ( $\beta = 0.7$ )

#### 図5. 回復結果

(対称分布の回復にたいして初期予想を対称分布にした場合)

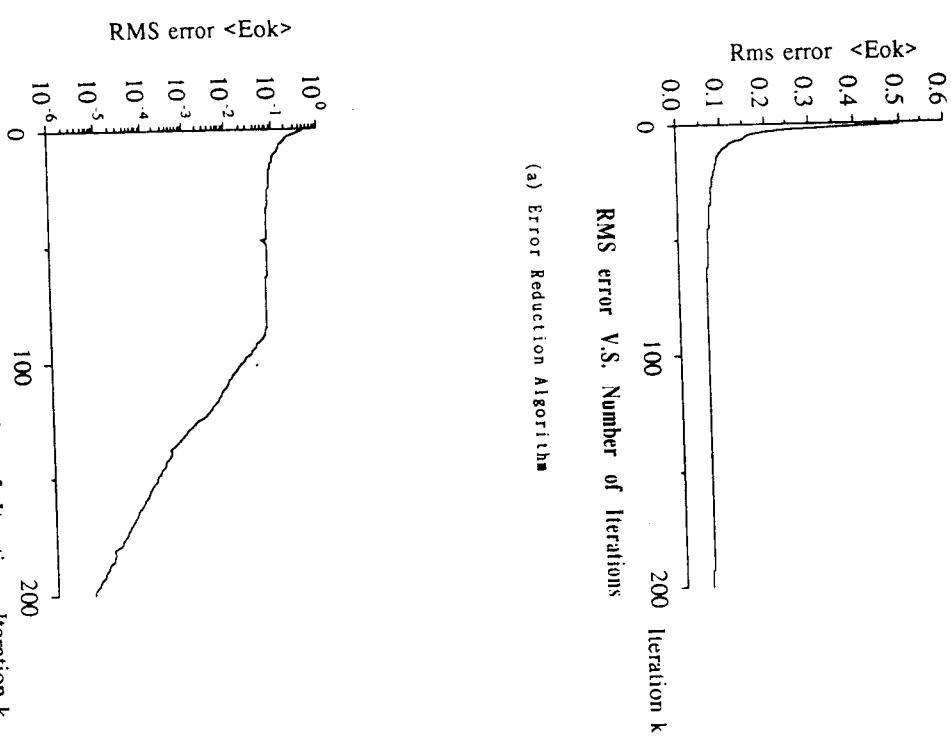
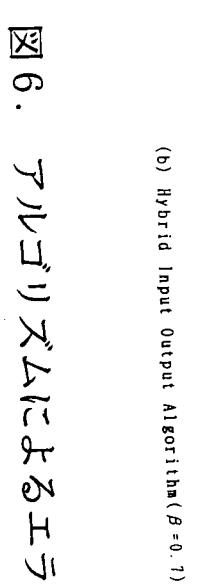
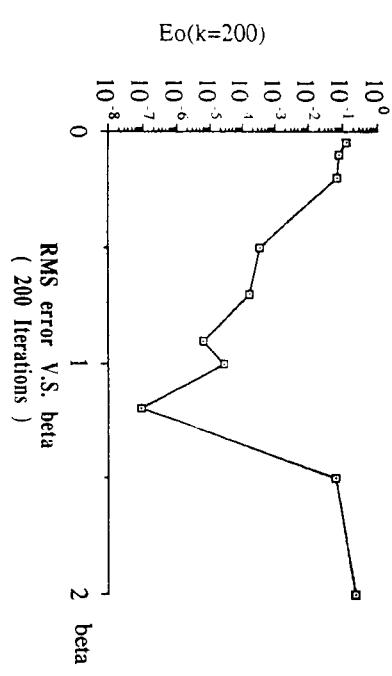
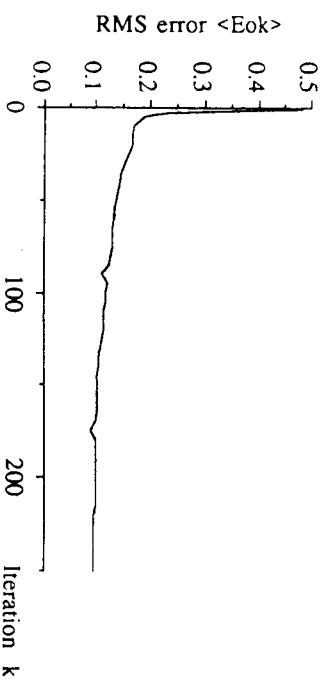


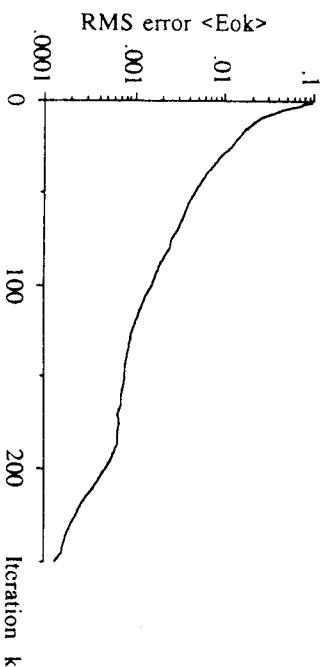
図 6. アルゴリズムによるエラーの推移の違い

図 7. H I O の  $\beta$  値と 200 反復後のエラーの関係  
(非対称分布の回復にたいして初期予想をランダムな分布にした場合)





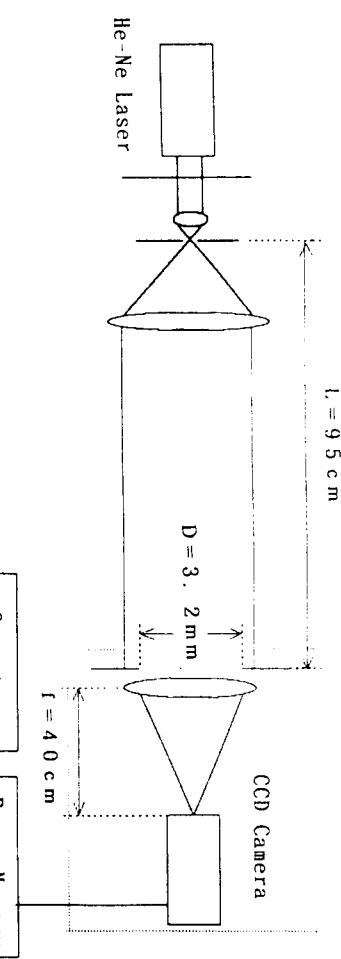
(a) 初期予想 : ランダム分布



(b) 初期予想 : 対称分布

図 8. 初期予想によるエラーの推移の違い  
(対称な位相分布にたいして H I Oアルゴリズム ( $\beta=0.7$ ) を使用)

(a) 平面波の測定



(b) 球面波の測定

図 9. 実験系

図 10. フーリエ面での強度分布 (平面波)

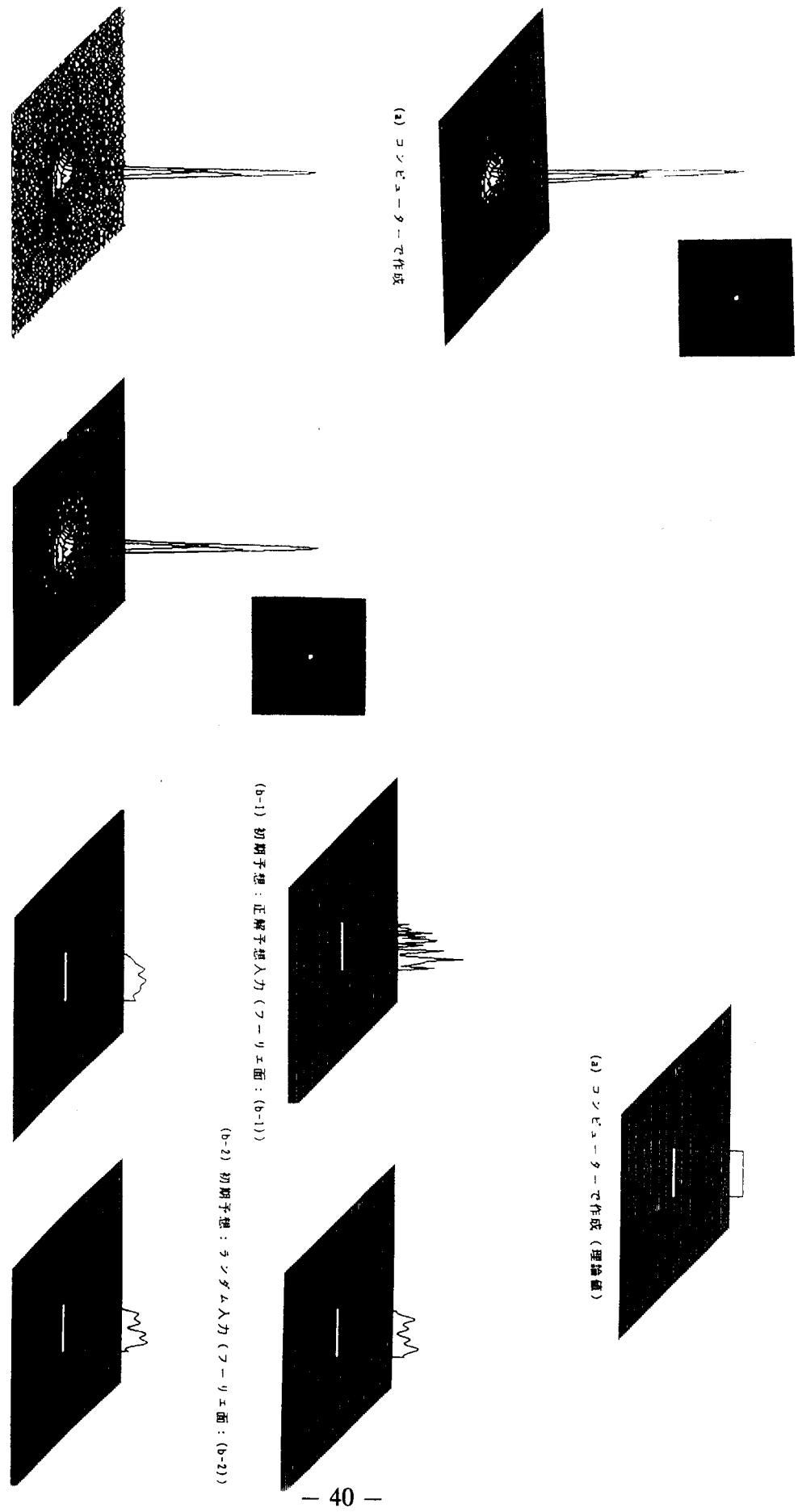
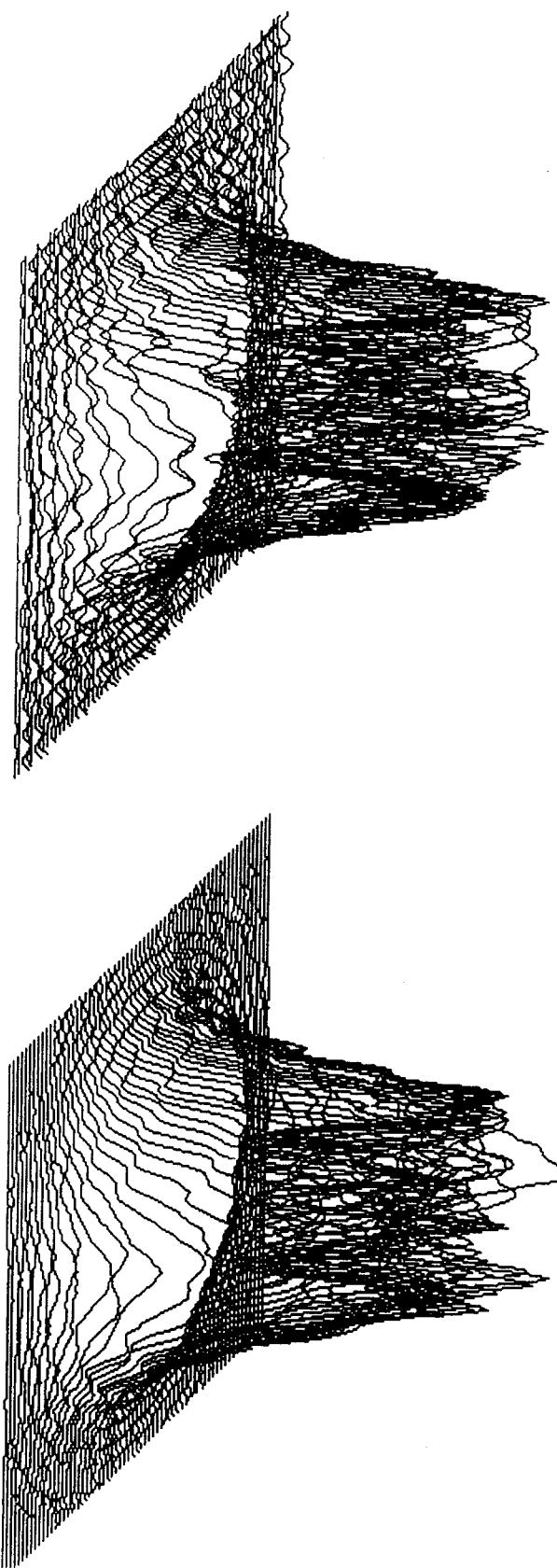
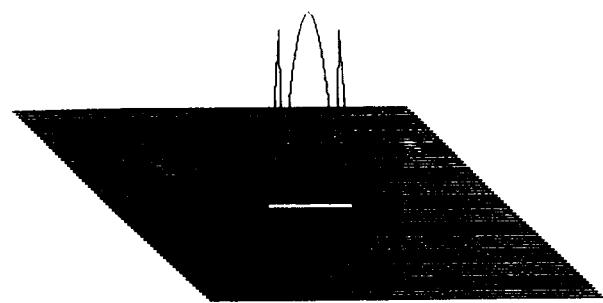


図 11. 回復位相分布 (Profile)

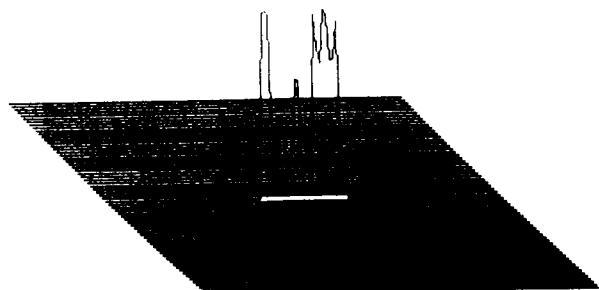
図12. フーリエ面での強度分布（球面波）

(a) コンピューターで作成  
(b) 実写

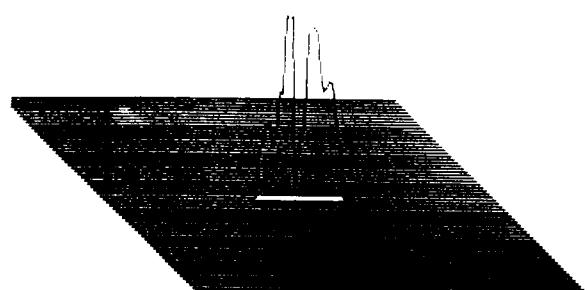




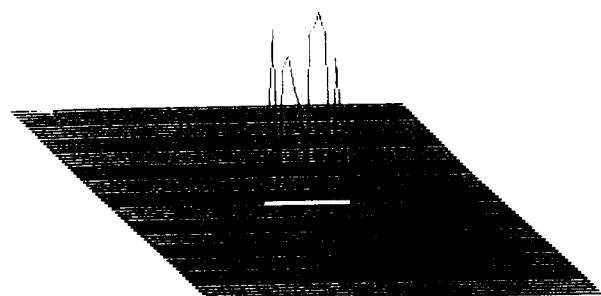
(a) コンピューターで作成（理論値）



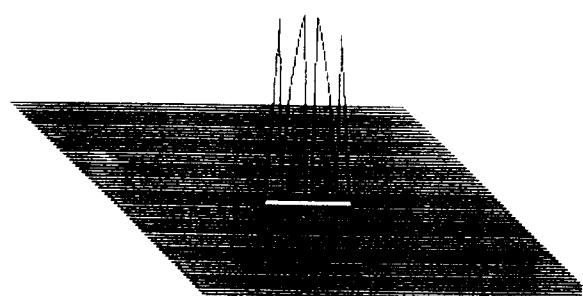
(b-1) 初期予想：ランダム入力



(b-2) 初期予想：対称分布入力



(b-3) 初期予想：一定値入力 ( $\pi$ )



(b-4) 初期予想：正解予想入力 ((a)入力)

図 1 3. 回復位相分布 (Profile)

回復分布	初期予想	
	ランダム分布	対称分布
非対称分布（人物像） Err. Red. Al. R. I. O. Al. ( $\beta = 0.7$ )	RMS error $5.27 \times 10^{-2}$ $2.20 \times 10^{-3}$	
対称分布（球面波） Err. Red. Al. R. I. O. Al. ( $\beta = 0.7$ )	$2.51 \times 10^{-1}$ $2.41 \times 10^{-1}$	$2.76 \times 10^{-3}$ $2.26 \times 10^{-3}$

$$RMS\ Error = \frac{\sqrt{\sum_x |\eta(x) - \theta_\star(x)|^2}}{2\pi}$$

$\eta(x)$ : 正解位相分布  
 $\theta_\star(x)$ : 回復位相分布 (k 反復)

表 1. 回復分布と正解分布との誤差

入力初期予想	正解予想との RMS Error	
	平面波	球面波
ランダム分布	$4.21 \times 10^{-2}$	$2.98 \times 10^{-1}$
対称分布	$4.68 \times 10^{-2}$	$3.00 \times 10^{-1}$
正解予想	$4.43 \times 10^{-2}$	$6.64 \times 10^{-2}$
一定値 ( $\theta = \pi$ )		$2.00 \times 10^{-1}$

表 2. 回復分布と正解予想分布との誤差

## 考 察

### テー マ 1 に つ い て

非対称な分布（人物像）の場合、初期予想がランダムな分布でも十分回復したといえる（RMS Errorは、HIO使用時で2%程度）。実際にこの方法を顕微鏡として応用する場合には、観察すべき物体の形状についての情報が余りなく、かつ非対称な物質であるケースが多いことを考えれば、この結果は好ましいものといえる。

一方、対称分布の場合については、アルゴリズムの停滞しやすい分布といわれており一般的に回復は困難であるが、位相分布が小さい範囲で、対称な分布の初期予想を入力してやれば、十分な回復が可能であったといえる。

いずれにせよ、Error Reductionを用いるよりは、HIOを用いた方がよりよい解を得ることができた。

なお、文献にあるアルゴリズムを長さ方向だけでなく位相のシフトまで考慮し次のような式に書き換えてやった方が収束性がよくなつたことをつけ加えておく。

$$g_{k+1}(x) = \begin{cases} g_k(x) \\ g_k(x) + \beta \Delta g_k(x) \end{cases}$$

について

$$\Delta g_k(x) = \frac{|f(x)|}{|g_k(x)|} g_k(x) - g_k(x)$$
$$\rightarrow$$
$$\Delta g_k(x) = \frac{|f(x)|}{|g_k(x)|} g_k(x) - g_k(x)$$

### テー マ 2 に つ い て

図. 10 を見ても分かることおり、冷却CCDカメラ本来のノイズレベルより大きなノイズが乗っていることが分かる。これは光学系に含まれるレンズについていた微小な埃や傷、あるいは周りから入ってくる遮りようのない明かり

が原因と思われる。

高周波部分にマスクをかけない場合、どんな初期予想を用いても回復結果は思わしくなく、マスクをかけた場合いずれの初期予想においても一様な回復結果が得られた。この図を見る限り正解（理論値）に回復したとは言えないが、実際に入射している分布が何らかの歪みを受けたために、これに近い分布があることは間違いない。とは言え、高周波部分をマスクしたことによって特徴的な部分を一部カットしたことに代わりはないのだから、このことに関しては、何らかの改良が必要といえる。

一方、球面波に関しては、一定値入力でもよい精度で回復した。

## 文 献

- 1) W. O. Saxton, "Computer Technique for Image Processing Electron Microscopy," Academic Press, New York, 1978.
- 2) J. R. Fienup, "Phase Retrieval Algorithms: A Comparison," Appl. Opt. 21(1982), 2578-2769.
- 3) T. Iwai and H. Masui, "Application Of The Phase Retrieval Method To The Refractive-Index Profiling Of An Optical Fiber," Opt. Comm. 72(1989), 195-201.
- 4) S. Komatsu and J. C. Dainty, Appl. Opt. Digest, (1990) 293-294.
- 5) J. R. Fienup and C. C. Wackerman, "Reconstruction of a complex-valued object from the modulus of its Fourier transform using a support constraint," J. Opt. Soc. Am. A, 118, 1987.
- 6) 西田, 大竹, 吉川, "固体撮像素子のノイズの一検討", NHK月報, 27, 10, 419-423(1984).
- 7) 小柳晴揮, "フーリエ反復アルゴリズムを用いた位相回復顕微鏡", 早稲田大学理工学部応用物理学科修士論文(1994).

## 資料 1 :

### フーリエ反復アルゴリズムを用いた 2次元位相分布測定

日隈薰、小柳晴揮、小松進一：JAPAN OPTICS'94（光学連合シンポジウム浜松'94）、22Dp05、講演予稿集、p.p.81-82、1994年9月22日

# フーリエ反復アルゴリズムを用いた 2次元位相分布測定

## Phase measurement using Fourier iterative algorithm

○ 日隈薰、小柳晴揮、小松進一  
Kaoru Higuma, Haruki Koyanagi and Shinichi Komatsu

早稲田大学理工学部  
Faculty of Science and Engineering, Waseda University

It is known that the phase distribution of a transparent object can be recovered from a measured Fraunhofer diffraction pattern by using the Fourier iterative algorithm. This method provides simple means for phase distribution measurement, but the accuracy and sensitivity of the measurement have not been fully examined. So we practically measured some sort of Fourier intensity patterns by a chilled CCD camera and restored their phase distributions.

### 1. はじめに

光波の位相分布には透過物体の屈折率分布や反射物体の3次元表面形状など多くの情報が反映されており、その可視化には重要な意味がある。しかし光波を測定するさい、位相の直接的な測定は不可能であり、また、光波干渉計やホログラフィーなどの方法では光学系が複雑になり、測定の精度は制限を受ける。

ところで、物体のフーリエ振幅から物体自身を求める方法として、フーリエ反復アルゴリズムを用いた位相回復法が知られているが<sup>1)</sup>、これが実際の測定に積極的に用いられた例は少ない。<sup>2)</sup>そこで、本研究ではフーリエ領域の拘束条件となるフーリエ強度分布を、CCDカメラを用いて2次元で測定し、物体波の位相分布をフーリエ反復アルゴリズムによって回復させて求める位相回復型顕微鏡<sup>3)</sup>を実際に構成する。

この方法においては、光学系を単純にすることができる、また、広いダイナミックレンジで測定するために冷却CCDカメラを用いて測定したので、精度の向上が期待できると思われる。

今回は、平面波および曲率の異なる2つの球面波、および水晶基盤上に縞目状にSiO<sub>2</sub>をパターニングした位相板（膜厚40nm）について位相分布の回復を試みた。

### 2. 実験

今回の実験では、まず下図の光学系（1）および（2）において平面波と二つの擬似球面波を物体に用い（Fig1~3）その位相を回復した。図中のマスク部には直径400μmのピンホールを用い、球面波はピンホール内部で位相差がそれぞれ最大 $\lambda/16$ 、 $\lambda/4$ となるようにした。ピンホールを通過した光はレンズL1によってフーリエ変換されてCCD面上に到達し、その強度分布をパソコン用のコンピューター上に取り込んだ（今回用いた冷却CCDカメラのダイナミックレンジは、およそ5000:1、冷却温度は-30°Cである）。次に、光学系（3）を使ってFig4に示すような位相分布をもつ物体についても回復を行ってみた。

回復された平面波、位相差  $\lambda/16$ 、 $\lambda/4$  の球面波の RMS Error はそれぞれ、 $\lambda/70$ 、 $\lambda/95$ 、 $\lambda/17$  となった。位相板についての回復結果は、講演当日に発表する。

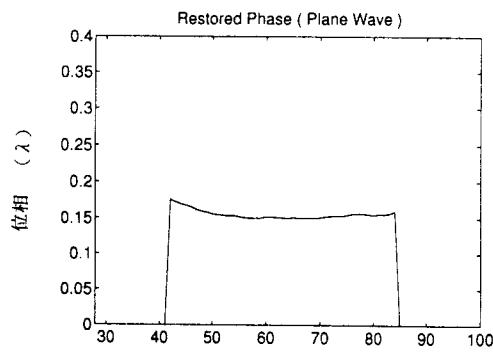


Fig. 1 回復結果（平面波）

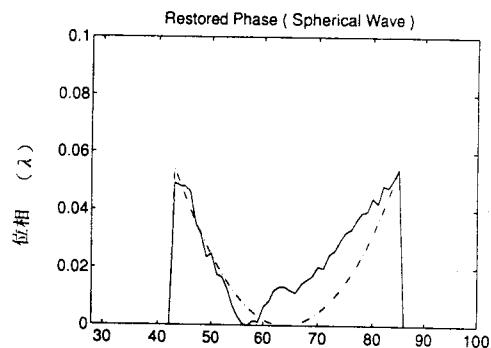


Fig. 2 回復結果（中心と周辺部の位相差 =  $\lambda/16$  の球面波）

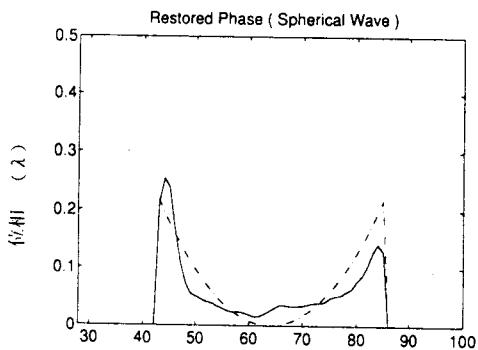


Fig. 3 回復結果（中心と周辺部の位相差 =  $\lambda/4$  の球面波）

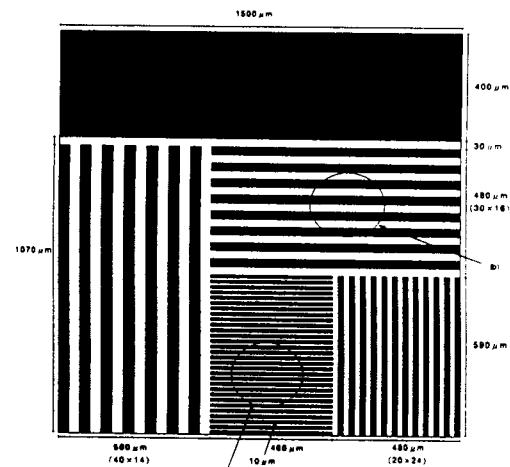


Fig. 4 使用した位相板のマスクパターン  
(a), (b) が測定した部分

### 3. おわりに

フーリエ反復アルゴリズムを用いて、2次元での位相測定ができるることを示した。特に、フーリエ強度分布の測定にダイナミックレンジの大きいCCDカメラを用いることによって、高感度の測定が可能となることがわかった。

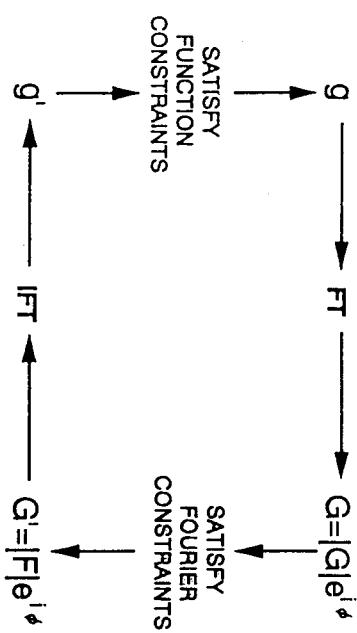
なお、本研究費の一部は文部省科研費(04452107)の援助により行われた。

### 4. 参考文献

- 1) W.O.Saxton, "Computer Technique for Image Processing in Electron Microscopy" Academic Press, New York, 1978.
- 2) T.Iwai and H.Masui, "Application Of The Phase Retrieval Method To The Refractive-Index Profiling Of An Optical Fiber," Opt. Comm., 72(1989), 195-201.

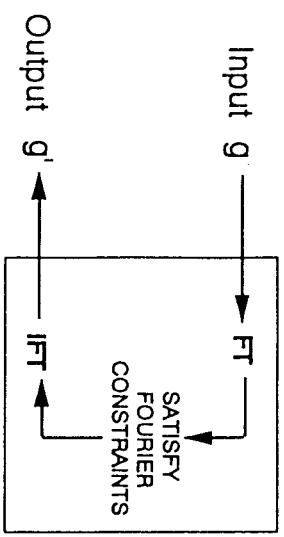
## 目的

物体のフーリエ回折像の強度を冷却  
CCDカメラを用いて測定し、光波の  
位相分布をフーリエ反復アルゴリズム  
により回復させて求める位相回復型顯  
微鏡を構成する。



(a) Error-reduction algorithm

$$\text{iv'}) \quad g_{k+1}(x) = \begin{cases} g'_k(x) & x \notin \gamma \\ g_k(x) - \beta g'_k(x) & x \in \gamma \end{cases}$$



(b) Hybrid input-output algorithm

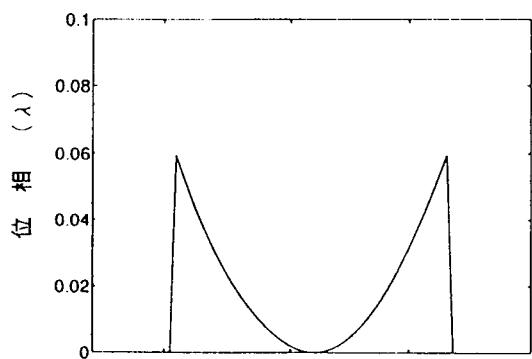
フーリエ反復アルゴリズム

## シミュレーション

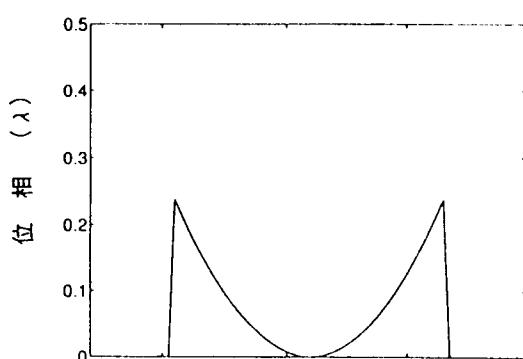
フーリエ面における強度分布の線形量子化レベルと位相推定誤差との関係を調べた。

使用したアルゴリズム

H I O 100回 + E R 200回  
( $\beta = 0.5$ )



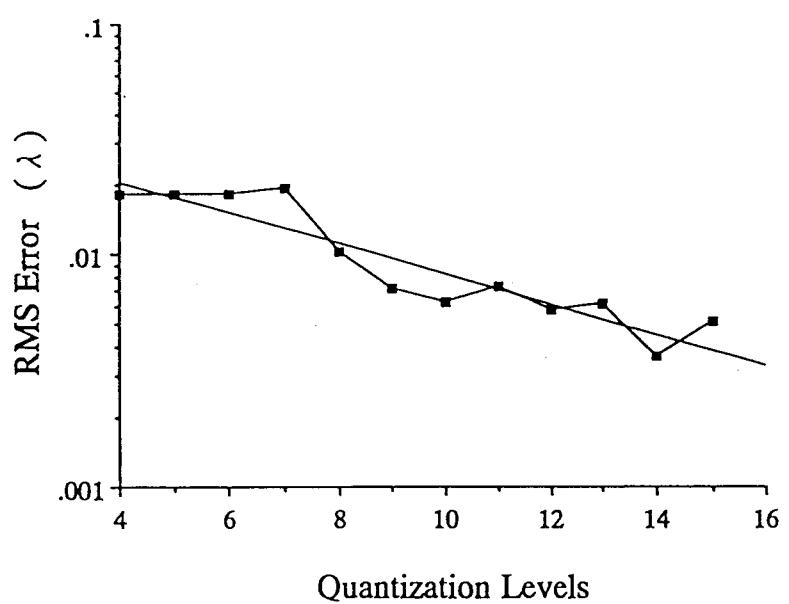
(a)



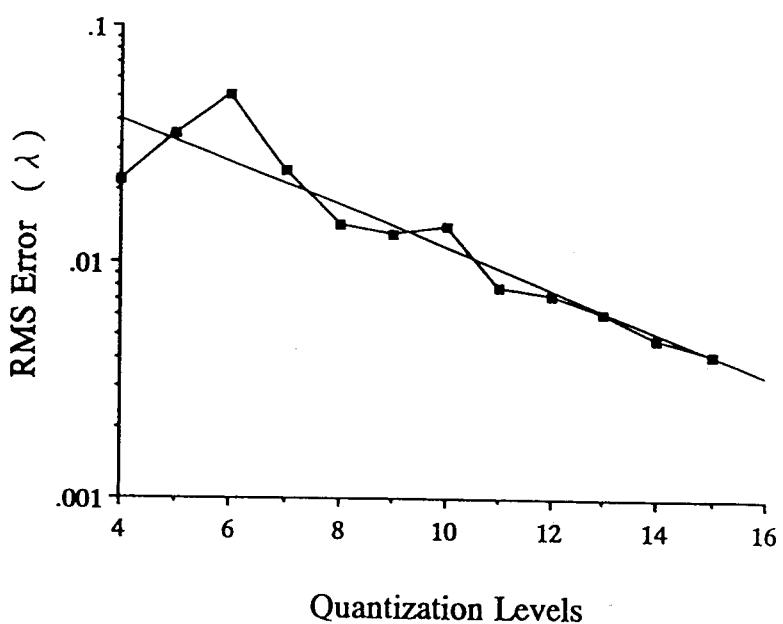
(b)

使用した位相分布

- (a) 中心と周辺部の位相差 =  $\lambda / 16$  の球面波
- (b) 中心と周辺部の位相差 =  $\lambda / 4$  の球面波

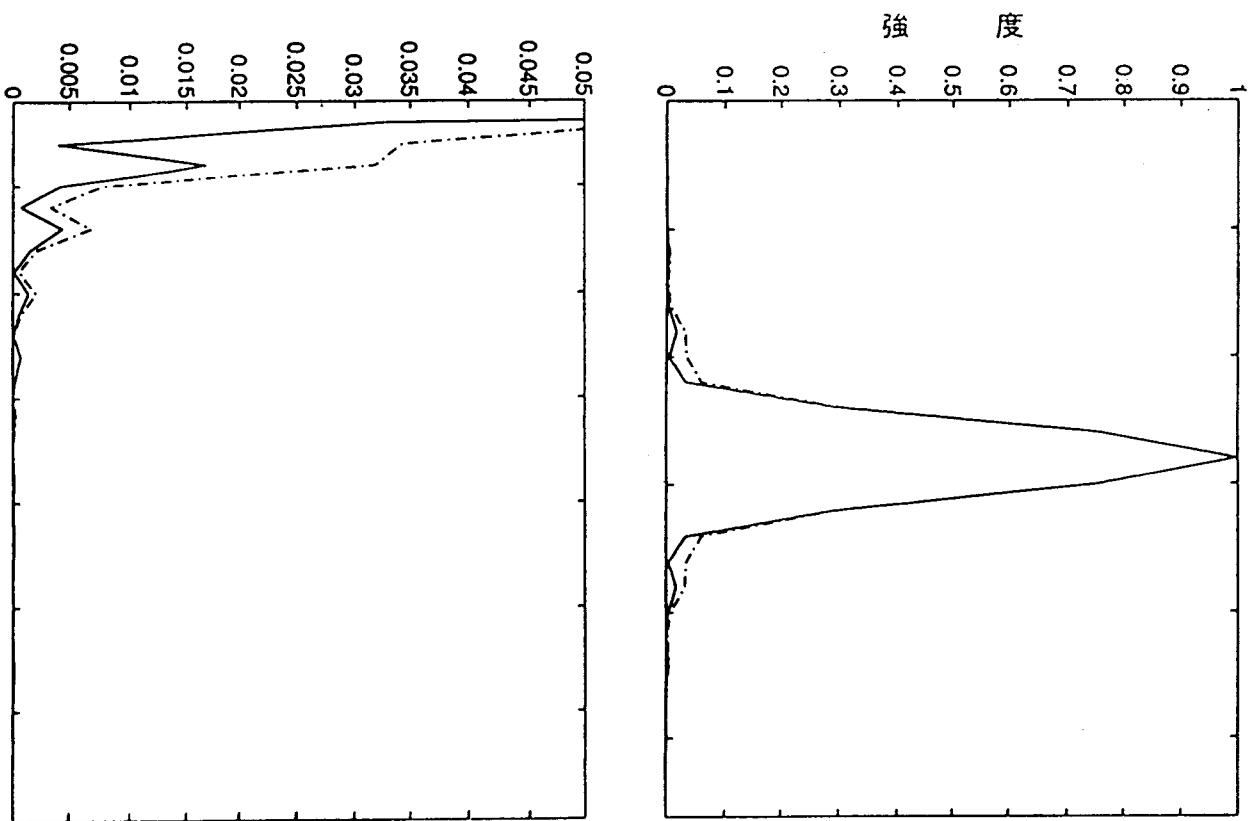


( a ) 位相差  $\lambda/16$  の球面波

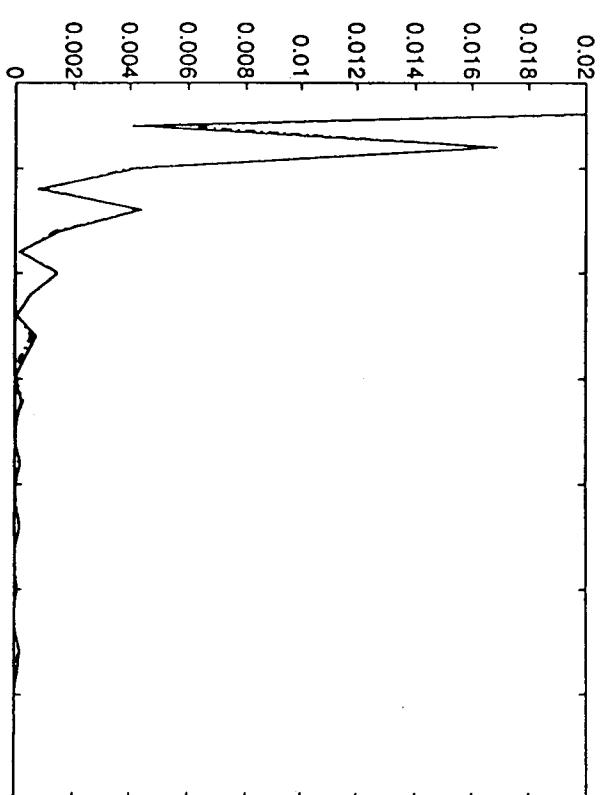


( b ) 位相差  $\lambda/4$  の球面波

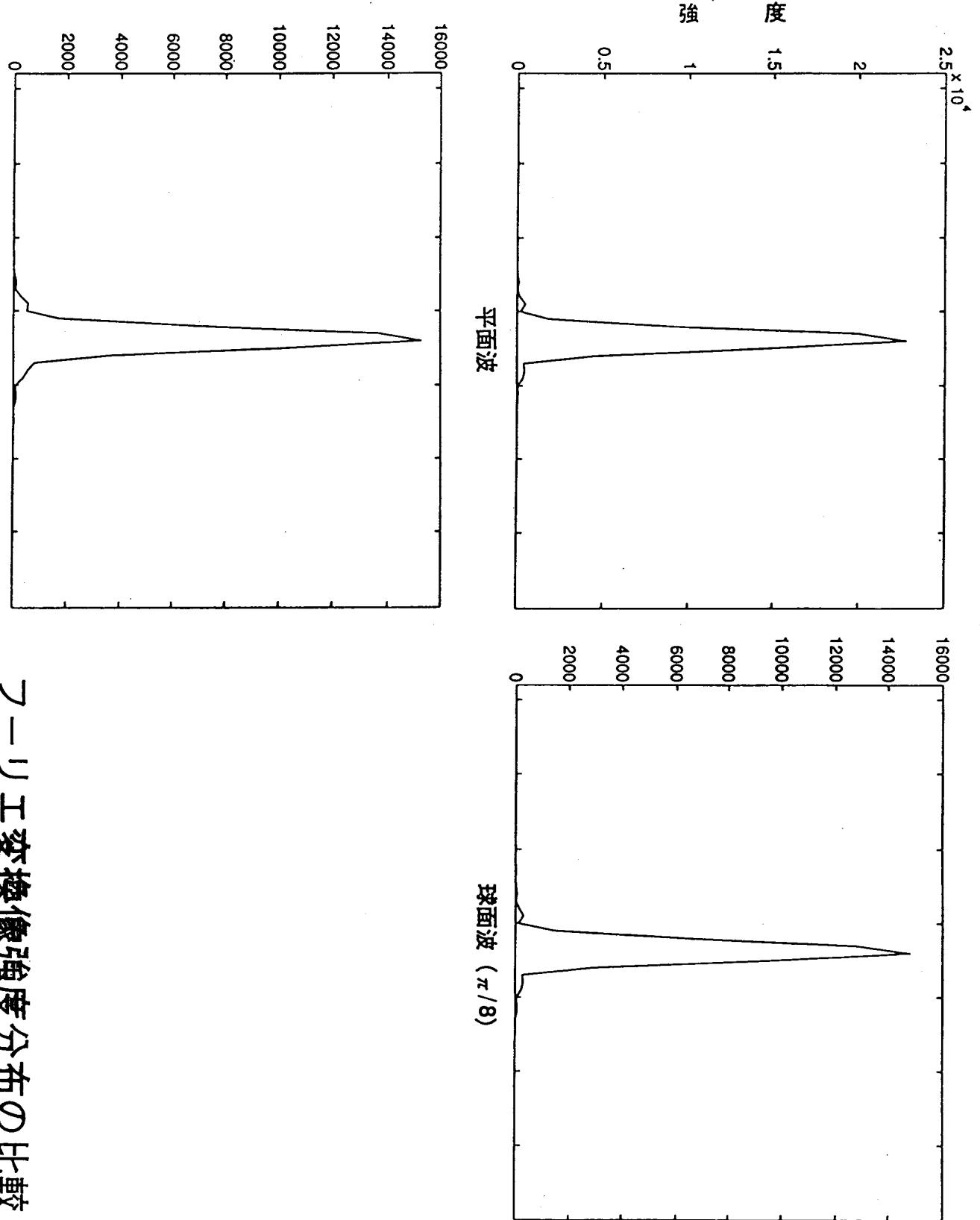
線形量子化レベルと回復位相の RMS Error の関係



フーリエ変換強度分布の比較（計算値）  
実線：平面波　破線：球面波 ( $\pi/8$ )　鎖線：球面波 ( $\pi/2$ )

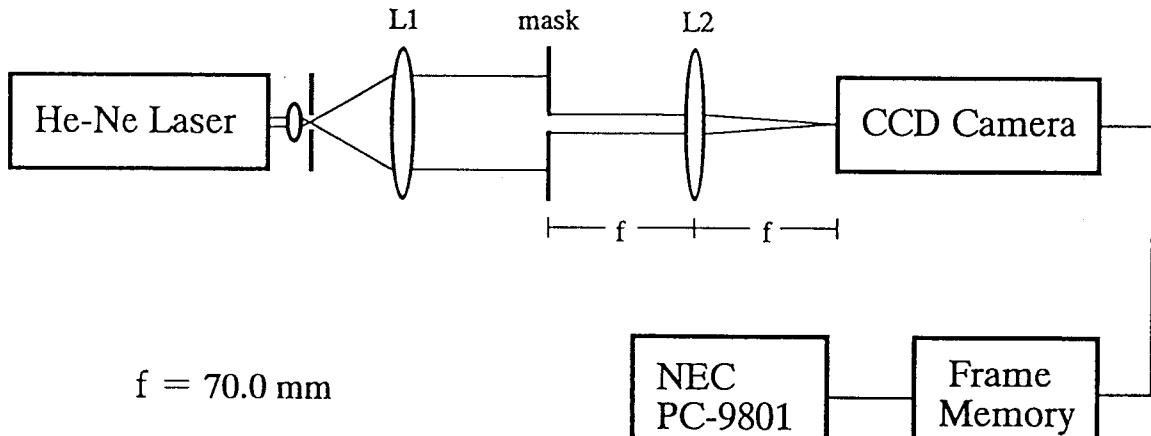


フーリエ変換像強度分布の比較（実測値）

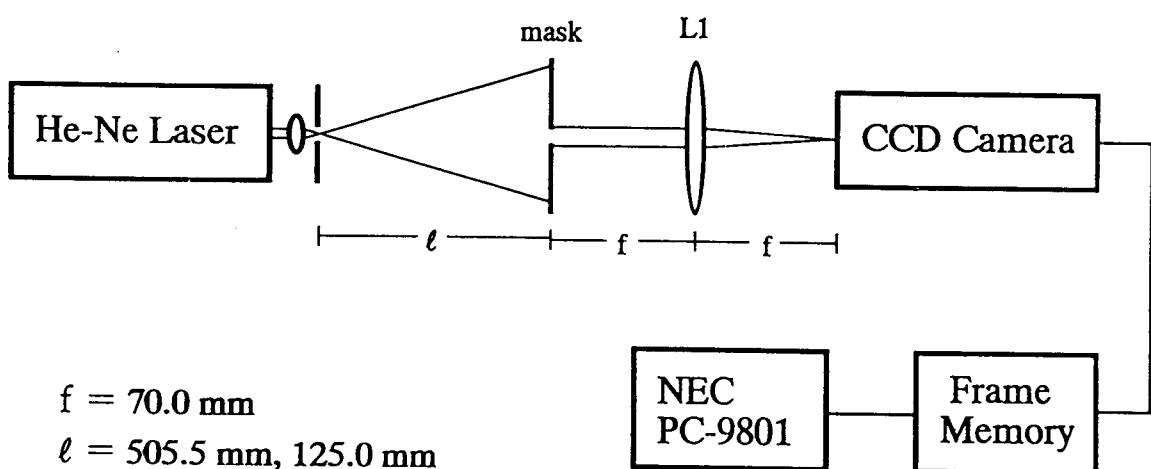


## 実験

平面波と2種類の球面波を物体に用い、  
それぞれ測定されたフーリエ強度分布から  
位相を回復させ、その回復誤差を調べた。



## 実験系 1



## 実験系 2

冷却 C C D カメラ :

A / D 分解能 12 bit

冷却温度 -30 °C

ピクセルサイズ 13 μm × 13 μm

フレームメモリ : 16 bit

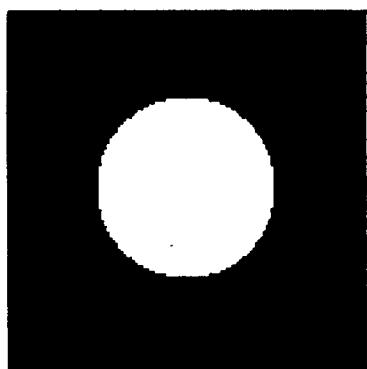
物体面におけるサンプリング間隔：

$$\frac{\lambda f}{N \Delta x} \doteq 8.87 \mu\text{m}$$

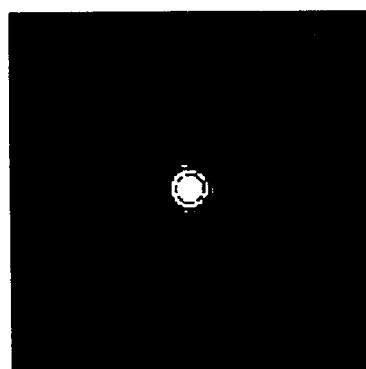
使用したアルゴリズム

H I O 200回 + E R 100回  
( $\beta=0.5$ )

初期予想  
ランダム分布



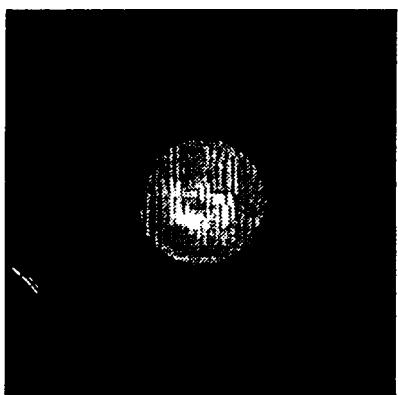
物体面



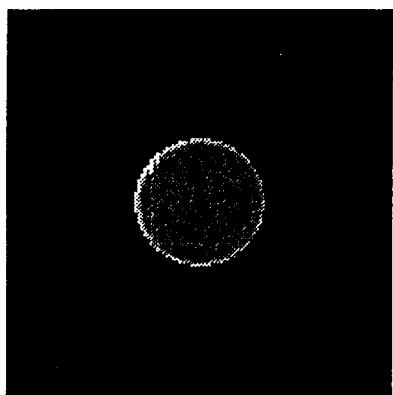
フーリエ面

使用した拘束

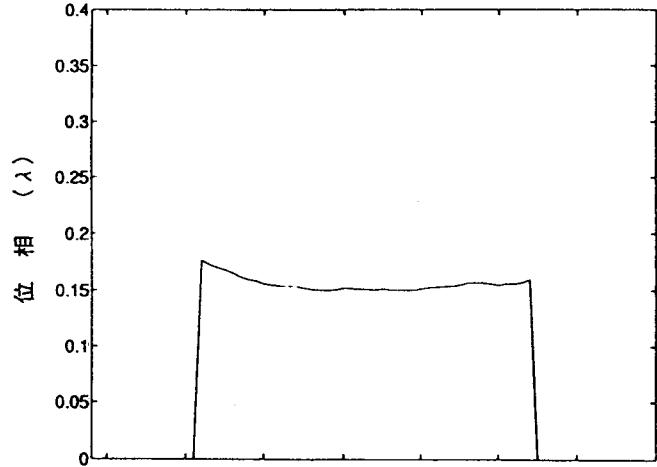
Modulus



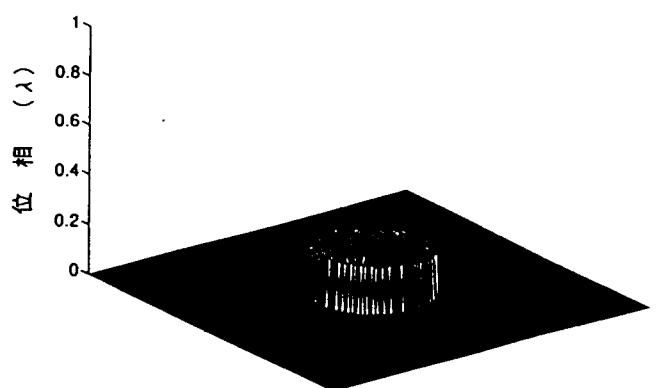
Phase



Restored Phase ( Plane Wave )



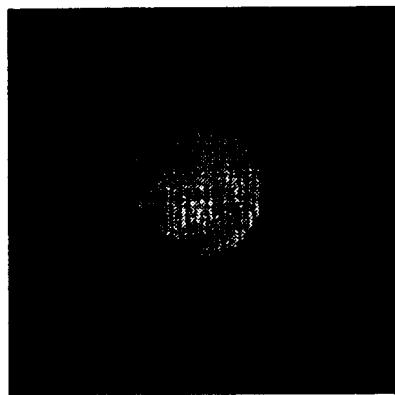
Restored Phase ( Plane Wave )



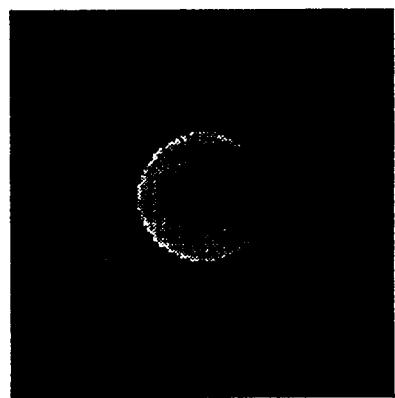
Eo300	RMS Error ( $\lambda$ )
0.071253	0.014307

回復結果 (平面波)

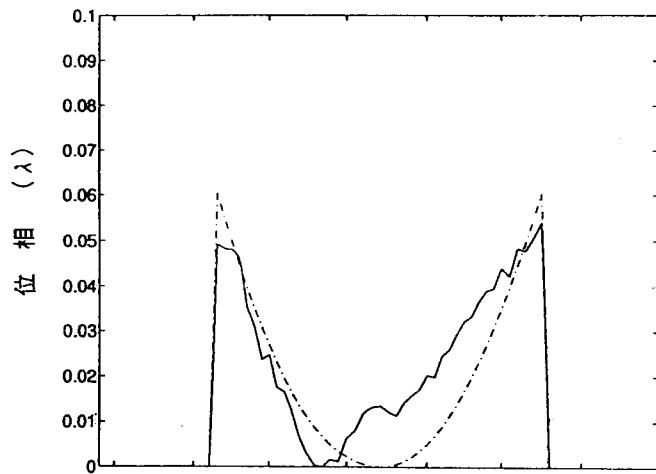
Modulus



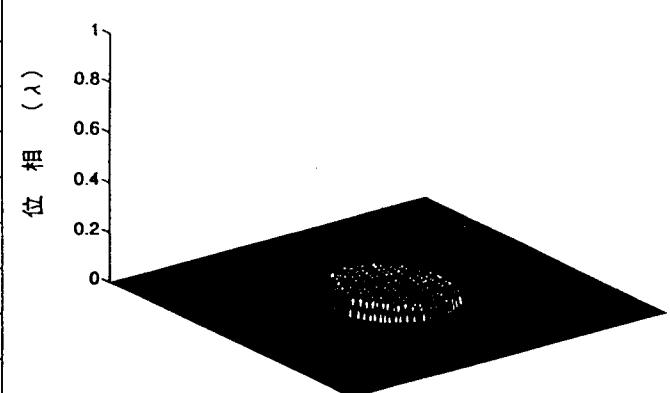
Phase



Restored Phase ( Spherical Wave )



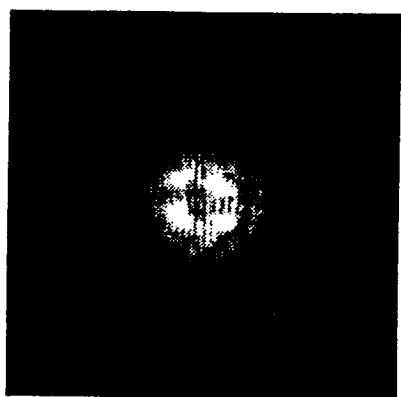
Restored Phase ( Spherical Wave )



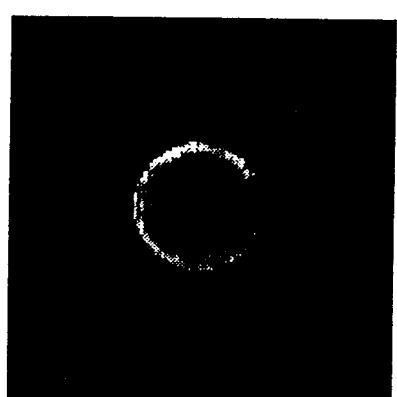
$E_{0300}$	RMS Error ( $\lambda$ )
0.075718	0.010516

回復結果 (中心と周辺部の位相差 =  $\lambda / 16$ )

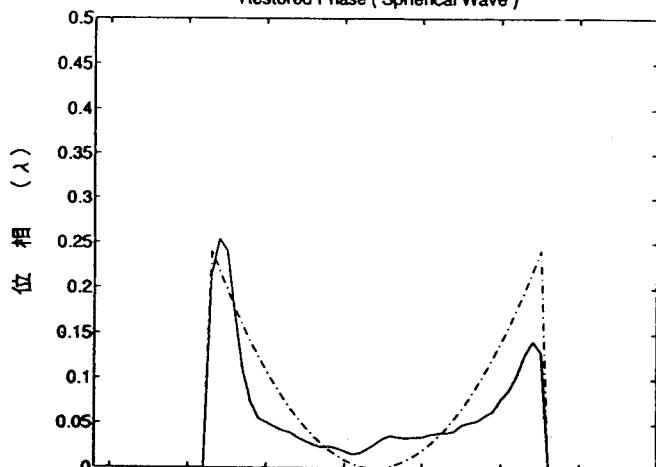
Modulus



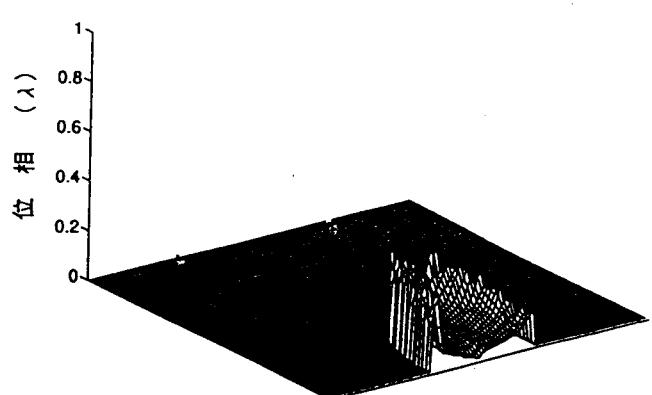
Phase



Restored Phase ( Spherical Wave )



Restored Phase ( Spherical Wave )

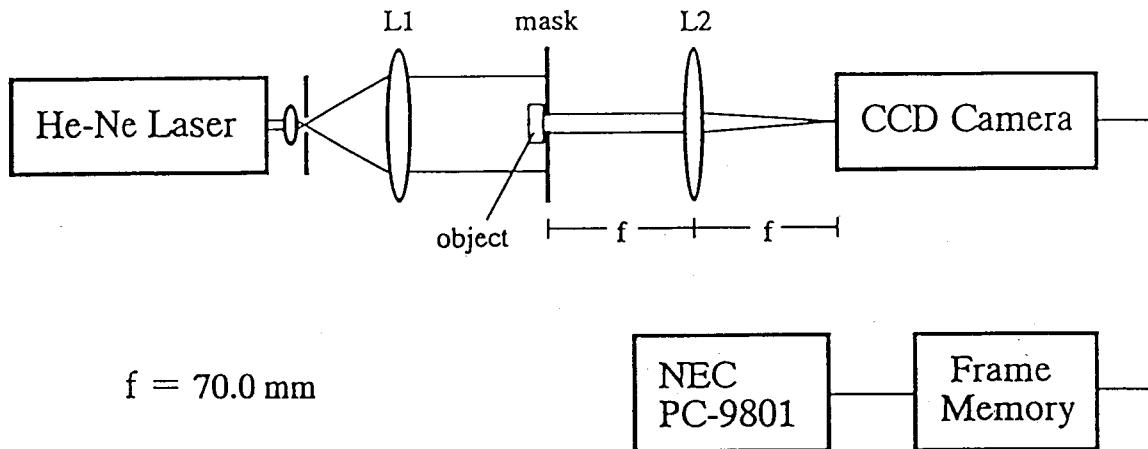


E <sub>0300</sub>	RMS Error (λ)
0.077626	0.058523

回復結果 (中心と周辺部の位相差 =  $\lambda / 4$ )

## 実験

測定された位相物体のフーリエ回折強度分布から位相を回復させ、その可視化を試みた。

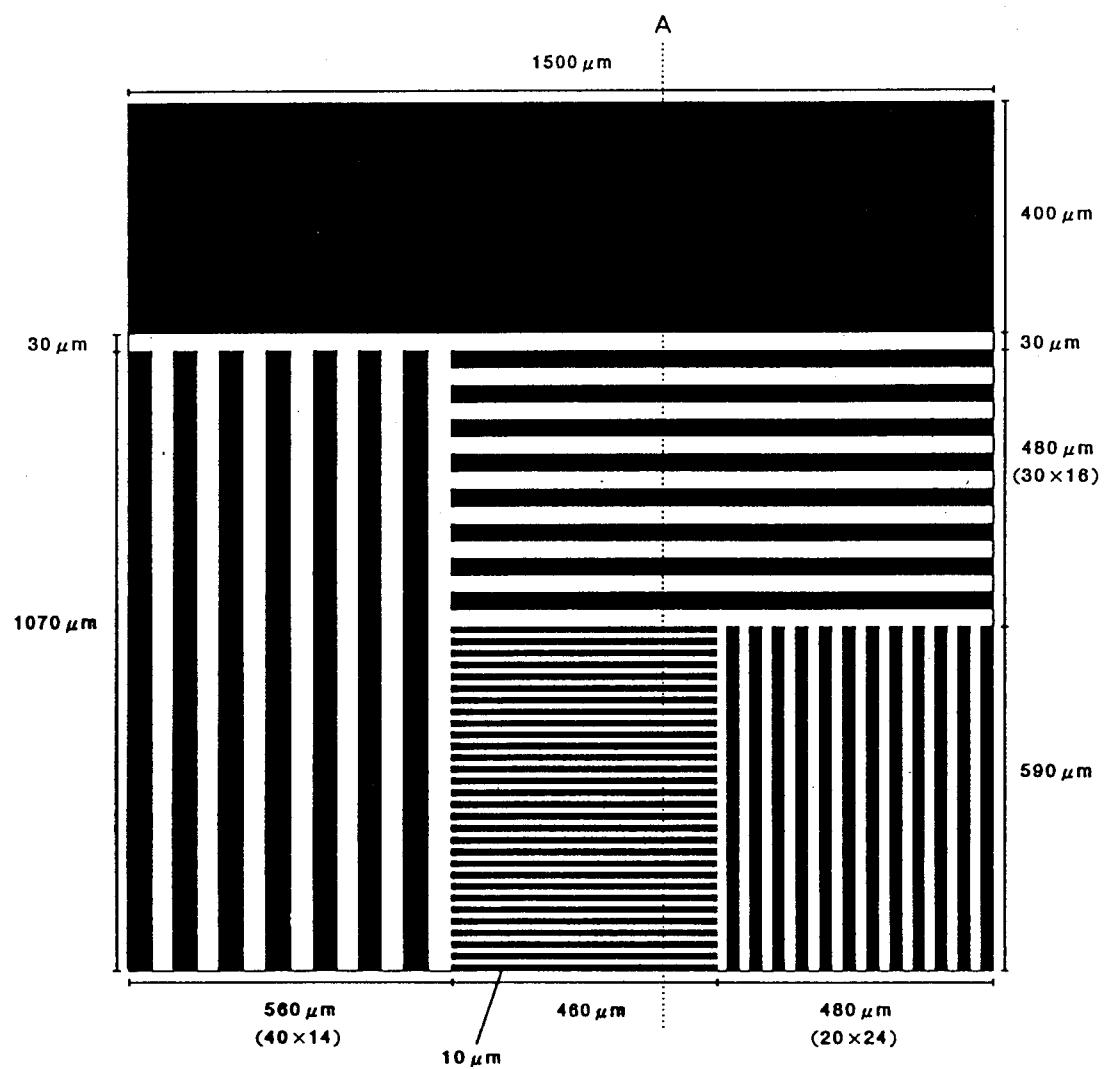


### 実験系 3

使用したアルゴリズム

HIO 200回 + ER 300回  
 $(\beta=0.5)$

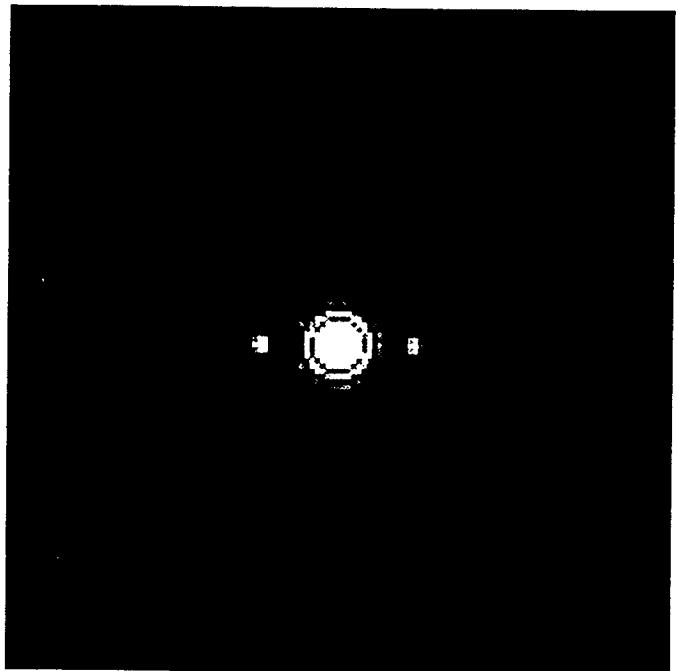
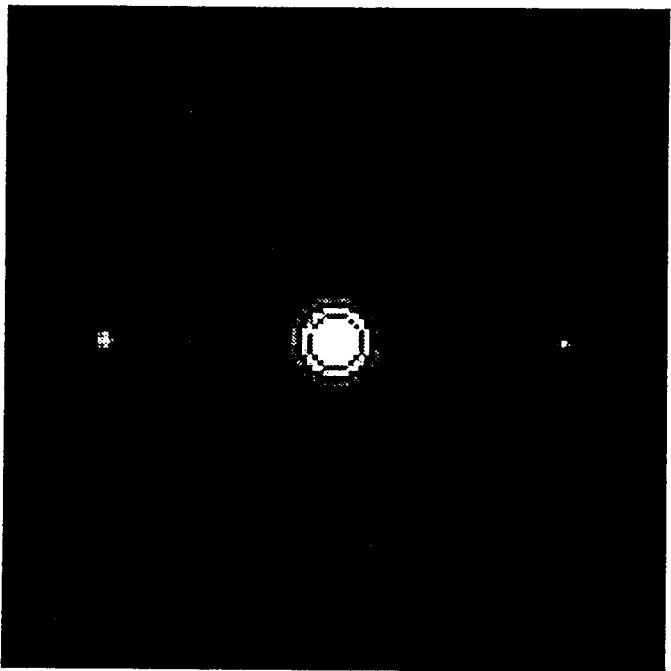
初期予想  
 ランダム分布



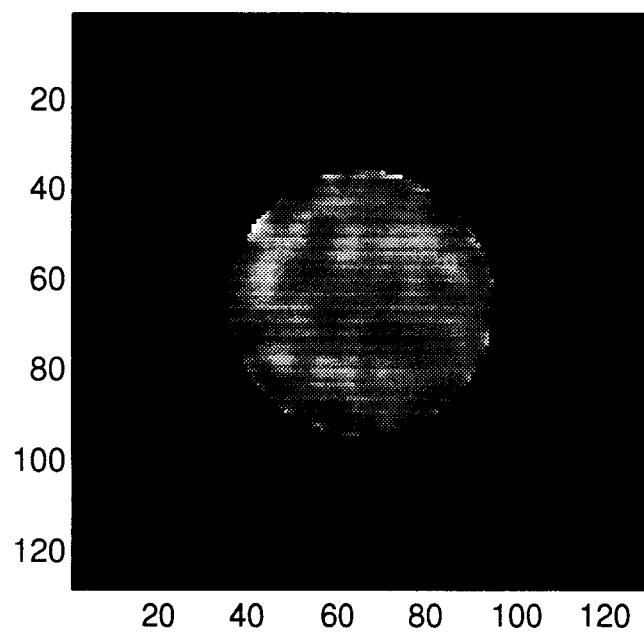
使用した位相板（一部）

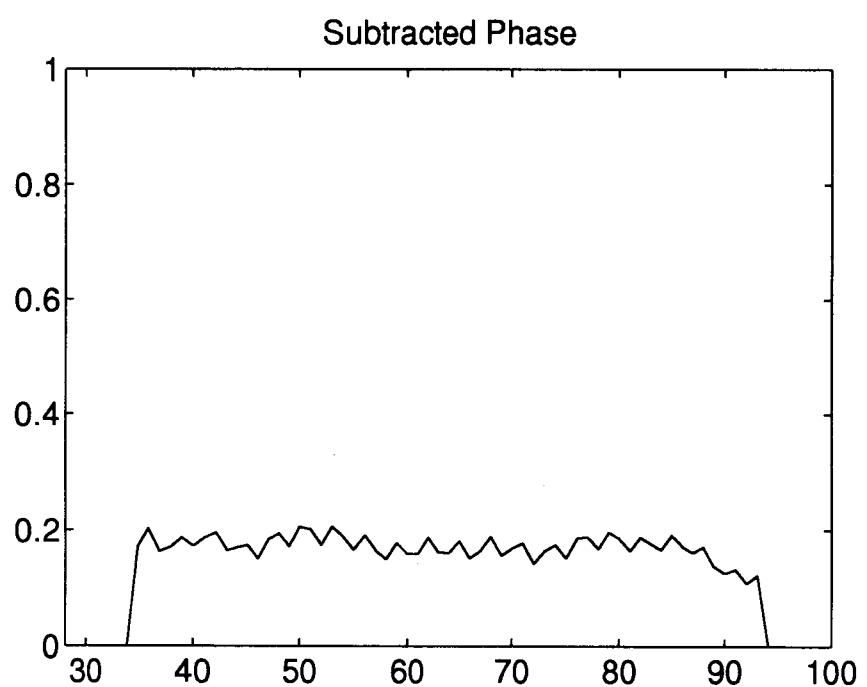
測定した位相物体のフーリエ強度分布

物体 1  
物体 2

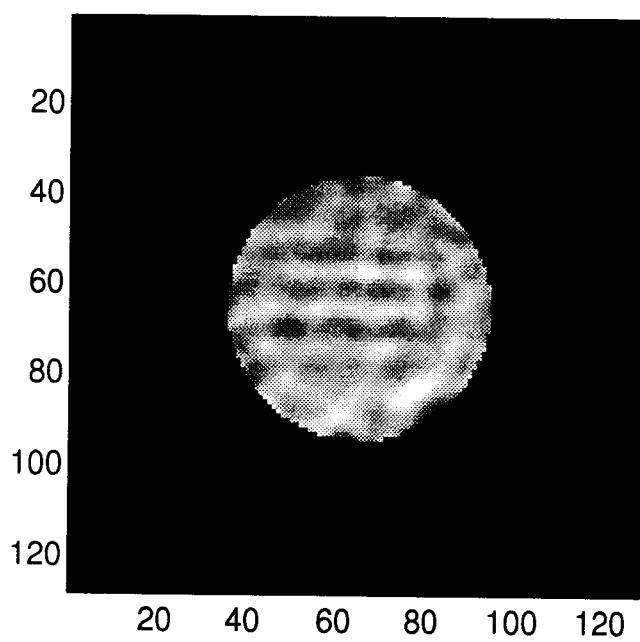


Subtracted Phase

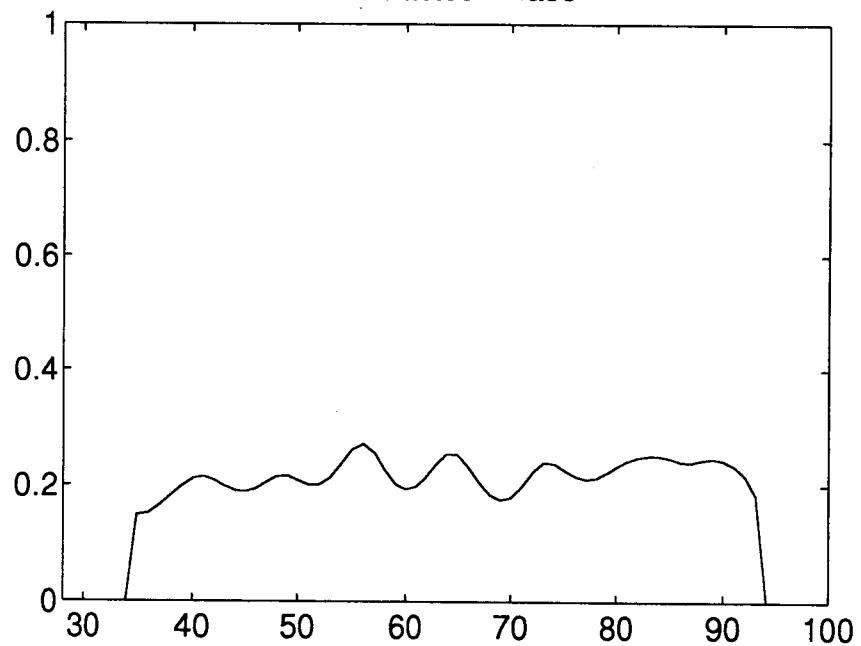




Subtracted Phase



Subtracted Phase



おりに

フーリエ反復アルゴリズムを用いて2次元での位相測定ができることを示した。特に、フーリエ強度分布の測定にダイナミックレンジの大きい冷却CCDカメラを用いることによつて高感度の測定が可能となることが分かった。

また、この方法が微小物体の位相分布の可視化に有效であることが分かった。

今後は、生物試料等の観測にも応用したい。

## 資料2：

### フーリエ反復アルゴリズムを用いた 位相分布測定 －冷却CCDカメラの利用－

小柳晴揮、大久保英彦、小松進一：第54回応用物理学会学術講演会、29aS A 11,  
予稿集No. 3, p.882, 1993年9月29日

## フーリエ反復アルゴリズムを用いた位相分布測定 - 冷却 CCD カメラの利用 -

Phase Measurement using Fourier Iterative Algorithms - Improvement with Cooled CCD Camera -

早大理工 小柳 晴揮、大久保 英彦、小松 進一

Waseda Univ. H.Koyanagi, H.Ohkubo and S.Komatsu

フーリエ反復アルゴリズム<sup>1)</sup>を用いて透過物体の位相分布を測定できることが知られている<sup>2)</sup>。この方法によれば、従来、位相測定に用いられている干渉法やホログラフィなどに比べ、参照光のいらない簡便な光学系での測定が可能となる。しかしながら、これまで測定精度・感度について十分な検討がなされておらず、実際にはあまり利用されていなかった。この方法においては、測定された回折像強度分布のダイナミックレンジの大きさが重要で、位相測定の感度と精度に大きな影響を与える<sup>3)</sup>。そこで、ダイナミックレンジの大きい冷却 CCD カメラを物体のフーリエ回折像強度分布の撮像に用い、このデータから光波の位相分布の推定を行った。

ここでは位相回復アルゴリズムとして、Error-Reduction Algorithm と Hybrid Input-Output Algorithm、さらにこれらの組み合わせ等を検討した。なお、本研究の一部は文部省科研費の援助により行われた。

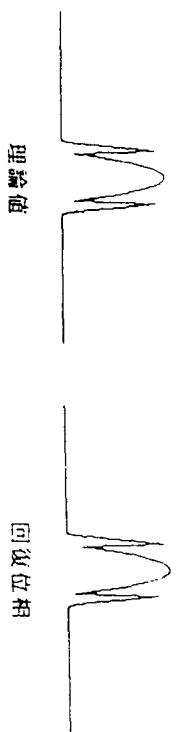


Fig. 球面波の位相分布

- 1) J.R.Fienup, Appl.Opt. 21, 2578-2769 (1982)
- 2) T.Iwai and H.Masui, Opt.Comm. 72, 195-201(1989)
- 3) S.Komatsu and J.C.Dainty, Appl.Opt.Digest, 293-294(1990)

## 資料3：

# Phase Distribution Measurement Using Fourier Iterative Algorithms

## - Improvement with Chilled CCD Camera -

H. Koyanagi, K. Higuma and S. Komatsu : Topical Meeting of the International Commission for Optics on Frontiers in Information Optics (ICO'94, Kyoto)、4P-25、Meeting Digest、263、1994年4月6日

**PHASE DISTRIBUTION MEASUREMENT  
USING FOURIER ITERATIVE ALGORITHMS  
- IMPROVEMENT WITH CHILLED CCD CAMERA -**

Haruki Koyanagi, Kaoru Higuma and Shinichi Komatsu

Department of Applied Physics, Waseda University  
3-4-1, Okubo, Shinjuku, Tokyo 169, Japan

It is known that the phase distribution of a transparent object can be recovered from a measured Fraunhofer diffraction pattern by using the Fourier iterative algorithms.<sup>1,2)</sup> Although this method provides simple means for phase distribution measurement, the accuracy and sensitivity of the measurement have not been fully examined.

To make this method practical the width of dynamic range for recording the diffraction pattern is crucial because it determines the accuracy and sensitivity of phase recovery.<sup>3)</sup> Hence, in order to achieve phase restoration with high sensitivity, we applied a chilled CCD camera with wide recording dynamic range to measuring the diffraction intensity patterns.

Error-reduction algorithm and/or Hybrid Input-Output algorithm were adopted and fairly satisfactory results like Fig.1 were obtained experimentally.

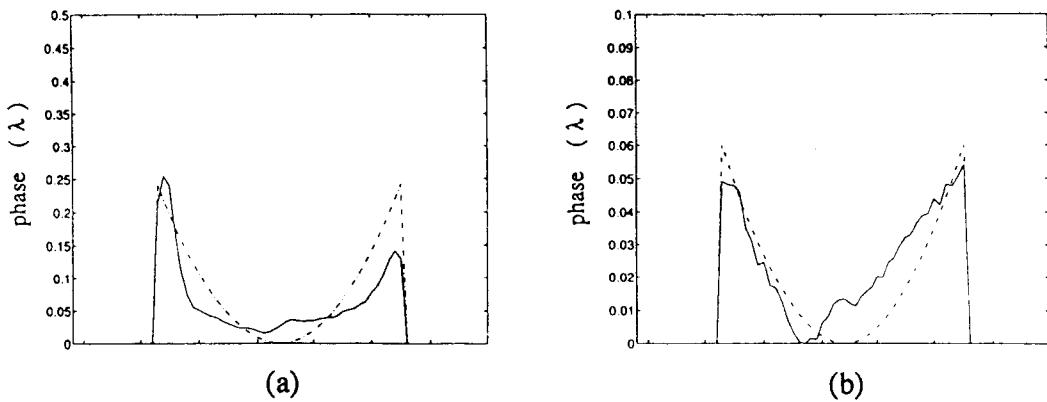


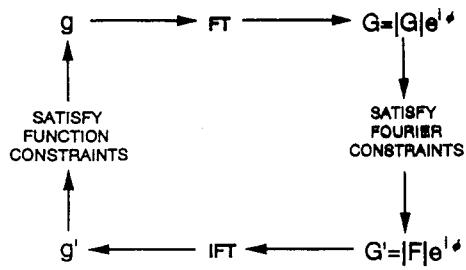
Fig.1 Restored phase distributions of spherical waves whose peak-to-peak phase differences are  
(a)  $\lambda/4$  and (b)  $\lambda/16$ . RMS errors are approximately  $\lambda/20$  and  $\lambda/100$  respectively.

- 1) J.R.Fienup, Appl.Opt., **21** (1982) 2578-2769.
- 2) T.Iwai and H.Masui, Opt.Comm, **72** (1989) 195-201.
- 3) S.Komatsu and J.C.Dainty, Appl.Opt.Digest, (1990) 293-294;  
H.Koyanagi, H.Ohkubo and S.Komatsu, Preprint of JSAP (Autumn 1993) 882.

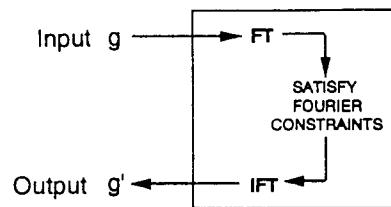
# 1. Introduction

It is known that phase distribution of transparent object can recovered from a measured Fraunhofer diffraction pattern by using the Fourier iterative algorithms. Although this method provides simple means for phase distribution measurement, the accuracy and sensitivity of the measurement have not been fully examined.

To make this method practical the width of dynamic range for recording the diffraction pattern is crucial because it determines the accuracy and sensitivity of phase restoration. Hence, in order to achieve phase restoration with high sensitivity, we applied a chilled CCD camera with wide dynamic range to measuring the diffraction intensity patterns.



(a) Error-reduction algorithm



(b) Hybrid input-output algorithm

$$i) \quad G_k(u) = |G_k(u)| \exp [i\phi_k(u)] = \mathcal{F}[g_k(x)]$$

$$ii) \quad G_k(u) = |F(u)| \exp [i\phi_k(u)]$$

$$iii) \quad g'_k(u) = |g'_k(x)| \exp [i\theta_k(x)] = \mathcal{F}^{-1}[G'_k(u)]$$

$$iv) \quad g_{k+1}(x) = \begin{cases} g'_k(x) & x \notin \gamma \\ 0 & x \in \gamma \end{cases}$$

$$iv') \quad g_{k+1}(x) = \begin{cases} g'_k(x) & x \notin \gamma \\ g_k(x) - \beta g'_k(x) & x \in \gamma \end{cases}$$

$$E_{ok} = \sqrt{\sum_{x \in \gamma} |g'_{k+1}|^2 / \sum |g'_{k+1}|^2},$$

$$RMS = \sqrt{\sum (\theta' - \theta)^2 / N} / 2\pi$$

Fig. 1 Fourier Iterative Algorithms

## 2. Computer Simulation

We investigated the relations between quantization levels of Fourier intensity distributions and RMS errors of restored phase by a computer.

Algorithms that we used is :

HIO 100 + ER 200

( $\beta = 0.5$ )

Fig. 2 shows phase distributions and fig. 3 shows the simulation results.

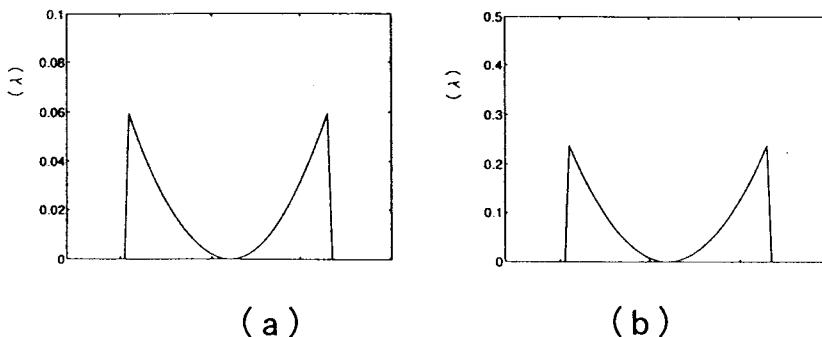


Fig. 2 Phase distributions of spherical waves whose peak-to-peak phase differences are (a)  $\lambda/16$  and (b)  $\lambda/4$ .

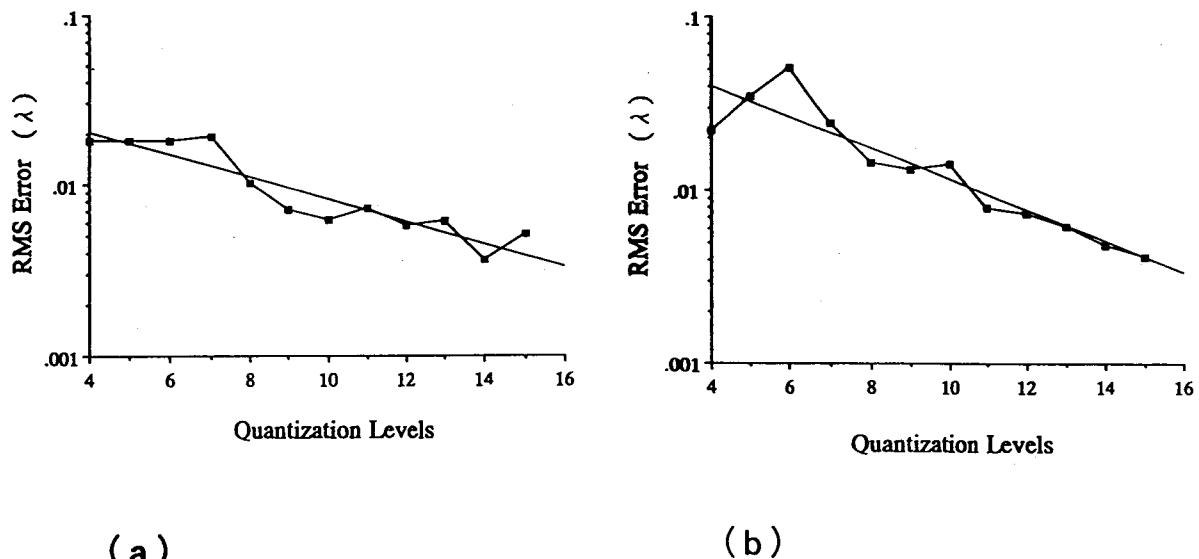


Fig. 3 Relations between quantization levels and RMS errors of restored phase.

### 3. Experiment 1

From the Fourier intensity distributions of plane wave and two spherical waves with different radius of curvature, we restored their phase distributions and calculated their RMS errors. Fig. 4 and Fig. 5 show the optical systems for these experiments. Fig. 7, 8 and 9 show the results.

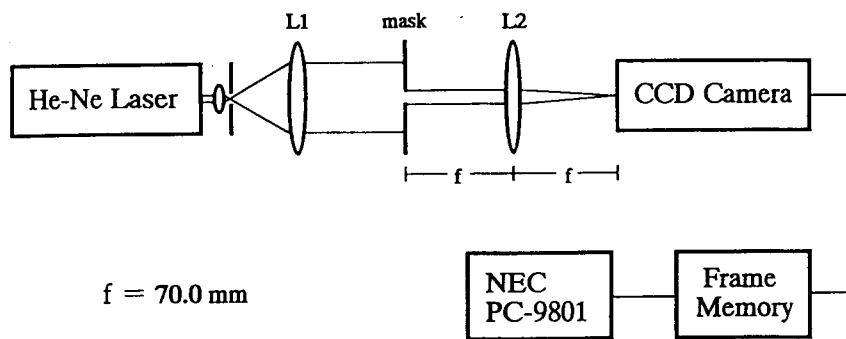


Fig. 4 Optical system1 (for plane wave)

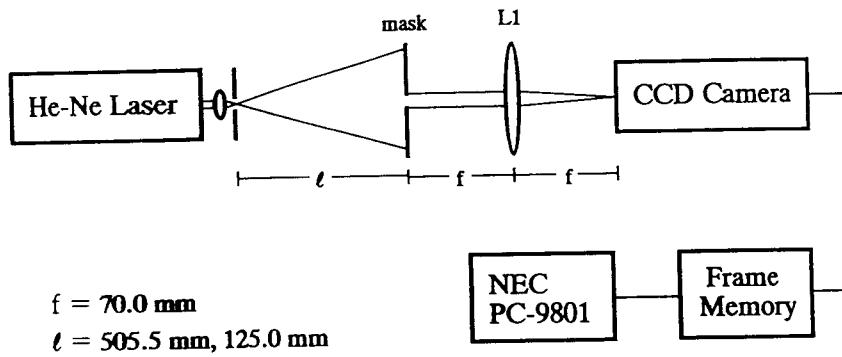


Fig. 5 Optical system2(for spherical waves)

chilled CCD camera :

A/D definition      12 bit

temperature of chips    -30°C

pixel size             $13\text{ }\mu\text{m} \times 13\text{ }\mu\text{m}$

frame memory :      16 bit

sampling space in the object domain :

$\lambda f/N\Delta u = 8.87\text{ }\mu\text{m}$        $\lambda$  : wave length

f : focus length

N : sampling number

$\Delta u$  : sampling space in the Fourier domain

algorithms we used is :

HIO 200 + ER 100

( $\beta=0.5$ )

and initial estimate is random distribution.

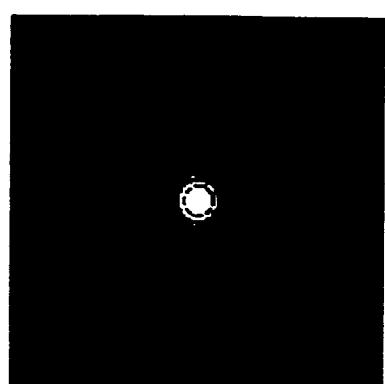
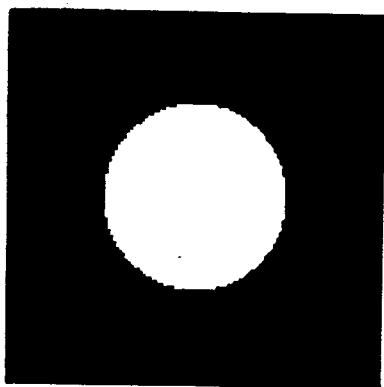
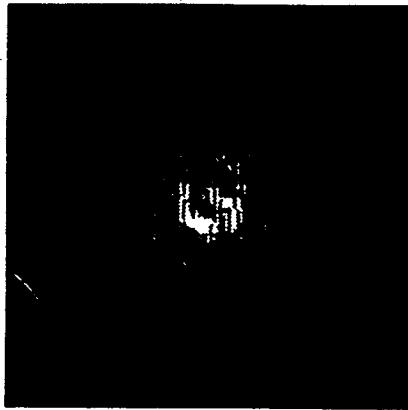
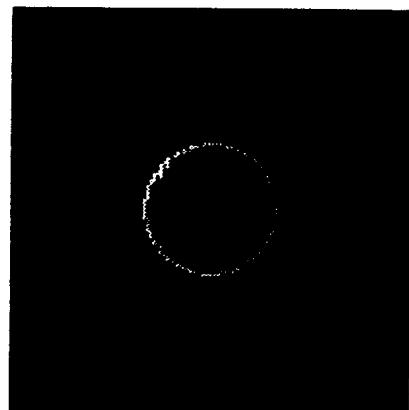


Fig. 6 Constraints : Object domain and Fourier domain

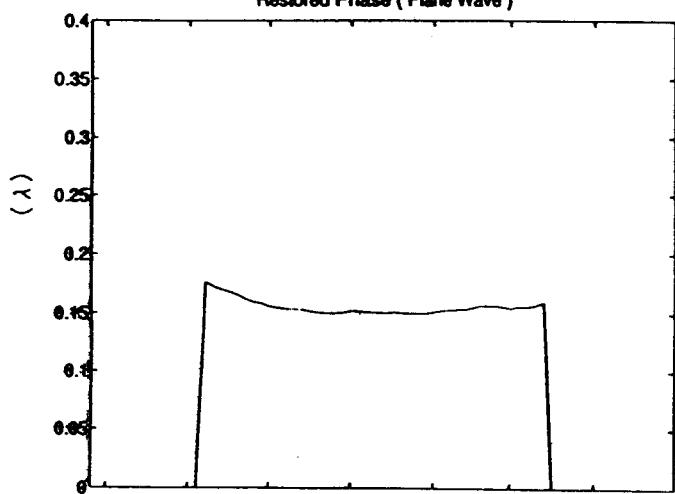
**Modulus**



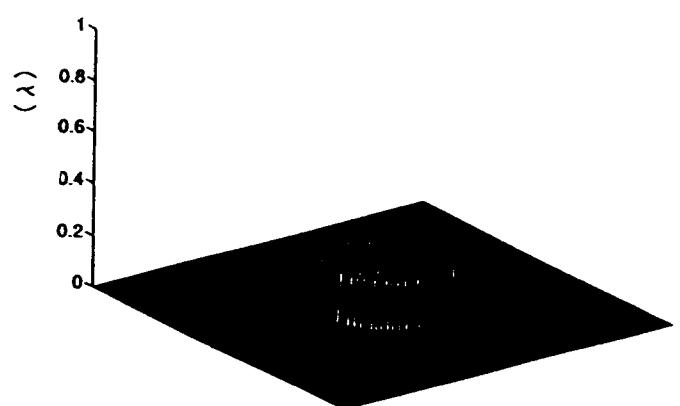
**Phase**



**Restored Phase ( Plane Wave )**



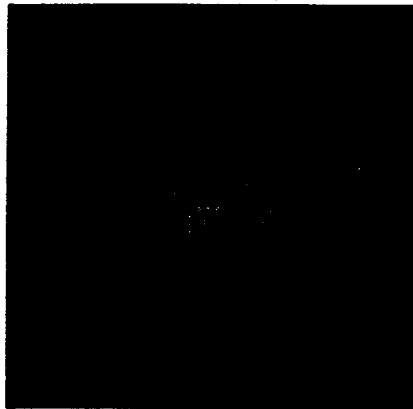
**Restored Phase ( Plane Wave )**



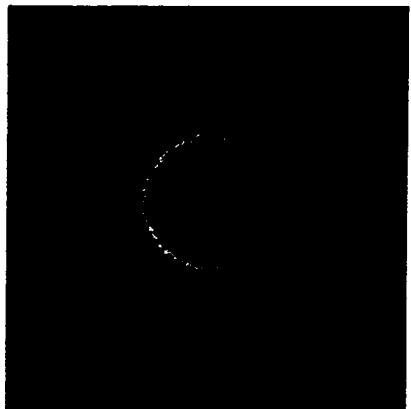
$E_{0300}$	RMS Error ( $\lambda$ )
0.071253	0.014307

Fig. 7 Restored Phase and Modulus of plane wave

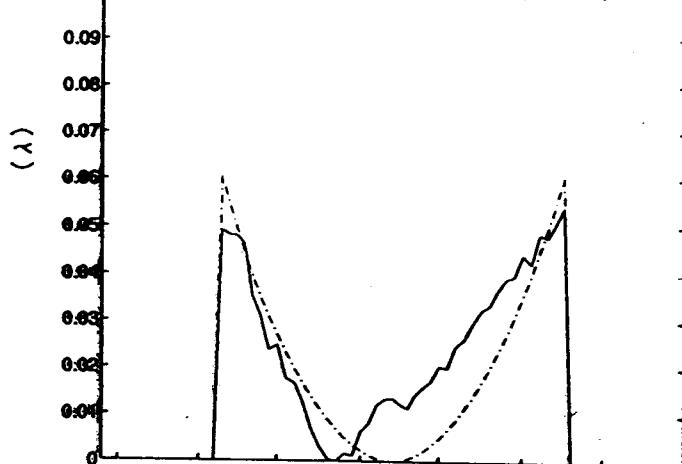
**Modulus**



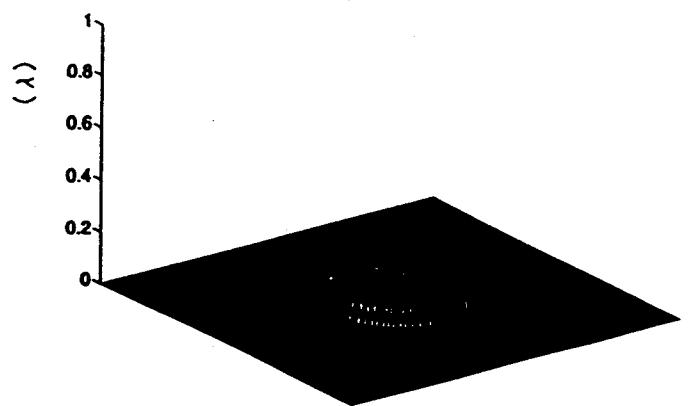
**Phase**



**Restored Phase ( Spherical Wave )**



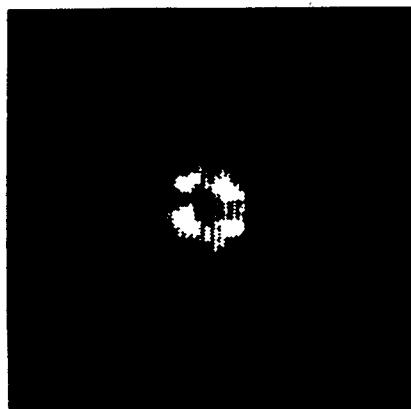
**Restored Phase ( Spherical Wave )**



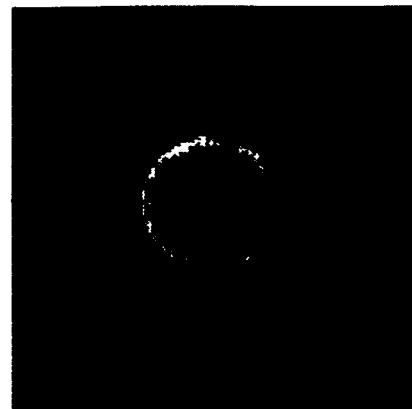
E <sub>0300</sub>	RMS Error ( $\lambda$ )
0.075718	0.010516

**Fig. 8 Restored Phase and Modulus of spherical wave  
(phase difference is  $\lambda/16$ )**

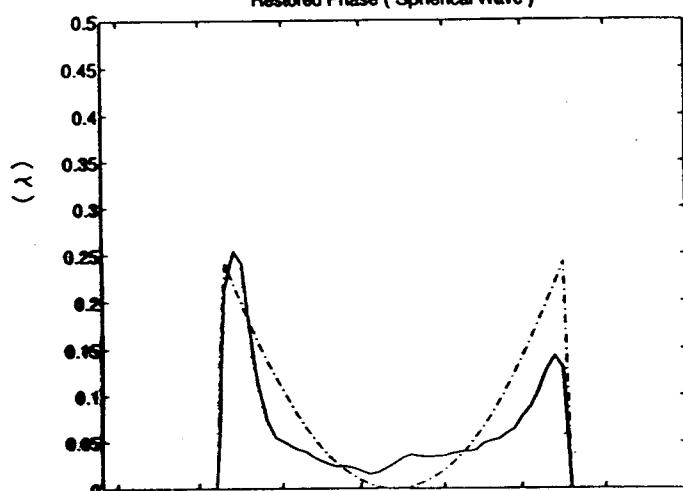
Modulus



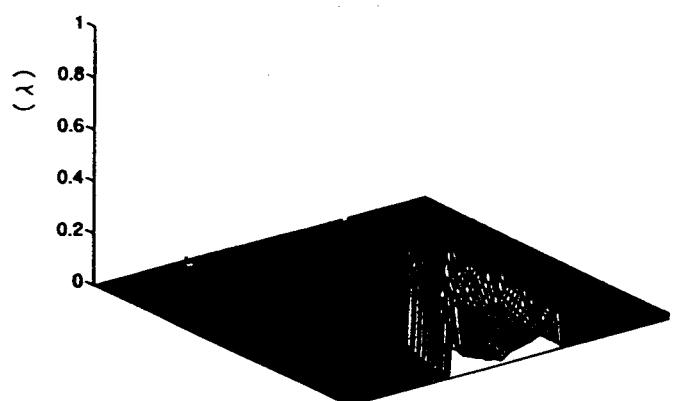
Phase



Restored Phase ( Spherical Wave )



Restored Phase ( Spherical Wave )



$E_{0300}$	RMS Error ( $\lambda$ )
0.077626	0.058523

Fig. 9 Restored Phase and Modulus of spherical wave  
(phase difference is  $\lambda/4$ )

## 4. Experiment 2

We applied this method to the phase object(fig.11) practically. Fig.10 shows the optical system for this experiment, and fig.13, 14 and 15 show the restored results.

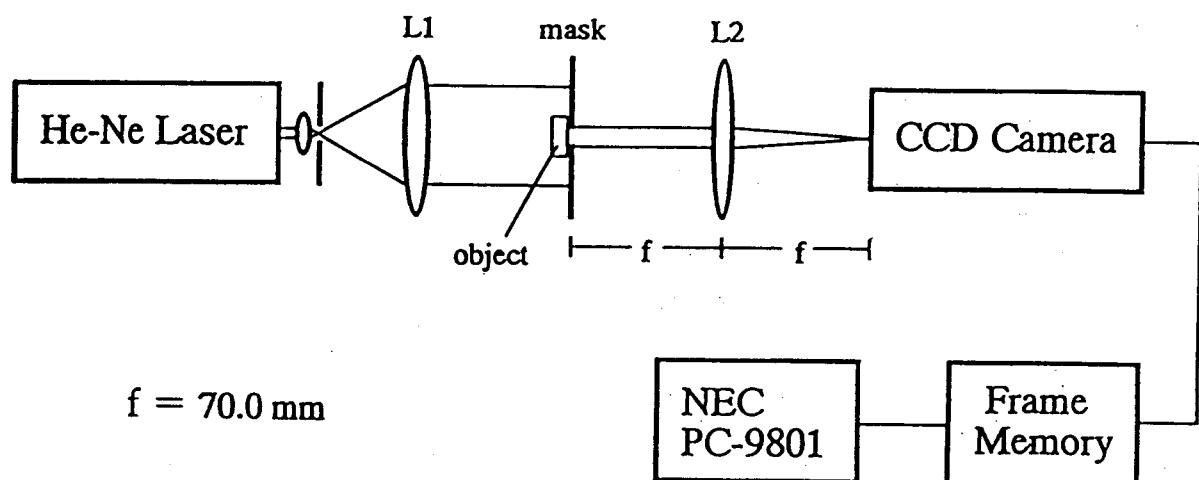


Fig. 10 Optical system 3

Algorithms that we used is :

HIO 200 + ER 300

( $\beta=0.5$ )

and initial estimate is random ditribution.

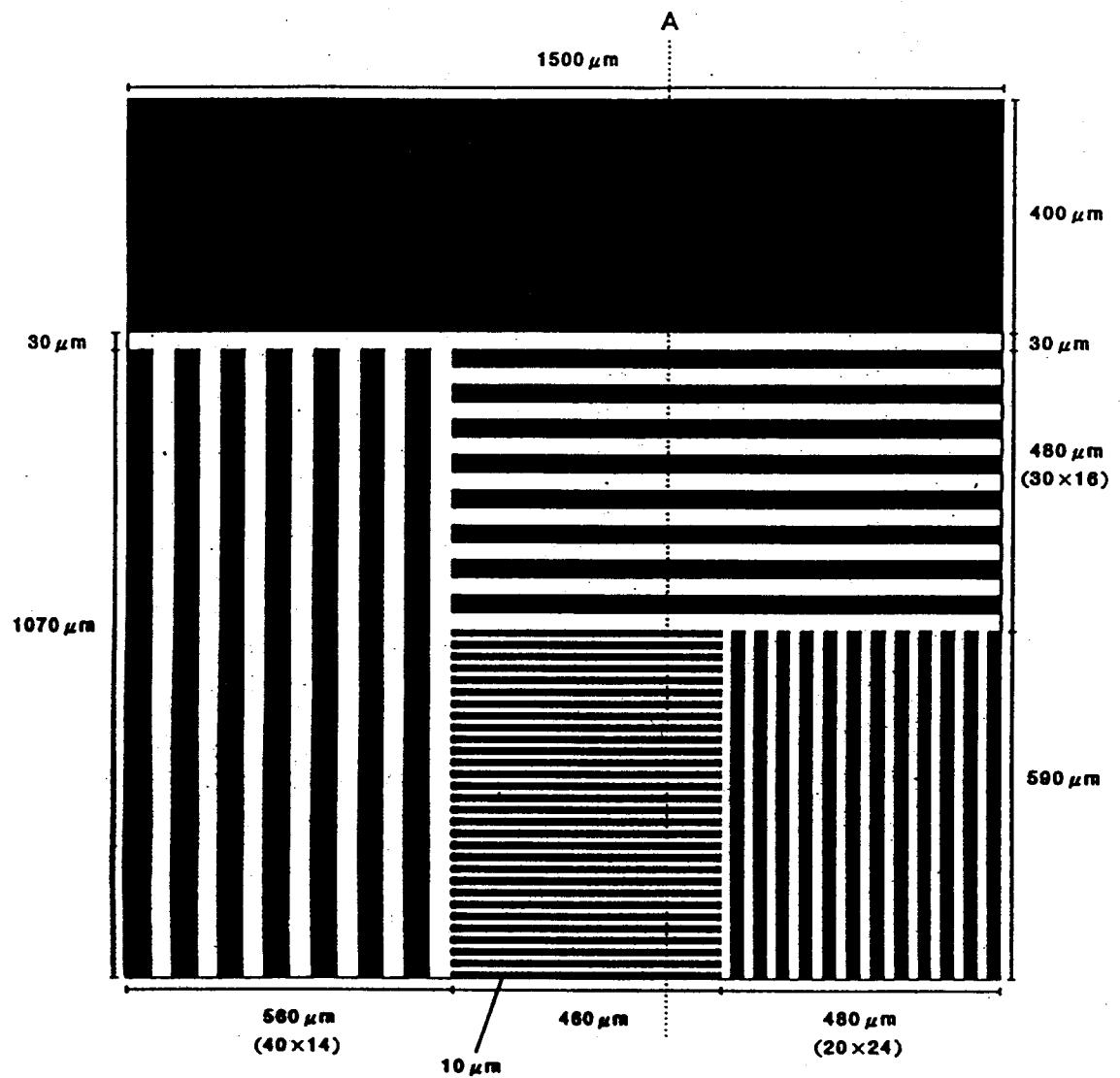
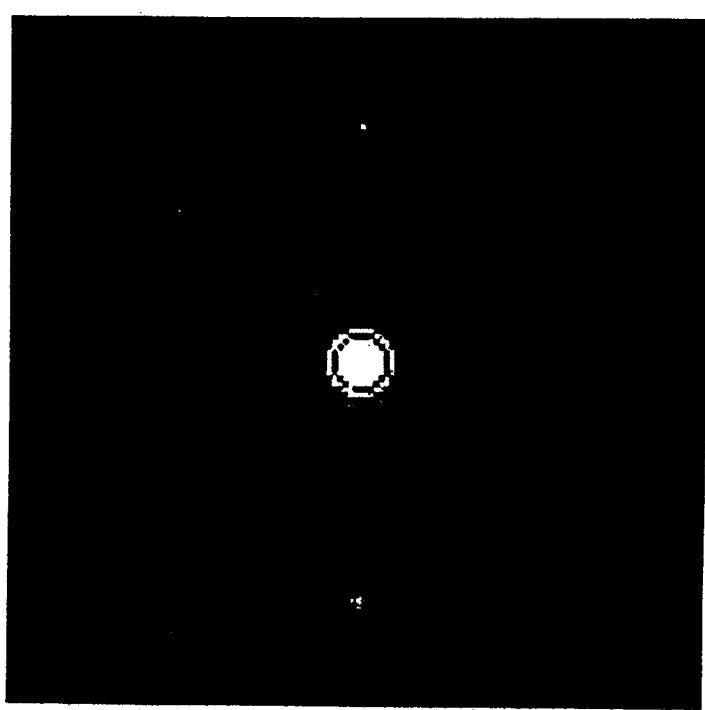
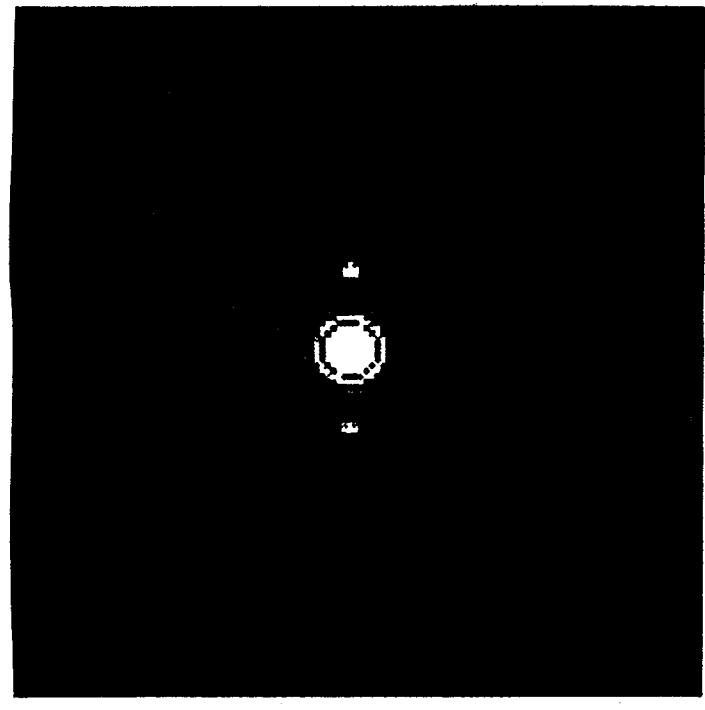


Fig. 11 Phase Object



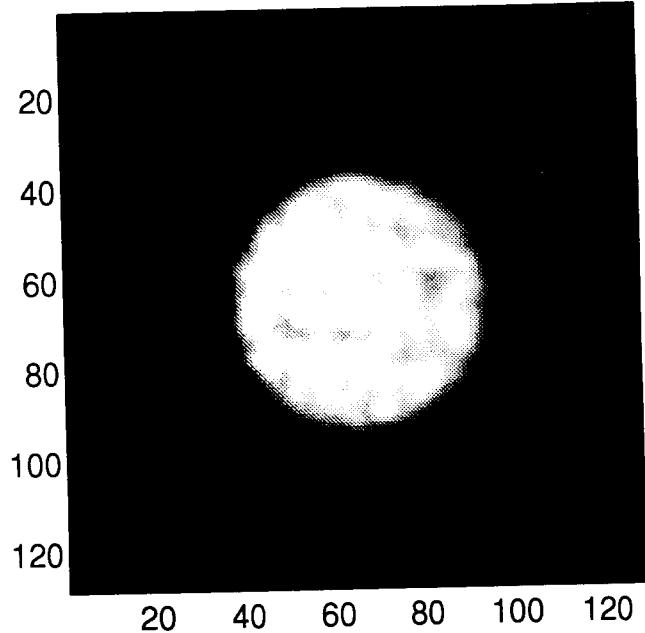
object 1



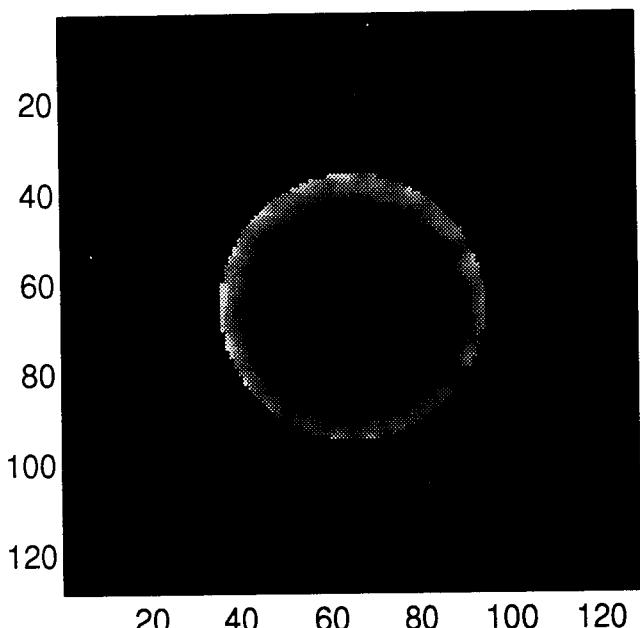
object 2

Fig. 12 Measured diffraction patterns of phase object

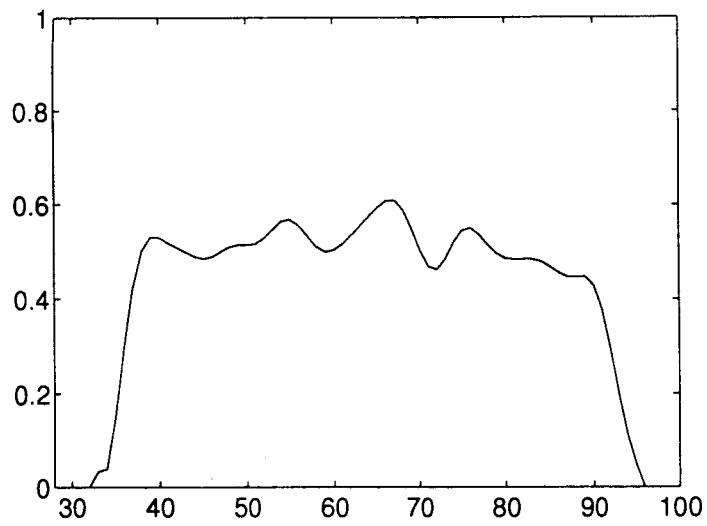
Restored Modulus



Restored Phase



Restored Modulus



Restored Phase

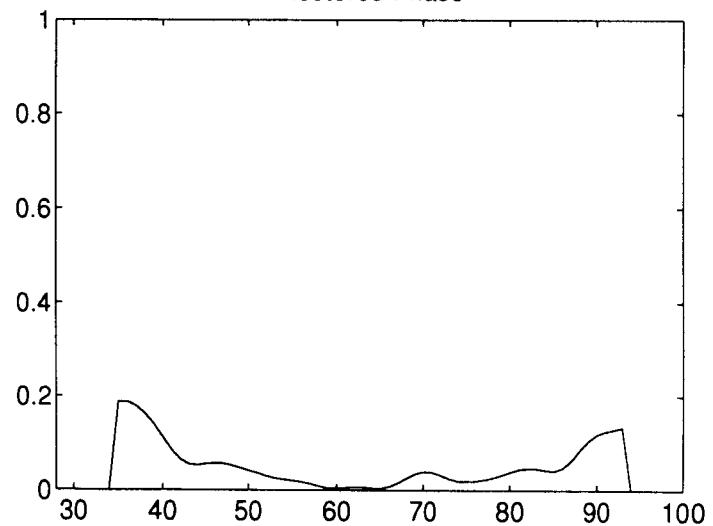


Fig. 13 Restored phase and modulus of incident wave.

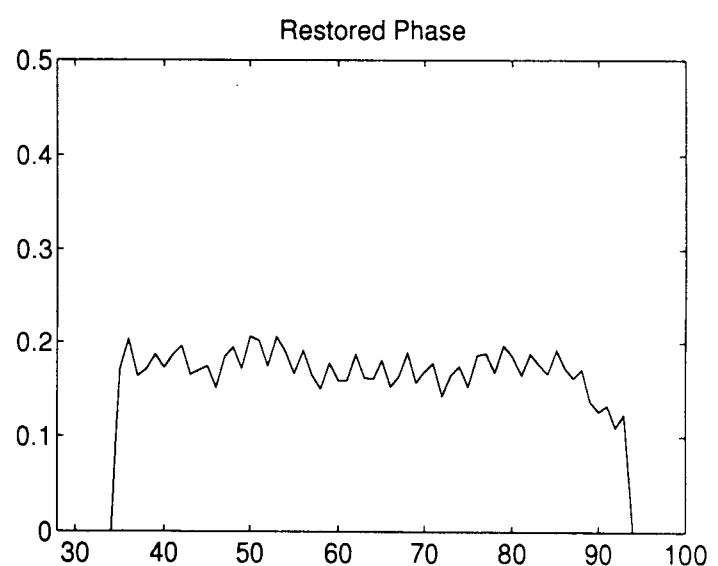
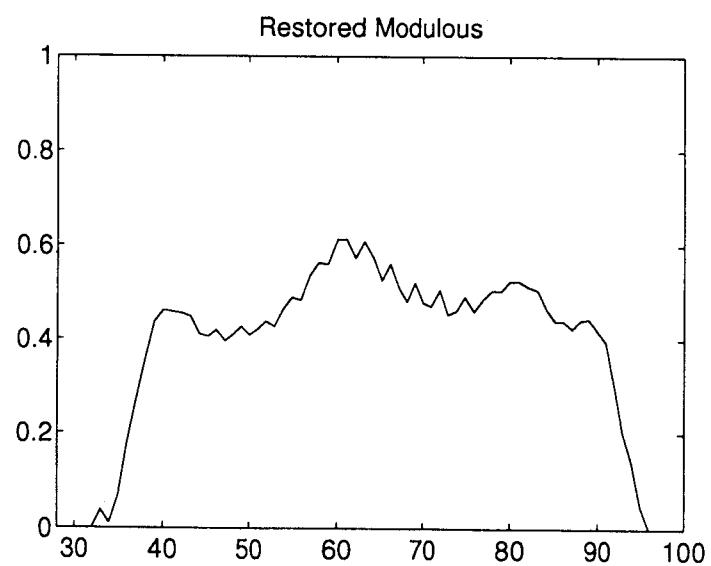
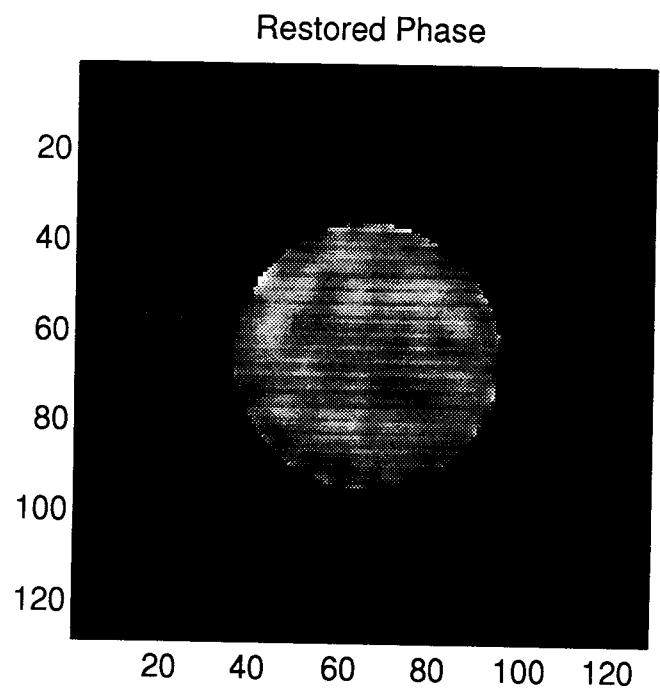
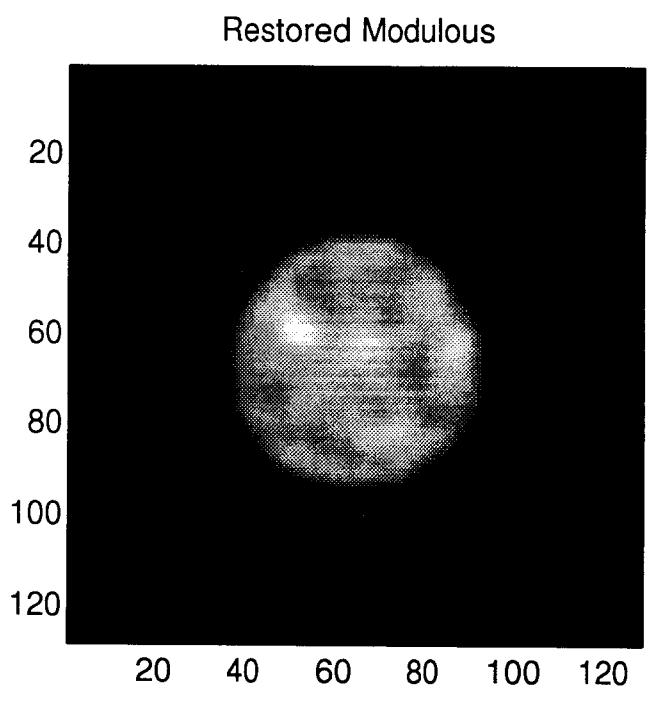
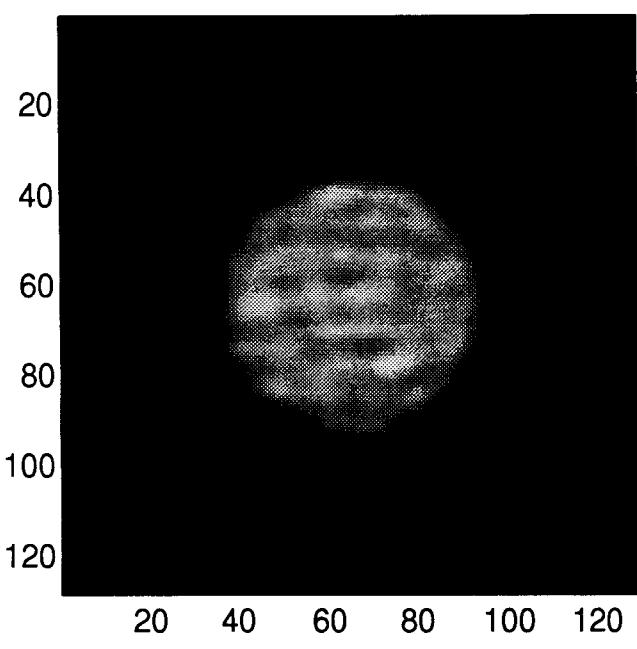
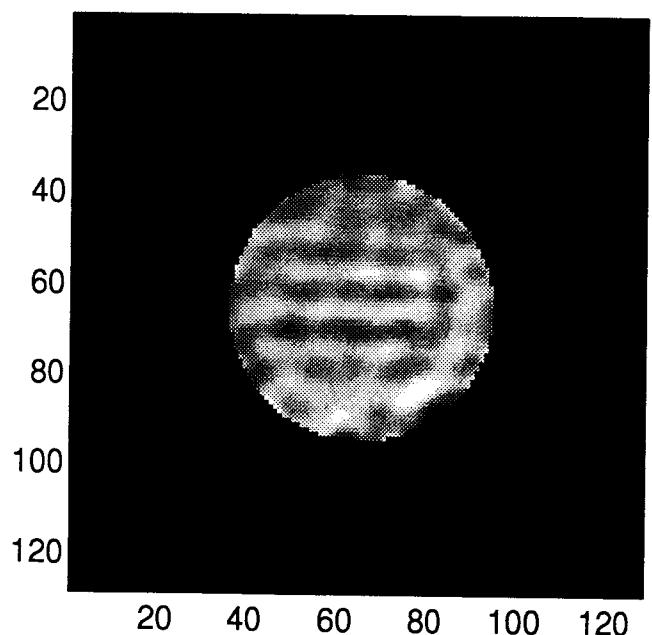


Fig. 14 Restored phase and modulus of phase object 1.

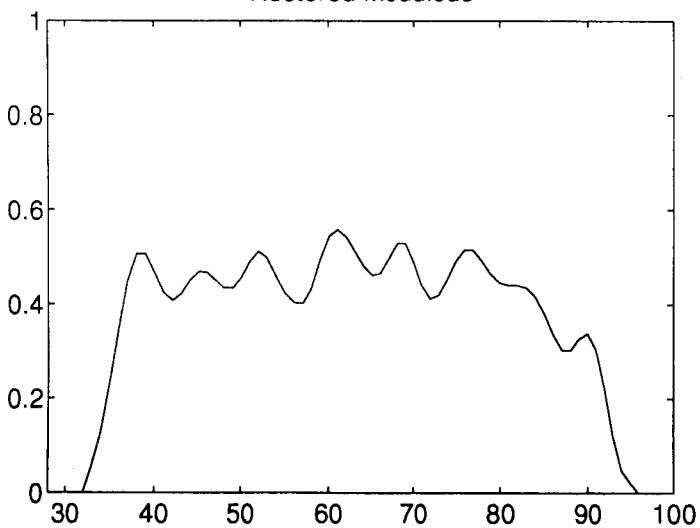
Restored Modulus



Restored Phase



Restored Modulus



Restored Phase

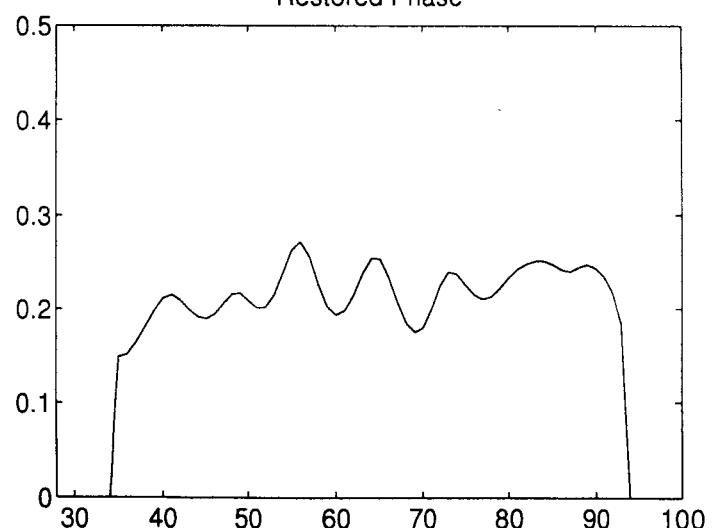


Fig. 15 Restored phase and modulus of phase object 2.

## 5. Conclusion

- a) We showed that we can restored phase distributions of object with high accuracy and sensitivity by using a chilled CCD camera which has wide dynamic range.
- b) Also we showed that this method is effective to measuring the phase distributions of minimus object.

## 資料 4 :

Estimation of a 2D Phase Distribution Using a Fourier Iteration Method : Effect of the Number of Quantization Levels and Minimum Detectable Level

S.Komatsu and J.C. Dainty, Appl.Opt.Digest, (1990) 293-294

# Estimation of a 2D Phase Distribution Using a Fourier Iteration Method: Effect of the Number of Quantization Levels and Minimum Detectable Level

S. Komatsu\* and J. C. Dainty

Optics Section, The Blackett Laboratory, Imperial College  
Prince Consort Road, London SW7 2BZ

## 1. Introduction

By using the measured values of a point spread function as the image plane constraint of the Gerchberg-Saxton algorithm, the pupil function of a lens can be estimated iteratively for almost all cases. In this study, the effect of the finite accuracy of the measured data on the estimation error is examined with computer simulation, and several methods are proposed to reduce the estimation error.

## 2. Spherical Aberration

The spherical aberration of a single plano-convex lens is taken as the first example. The relation between the finite number of quantization levels  $Q$  and the rms error of the estimated pupil phase is shown in Fig.1 for a lens of reasonable size ( $F/11$ ,  $f=220\text{mm}$ ; marginal focus), where the peak to peak value of the aberration is about  $2\lambda$  ( $\lambda = 633 \text{ nm}$ ). For the case of linear input, it is seen that  $Q=8192$  is needed to obtain an accuracy of  $\lambda/100$ , and that ordinary 8 bit digitizing ( $Q=256$ ) gives a rather poor accuracy of  $\lambda/5$ . That is because the point spread function has a sharp central peak. Logarithmic input is found to be effective to reduce the required number of quantization levels, if the zero level is restored properly, i.e., either by subtracting the minimum level,  $1/D$ , (SUB method), or by placing an discriminator in front of the logarithmic amplifier (DIS\_1 and DIS\_2 methods), and only if  $1/D$  can be made sufficiently low, in other words SNR is sufficiently high. In DIS\_1 method discrimination level is set equal to  $1/D$ , and in DIS\_2 method to  $0.5/D$ . For example, if the dynamic range  $D$  is as high as 4096, only 16 level digitizing is enough to obtain an accuracy better than  $\lambda/30$ .

## 3. Step Distribution

A step phase distribution is chosen as the next example. As is usual in most practical cases, the step distribution is assumed to be superposed on a spherical aberration. The net distribution is obtained by subtracting the spherical aberration from the reconstructed total phase distribution. It is found that the subtraction of a reconstructed

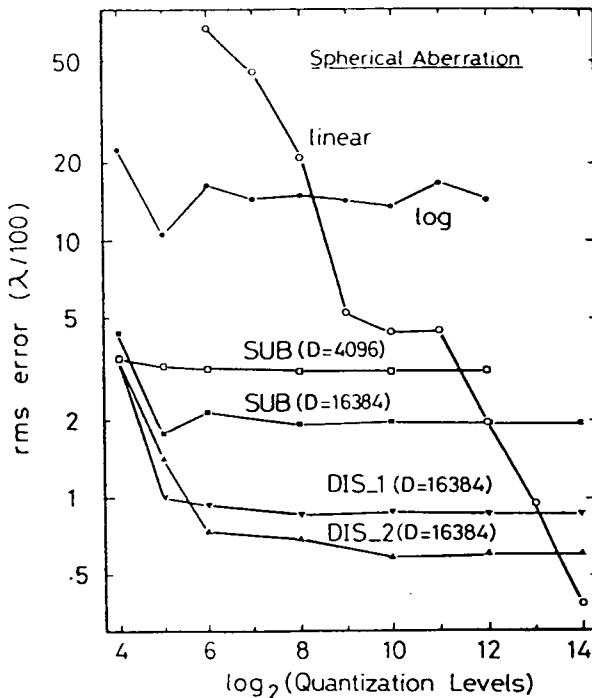


Fig.1 Estimation error vs finite accuracy  
in data acquisition

\* on leave from Waseda University, 3-4-1, Okubo, Shinjuku, Tokyo 169, Japan

aberration, instead of the originally assumed spherical aberration, gives much better results. For example, in the result shown in Fig.2, the rms error can be reduced from  $0.027 \lambda$  to  $0.012 \lambda$ , where the step height is  $0.1 \lambda$ , the spherical aberration is  $1/10$  times the previous one in Fig.1, and SUB method is adopted for data acquisition with  $Q=32$ ,  $D=1024$ . This method can be applied to the thickness measurement of a thin film.

#### 4. Irregular Distribution

As an example of irregular phase distributions, a human face is chosen, which is shown in Fig.3(a) as a  $64 \times 64$  array of 4 bit data. The peak to peak value of the phase distribution is set for  $0.3 \lambda$ . Figures 3(b) and 3(c) show two typical results which are obtained by SUB method with  $Q=32$ ,  $D=1024$  and  $Q=32$ ,  $D=16384$ . The corresponding rms errors are  $0.039 \lambda$  and  $0.019 \lambda$ , respectively. Phase imaging microscopy based on this method is shown to be feasible.

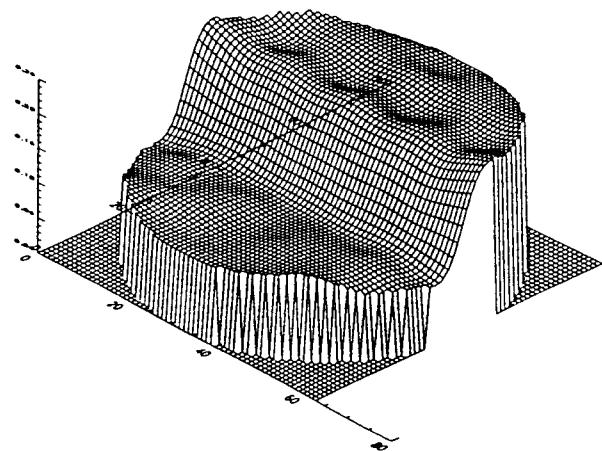
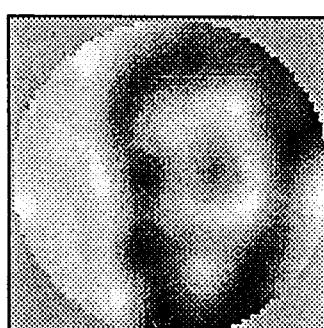


Fig.2 Reconstructed step phase distribution



(a)



(b)



(c)

Fig.3 Reconstructed irregular phase distribution  
 (a) original (b)  $Q=32$ ,  $D=1024$  (c)  $Q=32$ ,  $D=16384$

#### References

1. W.O.Saxton, *Computer Techniques for Image Processing in Electron Microscopy* (Academic Press, New York, 1978).