

# 経済時系列データのソフトコンピューティング手法による予測

## Soft Computing Method for Forecast of Economic Time-Series Data

2005年2月

早稲田大学大学院情報生産システム研究科  
生産システム分野 経営工学研究  
和多田淳三教授

松本 義之



## 論文概要

本論文は、ソフトコンピューティングに基づく経済時系列データ予測の研究成果をまとめたものである。ソフトコンピューティングとは、人間が行うような情報処理方法を実現する、新しい情報処理技術のことである。従来の厳密な情報処理と異なり、ソフトコンピューティングでは、あいまいで複雑な現実社会の情報を対象にして、人間が行うのと同じように取り扱う。過度の精密性を避けて、実用的な処理を目指す情報処理技術である。本論文では、ソフトコンピューティング手法のうち、カオス理論による時系列データ予測を基本として、ファジィ理論・遺伝的アルゴリズムなどを使用し、経済時系列データに基づく実用的な予測方法を研究している。さらに、これらの手法と Wavelet 解析法を組み合わせて予測精度を向上させる研究を行っている。

経営・経済分野において、予測システムは重要である。生産計画やマーケティングに関する意思決定が、市場の売り上げを予測して行われている。製品に対する需要が低く予測されたとすると、その製品を販売する機会が失われてしまう。逆に需要を過大評価すると、在庫や補完費用が増大し、企業の収支を圧迫する危険性がある。また、証券・金融市場においては、予測が企業の収支に直結する場合がある。生命保険会社・損害保険会社・普通銀行などの機関投資家は、利益を上げる目的で株式や債券に大口の運用を行い、常に資本市場に参加している。これらの企業は、顧客から集めた資金を元手に株式投資などを行い、資金を運用する。そのため、常に経済に関わる時系列データの予測を行い、投資を行っている。

時系列データの予測において、良く用いられるモデルは、自己回帰移動平均 (ARMA) モデルである。このモデルは、自己回帰モデルと移動平均モデルを一般化したものである。この ARMA モデルに、非定常性や季節性を含むデータについて、階差や季節階差を用いることで統一的に扱えるようにしたモデルが "Box - Jenkins" モデルと言われるモデルであり、近年における最も著名な時系列予測手法となっている。これらのモデルについて、ランダムウォークと呼ばれる状態がある。この状態では、今期の値は、1 期前の値に攪乱項を加えた値ということになる。これは、1 期前の値さえ判れば今期の値が判ることではない。攪乱項は、ホワイトノイズといわれる確率変数である。つまり、ある一定の幅で変動し、平均すれば 0 になる。つまりランダムウォーク状態にある時系列データは、確率のみに左右され、予測が不可能ということになる。経済・経営時系列データを解析すると、このランダムウォーク状態 (もしくは

ランダムウォークに近い)と診断される場合が多い。

これらの予測手法とは異なる方法として、カオスによる時系列データの予測手法がある。通常、経済・経営時系列データは、非常に複雑な挙動を示す場合が多い。ARモデルなどの線形方程式で、このような複雑・不規則な挙動の時系列データを説明するためには、攪乱項を加える必要がある。この攪乱項は、前述したように予測不可能なランダムの変数であり、予測不可能である。しかし、カオスによる非線形方程式では、このような攪乱項を用いなくても、非常に複雑な変動を作り出せることが知られている。しかも、その変動は、決定論で記述されるという特徴がある。もし、複雑な挙動をしている時系列データにカオス性があり、その背後にある何らかの決定論的規則性を見出すことができれば、未来を予測することが可能になる。

経済・経営時系列データで、カオスモデルで表現できる時系列データが存在すれば、同様に決定論に従っているため、予測可能となる。そこで、数々の経済・経営時系列データについて、カオス性の検証を行う研究がなされた。金・銀相場、貨幣供給、GNPの変動などについては、低次元のカオス性の可能性が見つかったと報告された。しかし研究が進むにつれて、カオス性に否定的な見解が多く見られるようになった。たとえばGNPの変動については、カオス性とは言えないという報告が圧倒的である。現在でも論争は続いているが、確定的な結論は出ていない。筆者らは、経済・経営時系列データの多くは、低次元のカオス性を持つものではないと考えている。しかし、カオス性が全く無いわけではなく、より高次元のカオス性の可能性があると考えている。つまり、従来のカオス予測法では、予測は困難であるが、カオス予測法を改良することで、ある程度の予測は可能と思われる。本論文では、様々な方法を用いてカオス予測の精度の向上を図っている。

(1) カオスによる予測を改良する1つの方法が、関連データの同時埋め込みである。予測しようとする時系列データ以外に、その時系列データの挙動に影響を与える別の時系列データを同時に埋め込むことによって、より強いアトラクタが現れ、その結果、予測精度も向上すると考えた。また、(2) カオスによる予測を行う場合、データの再構成を行う必要があるが、その部分にファジィ推論を使用して、予測精度を向上させようと考えた。ファジィ推論の基となるファジィ理論は、L.A.Zadehにより1965年に提唱されている。この理論は、集合の特性関数を拡張したメンバシップ関数を用いて、あいまいな情報を取り扱うことを可能にした理論である。また、(3) このファジィ推論では、メンバシップ関数のチューニングが問題となるが、ここでは遺伝的アルゴリズム(GA)を用いることにより、その問題を解決している。遺伝的アルゴリズムは、1975年にJ.H.Hollandによって提案された生物の進化のメカニズムをモデル化したもので

ある．このアルゴリズムは，遺伝子を持つ個体が集団を形成し，交差や突然変異を繰り返すことによって環境に適応した個体を残すものである．対象となる問題を遺伝子で表現し，その問題の目的関数を評価関数として与えることで，様々な最適化問題の解の探索が可能となっている．また，(4) 時系列データそのものを分割して，分割した時系列データを予測する方法も提案している．つまり，オリジナルの時系列データのカオス性は低くても，分割することにより，カオス性が高い部分を抽出することが可能であり，予測しやすくなる考えた．ここでは，Wavelet 変換を用いて，時系列データを分割している．Wavelet 変換は，1980 年代初頭に J.Morlet によって考案された時間・周波数解析手法である．また，1988 年に I.Daubechies による連続な直交ウェーブレットが発表されてから，広く注目されるようになった．これまで使われてきたフーリエ変換と異なり，時間と周波数の両面から時系列解析が可能となっている．このウェーブレット変換を使用することにより，カオスによる時系列予測の精度向上を図っている．

最後に本論文の構成を説明する．

第 2 章では，第 3 章以降で用いる各手法を説明する．本論文の基礎となっているカオス理論を説明し，カオスによる時系列データ予測法についても説明する．また，予測精度の向上に用いたファジィ理論・ウェーブレット理論についても説明する．

第 3 章では，関連データを用いたカオスによる時系列データの予測について提案する．関連データを用いることで，目的のデータのみでカオス予測を行うよりも予測精度が向上することを示す．具体的には，東京証券取引所の日経平均株価を予測するために，円ドル為替レートを関連データとして用いている．また，企業の株価を予測するために，同一業種のお他企業の株価を関連データとして用いた結果も示している．また，それに先だって，企業の株価データがカオス性を有するかどうかを判定する為の，相関次元測定法について，移動平均を使った測定法を提案している．

第 4 章では，ファジィ推論法を用いたカオスによる時系列データ予測について提案する．ファジィ推論を用いることにより，更に精度が向上することを示す．予測データとしては，第 3 章と同じく，東京証券取引所の日経平均株価を用いている．また，ファジィ推論で用いたメンバシップ関数のチューニング手法として，遺伝的アルゴリズムを提案している．遺伝的アルゴリズムを用いることで，効率的にメンバシップ関数のチューニングが可能であることを示している．

第 5 章では，Wavelet 変換を用いたカオスによる時系列データ予測について提案する．最初に，分割した時系列データについて，カオス性の高い部分を抽出できることを示す．また，分割した時系列データを予測した後，オリジナルの

時系列データに復元する方法も提案する．

最後に第 6 章は，結びとして論文全体を総括し，本研究によって得られた成果を示す．

## 本論文に関する発表論文

No.	論文題目	著者名	発表雑誌名	本論文との対応
1	関連データを同時に埋め込んだカオスによる短期予測に関する研究	松本義之 和多田淳三	日本経営工学会、Vol.49、No.4、pp.209-217、1998	第3章2節
2	“Chaotic Short-Term Forecasting on Up & Down Movement of Stock Prices”	Y.Matsumoto J.Watada	2nd Advanced Intelligent Systems Symposium, pp.287-291, 2001	第3章3節
3	“Application of Chaotic Short-Term Forecast to Economics and Business Problem”	Y.Matsumoto J.Watada	VJFuzzy'98: Vietnam-Japan Bilateral Symposium on Fuzzy Systems and Applications, pp.219-225, 1998	第3章4節
4	「ファジィ推論によるカオス短期予測の改善と遺伝的アルゴリズムによるチューニング」	松本義之 和多田淳三	日本知能情報ファジィ学会、2004年2月号、pp.45-52、2004	第4章 2節・3節
5	“Chaotic Short-term Forecasting based on Wavelet Transform”	Y.Matsumoto J.Watada	Joint International Conference on Soft Computing and Intelligent Systems, pp.1-6, 2002	第5章2節
6	“Chaotic Forecast of Time-Series Data Using Inverse Wavelet Transform”	Y.Matsumoto Y.Yabuuchi J.Watada	ISIS2003: 4th Int'l Symposium on Advanced Intelligent Systems, pp.338-341, 2003	第5章3節
7	“Application of Wavelet Transform in Time-Series Data Forecast by Chaotic”	Y.Matsumoto J.Watada	2003 Asia Pacific Symposium on Intelligent and Evolutionary Systems: Technology and Applications, pp.297-302, 2003	第5章3節
8	“Effect of Difference among Mother Wavelet on Functions in Chaotic Forecasting”	Y.Matsumoto J.Watada	International Workshop on Fuzzy Systems & Innovational Computing 2004, pp.33-38, 2004	第5章3節
9	“A Proposal of Chaotic Forecasting Method based on Wavelet Transform”	Y.Matsumoto J.Watada S.Tomozuka	KES'2004, 8th International Conference on Knowledge-Based Intelligent Information & Engineering Systems, pp.159-165, 2004	第5章3節



# 目次

第1章	序論	1
第2章	基本概念	7
2.1	カオス理論	7
2.1.1	カオス性とは	8
2.1.2	カオスによる予測	13
2.1.3	相関次元計測	16
2.2	ファジィ理論	19
2.2.1	ファジィ集合	19
2.2.2	ファジィ集合演算	22
2.2.3	ファジィ関係	26
2.2.4	ファジィ推論	28
2.2.5	多重ファジィ推論	30
2.3	Wavelet解析	33
2.3.1	Wavelet変換	33
2.3.2	離散Wavelet変換	35
2.3.3	多重解像度解析	36
第3章	関連データを用いたカオス短期予測モデル	39
3.1	序言	39
3.2	関連データを用いたカオス予測モデル	40
3.2.1	日経平均株価の予測	40
3.2.2	予測結果	46
3.3	株価データの相関次元計測と増減予測	50
3.3.1	移動平均法を用いた相関次元計測	50
3.3.2	移動平均法を用いた株価の相関次元計測	50
3.3.3	予測結果と相関次元	54
3.4	関連する業種を用いた株価の予測	56
3.4.1	重電大手3社の株価予測	56
3.4.2	予測結果	58
3.5	結言	63

第4章	ファジィ推論を用いたカオス予測法と遺伝的アルゴリズムによるチューニング	65
4.1	序言	65
4.2	ファジィ推論を用いたカオスによる予測	66
4.2.1	日経平均株価の予測	66
4.2.2	予測結果	68
4.3	遺伝的アルゴリズムによるメンバシップ関数の最適化	69
4.3.1	メンバシップ関数のチューニング	69
4.3.2	チューニング結果	72
4.4	結言	75
第5章	Wavelet変換により分割された時系列データのカオス短期予測モデル	76
5.1	序言	76
5.2	Wavelet変換を用いて分割したデータのカオス性	77
5.2.1	TOPIXデータの分割	77
5.2.2	分割したTOPIXデータの相関次元計測	80
5.3	Wavelet変換を利用したカオスモデルによる株価の予測	83
5.3.1	移動Wavelet変換	83
5.3.2	逆Wavelet変換を用いた予測データの復元	84
5.3.3	逆変換を用いたTOPIXデータの予測	85
5.3.4	予測結果	91
5.4	結言	93
第6章	結論	94
	参考文献	96
	謝辞	100
	研究業績一覧	101

# 第1章

## 序論

本論文では、ソフトコンピューティング[44][59][61]に基づく経済時系列データ予測の研究を行っている。ソフトコンピューティングとは、人間が行うような情報処理方法を実現する、新しい情報処理技術のことである。従来の厳密な情報処理と異なり、ソフトコンピューティングでは、あいまいで複雑な現実社会の情報を対象にして、人間が行うのと同じように取り扱う。過度の精密性を避けて、実用的な処理を目指す情報処理技術である。本論文では、ソフトコンピューティング手法のうち、カオス理論[18][42][56]による時系列データ予測を基本として、ファジィ理論[55][64]・遺伝的アルゴリズム[2][17]などを使用し、経済時系列データに基づく実用的な予測方法を研究している。さらに、これらの手法と Wavelet 解析法[4][11][49]を組み合わせることで予測精度を向上させる研究を行っている。

正確で信頼性が高い予測システムは、現代社会において有用である。我々は、毎日のように天気予報を見ている。天気予報は、気象に関する時系列データの予測システムと考えることができる。これらの情報を基に、我々は、日々の事柄に関する意思決定を行っている。また、経営・経済分野においても、予測システムは重要である。生産計画やマーケティングに関する意思決定が、市場の売り上げを予測して行われている。もし予測が正確でない場合、ビジネスに深刻な影響があるであろう。例えば、ある製品に対する需要が低く予測されたとすると、その製品を販売する機会が失われてしまう。シェアを他社に奪われるきっかけとなるかも知れない。逆に需要を過大評価すると、在庫や補完費用が増大し、企業の収支を圧迫する危険性がある。また、証券・金融市場においては、予測が企業の収支に直結する場合がある。生命保険会社・損害保険会社・普通銀行などの機関投資家は、利益を上げる目的で株式や債券に大口の運用を行い、常に資本市場に参加している。これらの企業は、顧客から集めた資金を元手に株式投資などを行い、資金を運用する。そのため、常に経済に関わる時

系列データの予測を行い、リスクを分散することで投資を行っている。このように種々のビジネス分野で、正確で信頼性の高い予測システムの需要は、高いと考えられる。

時間と共に変動するデータのことを時系列データと呼ぶが、この時系列データについて、長年各種の研究手法で予測が試みられてきた。イギリスの統計学者 G.U.Yule は、1920 年代に、太陽黒点の変動数について、時系列モデルを当てはめることを考えた。その手法が極めて上手く予測できることを示した。それ以後、数々の時系列データの予測が試みられたが、最も良く用いられる方法は、自己回帰 (AR) モデル[57][63]と言われる予測モデルである。このモデルは、以下のように定義される。

$$y(t) = \mu' + \phi_1 y(t-1) + \phi_2 y(t-2) + \dots + \phi_p y(t-p) + u_t \quad (1.1)$$

ただし、 $\mu', \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$  はパラメータである。また  $u_t$  は攪乱項と言われる誤差を表す変数である。(1.1)式は、1 期前から  $p$  期前までの過去の  $y(t)$  の加重和と、当期の攪乱項である  $u_t$  から成り立っており、 $p$  次の自己回帰モデル (AR( $p$ )) と呼ばれる。もう一つの重要なモデルとして、移動平均(MA)モデルと呼ばれるモデルがある。この予測モデルは、以下のように定義される。

$$y(t) = \mu + \mu_t - \theta_1 \mu_{t-1} - \theta_2 \mu_{t-2} - \dots - \theta_q \mu_{t-q} \quad (1.2)$$

ただし、 $\mu, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$  はパラメータである。また  $u_t$  は攪乱項である。(1.2)式においては  $y(t)$  が当期から  $q$  期前までの  $1, -\theta_1, -\theta_2, \dots, -\theta_q$  をウェイトとする加重和になっている。このモデルは、 $q$  次の移動平均モデル(MA( $q$ ))と呼ばれる。この AR モデルと MA モデルを同時に含む、より一般的なモデルが自己回帰移動平均 (ARMA)モデルと呼ばれるモデルである。

$$y(t) = \mu' + \phi_1 y(t-1) + \phi_2 y(t-2) + \dots + \phi_p y(t-p) + \mu_t - \theta_1 \mu_{t-1} - \theta_2 \mu_{t-2} - \dots - \theta_q \mu_{t-q} \quad (1.3)$$

ただし， $\mu', \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$  はパラメータである．明らかに(1.3)式は，(1.1)式と(1.2)式を合わせたものになっている．AR 部分の次数が  $p$ ，MA 部分の次数が  $q$  なので，通常 ARMA( $p, q$ )モデルと言われる．この ARMA モデルに，非定常性や季節性を含むデータについて，階差や季節階差を用いることで統一的に扱えるようにしたモデルが "Box – Jenkins" モデル[6]と言われるモデルであり，近年における最も著名な時系列予測手法となっている．

これらの自己回帰移動平均モデルにおいて，ランダムウォークと呼ばれる状態がある．例えば，一番簡単な AR(1)モデルにおいて，

$$y(t) = y(t-1) + u_t \quad (1.4)$$

の状態をランダムウォークという．この(1.4)式によると，今期の値は，1期前の値に攪乱項  $u_t$  を加えた値ということになる．これは，1期前の値さえ判れば今期の値が判るということではない．攪乱項  $u_t$  は，ホワイトノイズといわれる確率変数である．つまり，ある一定の幅で変動し，平均すれば0になる．つまりランダムウォーク状態にある時系列データは，確率のみに左右され，予測が不可能ということになる．経済・経営時系列データを解析すると，このランダムウォーク状態(もしくはランダムウォークに近い)と診断される場合が多い．

これらの予測手法とは異なる方法として，カオスによる時系列データの予測手法がある[3][28][29][43][45]．通常，経済・経営時系列データは，非常に複雑な挙動を示す場合が多い．AR モデルなどの線形方程式で，このような複雑・不規則な挙動の時系列データを説明するためには，攪乱項を加える必要がある．この攪乱項は，前述したようにランダムの変数であり，予測不可能である．しかし，カオスによる非線形方程式では，このような攪乱項を用いなくても，非常に複雑な変動を作り出せることが知られている．例えば，下記に示す式は，ロジスティック写像[42]と言われる式である．

$$x(t+1) = 4x(t) \cdot (1-x(t)) \quad (1.5)$$

この式は，変数も少なく，単純であるが，そこから導き出される挙動は，複雑なものである．このようにカオスは，確率過程とは異なる方法で，複雑な挙動を表すことができる．しかも，その変動は，決定論で記述されるという特徴がある．もし，複雑な挙動をしている時系列データにカオス性があり，その背後にある何らかの決定論的規則性を見出すことができれば，未来を予測することが可能になる．実際に，自然科学の分野では，このような例が多数見つかって

いる。有名な例としては、大気の動き、すなわち天候の変動がある。N.Lorenz[23]は、大気の動きを表す微分方程式を厳密に解析し、その方程式に攪乱項が無くても、その挙動は非常に複雑になることを示した。つまり大気の動きは、空間の各点の初期値（気圧・温度・風速など）を与えると、その後の動きは、物理法則に従って決定論的に予測できることになる。同様に、もし経済・経営時系列データで、カオスモデルで表現できる時系列データが存在すれば、同様に決定論に従っているため、予測可能となる。そこで、数々の経済・経営時系列データについて、カオス性の検証を行う研究がなされた。金・銀相場、貨幣供給、GNPの変動などについては、低次元のカオス性の可能性が見つかったと報告された[5][12][13][50]。しかし研究が進むにつれて、カオス性に否定的な見解が多く見られるようになった[1][7][47]。たとえばGNPの変動については、カオスとは言えないという報告が圧倒的である。現在でも論争は続いているが、確定的な結論は出ていない。筆者らは、経済・経営時系列データの多くは、低次元のカオス性を持つものではないと考えている。しかし、カオス性が全く無いわけではなく、より高次元のカオス性の可能性があると考えている。つまり、従来のカオス予測法では、予測は困難であるが、カオス予測法を改良することで、ある程度の予測は可能と思われる。本論文では、様々な方法を用いてカオス予測の精度の向上を図っている。

(1) カオスによる予測を改良する1つの方法が、関連データの同時埋め込みである[30]。予測しようとする時系列データ以外に、その時系列データの挙動に影響を与える別の時系列データを同時に埋め込むことによって、より強いアトラクタが現れ、その結果、予測精度も向上すると考えた。また、(2) カオスによる予測を行う場合、データの再構成を行う必要があるが、その部分にファジィ推論を使用して、予測精度を向上させようと考えた[31]。ファジィ推論の基となるファジィ理論は、L.A.Zadehにより1965年に提唱されている[64]。この理論は、集合の特性関数を拡張したメンバシップ関数を用いて、あいまいな情報を取り扱うことを可能にした理論である。また、(3) このファジィ推論では、メンバシップ関数のチューニングが問題となるが、ここでは遺伝的アルゴリズム(GA)を用いることにより、その問題を解決している。遺伝的アルゴリズムは、1975年にJ.H.Holland[17]によって提案された生物の進化のメカニズムをモデル化したものである。このアルゴリズムは、遺伝子を持つ個体が集団を形成し、交叉や突然変異を繰り返すことによって環境に適応した個体を残すものである。対象となる問題を遺伝子で表現し、その問題の目的関数を評価関数として与えることで、様々な最適化問題の解の探索が可能となっている。また、(4) 時系列データそのものを分割して、分割した時系列データを予測する方法も提案している[34]-[38]。つまり、オリジナルの時系列データのカオス性は低くても、分割す

ることにより，カオス性が高い部分を抽出することが可能であり，予測しやすくなると考えた．ここでは，Wavelet 変換を用いて，時系列データを分割している．Wavelet 変換は，1980 年代初頭に J.Morlet によって考案された時間・周波数解析手法である[40][41]．また，1988 年に I.Daubechies による連続な直交ウェーブレット[10]が発表されてから，広く注目されるようになった．これまで使われてきたフーリエ変換と異なり，時間と周波数の両面から時系列解析が可能となっている．この Wavelet 変換を使用することにより，カオスによる時系列予測の精度向上を図っている．

最後に本論文の構成を説明する．

第 2 章では，第 3 章以降で用いる各手法を説明する．本論文の基礎となっているカオス理論を説明し，カオスによる時系列データ予測法についても説明する．また，予測精度の向上に用いたファジィ理論・Wavelet 理論についても説明する．

第 3 章では，関連データを用いたカオスによる時系列データの予測について提案する．関連データを用いることで，目的のデータのみでカオス予測を行うよりも予測精度が向上することを示す．具体的には，東京証券取引所の日経平均株価を予測するために，円ドル為替レートを関連データとして用いている．また，企業の株価を予測するために，同一業種の企業株価を関連データとして用いた結果も示している[32]．また，それに先だって，企業の株価データがカオス性を有するかどうかを判定する為の，相関次元計測法について，移動平均を使った測定法を提案している[33]．

第 4 章では，ファジィ推論法を用いたカオスによる時系列データ予測について提案する．ファジィ推論を用いることにより，更に精度が向上することを示す．予測データとしては，第 3 章と同じく，東京証券取引所の日経平均株価を用いている．また，ファジィ推論で用いたメンバシップ関数のチューニング手法として，遺伝的アルゴリズムを提案している．遺伝的アルゴリズムを用いることで，効率的にメンバシップ関数のチューニングが可能なことを示している．

第 5 章では，Wavelet 変換を用いたカオスによる時系列データ予測について提案する．最初に，分割した時系列データについて，カオス性の高い部分を抽出できることを示す．また，分割した時系列データを予測した後，オリジナルの時系列データに復元する方法も提案する．

最後に第 6 章は，結びとして論文全体を総括し，本研究によって得られた成果を示す．

本論文の構成図を図 1.1 に示す．

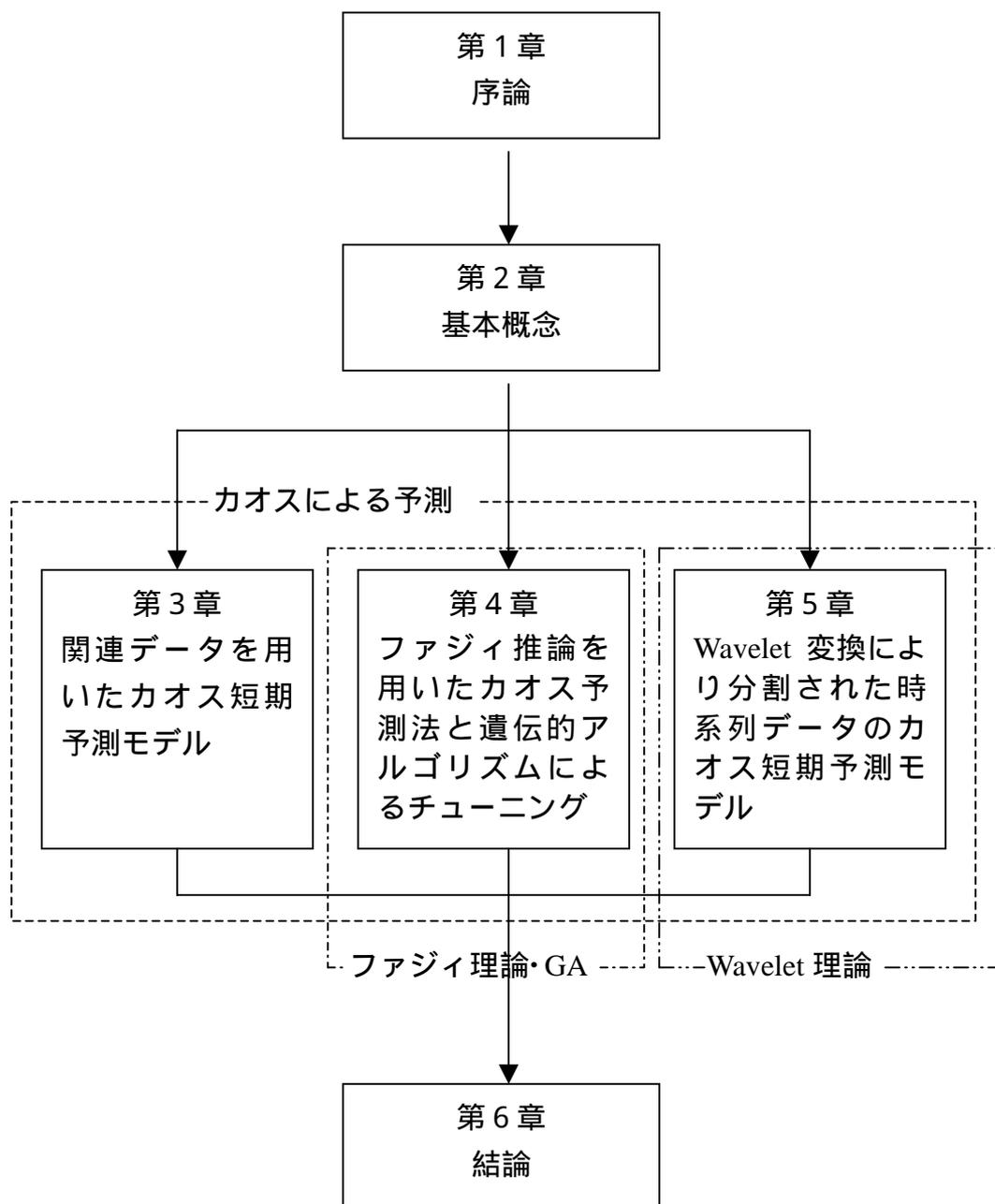


図 1.1 本論文の構成図

## 第 2 章

### 基本概念

本章では、本研究を行うのに必要な基本概念について説明する。本研究では、カオスによる短期予測を改良して、経済・経営分野の時系列データを予測する手法を提案することを目的としている。

2.1 節では、本研究の最も基礎となるカオス理論について説明する。第 3 章・第 4 章・第 5 章では、カオスによる予測法を改良した手法を提案しているが、これらの手法のすべてが本章で述べるカオス理論が基礎となっている。また、カオス性を発見するために必要な相関次元計測方法、カオス性を利用した時系列データの予測法についても説明する。

2.2 節では、ファジィ理論について説明する。ファジィ理論は、人間のあいまいさをコンピュータ上で取り扱うことを可能にした理論である。このファジィ理論の応用例の 1 つにファジィ推論がある。このファジィ推論は、第 4 章において、カオス予測法を改良するために用いている。

2.3 節では、Wavelet 変換について説明する。Wavelet 変換は、時系列データを周波数・時間の両面から解析することができる時系列解析法である。また、周波数ごとに分割した時系列データを、逆変換を用いて、元の時系列データに復元することが可能である。この Wavelet 変換は、第 5 章において、時系列データを分割・復元するために用いている。分割した時系列データをカオス理論で予測することにより、予測精度の向上を図っている。

#### 2.1 カオス理論

事象のカオス性の存在を最初に明らかにしたのは、19 世紀末の数学者 H.Poincare[46]とされている。H.Poincare は 3 つの星が相互作用する系では運動

方程式が解析的には解けないことを示した。その運動を解明するために独自の方法を提案し、複雑な非周期運動（今日カオス性と呼ばれているもの）を発見した。最近のカオス現象が注目されるきっかけとなったのは、1963年に N.Lorenz が発表した論文である[23]。N.Lorenz は、決定的な系からでも非周期的な運動が生じること、また初期条件が僅かでも異なっていれば、時間と共にその誤差が拡大し、まったく違う運動になってしまうこと（初期値敏感性）を明らかにした。カオスという言葉が一般的に使われるようになったきっかけは、T.Y.Li と J.A.Yorke による論文「周期3はカオスをもたらす」が発表されてからである[22]。これ以後、多くの研究者がカオスを研究するようになった。その応用の1つとして、本論文で用いている時系列データの予測がある。この節では、カオスの基本・カオスによる予測・カオスの判定に用いられる相関次元などを説明する。

### 2.1.1 カオス性とは

カオスとは、ギリシア語の *kaos* [keias] よりきた語と言われている。コスモス（秩序）の反対語とされ、日本では通常“混沌”と訳されている。この語感からは、秩序に対して大きく乱れた状態を思い浮かべる。しかし、本論文で取り扱うカオスとは乱れた状態には違いないが、そう大きく乱れた状態ではなく、感覚的には中程度の乱れ方、それも時間と共に不規則的に変化する現象を指す。言い換えれば、「比較的簡単な規則に支配された不規則振動」ということである。これまでの手法では簡単な規則に支配された不規則変動というのは考えにくい。通常の時系列モデルにおいては、不規則変動は、ランダムに変化する確率変数によって、表現されてきた。カオスモデルにおいては、確率変数を使うことなく、不規則変動を表現することができる[42]。

このカオスの典型的な例として、ロジスティック写像がある。ロジスティック写像は、非常に簡単な規則式によって定まっているが、グラフにプロットするとランダムな動きをしているように見える。このロジスティック写像は(1.5)式で表される。この式に使用されている変数は、 $x(t)$ だけであるにも関わらず、非常に複雑な挙動をする。初期値 0.3 から計算されたグラフを図 2.1 に示す。

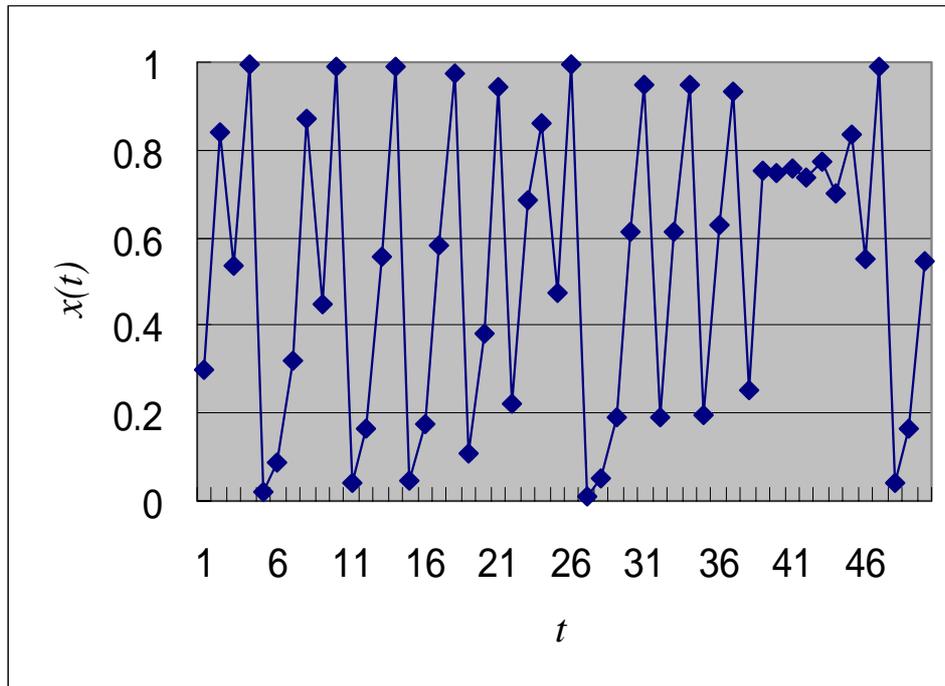


図 2.1 ロジスティック写像

また，他にも同じような不規則変動を示す関数が存在する．

$$\begin{aligned} x(t+1) &= 2x(t) & (0 \leq x(t) \leq 0.5) \\ &= 2 - 2x(t) & (0.5 < x(t) \leq 1) \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} x(t+1) &= 2x(t) & (0 \leq x(t) \leq 0.5) \\ &= 2x(t) - 1 & (0.5 < x(t) \leq 1) \end{aligned} \quad (2.2)$$

(2.1)はテント写像，(2.2)はベルヌーイシフトと呼ばれるものである[42]．これらもロジスティック写像と同様に不規則な変動を示す関数である．

これらの関数の挙動は，見た目には複雑に見える．ところが，それぞれ写像することによって，簡単な規則性が浮かび上がってくる．具体的には， $x(t)$ から $x(t+1)$ に対して写像を行う．これを式で記述すると，

$$x(t) = f(x(t)) \quad (2.3)$$

となる．ロジスティック写像の場合は，

$$x(t) = f(x(t)) = 4x(t) \cdot (1 - x(t)) \quad (2.4)$$

となる．  $x(t+1)$ の値が  $x(t)$ のみで定まる関係を1次写像という．さきほどの図 2.1 を，縦軸を  $x(t+1)$ ，横軸を  $x(t)$ として書き換えると，図 2.2 のようになる．同様にテント写像・ベルヌーイシフトのグラフを記述すると図 2.3 ,図 2.4 になる．このように一見すると複雑に見える時系列データでも，写像することにより，規則性を見つけだすことができる．

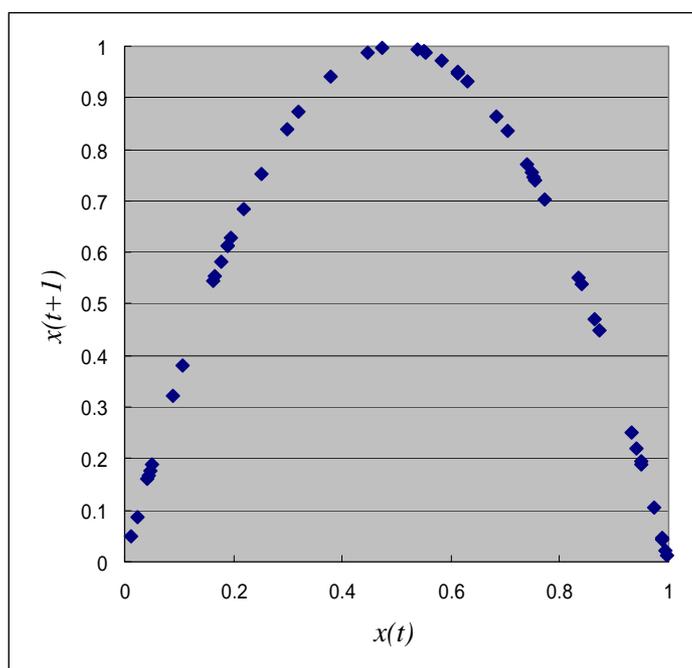


図 2.2 ロジスティック写像（1次写像）

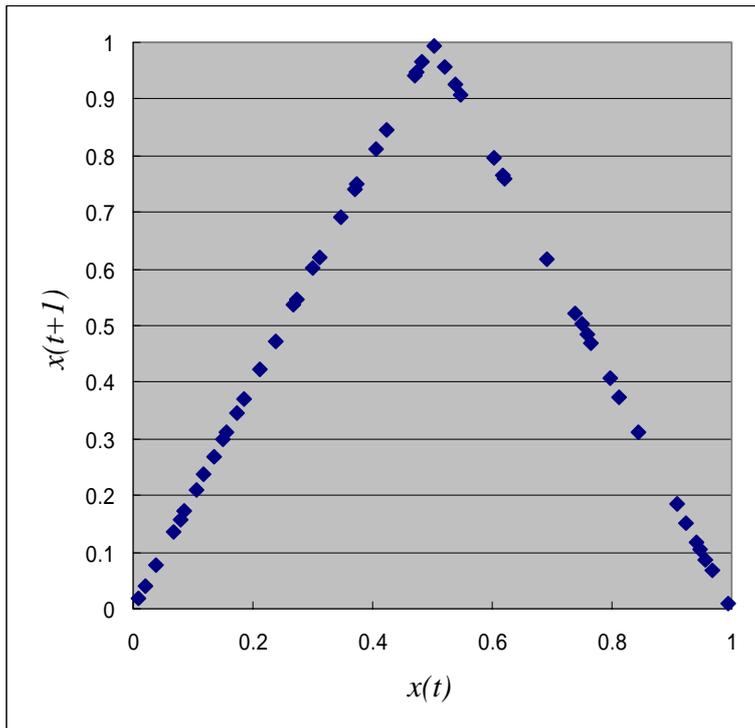


図 2.3 テント写像

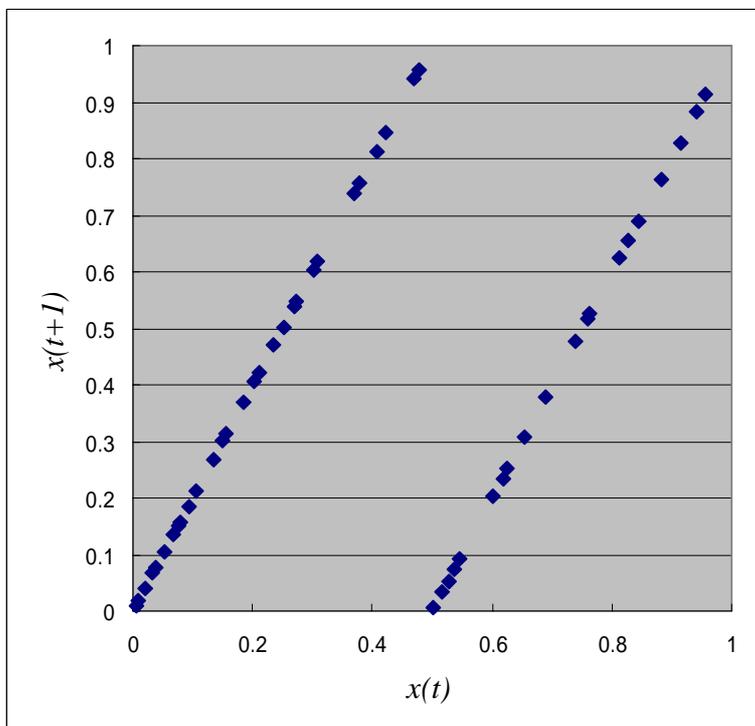


図 2.4 ベルヌーイシフト

この図 2.2~2.4 を見ると、すべてのグラフで、ある  $x(t+1)$  を与える  $x(t)$  が 2 つ存在していることがわかる。このことは、グラフの傾きが急であることを示している。つまり、非常に近い値をもった初期値から出発した 2 つの値が、急激に離れていくことになる。例えば、2 つの初期値の差を  $x$  とする。テント写像やベルヌーイシフトは、グラフの傾きが場所によらず全て 2 になっているので、より簡単に考えることができる。この場合、1 回の写像後には、 $x$  の値は 2 倍になっていることになる。2 つの初期値の差を  $10^{-5}$  とすると、16 回目の写像後には、 $x \times 2^{16} = 10^{-5} \times 2^{16} = 0.66$  となる。このように 2 つの値の差が 0.5 を越えると、両方の点  $x(t) = 0.5$  の両側に位置する可能性が高くなる。この場合、2 つの点の差は 2 倍にならず、まったく別の動きをすることになる。これをカオスの初期値敏感性という。このことを示すために、初期値を 0.3 と 0.30001 に設定した 2 つのロジスティック写像のグラフを図 2.5 に示す。このグラフの 2 つの折れ線は、 $t$  の値が 12 ぐらいまではほとんど同じ挙動を示すが、それ以後は徐々に離れ始め、 $t$  の値が 17 を越えた辺りからは全く別の挙動を示すようになる。つまり  $t$  の値が小さい間は、2 つの点の距離は 2 倍に拡大されていくが、やがて差が 0.5 を越えるようになると、折り曲げられて区間が重なるようになり、まったく別の挙動を示すようになる。この「引き延ばし」と「折り畳み」はカオスの特徴的な性質の 1 つである。

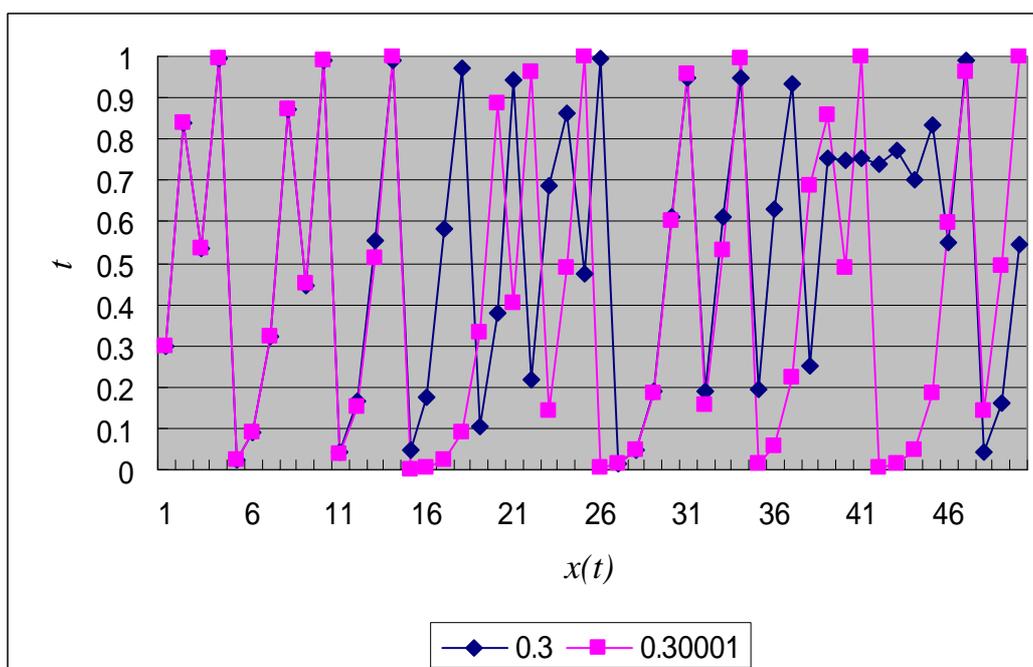


図 2.5 極めて接近した 2 つの値によるロジスティック関数

## 2.1.2 カオスによる予測

カオス理論を予測に用いる方法は、ある時系列データからそのデータがもっている決定論的規則性を発見し、ある時点のデータからそれが十分に影響を及ぼす程度の近未来のデータを予測することである。カオス理論による時系列データの短期予測は、変動が激しく非周期的な時系列データを、高い精度で予測することを可能にする。

この予測は、「高次元力学系の軌道はその中の任意の1成分座標(変数)の情報(時系列データ)だけから再構成できる」というF.Takensの理論[54]に基づいている。例えば時系列データ  $x(t)$  について予測を行う場合、この時系列データから、ベクトル

$$(x(t), x(t-\tau), x(t-2\tau), \dots, x(t-(n-1)\tau)) \quad (2.5)$$

を作成する。ここでの  $\tau$  は、任意の時間間隔を表す定数である。 $n$  は、このベクトルが存在する空間の次元数になる。つまり、このベクトルは  $n$  次元空間に存在する1つの点になる。この(2.5)式の  $t$  を変化させると、この  $n$  次元空間に軌道を描くことが可能になる。 $n$  を十分に大きくした場合、この軌道は、もとの高次元力学系の軌道を滑らかに変形したものになる。もし、この時系列データ  $x(t)$  に何らかの決定論的規則性が隠されているならば、 $n$  次元空間にアトラクタが出現することになる。別の言い方をすると、もとの力学系のアトラクタが、 $n$  次元空間に埋め込まれることになる。この  $n$  は「埋め込み次元」と呼ばれる。この次元は、もとの力学系の次元を  $m$  とすると、

$$n = 2m + 1 \quad (2.6)$$

にとれば十分であることが証明されている[54]。ただし、これは十分条件であって、データによっては  $2m+1$  未満でも埋め込みができる場合がある。短期予測の実用上は通常3~4程度で十分な場合も多い。

このアトラクタを利用して時系列データの予測を行うことができる。ここでは、等時間間隔  $\Delta t = 15$  で観測された離散型時系列データを埋め込み次元  $n=3$  で予測する場合の例を述べる。まず、観測された時系列データを、以下の式のように3次元のベクトルとしてあらわす。

$$Z(t) = (x(t), x(t-15), x(t-30)) \quad (2.7)$$

このベクトル  $Z(t)$  を 3 次元空間に埋め込む。最新の観測データを含む 3 次元空間上に写像されたベクトルを  $Z(i)$  とする。また、3 次元空間における  $Z(i)$  の近傍にプロットされたデータを  $Z(j)$  とする。この  $Z(i)$  の近傍のデータ  $Z(j)$  は、過去のデータであるので、その 1 ステップ先の  $Z(j+1)$  が既にわかっている。そこで、 $Z(j+1)$  を基にして、 $Z(i+1)$  を求める。これから元の時系列データにおける  $x(i+1)$  を求めるのである。時系列データが決定論に従っている場合、この方法で時系列データの予測が可能となる。ただし、前述したように、カオス現象には初期値敏感性があるため、長期の予測は不可能となり、近未来のデータのみ予測可能となる。

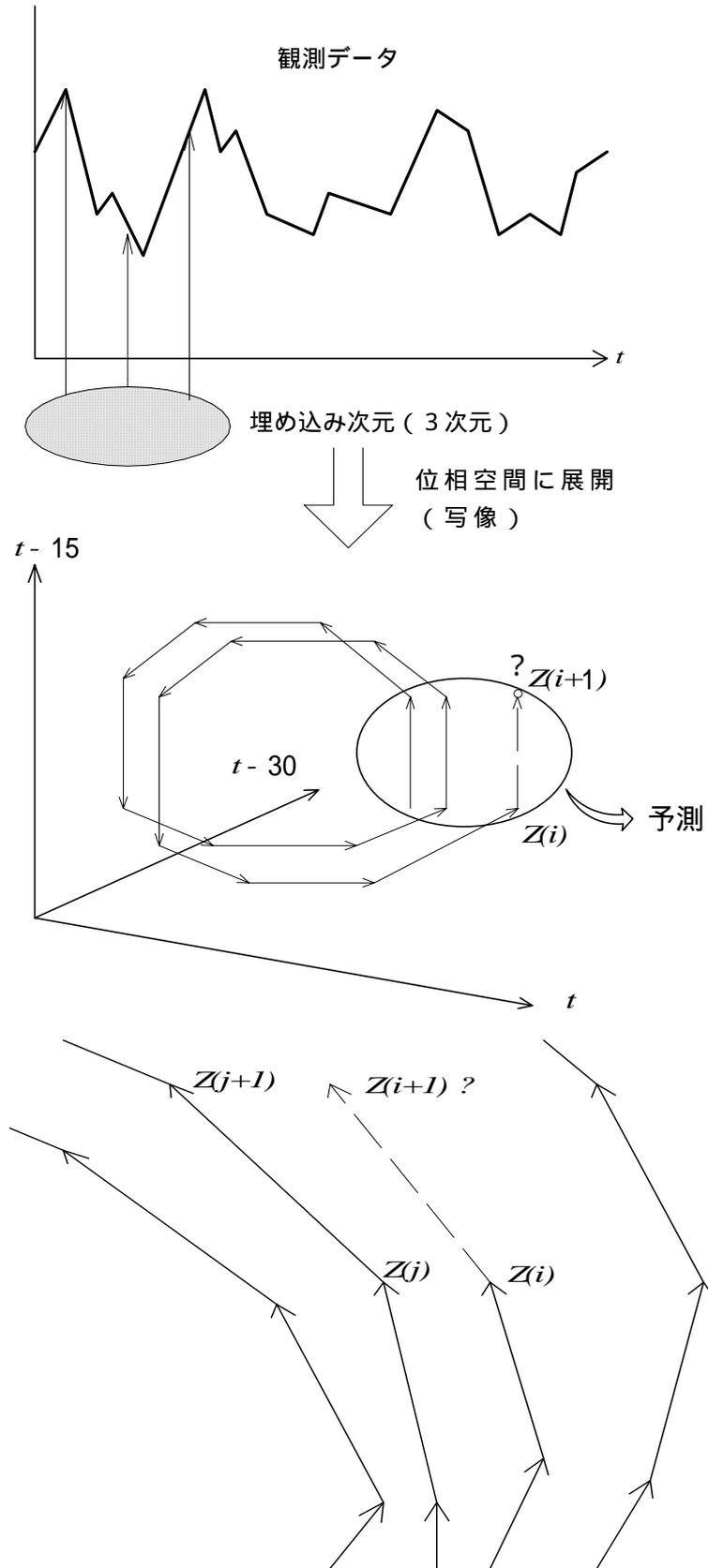


図 2.6 カオスモデルによる予測法

### 2.1.3 相関次元計測

時系列データをカオス理論で予測する場合，まずその時系列データがカオス性の1つである決定論的規則性に従っているかを調べる必要がある．この時系列データが持つカオス性を調べる手法の1つとして相関次元計測[16][53]がよく用いられる．この方法は， $n$ 次元空間に埋め込んだ時系列データに「形」があるのかどうかを調べることである．つまり，埋め込んだ時系列データが $n$ 次元よりも低い次元の空間の中に分布しているのかどうかを調査することになる． $n$ が3以下の場合は，目で見ても判断することも可能であるが，その場合，定量的に測定できない．また，4以上になると判断不可能である．そこで， $n$ がどのような数字であっても，定量的に測定する方法が必要になる．

この埋め込んだ時系列データの「形」を定量的に測定する方法が，相関次元計測である．この相関次元は，フラクタル次元という非整数の次元の1つである．比較的データ数が少ない場合でも，測定が可能になるため，もっともよく用いられる手法である．

相関次元を測定するためには，まず時系列データを $n$ 次元空間に埋め込むことが必要である．ここでは，一番簡単な2次元空間に埋め込まれた場合を考える．

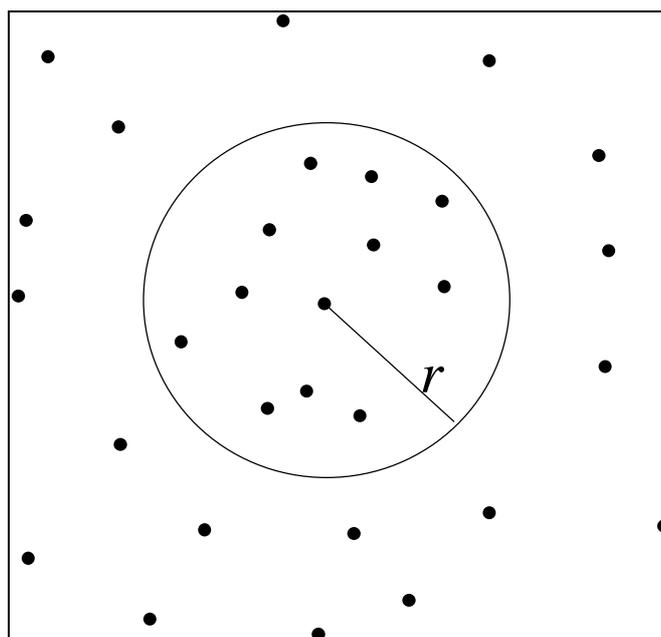


図 2.7 相関次元計測(a)

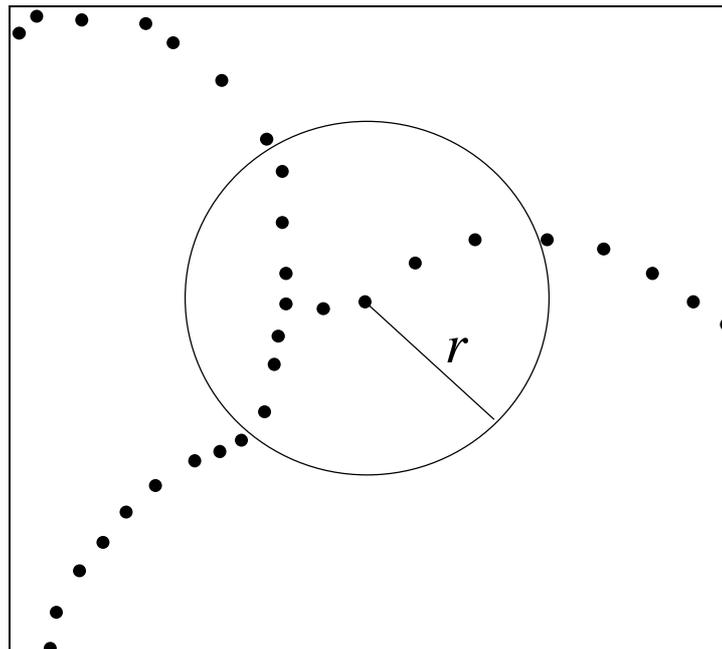


図 2.8 相関次元計測(b)

例えば，図 2.7 と図 2.8 の 2 つの場合を考える．図 2.7 は，点が一様に分布しており，この時系列データがあらわす次元数は 2 と考えられる．また，図 2.8 の場合は，点が直線上に分布しており，この時系列データがあらわす次元数は 1 と考えられる．これを定量的に計算する方法がある．これは Grassberger と Procaccia の方法[16]と呼ばれ，広く使用されている．以下に具体的な方法を示す．

時系列データが埋め込まれた空間の，任意の 1 点において，その点を中心に半径  $r$  の円 ( $n$  次元球面) を描く．そして，この円内に含まれる点の数を数える．この点の個数を  $C$  とすると， $C$  は半径  $r$  に対する関数となるので， $C(r)$  と記述することができる．この場合，半径  $r$  を大きくすればするほど， $C(r)$  の値は大きくなるが，多次元空間内の点が，どのように分布しているかによって，増加の度合いが変わってくる．

例えば，図 2.7 のように，2 次元空間内に，点が一様に分布していると，円内に含まれる点の数  $C(r)$  は，円の面積に比例して増加することになる．

$$C(r) \approx ar^2 \quad (2.8)$$

これに対して，図 2.8 のように，点が直線上に分布していると，円内に含まれる点の数  $C(r)$  は，円内に入っている直線の長さに比例して増加する．

$$C(r) \approx br \quad (2.9)$$

つまり、相関次元を測定したい時系列データを多次元空間内に埋め込み、 $C(r)$ を  $r$  の関数として測定する。 $C(r)$ がどのように増加するかが判れば、次元を測定することが可能になる。具体的には、 $C(r)$ と  $r$  の対数を取り、その傾きを見るかたちで測定する。

$$C(r) \approx \alpha r^d \quad (2.10)$$

式(2.10)の両辺の対数を取り、

$$\log(C(r)) \approx d \log(r) + \log(\alpha) \quad (2.11)$$

となる。この  $\log(C(r))$ と  $\log(r)$ をプロットして、傾きを求めれば、埋め込まれた時系列データの相関次元が測定できる。ただし、これはある1つの点における測定方法である。実際の時系列データから相関次元を測定する場合には、測定できた全ての点に対して、同様の測定を行い、その平均的な挙動を調べる必要がある。その定式化を次式に示す。

$$\begin{aligned} & \{x(t)\}, t = 1, 2, \dots, T \\ Z(t) &= (x(t), x(t+\tau), x(t+2\tau), \dots, x(t+(n-1)\tau)) \\ & t = 1, \dots, M \quad (M = T - (n-1)\tau) \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$C_n(r) = \# \text{ of } \{(Z(i), Z(j)) \mid r > |Z(i) - Z(j)|\} / M^2 \quad (2.13)$$

時系列データ  $x(t)$ が  $T$ 個与えられているとする。この時系列データを使用してベクトル  $Z(t)$ を作成し、 $n$ 次元空間上に埋め込む。 $\tau$ は時間間隔である。次に埋め込んだ点データの次元を測定する。 $|Z(i) - Z(j)|$ は、埋め込んだ2点間の距離であり、 $\# \text{ of } \{\}$ は集合 $\{\}$ の要素数である。この(2.13)式では、埋め込んだ全ての点におけるペア間の距離を調べ、そのなかで距離  $r$ よりも小さいペアの個数を調べている。これをペアの総数  $M^2$ で割ることにより、すべての点の平均を計算している。

## 2.2 ファジィ理論

ファジィ理論は、1965年にL.A.Zadehにより提唱された理論[64]である。それ以後多くの研究者によって、種々の研究がなされている。基本となっているのが、あいまいさを取り扱えるようにしたファジィ集合論である。このファジィ集合論は、従来の集合の概念を拡張し、メンバシップ関数を使用することにより、人間の持つあいまいさを定量的に取り扱えるようにしている。

また、ファジィの応用分野として、最も成功したのは、ファジィ制御[65]である。このファジィ制御を最初に提案したのは、1974年に発表されたMamdaniの論文である[26]。このファジィ制御は、制御のためのエキスパートシステムであり、数々の分野で実用化されている。この制御部分の推論は、ファジィ推論と呼ばれ、制御以外の分野でも数多く使用されている。

この節では、ファジィ理論の基礎であるファジィ集合・ファジィ集合演算・ファジィ関係と、ファジィ制御の基礎であるファジィ推論・ファジィ多重推論について記述している。

### 2.2.1 ファジィ集合

人間が使用する言語は、その意味があいまいな広がりを持つ。また複数の意味を持っている。特に形容詞に関しては、その対象が特定されず、幅をもつという点においてあいまいである。たとえば、「距離が近い」というと、どの程度近いのか、あいまいである。「老人」という名詞のあいまいさは、「老いた」という形容詞の意味のあいまいさからきている。言葉はふつう定性的であるが、「近い」とか「老人」などは距離や年齢という物理量に関連した概念である。「美しい」や「麗しい」とか、「醜い」などは物理量で表すことは困難であるが、物理量に関連する形容詞も多く存在する。特に、工学の場で使われる形容詞の多くは物理量に関係している。

ファジィ集合論は、このような言葉の意味の定量化を集合論の枠組みのなかで考え、集合概念として「近い」、「老人」などを表そうとするものである。実用面からは、あいまいさを定量化するのに集合概念は必要ないが、集合論の枠組みのなかに入れることにより、応用領域を広げることが可能となる。それは、

集合がきわめて基礎的概念で、現代数学のあらゆる分野に関連しているからである。

ここでは、言葉のもつあいまいさの定量化の例として、「駅から近い」という言葉の意味のあいまいさを、定量化してみる。距離として0～2 kmの範囲で  $x$  kmの距離が近いといえるかの程度に  $\mu$  (ただし  $0 \leq \mu \leq 1$  とする) を対応させてみる。横軸に  $x$ 、縦軸に  $\mu$  をとると図 2.9 のグラフが描ける。このグラフは、「駅から近い」という意味のあいまいさを量的に表したものである。このグラフにみられるように、横軸には、言葉が定量的に表される距離や、年齢などの1次元空間を示しており、縦軸はあいまいさの程度を定量化したものである。そこで、このような言葉の表し方を、意味の定量化ということがある。そして、グラフは定量的意味と呼ばれることがある。図 2.9 の場合、0～2 km までを横軸として制限してあるように、言葉の意味は特定の空間内で定量化される。これらの横軸は、言葉の意味を考えると量の世界であり、台と呼ぶことがある。

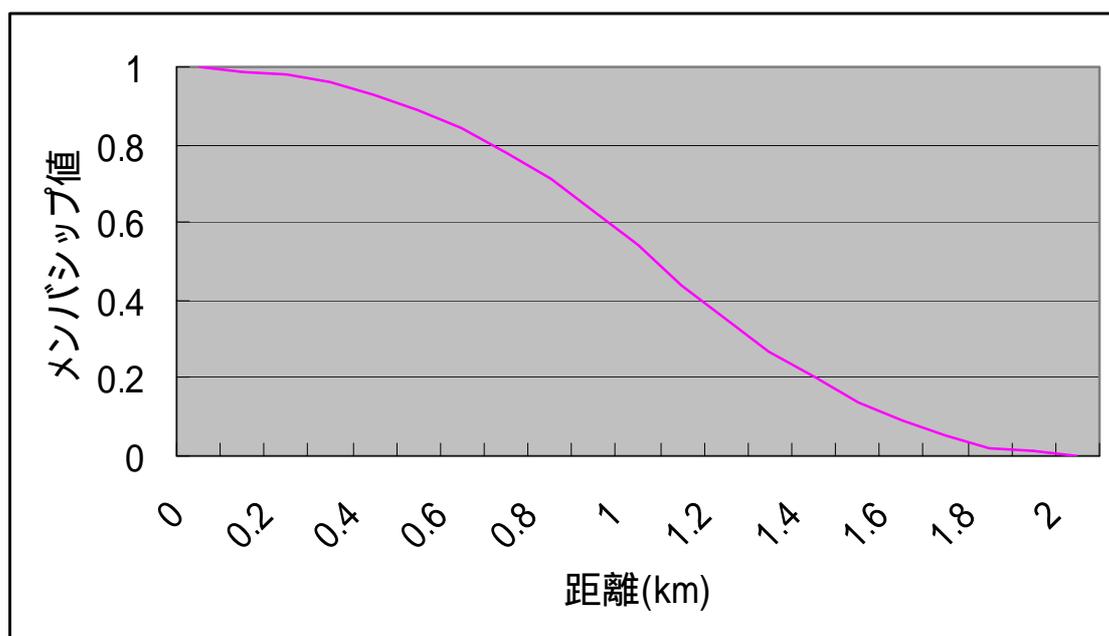


図 2.9 「駅から近い」の程度

これらの言葉のもつあいまいさを定量化するために従来の集合を拡張したのが、ファジィ集合である。従来の集合論では、集合の境界が明確に定められており、要素がその集合に属するか属さないかの2通りしかなかった。これに対してファジィ集合は、集合の境界があいまいで明確に定められず、要素がその集合に属する度合いを示すことにより集合が表されている。このために、物理量で表させる言葉のもつ意味を表すことができる。この集合に属する度合いを示すものがメンバシップ関数と呼ばれるものである。また従来の集合は、ファジィ集合に対してクリスプ集合と呼ぶ。

全体集合を  $X$  とし、 $X$  上の境界があいまいな集合を  $\underline{A}$  とすると、 $\underline{A}$  が  $X$  上のファジィ部分集合となり一般にファジィ集合と呼ばれる。 $X$  の任意の要素  $x$  に属する度合いをメンバシップ関数  $\mu_{\underline{A}}(x)$  で表すと

$$\mu_{\underline{A}}(x) \rightarrow [0,1] \quad (2.14)$$

となり、0 から 1 の間の値で表される。 $\mu_{\underline{A}}(x)$  の値が 0 に近いほど  $x$  が  $\underline{A}$  に属する度合いは低く、逆に  $\mu_{\underline{A}}(x)$  の値が 1 に近いほど  $x$  が  $\underline{A}$  に属する度合いは高くなる。

ファジィ集合は、つねにある一般的な集合の部分集合として定義される。部分を省略して、単に、ファジィ集合ということが多い。定義によれば、 $X$  から区間  $[0, 1]$  の関数  $\mu$  1 つ 1 つにファジィ集合が対応することになる。この関数  $\mu$  は、領域  $\underline{A}$  のもつあいまいさを定量化したもので、実は図 2.9 のグラフと同じ性質のものであることがわかる。たとえば図 2.9 のグラフは、距離が 0 ~ 2 km の集合のなかで、「駅から近い距離の集まり」というファジィ集合を表すメンバシップ関数であると考えることができる。ただし、このように長いラベルを考えるのは面倒なので、簡単に「近い」、「高い」などと表すことにする。しかし、定義から明らかのように、ファジィ集合の数は無数にあり、あらゆる形のメンバシップ関数が可能だが、いつもファジィ集合に言葉に対応させられるとは限らない。

また、従来の集合もファジィ集合と同じ形式で表すこともでき、ファジィ集合の代わりに  $X$  上の部分集合を  $A$ 、メンバシップ関数に相当する特性関数を

$\chi_A(x)$ とすると

$$\chi_A : X \rightarrow \{0,1\} \quad (2.15)$$

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1 & (x \in A) \\ 0 & (x \notin A) \end{cases} \quad (2.16)$$

となり， $x$  が  $A$  に属すれば 1，属さなければ 0 の値をとる．

式(2.14)は式(2.15)の拡張になっており，ファジィ集合は従来の集合の拡張になっていることがわかる．

ファジィ集合のグレードは，0 から 1 までの間の任意の値をとることができる．クリスプ集合の場合は，0 か 1 のどちらかの値しかとることができない．

## 2.2.2 ファジィ集合演算

従来の集合には，和集合・共通集合・補集合の 3 つの基本的な演算が定義されている．これらの集合は図 2.10 の斜線で示した部分となる．ファジィ集合はメンバシップ関数によって定義されているので，ファジィ集合の和集合などはこのように定義することはできず，メンバシップ関数を用いて行わなければならない．

$X$  を全体集合， $x$  を  $X$  の任意の要素， $\underline{A}$  および  $\underline{B}$  を  $X$  上のファジィ集合とし，

これらのメンバシップ関数を  $\mu_{\underline{A}}(x)$  および  $\mu_{\underline{B}}(x)$  とする．このとき和集合・共通集合・補集合はそれぞれ以下に定義される．

和集合

$$\underline{A} \cup \underline{B} \Leftrightarrow \mu_{\underline{A} \cup \underline{B}}(x) = \mu_{\underline{A}} \vee \mu_{\underline{B}} \quad (2.17)$$

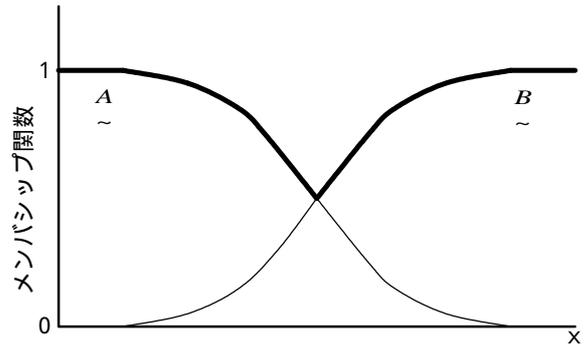
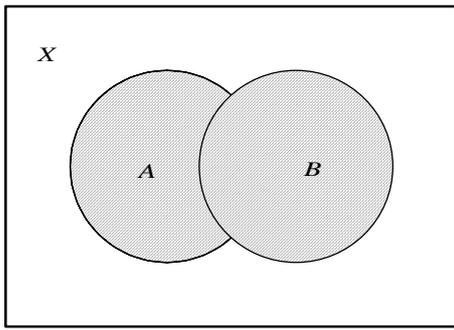
共通集合

$$\underline{A} \cap \underline{B} \Leftrightarrow \mu_{\underline{A} \cap \underline{B}}(x) = \mu_{\underline{A}} \wedge \mu_{\underline{B}} \quad (2.18)$$

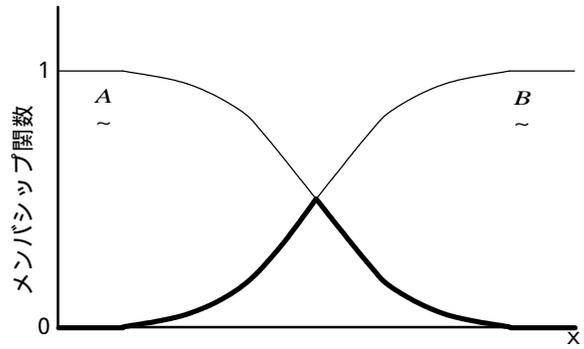
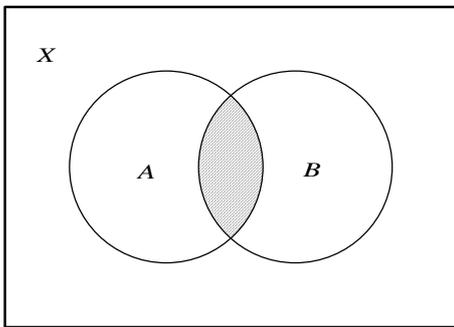
## 補集合

$$\bar{A} \Leftrightarrow \mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (2.19)$$

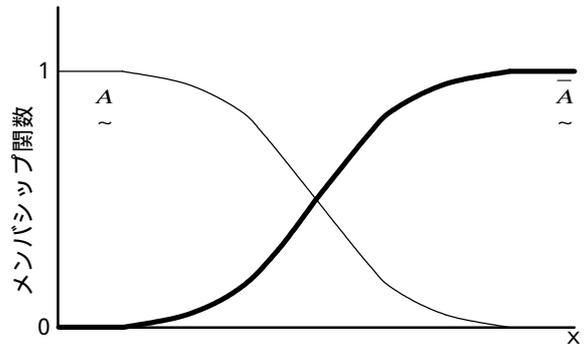
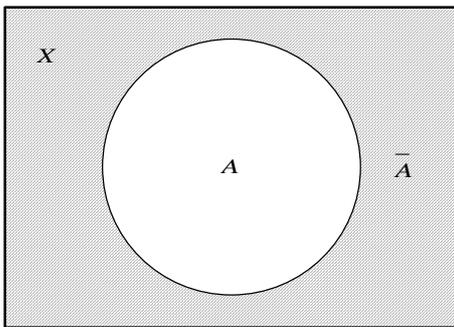
ここで、 $\vee$  および  $\wedge$  はそれぞれ  $\mu_A(x)$  と  $\mu_B(x)$  の大きい方および小さい方の値をとる演算記号である。式(2.17)～式(2.19)の集合のメンバシップ関数は、図 2.10 の太線で示したものになる。従来の集合の斜線部分とメンバシップ関数の太線部分とを対比すれば、ファジィ集合の演算は従来の集合の演算の拡張となっていることがわかる。またこれらの演算は、集合が3つ以上の場合も同様に定義することができる。



和集合



共通集合



補集合

図 2.10 従来の集合とファジィ集合の演算

ファジィ集合の演算の場合，補集合については，必ずしもクリस्प集合の補集合のすべての性質を保存していない．

ファジィ集合の補集合について，つぎの性質が成立する．

2重否定の法則

$$\overline{\overline{A}} = A \quad (2.20)$$

ド・モルガンの法則

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} \quad (2.21)$$

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \quad (2.22)$$

しかし，クリस्प集合について成立する排中律と矛盾律は成立しない．すなわち

$$A \cup \overline{A} \neq X \quad (2.23)$$

$$A \cap \overline{A} \neq \phi \quad (2.24)$$

である．ちなみに，全体集合  $X$  と空集合  $\phi$  のメンバシップ関数はすべての  $x$  について

$$\mu_X(x) = 1 \quad (2.25)$$

$$\mu_\phi(x) = 0 \quad (2.26)$$

で定義される．クリस्प集合については排中律と矛盾律が成り立っている．

$$E \cup \overline{E} = X \quad (2.27)$$

$$E \cap \overline{E} = \phi \quad (2.28)$$

### 2.2.3 ファジィ関係

通常の関係のファジィ化として論じられるファジィ関係と，その合成演算について説明する．ファジィ関係はファジィ推論でのファジィ条件文を表現する重要な手法である．

集合  $U$  から集合  $V$  へのファジィ関係  $R$  とは直積集合  $U \times V$  におけるファジィ集合であり，

$$\mu_R : U \times V \rightarrow [0,1] \quad (2.29)$$

となるメンバシップ関数で特徴づけられる．

また，ファジィ関係  $R$  は次のように表現される．

$$R = \int_{U \times V} \frac{\mu_R(u, v)}{(u, v)} \quad (2.30)$$

ファジィ関係の一般化として，直積  $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$  における  $n$  項ファジィ関係  $R$  が

$$R = \int_{U_1 \times \dots \times U_n} \frac{\mu_R(u_1, \dots, u_n)}{(u_1, \dots, u_n)} \quad (2.31)$$

と与えられ， $\mu_R$  は次の通りである．

$$\mu_R : U_1 \times \dots \times U_n \rightarrow [0,1] \quad (2.32)$$

集合  $U, V$  が有限集合であるとき，ファジィ関係を行列表現すると便利である．このような行列をファジィ行列と呼び，その成分は  $[0,1]$  内の値を取る．

$U = V = \{a, b, c\}$  を人間の集合とし， $R$  を“似ている”というファジィ関係とすると， $R$  は“似ている”度合いを表している．

$$R = \begin{matrix} & \begin{matrix} a & b & c \end{matrix} \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0.8 & 0.3 \\ 0.8 & 1 & 0.5 \\ 0.3 & 0.5 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2.33)$$

$R$  を  $U \times V$  に,  $S$  を  $V \times W$  におけるファジィ関係とすると,  $R$  と  $S$  の合成  $R \circ S$  は,

$$R \circ S \Leftrightarrow \mu_{R \circ S}(u, w) = \bigvee_v \{ \mu_R(u, v) \wedge \mu_S(v, w) \} \quad (2.34)$$

と定義される  $U \times W$  におけるファジィ関係となる. この合成は,  $\vee = \max$ ,  $\wedge = \min$  としていることから max-min 合成と呼ばれることがある.

特に  $A$  を  $U$  におけるファジィ集合とすると,  $A$  と  $R$  の合成  $A \circ R$  は  $V$  におけるファジィ集合となり,

$$A \circ R \Leftrightarrow \mu_{A \circ R}(v) = \bigvee_u \{ \mu_A(u) \wedge \mu_R(u, v) \} \quad (2.35)$$

と定義される.

$A, R$  をベクトル, 行列表現し, 以下で与えられていると, 合成  $A \circ R$  は,

$$\begin{aligned} A \circ R &= \begin{bmatrix} u_1 & u_2 \\ 0.3 & 0.9 \end{bmatrix} \circ \begin{matrix} & \begin{matrix} v_1 & v_2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.8 & 0.4 \\ 0.5 & 0.2 \end{bmatrix} \end{matrix} \\ &= [ (0.3 \wedge 0.8) \vee (0.9 \wedge 0.5), (0.3 \wedge 0.4) \vee (0.9 \wedge 0.2) ] \\ &= \begin{bmatrix} v_1 & v_2 \\ 0.5 & 0.3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.36)$$

となる  $V = \{v_1, v_2\}$  におけるファジィ集合となる.

以下に, 合成に関する基本的な性質を示す.

$$R \circ (S \circ T) = (R \circ S) \circ T \quad (2.37)$$

$$A \subseteq B, R \subseteq S \Rightarrow A \circ R \subseteq B \circ S \quad (2.38)$$

$$(A \cup B) \circ R = (A \circ R) \cup (B \circ R) \quad (2.39)$$

$$(A \cap B) \circ R \subseteq (A \circ R) \cap (B \circ R) \quad (2.40)$$

## 2.2.4 ファジィ推論

ファジィ推論は幾つかのファジィ命題からある1つのファジィ命題を導出する推論法であり、人間が行っている推論はこの種の推論であると考えられている。また、プラント制御、交通制御、列車制御を初め、エキスパートシステム、システム解析、意思決定など多くの分野にファジィ推論は重要な役割を果たしている。

まず、最も簡単なファジィ推論の例として次の形式のファジィ推論を扱う。

前提 1 : If  $x$  is  $A$  then  $y$  is  $B$

前提 2 :  $x$  is  $A'$

結 論 :  $y$  is  $B'$

ここでは、 $A, A', B, B'$ はそれぞれ全体集合  $U, U, V, V$ におけるファジィ集合である。

このファジィ推論として、以下の例を挙げておく。

If an apple is red then the apple is ripe.

This apple is very red.

This apple is very ripe.

この形式のファジィ推論として最もよく知られている Zadeh の推論方法[66]を紹介する。

ファジィ条件文 "If  $x$  is  $A$  then  $y$  is  $B$ " (以下、 $A \rightarrow B$ と示す)は、 $A$ と $B$ との間の何らかの関係を表していることから、このファジィ条件文  $A \rightarrow B$ をファジィ関係に変換する方法を与える。一例としてファジィ集合  $A \subseteq V, B \subseteq V$ に対して、

$$\begin{aligned} R_a &= A \rightarrow B \\ &= (\bar{A} \times V) \oplus (U \times B) \\ &= \int_{U \times V} \frac{1 \wedge (1 - \mu_A(u) + \mu_B(v))}{(u, v)} \end{aligned} \quad (2.41)$$

の直積  $U \times V$  におけるファジィ関係に変換する方法 (“算術規則”)がある。ここで  $\times$  は直積,  $\oplus$  は限界和である。この変換方法は含意公式

$$a \rightarrow b = 1 \wedge (1 - a + b) \quad a, b \in [0, 1] \quad (2.42)$$

に基づいていることがわかる。

ファジィ推論形式において, 前提 2 のファジィ集合  $A'$  と前提 1 のファジィ条件文 (関係)  $A \rightarrow B$  との max-min 合成 “ $\circ$ ” を行うことによって結論  $B'$  が求められる。これが推論の合成規則であり, 次式になる。

$$B' = A' \circ (A \rightarrow B) \quad (2.43)$$

$$\mu_{B'}(v) = \bigvee_u \{ \mu_{A'}(u) \wedge \mu_{A \rightarrow B}(u, v) \} \quad (2.44)$$

上記の算術規則  $R_a$  の場合では結論  $B'$  は

$$B' = A' \circ R_a = A' \circ [(\bar{A} \times V) \oplus (U \times B)] \quad (2.45)$$

$$\mu_{B'}(v) = \bigvee_u \{ \mu_{A'}(u) \wedge [1 \wedge (1 - \mu_A(u) + \mu_B(v))] \} \quad (2.46)$$

と与えられる。ちなみに,  $A' = A$  であった場合

$$B' = A \circ R_a = \int_v \frac{1 + \mu_B(v)}{2} \quad (v \neq B) \quad (2.47)$$

なる結論が得られる。ところがこの場合ファジィ推論においても妥当な要求である modus ponens

$$\begin{array}{l} A \quad B \\ \hline A \\ B \end{array}$$

を満たしていないことがわかる。

ファジィ制御でよく使用されている Mamdani の方法[27] $R_c$  についても同様に計算してみる。Mamdani は  $A \rightarrow B$  として直積  $A \times B$  を採用した ( $a \rightarrow b = a \wedge b$  に

基づく)。この場合，

$$R_C = A \rightarrow B = A \times B$$

$$= \int_{U \times V} \mu_A(u) \wedge \mu_B(v)$$
(2.48)

となり， $A'=A$  の時の結論  $B'$  は次式になる．

$$B' = A' \circ (A \times B)$$
(2.49)

$$\mu_{B'}(v) = \int_u \{ \mu_A(u) \wedge (\mu_A(u) \wedge \mu_B(v)) \}$$

$$= \int_u \{ \mu_A(u) \wedge \mu_B(v) \}$$
(2.50)

$A$  が正規 ( $A$  のメンバシップ値の最大が 1) であると仮定すると，(2.50)式は

$$= 1 \wedge \mu_B(v) = \mu_B(v)$$
(2.51)

となり， $B'=B$  となることが分かる．すなわち modus ponens を満たしている．

## 2.2.5 多重ファジィ推論

ここでは，ファジィ推論形式を一般化した多重ファジィ推論形式を考える．

規則 1 :  $A_1 \quad B_1 \quad \text{also}$

規則 2 :  $A_2 \quad B_2 \quad \text{also}$

.....

規則  $n$  :  $A_n \quad B_n \quad \text{also}$

事 実 :  $A'$

---

結 論 :  $B'$

ここで， $A_i, A'$  は集合  $X$  での， $B_i, B'$  は集合  $Y$  でのファジィ集合である．

この多重ファジィ推論形式はファジィ制御やファジィ・エキスパートシステムでよく用いられているものである．

このファジィ推論形式の結論  $B'$  の求め方を示す．この場合，含意規則のタイ

プにより also の解釈が異なってくることに注意する必要がある。

i) Zadeh の方法[66]の場合

Zadeh の方法  $R_a$  の場合には，“also”を“and”と解釈している。すなわち，“and”を交わりと解釈すると，結論  $B'$  は

$$\begin{aligned} B' &= A' \circ [(A_1 \rightarrow B_1) \text{and} \cdots \text{and} (A_n \rightarrow B_n)] \\ &= A' \circ [(A_1 \rightarrow B_1) \cap \cdots \cap (A_n \rightarrow B_n)] \end{aligned} \quad (2.52)$$

すなわち

$$\mu_{B'}(y) = \bigvee_x \{ \mu_{A'}(x) \wedge \mu_{A_1 \rightarrow B_1}(x, y) \wedge \cdots \wedge \mu_{A_n \rightarrow B_n}(x, y) \} \quad (2.53)$$

と与えられる。最終的に

$$\begin{aligned} B' &= A' \circ [(A_1 \rightarrow B_1) \cap \cdots \cap (A_n \rightarrow B_n)] \\ &= \subseteq [A' \circ (A_1 \rightarrow B_1)] \cap \cdots \cap [A' \circ (A_n \rightarrow B_n)] \end{aligned} \quad (2.54)$$

といった関係が得られる。すなわち，一般に，結論  $B'$  は，個々の推論結果

$$B_i' = A' \circ (A_i \rightarrow B_i) \quad (2.55)$$

の交わりよりも小さくなっていることに注意が必要である。

ii) Mamdani の方法[27]の場合

含意規則  $a \rightarrow b$  として  $a \rightarrow b = a \wedge b$  のように  $\min(\wedge)$  を採用した Mamdani の方法  $R_c$  では“also”は“or”と解釈される。“or”として結び ( ) を採用すると，結論  $B'$  は，max-min 合成 “ $\circ$ ” を使うことにより次のように与えられる。

$$\begin{aligned} B' &= A' \circ [(A_1 \rightarrow B_1) \text{or} \cdots \text{or} (A_n \rightarrow B_n)] \\ &= A' \circ [(A_1 \rightarrow B_1) \cup \cdots \cup (A_n \rightarrow B_n)] \\ &= [A' \circ (A_1 \rightarrow B_1)] \cup \cdots \cup [A' \circ (A_n \rightarrow B_n)] \\ &= B_1' \cup B_2' \cup \cdots \cup B_n' \end{aligned} \quad (2.56)$$

ここでは， $A_1 \rightarrow B_1$  は

$$\mu_{A_i \rightarrow B_i}(x, y) = \mu_{A_i}(x) \wedge \mu_{B_i}(x) \quad (2.57)$$

となる．このように最終的な結論  $B'$  は，まず個々の推論結果

$$B_i' = A' \circ (A_i \rightarrow B_i) \quad (2.58)$$

を求め，それらの結び  $\cup$  を取ることによって求められることがわかる．

## 2.3 Wavelet 解析

Wavelet とは，三角関数や指数関数などの特定の決まった関数ではなく，局在する波を表現する色々な関数の総称である．つまり関数そのものを指し示しているのではなく，どのように使用されるかに関連した呼び名である．語源は”wave”（波）と”lets”（小さな）の複合語である．

Wavelet 解析は，1980 年代初頭に J.Morlet[40][41]によって考案された時間・周波数解析手法である．J.Morlet は，この手法を地中にある石油調査に利用している．また，1988 年に I.Daubechies による連続な直交ウェーブレット[10]が発表されてから，広く注目され，多くの研究がなされるようになった．

この節では，Wavelet 解析の基礎である，Wavelet 変換・離散 Wavelet 変換・多重解像度解析について説明する．

### 2.3.1 Wavelet 変換

振り幅と周波数が時間  $x$  とともに変化するような関数  $f(x)$  を考える．このような信号を周波数成分に変換する方法として，有名な方法はフーリエ変換である．フーリエ変換の基底関数は Sin 関数である．この Sin 関数は無限・一様に広がった周期関数である．したがってフーリエ変換によって得られた情報からは，オリジナル信号のどの場所にどの周波数が存在しているかといった局所的な情報は知ることができない．

一方，Wavelet 変換では，関数  $(x)$  としてコンパクトな波の薄片を考える．このため，信号の局所的な周波数を切り出すことが可能になる．切り出す部分を作るには，関数  $(x)$  の変数  $x$  を  $(x-b)/a$  と置き換えて， $((x-b)/a)$  が信号の局所的な様子を上手く表す実数  $a$  と  $b$  を選択すれば良いことになる．この関数  $(x)$  をマザーウェーブレットという[49]．

マザーウェーブレット関数で切り出した信号の一部分は，その時間軸上の位置と，部分的な局所周波数を表している．そこで，周波数を表す座標軸を設けて，時間軸と周波数軸の 2 次元平面を考える．これを時間周波数平面という．この上にそれぞれの成分を配置すると，信号の各部分で，周波数がどのように分布しているかがよく判る．

このような時間周波数平面における信号の分布は、次のようにして得ることができる。Wavelet 関数  $\psi((x-b)/a)$  は、マザーウェーブレット  $\psi(x)$  を  $b$  だけ平行移動し、 $a$  だけ伸縮したものである。つまり  $a$  に応じて  $\psi(x)$  が  $a$  倍になる。この事は、 $1/a$  が周波数に対応していることになる。このトランスレートとスケールのパラメータ  $b$  と  $a$  を調整して、元の信号  $f(x)$  と上手く合致した場合、積分  $\int_{-\infty}^{\infty} \psi((x-b)/a) f(x) dx$  の絶対値が大きくなる。つまり、 $\psi((x-b)/a)$  と信号  $f(x)$  の部分が似ているとき、 $\psi((x-b)/a)$  と  $f(x)$  の積は、その近傍で符号を変えず、積分の値は大きくなる。 $\psi((x-b)/a)$  と信号  $f(x)$  の部分が似ていないときは、これらの積は符号を変えるので、積分の値は小さくなる。Wavelet 変換は、この現象を定式化したものである。関数  $f(x)$  のマザーウェーブレット  $\psi(x)$  による Wavelet 変換は次のように定義される。

$$(W_{\psi} f)(b, a) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{|a|}} \overline{\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)} f(x) dx \quad (2.59)$$

ここでの  $\overline{\psi(x)}$  は複素共役を示す。これは、 $x=b$  の近傍で信号  $f(x)$  が  $\psi((x-b)/a)$  にどれだけ似ているかに応じて値の大きさが変化する。逆に Wavelet 変換から元の信号  $f(x)$  を復元することができる。つまり逆 Wavelet 変換が存在し、それは次式で与えられる。

$$f(x) = \frac{1}{C_{\psi}} \iint_{\mathbb{R}} (W_{\psi} f)(b, a) \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \frac{dadb}{a^2} \quad (2.60)$$

ここで、右辺が定義されるためには、次のアドミッシブル条件が満たされなければならない。

$$C_{\psi} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\phi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty \quad (2.61)$$

ただし、 $\hat{\phi}$  は  $\phi$  のフーリエ変換である。一般的には、アドミッシブル条件の代わりに次の条件式が使用される。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x) dx = 0 \quad (2.62)$$

この式は， $\varphi(x)$ が振動的であることを意味している．

### 2.3.2 離散 Wavelet 変換

一般的に，信号は局所的に周期的な信号で，その周波数が時間とともに変化するような場合のことが多い．このような信号を時間と周波数の両面にとらえることを時間周波数解析という．言い換えれば時間周波数解析は，信号を信号平面で表現することである．Wavelet 変換も時間周波数解析の1つであり，信号を信号平面の分布として表現することができる．この平面上の点  $(b, 1/a)$  に時間軸  $b$  で周波数  $1/a$  の信号が対応することになる．しかし，信号には最小の単位がある．厳密に1点に対応する信号は存在しない．一般に信号  $f(x)$  は，時間軸に沿ってある点  $\tilde{x}$  を中心に幅  $\Delta f$  の領域をしめる．またフーリエ変換  $\hat{f}(\omega)$  は周波数軸に沿ってある点  $\tilde{\omega}$  を中心に幅  $\Delta \hat{f}$  の領域をしめる． $\Delta f$  を小さくすると， $\Delta \hat{f}$  は大きくなる．反対に  $\Delta f$  を大きくすると  $\Delta \hat{f}$  は小さくなる．つまり，時間軸の幅  $\Delta f$  と周波数軸の幅  $\Delta \hat{f}$  を同時に小さくすることはできない．これを不確定性関係といい，一般に  $\Delta f$  と  $\Delta \hat{f}$  は，次の不等式を満たす．

$$\Delta f \Delta \hat{f} \geq \frac{1}{2} \quad (2.63)$$

$\Delta f$  は幅といっても片側の幅であるから，信号  $f(x)$  の時間的広がり  $2\Delta f$  となる．同様に周波数的広がり  $2\Delta \hat{f}$  となる．つまり

$$2\Delta f 2\Delta \hat{f} \geq 2 \quad (2.64)$$

が成り立つことになる．この式から，面積 2 の領域が信号の最小単位であり，それ以下の面積に対応する信号はあり得ないことが判る．

Wavelet 変換は  $(W_{\phi}f)(b, a)$  は便利な方法であるが，必ずしも効率的とは言えない．上記に述べたように，信号には面積 2 の最小単位があるので，2 点  $(b, 1/a)$  と  $(b', 1/a')$  が近づけば近づくほど最小単位の領域内に含まれることになり，独立な量とは言えなくなる．つまり信号の効率的な時間周波数解析を求めるためには，同一の最小単位内に属さないような  $(b, 1/a)$  を選び，それぞれについて  $(W_{\phi}f)(b, a)$  の値を求めればよい事がわかる．これは，座標を離散化することによって解決できる．座標  $(b, 1/a) = (2^j k, 2^j)$  とおくと，この離散 Wavelet 変換は，

$$d_k^{(j)} = 2^j \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\psi(2^j x - k)} f(x) dx \quad (2.65)$$

となり，逆変換は

$$f(x) \sim \sum_j \sum_k d_k^{(j)} \psi(2^j x - k) \quad (2.66)$$

のようになる．

離散 Wavelet 変換の信号平面は，幅  $1/2^j$ ，高さ  $2^j$  の長方形の形に分割され，それぞれに番地  $(k, j)$  が対応することになる．  $\psi$  はマザーウェーブレット関数によって異なるが，これがあるべく小さくなるものを選ぶと信号の分解能力が高くなる．しかし，上記で説明したように  $\psi$  は 2 より小さくはならない．

また，離散 Wavelet 逆変換は無条件には保証されない．右辺の和を正しく  $f(x)$  に戻すためには， $\psi(2^j x - k)$  が関数  $f(x)$  の属する空間の基底で無ければならない．つまり，離散 Wavelet 変換を行う為には，基底関数を作ることができるようなマザーウェーブレットを使用しなければならない．

### 2.3.3 多重解像度解析

離散 Wavelet 変換の右辺にある 2 重和の 1 つを

$$g_j(x) = \sum_k d_k^{(j)} \psi(2^j x - k) \quad (2.67)$$

と書き，また

$$f_j(x) = g_{j-1}(x) + g_{j-2}(x) + \dots \quad (2.68)$$

と書くことにする．ここでの整数  $j$  はレベルと呼ばれる．ここで  $f(x)$  を何らかの方法で  $f_0(x)$  と見なすと，

$$f_0(x) = g_{-1}(x) + g_{-2}(x) + \dots \quad (2.69)$$

と書ける．これは  $f_0(x)$  をウェーブレット成分  $g_{-1}(x), g_{-2}(x), \dots$  に分解したことを意味する．このとき，左辺から右辺への分解は一意的でなければならず，また左辺から右辺が正しく合成されなければならない．それには，マザーウェーブレット  $\psi$  が基底関数となるものでなければならない．基底関数となるマザーウェーブレットは多重解像度解析 (MRA) [24][25] と呼ばれる関数空間の階層構造を利用して作ることができる．

与えられた数列  $\{p_k\}$  に対して，トゥースケール関係と呼ばれる関係式

$$\phi(x) = \sum_k p_k \phi(2x - k) \quad (2.70)$$

を満たす関数をスケーリング関数という． $j$  を固定して全ての整数  $k$  についての  $\phi(2^j x - k)$  が張る空間を  $V_j$  とするとトゥースケール関係から  $V_j \subset V_{j+1}$  が導かれる．スケーリング関数を使用して，マザーウェーブレットを

$$\varphi(x) = \sum_k q_k \phi(2x - k) \quad (2.71)$$

と定義できる．

また，式 (2.68) を  $f_j(x)$  についての再帰的な形に書き直すことができる．

$$f_j(x) = g_{j-1}(x) + f_{j-1}(x) \quad (2.72)$$

これは元の信号  $f_j(x)$  をウェーブレット成分  $g_{j-1}(x)$  と  $f_{j-1}(x)$  に分解したことを意味する．このように上記の式を使ってレベルを1ずつ下げることができ，その度に解像度は半分になる．また，関数  $f_j(x)$  はスケーリング関数  $\phi(x)$  を用いて，次のような線形結合で表現することができる．

$$f_j(x) = \sum_k c_k^{(j)} \phi(2^j x - k) \quad (2.73)$$

ここでの右辺は，レベル  $j$  によらず同一である．また，関数  $g_j(x)$  も同一の  $\phi(x)$  によって表現することができる．つまり  $f_j(x)$  の分解は，実際には  $c_k^{(j)}$  から  $c_k^{(j-1)}$  と  $d_k^{(j-1)}$  を求める，次の分解アルゴリズムが使われる．

$$c_k^{(j-1)} = \frac{1}{2} \sum_{l \in \mathbb{Z}} g_{2k-l} c_l^{(j)} \quad (2.74)$$

$$d_k^{(j-1)} = \frac{1}{2} \sum_{l \in \mathbb{Z}} h_{2k-l} c_l^{(j)} \quad (2.75)$$

分解数列  $\{g_k\}$  と  $\{h_k\}$  はトウスケール関係からきまる．また，ここで使用される  $\{g_k\}$  と  $\{h_k\}$  は，どのレベルからの分解にも共通に使用することができる．

## 第3章

# 関連データを用いたカオス短期予測モデル

### 3.1 序言

ここでは、カオスモデルによる短期予測について、新しい手法を提案する。これまでのカオス理論による予測方法は、予測したい時系列データを、F.Takensの埋め込み定理[54]に基づいて、再構成状態空間にアトラクタの再構成を行い、このアトラクタを基に予測を行ってきた。しかし、予測を行おうとする時系列データが、相関次元計測でランダムではないと判断されたとしても、低次元のカオス性を示さない場合、予測がうまくいかない場合が多い。また、経済・経営時系列データは、特にその傾向が強い[1][7][47]。そこで、本研究では、予測したい時系列データに影響を与えると思われる他の関連時系列データを同時に埋め込み、アトラクタを再構成させることにより、予測の精度を上げるものである[30]。

例えば、等時間間隔  $\tau$  で観測された離散型時系列データ  $x$  の短期予測を行いたい場合、 $x$  に影響を与える別の離散型時系列データ  $y$  も同時に観測する。この2つの時系列データから1つのベクトル

$$Z(t) = \begin{pmatrix} x(t), x(t-\tau), \dots, x(t-(n-1)\tau), \\ y(t), y(t-\tau), \dots, y(t-(m-1)\tau) \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

を作成する。さらに、埋め込み次元  $n+m$ 、時間間隔  $\tau$  で、 $n+m$ 次元の位相空間に写像する。このようにして写像されたベクトルに対し、 $t$  を変化させて  $n+m$ 次元空間上に軌道を描く。もし  $x$  の近未来に対して  $y$  が影響を与えるならば、2

つの時系列データによって描かれた軌道は、 $x$  のみで描いた軌道よりも、予測が行いやすい、はっきりとしたアトラクタが現れてくると考えられる。そこで、 $n+m$  次元空間における  $Z(i)$  の近傍にプロットされたデータの挙動を利用して  $Z(i+1)$  を求め、 $x(i+1)$  を予測する。本手法を用いると、これまで用いられてきた1つの時系列データによって予測を行う手法よりも、予測精度が向上すると思われる。

本章では、この手法を用いて経済・経営時系列データを予測している。3.2 節では、予測データとして東京証券取引所・日経平均株価を使用し、関連データとして円ドル為替レートを使用している。円ドル為替レートを関連データとして使用することにより、予測精度が向上するのかどうかを検証している。3.3 節では、個別の株価データによる相関次元計測と、株価の増減予測を行っている。日経平均株価や TOPIX などの株価指標については、同じ値になることがほとんどないため、従来の方法で相関次元の測定が可能であるが、個別の株価については、同じ値をとることが多いため、相関次元計測に困難が伴う。そこで、移動平均を用いて相関次元を測定する方法を提案している。また、相関次元と増減の予測精度の関連についても検証している。3.4 節では、個別企業の株価について、同業種の株価データを関連データとして同時に埋め込み、予測精度が向上するかどうか検証している。

## 3.2 関連データを用いたカオス予測モデル

### 3.2.1 日経平均株価の予測

これまでは、株価のデータはランダムプロセスとしてモデル化され、予測が不可能とされていた。しかし、カオス短期予測モデルは、これまでランダムとされていた時系列データの中にも決定論的規則性を有しているものがあり、これらはカオス性を有し、予測可能となっている。そこで、日経平均株価がカオス性を有するかどうか検証するために、相関次元[16]・最大リアプノフ指数[60]を求めてみた。その結果が図 3.1 と図 3.2 である。相関次元については、次元の飽和は見られないが、その増加が緩やかなものになってきており、日経平均株価が位相空間内においてランダムプロセスと異なる幾何学的性質をもつことを示している。ただし、その次元は高く（5～6）低次元のカオス性を見出すことはできない。また、最大リアプノフ指数は、正の値を示しており、カオス性

の性質である引き延ばし現象が起こっていることを示している。しかし、値としては小さな値であり（0.1 程度）十分なカオス性であるとはいえない。

これらを総合すると、東京証券株式市場の日経平均株価は、カオス性を有しているが、低次元のカオス性ではないために、その時系列データのみを使用してカオスモデルで予測することは困難であるということになる。

そこで本研究では、経済学において株価に大きな影響を与えると考えられる円ドル為替レート[15][39]を同時に埋め込み、シミュレーションを行った。日経平均株価だけをカオス理論の手法で予測するよりも、関連が深いと考えられる円ドル為替レートを同時に埋め込んで予測を行った方が、予測精度が上がると思われる。

ここでのシミュレーションでは、どの程度の予測精度が得られるのか、また関連データを組み込んだ場合、組み込まなかった場合に比べて、どの程度予測精度が向上するのかなどを検証する。

シミュレーションで使ったデータを図 3.3 に示す。太い線で表されているのが日経平均株価、細い線で表されているのが円ドル為替レートである。このデータは 1991 年 9 月 30 日から 1994 年 7 月 29 日までの約 700 個のデータを使用している。今回のシミュレーションでは、前半部分の約 600 個のデータを用いて、後半部分 100 個のデータ予測を行った。

今回のシミュレーションでは、前日からの差分を取ることにした。また、実際のデータは、日経平均株価は 15,000 ~ 25,000 円、為替レートは 100 ~ 130 円の間で推移している。この 2 つのデータを同一次元空間に埋め込んでカオスによる短期予測を行う。カオスモデルによる短期予測は、データ間の距離を利用して予測を行うため、このままでは正しい予測を行うことができない。このため 2 つの時系列データを、平均 0、標準偏差 1 に正規化を行った。これが図 3.4 のデータである。実際のシミュレーションには、この図 3.4 のデータを使用した。

この図 3.4 のデータを元にして、日経平均株価を  $n$  次元、為替レートを  $m$  次元、時間間隔  $\Delta t = 1$  日として、1 つのベクトルを作成する。このベクトルを  $n+m$  次元空間に写像する。写像されたベクトルに対し、時間  $t$  を変化させて  $n+m$  次元空間に軌道を描く。今回の場合は、全部で約 700 回観測したデータのうち、前半の約 600 個のデータを用いて  $n+m$  次元空間に軌道を描いた。この軌道が描かれた  $n+m$  次元空間上に、予測を行いたい時点のデータから作成したベクトルを写像する。そして、写像されたベクトルの近傍にある他のベクトルを選択する。選択されたベクトルは、過去のデータであるので 1 日後の軌道が判っている。その軌道を利用して予測を行いたいベクトルの 1 日後の値を予測するのである。

例えば、日経平均 5 次元、為替レート 2 次元の合計 7 次元空間に埋め込んで

予測を行うとする。この時、1994年7月1日のデータから、7月2日の値を予測したいとする。この7月1日の日経平均株価を  $x(0)$ 、為替レートを  $y(0)$  とすると作成されるベクトル  $Z(0)$  は、

$$Z(0) = \begin{pmatrix} x(0), x(-1), x(-2), x(-3), x(-4) \\ y(0), y(-1) \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

になる。このベクトルを7次元空間に埋め込む。すでに埋め込まれている約600個のベクトルの中から、このベクトルに最も距離の近いものを3つ選択する（なお、この距離の計算にはユークリッド空間距離を使用する）このようにして選択された3つのベクトルを  $Z(s1), Z(s2), Z(s3)$  とすると、この場合の予測値  $x'(1)$  は、

$$x'(1) = \frac{x(s1) + x(s2) + x(s3)}{3} \quad (3.3)$$

として求める。以上が予測手順である。図3.5に予測の流れを示しておく。

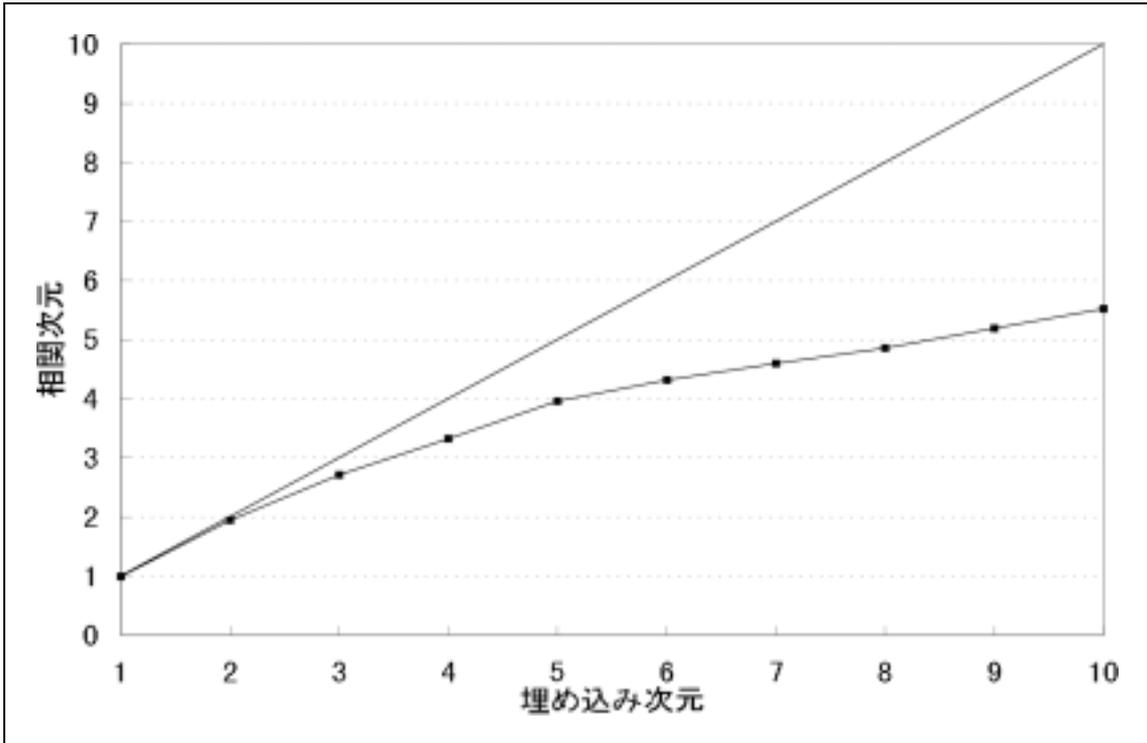


図 3.1 日経平均株価の相関次元

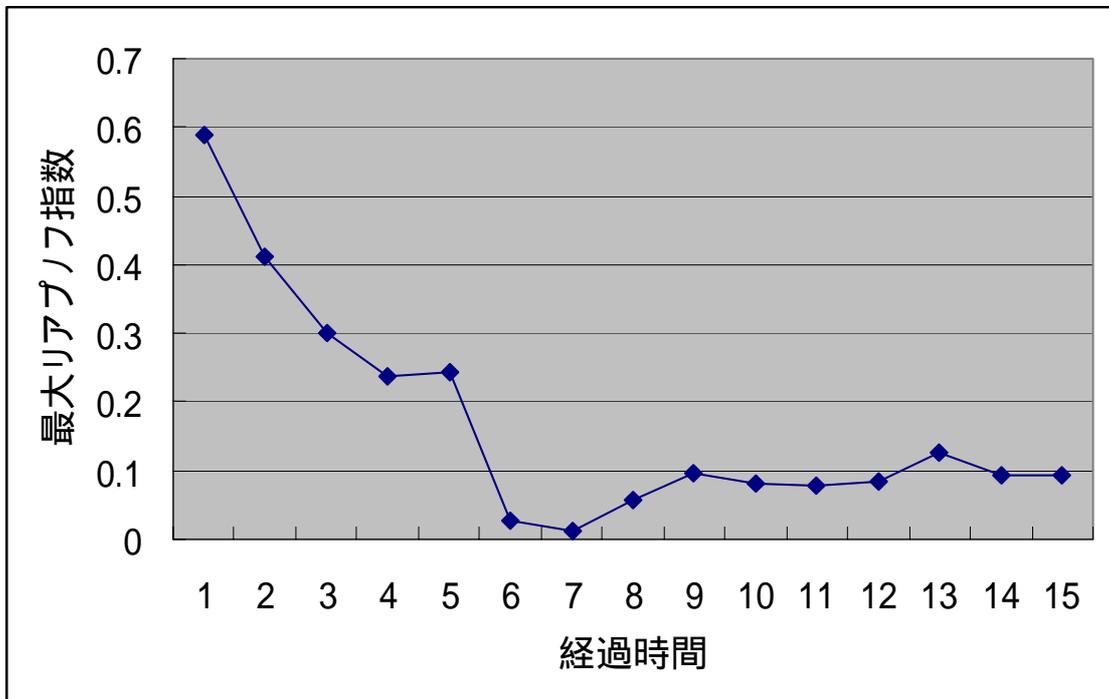


図 3.2 日経平均株価の最大リアプノフ指数



図 3.3 実データ

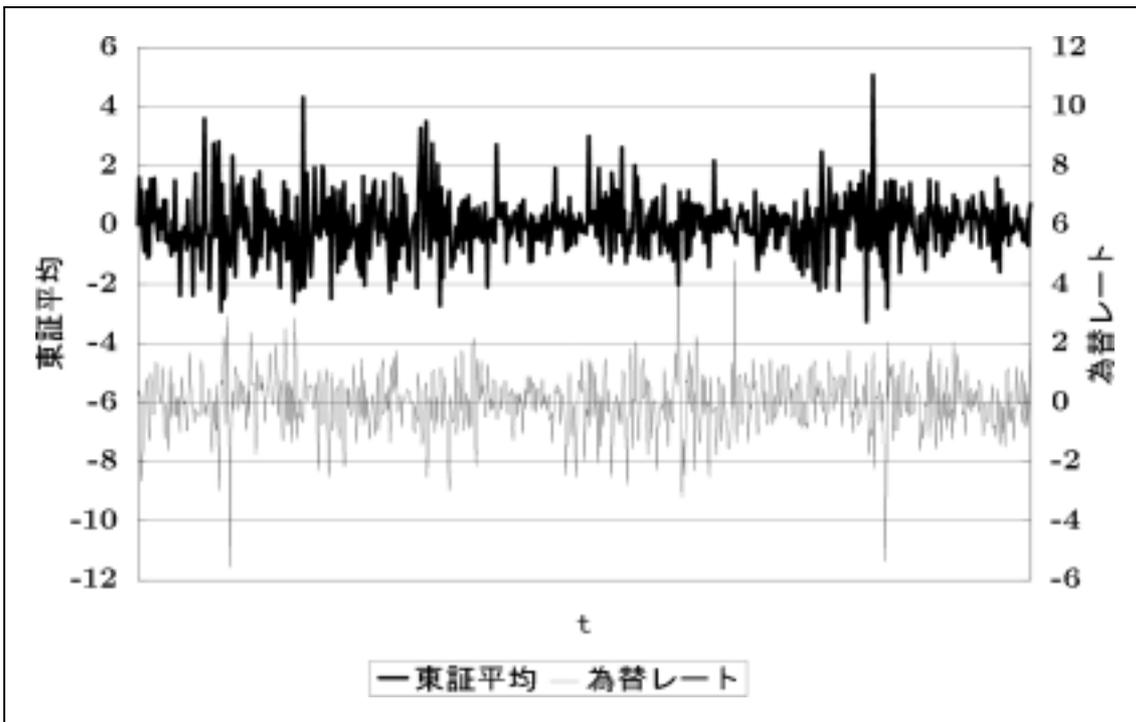


図 3.4 正規化されたデータ

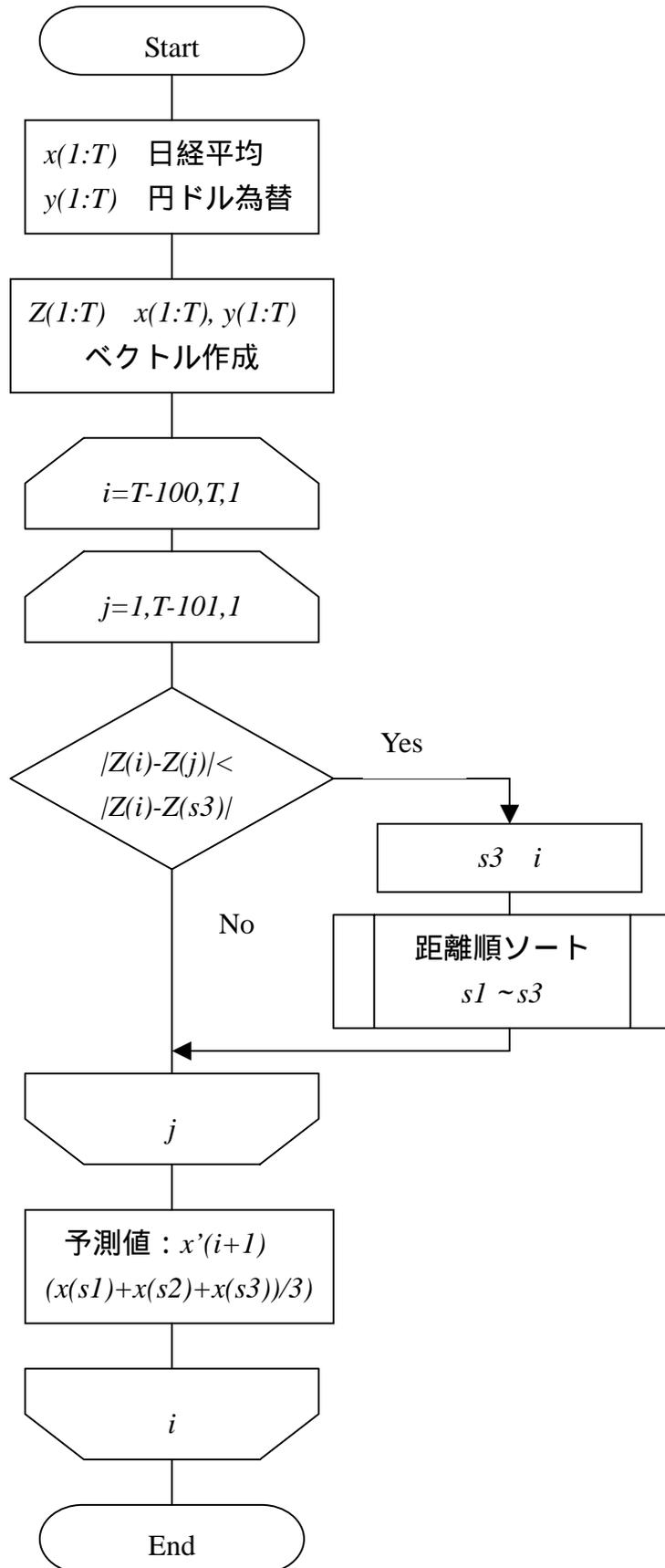


図 3.5 予測の流れ

### 3.2.2 予測結果

前節の手順に基づいて、日経平均株価 5~13 次元、円ドル為替レート 0~9 次元に変化させてシミュレーションを行った。図 3.6、図 3.7 はその結果を示している。図 3.6 は予測値と実測値の誤差平均、図 3.7 は予測値と実測値の相関係数となっている。それぞれ、日経平均株価の埋め込み次元別で、横軸が円ドル為替レートの埋め込み次元数となっている。つまりこのグラフの左端の点（関連データ次元数が 0 の点）が従来法による予測であり、それ以外が今回提案した手法による予測となっている。グラフは、関連データの埋め込み次元数を大きくするとほとんどの場合において予測精度が良くなり、また相関係数が高くなることを示している。しかし、埋め込み次元数を大きくしすぎると、逆に精度が落ち、相関係数も下がることがわかる。これは、関連データの埋め込み次元数があまり大きくなると、影響度が大きくなりすぎて精度が落ちると思われる。

そこで 9 次元以上の関連データを埋め込んだ場合に予測精度がどのように変化するかを確認するため、9~20 次元の関連データを埋め込んでシミュレーションを行った。その結果が図 3.8 と図 3.9 である。この結果を見ると、関連データの埋め込み次元を増やしていくと 9 次元以降もゆるやかではあるが誤差平均は上昇し、相関係数は下がっていく。このシミュレーションの結果、これ以上関連データを埋め込むと予測精度が落ちていくことがわかった。ただし、関連データの最適な埋め込み次元数は、予測データ・関連データの種類によって異なることが予想されるため、一概に今回のシミュレーションだけで判断することはできないと思われる。

また、今回のシミュレーションで最も誤差の少なかった日経平均株価 5 次元、円ドル為替レート 5 次元で予測したデータの予測値と実測値の推移を図 3.10 に、相関係数のグラフを図 3.11 に示しておく。

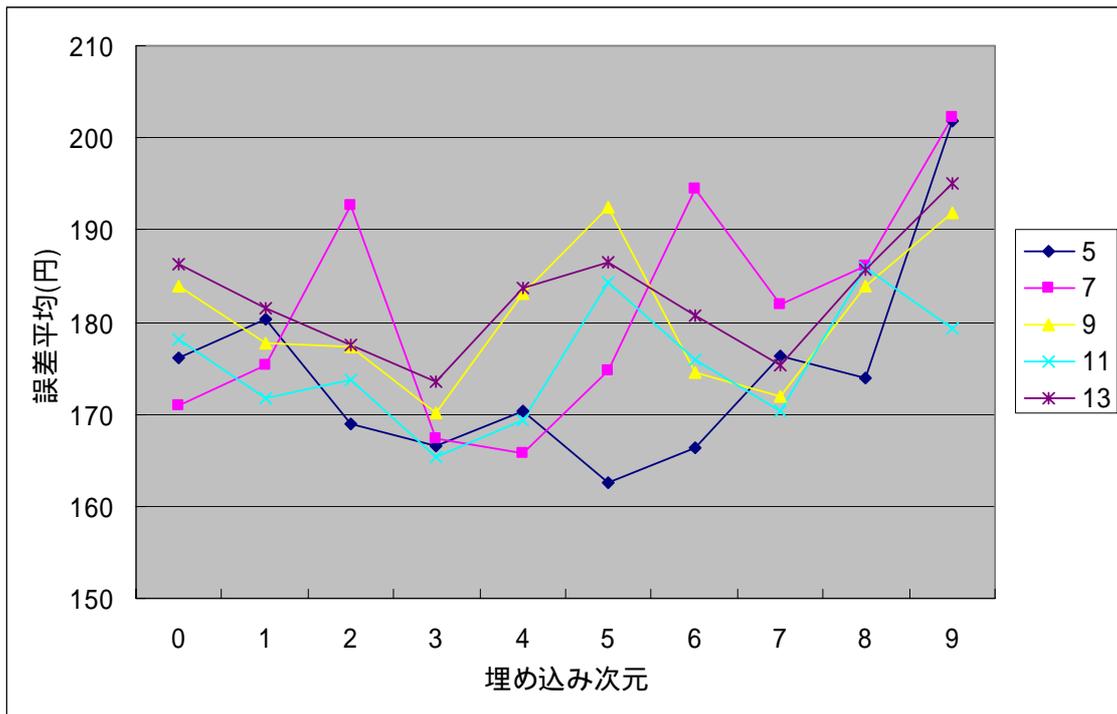


図 3.6 予測結果 (誤差平均)

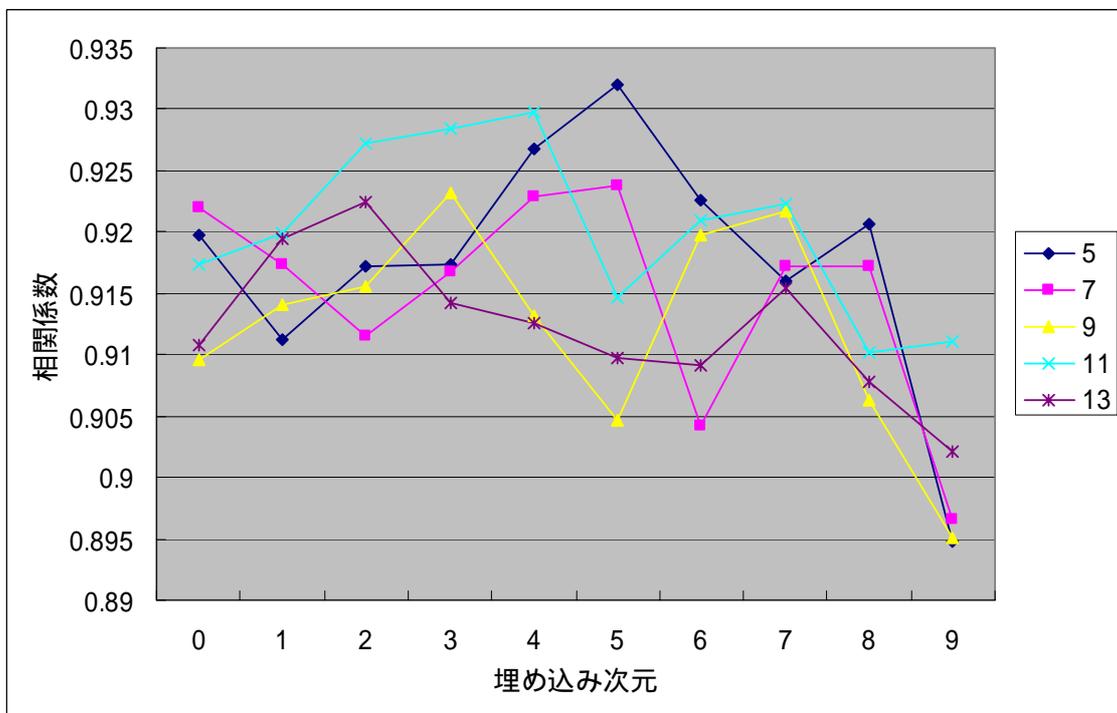


図 3.7 予測結果 (相関係数)

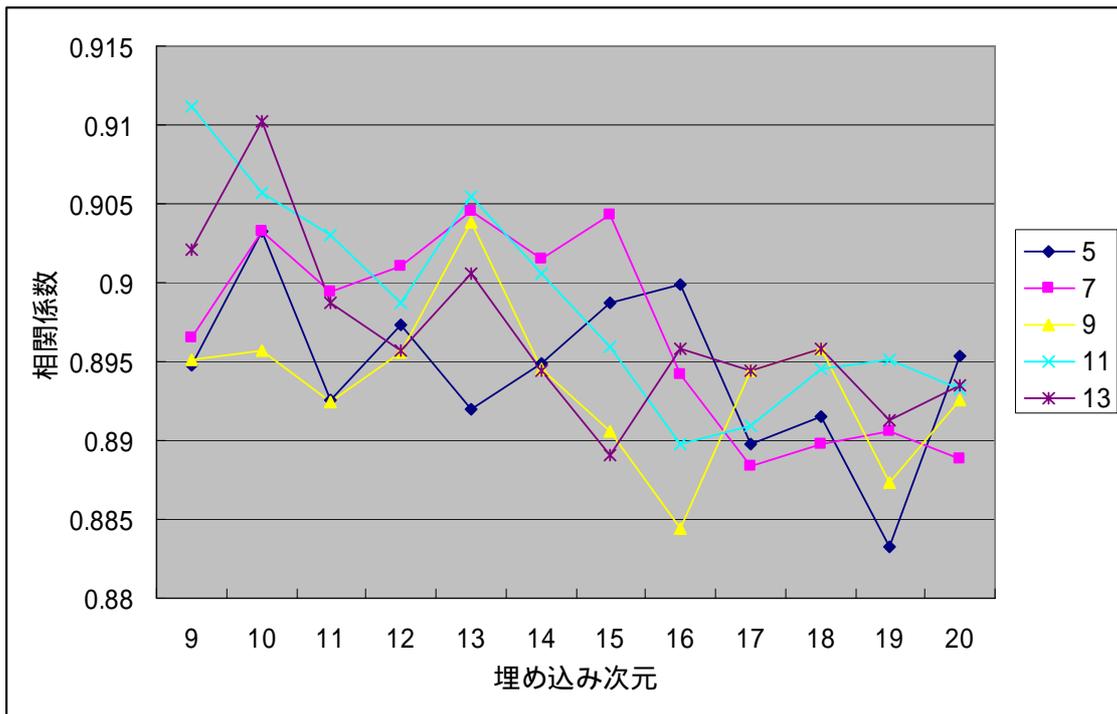


図 3.8 9次元以上の予測結果（誤差平均）

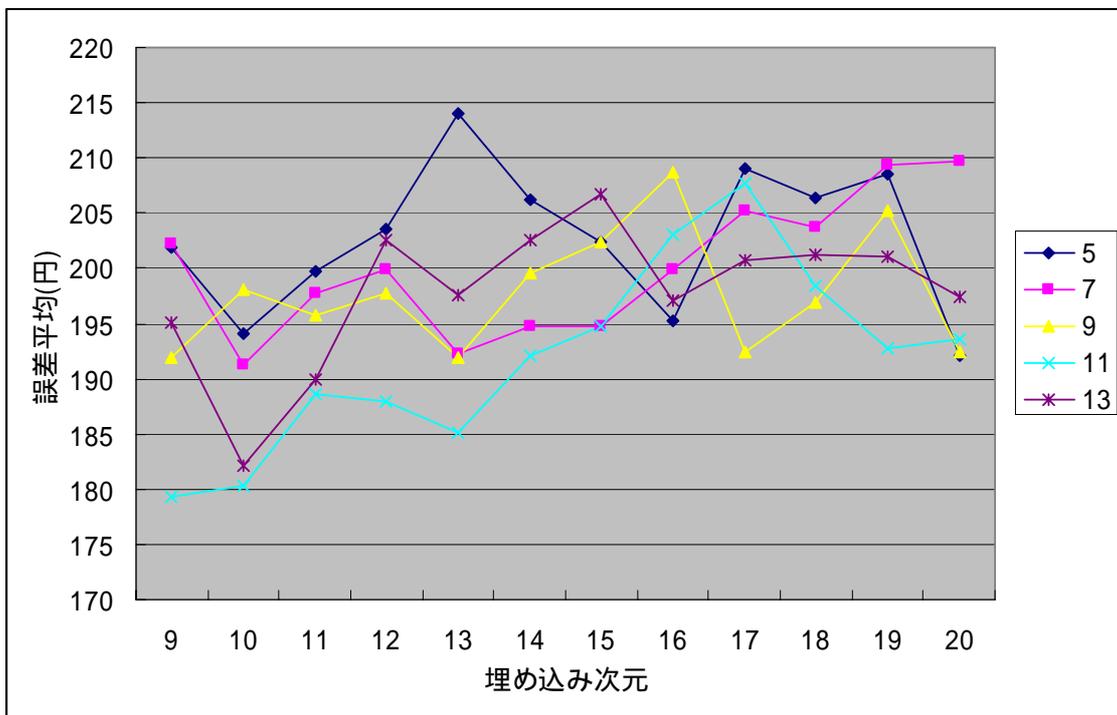


図 3.9 9次元以上の予測結果（相関係数）

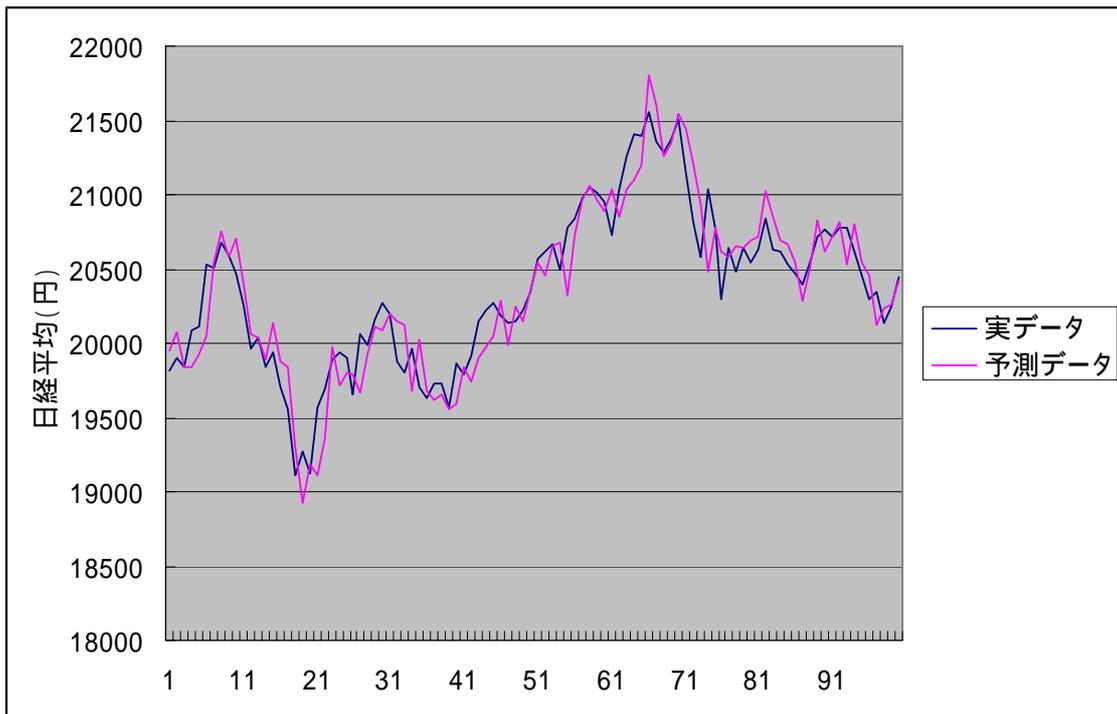


図 3.10 予測値と実測値の推移

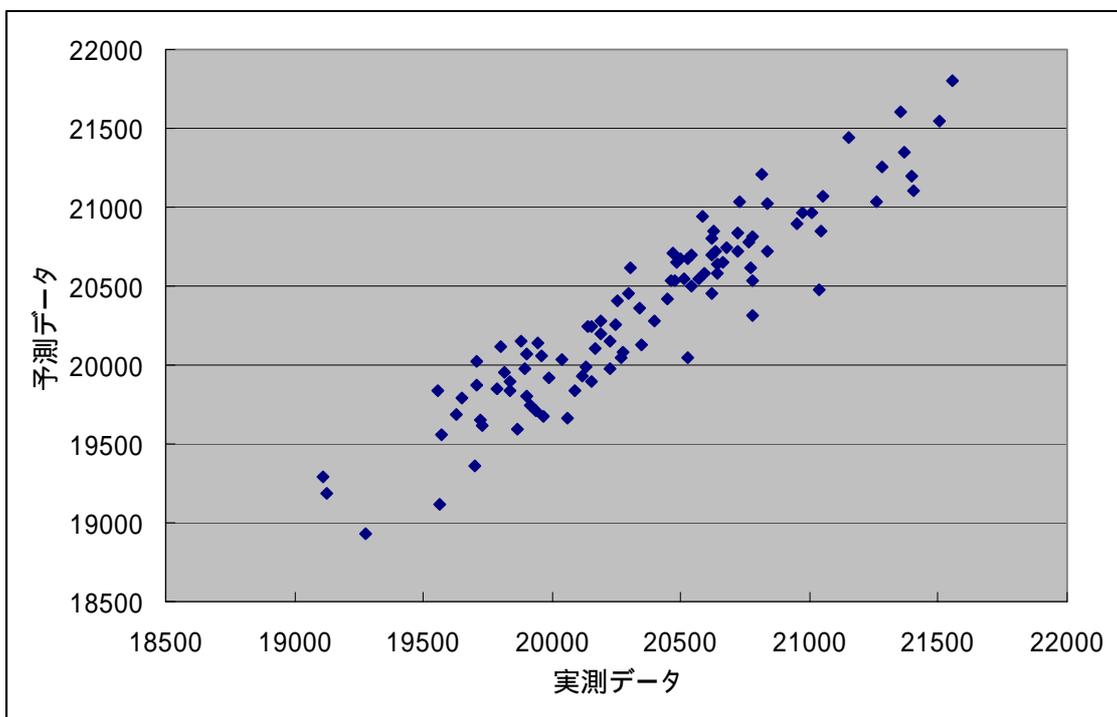


図 3.11 予測値と実測値の相関

## 3.3 株価データの相関次元計測と増減予測

### 3.3.1 移動平均法を用いた相関次元計測

離散的時系列データにおける相関次元計測方法として、最も一般的なのが Grassberger と Procaccia の方法[16]である。しかし、株価のように同じ値を何度も取るような時系列データについて、相関次元計測を行うと問題が生じる場合がある。

Grassberger と Procaccia の方法[16]では、半径  $r$  の球内に含まれる点の個数を数え、その半径  $r$  を徐々に大きくしていき、その半径  $r$  とその半径内に含まれる点の個数の比例関係により相関次元を測定する。このとき、半径  $r$  は一定の大きさを徐々に増加させていくが、この  $r$  を増加させる値が大きすぎると正確な相関次元よりも小さい値となる。また、小さすぎると半径  $r$  と点の個数の関係に偏りが生じる。時系列データの種類によっても最適な数値は異なってくるので、この値はヒューリスティックに求める必要がある。しかし、株価などの同じ値を何度も取るようなデータの場合、少しでも値を小さく取ると関係に偏りが生じ、正しい相関次元を求めるのが非常に困難である。そこで本研究では、移動平均を用いた相関次元計測の手法を提案する[33]。つまり、より正確な相関次元を求めるため、半径  $r$  を増加させる値は小さい数値にする。ただし、小さい数値で測定すると、関係に偏りが生じるので、半径内に含まれる点の個数について移動平均を計算し、その移動平均を計算した範囲を1つの固まりとして比例関係を求めるものである。つまりこの手法を用いると、半径  $r$  の増加させる値は小さくすることができるので、より正確な相関次元を測定することができる。また、移動平均を使って比例関係を求めるので、正確な比例関係を求めることができる。

### 3.3.2 移動平均法を用いた株価の相関次元計測

ここでは実際に移動平均を使った相関次元計測について検証してみる。使用するデータは、東京証券株式市場の TOPIX (Tokyo Stock Price Index: 東証株価

指数)と建築関係企業1社の株価である。TOPIX の場合は、東京証券市場全体の指標であるため、同じ値を取ることがほとんど無い時系列データである。これに対して、1社の株価の値は、過去のデータと同じ値を取る可能性が非常に高く、正確な相関次元を測定することが難しい。この2つのデータを使用して、今回提案した移動平均による相関次元について検証する。

最初に、従来の Grassberger と Procaccia の手法[16]をそのまま使用して相関次元を測定してみる。図 3.12 が TOPIX の場合の相関次元計測、図 3.13 が企業1社の場合の相関次元計測である。横軸が半径  $r$  の対数、縦軸が含まれる点の個数  $C(r)$  の対数である。また、相関次元は、1次元から10次元まで求めている。この2つの図から判るように、TOPIX の場合、グラフは滑らかな曲線となり、 $r$  と  $C(r)$  の間に比例関係が表れている。ところが企業1社の場合は、グラフが階段状になってしまい、関係に偏りが生じている。このようなグラフになると、その次元の相関次元である最大の傾きを求めることが困難となる。これは、 $r$  の増加を大きくすれば回避できるが、その場合は、正しい相関次元よりも小さい値が求まる可能性が高い。そこで移動平均を使った相関次元計測手法により、この2つの時系列データの相関次元を求めてみる。それぞれの結果が図 3.14 と図 3.15 である。TOPIX の場合は、従来法と同じように比例関係が表れている。また、1企業の株価の場合でも同様に比例関係がグラフに表れている。このように移動平均を使用することにより、1企業の株価のような同じ値を何度もとる時系列データでも正しい相関次元が測定できることが判る。

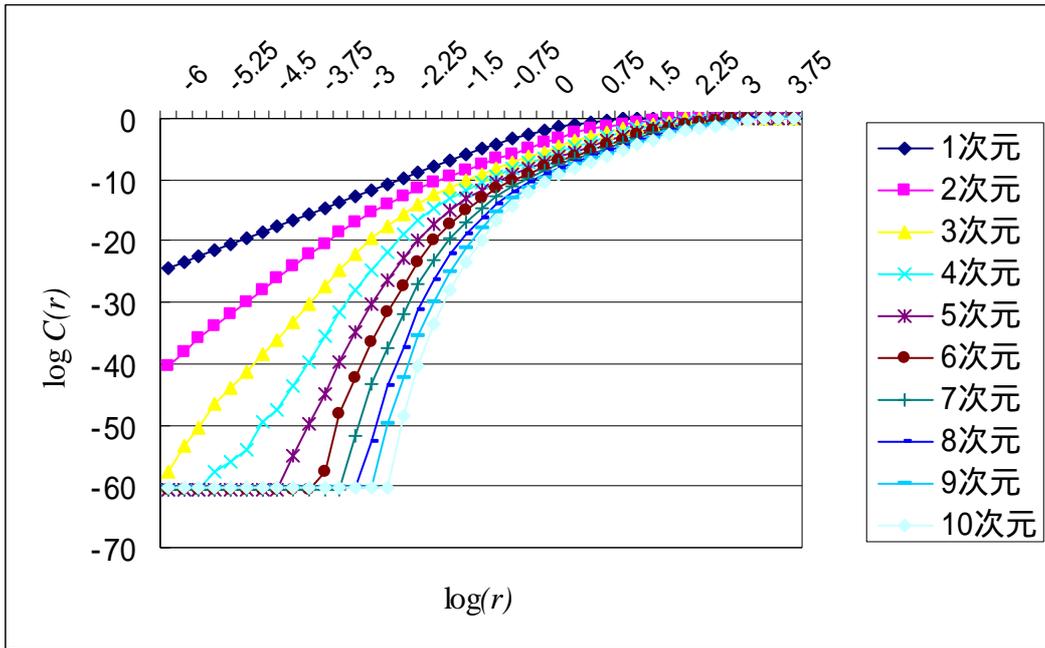


図 3.12 相関次元 (TOPIX)

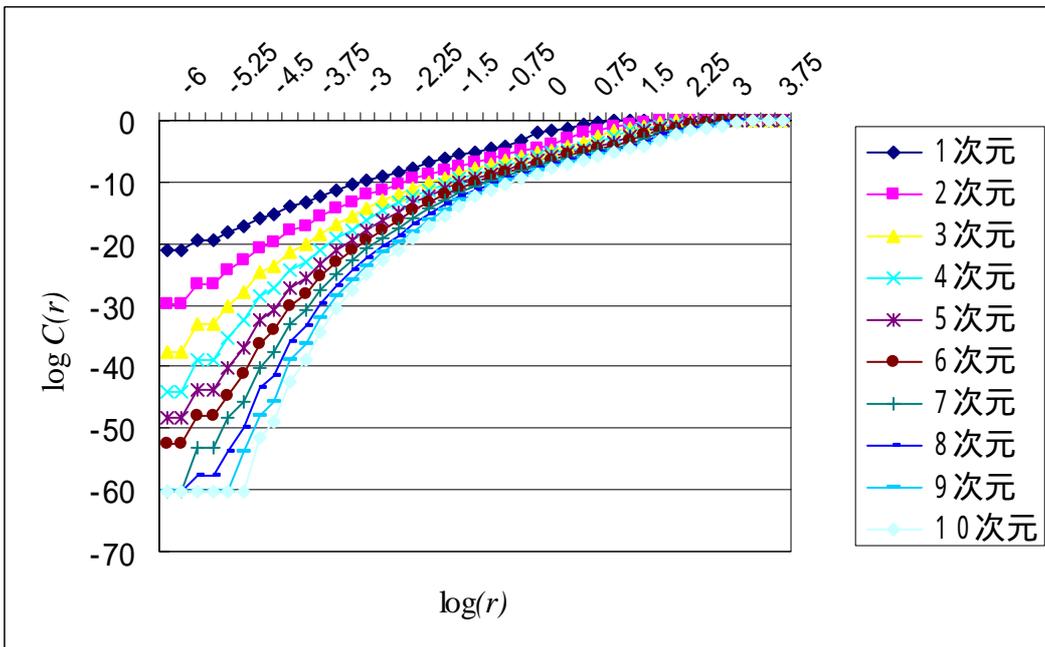


図 3.13 相関次元 (企業 1 社の株価)

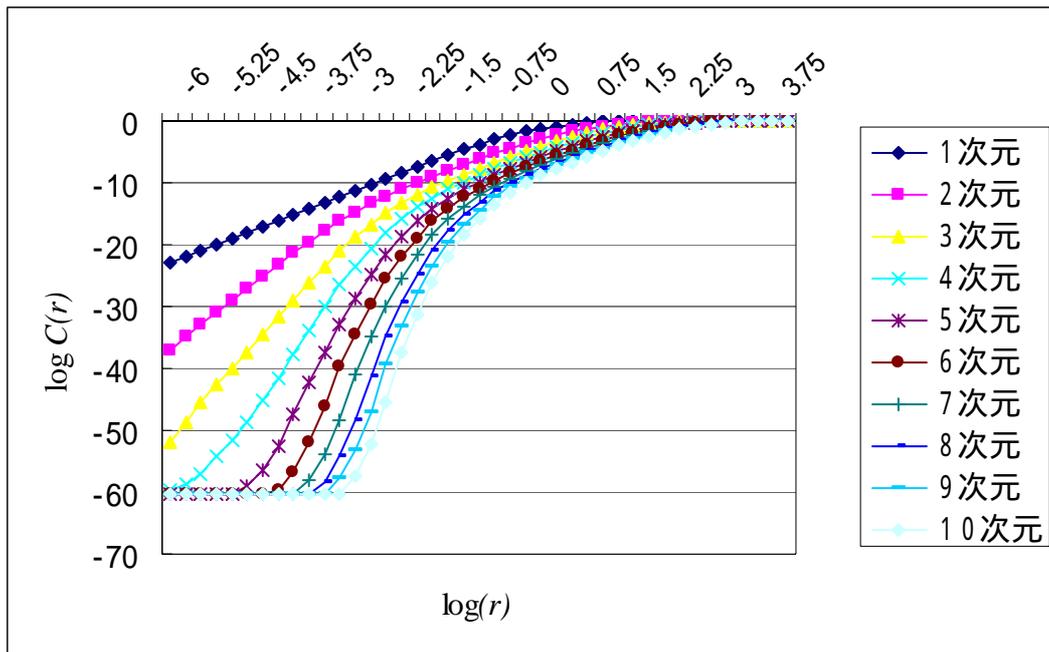


図 3.14 相関次元 ( TOPIX ) 移動平均法

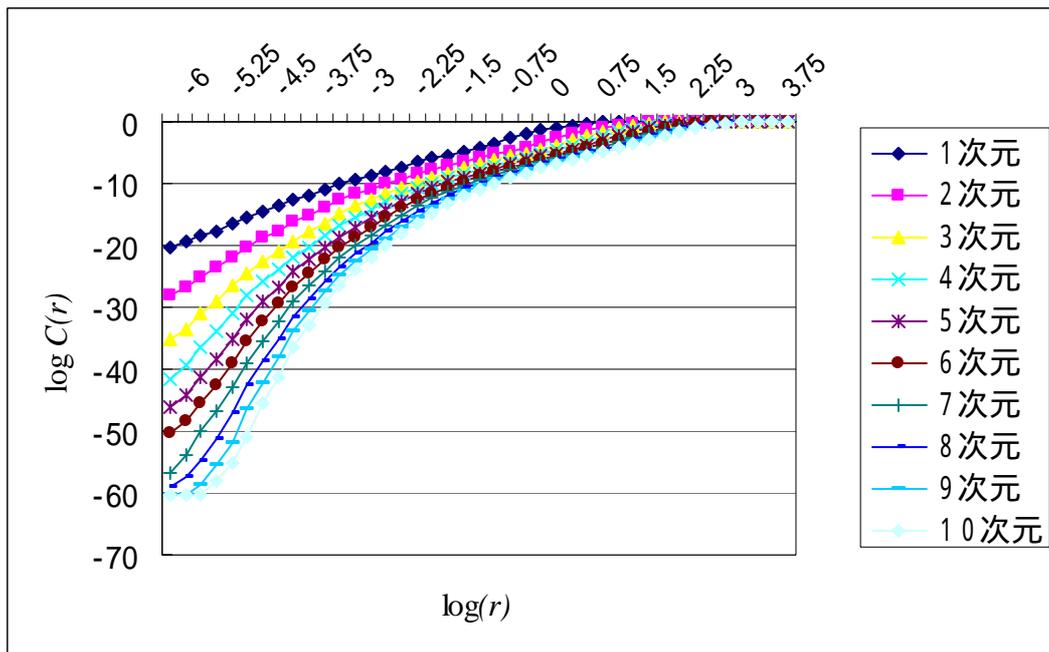


図 3.15 相関次元 ( 企業 1 社の株価 ) 移動平均法

### 3.3.3 予測結果と相関次元

移動平均による相関次元計測において正しい相関次元が測定されているかどうかを調べるために予測結果との相関係数の測定を行った。もし、株価にカオス性があり、かつ正しい相関次元が測定されていれば、この2つの間には負の相関が求まるはずである。

ここでの予測・相関次元計測には、東京証券株式市場の中から約100社を使用した。使用したデータの期間は、1989年1月から1999年12月までの約2700個である。

100社の相関次元計測結果が図3.16である。平均すると6次元程度の相関次元が測定されている。

予測は、株価の騰落率について行った。つまり株価の増減について予測を行い、その正答率について調べている。予測については、最高で64%、全体の平均で51.4%の正答率が得られている。

この予測結果と相関次元を基に相関係数の測定を行った。もし、カオス性の高い銘柄ほど、予測結果が良くなっていれば、相関係数は負の相関を示すことになる。予測を行ったすべての銘柄の最高正答率と埋め込み次元9～11次元で測定された相関次元について相関係数を測定した。その結果が表3.1である。あまり高くない値ではあるが、各次元とも負の相関を示している。これは、カオス性が高い銘柄ほど予測結果が良いことを示している。また、埋め込み次元が高くなるほど、負の相関も高くなっている。これは、埋め込み次元が高いほど相関次元が飽和し、正しい相関次元が測定されていることを示している。

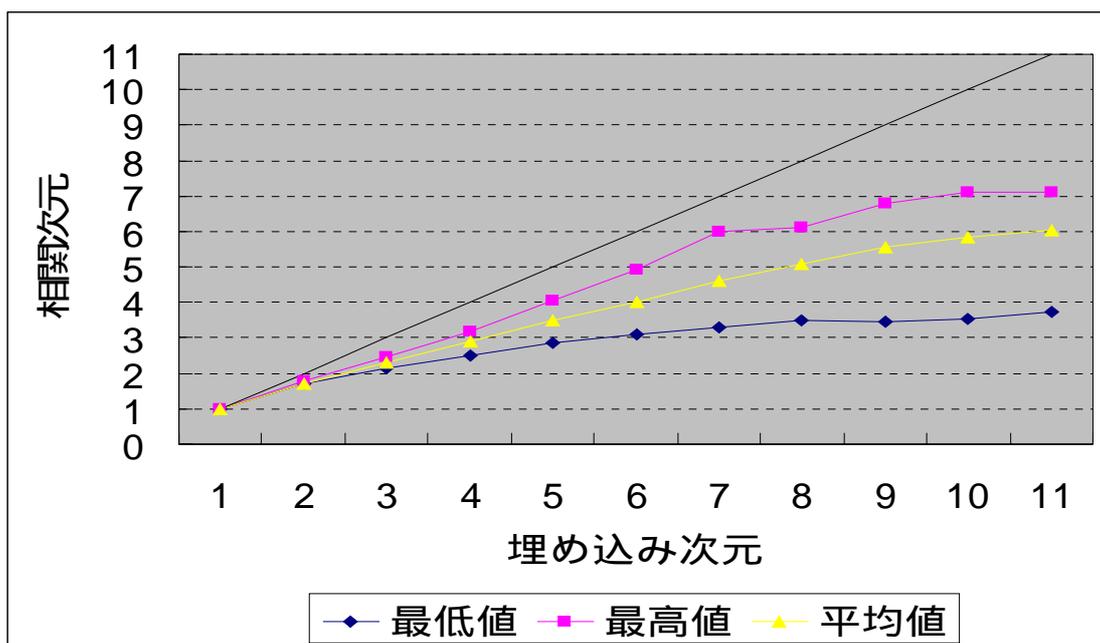


図 3.16 100 社の相関次元

表 3.1 予測結果と埋め込み次元の相関係数

埋め込み次元	相関係数
9 次元	-0.178
10 次元	-0.255
11 次元	-0.308

## 3.4 関連する業種を用いた株価の予測

### 3.4.1 重電大手 3 社の株価予測

株の世界では、「出遅れ株」[19][52]の言葉がある。これは、同じ業種の会社の中で、他の株が上がっているのに、その株だけが上がっていない状態のことをいう。そこで、関連データとして、同じ業種の会社の株価データを使って、短期予測を行えば、1つだけの株価データを使った場合より、予測精度が向上すると考えられる[32]。本研究では、重電大手 3 社の株を使ってシミュレーションを行い、関連データを使用することで予測精度が向上するかどうかを検証する。シミュレーションで使用するデータは、東京証券株式市場のデータである。データは、1986年1月1日から1996年12月31日までの約2500個のデータを使用する。

今回のシミュレーションでは、各データの差分を利用して予測を行うこととする。つまり、前日から今日を差し引いたデータを、今日の値として採用している。また、実際の株価のデータは、銘柄によって値段がかなり異なる。カオスによる短期予測は、データ間の距離を利用して予測を行う。このために、このままデータを使用した場合、正しい予測が行えない。そこで、3つのデータを、平均0、標準偏差1に正規化を行った。

この正規化された3社のデータを元にして、シミュレーションを行った。シミュレーションでは、1社のデータを予測データとし、残り2社のうちの1社を関連データとして使用した。これをすべての会社についてシミュレーションした。つまり、計6パターンについてシミュレーションを行った。

手順としては、予測する株価データを  $n$  次元、関連する株価データを  $m$  次元、時間間隔  $\Delta t = 1$  日として、1つのベクトルを作成する。このベクトルを  $n+m$  次元空間に写像する。写像されたベクトルに対し、時間  $t$  を変化させて  $n+m$  次元空間に軌道を描く。今回の場合は、全部で約 2500 回観測したデータのうち、前半の約 2400 個のデータを用いて  $n+m$  次元空間に軌道を描いた。

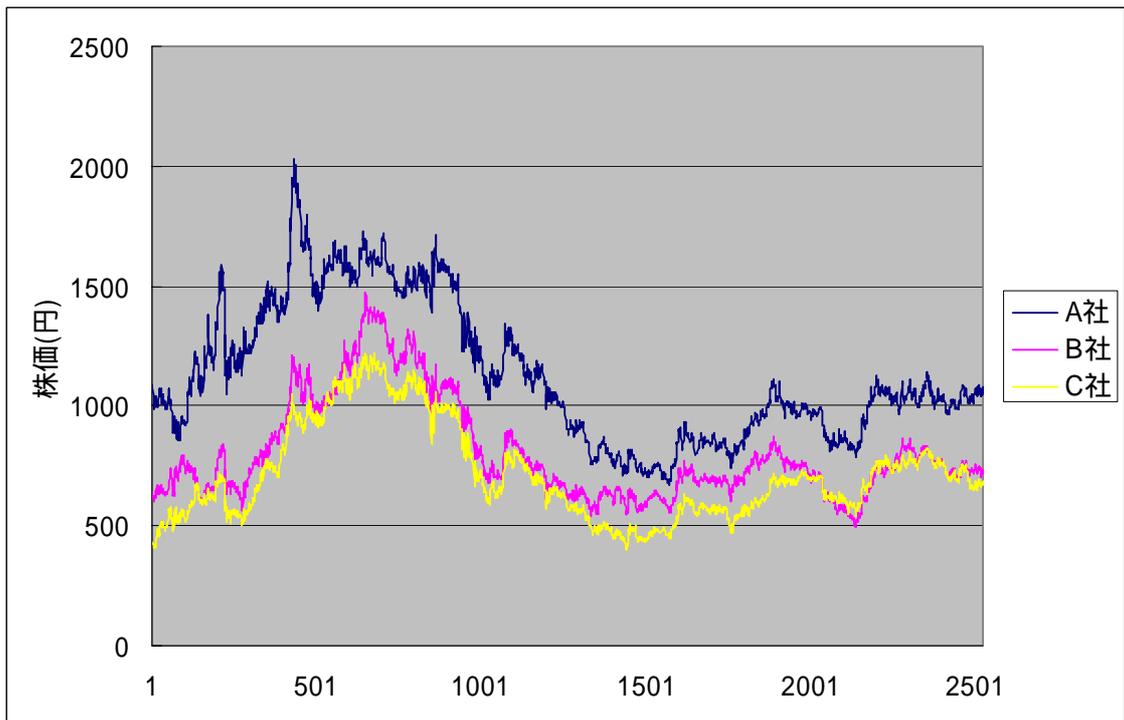


図 3.17 3社の株価データ

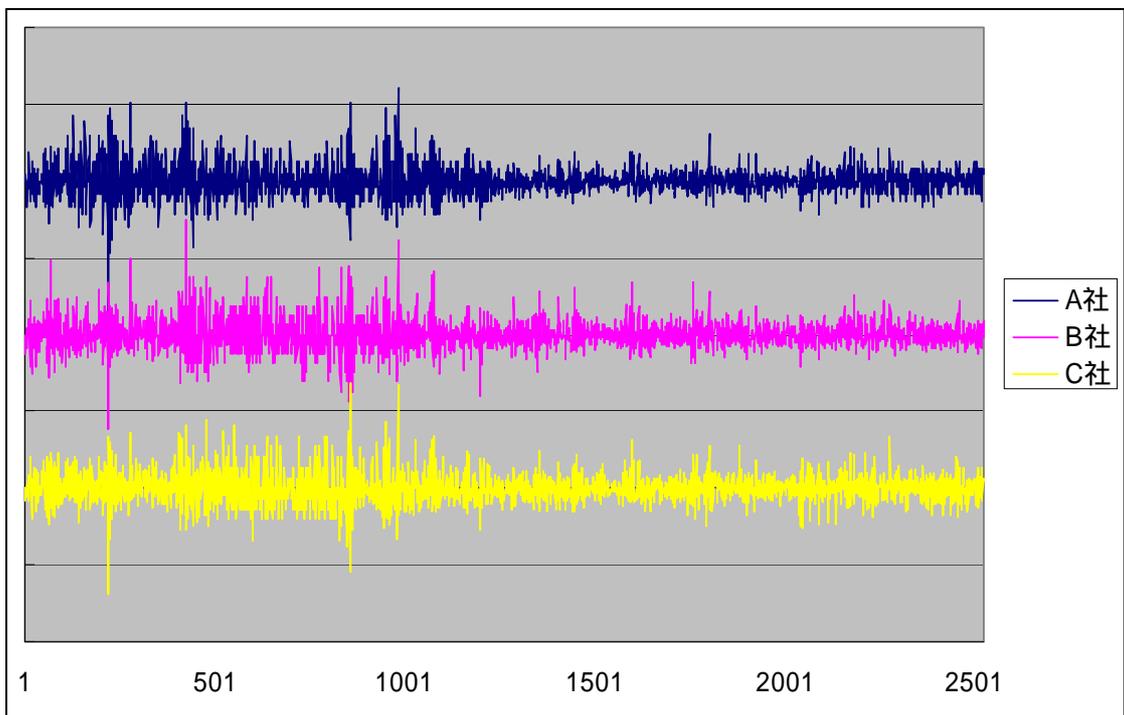


図 3.18 3社の正規化データ

### 3.4.2 予測結果

予測データの埋め込み次元を5, 関連データの埋め込み次元を0~30に変化させてシミュレーションを行った。図3.19~3.21は, その結果である。縦軸が予測値と実測値の誤差平均, 横軸が関連データの埋め込み次元となっている。つまり, このグラフの左端が従来法の予測結果となっている。それ以外が関連データを使用した予測結果となる。図3.19は, A社とB社をペアにした場合の予測である。実線のグラフが, A社を予測データとした場合, 破線のグラフがB社を予測データとした場合の予測結果となる。同様に, 図3.20は, A社とC社, 図3.21は, B社とC社の予測結果である。A社とB社の場合では, 両方のケースで誤差が減少している。A社とC社の場合, C社を関連データとした場合のみ, 誤差が減少している。また, B社とC社の場合, 両方のケースで誤差は減少していない。

このシミュレーションの結果, 誤差が減少する場合と, そうでない場合があることが判明した。そこで, A社・B社・C社の, それぞれの相関係数を求めてみることにした。その結果が, 表3.2である。この表でみると, すべての相関係数が高い値を示している。一番相関係数の高いものはB社とC社のペアである。しかし, B社とC社のペアは, 誤差の大きかったペアである。逆に, 誤差が小さかったA社とB社のペアは, 相関係数が一番小さくなっている。この結果から, 相関係数と予測誤差はあまり関係がないということがわかる。

また, 前節の関連データを使用した予測では, 関連データの埋め込み次元をあまり大きくすると予測誤差が大きくなっていった。およそ5次元程度の埋め込み次元の時に, 最も予測誤差が小さくなる傾向があった。ところが, 今回のシミュレーションの場合, 埋め込み次元を30次元にしても, 予測誤差は下がり続けている。そこで, さらに埋め込み次元を大きくした場合, どのような結果になるかを調べてみた。図3.22~3.24は, その結果である。関連データの埋め込み次元を30以上にした場合, 予測誤差は, それほど変化しないように思える。

ここまでのシミュレーション結果を全てまとめたのが表3.3である。この表でみると, もっとも予測誤差が低かった次元が, すべて20以上となっている。相対的に高い次元で関連データを埋め込んだ方が, 予測誤差が低くなっている。もっとも誤差の減少が大きかったのは, 予測データがA社, 関連データがC社の場合で, 誤差が25%以上減少している。逆にB社とC社の組み合わせでは,

誤差の減少が、それぞれ5%程度とあまり効果が見られない。予測データと関連データの組み合わせによって、予測誤差の減少が大きく異なることがわかった。

表 3.2 各社の相関係数

	A 社	B 社	C 社
A 社	1	0.669	0.674
B 社		1	0.723
C 社			1

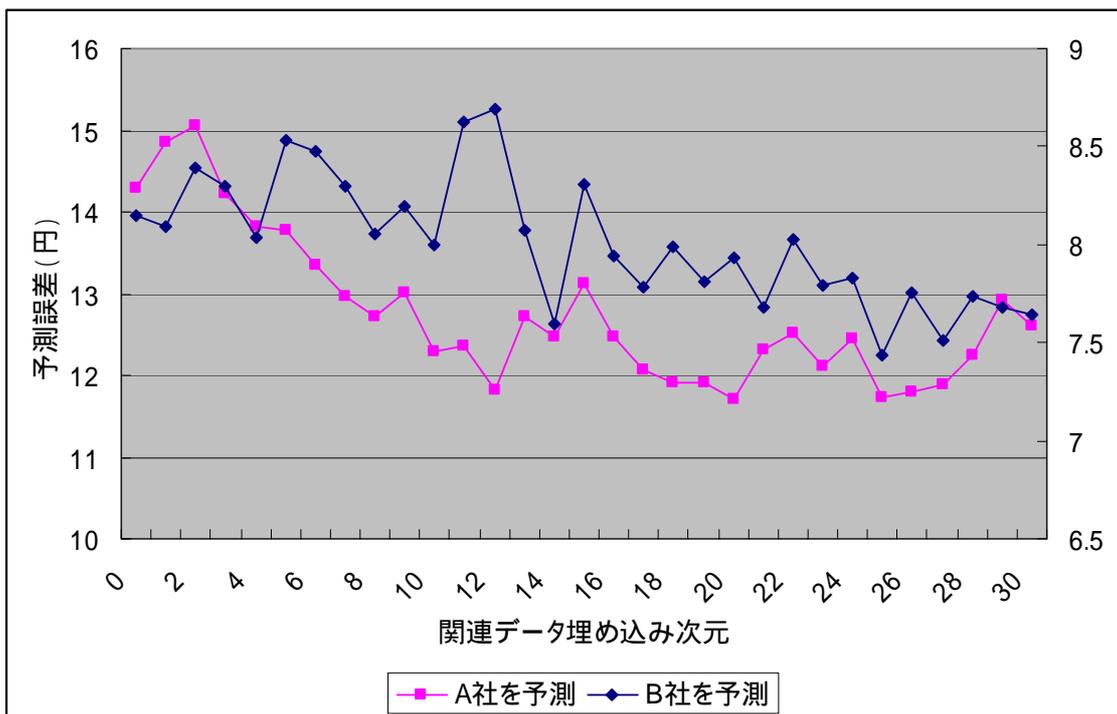


図 3.19 A 社と B 社のペア

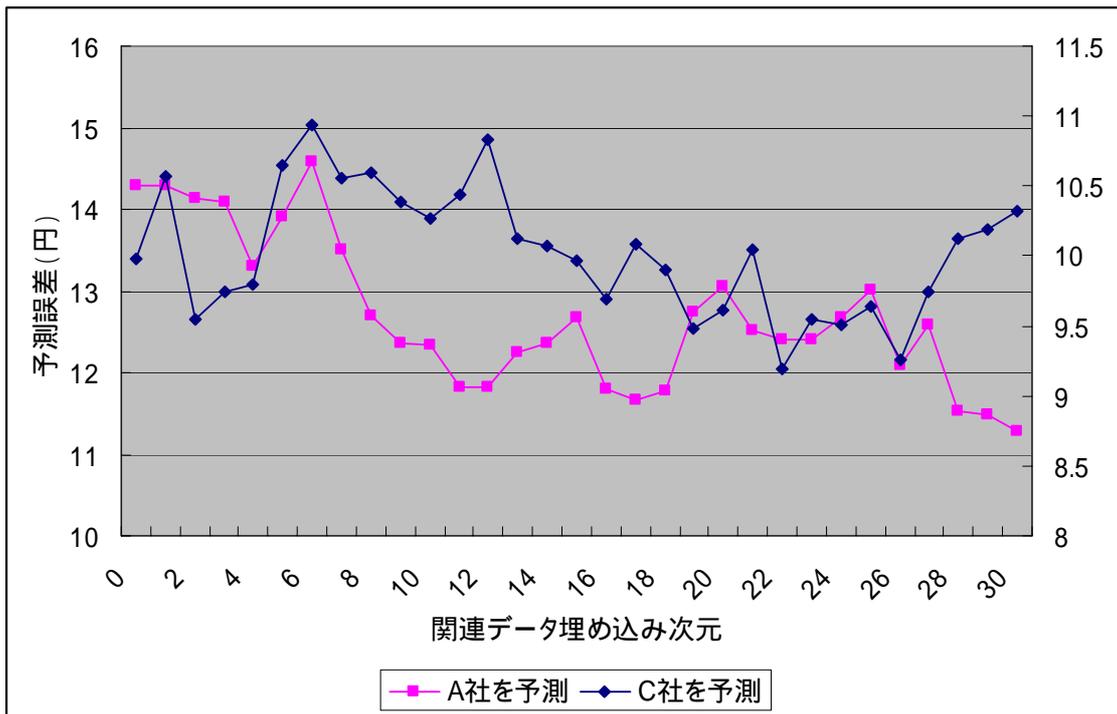


図 3.20 A 社と C 社のペア

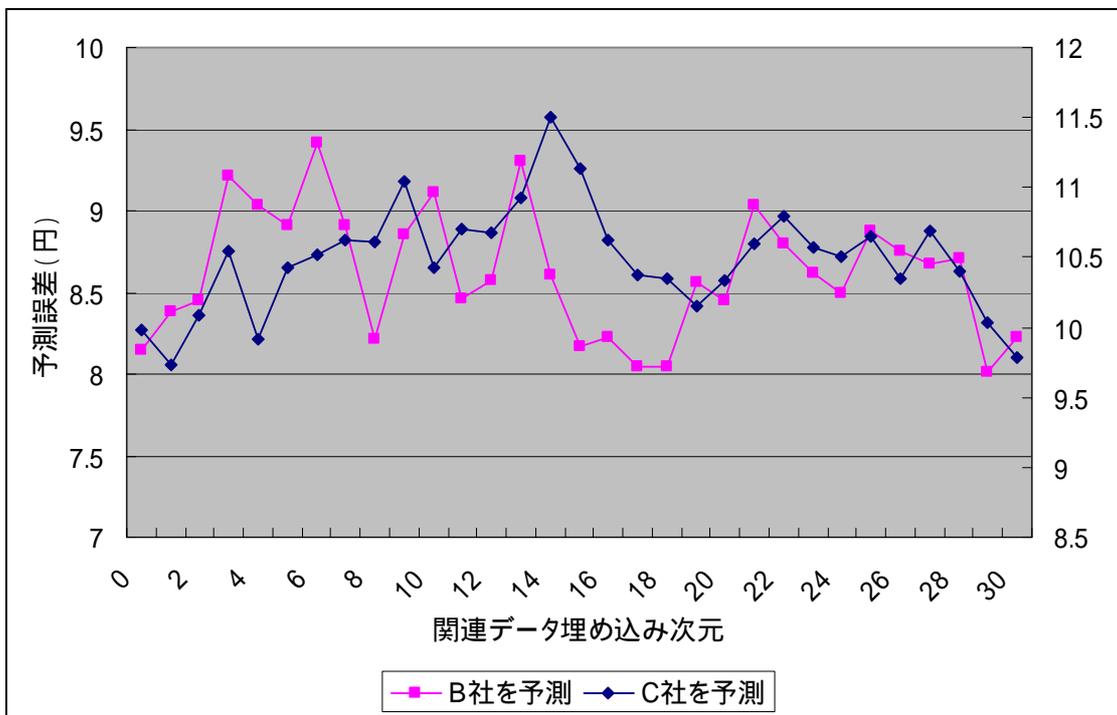


図 3.21 B 社と C 社のペア

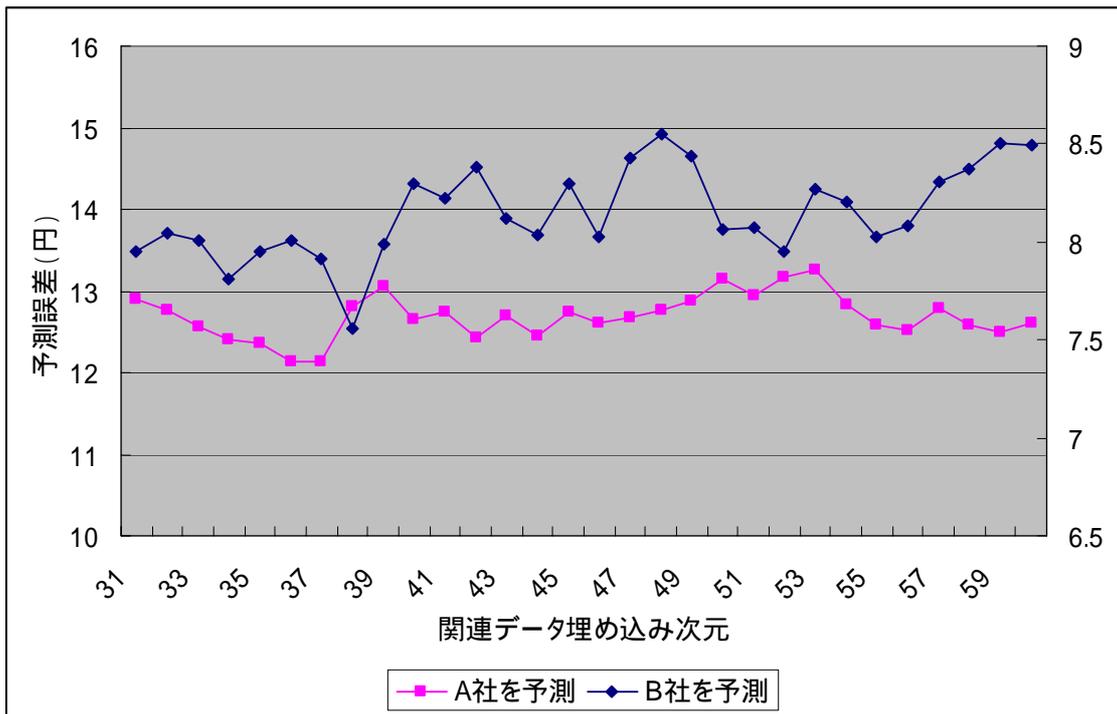


図 3.22 A 社と B 社のペア ( 3 0 次元以上)

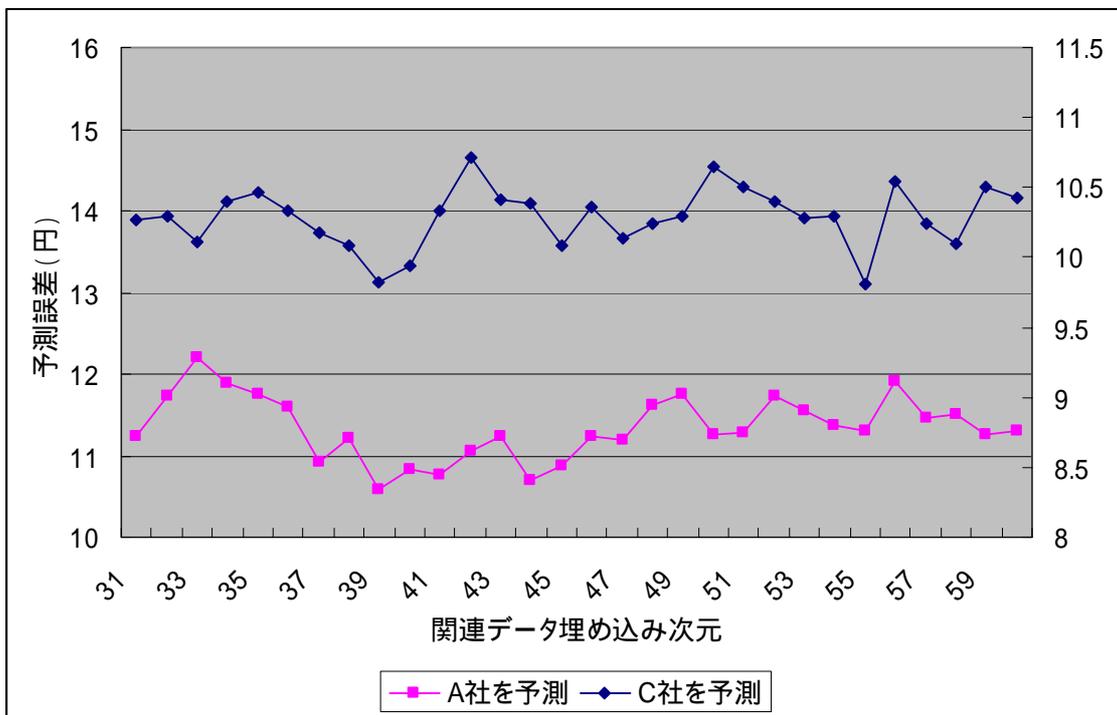


図 3.23 A 社と C 社のペア ( 3 0 次元以上)

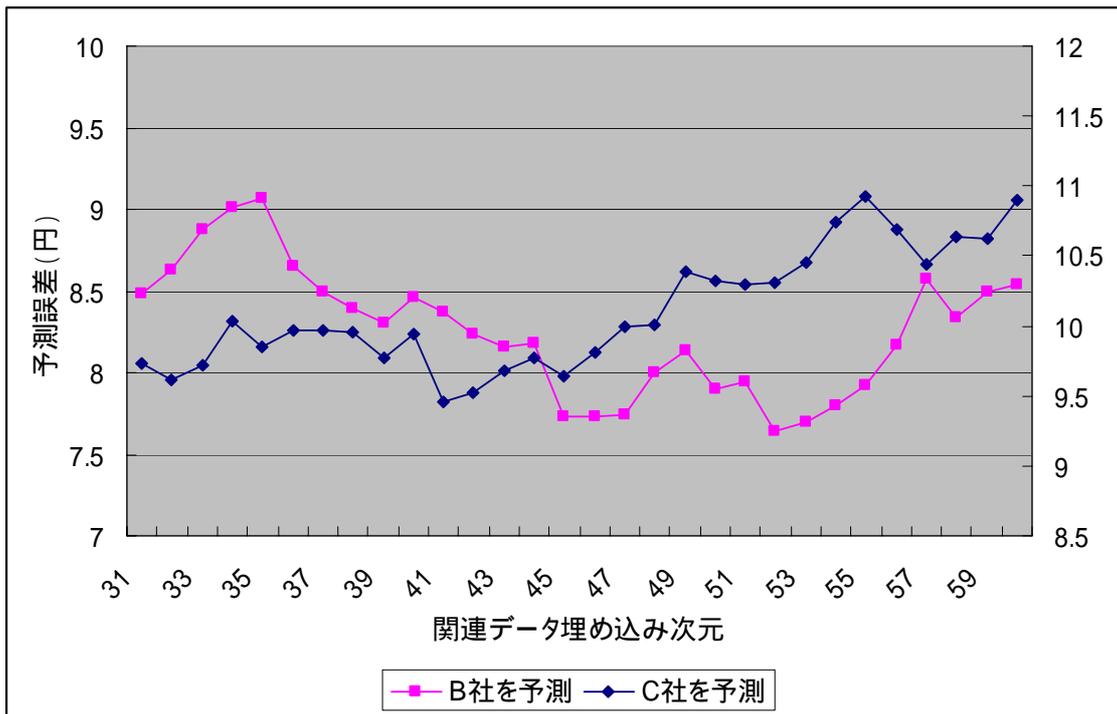


図 3.24 B 社と C 社のペア ( 3 0 次元以上 )

表 3.3 予測結果

予測企業	A	B	A	C	B	C
関連企業	B	A	C	A	C	B
予測誤差 (従来法)	14.29	8.14	14.29	9.97	8.14	9.97
予測誤差( 関連データ )	11.71	7.43	10.59	9.18	7.63	9.46
	(20)	(25)	(39)	(22)	(52)	(41)
予測精度の向上率	18.01%	8.72%	25.90%	7.95%	6.27%	5.18%

## 3.5 結言

本章では、カオスによる短期予測について、新しい手法を提案した。これまでのカオス理論による予測方法は、予測したい時系列データを F.Takens の埋め込み定理[54]に基づいて、再構成状態空間にアトラクタの再構成を行い、このアトラクタを基に予測を行ってきた。低次元のカオス性を示す時系列データは、この方法で十分な予測精度を得ることができるが、高次元のカオス性しか示さない時系列データの場合は、予測が困難となる。そこで、関連データを同時に埋め込むという予測手法を提案し、その有効性を検証した。

3.2 節では、予測データとして東京証券取引所・日経平均株価を使用し、関連データとして円ドル為替レートを使用した。これは、円ドル為替レートの変動が、日経平均株価に影響を与えると考えたためである。また、日経平均株価について、相関次元計測・最大リアプノフ指数を使用して、カオス性を検証した。その結果、日経平均株価は、低次元のカオス性を示さないことが判明した。このことは、通常のカオス予測で簡単に予測できるわけではないことが判った。また、ランダムとは違うある程度の決定論的規則性が含まれる可能性があることも示した。このことから、カオスでの予測が全く不可能というわけではないことが判った。そこで、本論文での提案手法である、関連データを用いたカオスによる予測手法により、日経平均株価を予測した。その結果、関連データを用いずに予測した場合よりも予測精度が向上することを示した。しかし、関連データの埋め込み次元が大きくなると、逆に精度が落ちることも判明した。

3.3 節では、1社の株価データについて、カオス性の測定を行った。日経平均株価については、3.2 節でカオス性を確かめたが、1社の株価データについても同様にカオス性を示すのかどうかを検証した。また、1社の株価データは、日経平均株価などの株価指標と違い、同じ値を何度もとる可能性がある。その場合、相関次元の測定が困難になる場合が多い。そこで、本論文では、移動平均を用いた相関次元計測について提案している。この方法の場合、同じ値を何度もとるような時系列データであっても、相関次元の測定を可能にしている。この手法を用いて、約 100 社の株価データと TOPIX について、相関次元を測定した。TOPIX については、従来の方法と移動平均を用いた方法で、同じように相関次元を測定することができた。移動平均を用いた測定方法が、従来の方法と同じように相関次元を測定できることを示した。また、1社の株価データについては、従来の方法では、上手く相関次元を測定できなかったが、本提案法で

は、相関次元計測が可能となった。また、約 100 社の株価データについて、カオスによる増減予測をおこない、その的中率を測定した。この的中率と相関次元を比較し、ある程度の負の相関があることを示した。つまり、相関次元が低いデータほどカオスで予測しやすいことを示すことができた。

3.4 節では、同一業種の株価を関連データとし、株価データを予測した。3.3 節で、1 社の株価データについても、ある程度の決定論的規則性（カオス性）があることが判明したため、1 社の株価データもカオス予測モデルによる予測が不可能ではないことが判った。そこで、同一業種の株価を関連データとし、カオスによる予測を行った。同一業種の株価変動が、目的の株価に影響を与えると考えたためである。同一業種の株価を関連データとして同時に埋め込んで予測を行うと、埋め込まなかった場合よりも予測精度が向上することが判った。ただし、その向上の仕方は、組み合わせにより、バラツキがあることも判明した。また、日経平均株価を予測した場合よりも、高い埋め込み次元において、予測精度が高くなることが判明した。これは、日経平均株価よりも、1 社の株価の方が、高次元のカオス性を有しており、予測困難な可能性が高いことを示している。

## 第4章

# ファジィ推論を用いたカオス予測法と 遺伝的アルゴリズムによるチューニング グ

### 4.1 序言

F.Takens の埋め込み定理[54]に基づいて、予測を行う場合、予測したい時系列データの近傍の点を参考に予測値を計算する。この手法を用いる場合、近傍の点のうちでユークリッド距離が現在の点に近いものほど重視する。しかし、このままでは実際にどのような値を与えればよいかは不明であり、試行錯誤によって妥協できるものを得るしか方法はない。そこで本論文では、このようなあいまいな問題に対応するためにファジィ理論を適用し、重みを求めることにする。

ファジィ理論は、1965年にL.A.Zadehにより提唱された理論[64]である。それ以後多くの研究者によって、色々な研究がなされている。そのなかで、最も成功した応用分野は、ファジィ制御である。このファジィ制御は、Mamdani[26]によって、1974年に発表された。このファジィ制御は、制御のためのエキスパートシステムであり、ファジィ推論と呼ばれている。このファジィ推論は、制御以外にも色々な分野で応用されている。本論文でも、カオスによる予測に、このファジィ推論を使用している。

ファジィ推論では、メンバシップ関数を用いて、推論を行う。このメンバシップ関数は、人間の主観を表現するためのものであるが、制御やエキスパートシステムに使用する場合、最適な結果を得るためにチューニングを行わなければならない。通常、メンバシップ関数は、開発者の試行錯誤により決定される

場合が多い。しかし、その場合は、最適なメンバシップ関数を求めるのは難しい。そこで本研究では、遺伝的アルゴリズムを使用して、メンバシップ関数をチューニングしている。遺伝的アルゴリズムは、1975年に J.H.Holland[17]によって提案された手法で、確率的探索・学習・最適化を行うためのものである。この遺伝的アルゴリズムは、ファジィ推論によるクレーン制御などにおいても、メンバシップ関数のチューニングに用いられている[58]。本論文では、この遺伝的アルゴリズムの方法を用いて、カオス短期予測モデルに最適なメンバシップ関数を求める。

本章では、これらの手法を用いて、経済・経営時系列データのカオス短期予測を行っている[31]。4.2節では、ファジィ推論を用いてカオスモデルによる予測を行い、日経平均株価の予測精度向上を図っている。また、4.3節では、遺伝的アルゴリズムを用いて、ファジィ推論に使用するメンバシップ関数のチューニングを行い、予測に最適なメンバシップ関数を求めている。

## 4.2 ファジィ推論を用いたカオスによる予測

### 4.2.1 日経平均株価の予測

カオスモデルによる予測では、多次元空間内に埋め込まれた時系列データの過去の挙動に基づいて予測を行う。その場合、未来を予測したいデータの近傍に位置するデータの挙動を利用して、予測を行う。当然予測したいデータに近いデータの挙動ほど、重視する必要がある。しかし、どの程度重視するかについては、試行錯誤により決定するしかない。そこで、本研究では、ファジィ推論を用いて、どの程度重視するかの重みを求める。

ここで距離を  $D$ 、重みを  $W$  とすると、これらはすなわち次に示す if-then 形式のファジィプロダクションルールとなる。

$$\text{If } D \text{ is near then } W \text{ is big} \quad (4.1)$$

$$\text{If } D \text{ is middle then } W \text{ is middle} \quad (4.2)$$

$$\text{If } D \text{ is far then } W \text{ is small} \quad (4.3)$$

各メンバシップ関数の横軸は、前件部が現在の点から近傍の点までのユークリッド距離であり、経験的に 0 から 3.0 に設定している。ここでの各前件部メン

バシッブ関数は、全数探索によって最適な値を求めている。また、後件部が求める重みであり、0 から 1.0 に設定している。このファジィ推論によって、近傍の各点に対して現在の点からのユークリッド距離に応じて重み  $W$  をそれぞれ求めることになる。

この手法を用いて、日経平均株価のデータを予測する。予測に用いるのは、1991 年 9 月 30 日から 1994 年 7 月 29 日までの約 700 個のデータである。今回の予測では、前半部分の約 600 個のデータを用いて、後半部分 100 個のデータ予測を行った。また、関連データとしては、円ドル為替レートを使用している。これらのデータは、3.2 節において使用された図 3.3・図 3.4 と同じものである。このデータを元にして、日経平均株価のデータを  $n$  次元、円ドル為替レートのデータを  $m$  次元、時間間隔 = 1 日として、1 つのベクトルを作成する。このベクトルを  $n+m$  次元空間に写像する。写像されたベクトルに対し、時間  $t$  を変化させて  $n+m$  次元空間に軌道を描く。この軌道が描かれた  $n+m$  次元空間上に、予測を行いたい時点のデータから作成したベクトルを写像する。そして、写像されたベクトルの近傍にある他のベクトルを選択する。選択されたベクトルは、過去のデータであるので 1 日後の軌道がわかっている。その軌道を利用して予測を行いたいベクトルの 1 日後の値を予測している。

例えば、日経平均株価 5 次元、円ドル為替レート 2 次元の合計 7 次元空間に埋め込んで予測を行うとする。この時、1994 年 7 月 1 日のデータから、7 月 2 日の値を予測したいとする。この 7 月 1 日の日経平均株価のデータを  $x(0)$ 、円ドル為替レートのデータを  $y(0)$  とすると作成されるベクトル  $Z(0)$  は、

$$Z(0) = \begin{pmatrix} x(0), x(-1), x(-2), x(-3), x(-4), \\ y(0), y(-1) \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

になる。このベクトルを 7 次元空間に埋め込む。すでに埋め込まれている約 600 個のベクトルの中から、このベクトルに最も距離の近いものを 3 つ選択する。なお、この距離の計算にはユークリッド空間距離を使用する。このようにして選択された 3 つのベクトルを  $Z(s_1)$ 、 $Z(s_2)$ 、 $Z(s_3)$  とする。選択された 3 つのベクトル  $Z(s_1)$ 、 $Z(s_2)$ 、 $Z(s_3)$  に対して現在の点からのユークリッド距離に応じて重み  $W_1, W_2, W_3$  をそれぞれ求めることになる。この重みは、式(4.1)~(4.3)を用いて計算する。また、求められた値は、ファジィ集合になっているので、これを非ファジィ化する必要がある。非ファジィ化には、ファジィ推論によって得られるファジィ集合の重心をとっている。これは min-max 重心法と呼ばれる方法である。この方法により非ファジィ化された重み  $W_1, W_2, W_3$  を用いて予測値を計算する。この場合の予測値  $x'(1)$  は、

$$x'(1) = \frac{(x(s_1) \times W_1 + x(s_2) \times W_2 + x(s_3) \times W_3)}{W_1 + W_2 + W_3} \quad (4.5)$$

として求める。

## 4.2.2 予測結果

前節の手順に基づいて、日経平均株価 5～13 次元、円ドル為替レート 0～9 次元に変化させてシミュレーションを行った。ここでは、従来のカオスによる予測・局所ファジィ再構成による予測・関連データによる予測・本提案法による予測の 4 つの結果を表 4.1 に示している。局所ファジィ再構成法は、五百旗頭らによる提案方法[20]で、カオスによる予測の局所再構成部分にファジィ推論を適応した手法である。水力発電所流入量などの予測に対して、有効であるとの発表がなされている。[14][21]

今回の予測結果では、各手法において、最も結果の良かった値を示している。なお、関連データ法については、3.2 節の結果と同様である。従来のカオス予測に対しては、関連データ法・本提案法とも良い結果を示している。このことは、3.2 節の結果からも明らかのように、関連データを追加することにより、時系列データの規則性が強くなり、予測結果が良くなったと考えられる。さらに、本章の提案方法であるファジィ推論を用いることにより、良い予測結果を得ることができた。これは、予測値を求める部分が最適化されたことを示している。また、同じようにファジィ推論を用いている、局所ファジィ再構成法についても、本手法の方が良い予測結果を得ている。

この結果により、日経平均株価のようなカオス性が低い時系列データに対して、本提案法が有効であると考えられる。

表 4.1 予測結果

	予測誤差	相関係数
従来のカオス予測	170.8	0.922
局所ファジィ再構成法	168.2	0.921
関連データ法	163.5	0.931
本提案法	159.9	0.933

### 4.3 遺伝的アルゴリズムによるメンバシップ関数の最適化

#### 4.3.1 メンバシップ関数のチューニング

4.2 節においては、ファジィ推論のメンバシップ関数を全数探索により求めた。この方法だと、必ず最適なメンバシップ関数を求めることができるが、膨大な計算時間が必要となる。また、メンバシップ関数の組み合わせに対する予測結果の誤差平均は、これを探索領域ととらえたとき図 4.1 のように多峰性になっている。このような多峰性の問題に対して、一般的な局所探索法である山登り法などでは良い解を得ることは難しい。そこで本研究では、この局所解に陥る欠点を避け、最適点を効率的に得るために遺伝的アルゴリズムを用いる。遺伝的アルゴリズムを用いれば、少ない探索回数で、概ね最適解を得ることが可能になる。

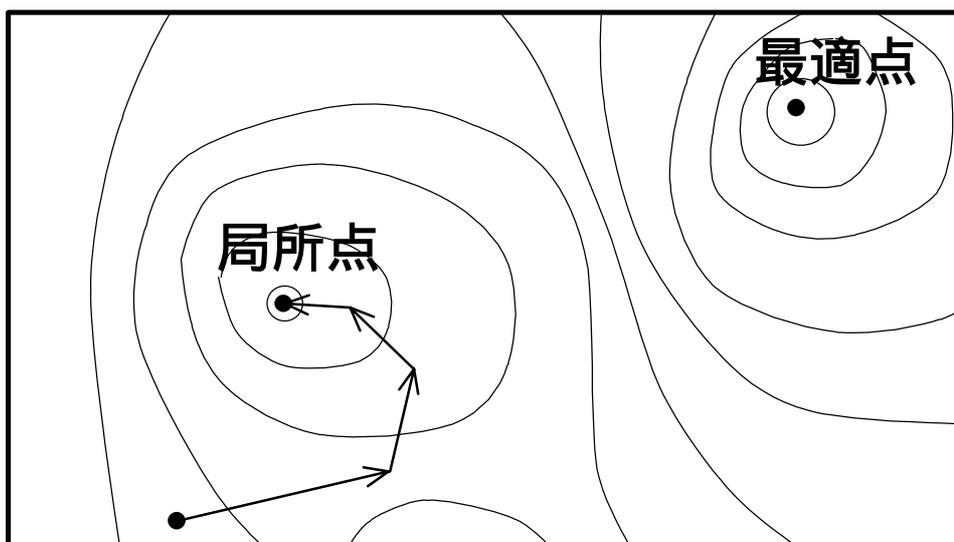


図 4.1 山登り法

遺伝的アルゴリズムで解を探索するためには、解を遺伝子の形で表現する必要がある。ここでの解は、最適な前件部メンバシップ関数となる。しかし、メンバシップ関数がとる値は、連続的な値となるため、この組み合わせは無限に存在することになる。そこで、ここでは図 4.2 に示すような制限を設ける。メンバシップ関数の形を決定する各点は、near について 2 点、middle について 3 点、far について 2 点の合計 7 点になる。ここでは near に関する 1 点を 0 で固定する。さらに他の各点を連動させて 3 点、 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  のみを変動させることでメンバシップ関数のチューニングを行う。この 3 点は、連続値ではなく離散値をとることにする。具体的には、0~3.0 の間で 0.1 刻みの値をとることにする。この場合、取りうる値は 31 通りとなる。この 3 点は、各メンバシップ関数の意味から

$$0 \leq \alpha < \beta < \gamma \leq 3.0 \quad (4.6)$$

の関係にある。以上の条件を満たす 3 点の組み合わせは、4495 通りとなる。また、ここで用いる個体の遺伝子構造は

$\alpha=0.2$	$\beta=1.8$	$\gamma=2.4$
--------------	-------------	--------------

のように、個体の遺伝子の数は 3 である。この 3 遺伝子は図 4.2 に示すように、左のものから順にメンバシップ関数のパラメータの 3 点にそれぞれ相当しており、これらの値がそのまま遺伝子の値となっている。遺伝的アルゴリズムの終

端判定には，集団に属する全ての個体が同一の遺伝子を持つ場合に終了する方法をとっている．また，遺伝的アルゴリズムの各パラメータは，表 4.2 に示す通りとなっている．

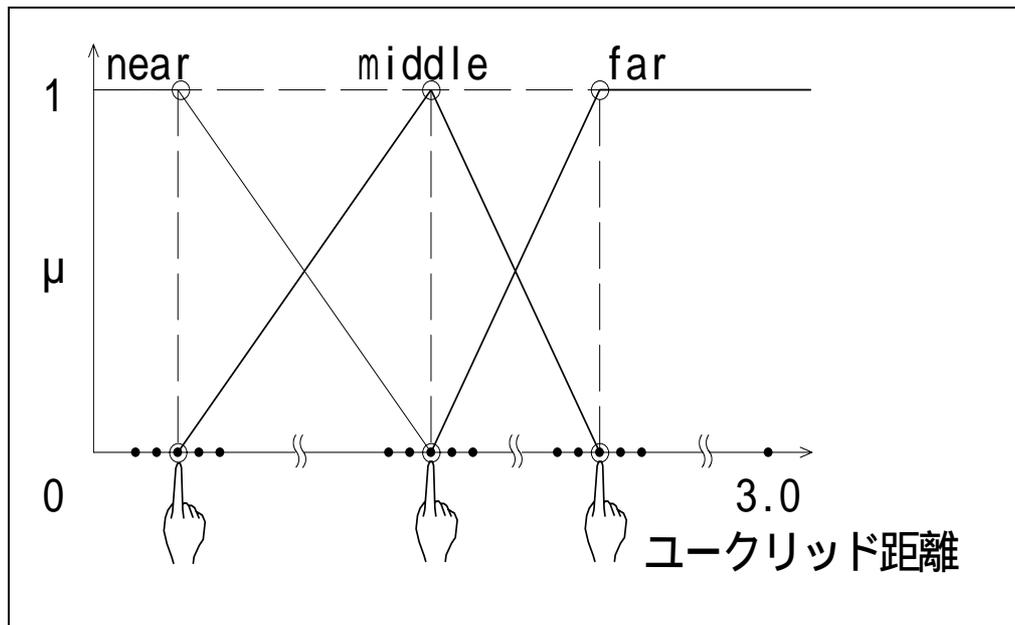


図 4.2 前件部メンバシップ関数

表 4.2 遺伝的アルゴリズムの初期条件

適合度	誤差平均
初期集団サイズ	1%, 3%, 5%, 10%
遺伝子の長さ	3
交叉方法	1点交叉
交叉率	60%
突然変異率	1%
選択法	エリート戦略
淘汰・増殖率	10%

### 4.3.2 チューニング結果

ここでは、各初期集団サイズに対して、それぞれ 5 回のシミュレーションを行った。初期集団サイズは 4 通りであるので、合計 20 回のシミュレーションを行ったことになる。この結果が表 4.3～表 4.6 となる。探索効率は、メンバシップ関数における全てのパラメータの組み合わせのうち、どれだけの組み合わせを用いて解に到達したかを示すもので、次式によって得られる。

$$(\text{探索効率}) = \frac{(\text{探索数})}{(\text{全組み合わせ数})} \times 100 \quad (4.7)$$

遺伝的アルゴリズムは、最適化問題を解くためのアルゴリズムであり、探索効率が小さいほど有効に作用しているといえる。また収束世代は、集団が何世代で一種類の個体に収束したかを表すものである。シミュレーションで用いた遺伝的アルゴリズムは、集団に属する個体が全て同一の個体に収束したかどうかで解に到達したと判断している。このため、収束世代数も遺伝的アルゴリズムが時間的にいかに効率的に機能しているかを表す指標の 1 つとなる。解順位は、全ての解のなかでの順位を示している。これが 1 位になっていれば、最適解が得られている。

探索効率で考えると、初期集団を 1% の場合が、最も効率よく解を探索している。解全体の約 5% 程度の探索で解が得られている。その反面、最適解に達したのは 5 回中 1 回だけである。逆に最適解を得る確実性を考えると、初期集団を 10% とした場合が最も確実に最適解を探している。全ての試行で最適解が求められている。しかし、探索効率は悪く、全体の約 30% を探索する必要がある。そこで、ここでは妥協点として、初期集団サイズ 5% 程度が最適と考える。この場合、探索効率は約 18% となっている。また、得られた解も、1 位もしくはパラメータの値がほぼ 1 と同じ値をとる 3 位であり、本研究の探索では、最も妥当なものと考えられる。また、得られた最適なメンバシップ関数を図 4.3 に示す。

**表 4.3 初期集団 1%の場合**

試行回数	探索数	探索効率 (%)	収束世代	解順位
1	251	5.58	28	4
2	158	3.51	16	4
3	218	4.84	25	4
4	219	4.87	21	1
5	239	5.31	21	4
平均	217	4.82	22	

**表 4.4 初期集団 3%の場合**

試行回数	探索数	探索効率 (%)	収束世代	解順位
1	558	12.41	19	1
2	546	12.14	21	1
3	504	11.21	19	4
4	573	12.74	23	4
5	506	11.25	20	1
平均	537	11.95	20	

**表 4.5 初期集団 5%の場合**

試行回数	探索数	探索効率 (%)	収束世代	解順位
1	832	18.50	28	1
2	804	17.88	22	1
3	869	19.33	18	3
4	782	17.39	17	3
5	809	17.99	19	1
平均	819	18.22	20	

表 4.6 初期集団 10%の場合

試行回数	探索数	探索効率 (%)	収束世代	解順位
1	1434	31.90	21	1
2	1473	32.76	19	1
3	1413	31.43	19	1
4	1481	32.94	19	1
5	1426	31.72	23	1
平均	1445	32.15	20	

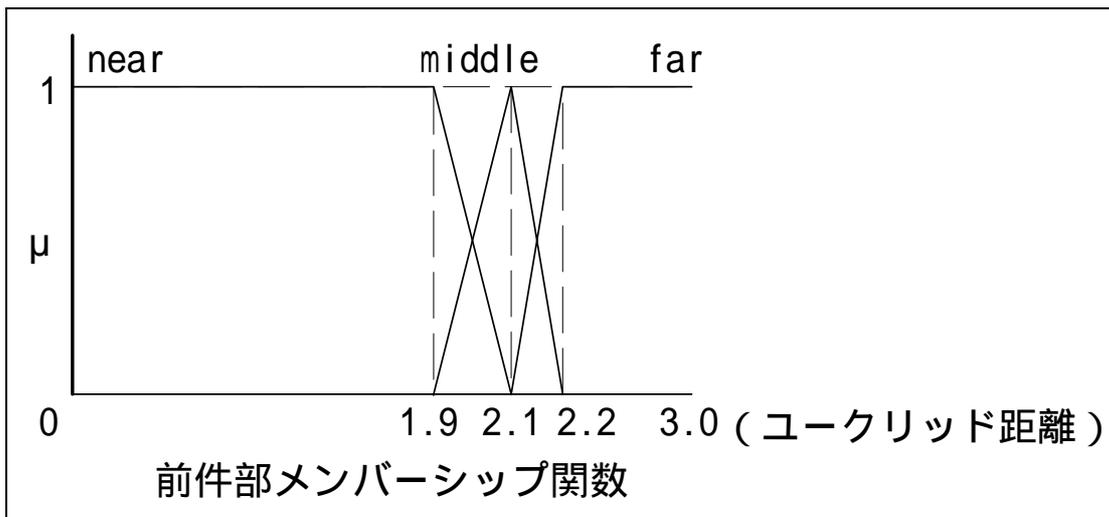


図 4.3 最適なメンバーシップ関数

## 4.4 結言

本章では、カオスモデルによる短期予測にファジィ推論を応用する方法を提案した。近傍にある点のうち、近い距離の点ほど重視すべきであることは明らかである。しかし、どの程度重視すべきかは、経験則によって決められていた。本提案法では、ファジィ推論を用いることにより、予測に最適なウェイトを求めることができた。また、遺伝的アルゴリズムを用いることにより、メンバシップ関数のチューニングにおいて、解の探索回数を実用可能な数まで減らすことが可能であることを示した。

4.2 節では、東京証券取引市場の日経平均株価を予測した。また、従来のカオス予測や、局所ファジィ再構成法との比較を行った。その結果、ファジィ推論を用いることにより、予測値を求める部分を最適化することができた。また、他の手法に対して、本提案法が日経平均株価などの高次元カオス性を有する場合には、良い結果が求められることを示した。

4.3 節では、ファジィ推論のメンバシップ関数を遺伝的アルゴリズムで求められることを示した。解の数が少なければ、全数探索で、最適なメンバシップ関数を求めることも可能であるが、計算時間などの問題で、現実的ではないことが多い。ここでは、遺伝的アルゴリズムを用いることにより、より少ない探索回数で、最適な解もしくはそれに準じる解を求められることを示した。

## 第5章

# Wavelet 変換により分割された時系列データのカオス短期予測モデル

### 5.1 序言

カオスモデルによる時系列データの短期予測は，これまでの手法では予測不可能であった時系列データを予測可能にしてきた．従来の予測方法では，ランダムな動きとしか解析できなかった時系列データに，決定論的規則性があることを見いだすことができた．決定論的規則があらわれる時系列データに対しては，カオスモデルによる予測手法は有効に作用する．しかし，時系列データがランダムではないとしても，カオス性の低い時系列データについては，予測が困難である．また，経済・経営時系列データの多くは，カオス性が低く，予測することが難しい．そこで本章では，Wavelet 変換を用いて時系列データを予測する．Wavelet 変換で時系列データを分割することにより，分割された時系列データは予測しやすくなると思われる．この手法を用いれば，予測困難であった時系列データの精度向上が可能であると考えられる．

Wavelet 解析は，1980 年代初頭に J.Morlet[40][41]によって考案された時間・周波数解析手法である．Wavelet 関数とは，特定の決まった関数ではなく，局在する波を表現する色々な関数の総称である．つまり関数そのものを指し示しているのではなく，どのように使用されるかに関連した呼び名である．J.Morlet は，この手法を地中にある石油調査に利用している．また，1988 年に I.Daubechies による連続な直交ウェーブレット[10]が発表されてから，広く注目され，多くの研究がなされるようになった．本章では，Wavelet 解析の1つである多重解像度解析を用いて時系列データの分割と合成を行っている[34]-[38]．5.2 節では，Wavelet 変換を用いて東京証券取引所の株価指数である TOPIX を分割している．

分割した TOPIX データがオリジナルの TOPIX データに比べて、カオス性が高くなるかどうかを検証する。また、分割したデータの方が、予測しやすいかについても検証する。5.3 節では、分割した時系列データについて、予測を行った後に逆変換を行い、オリジナルの時系列データに戻す方法について提案している。Wavelet 変換で分割された時系列データは、Wavelet 逆変換を使用して、元の時系列データに戻すことが可能である。これを利用して、分割して予測した各値を、元に戻す手法を提案する。また、この手法を用いた場合、従来の予測法と比較して、予測精度が向上するのかどうかを検証する。

## 5.2 Wavelet 変換を用いて分割したデータのカオス性

### 5.2.1 TOPIX データの分割

Wavelet 変換は、時系列データを各周波数別に分割することができる。もし、分割された各時系列データが、分割前の時系列データよりも高いカオス性を示せば、カオスモデルで予測するのも容易になると考えられる。そこで本研究では、東京証券取引所の株価指数である TOPIX を Wavelet 変換で分割し、カオス性を測定する。分割には、Wavelet 変換の多重解像度解析を使用する。また、マザーウェーブレットとしては、Spline4 関数[8][9]を使用し、 $g_{-4}$  ( $j=-4$ )まで分解を行う。データ区間としては、1991 年 1 月から 2048 個のデータを使用する。データは、前日比のデータに変換している。つまり、前日と比較して何%増加・減少したかを示している。このデータを図 5.2 に示す。

このデータについて、多重解像度解析を行った結果が図 5.3 ~ 5.6 である。図 5.3 が最も高周波数成分であり、 $j$  の値が小さくなるにつれて、低周波数成分のデータになる。

これらの Wavelet による解析結果を見ると、TOPIX には、各周波数成分が満遍なく現れているのが判る。また、時間的にも偏りが少ない信号であることが判る。

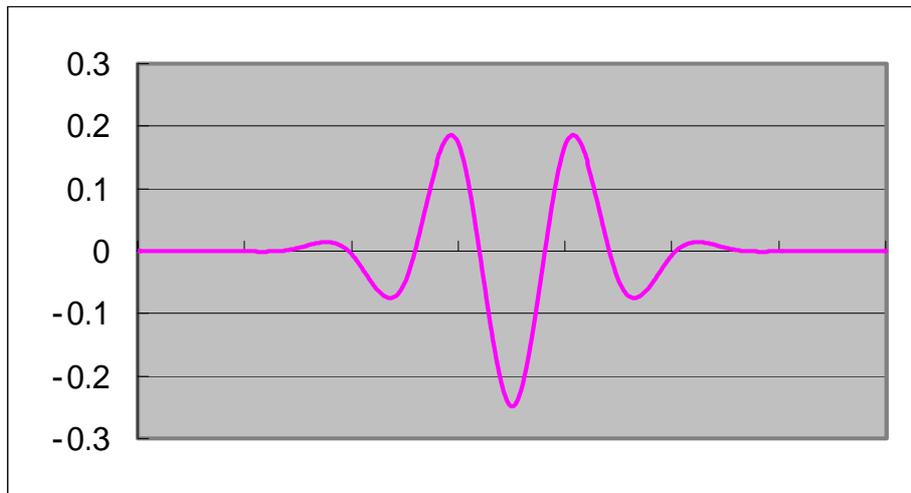


図 5.1 Spline4 マザーウェーブレット

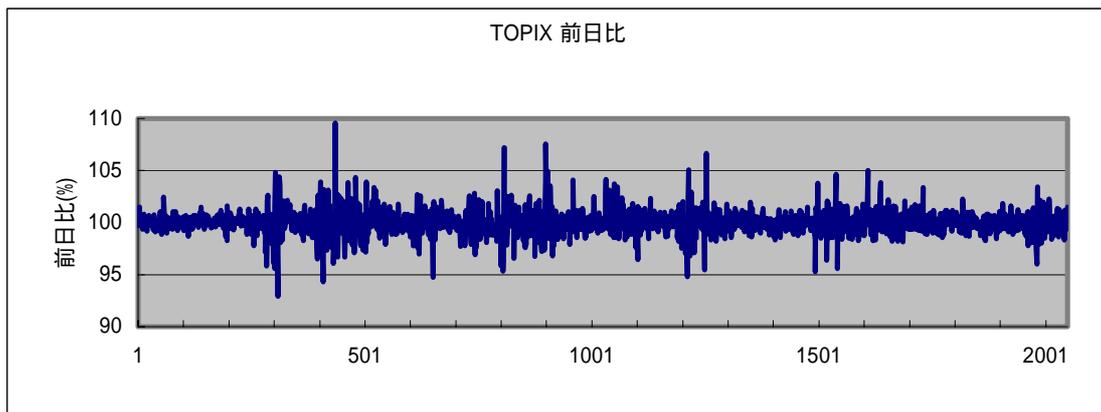


図 5.2 TOPIX データ

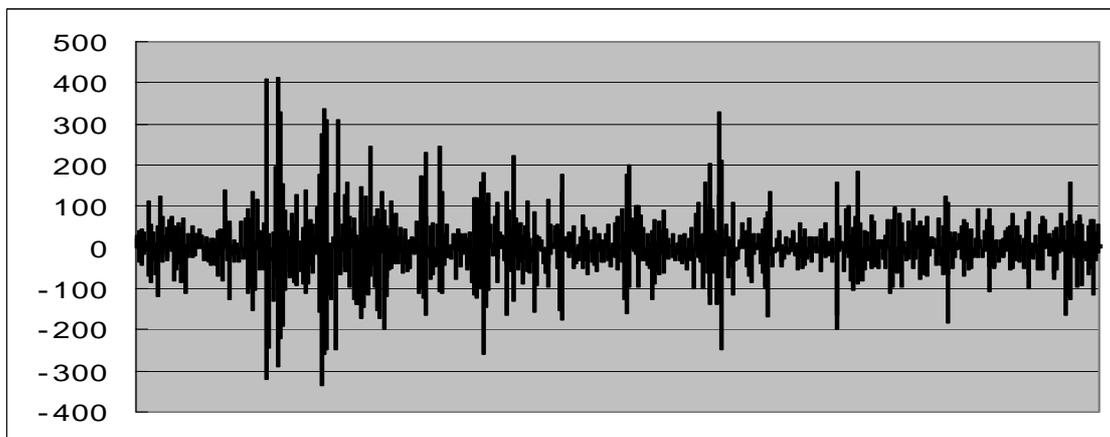


図 5.3 分割された TOPIX データ  $g_{-1}(j=-1)$

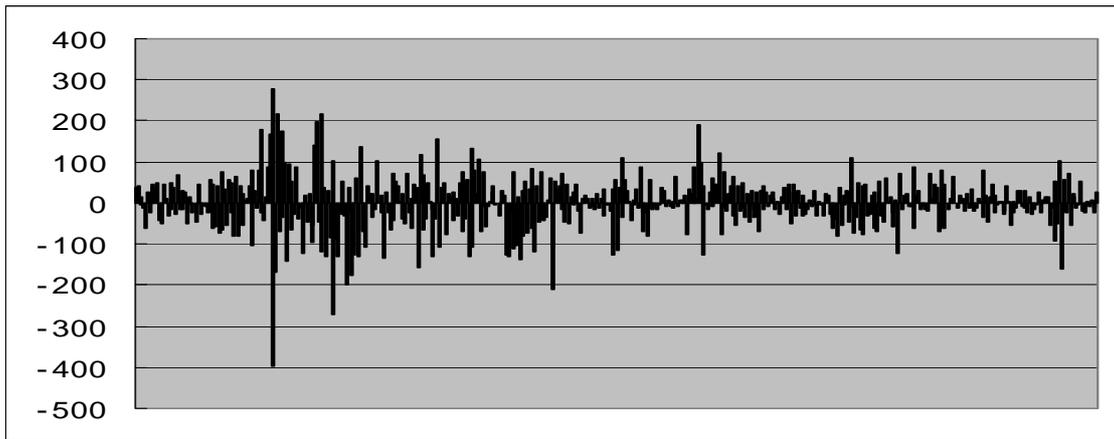


図 5.4 分割された TOPIX データ  $g_2 (j=-2)$

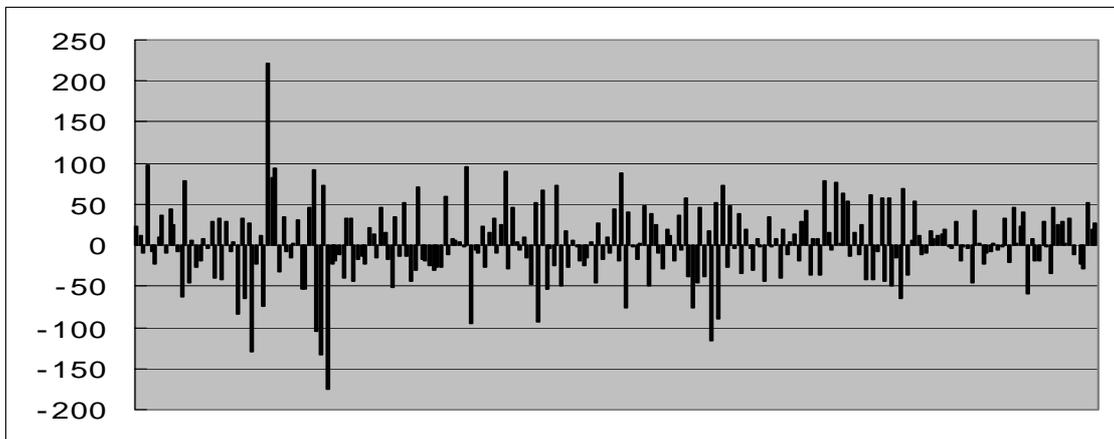


図 5.5 分割された TOPIX データ  $g_3 (j=-3)$

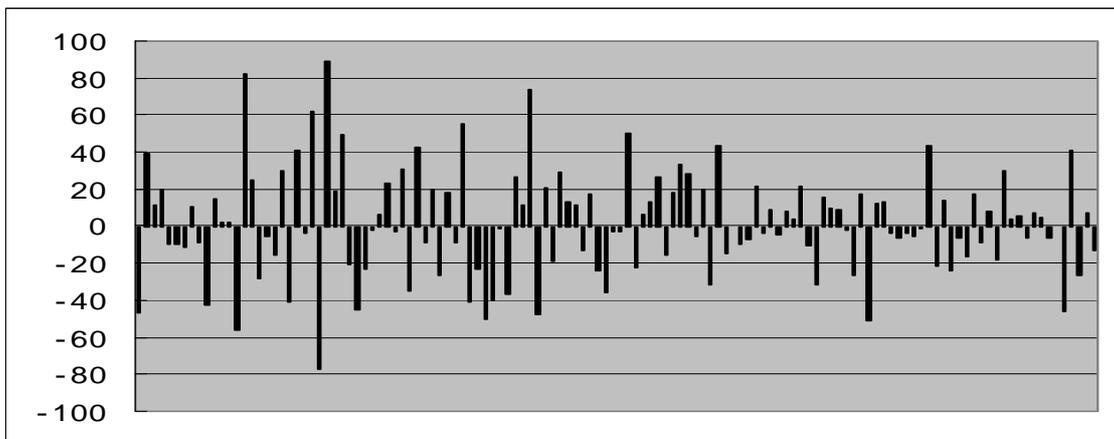


図 5.6 分割された TOPIX データ  $g_4 (j=-4)$

## 5.2.2 分割した TOPIX データの相関次元計測

これらの分割された各データに対して、相関次元を測定した。この結果が図 5.7 である。オリジナルの TOPIX データは、相関次元が 7 近辺で飽和しているが、これに対して、 $g_{-1}$  ( $j=-1$ ) の成分は相関次元が 6 近辺で飽和している。また、 $g_{-2}$  ( $j=-2$ ) 以降のデータは、相関次元が 4~5 近辺で飽和している。この結果、分割した時系列データの方が、分割前の時系列データよりもカオス性が高くなっていることがわかった。また、高周波数成分よりも低周波数成分の方が、高いカオス性を示している。

この相関次元計測の結果から、Wavelet 変換により分割した時系列データは、分割前のオリジナル時系列データよりもカオス性が高いと思われる。そこで、この事を確かめるため、Wavelet 変換で分割した時系列データと、分割前の時系列データをそれぞれカオスによる予測手法で予測し、予測精度を比較することにした。予測データは、相関次元計測で使用したのと同じ TOPIX のデータを使っている。ただし、ここでは、各予測での精度を比較するため、全てのデータを平均 0、分散 1 に正規化して予測を行っている。また、埋め込み次元は、3 ~ 9 次元に変化させてそれぞれの予測誤差を測定した。

Wavelet 変換により分割した時系列データを予測した結果が図 5.8 である。TOPIX のオリジナルデータ・分割したデータともに後半 100 個のデータに対して予測を行った。このグラフの縦軸が予測誤差平均、横軸が埋め込み次元となっている。

この予測結果を見ると、分割前の TOPIX データよりも、Wavelet 変換で分割した時系列データの方が、予測誤差が小さいことがわかる。これは、相関次元計測の時と同様に、分割した時系列データの方が、分割前の時系列データよりもカオス性が高いことを示している。

この結果、相関次元計測法・カオスモデルによる予測に対する予測誤差の双方で、分割した時系列データの方が、カオス性が高いことが確かめられた。次に、同様の予測結果を使用して、増減的中率についても調べてみた。これは、前日のデータに対して、翌日にデータが増加するか減少するかを調べている。前日の値に比べて、予測結果と実測値の増減が合致すれば的中として、100 回の予測のうち、何%的中したかを調べている。

図 5.9 はこの結果を示している。縦軸が予測的中率、横軸が埋め込み次元となっている。

この的中率についても、分割した時系列データの方が、分割前の時系列データよりも高くなっている。これは、分割した時系列データの方が、次回の増減を予測しやすいことを示している。また、 $g_4(j=-4)$ のデータについては、予測的中率が70%以上という非常に高い正答率を示している。

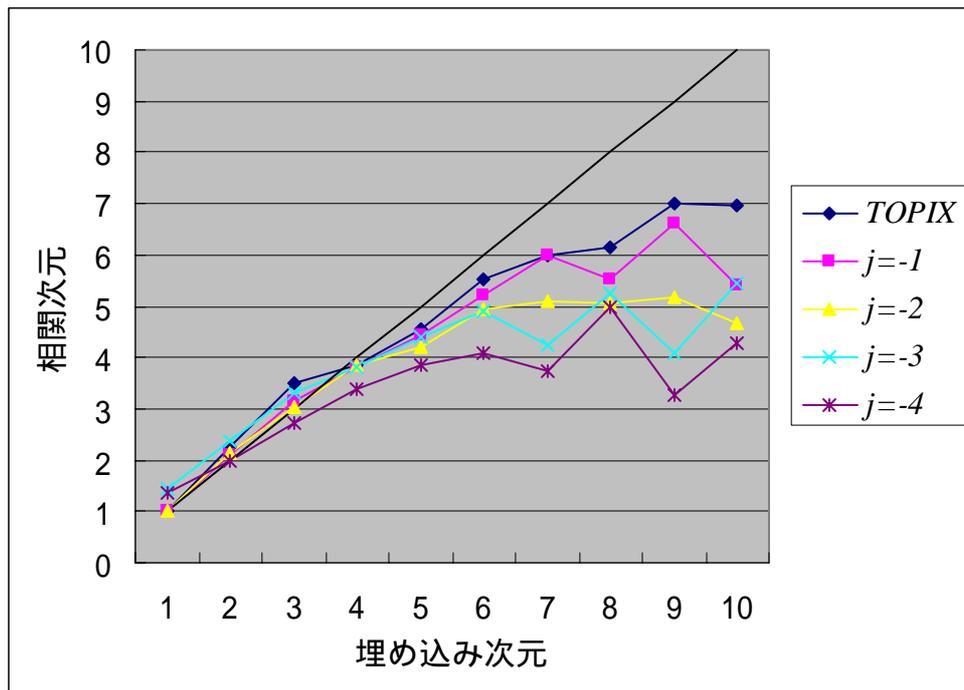


図 5.7 各データの相関次元計測

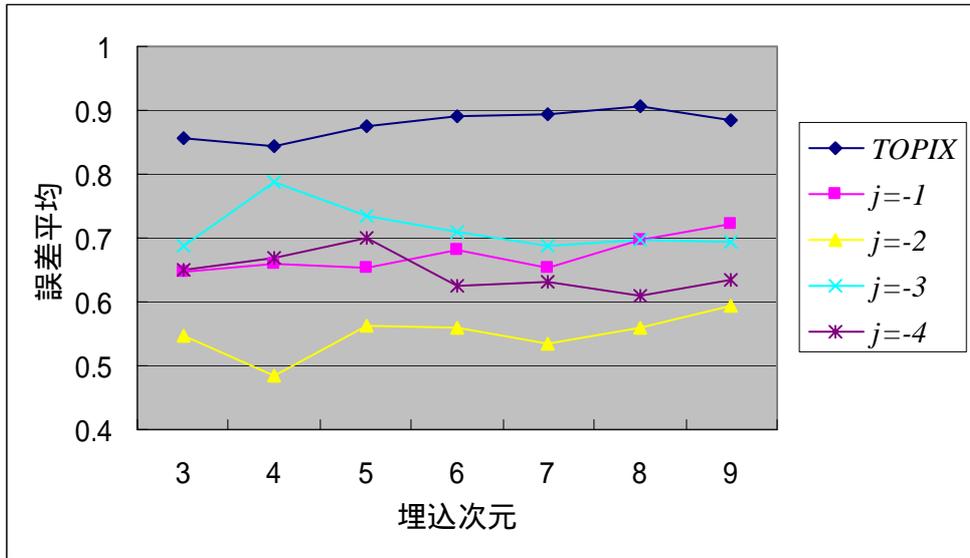


図 5.8 各データの予測誤差

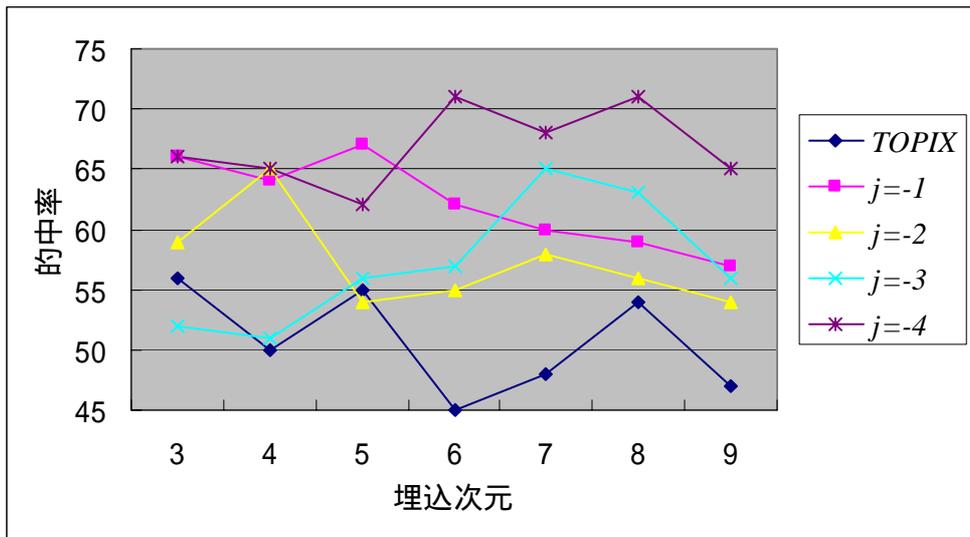


図 5.9 各データの増減的中率

## 5.3 Wavelet 変換を利用したカオスモデルによる株価の予測

### 5.3.1 移動 Wavelet 変換

時系列データを Wavelet 変換で分解すると  $j=-1$  では  $1/2$  ,  $j=-2$  では  $1/4$  というようにデータ数が減少する．それにもなつて，データの間隔は 2 倍，4 倍というように増えていく．これは Wavelet 変換が  $j$  の値が小さくなるにつれて低周波数の成分が出てくるためである．この場合，各データを予測すると，時間間隔が異なる為，同じ時期のデータを予測することができない．つまり，高周波数成分のデータほど近い未来を，低周波数成分のデータほど遠い未来を予測することになる．このことは，カオスで予測した時系列データを逆 Wavelet 変換で，元の時系列データに復元することが不可能であることを意味する．

そこで本研究では，Wavelet 変換の始点と終点を移動させながら，変換を行う．つまり，時系列データの全位相について，変換を行うことになる．本研究では，これを移動 Wavelet 変換と呼んでいる．移動しながら，Wavelet 変換を行うことにより，予測した時系列データを逆 Wavelet 変換で元の時系列データに戻すことが可能となる．

例えば，オリジナルの時系列データを図 5.10 のように  $j=-3$  まで Wavelet 変換する．この場合， $j=-1$  のデータ数は  $1/2$  ， $j=-2$  のデータは  $1/4$  ， $j=-3$  のデータは  $1/8$  になってしまう．逆に時間間隔は，それぞれ 2 倍・4 倍・8 倍になる．そこで，始点を移動して，2 回目の Wavelet 変換を行う．これを繰り返すことにより，全ての位相について，Wavelet 変換を行うことができる．この手法により，間のデータを補完し，カオスで予測したデータをオリジナルデータに逆変換することを可能とする．

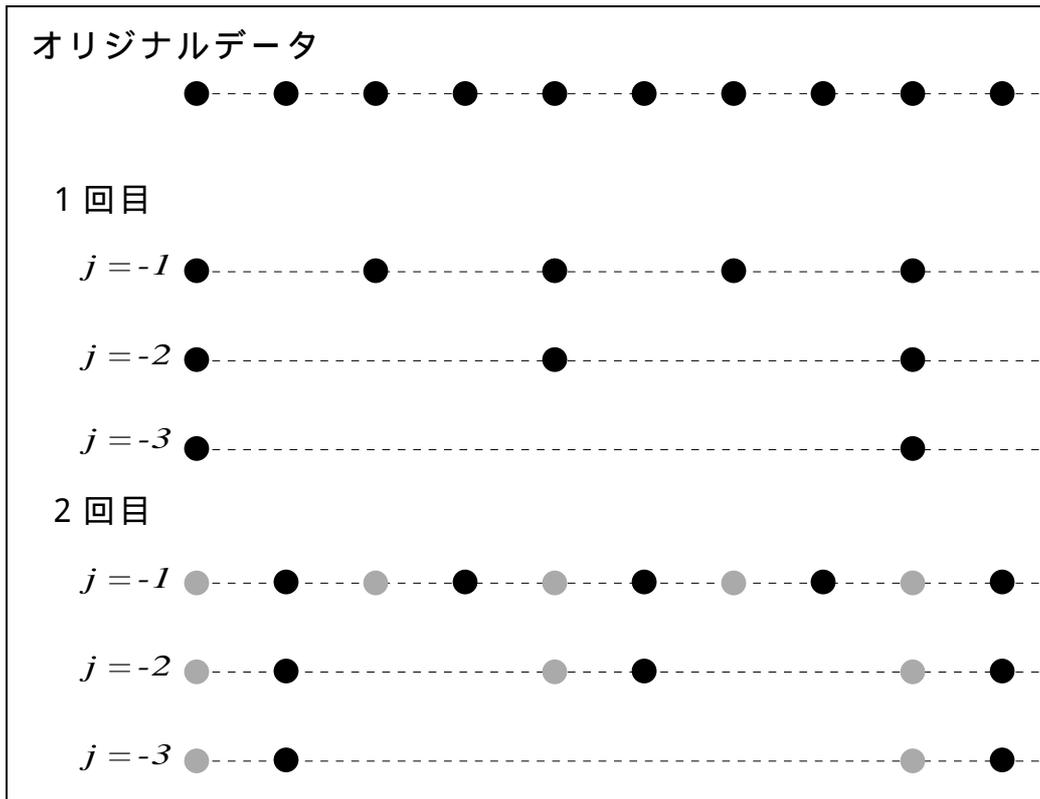


図 5.10 移動 Wavelet 変換

### 5.3.2 逆 Wavelet 変換を用いた予測データの復元

ここでは、逆 Wavelet 変換を使用したカオスモデルによる短期予測について述べる。時系列データに対して、Wavelet 変換を行うと、各周波数帯域に分割される。分割した時系列データは、分割前の時系列データに比べて、予測しやすくなっている。そこで分割した時系列データに対して予測を行い、予測した時系列データを逆 Wavelet 変換によりオリジナルの時系列データに戻す。この手法により、分割せずに予測を行うよりも、予測精度を向上させることが可能になると思われる。ただし、カオスモデルによる予測は、基本的には 1 期先を予測する。ところが、Wavelet 変換により分割された時系列データは、それぞれの周波数帯域に分割されるため、1 期の大きさ（時間間隔：）が異なる。そのため、予測した時系列データをオリジナルの時系列データに逆 Wavelet 変換することができない。そこで、前述した移動 Wavelet 変換を行い、移動しながら Wavelet 変換をおこなう。それにより、逆 Wavelet 変換でオリジナルの時系列データに復元してやることが可能となる。

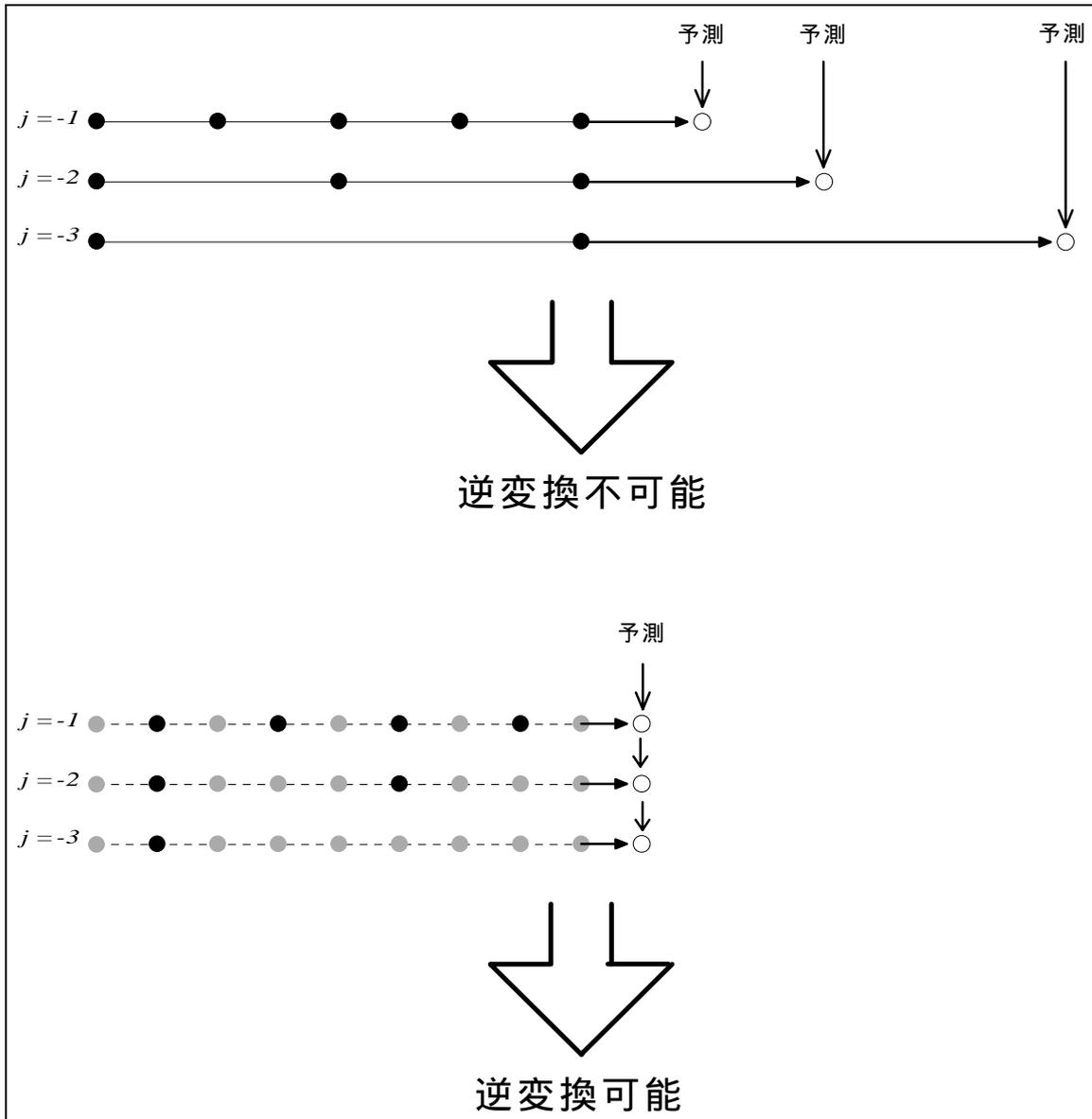


図 5.11 逆 Wavelet 変換による予測

### 5.3.3 逆変換を用いた TOPIX データの予測

ここでは、実際に数値例を使用して、本提案法の有用性について検証する。用いたデータは東京証券株式市場の TOPIX データである。1991 年からの日次データ、1125 個を予測に使用した。このうち、前半の 1025 個を過去のデータとして埋め込み、後半 100 個のデータを未来のデータとして、予測を行った。また、

予測はすべて1期先を予測している。

予測に使用した TOPIX データは、前日比を用いている。つまり、前日と同じ値になった場合 0 %、前日より上昇している場合、プラス%、前日より下降している場合、マイナス%となる。実際に予測に使用したデータを図 5.12 に示す。図 5.12 で示したデータに対して、Wavelet 変換を行い、5 つのデータに分割した。この変換には、マザーウェーブレット関数として Spline4 関数を使用した。Spline4 関数は、周波数分解能が高いことで知られている。予測データは、移動 Wavelet 変換を行い、全ての位相について変換を行っている。これによりすべての区間のデータが補完され、逆 Wavelet 変換により予測値を求めることが可能となる。分割された 5 つのデータを図 5.13 ~ 5.17 に示す。 $g_{-1}(j=-1)$ が一番高周波数のデータ、 $f_{-4}(j=-4)$ が一番低周波数のデータとなる。

これらの分割した 5 つのデータを、それぞれ個別にカオスによる予測手法を用いて、予測を行った。つまり合計 5 つの値を予測することになる。さらに逆 Wavelet 変換を用いて、5 つの値を、オリジナルの 1 つの値に戻している。予測の流れを図 5.18 に示しておく。このようにして No.1026 から No.1125 までの 100 個の予測値を求め、オリジナルの TOPIX の値との比較を行った。

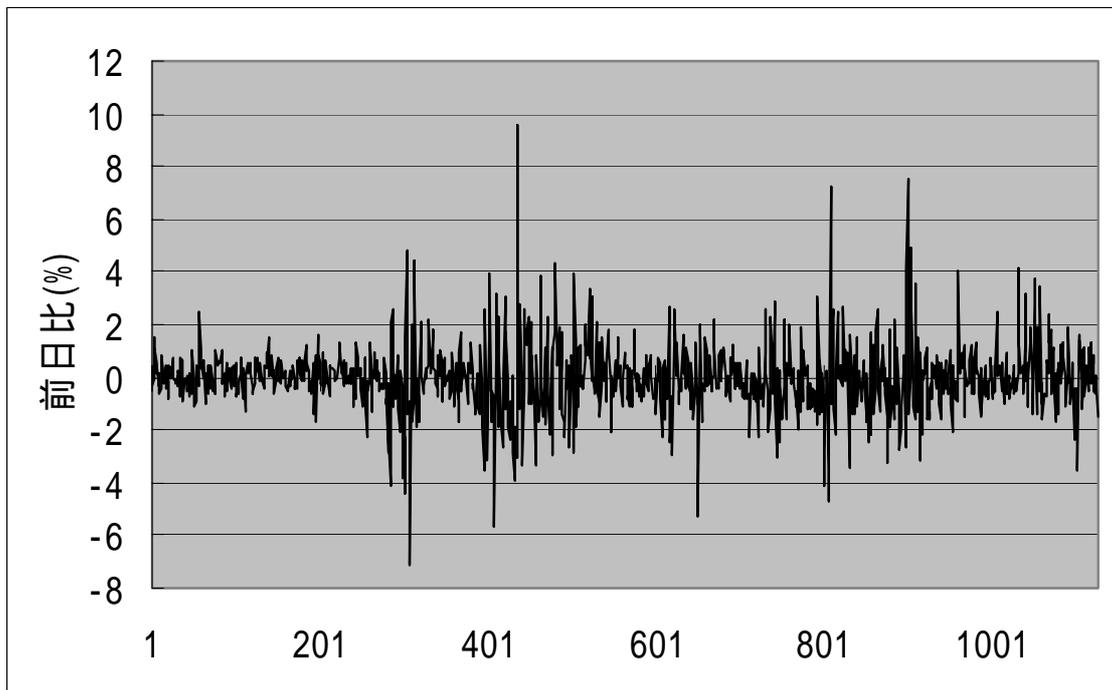


図 5.12 予測に使用したTOPIXデータ

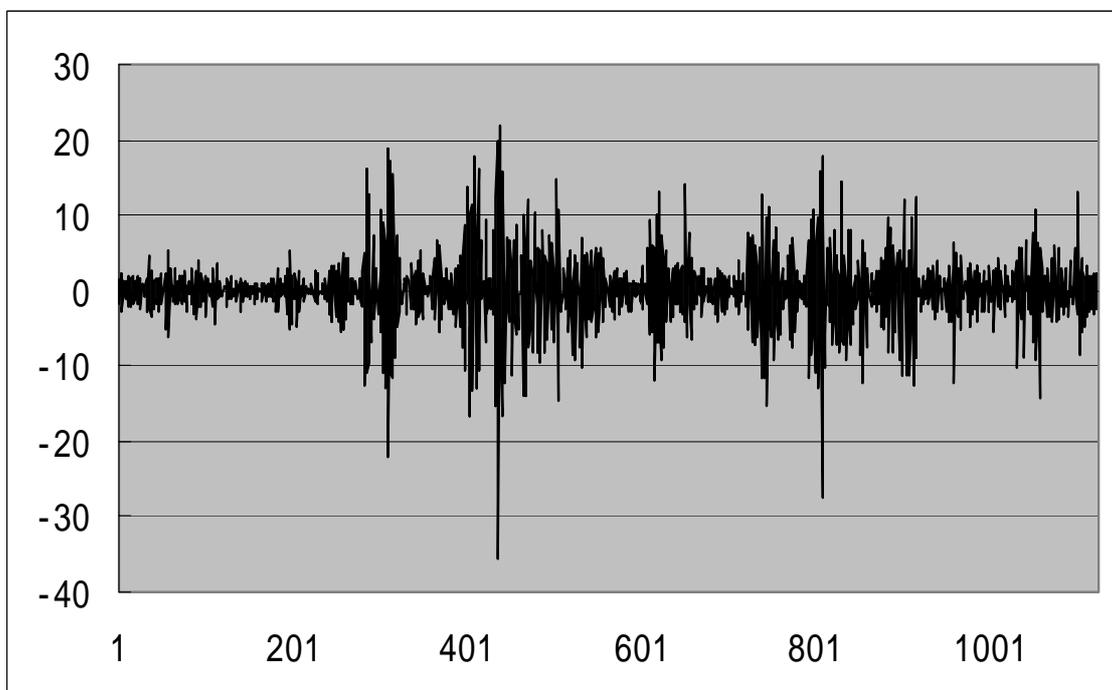


図 5.13 分割したデータ  $g_{-1}(j=-1)$

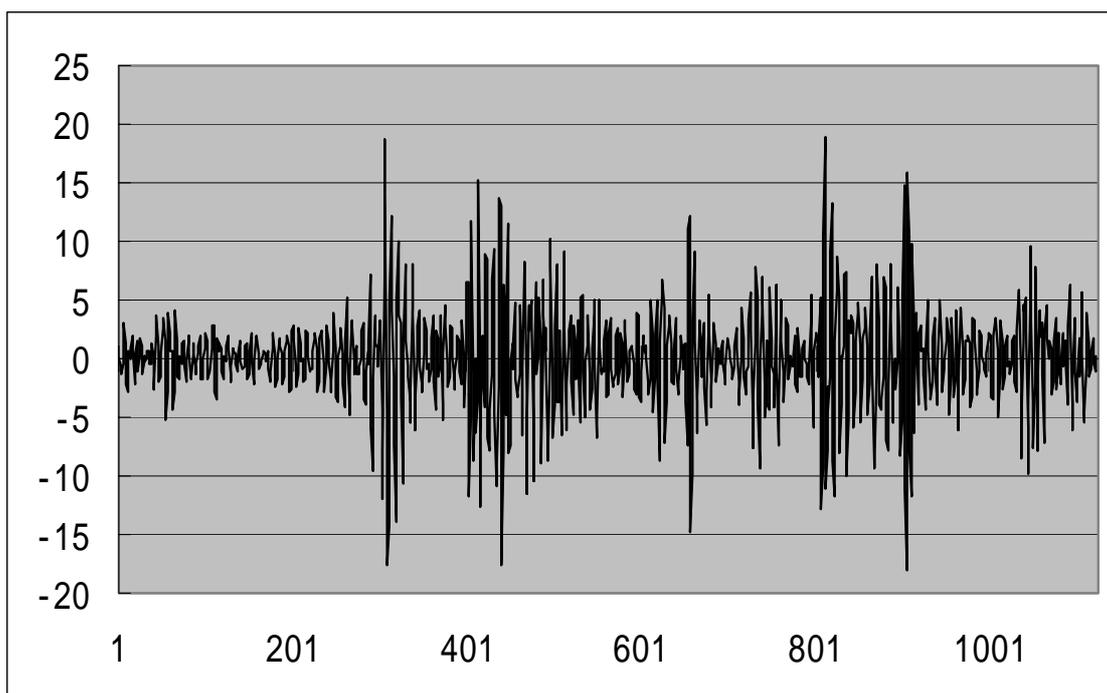


図 5.14 分割したデータ  $g_2(j=-2)$

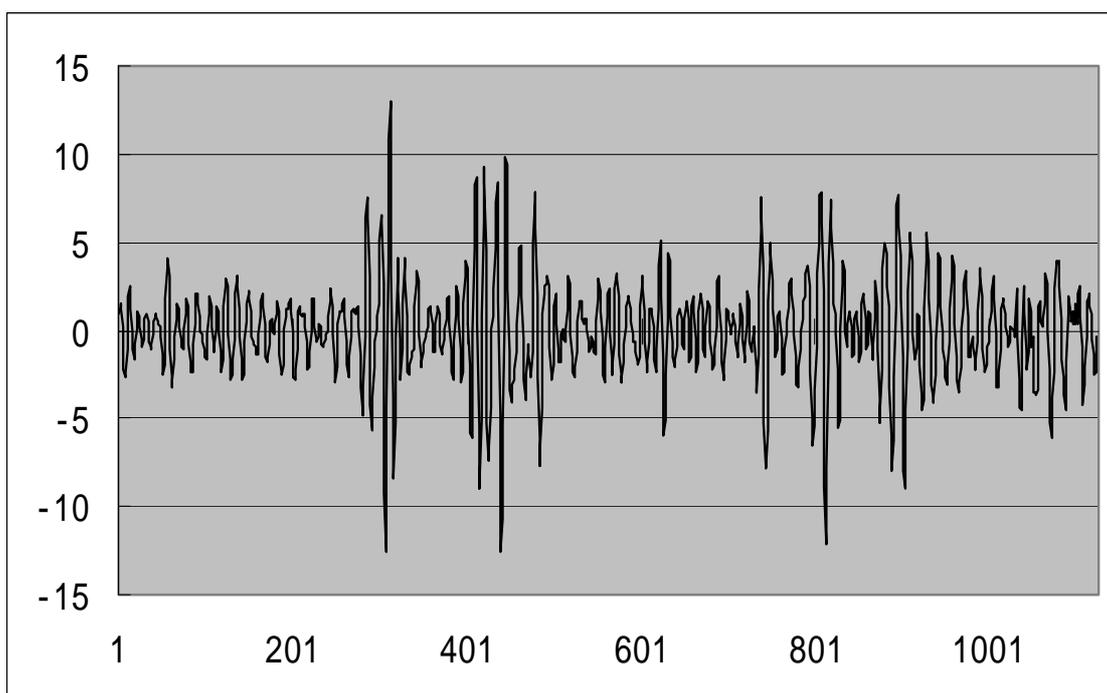


図 5.15 分割したデータ  $g_3(j=-3)$

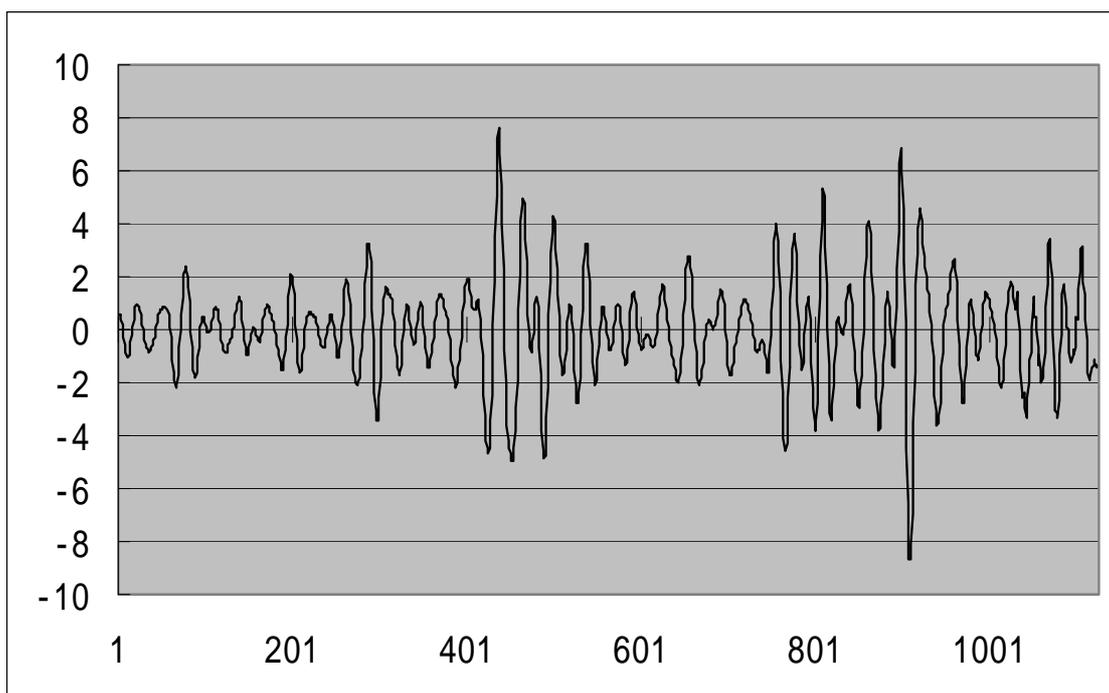


図 5.16 分割したデータ  $g_{-4}(j=-4)$

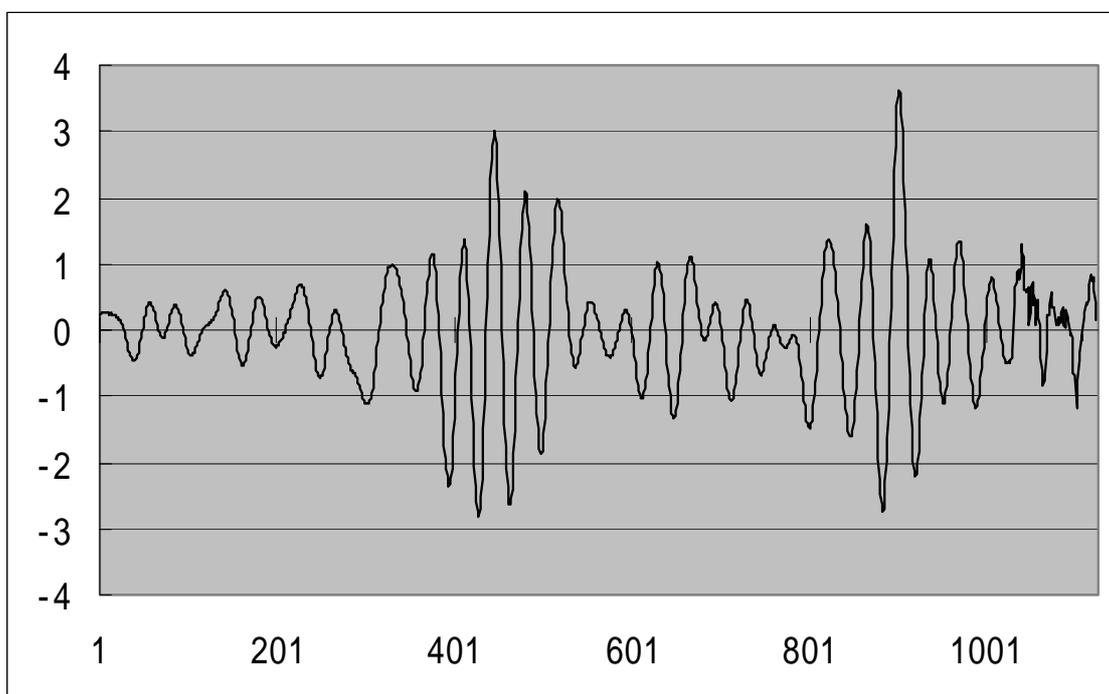


図 5.17 分割したデータ  $f_{-4}(j=-4)$

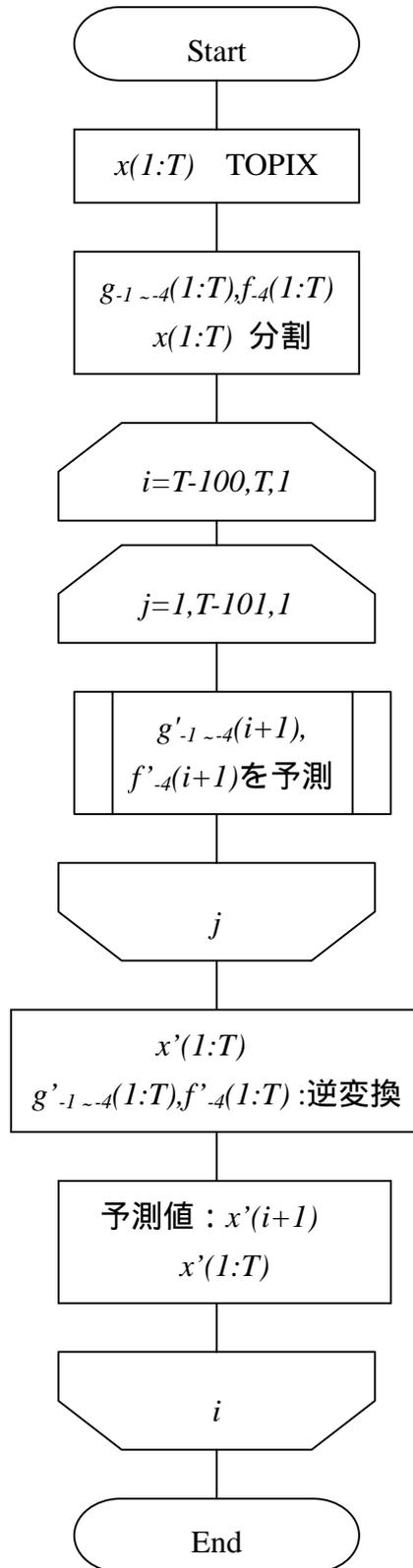


図 5.18 Wavelet 変換を用いた予測の流れ

### 5.3.4 予測結果

分割した時系列データと分割前の時系列データで、それぞれカオスによる予測を行った。分割した時系列データは、本研究で提案した手法を用いて、元の時系列データに復元している。分割前の時系列データでは、通常の方法を用いてカオスによる予測を行っている。予測は、埋め込み次元 3~10 まで行った。この予測結果を図 5.19 に示す。縦軸が誤差平均、横軸は埋め込み次元となっている。従来のカオスによる予測と比較して、逆 Wavelet 変換を用いた本手法は、平均して良い値を示している。しかし、最も予測精度が高かったのは、従来法の 6 次元の場合であった。この予測は、分割した時系列データを全て同じ次元で予測を行っていた。つまり、埋め込み次元が 3 の場合は、分割した全データを 3 次元で予測している。しかし、実際には、分割した周波数帯によって最適な予測次元は異なると考えられる。そこで、分割した時系列データに対して、それぞれ最適な次元を求め、それにより再度予測を行った。その結果が図 5.20 である。この場合は、すべての次元において、本提案法の方が高い予測精度を得ている。

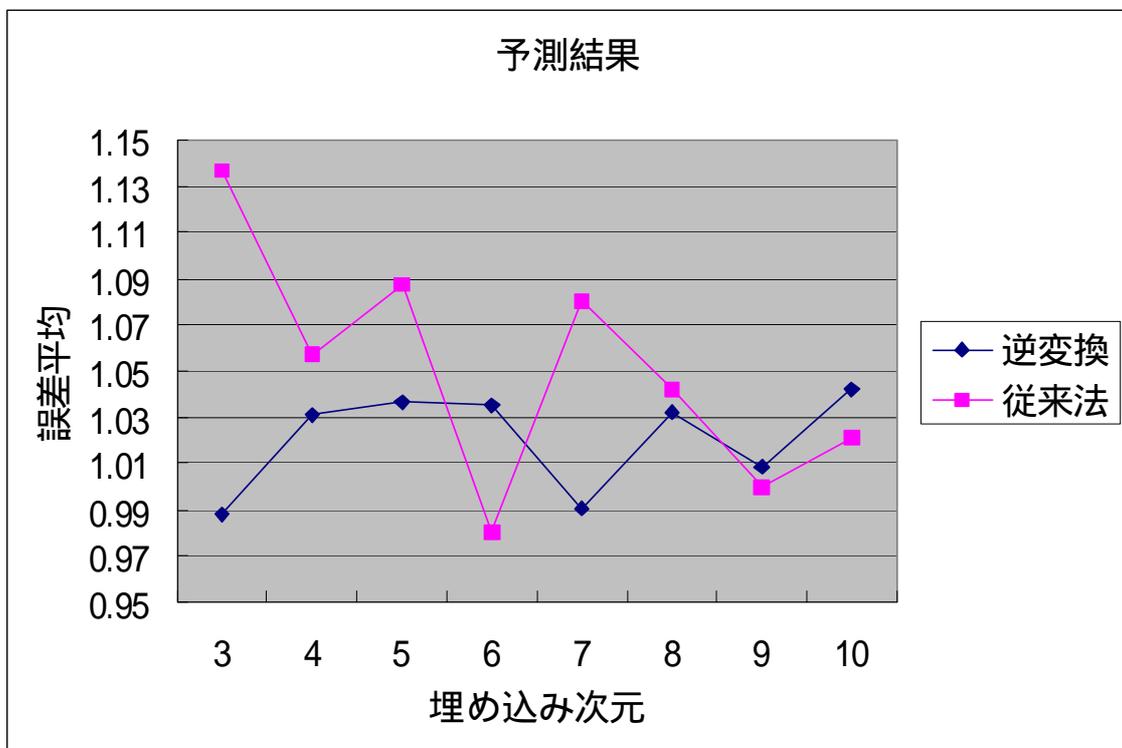


図 5.19 予測結果

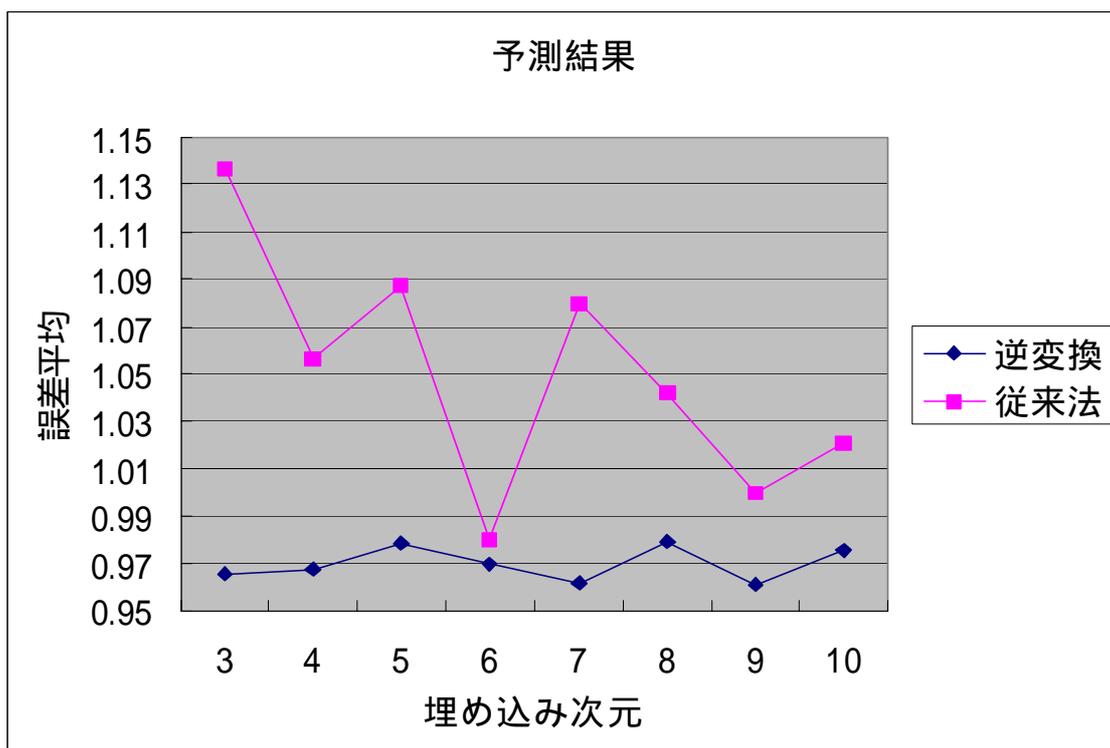


図 5.20 予測結果 (最適化)

## 5.4 結言

本章では、Wavelet 変換を用いたカオスモデルによる短期予測について提案した。カオス性が低い時系列データにおいても、Wavelet 変換で分割することにより、カオス性が高くなる可能性があると考えた為である。そこで、Wavelet 変換をした時系列データについて、相関次元計測を行い、カオス性を調べた。また、分割した時系列データについて、カオスモデルによる予測を行い、予測が容易になっているかどうかについて検証した。また、分割した時系列データは時間間隔がそれぞれ異なる。このため、カオスモデルによる予測を行うと、分割したデータごとに予測する地点（何期先を予測するか）が異なるため、もとのデータに復元することが不可能になる。そこで、全位相について Wavelet 変換を行い、すべての分割した時系列データの時間間隔を同じにする方法について提案した。この場合、逆 Wavelet 変換を用いて、予測値を復元することが可能となる。

5.3 節では、東京証券取引所の TOPIX データについて、Wavelet 変換で分割を行い、相関次元を測定した。その結果、分割した時系列データは、元のデータに対して、より高いカオス性を示すことが判った。また、分割した時系列データを、それぞれカオスモデルにより予測した。予測精度・増減的中率とも、分割された時系列データの方が、良い結果を示した。

5.4 節では、分割した時系列データを予測し、予測値を復元する方法を示した。この手法を用いて、TOPIX データを予測した。その結果、分割したデータを予測して復元した方が、予測精度が良くなることを示した。

## 第6章

### 結論

本論文では、カオスモデルによる予測手法を基本とし、ソフトコンピューティング手法を用いた経済データの予測法について提案した。これまでのカオス理論による予測方法は、予測したい時系列データを F.Takens の埋め込み定理[54]に基づいて、再構成状態空間にアトラクタの再構成を行い、このアトラクタを基に予測を行ってきた。低次元のカオス性を示す時系列データは、この方法で十分な予測精度を得ることができるが、高次元のカオス性しか示さない時系列データの場合は、予測が困難となる。特に経済・経営時系列データは、高次元のカオス性しか示さない場合が多い。そこで、関連データを同時に埋め込むという予測手法を提案し、その有効性を示した。

本論文では、カオスモデルによる短期予測にファジィ推論を応用して、予測精度を向上させる手法について提案した。これまでは近傍にある点のうち、距離に近い点ほど重視することは判っていた。しかし、どの程度の度合いで重視するかは、経験則によって決められていた。本提案法では、ファジィ推論を用いることにより、予測に最適なウェイトを求めることができた。また、遺伝的アルゴリズムを用いることにより、メンバシップ関数のチューニングにおいて、解の検索回数を実用可能な数まで減らすことが可能であることを示した。

本論文では、Wavelet 変換を用いたカオスモデルによる短期予測について提案した。カオス性が低い時系列データにおいても、Wavelet 変換で分割することにより、カオス性が高くなることを示した。実際に、Wavelet 変換をした時系列データについて、相関次元計測を行い、カオス性を調べた。また、分割した時系列データについて、カオスモデルによる予測を行い、予測が容易になっていることを示した。また、分割した時系列データについて、カオスモデルによる予測した値をもとに戻す方法についても提案した。カオスモデルによる予測を行うと、時間間隔が不揃いのため、もとのデータに復元することが不可能になる。そこで、全位相について Wavelet 変換を行い、すべての分割した時系列データの

時間間隔を同じにする方法を示した。この場合、逆 Wavelet 変換を用いて、予測値を復元することが可能となった。本手法により、他の時系列データを使用しない場合でも、予測精度の向上が可能になった。

以下に、本論文において得られた結果を示す。

第3章では、予測するデータ以外に、関連する時系列データを同時に埋め込んで予測する手法を提案した。日経平均株価を予測するために、関連データとして円ドル為替レートを使用し、予測精度が向上することを示した。また、1社の株価データについて、カオス性を測定する方法を提案した。何度も同じ値になるような時系列データについては、相関次元計測で、正確な次元を測定することが困難である。そこで、本研究では、移動平均を用いて相関次元を測定する方法を提案した。この手法を用いて、1社の株価データについて相関次元を測定できることを示した。また、1社の株価データについてもカオス性があることを示した。この結果をもとに、カオスモデルにより株価データの予測を行った。また、同一業種の株価データを関連データとして、株価をカオスで予測すると、予測精度が向上することも示した。

第4章では、ファジィ推論を用いたカオスモデルによる予測について提案した。この手法を用いて、日経平均株価の予測を行い、予測精度が向上することを示した。また、ファジィ推論で用いたメンバシップ関数を遺伝的アルゴリズムによりチューニングできることを示した。メンバシップ関数のチューニングは、膨大な組み合わせの中から、最適なものを選択する必要があるが、遺伝的アルゴリズムを使用することにより、少ない探索で、最適なメンバシップ関数を求めることが出来ることを示した。

第5章では、Wavelet 変換を用いたカオス予測について提案した。TOPIX データを使用し、分割した時系列データはカオス性が高くなることを示した。同様に分割したデータは、カオスモデルによる予測が容易になることを示した。また、分割した時系列データの予測値を、もとの時系列データの予測値に復元する方法を提案した。全ての位相で Wavelet 変換を行うことで、時間間隔を統一し、逆 Wavelet 変換で復元可能であることを示した。この手法を用いて TOPIX データを予測し、予測精度が向上することを示した。予測する時系列データしか観測できない場合でも、本手法を用いることにより、予測精度向上が可能となった。

## 参考文献

- [1] A.Abhyankar, L.S.Copeland and W.Wong, “ Nonlinear Dynamics in Real-Time Equity Market Indices: Evidence from the United Kingdom ”, The Economic Journal, 105, pp.864-880, 1995
- [2] 安居院猛, 長尾智晴, 「ジェネティックアルゴリズム」, 昭晃堂, 1993
- [3] 合原一幸、徳永隆治、「カオス応用戦略」, オーム社、1993
- [4] 新井康平、「ウェーブレット解析の基礎理論」, 森北出版、2000
- [5] W.A.Barnett and P.Chen, “The Aggregation-Theoretic Monetary Aggregates are Chaotic and Have Strange Attractors: An Econometric Application of Mathematical Chaos”, W.Barnett, E.Berndt and H.White eds., Dynamic Econometric Modeling, Cambridge University Press, Cambridge, 1988
- [6] G.E.P.Box and G.M.Jenkins, “ Time Series Analysis : Forecasting and Control ”, Holden-Day, San-Francisco, 1976
- [7] W.A.Brock and C.L.Sayers, “ Is the Business Cycle Characterized by Deterministic Chaos? ”, Journal of Monetary Economics, 22, pp.71-90, 1988
- [8] C.K.Chui and J.Z.Wang, “ On compactly supported spline wavelets and a duality principle ”, Trans. Amer. Math. Soc. 330, pp.903-915, 1992
- [9] C.K.Chui and J.Z.Wang, “ A cardinal spline approach to wavelets ”, Proc. Amer. Math. Soc. 113, pp.785-793, 1991
- [10] I.Daubechies, “ Orthonormal bases of compactly supported wavelets ”, Comm. Pure and Appl. Math. 41, pp.909-996, 1988
- [11] I.Daubechies, “ Ten Lectures on Wavelets ”, Soc for Industrial & Applied Math, 1992
- [12] G.Decoster and D.Mitchell, “ Nonlinear Monetary Dynamics ”, Journal of Business & Economic Statistics, 9(4), pp.455-461, 1991
- [13] M.Z.Frank and T.Stengo, “ Measuring the strangeness of gold and silver rates of return ”, Review of Economic Studies, 56, pp.553-568.
- [14] 藤本泰成、五百旗頭正、「カオス理論に基づいた自動車エンジンの燃焼圧力の予測」, 日本ファジィ学会、Vol.13、No.5、 pp.506-513、2001

- [15] 古海健一, 「外国為替入門」, 日本経済新聞社, 1990
- [16] P.Grassberger and I.Procaccia, “ Measuring the Strangeness of Strange Attractors ”, *Physica D* 9, pp.189-208, 1983
- [17] J.H.Holland, “ Adaptation in Natural Artificial Systems ”, University of Michigan Press, 1975
- [18] 井庭崇, 福原義久, 「複雑系入門」, NTT 出版, 1998
- [19] 井上宗迪, 「経済数字入門」, 光文社, 1990
- [20] 五百旗頭正、菅家正康、藤本泰成、鈴木新吾、「カオスの時系列の短期予測のための局所ファジィ再構成法」, 日本ファジィ学会誌、Vol.7、No.1、pp.186-194、1995
- [21] 五百旗頭正、米澤好司、谷口三奈子、「局所ファジィ再構成法を用いた水力発電所流入量データの短期予測」, 電気学会誌 D、Vol.118、No.3、pp.329-334、1998
- [22] T.Y.Li and J.A.Yorke, “ Period three implies chaos ”, *American Mathematical Monthly*, Vol.82, pp.985-992, 1975
- [23] E.N.Lorenz, “ Deterministic non-periodic flow ”, *Journal of the Atmospheric Sciences*, 20(2), pp.130-141, 1963
- [24] A.Mallat, “ A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation ”, *IEEE Pattern Anal. And Machine Intell.* 11, pp.674-693, 1989
- [25] A.Mallat, “ Multi resolution approximation and wavelet orthonormal base of  $L_2(\mathbb{R})$  ”, *Trans. Amer. Math. Soc.* 315, pp.69-87, 1989
- [26] E.H.Mamdani, “ Applications of Fuzzy Algorithms for Control of Simple Dynamic Plant ”, *Proc. IEE*, Vol.121, No.12, pp.1585-1588, 1974
- [27] E.H.Mamdani, “Applications of Fuzzy Logic to Approximate Reasoning in Expert Systems”, *IEEE Transactions on Computer*, C-26, pp.1182-1191, 1977
- [28] 松葉育雄、「カオスと予測」, 数理科学、No.348、pp.64 ~ 69、1992
- [29] 松本隆、徳永隆治、宮野尚哉、徳田功、「カオスと時系列」, 培風館、2002
- [30] 松本義之、和多田淳三、「関連データを同時に埋め込んだカオスによる短期予測に関する研究」, 日本経営工学会、Vol.49、No.4、pp.209-217、1998
- [31] 松本義之、和多田淳三、「ファジィ推論によるカオス短期予測の改善と遺伝的アルゴリズムによるチューニング」, 日本知能情報ファジィ学会、2004年2月号、pp.45-52、2004
- [32] Y.Matsumoto and J.Watada, “Application of Chaotic Short-Term Forecast to Economics and Business Problem”, *VJFuzzy'98: Vietnam-Japan Bilateral Symposium on Fuzzy Systems and Applications*, pp.219-225, 1998
- [33] Y.Matsumoto and J.Watada, “Chaotic Short-Term Forecasting on Up & Down

- Movement of Stock Prices”, 2nd Advanced Intelligent Systems Symposium, pp.287-291, 2001
- [34] Y.Matsumoto and J.Watada, “Chaotic Short-term Forecasting based on Wavelet Transform”, Joint International Conference on Soft Computing and Intelligent Systems, pp.1-6, 2002
- [35] Y.Matsumoto, Y.Yabuuchi and J.Watada, “Chaotic Forecast of Time-Series Data Using Inverse Wavelet Transform”, ISIS2003: 4th Int'l Symposium on Advanced Intelligent Systems, pp.338-341, 2003
- [36] Y.Matsumoto and J.Watada, “Application of Wavelet Transform in Time-Series Data Forecast by Chaotic”, 2003 Asia Pacific Symposium on Intelligent and Evolutionary Systems : Technology and Applications, pp.297-302, 2003
- [37] Y.Matsumoto and J.Watada, “Effect of Difference among Mother Wavelet on Functions in Chaotic Forecasting”, International Workshop on Fuzzy Systems & Innovational Computing, pp.33-38, 2004
- [38] Y.Matsumoto, J.Watada and S.Tomozuka, “A Proposal of Chaotic Forecasting Method based on Wavelet Transform,” KES'2004, 8th International Conference on Knowledge-Based Intelligent Information & Engineering Systems (Wellington, New Zealand), September 2004, pp.159-165
- [39] 松尾健治, 「為替のカラクリ」, 青春出版社, 2003
- [40] J.Morlet, G.Arens, I.Fourgeau and D.Giard, “ Wave Propagation and sampling theory ”, Geophysics, 47, pp.203-236, 1982
- [41] J.Morlet, “ Sampling theory and wave propagation ”, in NATO ASI Series, Vol.1, Issues in Acoustic signal/Image processing and recognition, C.H.Chen, ed., Springer-Verlag, Berlin, pp.233-261, 1983
- [42] 長島弘幸、馬場良和、「カオス入門」, 培風館、1992
- [43] 長島知正, 永井喜則, 荻原利彦, 土屋尚、「時系列データ解析とカオス」, 計測と制御, Vol.29、No.9、pp.839-846、1990
- [44] 日本ファジィ学会編集、「ファジィとソフトコンピューティングハンドブック」, 共立出版、2000
- [45] 新田功、大滝厚、森久、阪井和男、「経済・経営時系列分析」, 白桃書房、2001
- [46] H.Poincare, Sur l'equilbre d'une masse fluide animee' d'un mouvement de rotation, Acta Mathematica, 1885
- [47] J.B.Ramsey, C.L.Sayers, and P.Rothman, “ The Statistical properties of dimension calculations using small data sets : Some economic applications ”, International Economic Review, 31, pp.991-1020, 1990

- [48] 榊原英資,「為替がわかれば世界がわかる」, 文芸春秋, 2002
- [49] 榊原進,「ウェーブレットビギナーズガイド」, 東京電機大学出版局, 1995
- [50] J.Scheinkman and B.LeBaron, “ Nonlinear Dynamic and Stock Returns ”, Journal of Business, 62(3), pp.311-337, 1989
- [51] 菅野道夫,「ファジィ制御」, 日刊工業新聞社, 1988
- [52] 杉村富生,「“株”のしくみ」, 日本実業出版社, 2000
- [53] 高木康順, 秋山祐, 田中辰雄,「応用計量経済学 I」, 多賀出版, 1997
- [54] F.Takens, “Detecting strange attractors in turbulence”, in Dynamical Systems and Turbulence: Lecture Notes in Mathematics, No.898, Eds. By D.Land and L.Young, Springer-Verlag : Berlin, 1981
- [55] 寺野寿郎, 浅居喜代治, 菅野道夫,「ファジィシステム入門」, オーム社, 1987
- [56] 山口昌哉,「カオスとは何か」, Computer Today, 1987/7 No.32, pp.4-9, 1987
- [57] W.Vandaele,「時系列入門」, 多賀出版, 1994
- [58] J.Watada, Y.Matsumoto, K.Kubo and R.Nagarajan, “Genetic Tuning of a Fuzzy Controller”, IFAC/IEEE International Symposium on Artificial and Real Time Control, pp.553-558, 1997
- [59] 渡辺則生,「ソフトコンピューティングと時系列」, CAP 出版, 2003
- [60] A.J.Wolf, J.Swift and J.Vastano, “ Determining Lyapunov exponents from a time series ”, Physica D 16, pp.285-317, 1985
- [61] R.R.Yager and L.A.Zadeh, “ Fuzzy Sets, Neural Networks, and Soft Computing ”, Thomson Learnin, 1994
- [62] G.U.Yule, “On a Method for Investigating Periodicities in Distributed Series, With Special Reference to Wolfer’s Sunspot Numbers”, Philosophical Transactions of the Royal Society London, Series A, 226, July, pp.267-298, 1927
- [63] 山本拓,「経済の時系列分析」, 創文社, 1988
- [64] L.A.Zadeh, “ Fuzzy Sets ”, Information and Control, Vol. 8, pp.338-353, 1965
- [65] L.A.Zadeh, “ Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes ”, IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics, Vol.SMC-3, No.1, pp.28-44, 1973
- [66] L.A.Zadeh, “Calculus of Fuzzy Restriction, in Fuzzy Sets and Their Applications to Cognitive and Decision Processes”, ed. L.A.Zadeh, K.Tanaka et al., pp.1-39, Academic Press, 1975

# 謝辞

本研究を進めるにあたり，終始親切な御指導，御鞭撻を賜りました早稲田大学大学院情報生産システム研究科 和多田淳三教授に深甚なる謝意を表します。

本論文をまとめるにあたり，有益な御教示と御配慮を賜りました本研究科 田中祀捷教授，玄光男教授，石野福弥教授に深く感謝いたします。また，平素から有益な御教示と御指導を賜りました本研究科の諸先生方に心から謝意を表します。

本論文をまとめるにあたり，ご助言を頂いた下関市立大学経済学部国際商学科 藪内賢之助教授に感謝の意を表します。本研究に協力いただいた大阪府立茨木工業高等学校電子工業科 黒田賢一教諭に感謝の意を表します。また，本研究科経営工学研究室の大学院生の皆様には御協力を頂きましたことを心から感謝いたします。

最後に，卒業論文・修士論文を御指導頂き，研究の基礎を御教授頂いた大阪府立大学 浅居喜代治名誉教授に心から感謝いたします。

# 研究業績一覧

## 原著論文

- 1) 松本義之・和多田淳三、「関連データを同時に埋め込んだカオスによる短期予測に関する研究」、日本経営工学会 Vol.49 No.4、1998年12月、pp.209-217
- 2) 松本義之・和多田淳三、「ファジィ推論によるカオス短期予測の改善と遺伝的アルゴリズムによるチューニング」、日本知能情報ファジィ学会 2004年2月号、pp.44-52

## 国際会議（査読付き）

- 1) J.Watada, Y.Matsumoto, K.Kubo and R.Nagarajan, “Genetic Tuning of a Fuzzy Controller,” IFAC/IEEE International Symposium on Artificial and Real Time Control (Kuala Lumpur, Malaysia), September 1997, pp.553-558
- 2) Y.Matsumoto and J.Watada, “Application of Chaotic Short-Term Forecast to Economics and Business Problem,” VJFuzzy'98: Vietnam-Japan Bilateral Symposium on Fuzzy Systems and Applications (Halong Bay, Vietnam), September 1998, pp.219-225
- 3) Y.Matsumoto and J.Watada, “Chaotic Short-Term Forecasting on Up & Down Movement of Stock Prices,” 2nd Advanced Intelligent Systems Symposium (KAIST, Taejon, Korea), August 2001, pp.287-291
- 4) Y.Matsumoto and J.Watada, “Chaotic Short-term Forecasting based on Wavelet Transform,” Joint International Conference on Soft Computing and Intelligent Systems (Tsukuba, Japan), October 2002, pp.1-6
- 5) Y.Matsumoto, Y.Yabuuchi and J.Watada, “Chaotic Forecast of Time-Series Data Using Inverse Wavelet Transform,” ISIS2003: 4th Int'l Symposium on Advanced Intelligent Systems (Cheju National University, Korea), September 2003, pp.338-341

6) Y.Matsumoto and J.Watada, "Application of Wavelet Transform in Time-Series Data Forecast by Chaotic," 2003 Asia Pacific Symposium on Intelligent and Evolutionary Systems: Technology and Applications (Kitakyushu, Japan), November 2003, pp.297-302

7) Y.Matsumoto and J.Watada, "Effect of Difference among Mother Wavelet on Functions in Chaotic Forecasting," International Workshop on Fuzzy Systems & Innovational Computing 2004 (Kitakyushu, Japan), June 2004, pp.33-38

8) Y.Matsumoto, J.Watada and S.Tomozuka, "A Proposal of Chaotic Forecasting Method based on Wavelet Transform," KES'2004, 8th International Conference on Knowledge-Based Intelligent Information & Engineering Systems (Wellington, New Zealand), September 2004, pp.159-165

#### 講演

1) 松本義之・黒田賢一・和多田淳三、「カオスによる時系列データの短期予測に関する研究」、日本経営工学会 平成6年度秋季大会(岡山大学) 1994年11月, pp.25-26

2) 松本義之・黒田賢一・和多田淳三、「カオス理論による平均株価の短期予測に関する研究」、第5回ノンエンジニアリング・ファジィ研究会(日本ファジィ学会)(法政大学) 1995年3月、pp.44-45

3) 松本義之・黒田賢一・和多田淳三、「カオス的データの短期予測における局所ファジィ再構成法のチューニング」、第11回ファジィシステムシンポジウム(日本ファジィ学会)(琉球大学) 1995年7月、pp.395-398

4) 松本義之・和多田淳三、「ファジィ推論によるカオス的データの予測精度の改善法」、第6回インテリジェントシステムシンポジウム(日本機械学会)(大阪工業大学) 平成1996年10月、pp.35-38

5) 松本義之・和多田淳三、「株価のカオス特性の研究」、第17回ファジィシステムシンポジウム(日本ファジィ学会)(日本大学) 2001年9月、pp.793-794

6) 松本義之・和多田淳三、「ウェーブレット変換により分割した時系列データのカオス特性」、第18回ファジィシステムシンポジウム(日本ファジィ学会)(名古屋工業大学) 2002年8月、pp.43-44

- 7) 松本義之・和多田淳三、「移動ウェーブレット変換により分割した時系列データのカオス予測」、第19回ファジィシステムシンポジウム(日本知能情報ファジィ学会)(大阪府立大学)、2003年9月、pp.705-706
- 8) 松本義之・和多田淳三、「Wavelet 変換による経済データのカオス予測」、第5回日本知能情報ファジィ学会九州支部学術講演会、2003年12月、pp.85-87