

第 4 章 相互結合した 2 組のカオスニューラルネットワークの構築

- 4.1 はじめに
- 4.2 1 組のカオスニューラルネットワーク
- 4.3 相互結合した 2 組のカオスニューラルネットワーク
- 4.4 まとめ

4.1 はじめに

Hopfield モデル[3][4]は、相互結合型ニューラルネットワークの代表的なモデルで、時間の経過とともに減少するエネルギー関数が定義されており、エネルギーが最小値になったとき最適解が出力される。従って、連想記憶問題、組み合わせ最適化問題など様々な問題に適用されているが、エネルギーが減少していきただけなので、局所的最小値に落ち込むとそれから変化しなくなってしまう。そこで、第 1 章で述べた通り、この問題を解決するために、ニューラルネットワークにカオスを用いる方法が研究されている。しかし、1 つのニューラルネットワークに関しては多く議論されているにも関わらず、複数のニューラルネットワークの系に関してはまったく明らかにされていない。

本研究では、カオス的な力によって駆動する調和振動子の振舞いに関して研究し、第 3 章においてその詳細を記した。ここでは、カオス的な外力の分岐パラメータを調和振動子の位置によって変調することにより、調和振動子自身が外力の力学的性質をコントロールすることができ、周期的、準周期的、間欠性カオス的、カオス的振動および共振現象、うなり現象といった様々な振舞いが観測された。ニューラルネットワークを連想記憶問題に適用する場合、保存したパターンを長く想起できること、保存している全てのパターンを想起できることが求められる。つまり、パターンを長く想起するための周期的な振舞い、他のパターンを想起するためのカオス的な振舞いの両方を示すことが可能なニューロンモデルが必要である。そこで、本章では、多彩な振舞いをする調和振動子がニューロンとして有効ではないかと考え、多数の調和振動子（ニューロン）がカオス的な力によって結合しているようなニューラルネットワークを提案した。

さらに、同様のニューラルネットワークを2組作成し、一方のネットワークのニューロンがもう一方のネットワークの同じ番号のニューロンと結合している新しいタイプのネットワークを構築した。一般にニューラルネットワークにあるパターンを保存すると、エネルギー関数にはそのパターンに相当する最小値しか生成されない。つまり、1つのパターンを保存すると1つの最小値が生成され、ニューラルネットワークはそのパターンのみを想起する。ここでは、2つのニューラルネットワークに異なるパターンを保存した場合、どのようなパフォーマンスが現れるのかを調査した。

4.2 1組のカオスニューラルネットワーク

4.2.1 モデル

ニューロンの内部状態が調和振動子の運動方程式に従って変化する1組の相互結合型ニューラルネットワークを提案し、連想記憶問題に適用した際に、保存している全てのパターンを想起できるかどうかについて調査した。ここで、信号の流れは Fig.4.1 のようになっている。まず、ニューロンの出力 $y_i(n)$ はカオス的に変化するものとし、その分岐パラメータ $r_i(n)$ はニューロンの内部状態 $x_i(n)$ によって変調される。そして、カオス的な出力に重み W_{ij} が付加され、各ニューロンに入力される。

詳しくは次のようになる。時刻 t におけるニューロン i ($i=1, 2, \dots, L$) の内部状態を $x_i(t)$ とすると、ニューロンの振舞いは

$$\ddot{x}_i(t) + k_n \dot{x}_i(t) + \omega_0^2 x_i(t) = E_{f_i}(t) \quad (4.1)$$

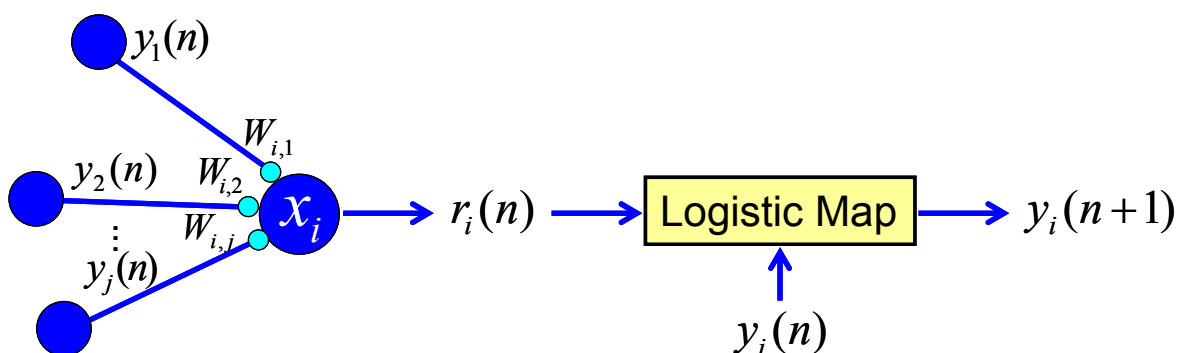


Fig.4.1 Neuron Model in the System of One Neural Network

となる. そして, ニューロン自身によってカオス的出力の力学的性質を決定するため, その分岐パラメータをニューロンの内部状態によって変調した.

$$r_i(n) = 4 - b + b \cos^2 \beta x_i(n) \quad (0.0 \leq b \leq 4.0) \quad (4.2)$$

カオス的出力の時系列としては, 前章同様ロジスティックマップを用いた.

$$y_i(n+1) = r_i(n)(0.5 - y_i(n))(0.5 + y_i(n)) - 0.5 \quad (0.0 \leq r_i(n) \leq 4.0) \quad (4.3)$$

こうして得られた出力は重みが付加され, 他のニューロンに入力される. つまり, 各ニューロンへの入力は次のように表される.

$$h_i(n) = \sum_{j=1}^L W_{i,j} y_j(n) \quad (4.4)$$

ここで, $W_{i,j}$ はニューロン j からニューロン i への結合定数である. ただし, ニューロンの出力はカオス的な振舞いをするため, そこから得られる入力も非常に複雑な振舞いになることが予想される. 従って, 計算の高速化を図るため, 入力が段階的に変化するよう次のようにおいた.

$$E_{f-i}(t) = \frac{K}{\sqrt{\tau}} h_i(n) \quad \text{for } n\tau \leq t < (n+1)\tau \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (4.5)$$

以上より, 時刻 $t = n\tau$ におけるニューロン i の内部状態 $x_i(n)$ および速度 $v_i(n)$ は次のように表すことができる.

$$x_i(n+1) = \left(1 - \left(\frac{\mu}{\omega} \sin \omega\tau + \cos \omega\tau \right) a \right) \frac{Kh_i(n)}{(\omega^2 + \mu^2)\sqrt{\tau}} + \left(\frac{\mu}{\omega} \sin \omega\tau + \cos \omega\tau \right) ax_i(n) + \frac{\sin \omega\tau}{\omega} av_i(n) \quad (4.6)$$

$$v_i(n+1) = \frac{Kh_i(n)}{\omega\sqrt{\tau}} a \sin \omega\tau - \frac{\omega^2 + \mu^2}{\omega} ax_i(n) \sin \omega\tau - \left(\frac{\mu}{\omega} \sin \omega\tau - \cos \omega\tau \right) av_i(n) \quad (4.7)$$

$$\text{ただし, } \omega = \frac{2\pi}{T\tau}, \quad \mu = \frac{k_h}{2}, \quad a = e^{-\mu\tau} \quad (4.8)$$

また、本研究では白黒パターンを保存するため、結合定数 W_{ij} は Hebb 則[74]を用いて決定した。

$$W_{i,j} = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q \xi_i^q \xi_j^q \quad (\xi_i = \pm 1) \quad (4.9)$$

ここで、 Q は保存させるパターン数で、 ξ_i^q は q 番目のパターンにおけるニューロン i のパターンベクトルである。なお、自己結合定数は $W_{i,i}=1.0$ とした。

本研究では、調和振動子をニューロンとして用いたため、式(4.8)のように容易に周期を設定することができる。ここで、周期を2とすると、ニューラルネットワークは保存しているパターンとその反転パターンを交互に想起すると考えられ、非常に高いパフォーマンス性が期待できる。

4.2.2 シミュレーション結果

ここでは、Fig.4.2(a)のように16個のニューロンからなるニューラルネットワークに複数のパターンを保存し、連想記憶問題に適用した際に、ネットワークが保存している全てのパターンを想起できるか否かについて述べる。

まず、保存させるパターンとしては、Fig.4.2(b)のような3つの直交したパターン“F”，“4”，“C”を考えた。ただし、これらは他のパターンを用いることも可能である。そして、黒い箇所のパターンベクトルを $\xi_i=+1$ ，白い箇所のパターンベクトルを $\xi_i=-1$ とし、式(4.9)のように Hebb 則を用いて結合定数を決定することにより、パターンを保存させた。また、このニューロンの出力はアナログ値であるため、ネットワークの出力パターン $O_i(n)$ を

$$\begin{aligned} O_i(n) &= +1 & \text{for } x_i(n) \geq 0.0 \\ O_i(n) &= -1 & \text{for } x_i(n) < 0.0 \end{aligned} \quad (4.10)$$

とし、 $O_i=+1$ の時は黒、 $O_i=-1$ の時は白を表示させた。また、各パラメータの値と初期値は次のようにおいた。

$$K=14.0, \quad \mu=0.05, \quad T=2.0 \quad (4.11)$$

$$x_i(0)=2.5, \quad v_i(0)=0.0, \quad y_i(0)=0.2 \quad (4.12)$$

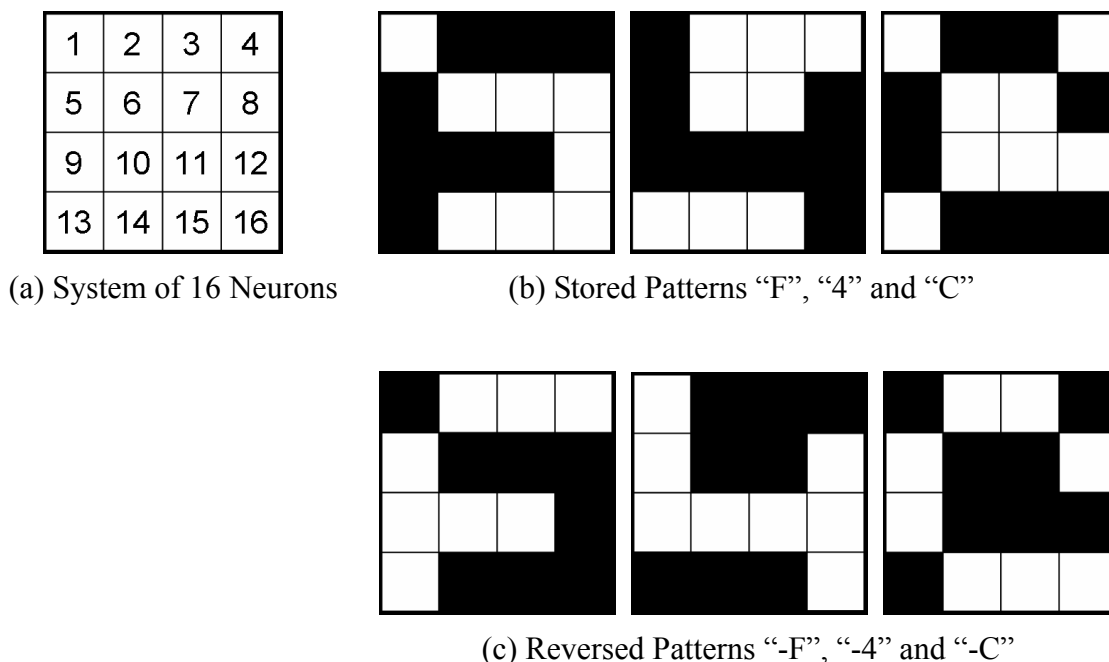


Fig.4.2 Number of Neuron and Stored Patterns

Fig.4.3 と Fig.4.4 に 16 個のニューロンの内部状態の時間変化と，想起しているパターンを示す．ここで，“-F”，“-C”，“-4”は Fig.4.2(c)のように，それぞれ保存したパターン“F”，“C”，“4”の白と黒を入れ替えた反転パターンを意味している．これらの図より，このニューラルネットワークが保存している全てのパターンを非常に速く想起可能であることが確認できる．Hopfield モデルではエネルギーが減少するのみであるため，局所的最小値になると，保存したパターンを想起できなかつたり，複数のパターンを保存してもあるパターンを想起すると他のパターンを想起することができなくなってしまう．しかし，本モデルでは，カオス的な力によってエネルギーが付加されるため，あるパターンを想起した後も他のパターンに移ることができ，保存している全てのパターンを想起できたのではないかと思われる．また，ニューロンはカオス的な振舞いをしているが，ある 1 つのパターンを想起している間は，調和振動子の周期 2 の振舞いをしようとする影響を強く受け，正の値と負の値を交互にとっているため，保存しているパターンとその反転パターンを交互に想起している．これもまた，ニューロンに与える影響をカオス的にも周期的にも変化させることが可能なカオス的な力を用いたためだと言える．つまり，ニューラルネットワークが全てのパターンを想起するためには，ニューロンがカオス的な振舞いを示す必要があり，効率の良い想起を実現するためには，ニューロンの周期を 2 とおくことが効果的である．

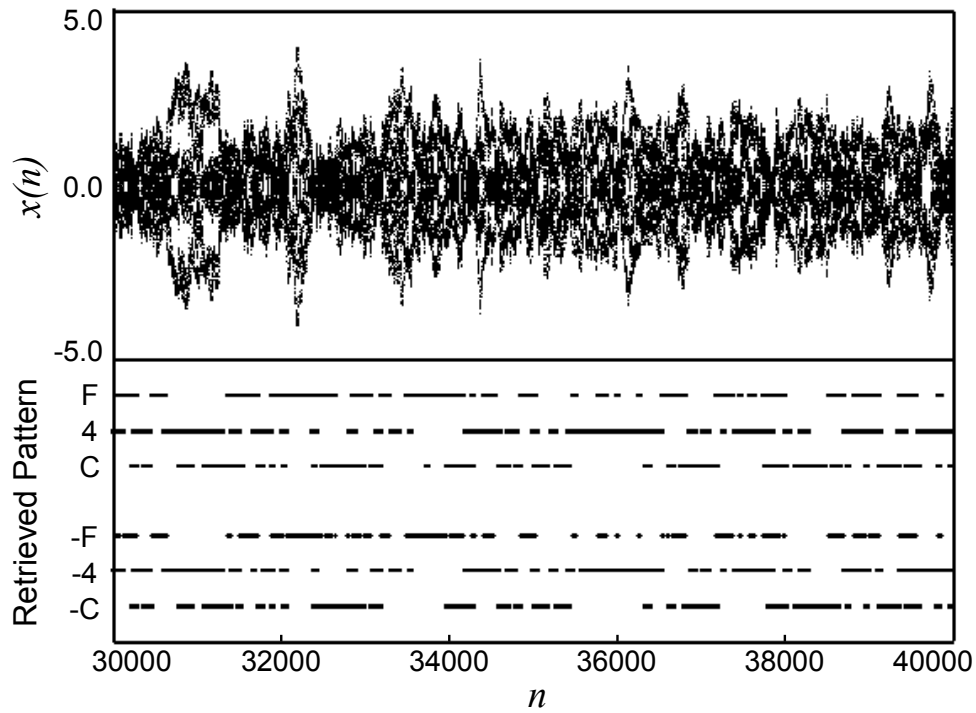


Fig.4.3 Time Evolution of $x_i(n)$ and Retrieved Pattern
 ($\tau=0.1, \beta=0.05, b=1.2$)

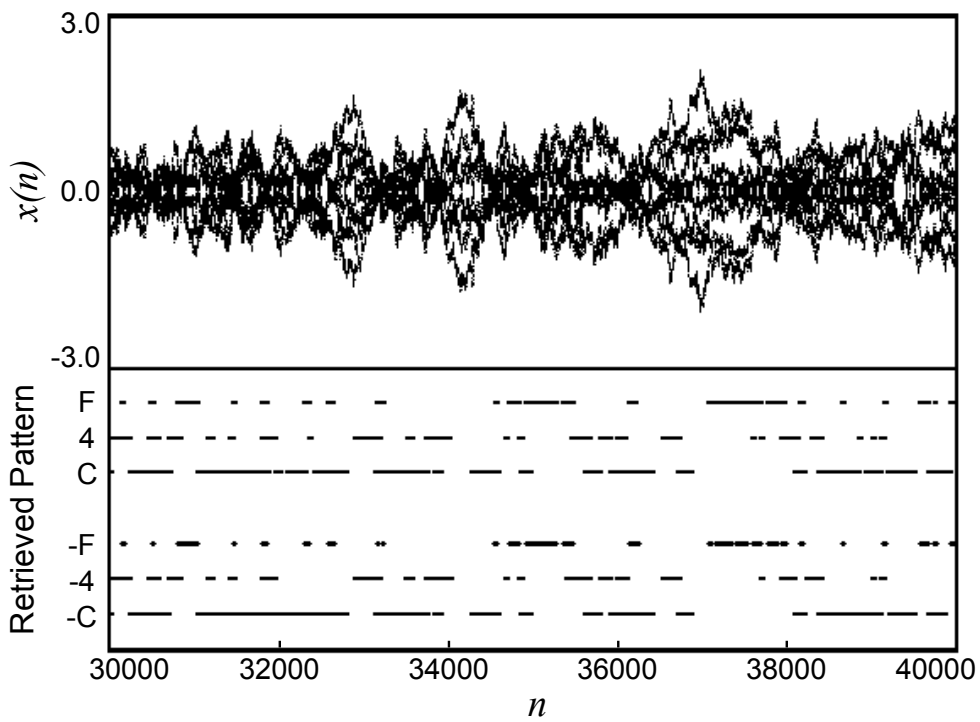


Fig.4.4 Time Evolution of $x_i(n)$ and Retrieved Pattern
 ($\tau=0.05, \beta=0.1, b=1.2$)

4.3 相互結合した2組のカオスニューラルネットワーク

4.3.1 モデル

次に、前節で構築したカオスニューラルネットワークを2組作成し、一方のネットワークのニューロンがもう一方のネットワークの同じ番号のニューロンと結合している新しいタイプのネットワークを提案する。ここで、2つのネットワークが結合されている場合と結合されていない場合において、それぞれのネットワークに異なるパターンを保存し連想記憶問題に適用すると、どのような違いが現れるだろうか。まず、2つのネットワークを結合せず、それぞれに異なるパターンを保存した場合、各エネルギー関数にはそのネットワーク自身が保存したパターンに相当する最小値のみ存在する。従って、自身が保存しているパターンしか想起することができず、もう一方のネットワークに保存されたパターンを想起することはあり得ない。しかし、これらのネットワークを結合した場合、ネットワーク間で情報が伝達される可能性があり、結合していない場合では見られない全く新しいパフォーマンスが期待できる。以下、相互結合したネットワークモデルについて詳しく述べる。

本研究では、Fig.4.5のように、一方のネットワークのニューロン i をもう一方のネットワークのニューロン i と結合させることによって、2組のニューラルネットワーク（Network A, Network B）を結合することとした[75]。

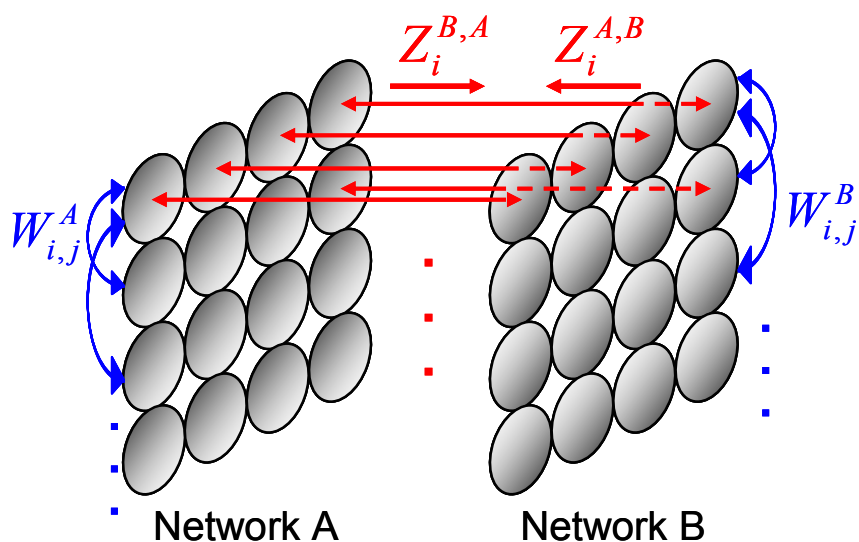


Fig.4.5 Mutually Coupled Two Neural Networks

ここで、 W_{ij}^α ($\alpha=A, B$) は各ネットワーク内のニューロン間の結合定数、 $Z_i^{A,B}$, $Z_i^{B,A}$ はそれぞれ Network B から Network A への結合定数、Network A から Network B への結合定数である。つまり、このネットワークには、各ネットワーク内のニューロン間の結合とネットワーク間の結合の2種類の結合が存在し、各ニューロンに対する入力は、Fig.4.6のように表わすことができる。従って、ニューロンの内部状態からその出力までは、

$$\ddot{x}_i^\alpha(t) + k_h \dot{x}_i^\alpha(t) + \omega_0^2 x_i^\alpha(t) = E_{f-i}^\alpha(t) \quad (4.13)$$

$$r_i^\alpha(n) = 4 - b + b \cos^2 \beta x_i^\alpha(n) \quad (0.0 \leq b \leq 4.0) \quad (4.14)$$

$$y_i^\alpha(n+1) = r_i^\alpha(n) (0.5 - y_i^\alpha(n)) (0.5 + y_i^\alpha(n)) - 0.5 \quad (0.0 \leq r_i(n) \leq 4.0) \quad (4.15)$$

のように、ニューラルネットワークが1組の場合と同様であるが、ニューロンに対する入力は、同じネットワーク内の全てのニューロンからの入力の他に、他方のネットワークの同じ位置のニューロンからの入力を加える必要がある。しかし、本研究では、ネットワーク間の結合の特徴を調査するため、次のような3つのCaseについて考察する。

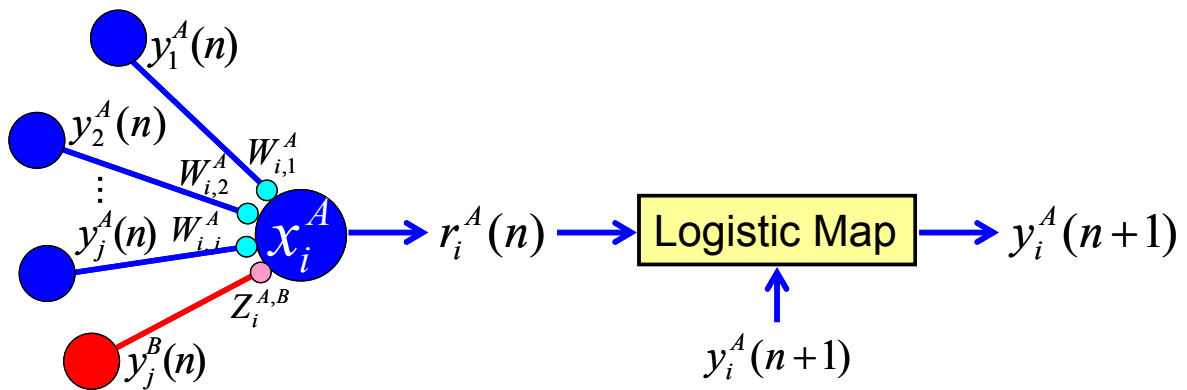


Fig.4.6 Neuron Model in the System of Two Neural Networks

$$\text{Case 1: } h_i^A(n) = \sum_{j=1}^L W_{i,j}^A y_j^A(n) \quad (4.16)$$

$$h_i^B(n) = \sum_{j=1}^L W_{i,j}^B y_j^B(n) + Z_i^{B,A} y_i^A(n) \quad (4.17)$$

$$\text{Case 2: } h_i^A(n) = Z_i^{A,B} y_i^B(n) \quad (4.18)$$

$$h_i^B(n) = \sum_{j=1}^L W_{i,j}^B y_j^B(n) + Z_i^{B,A} y_i^A(n)$$

$$\text{Case 3: } h_i^A(n) = \sum_{j=1}^L W_{i,j}^A y_j^A(n) + Z_i^{A,B} y_i^B(n) \quad (4.19)$$

$$h_i^B(n) = \sum_{j=1}^L W_{i,j}^B y_j^B(n) + Z_i^{B,A} y_i^A(n)$$

まず, Network B に関しては3つの Case とも同じ結合方法で, ネットワーク内のニューロン間の結合と Network A との結合の両者が存在する. しかし, Network A においては, Case 1 ではネットワーク内のニューロン間の結合のみ, Case 2 では Network B との結合のみ, Case 3 ではネットワーク内のニューロン間の結合と Network B との結合の両者をもつといったように定義した. 従って, Network B はすべての Case において自身が保存しているパターンを想起できると思われるが, Network A は Case 2 のとき, Network B のニューロン i としか結合されていないため, 特定のパターンを想起することはできないものと考えられる.

なお, ニューラルネットワークが1組の場合と同様, ニューロンに対する入力は段階的に変化するとし, ネットワーク内のニューロン間の結合定数 W_{ij}^α は Hebb 則によって決定した. また, ネットワーク間の結合定数 $Z_i^{A,B}$, $Z_i^{B,A}$ は任意の定数とした.

$$E_{f-i}^\alpha(t) = \frac{K}{\sqrt{\tau}} h_i^\alpha(n) \quad \text{for } n\tau \leq t < (n+1)\tau \quad (n=0,1,2,\dots) \quad (4.20)$$

$$W_{i,j}^\alpha = \xi_i^\alpha \xi_j^\alpha \quad (\xi_i = \pm 1) \quad (4.21)$$

以上より, 時刻 $t=n\tau$ における Network α のニューロン i の内部状態 $x_i^\alpha(n)$ および速度 $v_i^\alpha(n)$ は次のようになる.

$$x_i^\alpha(n+1) = \left(1 - \left(\frac{\mu}{\omega} \sin \omega\tau + \cos \omega\tau \right) a \right) \frac{Kh_i^\alpha(n)}{(\omega^2 + \mu^2)\sqrt{\tau}} + \left(\frac{\mu}{\omega} \sin \omega\tau + \cos \omega\tau \right) ax_i^\alpha(n) + \frac{\sin \omega\tau}{\omega} av_i^\alpha(n) \quad (4.22)$$

$$v_i^\alpha(n+1) = \frac{Kh_i^\alpha(n)}{\omega\sqrt{\tau}} a \sin \omega\tau - \frac{\omega^2 + \mu^2}{\omega} ax_i^\alpha(n) \sin \omega\tau - \left(\frac{\mu}{\omega} \sin \omega\tau - \cos \omega\tau \right) av_i^\alpha(n) \quad (4.23)$$

$$\text{ただし, } \omega = \frac{2\pi}{T\tau}, \quad \mu = \frac{k_h}{2}, \quad a = e^{-\mu\tau} \quad (4.24)$$

4.3.2 シミュレーション結果

ここでは、前節と同様、Fig.4.2(a)のような16個のニューロンからなるニューラルネットワークを用い、ネットワーク間の結合の特徴が確認できるように、各ネットワークに1つのパターンのみ保存することとした。保存するパターンとしては、パターン“F”とパターン“C”の2つを用意し、黒い箇所のパターンベクトルを $\xi_{i=+1}$ 、白い箇所のパターンベクトルを $\xi_{i=-1}$ とした。ただし、式(4.16)-(4.19)のように3種類の結合方法を設定したため、それぞれのネットワークが保存できるパターンおよびネットワーク間の結合状態はFig.4.7のようになる。まず、Case 1の場合、式(4.16)と式(4.17)のように両方のネットワークとも内部のニューロンが結合しているため、Hebb 則によりパターンを保存することが可能である。しかし、Network BはNetwork Aと結合しているため、Network Aからの入力を受け取ることができるが、Network AはNetwork Bと結合していないため、Network Bの信号が入力されることはない。Case 2の場合、式(4.17)および式(4.18)に見られる通り両方のネットワークにネットワーク間の結合項があり、お互いに信号の送受信が可能となっている。しかし、Network Aは自身のニューロン同士が結合されていないため、特定のパターンを保存することはできない。最後にCase 3においては、式(4.17)、式(4.19)のようにNetwork A、Network Bともにネットワーク内のニューロン間の結合およびネットワーク間の結合を有しており、あるパターンを保存すること、お互いに信号を送受信することができるようになっている。なお、ニューロンの出力パターン $O_i(n)$ は

$$\begin{aligned} O_i^\alpha(n) &= +1 \quad \text{for } x_i^\alpha(n) \geq 0.0 \\ O_i^\alpha(n) &= -1 \quad \text{for } x_i^\alpha(n) < 0.0 \end{aligned} \quad (4.25)$$

とし、 $O_{i=+1}$ の時は黒、 $O_{i=-1}$ の時は白を表示させた。

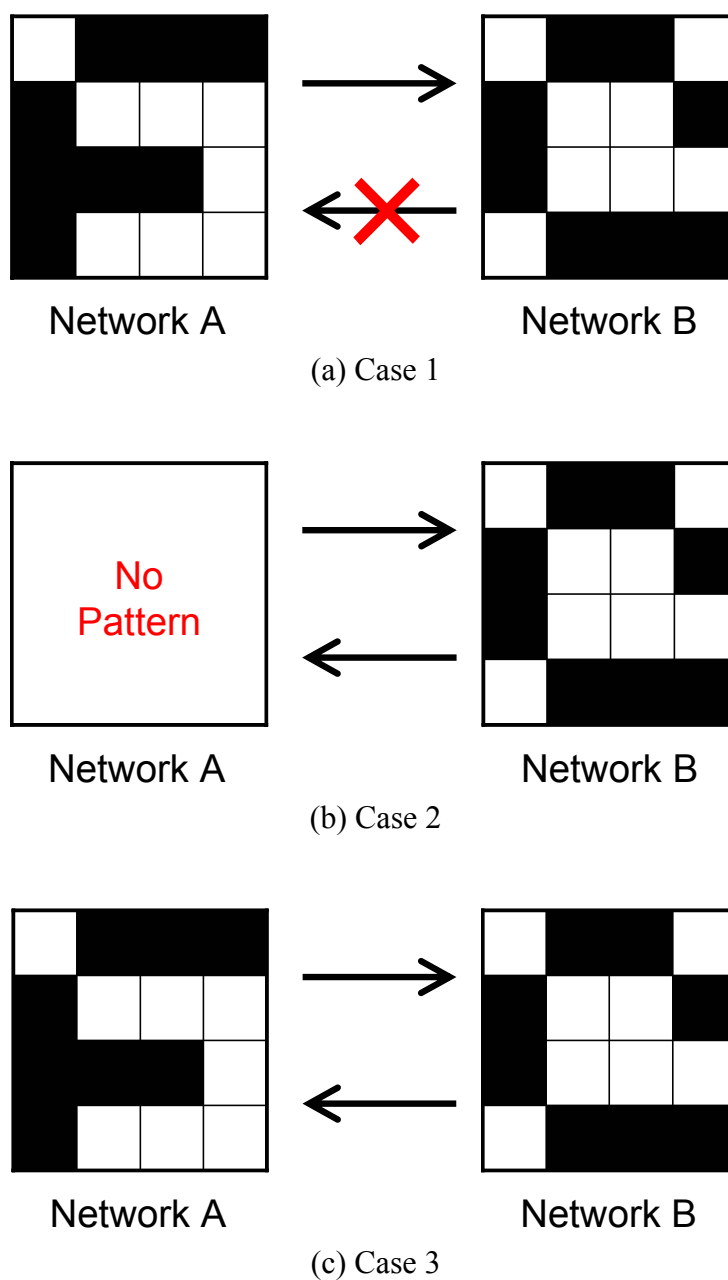


Fig.4.7 Stored Patterns and Connection between Networks

各パラメータの値と初期値は次のようにおいた.

$$K=14.0, \quad \tau=0.1, \quad \mu=0.05, \quad T=2.0, \quad \beta=0.05 \tag{4.11}$$

$$x_i^\alpha(0)=2.5, \quad v_i^\alpha(0)=0.0, \quad y_i^\alpha(0)=0.2 \tag{4.12}$$

(1) Case 1 の場合

Case 1 の場合，入力の大きさを変えるパラメータ K と分岐パラメータ $r_i^a(n)$ 中のコントロールパラメータ b が非常に重要である． K が小さいときは，ニューロンの内部状態 $x_i^a(n)$ の大きさも小さく，Network A, Network B とともに自身が保存しているパターンのみを想起する．しかし， K が約 8.0 より大きくなると $x_i^a(n)$ も大きくなり，Network B は自身が保存しているパターンに加えて Network A に保存したパターンも想起するようになる．そこで，ここでは $K=14.0$ とおくことにした．

Fig.4.8, Fig.4.9 は， $Z_i^{B,A}=1.0$, $Z_i^{B,A}=10.0$ における $35000 \leq n \leq 40000$ のときの値をプロットした $x_i^a(n)$ の分岐図である．また，16 個のニューロンの内部状態 $x_i^a(n)$ の時間変化および想起しているパターンを Fig.4.10(a)-4.12(a)に，Network B に対する入力 $h_i^B(n)$ とその各項の時間変化を Fig.4.10(b)-4.12(b)に示す．“-F”，“-C”は，それぞれ保存させたパターン“F”，“C”の白と黒を入れ替えた反転パターンを意味しており，赤いプロットは，それぞれのネットワークが自身ではなくもう一方のネットワークに保存されているパターンを想起したときを表している．

まず，Fig.4.8, Fig.4.9 の $x_i^a(n)$ の分岐図より， $Z_i^{B,A}$ の値が 1.0 であっても 10.0 であっても， $x_i^A(n)$ は $b=1.5$ 付近までカオス的な振舞いを多く見せることがわかる．しかし，その後は周期 2 の振舞いをし，その振幅は b の値が大きくなるにつれ小さくなっていく．一方， $x_i^B(n)$ は $b=2.45$ 付近までカオス的な振舞いをするが，その後は $x_i^A(n)$ と同様周期 2 の振舞いをするようになる．Fig.4.9 では，2 より大きい周期が現れているように見えるが，これは 16 個のニューロンの振幅を重ね書きしたためで，各々のニューロンは周期 2 の振舞いをしている．

次に， $x_i^a(n)$ の時間変化と Network B に対する入力 $h_i^B(n)$ の時間変化について詳しく説明する．Fig.4.10(a)を見ると，Network B は $n=4500$ 付近まで Network A が保存しているパターン“F”のみを想起しており，それ以降は， $x_i^B(n)$ が小さければパターン“F”を，大きければ自身が保存しているパターン“C”を想起している．また，Fig.4.10(b)より，パターン“F”のみを想起している $n=4500$ 付近までは，Network A から Network B への入力 $Z_i^{B,A}y_i^A(n)$ の方が，Network B 内のニューロンからの入力 $\sum W_{ij}^B y_j^B(n)$ よりも大きく，逆に，パターン“C”も想起している $n=4500$ 付近以降は， $\sum W_{ij}^B y_j^B(n)$ の方が $Z_i^{B,A}y_i^A(n)$ よりも大きくなっていることがわかる．つまり，Network B は，自身より Network A からの入力が大きいとき，Network A に保存されているパターン“F”のみを想起するが，自身からの入力が大きくなると，自身が保存しているパターン“C”も想起するようになる．

次に，Fig.4.11(a)においては，Network A の振舞いが， $n=24000$ 付近を境にカオスから周期 2 に変化している．そして，Network B は， $n=24000$ 付近までは $x_i^B(n)$ が非常に

小さいとき、それを過ぎると $x_i^B(n) < 3.32$ のときにパターン“F”を想起しており、その想起割合は、 $n=24000$ 付近以降、つまり Network A が周期 2 の振舞いをしているときの方が高くなっている。また、Fig.4.11(b)を見てみると、 $\Sigma W_{ij}^B y_j^B(n)$ は途中で変化することなくカオス的な振舞いをしているが、 $Z_i^{B,A} y_i^A(n)$ は $n=24000$ 付近まではカオス的な振舞い、それ以降は周期 2 の振舞いを示していることがわかる。従って、Network B は $Z_i^{B,A} y_i^A(n)$ の大小に関わらず、 $Z_i^{B,A} y_i^A(n)$ より大きな影響を受けており、その振舞いが周期 2 に安定すると、Network A が保存しているパターンを想起するようになるということが言える。

そして、Fig.4.12(a)の Network A がカオス的な振舞いをしているときに注目すると、Network B は、 $x_i^B(n)$ が大きいときは自身が保存しているパターン“C”のみ想起しているが、 $x_i^B(n)$ が小さいときはパターン“C”に加えて、Network A が保存しているパターン“F”も想起していることがわかる。これに対して、Network A が周期 2 の振舞いをしているときは、Network B は Network A が保存しているパターン“F”のみを想起している。これを Fig.4.12(b)から考えると、 $\Sigma W_{ij}^B y_j^B(n)$ が周期 2 の振舞いをしているときはパターン“C”のみ想起するが、カオス的な振舞いのときは $Z_i^{B,A} y_i^A(n)$ の影響を受け、パターン“F”も想起すると言うことができる。また、 $Z_i^{B,A} y_i^A(n)$ が周期 2 の振舞いを示すと、その影響が大きくなり、パターン“F”しか想起することができなくなる。

ここで、Fig.4.11 の $Z_i^{B,A}=1.0$ 、 $b=1.2$ のときに着目し、Network B が自身には保存されていないパターン“F”を想起するメカニズムについて考察する。Fig.4.13(a)(b)はそれぞれのニューロンの内部状態の時間変化、Fig.4.13(c)(d)は $h_i^B(n)$ の各項の時間変化を表している。これらより、Network A からの入力 $Z_i^{B,A} y_i^A(n)$ がカオス的な振舞いではなく周期 2 の振舞いをしているとき、Network B がパターン“F”を想起できていることがわかる。また、16 個のニューロンは、Table 4.1 のように、パターンベクトルの組み合わせが、 $(\xi_i^A, \xi_i^B) = (+1, +1)$ 、 $(\xi_i^A, \xi_i^B) = (+1, -1)$ 、 $(\xi_i^A, \xi_i^B) = (-1, +1)$ 、 $(\xi_i^A, \xi_i^B) = (-1, -1)$ の 4 種類のグループに分けることができる。そこで、同グループ内のニューロンの振舞いを比較するため、横軸を $x_i^A(n)$ 、縦軸を $x_j^A(n)$ とした図を Fig.4.14 に示す。Fig.4.14(a)(b)を見ると、Network A の Group 1 および 2 に属する $\xi_i^A = +1$ の 8 個のニューロン、Group 3 および 4 に属する $\xi_i^A = -1$ の 8 個のニューロンは、それぞれお互いに同期していることが確認できる。このため、Network A は自身が保存しているパターン“F”を想起できるものと考えられる。また、Network B においては、Fig.4.14(c)-(f)のように各 Group に属する 4 個のニューロンが同期しているため、パターン“F”とパターン“C”の両方を想起することが可能となった。

Table 4.1 Neuron Groups of Stored Pattern Vector

Group	ξ_i^A	ξ_i^B	Neuron Number
1	+1	+1	2,3,5,9
2	+1	-1	4,10,11,13
3	-1	+1	8,14,15,16
4	-1	-1	1,6,7,12

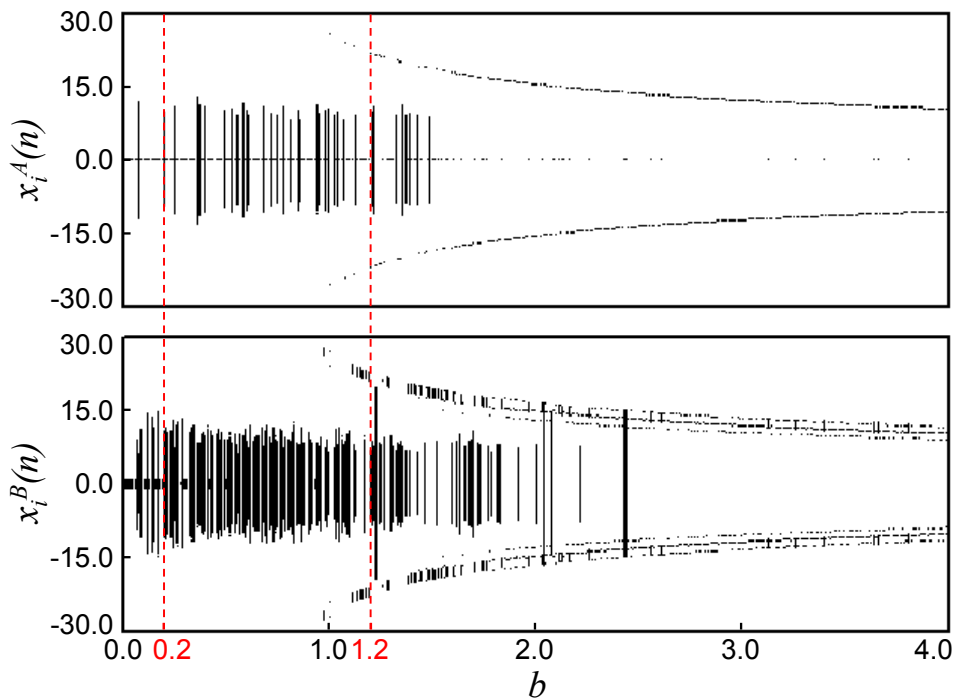


Fig.4.8 Bifurcation Diagram of 16 Neurons (Case 1: $Z_i^{B,A}=1.0$)

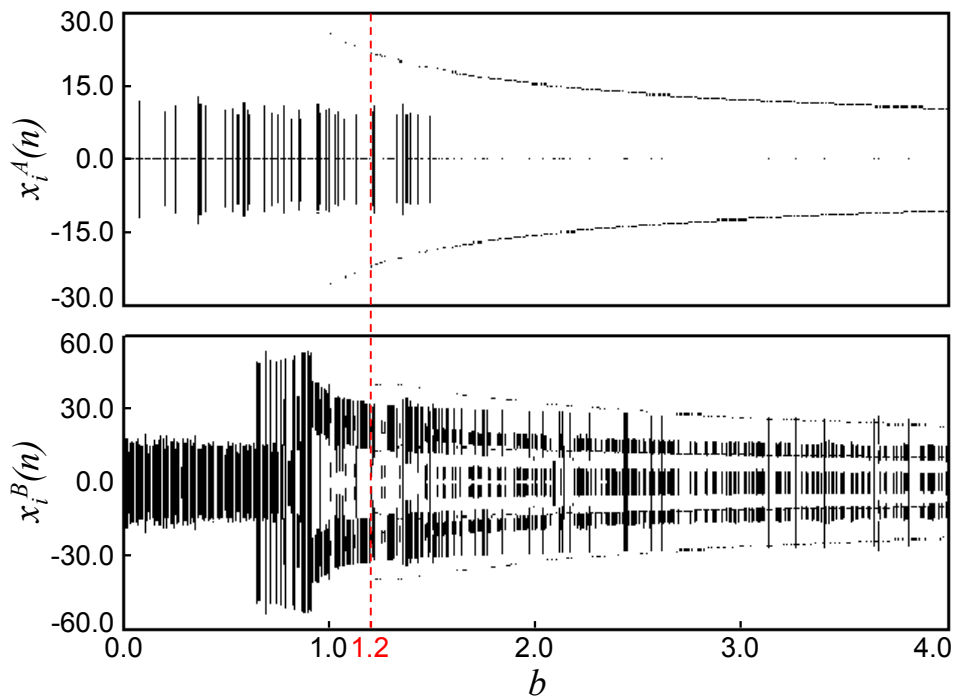


Fig.4.9 Bifurcation Diagram of 16 Neurons (Case 1: $Z_i^{B,A}=10.0$)

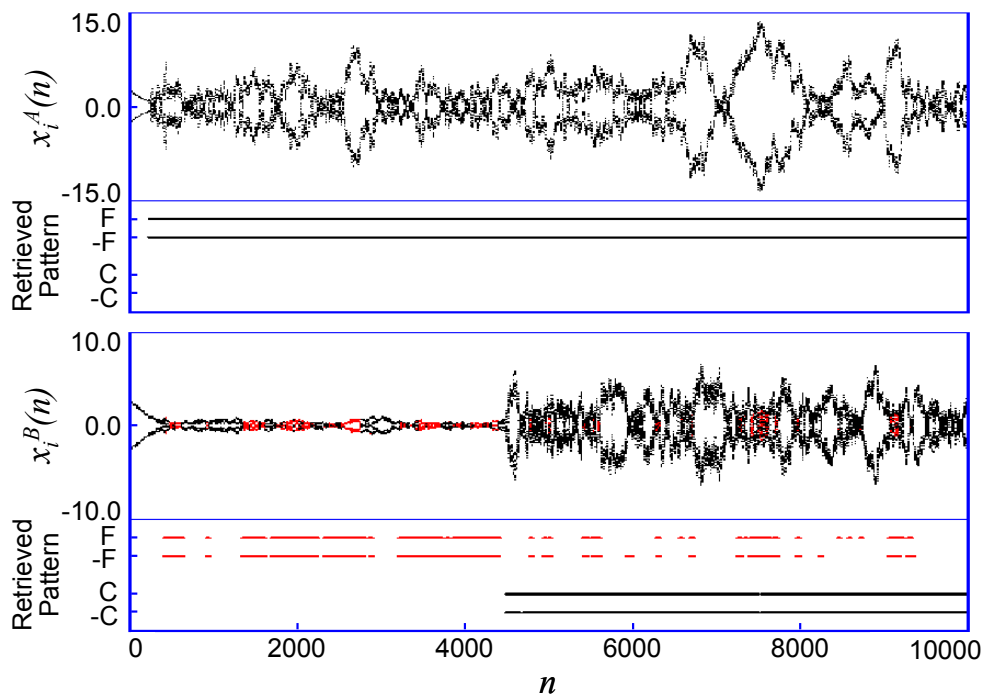


Fig.4.10(a) Time Evolution of $x_i^a(n)$ and Retrieved Pattern (Case 1: $Z_i^{B,A}=1.0$, $b=0.2$)

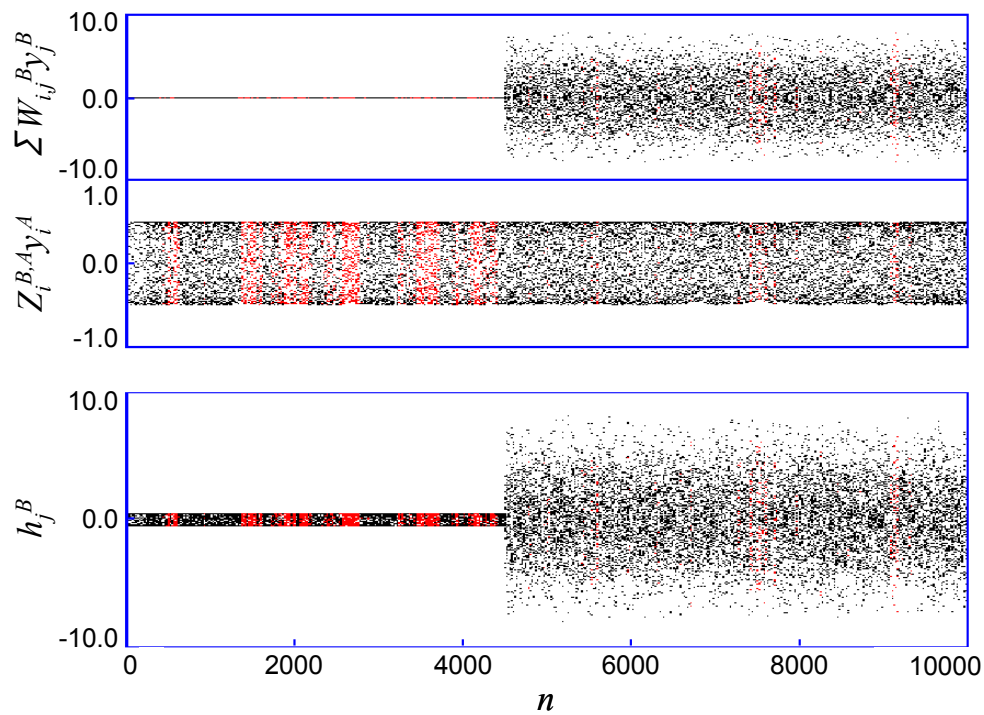


Fig.4.10(b) Time Evolution of Input to Network B (Case 1: $Z_i^{B,A}=1.0$, $b=0.2$)

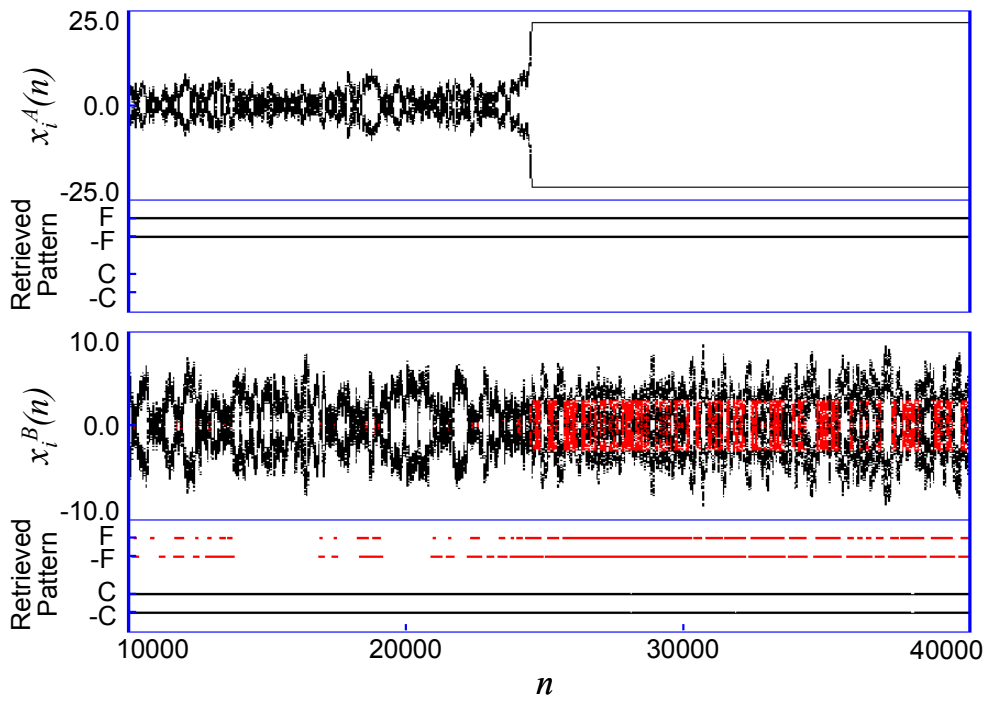


Fig.4.11(a) Time Evolution of $x_i^a(n)$ and Retrieved Pattern (Case 1: $Z_i^{B,A}=1.0, b=1.2$)

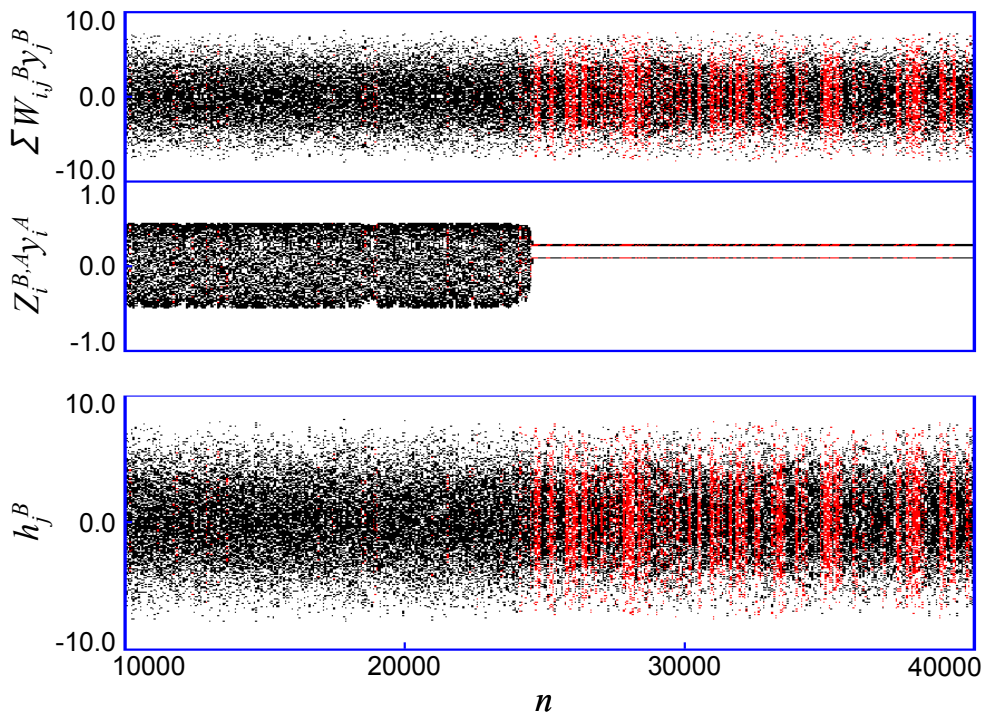


Fig.4.11(b) Time Evolution of Input to Network B (Case 1: $Z_i^{B,A}=1.0, b=1.2$)

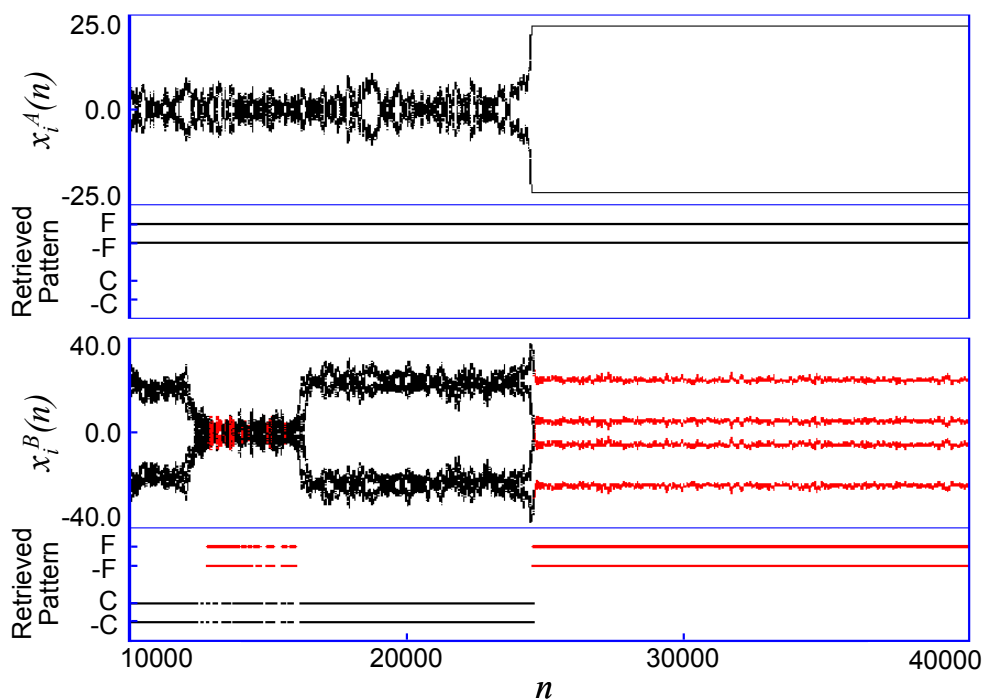


Fig.4.12(a) Time Evolution of $x_i^a(n)$ and Retrieved Pattern (Case 1: $Z_i^{B,A}=10.0$, $b=1.2$)

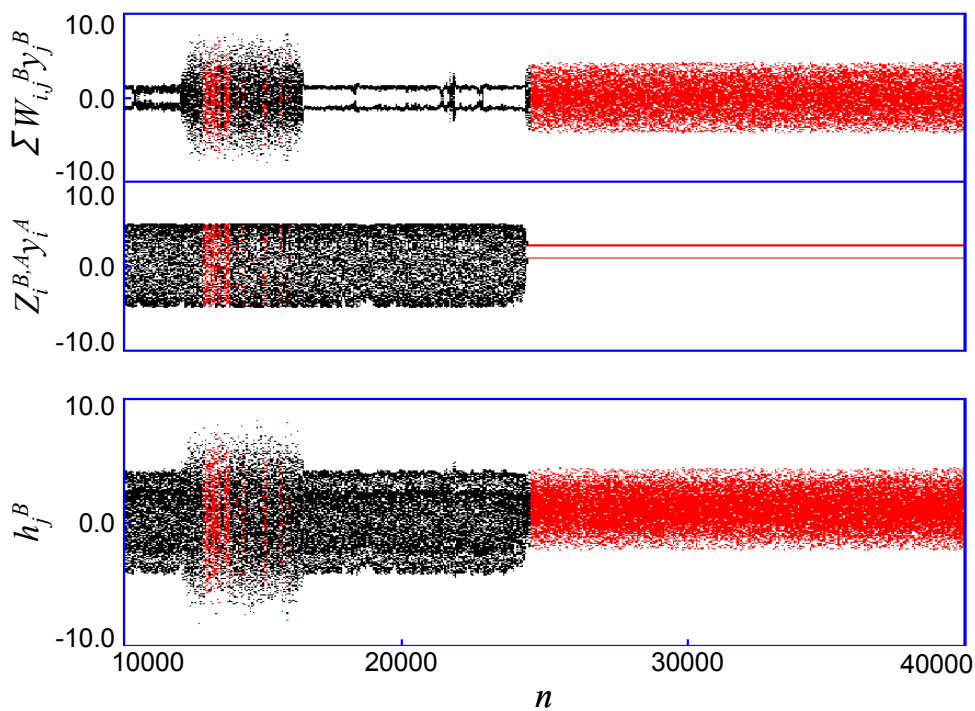


Fig.4.12(b) Time Evolution of Input to Network B (Case 1: $Z_i^{B,A}=10.0$, $b=1.2$)

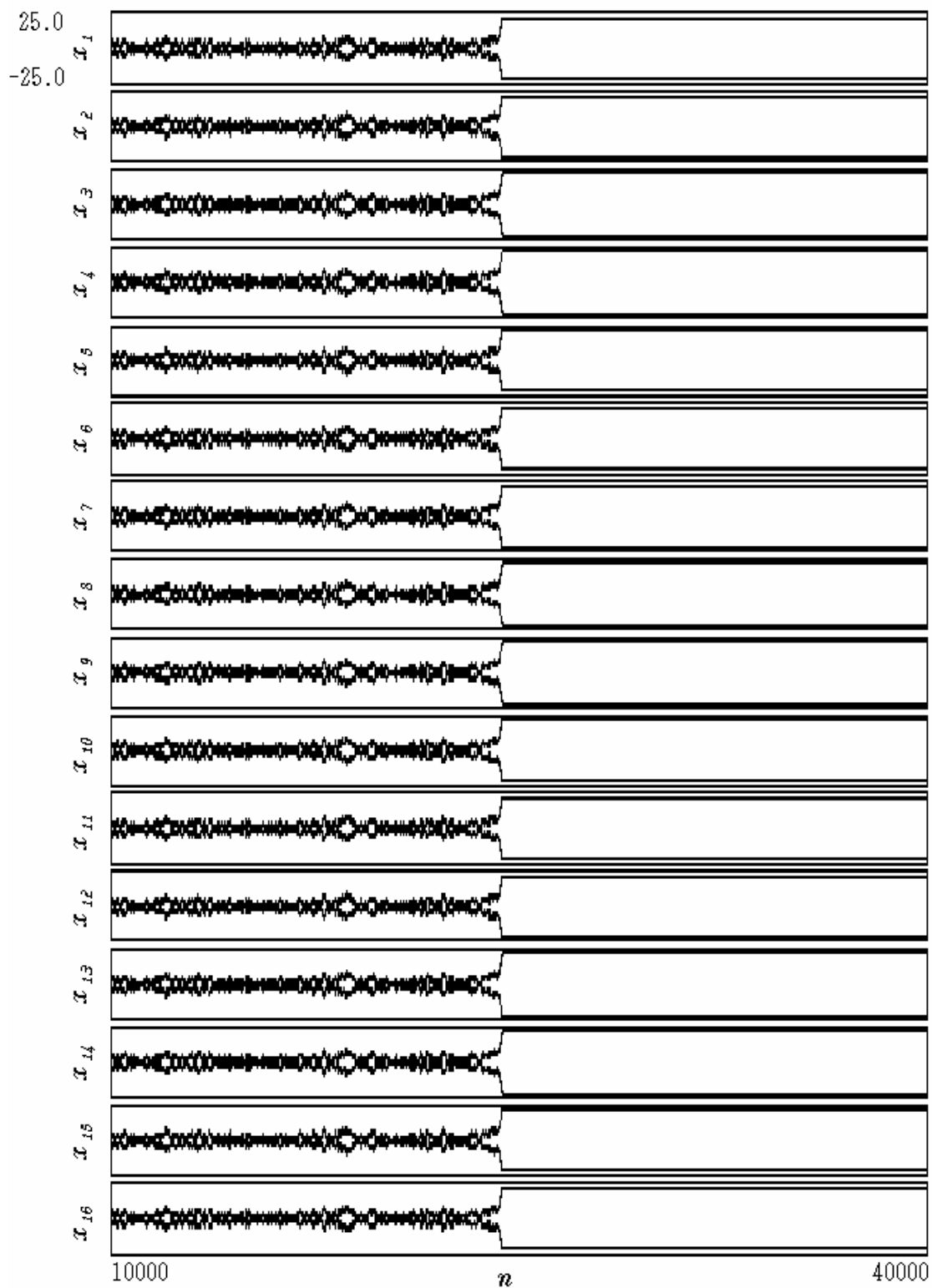


Fig.4.13(a) Time Evolution of $x_i^A(n)$ (Case 1: $Z_i^{B,A}=1.0$, $b=1.2$)

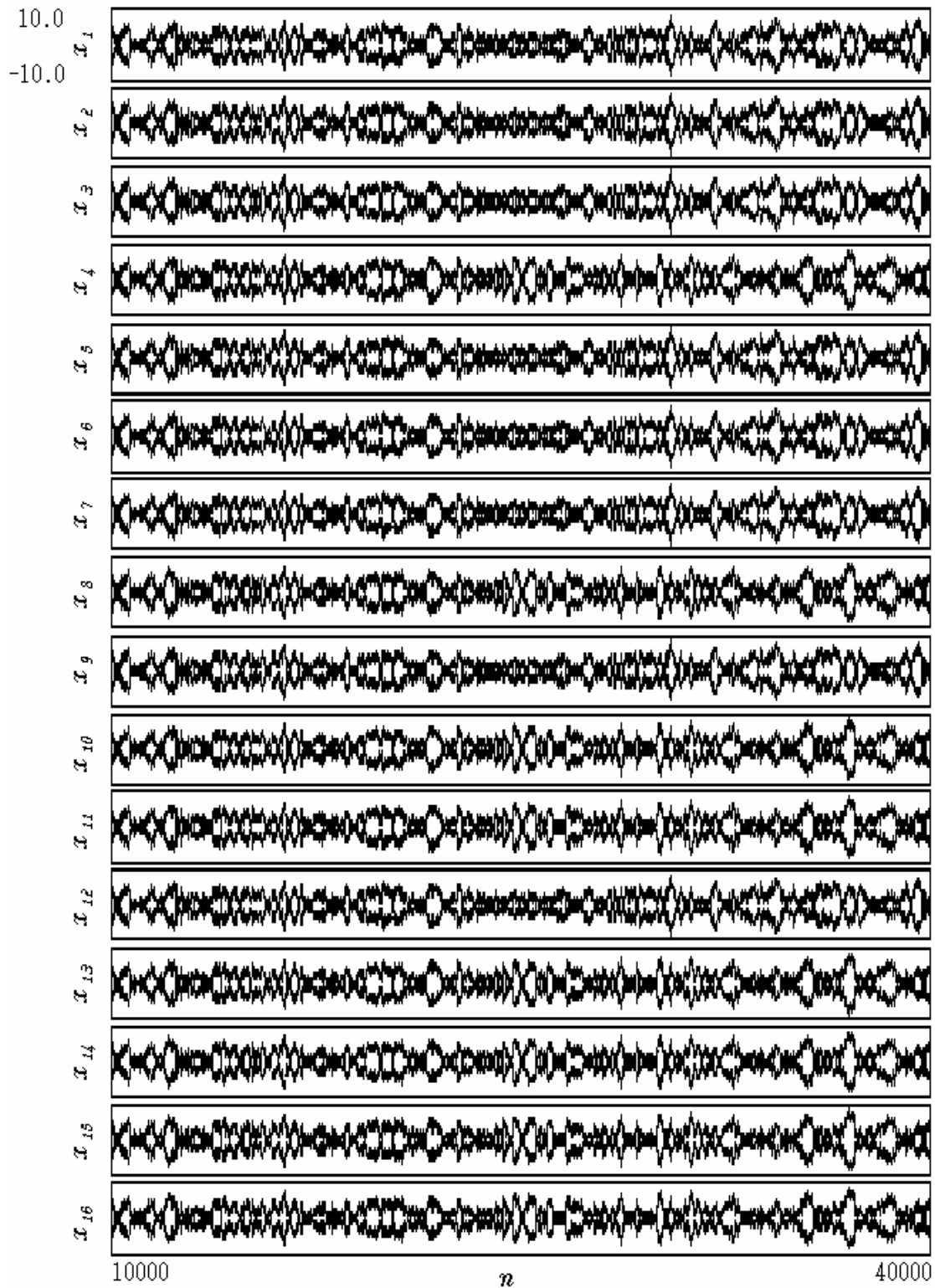


Fig.4.13(b) Time Evolution of $x_i^B(n)$ (Case 1: $Z_i^{B,A}=1.0$, $b=1.2$)

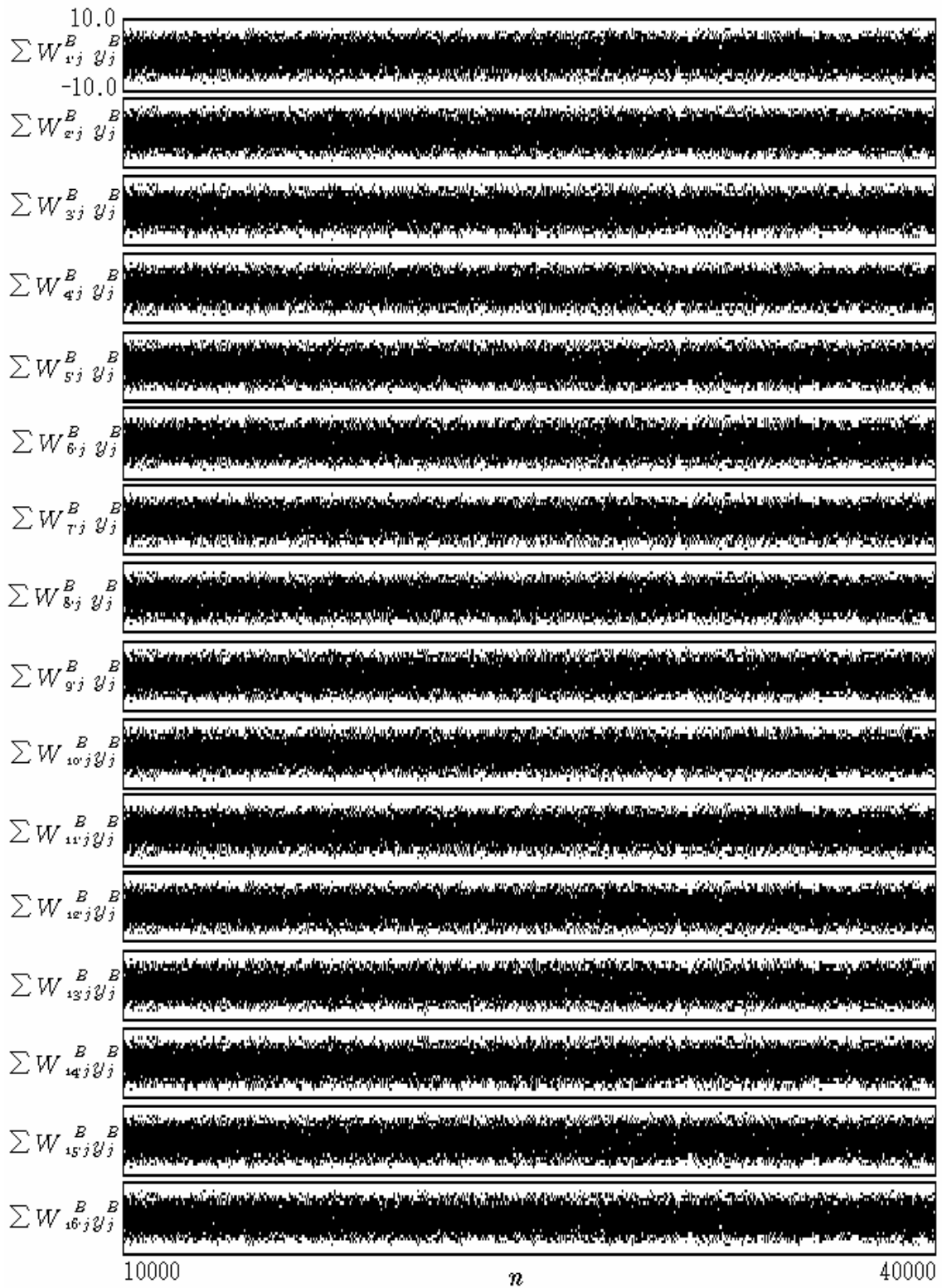


Fig.4.13(c) Time Evolution of $\sum W_{ij}^B y_j^B(n)$ (Case 1: $Z_i^{B,A}=1.0$, $b=1.2$)

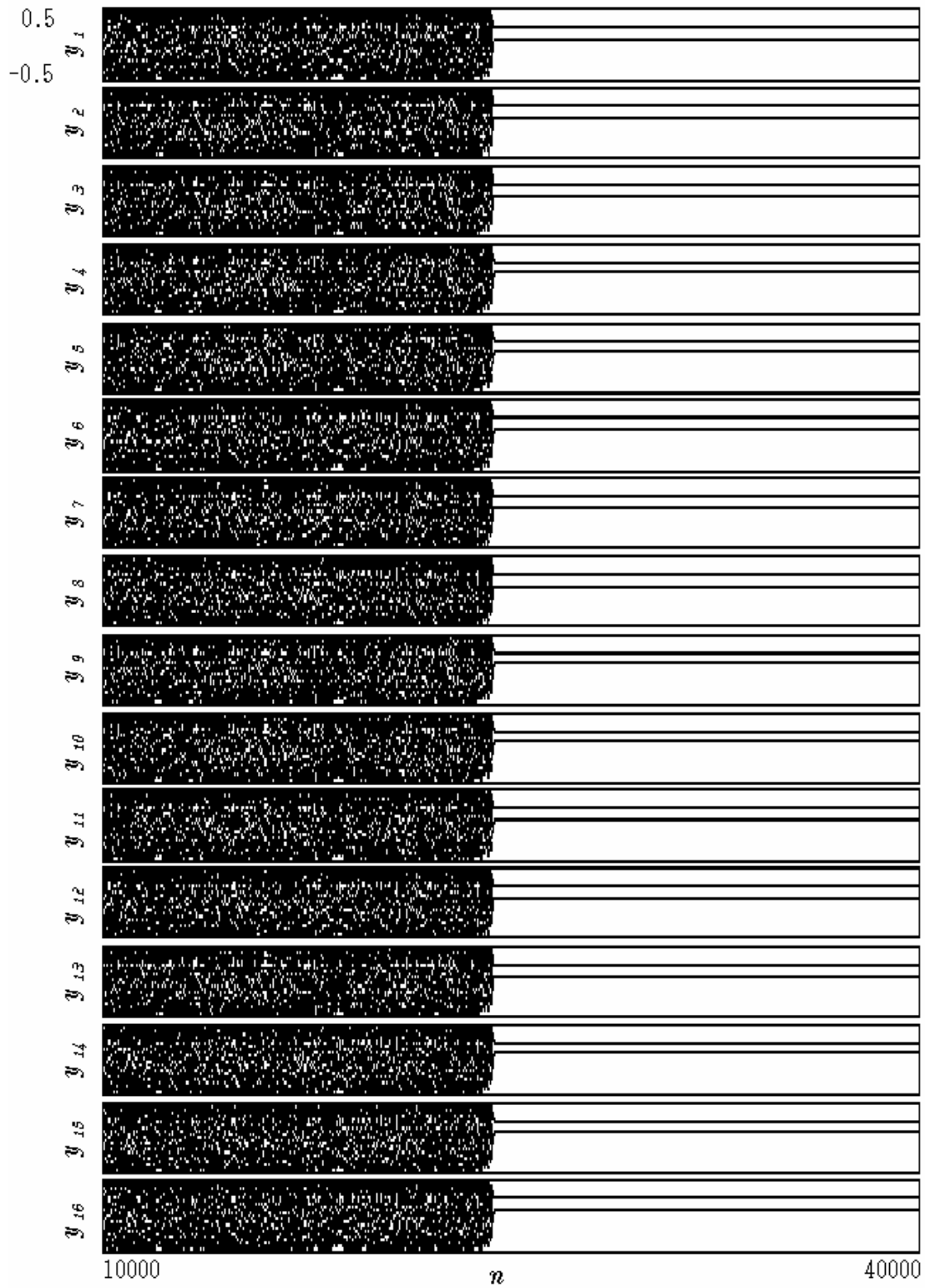


Fig.4.13(d) Time Evolution of $y_j^A(n)$ (Case 1: $Z_i^{B,A}=1.0$, $b=1.2$)

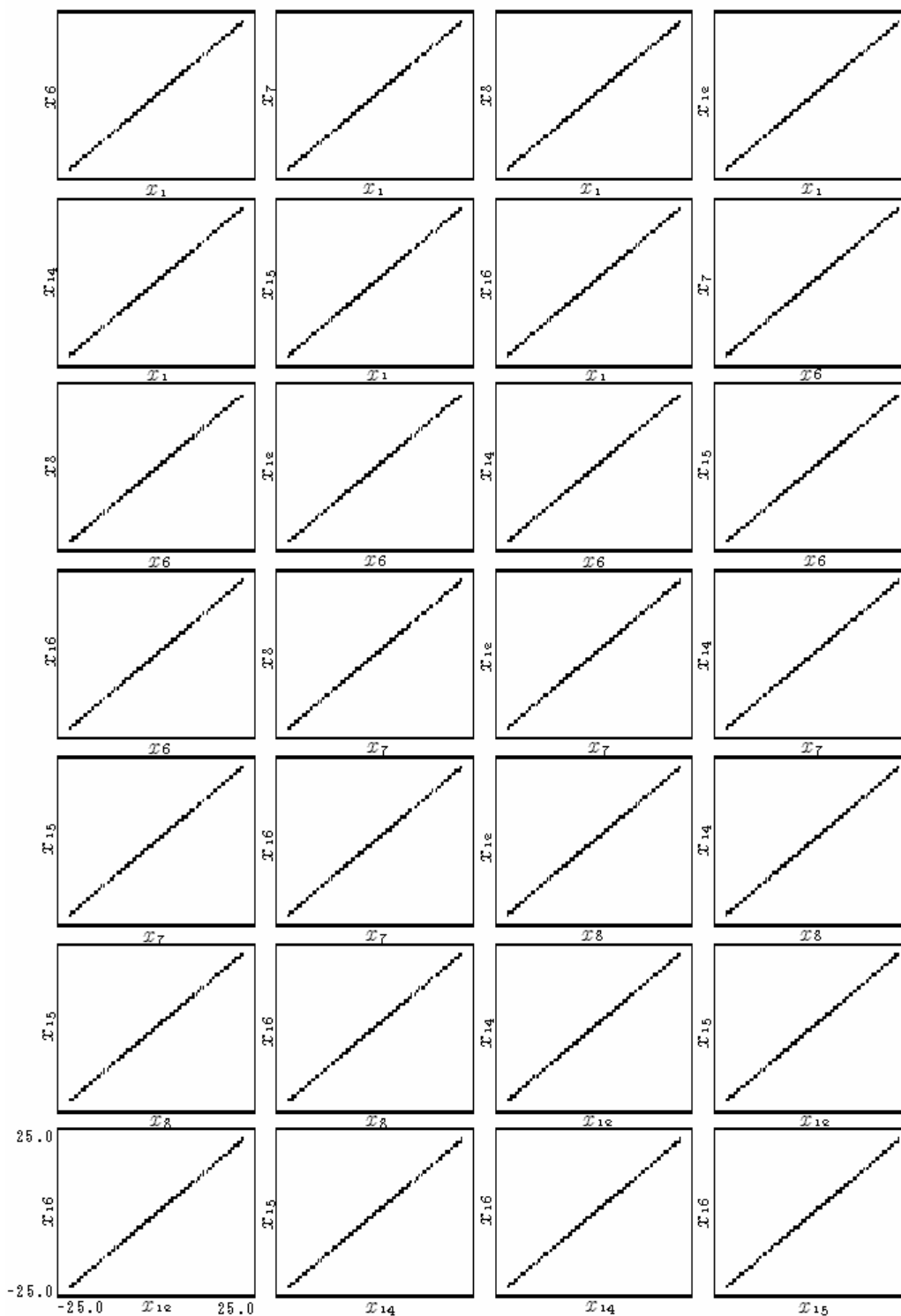


Fig.4.14(a) Synchronized Phenomena of Group 1 and 2 in Network A
(Case 1: $Z_i^{B,A}=1.0$, $b=1.2$, $10000 \leq n \leq 40000$)

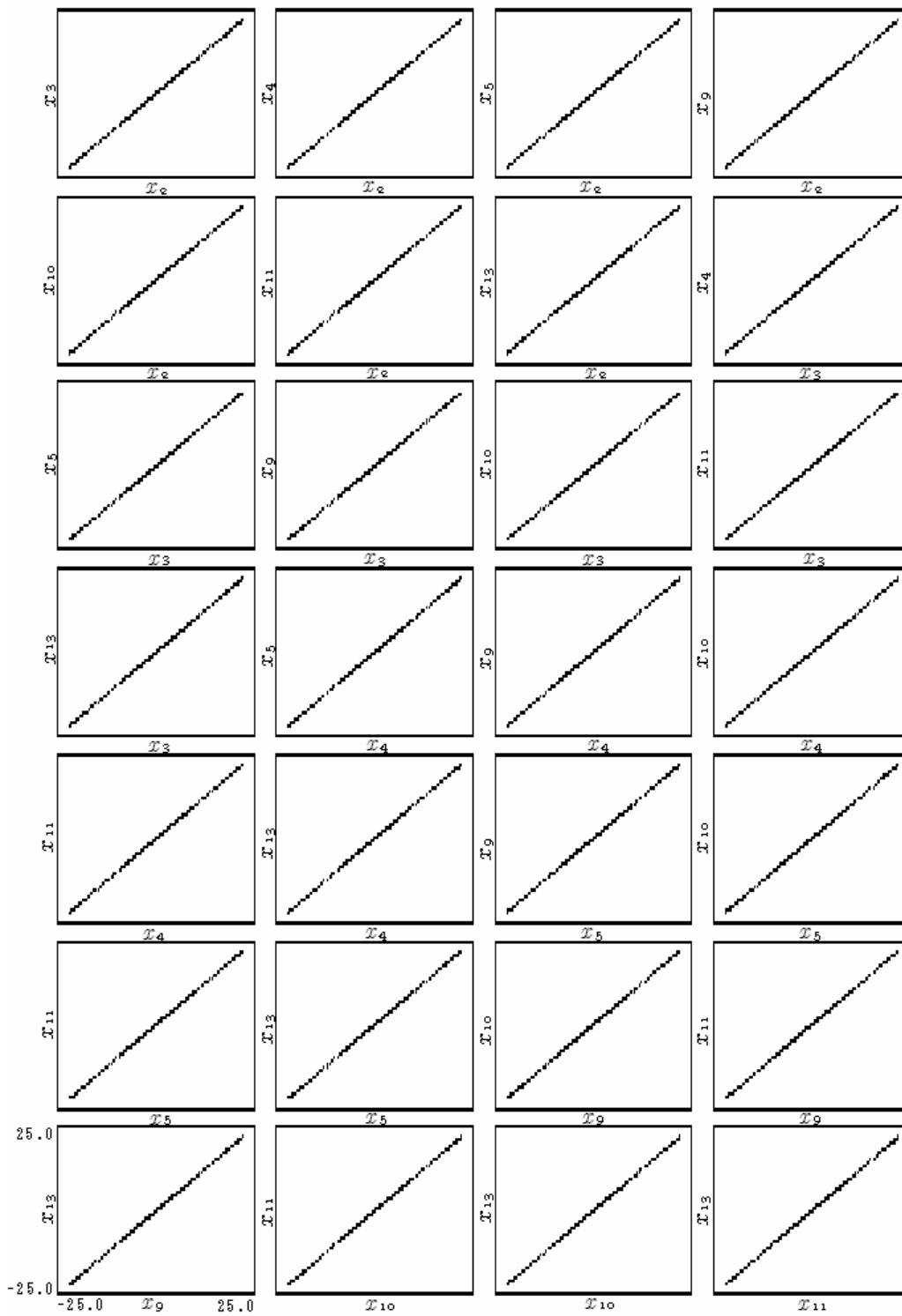


Fig.4.14(b) Synchronized Phenomena of Group 3 and 4 in Network A
 (Case 1: $Z_i^{B,A}=1.0$, $b=1.2$, $10000 \leq n \leq 40000$)

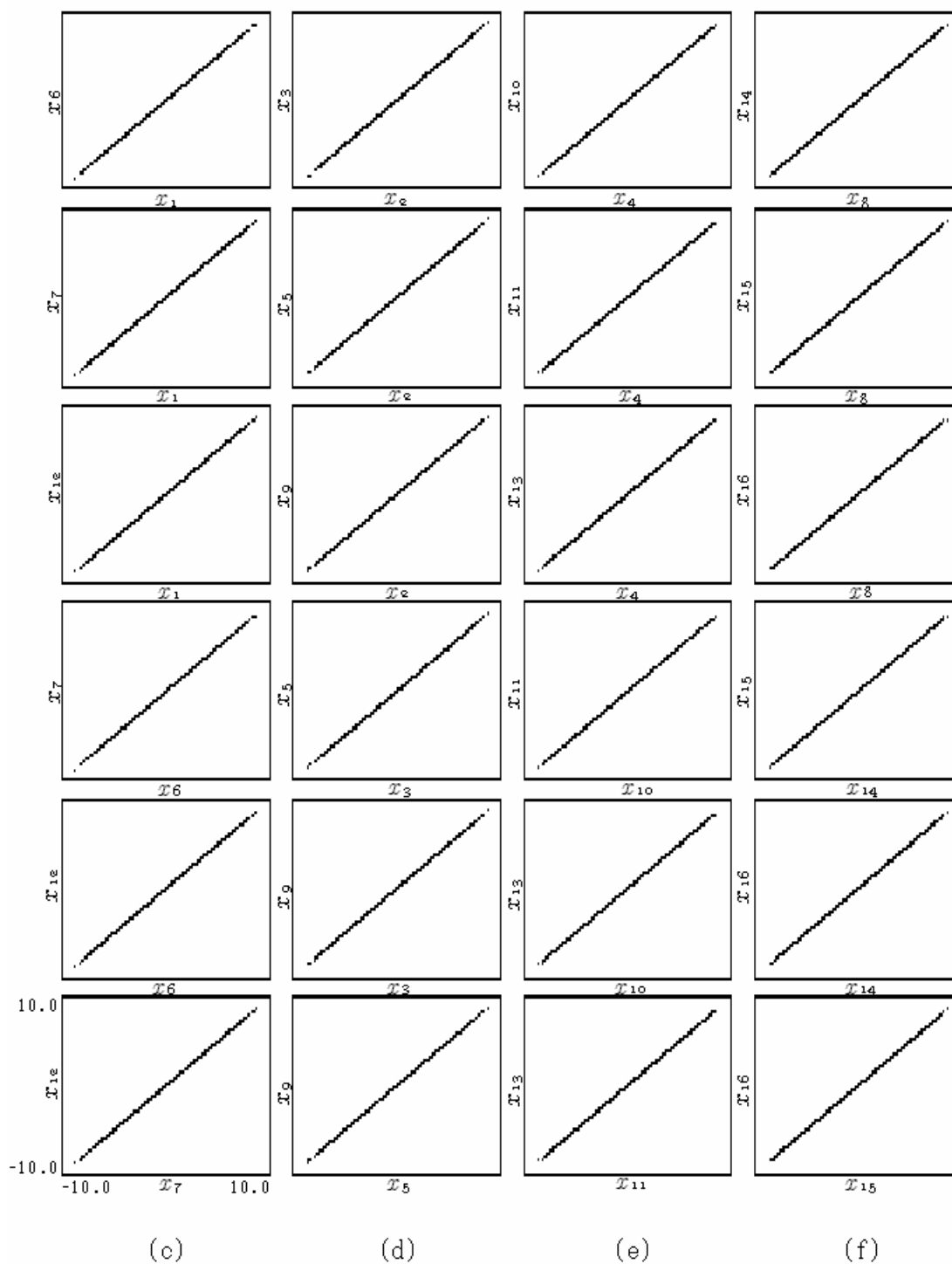


Fig.4.14(c)-(f) Synchronized Phenomena of Each Group in Network B
 (Case 1: $Z_i^{B,A}=1.0$, $b=1.2$, $10000 \leq n \leq 40000$)

(2) Case 2 の場合

この場合、Network A には何も保存していないため、そのエネルギーには特定の最小値は存在しない。従って、Network A がパターン“C”のような特定のパターンを想起することは考えられない。ここで、Fig.4.15 は、 $Z_i^{A,B}=Z_i^{B,A}=1.0$ における $35000 \leq n \leq 40000$ のときの値をプロットした $x_i^a(n)$ の分岐図、Fig.4.16(a)-4.18(a)は、16 個のニューロンの内部状態 $x_i^a(n)$ の時間変化および想起しているパターン、Fig.4.16(b)-4.18(b)は、各ネットワークに対する入力 $h_i^a(n)$ の各項の変化を表している。“-F”、“-C”は、これまでと同様にパターン“F”、“C”の反転パターン、赤いプロットは、それぞれのネットワークが自身ではなくもう一方のネットワークに保存されているパターンを想起したときを表している。

Fig.4.15 を見てみると、Case 2 の場合も Case 1 と同様、 $b=1.5$ 付近までニューロンがカオス的な振舞いをしており、その後周期 2 の振舞いとなっていることがわかる。

特に、Fig.4.16(a)では、Network A, B とともに最初カオス的な振舞いをしているが、 $n=11500$ 付近を境にゆらぎを含んだ周期 2 の振舞いに変化している。そして、Network A は、カオス的な振舞いをしているときはほぼ、周期的な振舞いとなってからは 100%、Network A が想起するはずのないパターン“C”を想起できていることが確認できる。これは、2つのネットワークを結合したことにより、ネットワーク間で情報伝達が行われたためと考えられる。Fig.4.16(b)を見てみると、Network B から Network A への入力 $Z_i^{A,B}y_i^B(n)$ や、Network B が内部のニューロンから受ける入力 $\sum W_{ij}^B y_j^B(n)$ も最初はカオス的な振舞いをしているが、途中から周期 2 の振舞いをしていることがわかる。

Network A が自身に保存されていないパターン“C”を想起することができるということは、Network B との結合により、Network A にパターン“C”に相当するエネルギー最小値、つまりアトラクタが生成されたものと考えられる。もし、アトラクタが存在していれば、Network A は Network B との結合を切った後も、パターン“C”を想起し続けることができるはずである。そこで、 $0 \leq n \leq 15000$ のときネットワーク間の結合定数を $Z_i^{B,A}=Z_i^{A,B}=1.0$ 、 $n > 15000$ のとき $Z_i^{B,A}=Z_i^{A,B}=0.0$ といったように、途中でネットワーク間の結合を切った場合、ニューロンがどのような振舞いをするか調査した。Fig.4.17(a)がその結果で、Network A が結合の切れた後もパターン“C”を想起し続けていることがわかる。従って、2つのネットワークを結合することにより、保存しているパターンの情報が伝達され、Network A にそのパターンに相当するアトラクタのようなものが生成されたと考えられる。このように生成されたアトラクタは従来のアトラクタとは異なるため、以下、Virtual Attractor と呼ぶこととする。

Fig.4.18 は、Fig.4.16 の b の値を 1.2 から 3.9 に変えた場合を示している。このとき Network A には準周期的振舞いとカオス的な振舞いが交互に現れており、Network B

は周期 2 とカオス的な振舞いが交互に現れる間欠性カオス的振舞いをしている (Fig.4.18(a)). そして, Network A は, 自身が準周期的な振舞いをしているとき, 言い変えると Network B が周期 2 の振舞いをしているときにパターン“C”を想起している. Fig.4.18(b)を見てみると, $Z_i^{A,B}y_i^B(n)$ は $x_i^A(n)$ と, $\sum W_{ij}^B y_j^B(n)$ は $x_i^B(n)$ と同様に, 準周期的振舞いとカオス的な振舞いが交互に現れる振舞い, および周期 2 とカオス的な振舞いが交互に現れる間欠性カオス的振舞いをしていることがわかる.

以下, Fig.4.16 におけるニューロンの振舞いを詳しく見ていく. Fig.4.19(a)(b)はそれぞれのネットワークのニューロンの内部状態の時間変化, Fig.4.19(c)は $y_i^B(n)$ の時間変化を表している. このとき, Network B がパターン“C”に相当するアトラクタに落ち込み, 周期 2 の振舞いをしているため, その出力 $y_i^B(n)$ も周期 2 の振舞いをし, Network A に影響を与えている. また, Fig.4.20 は, Group 1 と 2 に属する $\xi_i^B = +1$ の 8 個のニューロンおよび Group 3 と 4 に属する $\xi_i^B = -1$ の 8 個のニューロンの同期現象を示している. Network A, Network B とともに 8 個のニューロン全てがお互いに同期しており, この結果, パターン“C”が想起されているものと思われる.

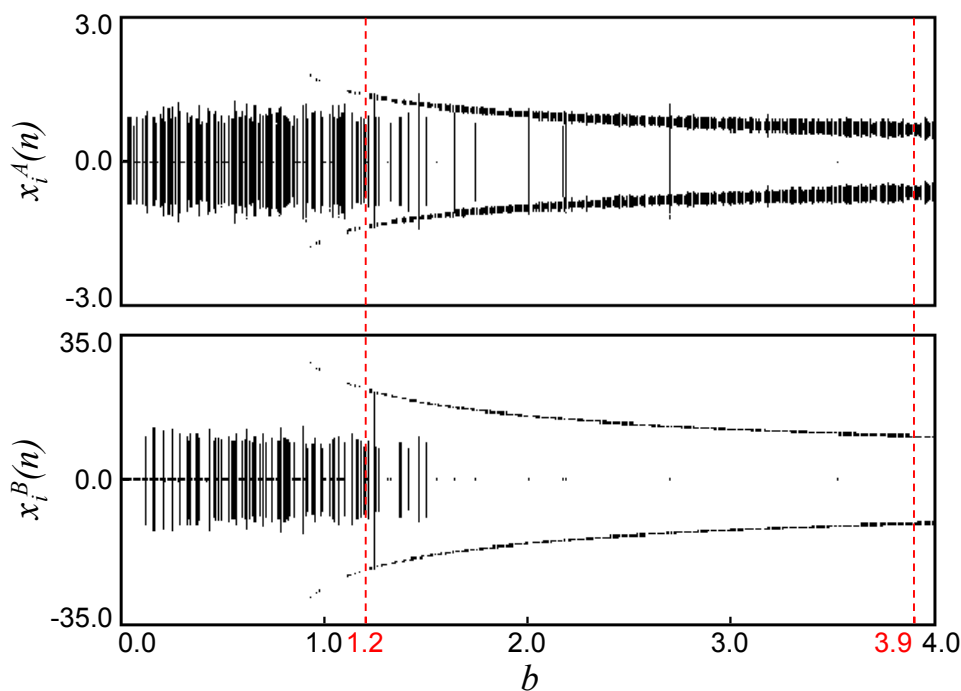


Fig.4.15 Bifurcation Diagram of 16 Neurons (Case 2: $Z_i^{A,B}=Z_i^{B,A}=1.0$)

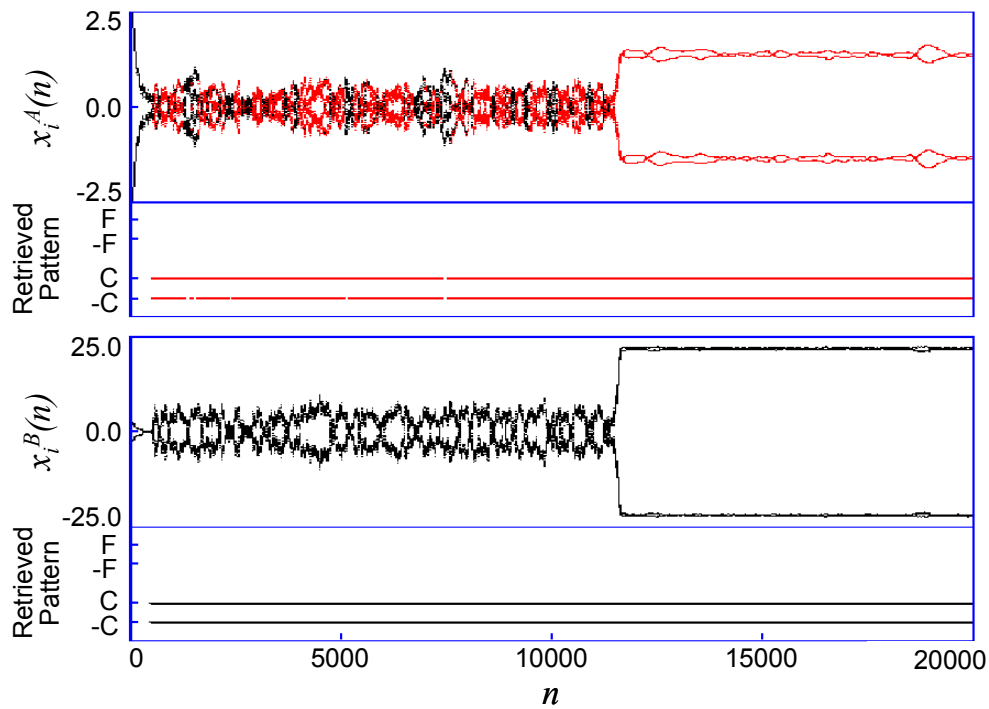


Fig.4.16(a) Time Evolution of $x_i^\alpha(n)$ and Retrieved Pattern (Case 2: $Z_i=1.0, b=1.2$)

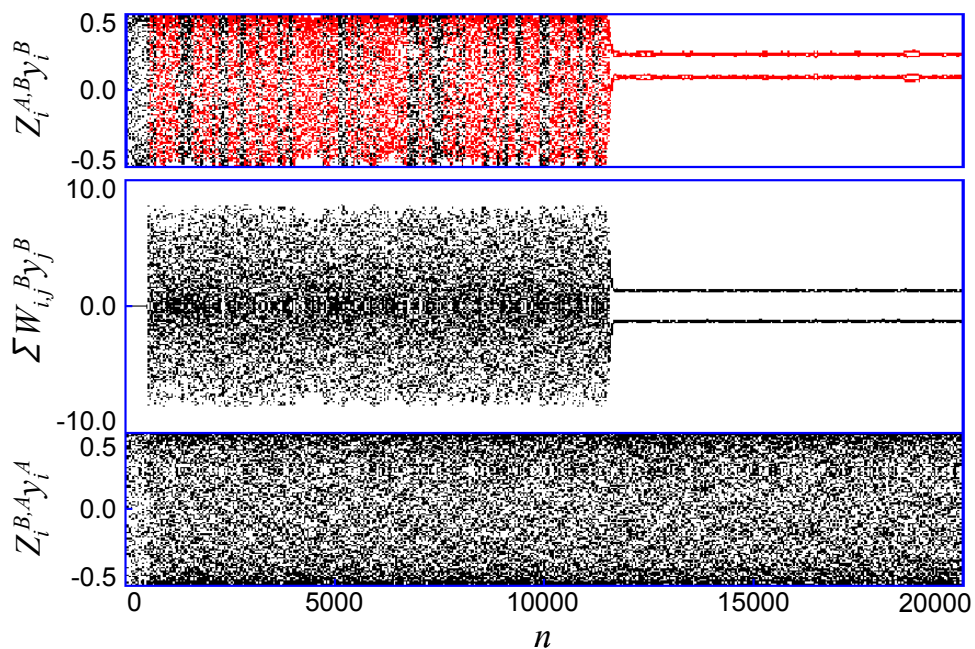


Fig.4.16(b) Time Evolution of Input to Each Network (Case 2: $Z_i=1.0, b=1.2$)

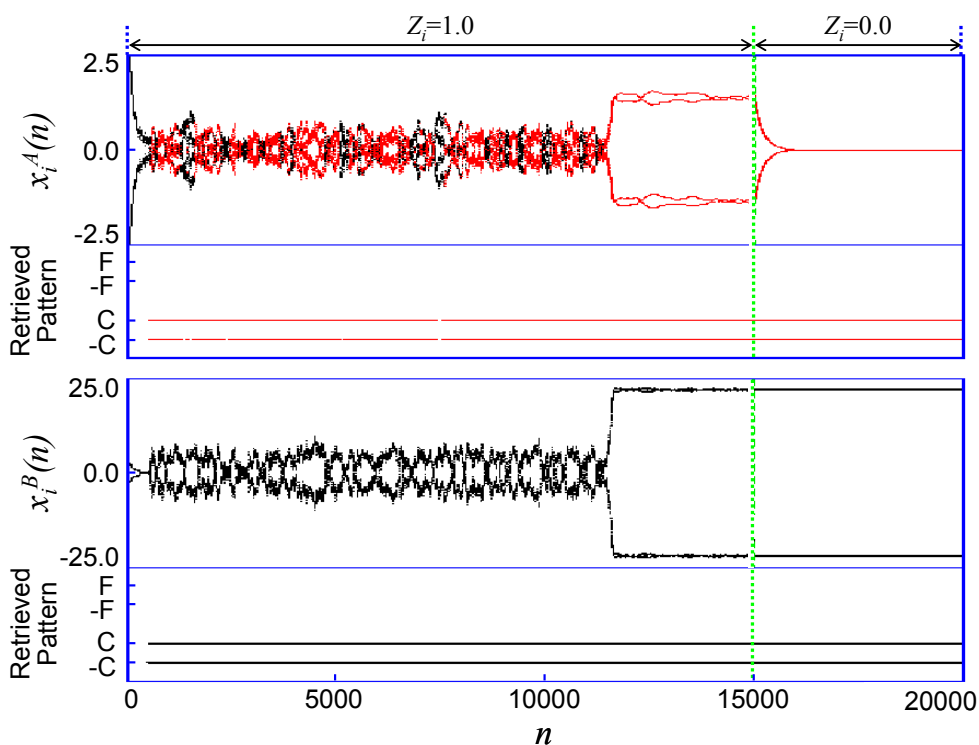


Fig.4.17(a) Time Evolution of $x_i^a(n)$ and Retrieved Pattern
 (Case 2: $Z_i=1.0, b=1.2$ for $0 \leq n \leq 15000$
 $Z_i=0.0, b=1.2$ for $n > 15000$)

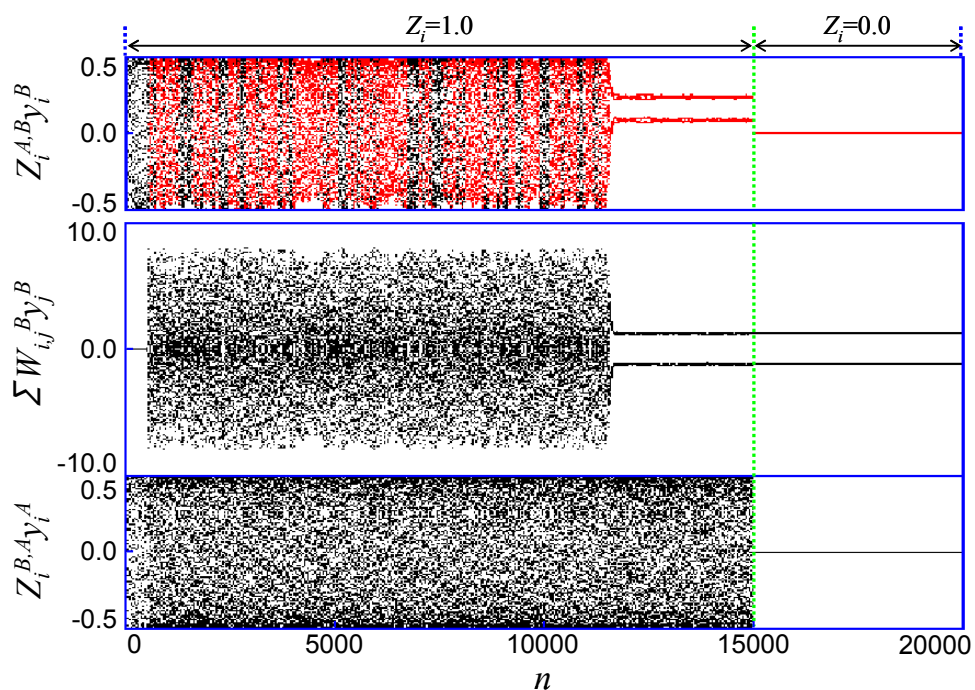


Fig.4.17(b) Time Evolution of Input to Each Network
 (Case 2: $Z_i=1.0, b=1.2$ for $0 \leq n \leq 15000$
 $Z_i=0.0, b=1.2$ for $n > 15000$)

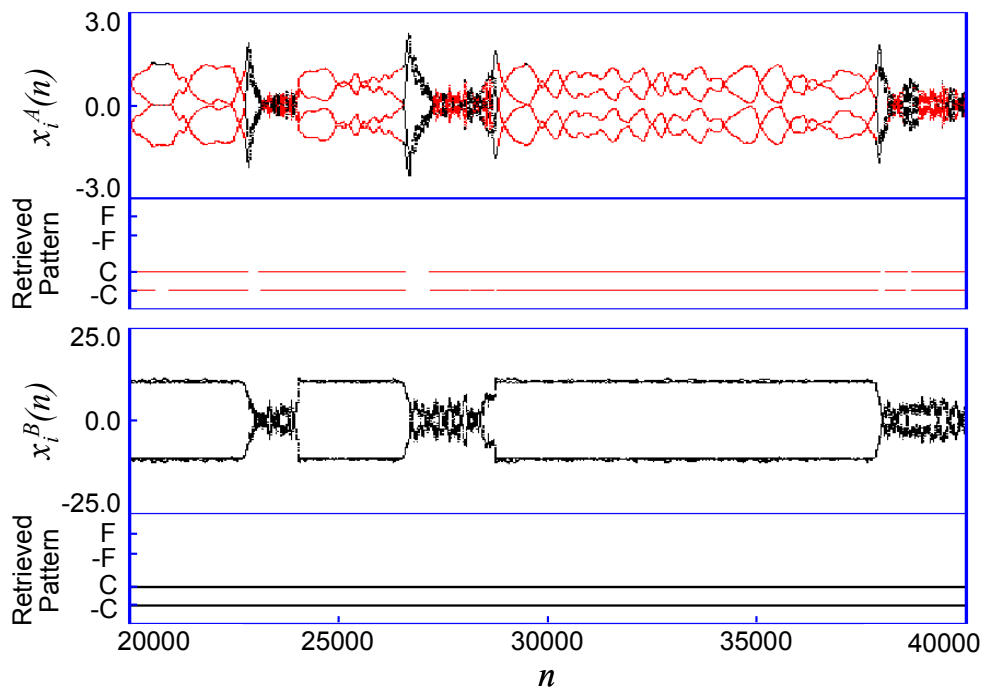


Fig.4.18(a) Time Evolution of $x_i^\alpha(n)$ and Retrieved Pattern (Case 2: $Z_i=1.0, b=3.9$)

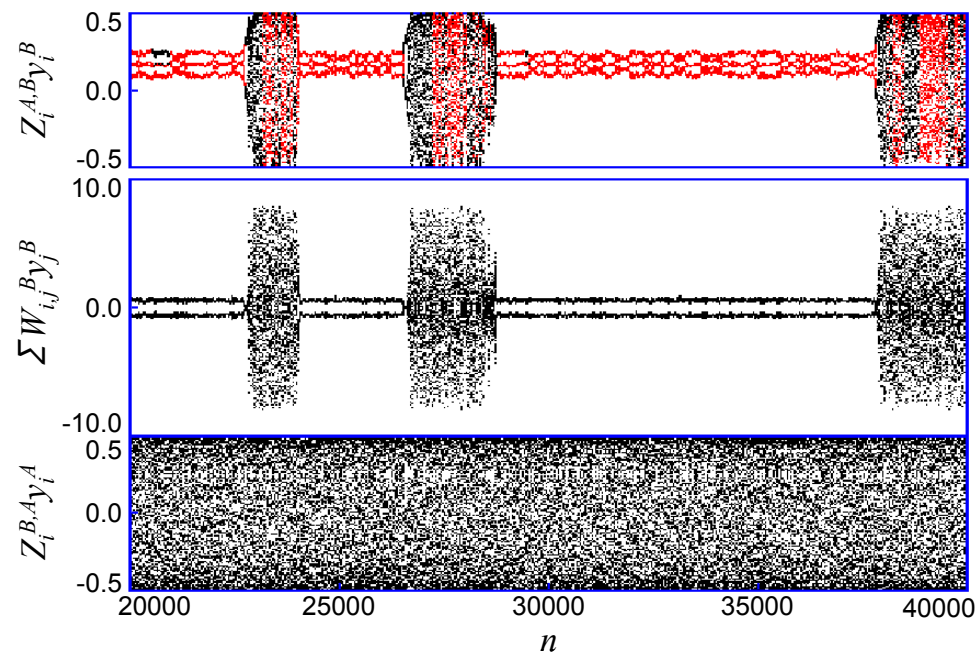


Fig.4.18(b) Time Evolution of Input to Each Network (Case 2: $Z_i=1.0, b=3.9$)

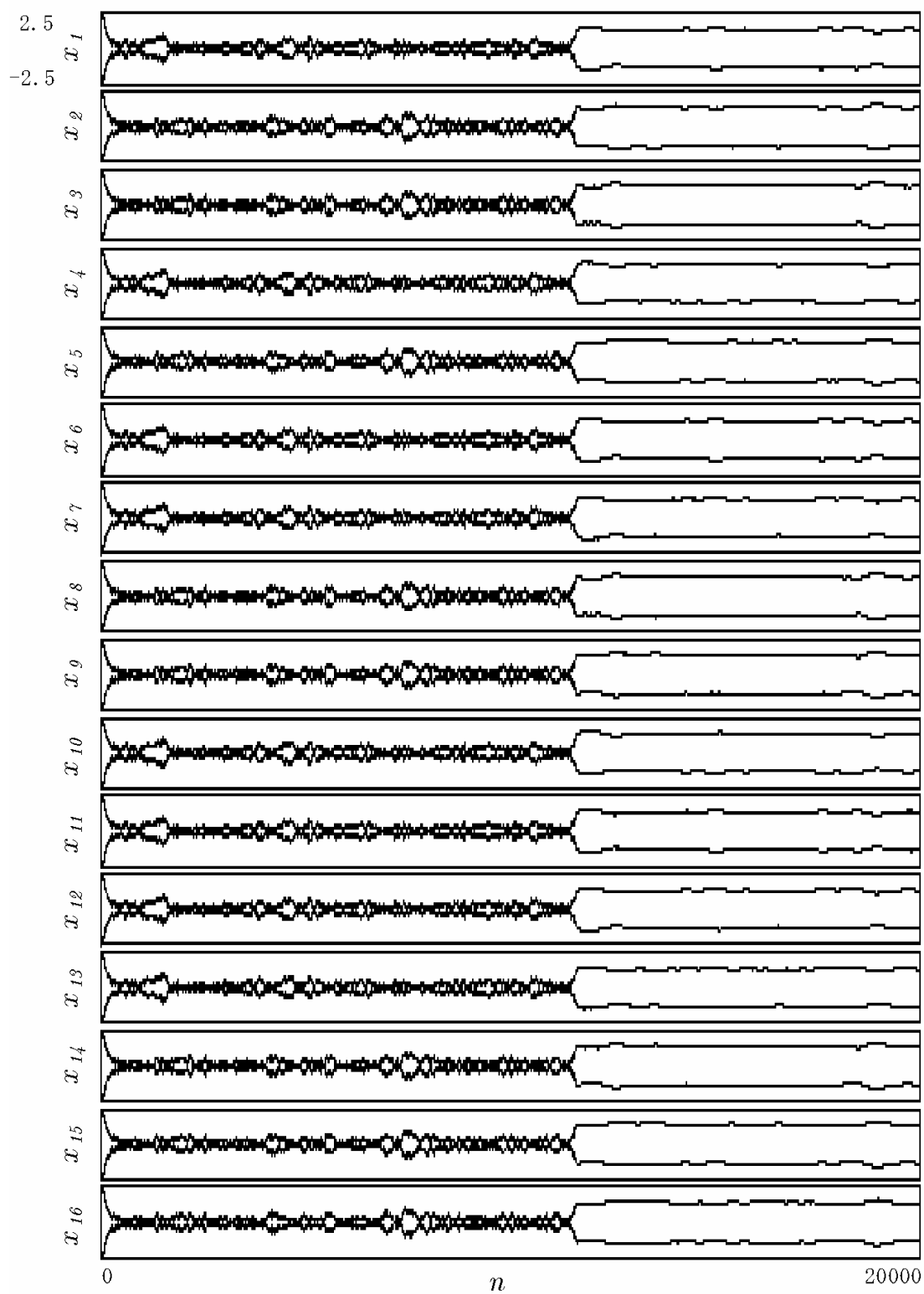


Fig.4.19(a) Time Evolution of $x_i^A(n)$ (Case 2: $Z_i=1.0, b=1.2$)

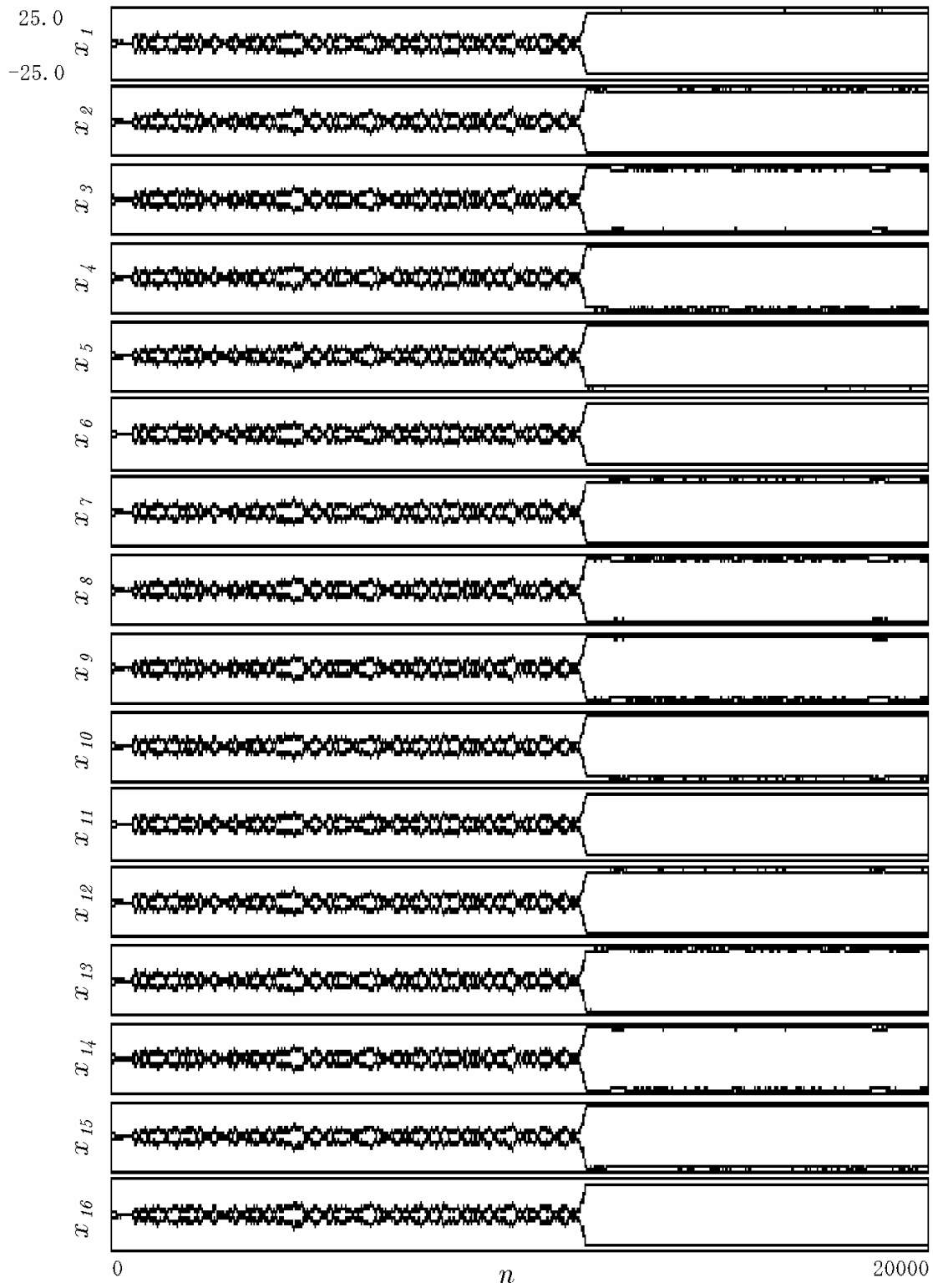


Fig.4.19(b) Time Evolution of $x_i^B(n)$ (Case 2: $Z_i=1.0, b=1.2$)

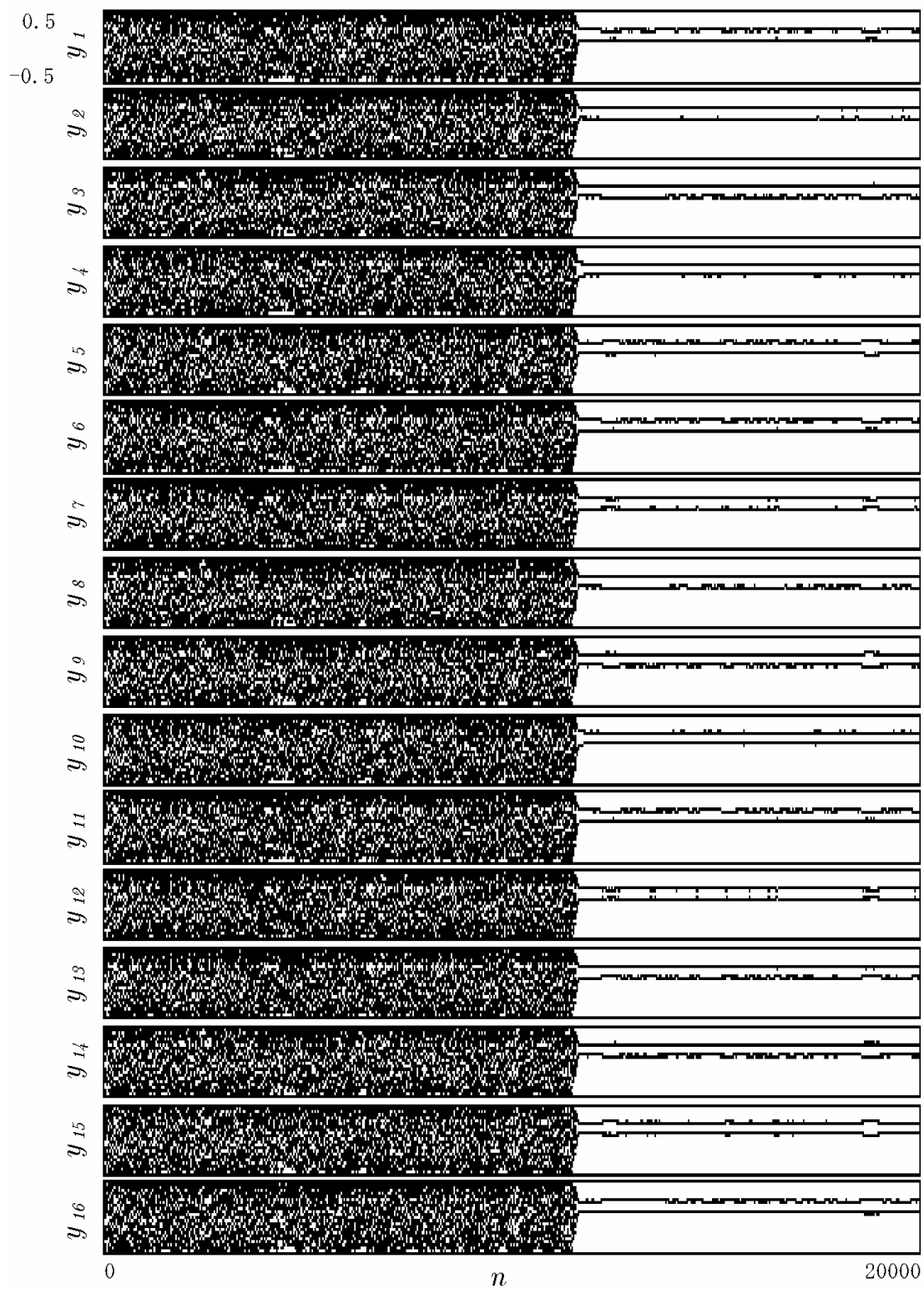


Fig.4.19(c) Time Evolution of $y_j^B(n)$ (Case 2: $Z_i=1.0, b=1.2$)

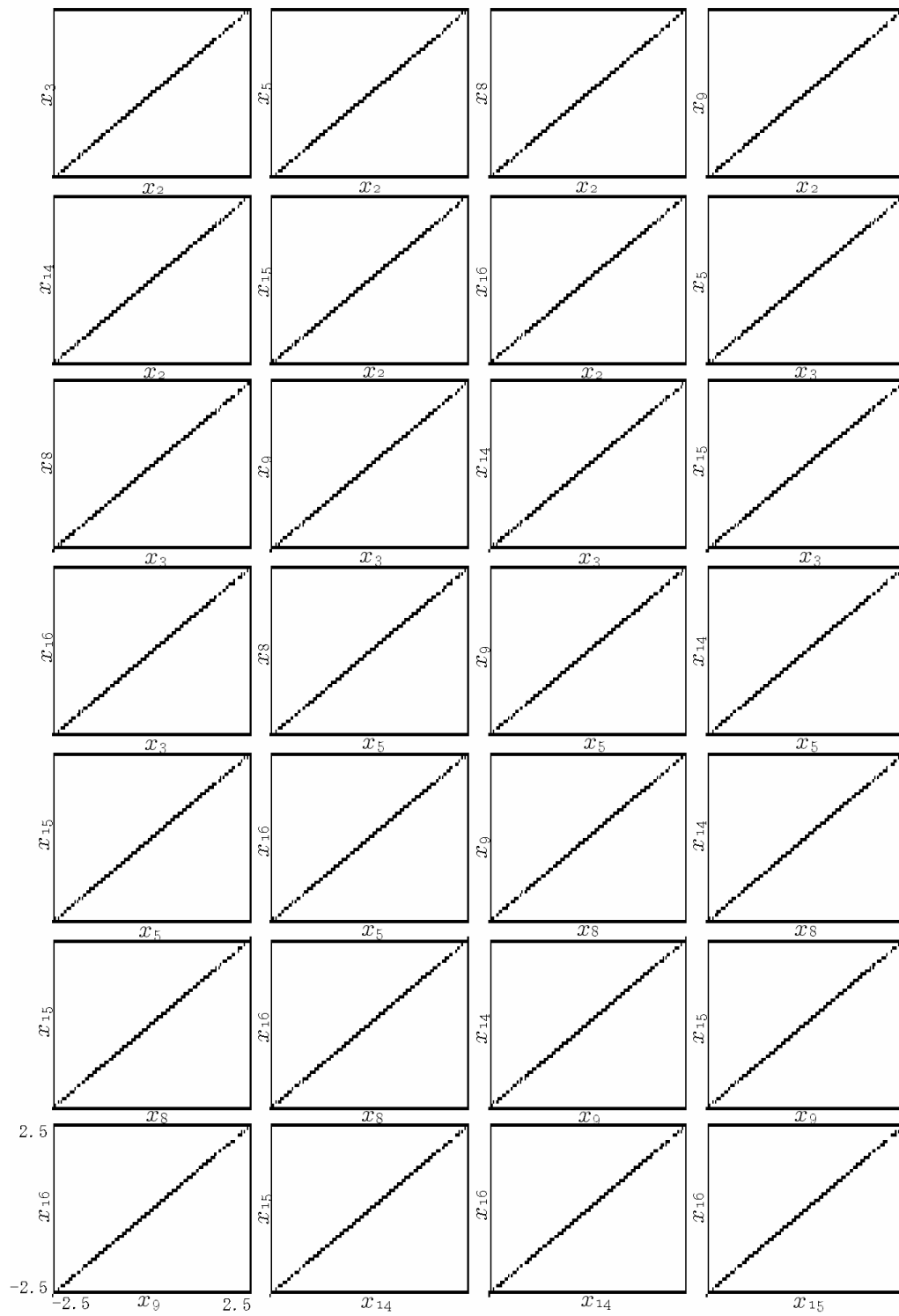


Fig.4.20(a) Synchronized Phenomena of Group 1 and 3 in Network A
(Case 2: $Z_i=1.0$, $b=1.2$, $0 \leq n \leq 20000$)

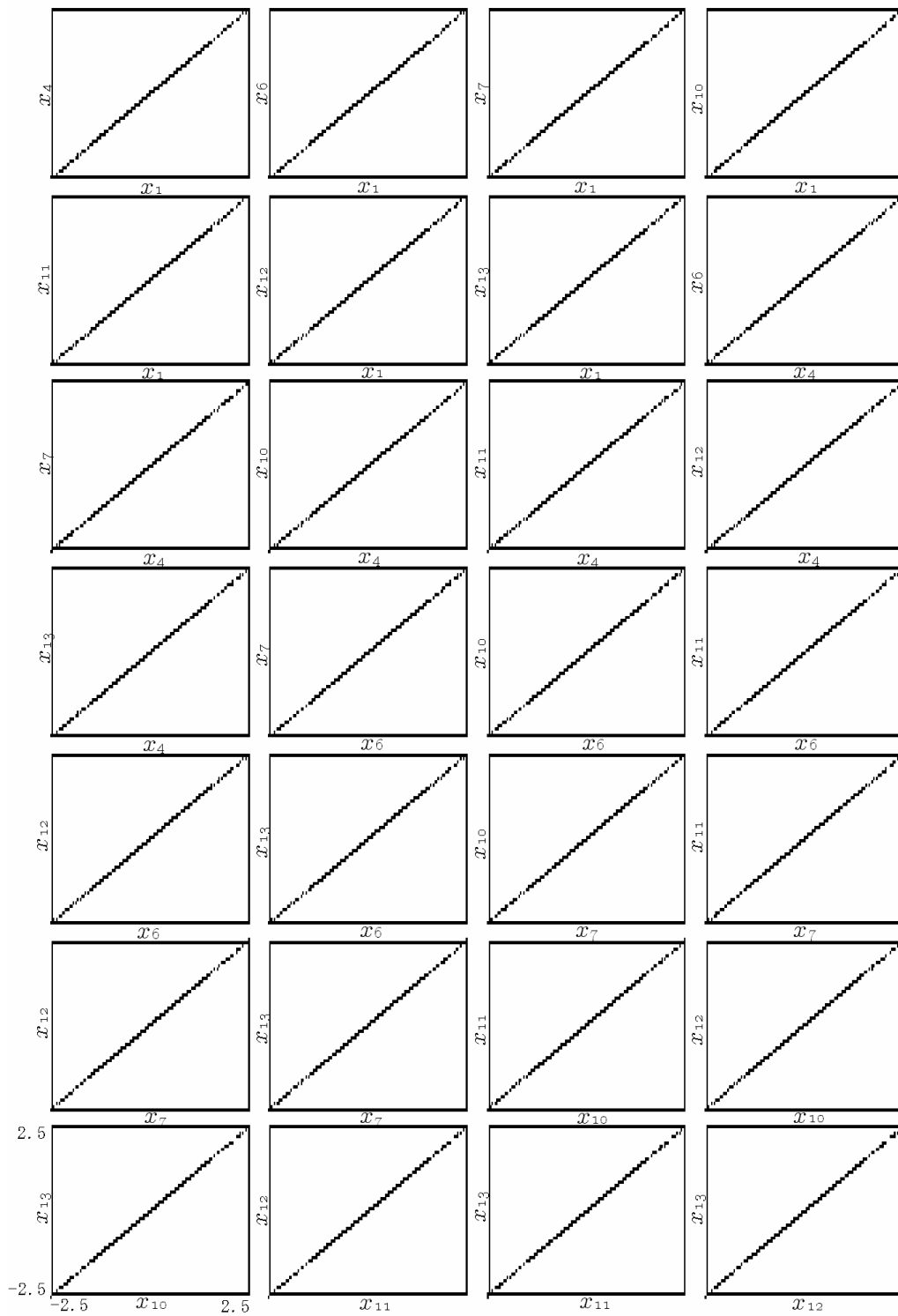


Fig.4.20(b) Synchronized Phenomena of Group 2 and 4 in Network A
(Case 2: $Z_i=1.0$, $b=1.2$, $0 \leq n \leq 20000$)

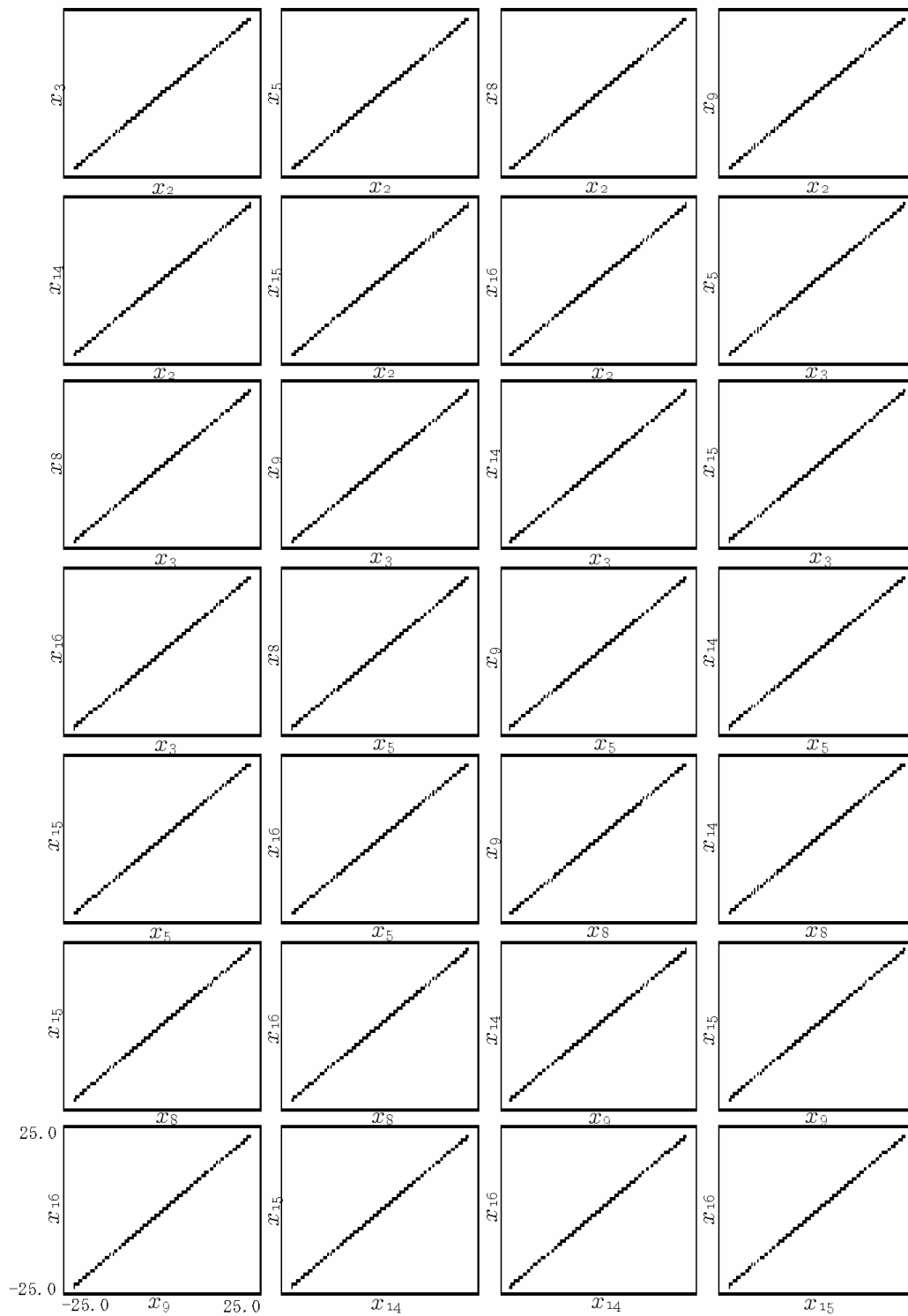


Fig.4.20(c) Synchronized Phenomena of Group 1 and 3 in Network B
 (Case 2: $Z_i=1.0, b=1.2, 0 \leq n \leq 20000$)

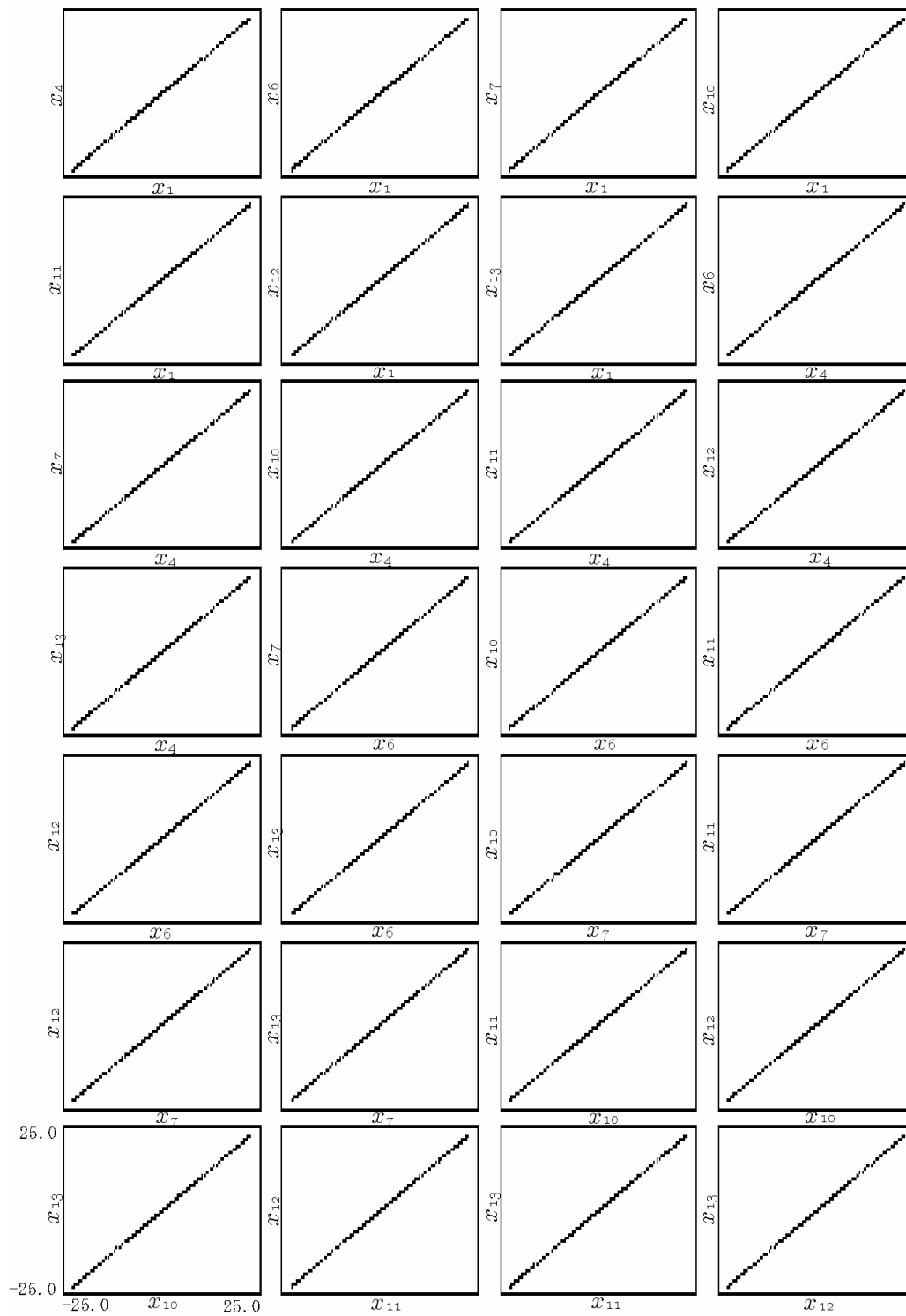


Fig.4.20(d) Synchronized Phenomena of Group 2 and 4 in Network B
(Case 2: $Z_i=1.0$, $b=1.2$, $0 \leq n \leq 20000$)

(3) Case 3 の場合

最後に、Case 3 について説明する．ここでは、Network A, Network B にそれぞれパターン“F”, パターン“C”が保存されており、2つのネットワークとももう一方のネットワークと結合している． $Z_i^{A,B}=Z_i^{B,A}=1.0$ および $Z_i^{A,B}=Z_i^{B,A}=10.0$ のときの $35000 \leq n \leq 40000$ における値をプロットした $x_i^a(n)$ の分岐図を Fig.4.21 と Fig.4.22 に、16個のニューロンの内部状態 $x_i^a(n)$ の時間変化および想起パターンを Fig.4.23(a)-4.25(a)に、 $h_i^a(n)$ の各項の時間変化を Fig.4.23(b)-4.25(b)に示す．

まず、Fig.4.21 と Fig.4.22 より、 $Z_i^{A,B}=Z_i^{B,A}=1.0$ のときは $b=1.36$ 付近より周期2の振舞いが現れ、 $b=2.65$ を超えるとそれしか見られなくなるが、 $Z_i^{A,B}=Z_i^{B,A}=10.0$ では、周期的な振舞いはほとんど現れず、カオス的な振舞いをしていることがわかる．周期2の振舞いを示すということは、各ネットワークが自身が保存しているパターンのみを想起していることを意味している．ネットワーク間の結合定数 Z_i が大きくなると、もう一方のネットワークから強い影響を受けるため、もう一方のネットワークに保存されているパターンを想起するために必要なカオス的な振舞いが現れるのである．

次に、ニューロンの振舞いを詳しく見てみる． $Z_i^{A,B}=Z_i^{B,A}=1.0$, $b=1.2$ の場合、Fig.4.23(b) のようにもう一方のネットワークのニューロンと自身のニューロン全てからの入力がかオス的な振舞いをしているため、Fig.4.23(a)では、両方のネットワークのニューロンともカオス的な振舞いをしており、自身が保存しているパターンの他に、もう一方のネットワークに保存されているパターンも想起している．また、 $x_i^a(n)$ の大きさが非常に小さいときに、もう一方のネットワークに保存されているパターンを想起していることがわかる．

また、Fig.4.24(a)では、Network B は $n=38000$ 付近より周期2の振舞いを示し、自身が保存しているパターン“C”のみ想起している．一方、Network A はカオス的な振舞いをしているが、Network B がカオス的な振舞いをしているときよりも周期的な振舞いをしているときの方が、パターン“C”を多く想起できていることがわかる．これは、Network B が周期2の振舞いをすることにより、 $Z_i^{A,B} y_i^B$ もゆらぎを含んだ周期2の振舞いとなり (Fig.4.24(b))、Network A に安定した情報を伝達することができるためだと思われる．

そして、Fig.4.25(a)の場合、Network A と Network B の $x_i^a(n)$ の大きさが交互に大きくなったり小さくなったりしていて、うなり現象が現れている．このとき、 $x_i^a(n)$ が大きくなっている間は自身の保存しているパターンのみを想起しているが、小さくなっている間はもう一方のネットワークに保存されているパターンを想起しており、その想起回数は自身が保存しているパターンのそれより多くなっている．Fig.4.25(b)を見ると、 $x_i^a(n)$ が大きくなっている間は $y_i^a(n)$ が周期2の振舞いをしており、もう一方

のネットワークに安定した情報を伝達することができていることがわかる。このため、各ネットワークは自身が保存しているパターンより、もう一方のネットワークに保存されているパターンを多く想起しているのである。

詳しく見るため、Fig.4.26(a)(b)にそれぞれのニューロンの内部状態 $x_i^a(n)$ の時間変化、Fig.4.26(c)(d)に Network A に対する入力 $h_i^A(n)$ の時間変化、Fig.4.26(e)(f)に Network B に対する入力 $h_i^B(n)$ の時間変化を示す。まず、Fig.4.26(a)(b)より、 n が 2600~8800 付近では Network A, B とも Group 2 と 3 に属するニューロンの $x_i^a(n)$ の方が Group 1 と 4 に属するニューロンの $x_i^a(n)$ より大きくなっていることがわかる。このとき、Network A のニューロンは多少のゆらぎがあるものの周期 2 の振舞いをしているが、Network B においては、Group 2 と 3 に属するニューロンは周期 2、Group 1 と 4 に属するニューロンはカオス的な振舞いをしている。逆に、 n が 8800~13200 付近では、Network A のニューロンのうち Group 2 と 3 に属するニューロンは周期 2、Group 1 と 4 に属するニューロンはカオス的な振舞いをしているが、Network B のニューロンは全てゆらぎを含んだ周期 2 の振舞いをしている。それ以降は、 $x_i^a(n)$ の大きさの関係が逆になり、Network A の Group 1 と 4 に属するニューロンは周期 2、Group 2 と 3 に属するニューロンはカオス的な振舞いへと変化する。Network B のニューロンは引き続き周期 2 の振舞いをしている。さらに、Fig.4.27 より各 Group に属する 4 個のニューロンはお互いに同期していることが明白である。

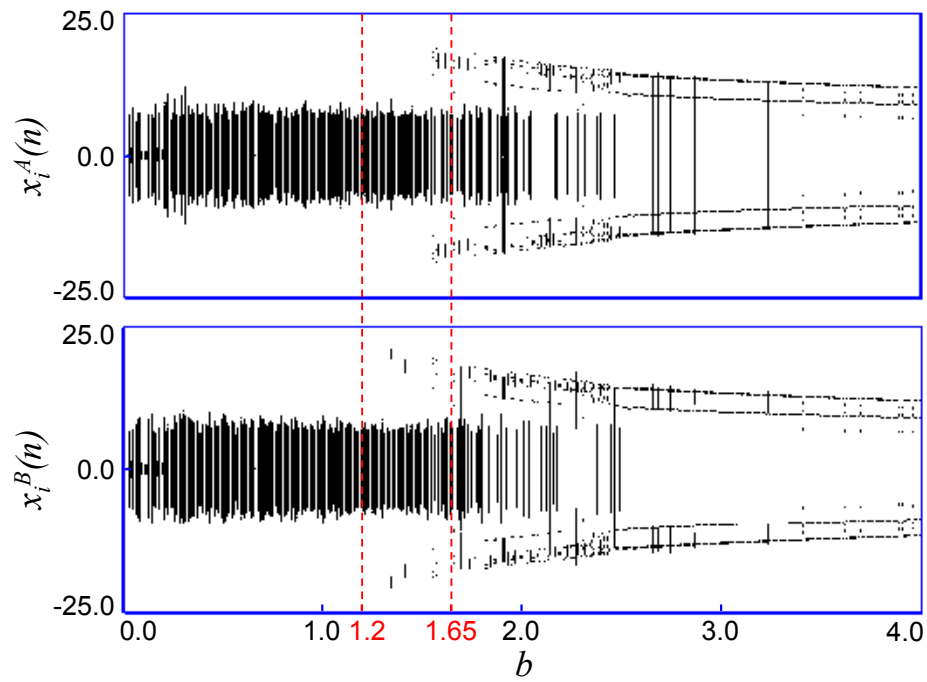


Fig.4.21 Bifurcation Diagram of 16 Neurons (Case 3: $Z_i=1.0$)

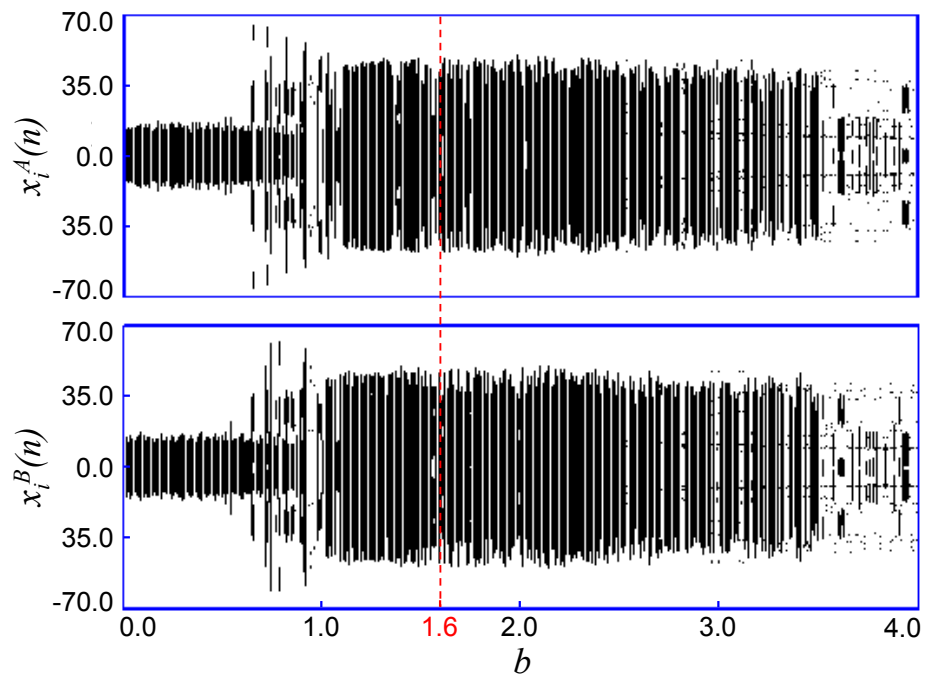


Fig.4.22 Bifurcation Diagram of 16 Neurons (Case 3: $Z_i=10.0$)

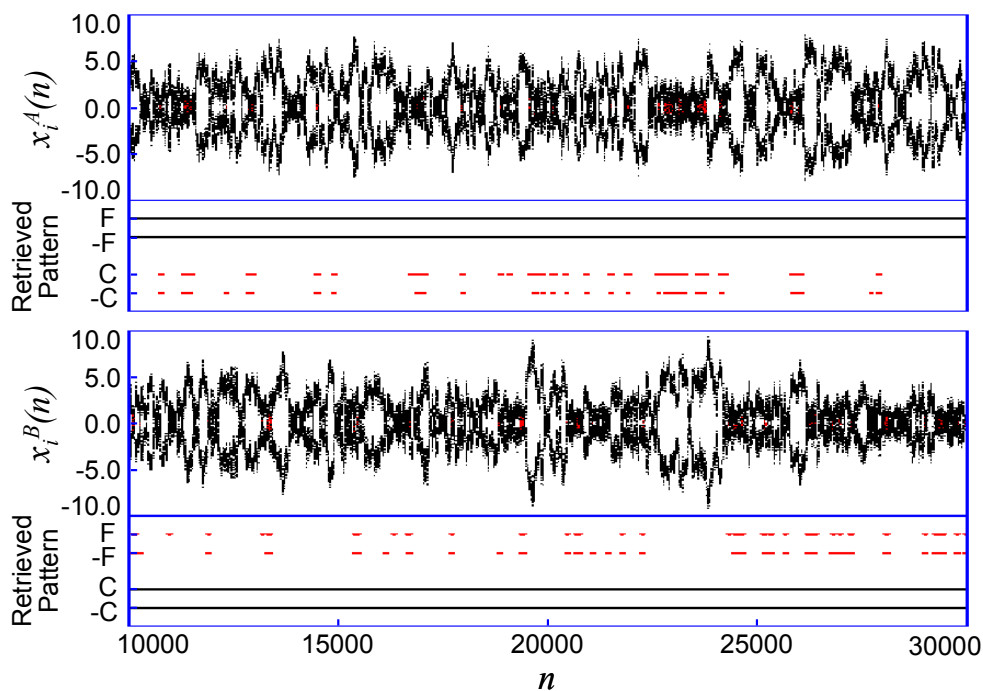


Fig.4.23(a) Time Evolution of $x_i^\alpha(n)$ and Retrieved Pattern (Case 3: $Z_i=1.0, b=1.2$)

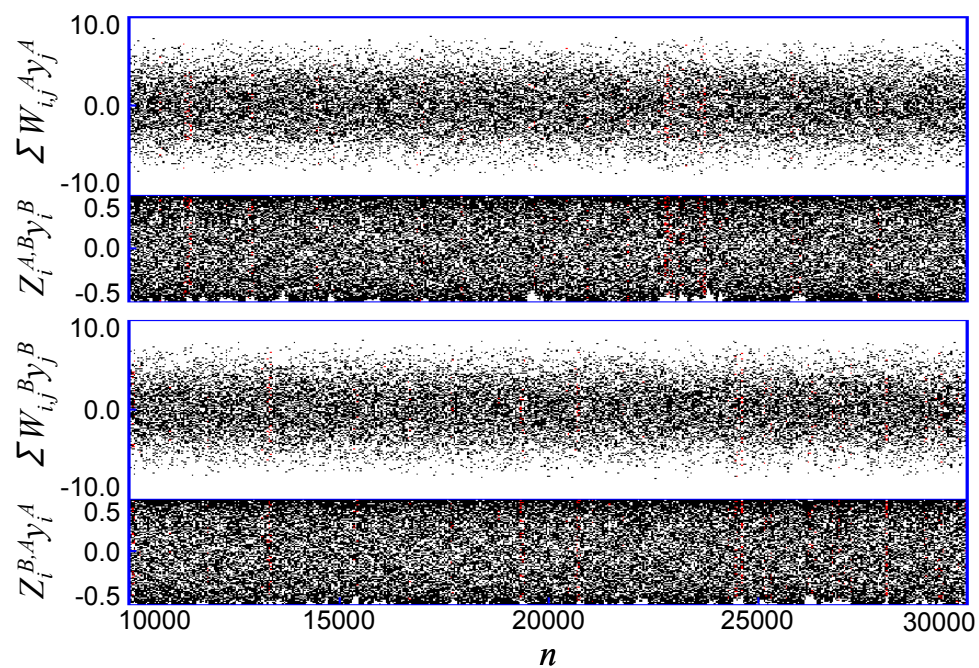


Fig.4.23(b) Time Evolution of Input to Each Network (Case 3: $Z_i=1.0, b=1.2$)

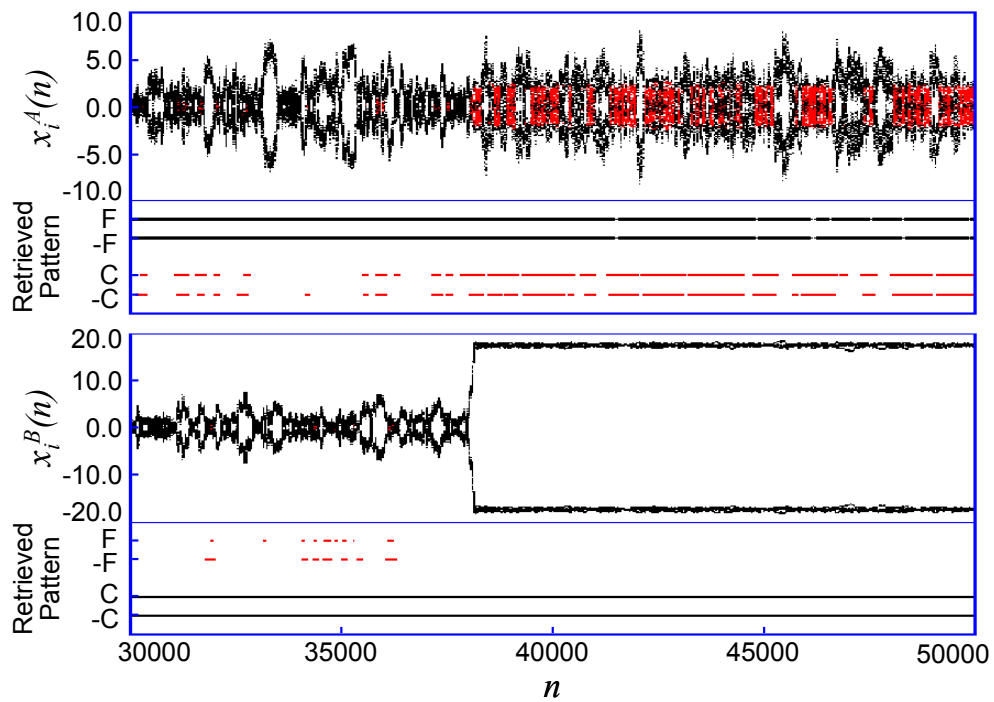


Fig.4.24(a) Time Evolution of $x_i^a(n)$ and Retrieved Pattern (Case 3: $Z_i=1.0$, $b=1.65$)

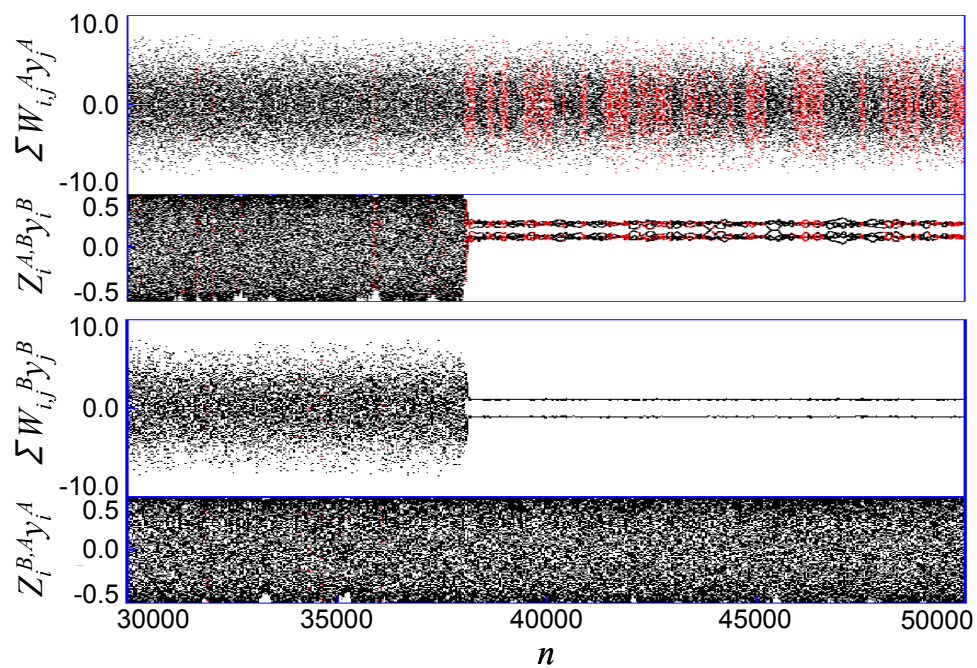


Fig.4.24(b) Time Evolution of Input to Each Network (Case 3: $Z_i=1.0$, $b=1.65$)

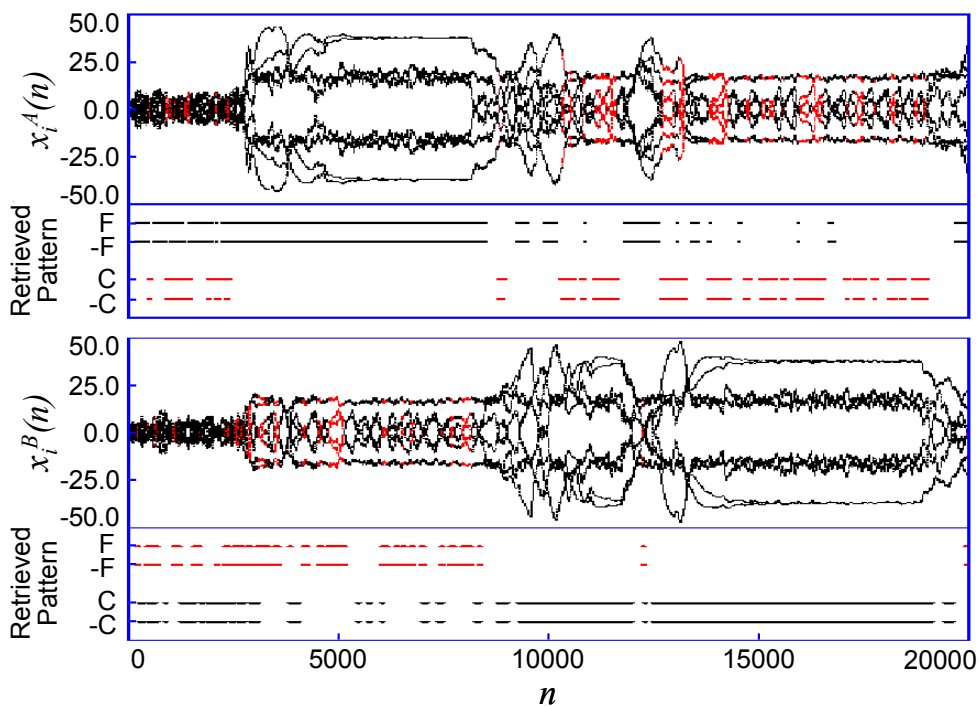


Fig.4.25(a) Time Evolution of $x_i^a(n)$ and Retrieved Pattern (Case 3: $Z_i=10.0$, $b=1.6$)

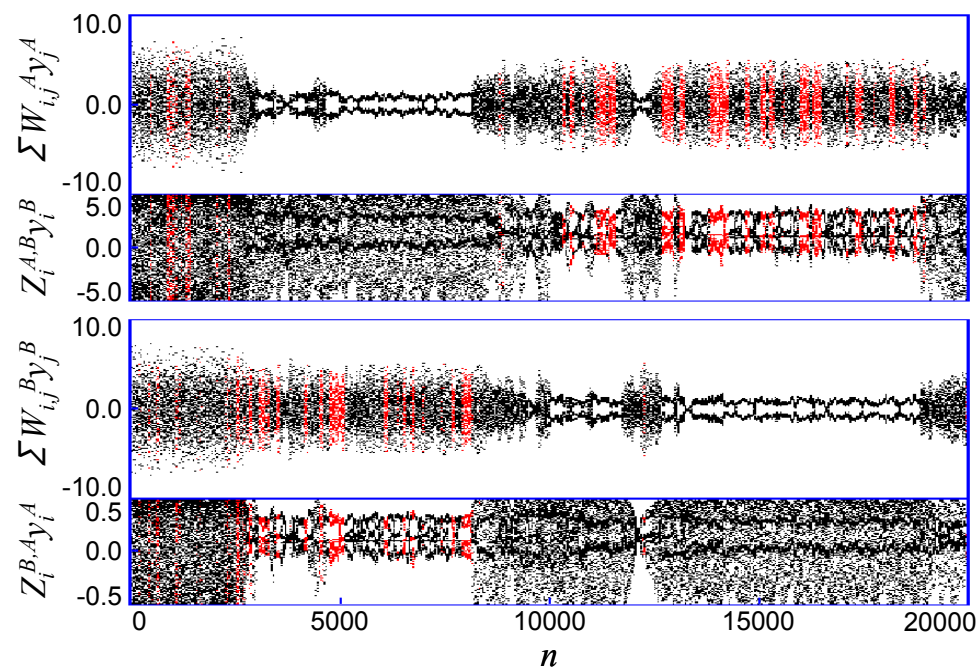


Fig.4.25(b) Time Evolution of Input to Each Network (Case 3: $Z_i=10.0$, $b=1.6$)

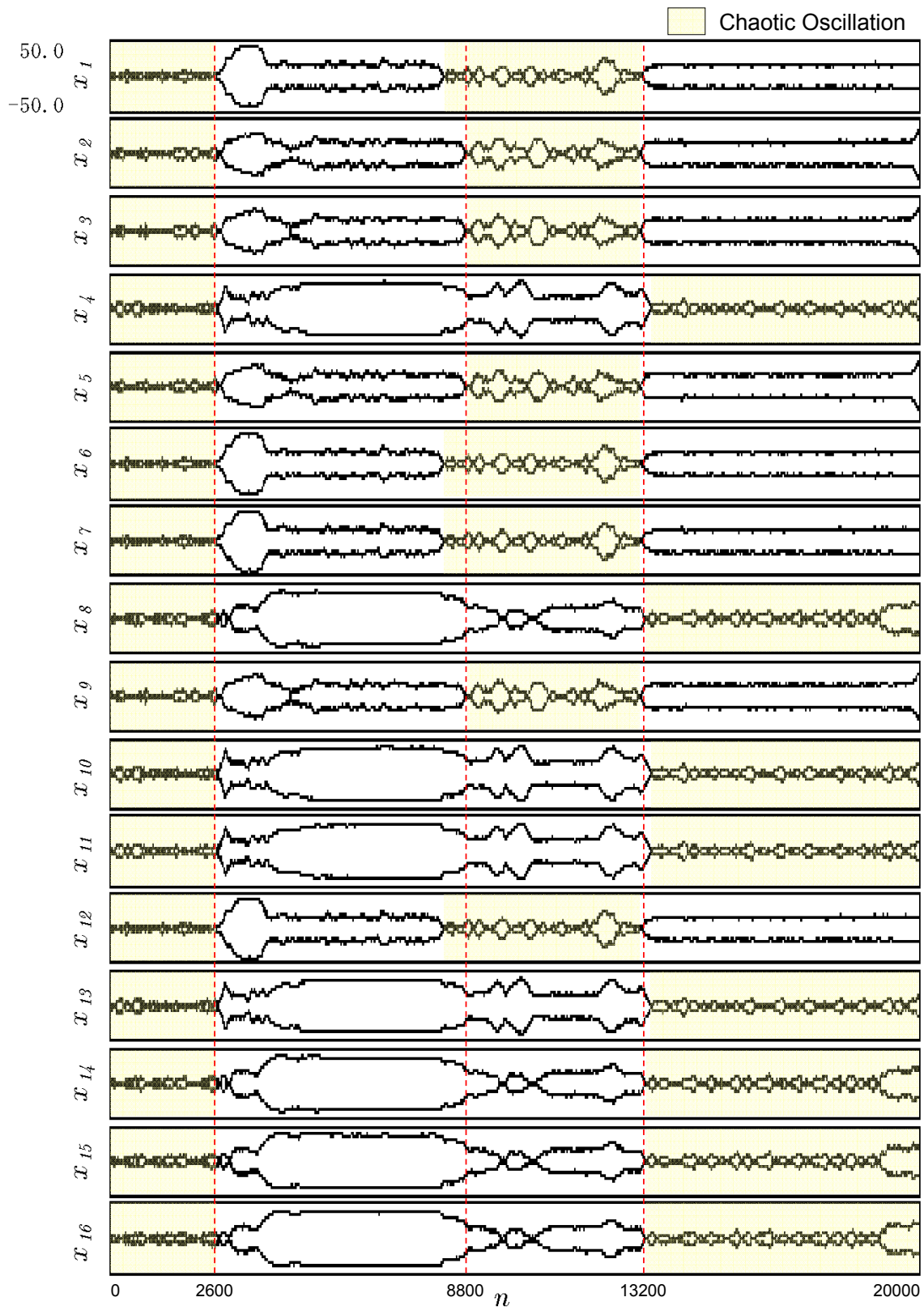


Fig.4.26(a) Time Evolution of $x_i^A(n)$ (Case 3: $Z_i=10.0, b=1.6$)

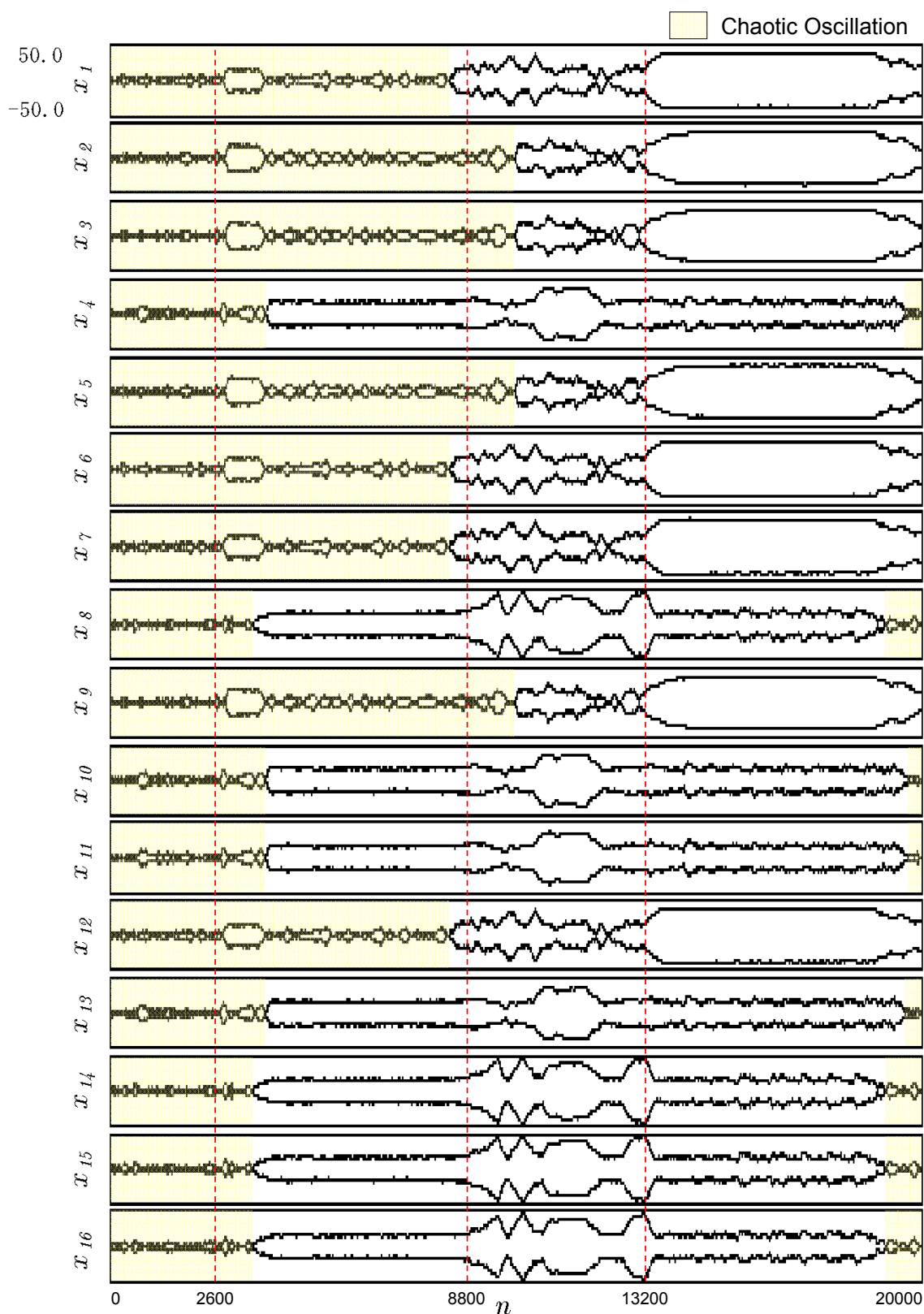


Fig.4.26(b) Time Evolution of $x_i^B(n)$ (Case 3: $Z_i=10.0, b=1.6$)

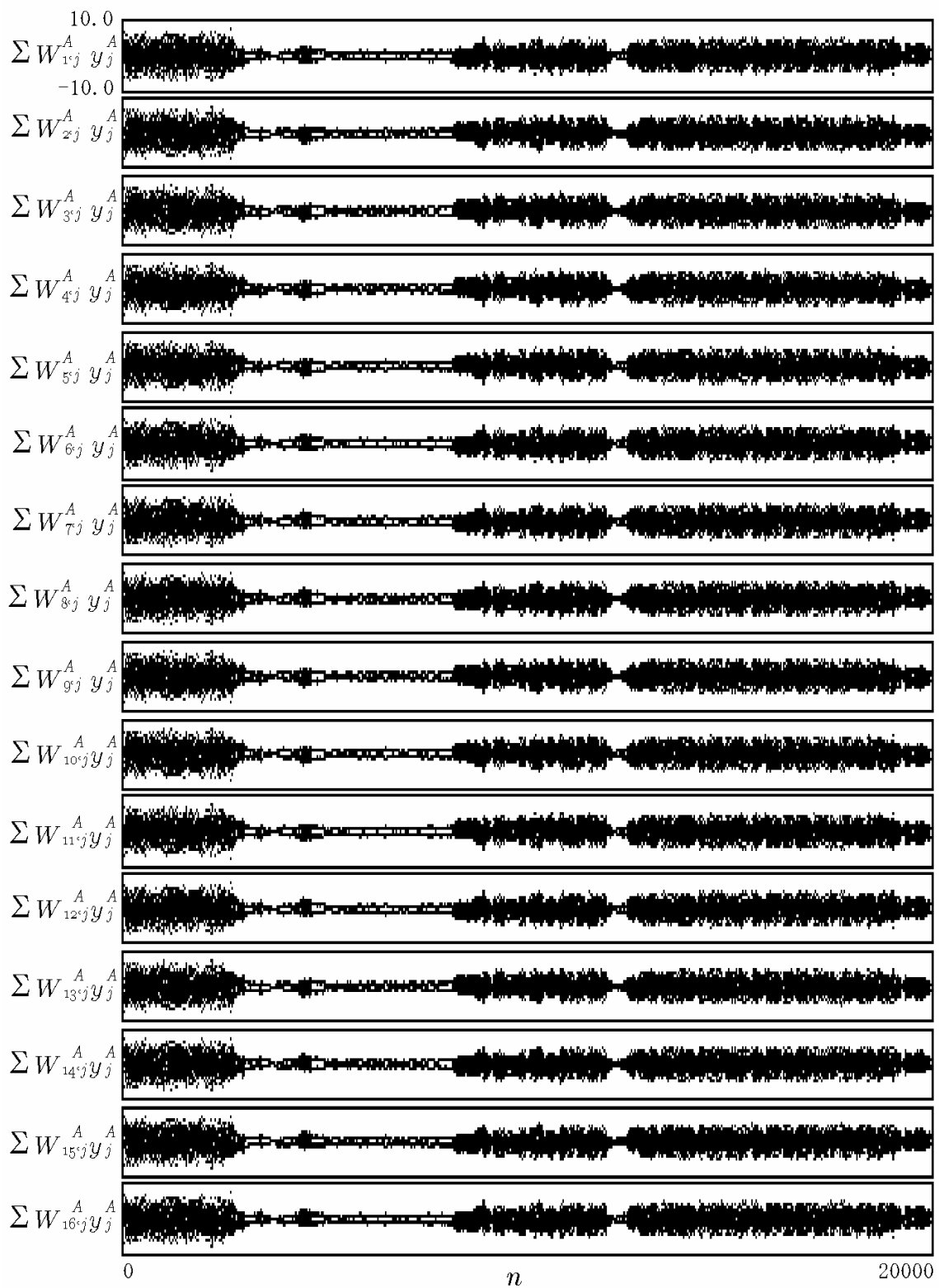


Fig.4.26(c) Time Evolution of $\sum W_{ij}^A y_j^A(n)$ (Case 3: $Z_i=10.0, b=1.6$)

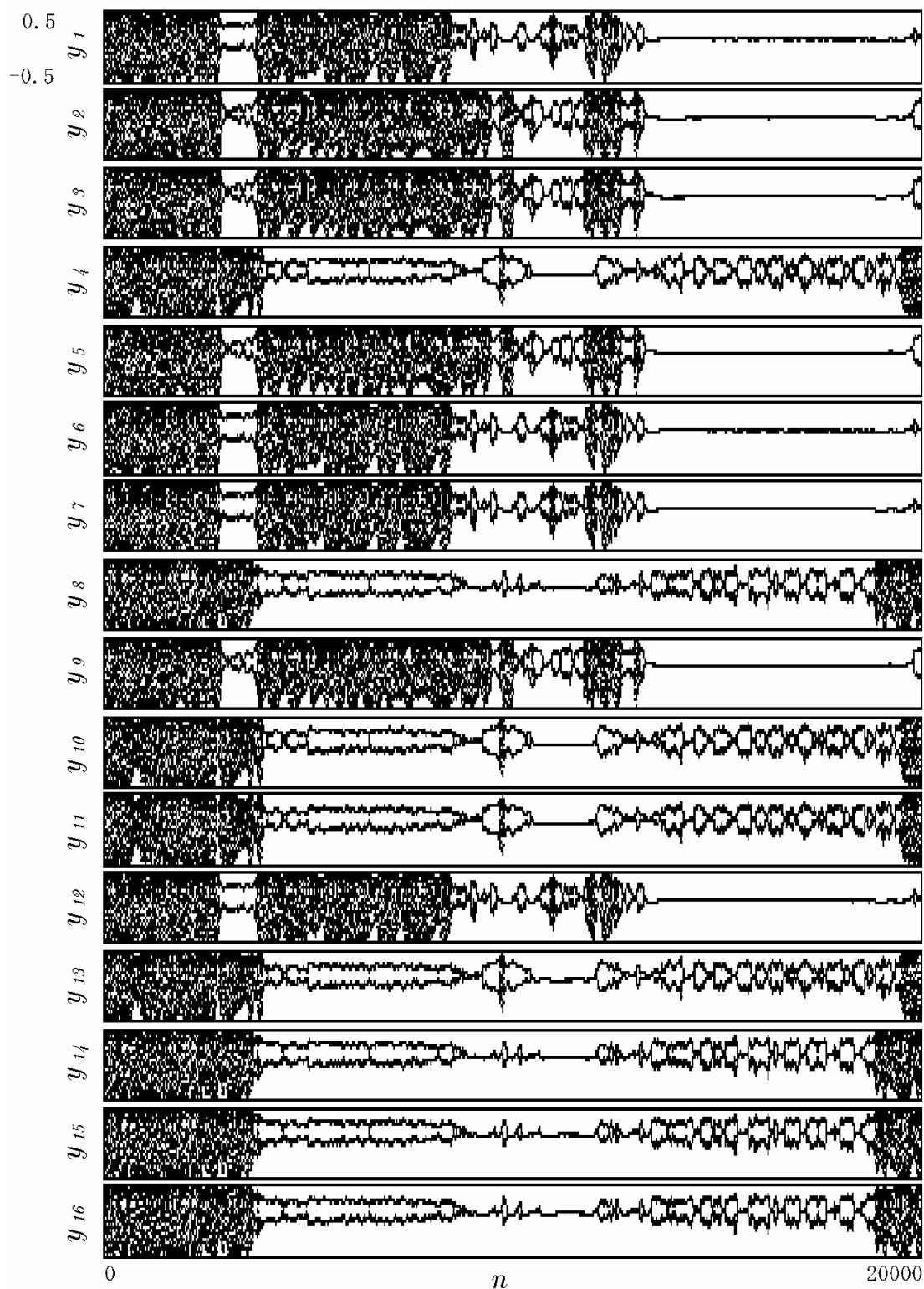


Fig.4.26(d) Time Evolution of $y_j^B(n)$ (Case 3: $Z_i=10.0, b=1.6$)

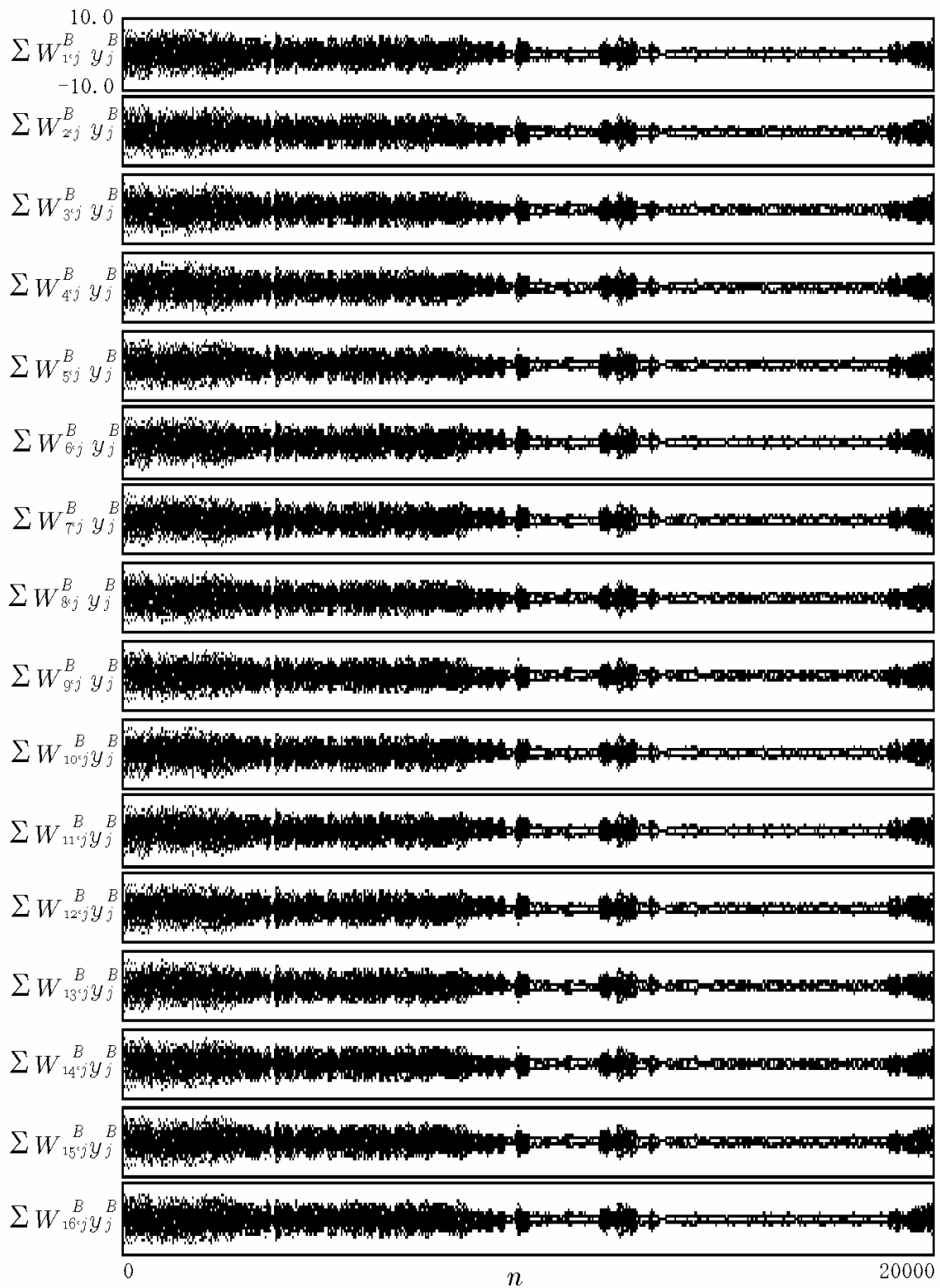


Fig.4.26(e) Time Evolution of $\Sigma W_{ij}^B y_j^B(n)$ (Case 3: $Z_i=10.0, b=1.6$)

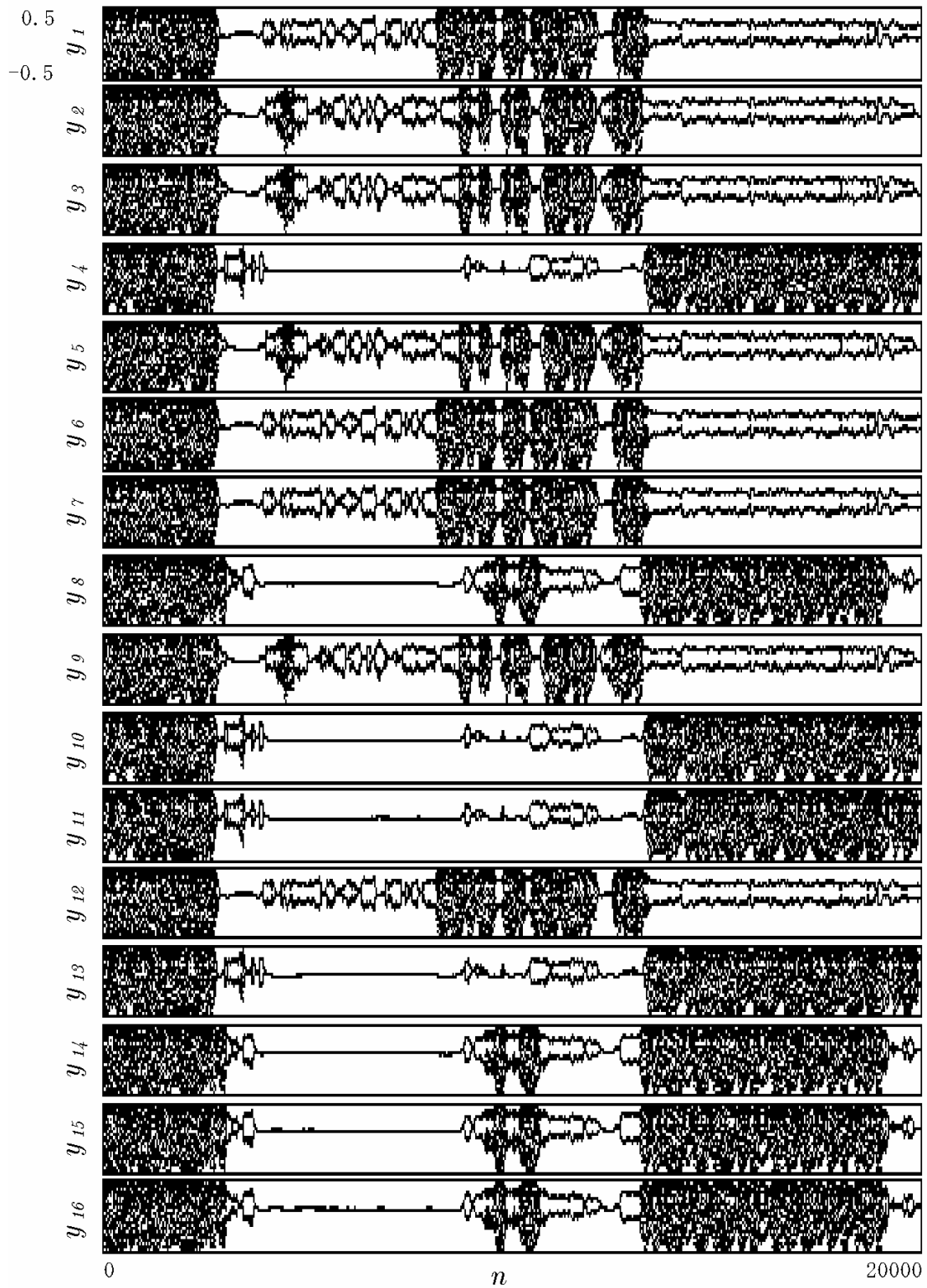


Fig.4.26(f) Time Evolution of $y_j^A(n)$ (Case 3: $Z_i=10.0, b=1.6$)

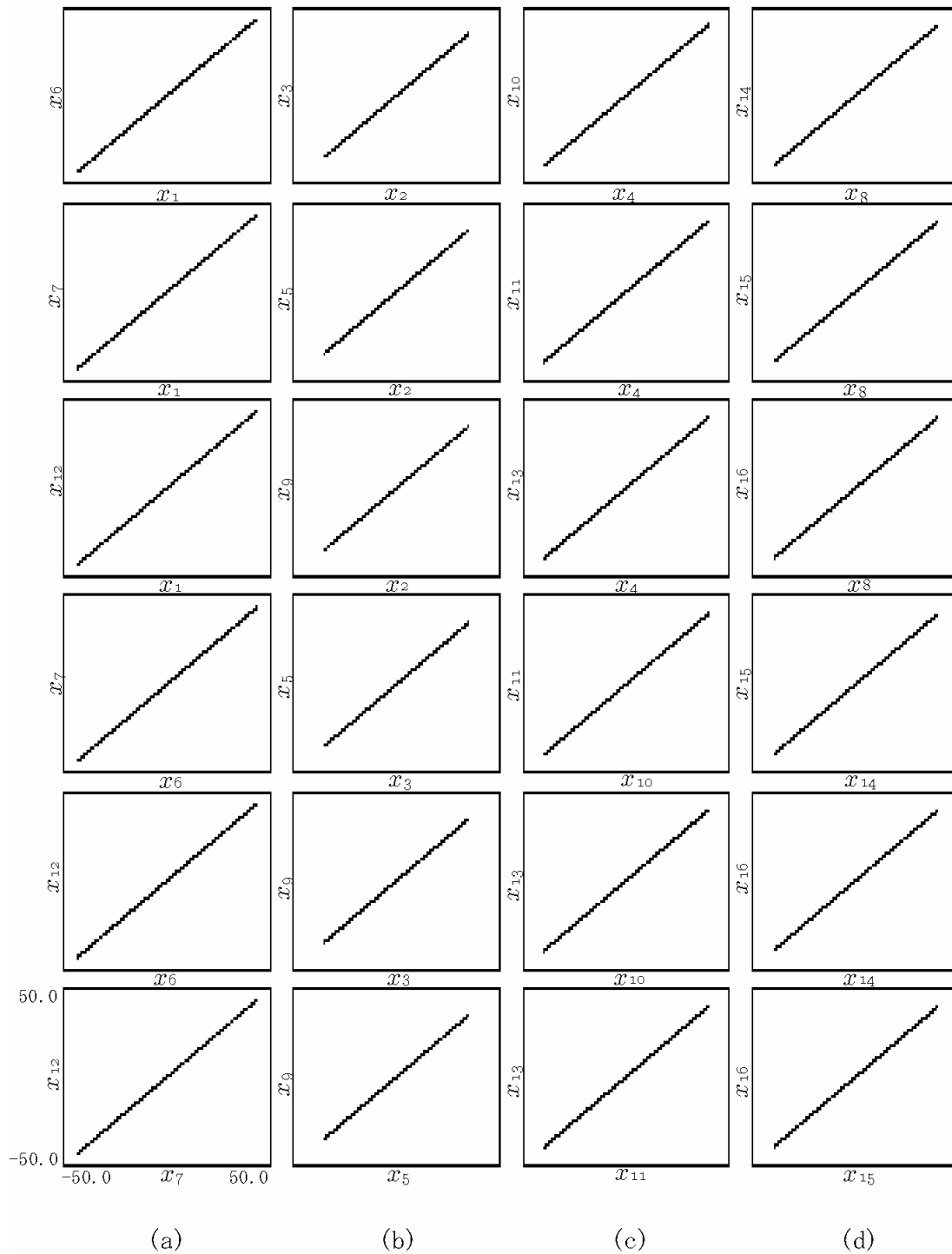


Fig.4.27(a)-(d) Synchronized Phenomena of Each Group in Network A
(Case 3: $Z_i=10.0$, $b=1.6$, $0 \leq n \leq 20000$)

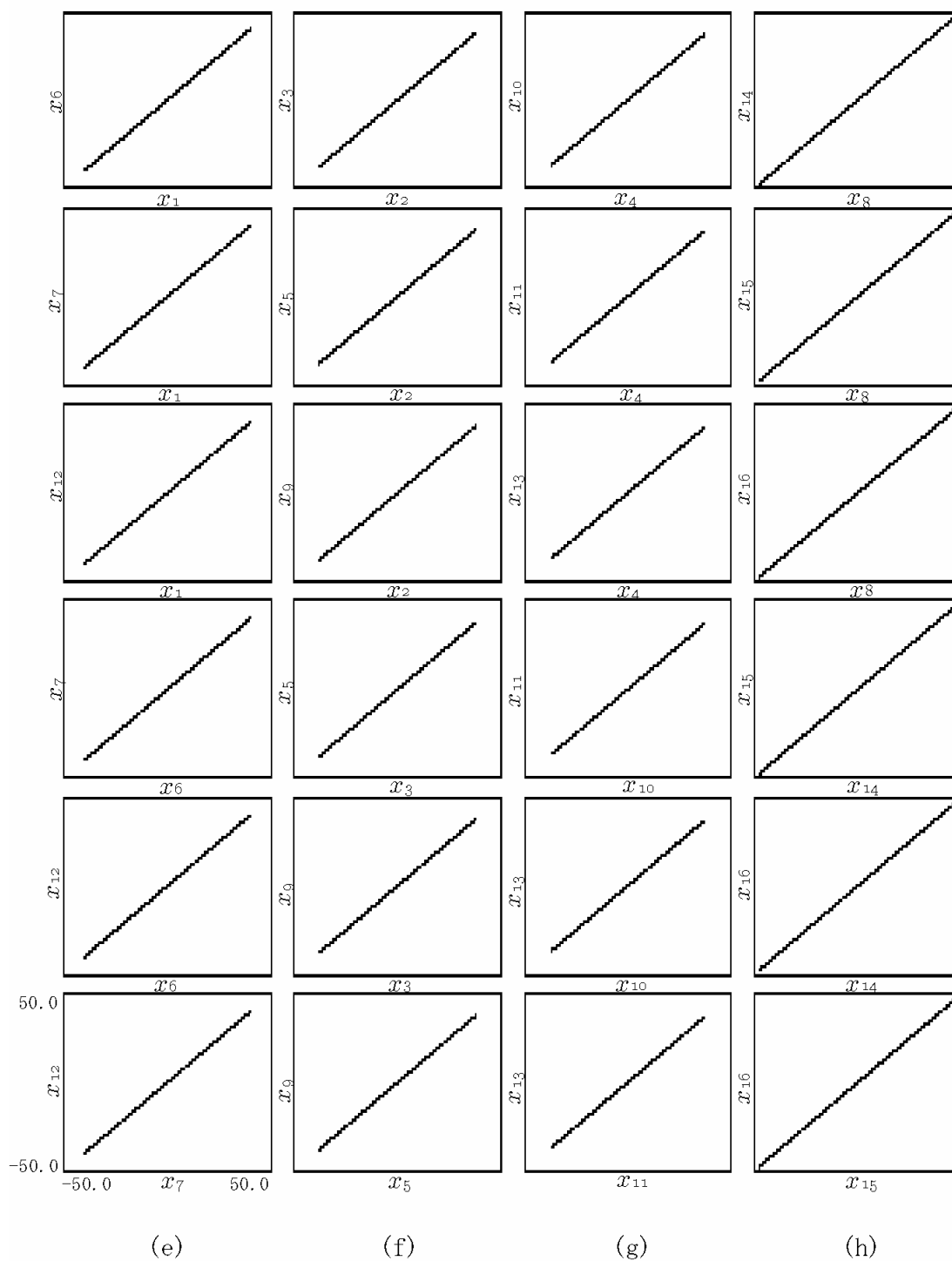


Fig.4.27(e)-(h) Synchronized Phenomena of Each Group in Network B
 (Case 3: $Z_i=10.0, b=1.6, 0 \leq n \leq 20000$)

4.4 まとめ

本章では、ニューロンの内部状態が調和振動子の運動方程式に従って変化し、ニューロン同士がカオス的な結合をしているニューラルネットワークを構築し、連想記憶問題に適用した。まず、このようなニューラルネットワーク1つに複数のパターンを保存させると、保存した全てのパターンを非常に速く想起できることがわかった。そこで、同様のネットワークを2組作成し、一方のネットワークのニューロンがもう一方のネットワークの同じ番号のニューロンと結合している新しいタイプのネットワークを提案した。2つのネットワークが結合されていない場合、それぞれに異なるパターンを保存し連想記憶問題に適用しても、もう一方のネットワークに保存されているパターンを想起することは不可能である。これは、各ネットワークが自身の保存したパターンに相当するアトラクタしか有していないからである。しかし、これらのネットワークを結合した場合、ネットワーク間で情報が伝達され、自身が保存しているパターンだけではなくもう一方のネットワークに保存したパターンも想起できることが確認された。つまり、ネットワークを結合することにより、各ネットワークにおいて、自身の保存しているパターンに相当するアトラクタの他に、もう一方のネットワークが保存しているパターンに相当する *Virtual Attractor* が生成されたものと思われる。なお、各ネットワークがもう一方のネットワークに保存されているパターンを想起するためには、もう一方のネットワークが周期2の振舞いをするのが望ましい。そして、パターンベクトルの値が同じニューロンは同期している必要があるものと考えられる。

このように2組のニューラルネットワークを結合すると、それぞれのネットワークが自身に保存されているパターンの他に、もう一方のネットワークに保存されているパターンも想起することができる。ここで、いずれかのパラメータと各パターンの想起数の間に何らかの相関があれば、人間の記憶想起のモデル化ができるのではないかと思われる。