

2016年7月1日

# 分権的取引と貨幣の非中立性

清水弘幸

# 目次

<b>序論 本論文の目的と構成</b>	<b>1</b>
0.1 目的	1
0.2 構成	4
<b>第1章 交渉理論</b>	<b>11</b>
1.1 はじめに	11
1.2 交渉問題	12
1.3 ナッシュ交渉解	14
1.4 カライ=スモルディンスキー解	17
1.5 平等主義解	19
1.6 まとめ	21
<b>第2章 第一世代の貨幣サーチ・モデル</b>	<b>23</b>
2.1 はじめに	23
2.2 貨幣サーチ・モデルの前提	24
2.3 モデルの環境	25
2.4 均衡	26
2.5 厚生分析	30
2.6 まとめ	32
<b>第3章 第二世代の貨幣サーチ・モデル</b>	<b>34</b>
3.1 はじめに	34
3.2 モデルの環境	35
3.3 価値関数	36
3.4 交渉(1)	38
3.4.1 公理的交渉理論	38

3.4.2	戦略的交渉理論	39
3.5	均衡	41
3.6	交渉 (2)	44
3.7	まとめと課題	46
<b>第 4 章</b>	<b>第三世代の貨幣サーチ・モデル</b>	<b>48</b>
4.1	はじめに	48
4.2	貨幣保有分布に付随する問題	48
4.3	モデルの環境	50
4.4	夜市場	52
4.5	昼市場	53
4.6	均衡	55
4.7	まとめ	57
<b>第 5 章</b>	<b>Shimizu モデル (1)</b>	<b>59</b>
5.1	はじめに	59
5.2	ワルラス的貨幣経済モデル	61
5.2.1	モデルの環境	61
5.2.2	最終財市場	62
5.2.3	中間財市場	64
5.2.4	貨幣均衡	66
5.3	分権的貨幣経済モデル	68
5.3.1	ワルラス的貨幣経済モデルとの相違	68
5.3.2	最終財市場	69
5.3.3	中間財市場	70
5.3.4	貨幣均衡	73
5.4	数値分析	75
5.4.1	定常均衡	75
5.4.2	貨幣成長率の変化が及ぼす影響	75
5.4.3	結論の頑健性	78
5.5	まとめ	79

<b>第 6 章</b>	<b>Kataoka-Shimizu モデル</b>	<b>81</b>
6.1	はじめに . . . . .	81
6.2	ワルラス的貨幣経済モデル . . . . .	82
6.2.1	モデルの環境 . . . . .	82
6.2.2	均衡 . . . . .	83
6.3	分権的貨幣経済モデル . . . . .	85
6.3.1	モデルの環境 . . . . .	85
6.3.2	交渉過程 . . . . .	86
6.3.3	交渉における仲裁者 . . . . .	88
6.3.4	均衡 . . . . .	91
6.4	数値分析 . . . . .	92
6.4.1	交渉解の種類 . . . . .	92
6.4.2	関数の特定化 . . . . .	93
6.4.3	シミュレーションの方法 . . . . .	95
6.4.4	長期分析 . . . . .	96
6.4.5	短期分析 . . . . .	99
6.5	まとめ . . . . .	103
<b>第 7 章</b>	<b>Shimizu モデル (2)</b>	<b>105</b>
7.1	はじめに . . . . .	105
7.2	モデルの環境 . . . . .	105
7.3	交渉 . . . . .	108
7.3.1	交渉問題 . . . . .	108
7.3.2	ナッシュ交渉解 . . . . .	110
7.3.3	平等主義解 . . . . .	114
7.4	貨幣均衡 . . . . .	116
7.5	まとめ . . . . .	120
<b>結び</b>		<b>121</b>
<b>補論 A</b>	<b>Shimizu モデル (1) における fortran プログラム</b>	<b>123</b>
A.1	ワルラス的貨幣経済モデル . . . . .	123

A.2 分権的貨幣経済モデル . . . . .	126
<b>補論 B Shimizu モデル (1) における R プログラム</b>	<b>130</b>
B.1 動学的分析 . . . . .	130
<b>補論 C Kataoka-Shimizu モデルにおける fortran プログラム</b>	<b>136</b>
C.1 長期分析 . . . . .	136
C.2 短期分析 . . . . .	145
<b>参考文献</b>	<b>156</b>

# 序論 本論文の目的と構成

## 0.1 目的

貨幣経済学の中心的な課題の一つは、貨幣政策、すなわち中央銀行による貨幣供給量、貨幣成長率や金利の変更が、实体经济にどのような効果をもたらすのか、また、その影響が量的にどの程度であるのかを明らかにすることである。特に我々が注目するのは、貨幣政策の変更によりもたらされる実質 GDP への短期的・長期的影響である。本論文では、現在、標準的な貨幣経済モデルとされている「ワルラス的貨幣経済モデル」と、取引交渉が導入される「分権的貨幣経済モデル」を比較可能な形で並列させ、貨幣政策が与える影響は、2つのモデルでどの程度の差として表れるのかを分析する。そして、分権的取引の存在は、貨幣政策の影響を理解する上で、重要な役割を持つ可能性があることを明らかにする。

なぜ「分権的貨幣経済」に注目するのか、そして分権的取引を導入することの意義とは何かを議論する前に、ここで、上述の2つの貨幣経済を説明しておく。ワルラス的貨幣経済では、人々があたかも一堂に会して取り引きする場合のように、集計された総需要と総供給が一致するよう実物財が取引される。すなわち、集計された総需要と総供給が一致するよう価格が決定され、その価格の下で、実物財が取引される経済を指す。他方、分権的貨幣経済では、ランダムにマッチングされた2人の経済主体間で実物財が取引される。すなわち、各所で成立するペア間での交渉の結果により、実物財の取引量が決定される経済を指す<sup>1</sup>。このような経済での取引を、本論文では、分権的取引、あるいは分権的交換と呼ぶことにする。

まず、なぜ分権的貨幣経済を考察するのかを理解するために、2つの貨幣経済(ワルラス的貨幣経済と分権的貨幣経済)の違いについて考えてみる。前者の経済は完全競争下であり、後者の経済は売り手、買い手における双方独占の状態にあると解釈できる<sup>2</sup>。例えば、次のような例を取り上げよう。A地区とB地区があり、両地区は、離れた場所に位置する。ここでは、ある実物財  $x$  の取引を考えてみる。現実の経済を考えた場合、A地区にいる買

<sup>1</sup>本論文では主に、協力ゲームの交渉解として、実物財の取引量が決定される。

<sup>2</sup>双方独占とは、売り手1人と買い手1人の間で取引が行われる状況を指す。

手は、離れた B 地区にいる売り手ではなく、同様に A 地区にいる売り手と取引を行うと考えるのが自然であるように思われる。すなわち、移動コストを含む現実の経済においては、A 地区、B 地区を含んだ完全競争下における取引が生じるのではなく、各々の地区で分散的に取引が行われる可能性が高い。したがって、双方独占のようなケースを考える意味合いは大きく、かつ重要であると考えられる<sup>3</sup>。

次に、貨幣理論において、分権的取引を導入することの意義について議論する。端的に述べれば、その意義は、「なぜ貨幣政策は実体経済に重大な影響をもたらすのか」という問いに関係している。より詳しく見ていくために、伝統的なワルラス的貨幣経済モデルの歴史を遡って考えてみる。最初にも述べたが、ワルラス的貨幣経済では、人々があたかも一堂に会して、集計された総需要と総供給が一致するよう実物財が取引される。その結果、実物財の取引において、そもそも貨幣は必要とされない。すなわち、ワルラス的経済に、どのようにして貨幣を導入するかという点は、大きな問題であった。

ワルラス的経済に貨幣を導入する出発点としては、Sidrauski (1967) がしばしば挙げられる<sup>4</sup>。このモデルでは、貨幣残高を効用に反映させる形で、経済主体が、貨幣を保有する動機付けがされているが、貨幣保有から得られる効用と実物財から得られる効用が分離されると仮定した場合、貨幣政策は、実体経済にまったく影響を与えないことが知られている。一方で、我々が現実経験した通貨危機や貨幣政策を観察すれば、貨幣的要因は、実体経済に多大な影響を与えることがしばしば議論されている。例えば、南米における通貨危機を研究した Krugman (1979) や欧州危機を扱っている Obstfeld (1996)、アジア通貨危機を考察している Burnside, Eichenbaum, and Rebelo (2004) 等が知られている。また、VAR モデルを用いた、貨幣政策による実体経済への影響に関する実証研究としては、Bernanke and Blinder (1992) や Sims (1992) などが挙げられる。以上を考慮に入れると、上述のような効用関数に貨幣残高を直接反映させるモデルでは、貨幣政策を理解するためのツールとしては、不都合な場合がある。

貨幣的要因が実体経済に影響をもたらす、いわゆる「貨幣の非中立性」を説明する 1 つ

---

<sup>3</sup>より直感的な現実の経済における移動コストの例を述べれば、地元の商店街やスーパー・マーケットでの取引を考えると分かりやすい。また、本論文の双方独占のケースでは、実物財の取引は交渉により決まるが、その例としても、商店街のケースは比較的簡単で理解しやすい。商店街での身近な実物財（魚、肉、野菜等）の取引は、交渉により価格や取引量が決まる面も多々ある。

<sup>4</sup>効用に貨幣を直接反映させる形で構築されたモデルは、一般的に、MIU (money-in-the-utility) モデルと呼ばれる。この場合、効用関数に貨幣残高が直接反映される。その他に、貨幣を保有していないと生産ができないという、生産制約を課すモデルもあり、一般的に、MIP (money-in-the-production) モデルと呼ばれる。この場合、生産関数に貨幣残高が直接反映される。また、取引コストを考えることで、貨幣を導入する方法もある。例えば、実物財の取引は、物々交換でも貨幣を用いても行えるとする。物々交換での取引コストが高い場合、人々は貨幣を保有するようになる。

の方法としては、効用関数において実物財消費と貨幣保有の間に補完性や代替性を認める、あるいは貨幣残高を効用関数の要素に含める代わりに、CIA (cash-in-advance) 制約を導入することが挙げられる。CIA 制約とは、実物財の取引には必ず貨幣が交換媒体として用いられ、交換に要する貨幣は前もって用意しておかなければならないことを意味する。この制約により、貨幣と実物財に強い補完性が生まれ、貨幣の非中立性が成り立つことになる。CIA 制約を課すことで、貨幣は非中立的になるが、この方法で、貨幣政策が実体経済に与える影響の大きさが十分説明できるかどうかの研究も行われている。例えば、Hodrick, Kocherlakota and Lucas (1991) では、貨幣の流通速度に注目し、CIA モデルから導かれる結論と現実の経済との比較を行っているが、CIA 制約のみで現実の経済をうまく説明するのは不十分であると結論付けている。さらに、Cooley and Hansen (1995) では、米国のデータを用いて、貨幣の流通速度の他、生産量、消費量、利子率などの観点から、CIA モデルと現実の経済との比較を試みている。ここでも同様の結論が得られており、標準的な CIA モデルから得られる理論的予測と現実の経済との間には、無視できない乖離が存在することが結論付けられている。

貨幣モデルと現実の経済との乖離という課題に対処するために、注目されたのが、DSGE (dynamic-stochastic-general-equilibrium) と呼ばれるモデル群である。DSGE モデルとは、独占的競争、賃金・価格の硬直性、労働市場の不完全性、情報の非対称性などを一般均衡モデルに導入するモデルの総称である。したがって、どのような摩擦を一般均衡モデルに組み込むかで DSGE モデルの様相は変化するが、その代表的なものとして、Blanchard and Kiyotaki (1987) の独占的競争と、Taylor (1979)、Rotemberg (1982)、Calvo (1983) らによる価格硬直性の理論を組み合わせたモデルがある。すなわち、独占的競争を含む一般均衡モデルに CIA 制約を課し、さらに何らかの理由で名目価格や名目賃金が迅速に調整されないことを仮定することで、上述の問題に対処するのである。

しかしながら、名目価格や名目賃金の硬直性によって、貨幣政策が実体経済に及ぼす影響力を説明しようとする方向性に、違和感を持つ研究者もいる。1つの例を挙げると、Mankiw (2006) の一節で、Krugman (2000) の価格や賃金の硬直性に対する見解が、次のように引用されている。

“ One can now explain how price stickiness could happen. But useful predictions about when it happens and when it does not, or models that build from menu costs to a realistic Phillips curve, just don't seem to be forthcoming. ”



また、多くの DSGE モデルでは、貨幣残高を効用に反映させる形や、CIA 制約を課す形で議論を進める。この手法は、なぜ貨幣を需要するのか、という貨幣需要のミクロ経済学的基礎付けに乏しい。先に述べた「なぜ貨幣政策は実体経済に重大な影響をもたらすのか」という問いに深いレベルで答えるには、いささか弱い面がある。

本論文では、価格や賃金の硬直性の代わりに、実物財の取引交渉を導入することで、貨幣政策の影響における、モデルと現実の経済との乖離という課題に対処する。そのために、貨幣サーチ・モデルを土台にし、分権的貨幣経済モデルを構築する<sup>5</sup>。貨幣サーチ・モデルは、なぜ経済主体は貨幣を需要するのか、というミクロ経済学的な基礎付けを与える。それゆえ、分権的貨幣経済モデルは、「なぜ貨幣政策は実体経済に重大な影響をもたらすのか」という問いに答える際に、重要な役割を担うと言える。

## 0.2 構成

第1章では、「交渉理論」について考察する。ワルラス的市場 (Walrasian market) では、全ての経済主体が一堂に会して、実物財の取引が行われる場合が想定される。また、買い手、売り手が無数に存在しており、個々の経済主体は価格形成に影響を与えることができない。その場合、買い手、売り手は、集計された総需要と総供給が一致するように定まる価格で、実物財の取引を行うことになる。一方、分権的市場 (decentralized market) においては、全ての取引者が一堂に会することが、不可能である場合が想定される。例えば、分権的市場を扱う貨幣サーチ理論では、取引機会は、ランダムに組み合わせられた2者間 (bilateral) で行われると想定される。このように、分権的市場が想定された場合、価格は市場全体で決まるものではなく、2者間の交渉 (bargaining) で決まることになる。

2者間で行われる取引がどのようなものになるのかについては、「交渉理論」と呼ばれる分野で研究されている。中でも有名なのは「ナッシュ交渉解」である。ナッシュは、公理的な立場から見る交渉理論 (Nash, 1950) と、戦略的な立場から見る交渉理論 (Nash, 1953) の2つを研究している。前者は、協力ゲームの解として導かれるもので、一連の公理体系から導出される。また、後者は、非協力ゲームの解として導かれるもので、この分野の研究は、しばしばナッシュ・プログラムと呼ばれ、現在も多くの研究成果が生まれている。

<sup>5</sup>サーチ・モデルは、多くの分野で用いられている。例えば、労働市場における、労働者と企業のマッチングや、消費者による価格探しなどが代表的である。また、同じサーチ・モデルでも、何を研究対象とするかで、方法論が少し異なる。本論文で見るサーチ・モデルは、貨幣サーチ・モデルであり、Kiyotaki and Wright (1993) に端を発している。貨幣サーチ・モデルでは、取引相手と出会ったとき、自分が望む実物財を相手が保有しており、相手も自分が保有している実物財を望むという、いわゆる欲望の二重の一致が成り立つのは稀であることが大前提とされる。このような状況の下、貨幣は交換媒体として存在意義を持つ。

第1章では、「公理的交渉理論」を主に取り上げる。まず、交渉問題を定義して、次に、代表的な3つの交渉解(ナッシュ交渉解、カライスモルディンスキー解、平等主義解)が、どのような一連の公理体系から導出されるのかを整理する。なお、交渉理論の戦略的基礎付けを行う「戦略的交渉理論」は、第3章の「第二世代の貨幣サーチ・モデル」の中で、Rubinstein (1982)、Rubinstein and Wolinsky (1985)、Trejos and Wright (1995)に基づき議論する。ここでは、提案と応答が繰り返される交渉プロセスを動的ゲームとして定式化することで、ナッシュ交渉解が、交渉ゲームの部分完全均衡点によって表されることが示される。

第2章では、Kiyotaki-Wright モデル (Kiyotaki and Wright, 1993) を用いて、「第一世代の貨幣サーチ・モデル」について考察する。分権的貨幣経済を考察する場合、様々なアプローチが存在するが、代表的なものとして、貨幣サーチ・モデルを用いる方法がある。貨幣サーチ・モデルでは、ランダムに組まれたペア間で、欲望の二重の一致 (double coincidence of wants) が成立することは比較的希であるため、貨幣が交換媒体として用いられる。初期の貨幣サーチ・モデルでは、交換媒体としての貨幣が、どのような条件の下で流通するのかが主な研究課題とされてきた。すなわち、交換媒体としての貨幣のミクロ経済学的基礎付けが、初期の貨幣サーチ・モデルの研究の焦点であった。初期の代表的な研究に Diamond (1982) や Kiyotaki and Wright (1993) などがあるが、これらの研究は、貨幣のミクロ経済学的基礎付けに大きく貢献した。

第2章では、Kiyotaki and Wright (1993) を参考にし、第一世代の貨幣サーチ・モデルを分析する。第一世代の貨幣サーチ・モデルでは、(1) 貨幣は分割不可能で、各経済主体は1単位のみ保有が可能であり、かつ(2) 実物財は分割不可能で、各経済主体は1単位の保有のみが可能である、という条件が課されるのが主な特徴である。

第2章で考察されるモデルは、条件(1)、(2)から推察されるように、貨幣が交換媒体として取引が行われる場合、貨幣1単位に対し、実物財1単位が交換される枠組みとなっているので、実物財の名目価格は1(貨幣1単位)に固定されてしまう。また、貨幣を1単位しか保有できず、分割不可能であるため、貨幣の保有分布についても価格と同様に、ほとんど議論の余地が残されていない。それゆえ、貨幣供給量の変化がどの程度価格の変動に吸収され、实体经济にどの程度の影響を与えるかを分析しようとする、本論文の目的に対し、遠回りをするように思えるかもしれない。しかし、この章で分析される貨幣モデルは、後で展開される貨幣モデルの基盤となっている。その意味で、本論文において、第一世代

の貨幣サーチ・モデルは、重要な貨幣モデルであると言える。

第3章では、Trejos-Wright モデル (Trejos and Wright, 1995) を用いて、「第二世代の貨幣サーチ・モデル」を説明する。ここでは、以下のことが仮定される。(1) 貨幣は分割不可能で、各経済主体は1単位のみ保有が可能であり、かつ(2') 実物財は完全に分割可能で、各経済主体は任意単位の生産・保有が可能である。

第2章では、実物財は完全に分割不可能であり、各経済主体は1単位の实物財のみ保有が可能であったが、第3章では、それが緩和され、完全に分割可能で、各経済主体は任意単位の生産・保有が可能となっている。その結果、実物財の買い手と売り手が出会ったとき、第2章のように、売り手が貨幣交換を受け入れるかどうかという事柄だけでなく、1単位の貨幣と引替えに何単位の实物財が交換されるかという事も交渉により決定され、価格は、1単位の貨幣と交換された実物財の取引量の逆数として内生的に決定されることになる<sup>6</sup>。例えば、買い手と売り手の交渉で、貨幣1単位に対し、実物財5単位の交換が成立した場合、実物財の価格 ( $P$ ) は、 $P = 1/5$  として表わされることになる。

また、第1章の「交渉理論」では、公理的なアプローチから見た交渉理論を主に扱い、戦略的なアプローチから見た交渉理論は扱わなかった。第3章では、非協力的なゲームの枠組みを用いて、Rubinstein (1982)、Rubinstein and Wolinsky (1985) に基づき、戦略的なアプローチから見た交渉理論を取り上げ、どのような実物財の取引が行われるのかを考察する。結果として、公理的な立場から見たナッシュ交渉解と、非協力ゲームの枠組みから導出される交渉解は、(極限において)一致することが示される。

第4章では、Lagos-Wright モデル (Lagos and Wright, 2005) を用いて、「第三世代の貨幣サーチ・モデル」を説明する。ここでは、以下のことが仮定される。(1') 貨幣は完全に分割可能で、各経済主体は任意単位の貨幣を保有することが可能であり、かつ(2') 実物財も完全に分割可能で、各経済主体は任意単位の实物財を生産・保有可能である。

第一世代、第二世代の貨幣サーチ・モデルでは、貨幣について言えば、経済主体の貨幣保有に関する状態は、貨幣を1単位保有しているか、貨幣を全く保有していないかの2つしか存在しない。この場合の貨幣保有分布は、貨幣を1単位保有している経済主体の割合、貨幣を全く保有していない経済主体の割合のみを考えればよいので(第2章、第3章のモデルでは、貨幣を保有している割合を  $M$  と表し、保有していない割合を  $(1 - M)$  で表している) 非常に単純なものとなる。一方、各経済主体は任意単位の貨幣保有が可能である場合、

---

<sup>6</sup>同じような想定を置く研究として、他に Shi (1995) などがある。

上述のような単純な話ではなくなる。なぜならば、各期の取引により、貨幣保有分布が推移する可能性があるからである。均衡分析においては、推移する貨幣保有分布の不動点を探す必要があるので、問題はより複雑となる。

第4章では、まず、貨幣保有分布の決定の困難さについて議論し、問題に対処する方法をいくつか紹介する。その後、対処法の一つとして、Lagos and Wright (2005) を取り上げる。Lagos and Wright (2005) では、市場を昼市場 (day market) と夜市場 (night market) の2つに分け、每期、各経済主体は昼市場、夜市場の順に参加すると仮定される。また、昼市場は分権的市場であり、夜市場はワルラス的市場と仮定される。各経済主体は、昼市場の取引に応じて、貨幣保有量が多様化する可能性があるが、次の夜市場における最適化行動の結果として、全ての経済主体が同量の貨幣を次期に持ち越すよう工夫されている。その結果、期首の貨幣保有分布は一点に退化し、分析が容易になる枠組みとなっている。なお、この章で見る Lagos-Wright モデルは、第5章、第7章のモデルの基本的枠組みを与えている。

第5章の「Shimizu モデル (1)」では、第4章の Lagos-Wright モデルを参考にし、ワルラス的貨幣経済モデルと分権的貨幣経済モデルを構築して、比較分析する。ここでの主な目的は、貨幣成長率変更の効果を、ワルラス的貨幣経済モデルと分権的貨幣経済モデルを用いて、シミュレーションにより数値的に示すことである。一般に、上述の2つのモデルはまったく異なるモデルであり、単純に従来のワルラス的市場から成るモデルと貨幣サーチ理論を背景に持つモデル (例えば、第2章の Kiyotaki-Wright モデルや第3章の Trejos-Wright モデルなど) を比較しても意味をなさない。そこで第5章では、モデルの枠組みを統一し、2つのモデルで異なるのは、実物財と貨幣の交換がワルラス的市場で行われるのか、分権的市場で行われるのか、だけとなるように注意深くモデルを構築する。そのための方法として、Lagos-Wright モデルの枠組みを参考にする。

まず、ワルラス的貨幣経済モデルを構築する。第5章のモデルでは、Lagos-Wright モデルの昼市場を中間財市場 (intermediate goods market) に、夜市場を最終財市場 (a final good market) に変更する。また、長期分析に適したモデルとなるよう、資本財も導入する。ワルラス的貨幣経済モデルでは、每期初めに、各経済主体は中間財市場に参加し、そこで中間財と貨幣を交換する。次に、経済主体は、資本財と中間財を用いて最終財の生産を行い、それを最終財市場で取引し、消費や投資を行う。ここまでが1期間の間に行われる。なお、ワルラス的貨幣経済モデルでは、中間財市場も最終財市場もワルラス的市場であると仮定

する。すなわち、2つの市場においては、集計された需給を均衡させる市場価格で実物財が取引される。

次に、分権的貨幣経済モデルを構築する。分権的貨幣経済モデルは、ワルラス的貨幣経済モデルの枠組みとほぼ同じである。ただし、ここでは、中間財市場は分権的市場であり、最終財市場はワルラス的市場であると仮定する。その結果、両モデルで異なるのは、中間財市場での取引のみとなる。

続いて、両モデルを用いてシミュレーション分析を行う。シミュレーションの結果により、貨幣政策を変更したときの効果、具体的には、貨幣成長率を変更させたときの効果は、分権的貨幣経済モデルでより顕著に表れることが示される。これまでに、経済モデルに交渉過程を導入した場合、貨幣政策の変更が、経済にどのような影響を与えるのかは、多くの貨幣サーチ・モデルでも分析されてきた。しかしながら、従来のワルラス的市場から成るモデルとの効果の差を比較したものはない。第5章のモデルは、その分析に適したモデルであり、交渉過程の導入による影響がどの程度なのかを分析できる枠組みとなっている。

また、Lagos-Wright モデルでは、昼市場、夜市場で消費財が取引されるため、B to C (Business to Consumer) 取引しか存在しないが、Shimizu モデル (1) では、B to B (Business to Business) 取引と、B to C (Business to Consumer) 取引が存在する。さらに、B to B 取引では、分権的交換が行われる。現実の経済では、中間財市場をいくつも経て、消費者に渡る最終財が生産されるが、その特徴を捉えたモデルとなっている。なお、この章での交渉解には、ナッシュ交渉解を用いる。

第6章の「Kataoka-Shimizu モデル」では、第5章と同じように、ワルラス的貨幣経済モデルと分権的貨幣経済モデルを構築して、比較分析する。ただし、第5章とはモデルの背景が異なる。ここでは、Wallace (2002)、Goldberg (2006, 2007) に見られる手法を用いて、貨幣保有分布の推移という問題に対処する。貨幣サーチ・モデルを背景に持つ理論の多くでは、しばしば経済主体間は、完全にランダムにマッチングされると仮定され、議論が進む。第6章では、ディレクテッド・サーチ (directed search) を仮定する。ディレクテッド・サーチとは言葉通り、「方向付けされた」サーチのことであり、経済主体は完全にランダムに取引相手を探すのではなく、部分的な情報を利用して、取引相手をサーチする。例えば、 $a$  という実物財を売ろうとする者は、A という地区に集まっており、かつ買い手もそのことを知っている場合、 $a$  財を望む買い手は A 地区に行き、取引相手を探すであろう。

第6章の Kataoka-Shimizu モデルでは、1つの家計は買い手と売り手のペアから成り、買



買い手は、自分の望む実物財を持つ売り手の「shop」に出向き、そこで取引を行う。簡単化のために、ここでは、自身の家計が生産する実物財は消費できないが、自身の家計以外により生産される実物財は、すべて消費可能と仮定する。これは、ディレクテッド・サーチのエッセンスを含む、より簡単化した仮定となっており、全ての家計が同じ取引を行い、各家計の貨幣保有量が同一となる状態が保たれる可能性がある。また、ワルラス的貨幣経済モデルの場合は、完全競争下において取引を行うが、分権的貨幣経済モデルの場合は、上述したように、買い手はディレクテッド・サーチにより、自分の望む実物財を持つ売り手の1人とペアを組み交渉を行う。また、1つの家計内の買い手と売り手で、情報、予算、効用が共有されると仮定する。

取引交渉については、貨幣保有量に関する情報が私的情報 (private information) である状況下、すなわち、取引者は互いの貨幣保有量に関する情報がない状況下で行われると仮定する<sup>7</sup>。そして、Kataoka-Shimizu モデルでの交渉は、2段階ゲームで行われる。まず、買い手が支払貨幣量を売り手に提案する。次の段階で、買い手と売り手が実物財の取引量について交渉する。ここで、2段階目の交渉の場に、仲裁者 (arbiter) が存在すると仮定する。仲裁者は、ゲームの1段階目において、買い手が提案する支払貨幣量から、買い手が保有する貨幣量を推察する。その情報を用いて、交渉が成立した場合に得られる、買い手と売り手の効用ゲインから成るある関数を最大化するように、取引量をまとめる。

第6章では、まず、上述の枠組みを持つモデルの中で、対称的な定常均衡 (symmetric steady-state equilibrium) を探す。その結果、もし、初期の貨幣保有量が全ての家計で同じであれば、期首の貨幣保有分布は一点に退化することを示す。続いて、第5章のように、ワルラス的貨幣経済モデルと分権的貨幣経済モデルを用いて、シミュレーションによる比較分析を行う。ここでは、貨幣成長率の変更による長期的効果と短期的効果の2つを分析する。前者の分析では、貨幣政策の変更が長期の経済に及ぼす影響を考察する。後者の分析においては、貨幣政策がマルコフ連鎖に従うと仮定し、定常的なマルコフ完全均衡 (stationary Markov perfect equilibrium) を見つける。そして、貨幣政策の状態が変化する際に生じる実体経済の変化を、短期的効果と解釈し分析する。シミュレーション結果により、貨幣政

---

<sup>7</sup>買い手と売り手が実物財の取引交渉を行う場合、一般的には、交渉の結果は、買い手と売り手が保有している貨幣量に依存すると考えられる。このとき、取引相手の貨幣保有量についての情報は、交渉結果に、多大な影響を与える。しかしながら、この分野のほとんどの研究において、ある仮定が置かれている。それは、取引相手の貨幣保有量に関する情報は、公的情報 (public information) であるという仮定である。すなわち、買い手、売り手は互いに相手の貨幣保有量を熟知した上で、交渉が行われる。実際の経済においては、このような状況は極めて稀である。Kataoka-Shimizu モデルでは、取引相手の貨幣保有量に関する情報は、私的情報であるという仮定を置き、分析する。

策を変更したときの効果は、ここでも、分権的貨幣経済モデルでより顕著に表れることが示される。すなわち、第5章と整合的な結果が得られる。また、第5章のモデルと比べ、さらに顕著に貨幣政策の効果の違いが表れることが示される。なお、この章での交渉解には、ナッシュ交渉解、カライ＝スモルディンスキー解、平等主義解の3つを用いる。

第7章の「Shimizu モデル (2)」では、公理的な交渉解の選択は、貨幣均衡にどのような影響を与えるのかについて定性分析する。第1章の「交渉理論」では、ナッシュ交渉解、カライ＝スモルディンスキー解、平等主義解の3つの交渉解を取り上げるが、第3章の Trejos-Wright モデル、第4章の Lagos-Wright モデル、第5章の Shimizu モデル (1) では、ナッシュ交渉解のみを用いる。また、第6章の Kataoka-Shimizu モデルにおいては、ナッシュ交渉解、カライ＝スモルディンスキー解、平等主義解の3つを取り上げ、数値分析を行うが、交渉解の選択で、均衡にどのような影響を与えるのかについての定性分析は行われない。

第7章では、第5章で構築された Shimizu モデル (1) を単純化し、ナッシュ交渉解と平等主義解をそれぞれ仮定した場合、どのような違いが生じるのかを定性分析する。具体的に言うと、Shimizu モデル (1) には、長期分析を行うために「資本財」が含まれていた。第7章のモデルでは、耐久財は貨幣のみであり、その意味で単純化されている。枠組みとしては、ほぼ Shimizu モデル (1) と同じであり、Lagos-Wright モデルの昼市場（分権的市場）を中間財市場、夜市場（ワルラス的市場）を最終財市場に変更する。この貨幣モデルにナッシュ交渉解と平等主義解をそれぞれ仮定し、定常均衡において、どのような違いが生じるのかを Rocheteau and Waller (2005) を参考にし、分析する。

結果として、貨幣政策がいわゆるフリードマン・ルールに十分近いとき、平等主義解が採用される場合の定常均衡において、近似的に効率的な取引量が実現するが、ナッシュ交渉解では、貨幣政策がフリードマン・ルールに十分近づいたとしても、均衡取引量は非効率的な水準に留まる。その意味で、平等主義解を仮定した分権的貨幣経済モデルは、貨幣政策がフリードマン・ルールに近い場合、均衡においては、ワルラス的貨幣経済モデルと似た性質を持つことが示される。

結びでは、貨幣政策が及ぼす実体経済への影響を研究する分野において、本論文がどのような貢献をもたらすことができたのかを整理する。

補論 A、B、C では、本論文の第5章、第6章で用いたシミュレーションのプログラムを記載し、どのような手法でシミュレーションを行ったのかを簡単に説明する。

# 第1章 交渉理論

## 1.1 はじめに

本論文において、主に、ワルラス的貨幣経済と分権的貨幣経済の分析を行うが、分権的貨幣経済における取引は、2者間の「交渉 (bargaining)」によって決められる。それゆえ、分権的貨幣経済を議論する前に、交渉とはどのようなもので、どのように行われるのか、また、どのような結果に至るのかを整理する必要がある。本章では、分権的貨幣経済を理解する上での準備段階として、交渉理論を厳密に考察する。

交渉理論は、「公理的交渉理論」と「戦略的交渉理論」の2つに大別できる。公理的交渉理論では、公理体系から導かれる協力ゲームの解としての交渉を扱う。ここで、交渉における公理とはどのようなものかを考えてみる。一般的に解釈すれば、交渉における公理とは、2人の交渉者が共に納得し得る前提と言える。例えば、後に厳密に定義するが、経済学における重要な概念であるパレート最適性を取り上げてみよう。交渉者2人は、交渉の結果が、パレート改善的であればあるほどよいという共通認識を持つとすれば、パレート最適性は、交渉における公理であると言える。このような公理をいくつか満たす唯一の解を、公理的交渉理論での交渉解と呼び、協力ゲームの解として表される。

戦略的交渉理論では、非協力ゲームの枠組みが用いられ、参加者の最適化行動の結果として交渉解が導出される。すなわち、交渉者は共に協力して、交渉解を導くのではなく、相手の戦略 (要求価格、要求取引量) に対し、自分はどのような戦略を立てるのが最適かを考え、均衡点として交渉解が定まる。なお、先駆的な研究は、Nash (1953) によってなされ、非協力ゲームの枠組みを用いて、公理的交渉理論から導かれる交渉解を説明する分野の研究は、ナッシュ・プログラムと呼ばれている。

本章では、公理的交渉理論を主に取り上げる。まず、交渉問題を定義して、次に、代表的な3つの交渉解 (ナッシュ交渉解 (Nash solution)、カライ=スモルディンスキー解 (Kalai-Smorodinsky solution)、平等主義解 (egalitarian solution)) が、どのような公理体系から導出されるのかを整理する。なお、交渉理論の戦略的基礎付けを行う戦略的交渉理論について



では、第3章の「第二世代の貨幣サーチ・モデル」の中で、Rubinstein (1982)、Trejos and Wright (1995) に基づき議論する。そこでは、交渉者による提案と応答が繰り返される交渉プロセスを動的ゲームとして定式化し、ナッシュ交渉解が、交渉ゲームの部分完全均衡点によって表されることを示す。

## 1.2 交渉問題

本章では、公理体系から導かれる代表的な交渉解を取り上げる。具体的には、ナッシュ交渉解、カライ＝スモルディンスキー解、平等主義解の3つが考察されるが、そもそも協力ゲームの「交渉問題」とはどのように定義されるのかを、本節で確認したい<sup>1</sup>。

まず、本論文の他の章では、交渉は1対1 (bilateral) で行われると仮定されるが、本章では、より一般的なケースを見る。すなわち、交渉はグループ  $N(N = \{1, \dots, n\})$  間で行われるものと考えよう。このグループ  $N$  の交渉問題は、実現可能な利得の組み合わせの集合 (feasible payoff set)  $S \subseteq \mathbb{R}^n$  と交渉が決裂した場合の利得の組 (disagreement point)  $d \in \mathbb{R}^n$  から定義される。形式的にはグループ  $N$  の交渉問題は、 $(S, d)$  として表される。

**定義 1.2.1**  $(S, d)$  は、交渉問題 (*bargaining problem*) と呼ばれ、以下の性質を満たすと仮定される。

- (1)  $S$  は、凸 (*convex*) かつ有界な閉 (*bounded and closed*) 集合である。
- (2)  $d \in S$  であり、 $x > d$  となるような  $x \in S$  が存在する。
- (3)  $d \leq y \leq x$  かつ  $x \in S$  ならば、 $y \in S$  である ( $d$ -包括性 (*d-comprehensiveness*))。

上述の(1)、(2)、(3)を満たす交渉問題の族を  $B$  と記述する。ここで、(3)の  $d$ -包括性の仮定を図を用いて説明する。図1-1と図1-2を見比べてほしい。図では、2者間の交渉のケース ( $N = \{1, 2\}$ ) において、交渉者1の効用 (利得) を  $u_1$ 、交渉者2の効用 (利得) を  $u_2$  とそれぞれ表している。図1-1では、(3)の  $d$ -包括性を満たす交渉問題が記述されている。すなわち、 $d \leq y \leq x$  かつ  $x \in S$  ならば、 $y \in S$  が必ず成立する。一方、図1-2では、 $d$ -包括性を満たさないケースが描かれている。見比べると分かるように、図1-2では、 $d \leq y \leq x$  かつ  $x \in S$  となる  $y$  において、 $y \notin S$  となる場合がある。

<sup>1</sup>本章は主に、Kibris (2010)、Thomson (1994) を参考にしている。また、図や証明は、Kibris (2010)、Thomson (1994) に基づいている。

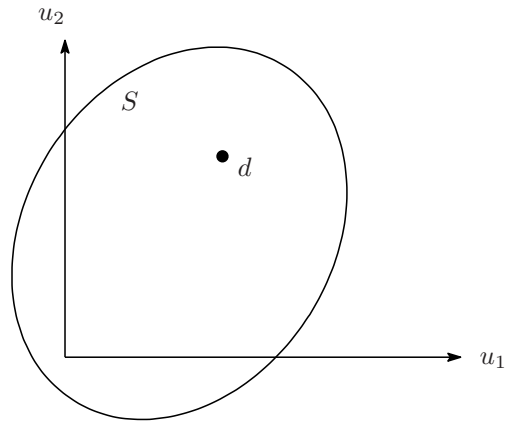


図 1-1： $d$ -包括性を満たすケース

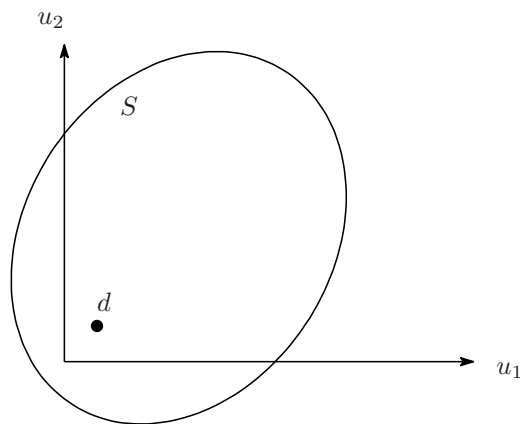


図 1-2： $d$ -包括性を満たさないケース

次に、2つの重要な概念を確認したい。1つは、交渉（の合意）におけるパレート最適性 (Pareto optimality) である。ある利得の組  $x$  がパレート最適であるということは、以下を意味する。全ての交渉者が  $x$  と同程度以上の利得を得、かつ少なくとも一人は、 $x$  より厳密により大きな利得を得ることができる他の利得の組が  $S$  内にないとき、利得の組  $x$  はパレート最適であるという。形式的には、パレート集合 (Pareto set) は、 $P(S, d) = \{x \in S \mid y \geq x \Rightarrow y \notin S\}$  として定義される。また、ある利得の組が弱パレート最適であるということは、以下を意味する。全ての交渉者が、厳密により大きな利得を得ることができる他の利得の組がないとき、その利得の組は弱パレート最適であるという。形式的には、弱パレート集合 (weak Pareto set) は、 $WP(S, d) = \{x \in S \mid y > x \Rightarrow y \notin S\}$  として定義される。

2つ目の重要な概念は、個人合理性 (individual rationality) である。実現可能な集合  $S$  内のある利得の組み合わせ  $x$  が個人合理的であるということは、全ての交渉者にとって、 $x$  は少なくとも  $d$  と同程度好ましいことを意味する。形式的に表せば、個人合理的集合 (individually rational set) は、 $I(S, d) = \{x \in S \mid x \geq d\}$  と定義される。

図 1-3 には、 $N = \{1, 2\}$  のケースにおける、交渉問題  $(S, d)$ 、パレート集合  $P(S, d)$ 、弱パレート集合  $WP(S, d)$ 、個人合理的集合  $I(S, d)$  の例が描かれている。個人合理的な集合  $I(S, d)$  は、交渉決裂点  $d \in S$  よりも少なくとも同程度好ましい利得の組み合わせとして表されるので、図 1-3 の斜線部分で表される。さらに、パレート集合  $P(S, d)$  は、集合  $S$  の  $p^2$ - $p^3$  間の境界線となる。弱パレート集合  $WP(S, d)$  は、集合  $S$  の  $p^1$ - $p^3$  間の境界線で表されることになる。

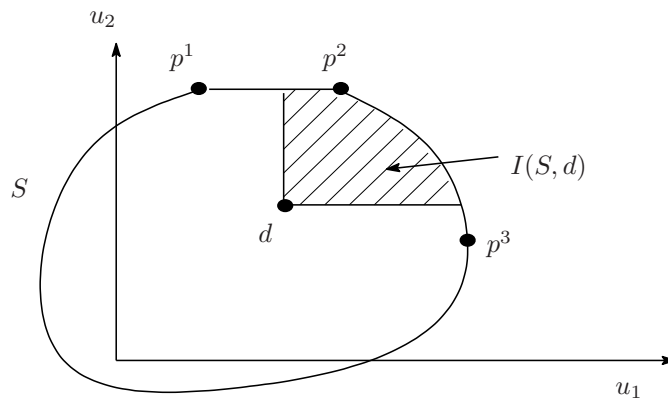


図 1-3 : 交渉集合

### 1.3 ナッシュ交渉解

はじめに、ナッシュ交渉解を取り上げる。その前に、交渉ルールとは何かを説明する。交渉ルール  $F$  とは、全ての交渉問題  $(S, d) \in B$  に対し、実現可能な利得の組み合わせ  $F(S, d) \in S$  を割り当てる規則のことを意味し、 $F : B \rightarrow \mathbb{R}^n$  と一般的に記述される。Nash の交渉ルールを、 $N : B \rightarrow \mathbb{R}^n$  と表すことにすれば、Nash 交渉解  $N(S, d) \in S$  は、次のように定義される。

$$N(S, d) = \arg \max_{x \in I(S, d)} \prod_{i=1}^n (x_i - d_i)$$

すなわち、交渉決裂点  $d$  からの交渉者のゲインの積を最大にするような、個人合理的な利得の組み合わせとして表される。図 1-4 は、 $N = \{1, 2\}$  のケースにおける Nash 交渉解が描かれている。

ナッシュ交渉解は、以下の 4 つの公理体系から導出される。1 つめの公理は、パレート最適性である。任意の交渉問題  $(S, d) \in B$  に対し、 $F(S, d) \in P(S, d)$  のとき、その交渉ルール  $F$  はパレート最適であるという。

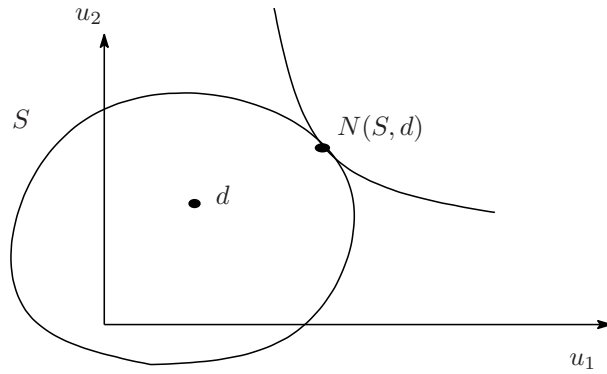


図 1-4：ナッシュ交渉解

2つめの公理は、匿名性 (anonymity) と呼ばれるものであり、各交渉者の名称は、交渉の結果に影響を与えないことを保証するものである。形式的には、次のように表される。 $\Pi$  を全ての置換 (permutation)  $\pi : \{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, n\}$  の集合としよう。 $x \in \mathbb{R}^n$  に対し、 $\pi(x) = (x_{\pi(i)})_{i \in n}$  かつ  $S \subseteq \mathbb{R}^n$  に対し、 $\pi(S) = \{\pi(x) \mid x \in S\}$  としよう。このとき、もし各  $\pi \in \Pi$  に対し、 $F(\pi(S), \pi(d)) = \pi(F(S, d))$  であれば、そのルール  $F$  は匿名であると定義される。また、この匿名性は、ナッシュ交渉解が満たす公理である対称性 (Symmetry) に置き換えることができる。対称性は実質的には匿名性よりも弱い公理である。詳しく述べると、もし交渉問題が対称的であれば、交渉解もまた対称であるとき、そのルール  $F$  は対称であると定義される。形式的には、もし、各  $\pi \in \Pi$  に対し、 $\pi(S) = S$  と  $\pi(d) = d$  が  $F_1(S, d) = \dots = F_n(S, d)$  を含意するならば、そのルール  $F$  は対称であると言う。

3つめの公理は、正の一次変換からの独立性 (scale invariance) と呼ばれるものである。直感的に説明すると、利得の単位や尺度を変えても交渉問題は本質的に変化しないことを意味する。各  $\lambda_i : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  は、正の一次変換を行う関数とする。ここで、すべての  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_n)$  の集合を  $\Lambda$  としよう。また、 $\lambda(S) = \{\lambda(x) \mid x \in S\}$  と記述することにしよう。このとき、もし各  $(S, d) \in B$  と  $\lambda \in \Lambda$  に対し、 $F(\lambda(S), \lambda(d)) = \lambda(F(S, d))$  が成立するならば、そのルール  $F$  は正一次変換から独立であると言う。

4つめの公理は、無関係な代替案からの独立性 (contraction independence) と呼ばれるものである。直感的には、無関係な代替案が削除されても、交渉解が変化しないことを意味する。すなわち、もし  $T \subseteq S$  を満たす各  $(S, d), (T, d) \in B$  に対し、 $F(S, d) \in T$  が、 $F(T, d) = F(S, d)$  を含意するならば、そのルール  $F$  は無関係な代替案から独立であると言う。

**定理 1.3.1** (Nash, 1950) パレート最適性、対称性、正の一次変換からの独立性、無関係な代替案からの独立性を満たす唯一の交渉解は、ナッシュ交渉解である。

(証明)

ここでは、2者間の交渉のケース ( $N = \{1, 2\}$ ) のみを考える。ナッシュ交渉解が4つの公理を満たすことは明らかなので、上記の4つの公理を満たす解 (ルール)  $F$  は、唯一ナッシュ交渉解のみであることを証明しよう<sup>2</sup>。  $(S, d) \in B$ 、  $N(S, d) = x$  とするとき、  $F(S, d) = x$  が成り立つこと、つまり4つの公理を満たす交渉解が  $x$  であることを証明する。正の一次変換からの独立性から、一般性を失うことなく、  $d = (0, 0)$ 、  $x = (1, 1)$  と書くことができる<sup>3</sup>。このとき、ナッシュ交渉解の定義より、パレート集合  $P(S, d)$  は、  $x$  において、  $-1$  の傾きをもつ。また、  $S$  の有界性より、任意の  $\hat{x} \in S$  に対し、  $\hat{x} \geq z$  となるような対称点  $z$  を選ぶことができる。これを  $z$  と表すことにする。ここで、  $T = \{y \in \mathbb{R}^2 \mid \sum_2 y^i \leq \sum_2 x^i \text{ and } y \geq z\}$  という集合を考えよう (図 1-5 を参照)。このとき、  $S \subseteq T$  であり、  $(T, d) \in B$  は対称となる。したがって、  $F$  の対称性とパレート最適性より、  $F(T, d) = x$  となる。  $F$  の無関係な代替案からの独立性より、これは  $F(S, d) = x$  を示す。 (証明終わり)

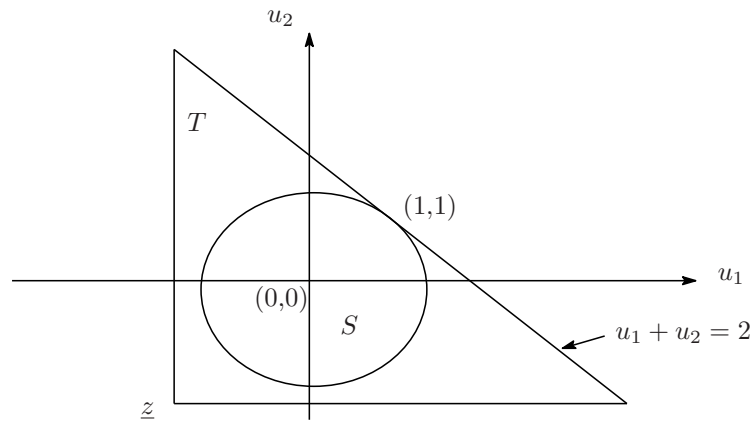


図 1-5：定理 1.3.1 の証明

ところで、貨幣と財の交換比率を交渉で決める問題などでは、しばしば、上述のナッシュ交渉解から、対称性の公理を除いた交渉解が用いられる。基本となるナッシュ交渉解は、対称性により、交渉者間の交渉力 (bargaining power) は同一とされている。しかしながら、多くの実際的な問題においては、交渉力が異なる方が自然である。次に見ていくのは、ウェ

<sup>2</sup>ナッシュ交渉解が、実際上記の4つの公理を満たすことの証明は、Nash (1950)などを参照してほしい。

<sup>3</sup>すべての  $(S, d)$  は、  $\lambda_i(x_i) = \frac{x_i - d_i}{N_i(S, d) - d_i}$  を選ぶことにより、基準化できる。

イト付けされたナッシュ交渉解と呼ばれるもので、交渉者間で交渉力が異なるケースでしばしば用いられる。

まず、 $\sum_n p_i = 1$  を満たす  $p = (p_1, \dots, p_n) \in [0, 1]^n$  を交渉者の交渉力を表すベクトルとする。このとき、ウェイト付けされたナッシュ交渉解は、

$$N^p(S, d) = \arg \max_{x \in I(S, d)} \prod_{i=1}^n (x_i - d_i)^{p_i}$$

と表される。

**定理 1.3.2** (Kalai and Smorodinsky, 1977) パレート最適性、正の一次変換からの独立性、無関係な代替案からの独立性を満たす唯一の交渉解は、ある交渉力  $p$  によりウェイト付けされたナッシュ交渉解である<sup>4</sup>。

## 1.4 カライ＝スモルディンスキー解

次に、カライ＝スモルディンスキー解を定義する際には、個人合理的な妥結点において得ることができる最大の利得が用いられる。具体的には、所与の交渉問題  $(S, d) \in B$  に対して、交渉者  $i$  が得ることができる最大の利得は、 $a_i(S, d) = \arg \max_{x \in I(S, d)} x_i$  として表される。ベクトル  $a(S, d) = (a_i(S, d))_{i=1}^n$  は、理想点 (aspiration point) と呼ばれる。

カライ＝スモルディンスキーの交渉ルールを、 $K : B \rightarrow \mathbb{R}^n$  と表すことにすれば、カライ＝スモルディンスキー解  $K(S, d) \in S$  は、次のように定義される。

$$K(S, d) = \arg \max_{x \in I(S, d)} \left( \min_{i \in \{1, \dots, n\}} \frac{x_i - d_i}{a_i(S, d) - d_i} \right)$$

すなわち、交渉問題  $(S, d)$  について、 $S$  の境界線と、 $a(S, d)$  と  $d$  を結ぶ直線との交点を対応させるルールから導かれる交渉解が、カライ＝スモルディンスキー解となる。図 1-6 は、カライ＝スモルディンスキー解を表している。

カライ＝スモルディンスキー解は、無関係な代替案からの独立性に反する。その代わりに、個人単調性 (individual monotonicity) の公理を満たす。ある交渉ルール  $F$  が次の条件を満たすとき、 $F$  は個人単調性を満たすと言われる。 $(S, d), (T, d) \in B$  を  $S \subseteq T$  を満たす交渉問題と考える。このとき、 $j \neq i$  に対して、 $a_j(S, d) = a_j(T, d)$  ならば  $F_i(S, d) \leq F_i(T, d)$  である。なお、ナッシュ交渉解においては、無関係な代替案からの独立性が妥当かどうかに関して、しばしば議論されることがある。図 1-7 では、元の集合  $S$  と元の集合から斜線部分を除いた集合  $S'$  が描かれている。2つの交渉集合におけるナッシュ交渉解は、無関係な

<sup>4</sup>証明は、Kalai and Smorodinsky (1977) を参照せよ。

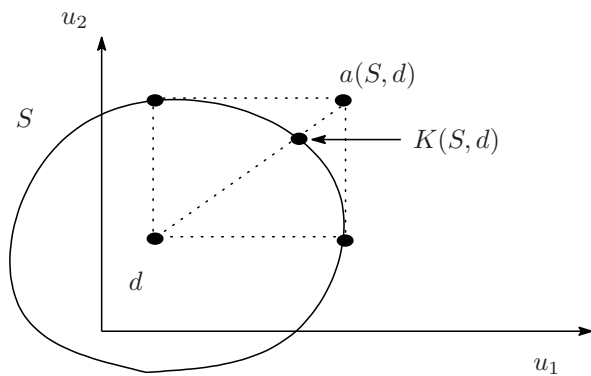


図 1-6：カライ=スモルディンスキー解

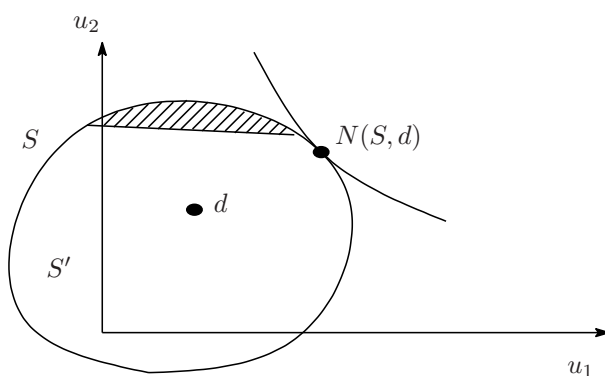


図 1-7：無関係な代替案からの独立性とナッシュ交渉解

代替案からの独立性から、 $N(S, d) = N(S', d)$  となる。これは、プレイヤー 2 にとっては、 $S'$  において、不利になっているにも関わらず、元の集合  $S$  での交渉解と、より不利な立場  $S'$  での交渉解が等しいことを意味する。

以下では、2 者間で交渉が行われるケース、すなわち  $N = \{1, 2\}$  のケースを取り上げる。 $N = 2$  のケースでは、カライ=スモルディンスキー解はパレート最適性を満たすが、 $N > 2$  のケースでは、パレート最適性を満たすとは限らず、弱パレート最適性を満たすことが知られている<sup>5</sup>。詳しくは、Thomson (1994) で確認してほしい。

**定理 1.4.1** (Kalai and Smorodinsky, 1975) パレート最適性、対称性、正の一次変換からの独立性、個人単調性を満たす唯一の交渉解は、カライ=スモルディンスキー解である。

(証明)

<sup>5</sup>交渉問題  $(S, d) \in B$  に対して、 $F(S, d) \in WP(S, d)$  を満たすならば、交渉ルール  $F$  は弱パレート最適と呼ばれる。

上記の4つの公理を満たす解(ルール)は唯一カライ=スモルディンスキー解のみであることを証明しよう。カライ=スモルディンスキー解が上記の4つの公理を満たすことの証明は、自明であるので省くことにする。 $(S, d) \in B$ 、 $K(S, d) = x$ とする。 $F(S, d) = x$ が成り立つこと、つまり4つの公理を満たす交渉解が $x$ であることを証明する。正の一次変換からの独立性より、一般性を失うことなく、 $d = (0, 0)$ 、 $a(S, d) = (1, 1)$ と書ける<sup>6</sup>。このとき、カライ=スモルディンスキー解の定義から、 $x_1 = x_2$ となる。ここで、 $T = \text{conv}\{x, d, (1, 0), (0, 1)\}$ を考えよう(図1-8を参照)<sup>7</sup>。このとき、 $T \subseteq S$ であり、 $(T, d) \in B$ は対称な交渉問題となる。したがって、 $F$ の対称性とパレート最適性により、 $F(T, d) = x$ が成り立つ。 $T \subseteq S$ 、 $a(S, d) = a(T, d)$ であるので、個人単調性は $F(T, d) \leq F(S, d)$ を示す。また、 $x \in P(S, d)$ より、 $F(T, d) = F(S, d) = x$ となる。(証明終わり)

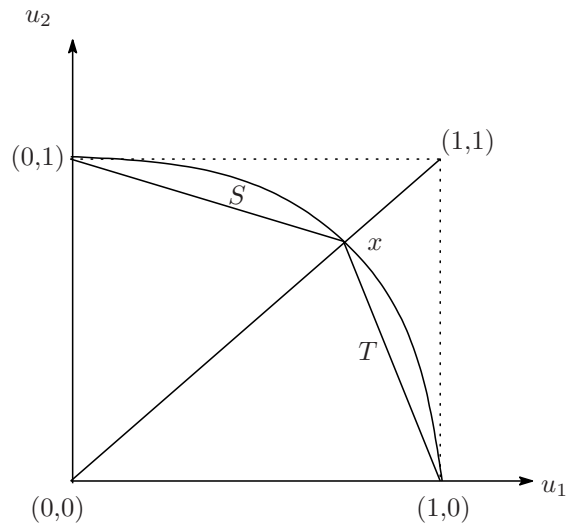


図 1-8 : 定理 1.4.1 の証明

## 1.5 平等主義解

さらに、平等主義的な交渉ルールを、 $E : B \rightarrow \mathbb{R}^n$ と表すことにすれば、平等主義解  $E(S, d) \in S$ は、

$$\arg \max_{x \in I(S, d)} \left( \min_{i \in \{1, \dots, n\}} (x_i - d_i) \right)$$

の中で、任意の  $i, j \in \{1, \dots, n\}$  に対して、 $F_i(S, d) - d_i = F_j(S, d) - d_j$  を満たす点として与えられる。すなわち、交渉問題  $(S, d)$  について、 $S$  の境界線と、 $d$  から伸びる  $45^\circ$  線との

<sup>6</sup>任意の  $(S, d)$  は、 $\lambda_i(x_i) = \frac{x_i - d_i}{a_i(S, d) - d_i}$  を選ぶことにより、基準化することができる。

<sup>7</sup>「conv」は、convex hull を意味する。



交点を対応させるルールから導かれる交渉解が平等主義解となる。図 1-9 は、平等主義解を表している。

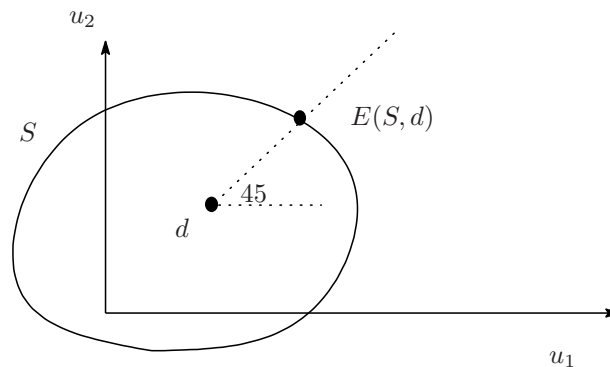


図 1-9：平等主義解

平等主義解は、弱パレート最適性を満たす。また、ナッシュ交渉解、カライ=スモルディンスキー解とは異なり、正の一次変換からの独立性に反する。しかしながら、平等主義解では、次のより弱い公理を満たす。それは、並進不変性 (translation invariance) と呼ばれるものである。形式的には、任意の  $(S, d) \in B$  と  $z \in \mathbb{R}^n$  に対し、 $F(S + \{z\}, d + z) = F(S, d) + z$  が成り立つとき、 $F$  は並進不変的であると言う。この性質は、正の一次変換からの独立性よりも弱い公理である。なぜならば、任意の交渉者  $i$  に対し、あらゆる  $x_i + z_i$  は、正の一次変換  $\lambda_i(x_i) = 1x_i + z_i$  であるからである。

また、 $S \subseteq T$  であるような交渉問題  $(S, d), (T, d) \in B$  において、 $F(S, d) \leq F(T, d)$  が成立するとき、 $F$  は強単調性 (strong monotonicity) を満たすと言われる。平等主義解は、強単調性を満たす。

**定理 1.5.1** (Kalai and Smorodinsky, 1977) 弱パレート最適性、対称性、並進不変性、強単調性を満たす唯一の交渉解は、平等主義解である。

(証明)

上記の 4 つの公理を満たす解 (ルール) は唯一平等主義解のみであることを証明しよう。平等主義解が上記の 4 つの公理を満たすことの証明は、自明なので省くことにする。 $F$  は、上記の 4 つの公理を満たすルールとし、 $(S, d) \in B$ 、 $E(S, d) = x$  とする。 $F(S, d) = x$  が成り立つことを証明する。並進不変性より、一般性を失うことなく、 $d = (0, 0)$  と書ける<sup>8</sup>。こ

<sup>8</sup>任意の  $(S, d)$  は、 $\lambda_i(x_i) = x_i - d_i$  を選ぶことで、基準化できる。

のとき、平等主義解の定義から、 $x_1 = x_2$  となる。ここで、 $T = \text{conv}\{x, d, (x_1, 0), (0, x_2)\}$  を考える (図 1-10 を参照)。このとき、 $T \subseteq S$  であり、 $(T, d) \in B$  は対称な交渉問題となる。  $F$  の対称性と弱パレート最適性から、 $F(T, d) = x$  が成り立つ。  $T \subseteq S$  であるので、強単調性は  $F(S, d) \geq x$  を示す。

( $x \in P(S, d)$  のケース)  $F(S, d) \geq x$  は、 $F(S, d) \notin S$  を含意するので矛盾する。 よって、 $F(S, d) = x$  が成り立つ。

( $x \notin P(S, d)$  のケース) ある  $i \in N$  に対し、 $F_i(S, d) > x_i$  と仮定する。ここで、 $x_i + \delta < F_i(S, d)$  を満たす  $\delta > 0$  を考え、 $x' = x + (\delta, \delta)$ 、 $x'' = (d_i, x'_{-i})$ 、 $S' = \text{conv}\{x', x'', S\}$  とする。このとき、 $E(S', d) = x' \in P(S', d)$  であり、( $x \in P(S, d)$  のケース) により、 $F(S', d) = x'$  が成り立つ。  $S \subseteq S'$  であるので、強単調性より、 $F(S', d) = x' \geq F(S, d)$  となる。これは、 $x_i + \delta \geq F_i(S, d)$  を意味し、矛盾する。 よって、 $F(S, d) = x$  である。 (証明終わり)

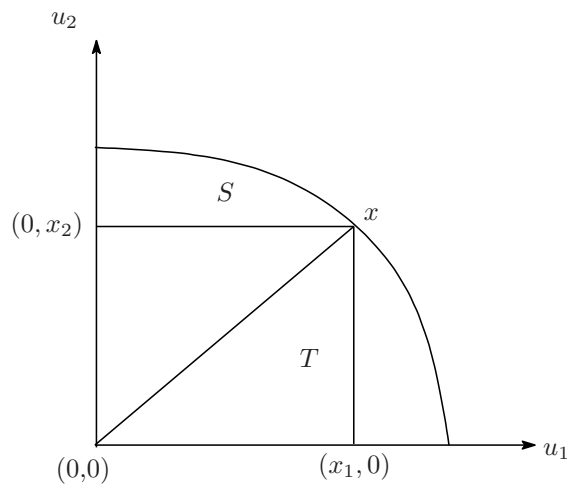


図 1-10：定理 1.5.1 の証明

## 1.6 まとめ

本章では、公理的なアプローチから見た交渉解を取り上げた。具体的には、ナッシュ交渉解、カライスモルディンスキー解、平等主義解の3つが考察された。この中で、どの交渉解がより妥当かを考えることは、どの公理がより重要かを考えることであり、これは、非常に難しい問題である。

本論文の第3章、第4章、第5章では、ナッシュ交渉解のみを用いて分析を行う。第6章では、上述の3つの交渉解を用いて、定量分析を行い、交渉解の比較分析をする。第7章

においては、ナッシュ交渉解と平等主義解をそれぞれ用いて、(貨幣)均衡において、どのような違いが生じるのかを定性分析する。また、先述したとおり、戦略的なアプローチから見た、非協力ゲームの枠組みによる交渉解は、第3章で取り上げる。

## 第2章 第一世代の貨幣サーチ・モデル

### 2.1 はじめに

第一世代の貨幣サーチ・モデルについて議論する前に、より大きな概念であるサーチ・モデルについて少し触れておこう。サーチ・モデルの先駆的な研究は、Stigler (1961) や Diamond (1971) らの「価格探索」であると言われている。これは、買い手が自分が望む実物財の希望価格を探している状況で、売り手はどのような価格戦略をとれば最適か、また、買い手はどのような価格探索を行い、どのような意思決定を行えば最適かを扱う研究である。さらに、労働市場におけるサーチ・モデルも精力的に研究されており、この分野は主に、労働者と企業とのマッチング問題が研究対象とされ、マクロ経済学の分野でも広く応用されている。

本論文で用いる貨幣サーチ・モデルに話を戻そう。貨幣サーチ・モデルは、売り手と買い手が出会い、取引が行われる場合、どのような条件下において、貨幣が交換媒体として流通するのか、という問題意識から生まれたといっても過言ではない。貨幣サーチ・モデルでは、経済主体が取引相手を探している状況において、欲望の二重の一致 (double coincidence of wants) が成立するのは希であると仮定する。このような状況の下、Kiyotaki and Wright (1993) は、交換媒体としての貨幣が一般的に流通する条件を見つけた。すなわち、貨幣需要のミクロ経済学的基礎付けに成功したのである。

本章では、Kiyotaki and Wright (1993) を参考にし、第一世代の貨幣サーチ・モデルを考察する。第一世代モデルでは、(1) 貨幣は分割不可能で、各経済主体は1単位のみ保有が可能であり、かつ(2) 財は分割不可能で、各経済主体は1単位の保有のみが可能である、という条件が課されるのが主な特徴である。

「序論」でも述べたように、本章で扱われるモデルは、個々の取引交渉において、実物財の取引量や貨幣量が決定される貨幣モデルではなく、いささか、本論文の目的に対し、遠回りをするように思えるかもしれないが、本章で考察される貨幣モデルは、後で展開される貨幣モデルの基盤となっている。その意味で、本論文において、第一世代の貨幣サーチ・

モデルは、重要な位置を占める。

## 2.2 貨幣サーチ・モデルの前提

ここでは、貨幣サーチ・モデルを構築する際に、必ず前提となる事柄について議論する。まず、貨幣が必要となる状況が想定される。それは、欲望の二重の一致が稀である状況として表される。経済主体が取引相手を探す際に、自分が需要する実物財と相手が供給できる実物財が一致し、かつ自分が供給できる実物財と相手が需要する実物財が一致する、いわゆる欲望の二重の一致が頻繁に生じるとすれば、交換媒体としての貨幣の必要性はほとんどなくなってしまう。これを避けるために、欲望の二重の一致が稀であることが必要となる。このような状況を表すために、モデルを構築する際には、欲望の二重の一致が希となるような枠組みを設けたり、または、簡単化のために、欲望の二重の一致が存在しないと仮定し、議論を進める場合もある。

また、「長期的な協力関係」が存在しないことも貨幣サーチ・モデルを構築する上で前提となる。持続的な協力関係が存在する場合、貨幣を交換媒体として用いずとも、実物財の取引が可能となる場合がある。例えば、経済主体  $i$  は経済主体  $j$  が供給する実物財を需要し、経済主体  $j$  は経済主体  $k$  の供給する実物財を需要し、そして経済主体  $k$  は経済主体  $i$  が供給する実物財を需要するとしよう (図 2-1 を参照)。

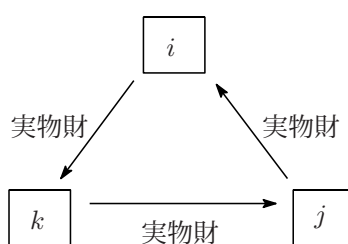


図 2-1：長期的な協力関係

このとき、互いに要求された実物財を供給するという長期的な協定が存在すると仮定する。すなわち、経済主体  $i$  と経済主体  $j$  の取引において、 $i$  は、貨幣交換を伴わず、 $j$  から実物財を得ることができるが、必ず、 $i$  も  $k$  に実物財を要求された場合は、それに応じるという協定があったとする。また、一度でも裏切りがあった場合は、その協定は崩れると考えよう。この場合は、欲望の二重の一致がなくとも、貨幣が交換媒体として流通せず、取引が行われる可能性がある。このような状況を避けるために、貨幣サーチ・モデルでは、連続

体として無数の経済主体が存在しており、経済主体同士は每期ランダムに出会うため、同一の取引相手と長期的な協定を結ぶことが不可能であると仮定される。また、取引履歴は私的情報 (private information) であると仮定される場合も多い。

## 2.3 モデルの環境

本節では、第一世代の貨幣サーチ・モデルを構築する。経済は、無限に生存する連続的経済主体  $i \in [0, 1]$  により構成される<sup>1</sup>。各経済主体は離散的なタイミングで、実物財を生産し、消費する。ただし、各経済主体は、経済主体全体のある比率  $x$  が生産する実物財のみ消費できるものとする。例えば、 $x = 0.1$  ならば、各経済主体は、人口の 1 割が生産する実物財のみ消費できることになる。対称的に、各経済主体が生産する実物財は、比率  $x$  の経済主体により、需要される。また、自分が消費できる実物財は、自分で生産することができない。これは、実物財を消費するためには、交換が必要となることを意味する。実物財は、完全に分割不可能であるとする。さらに、各経済主体は、1 単位を超える実物財を保有することはできないものとする。したがって、各経済主体は、実物財を 1 単位保有しているか、まったく保有していない状態となる。消費から得られる効用は、 $U > 0$  と表される。

貨幣は政府により、初期に、人口のある比率  $M \in [0, 1]$  に 1 単位付与されるものとする ( $(1 - M)$  の比率には、財 1 単位が初期に付与される)。また、貨幣は分割不可能であり、各経済主体は 1 単位を超える貨幣を保有することはできない。さらに、貨幣自体は消費はされないものとし、保有による効用は直接的には発生しない。取引が成立した場合は、貨幣 1 単位と実物財 1 単位が交換され、貨幣保有者は、保有しているすべての貨幣 (1 単位) を費やす。

ここで、貨幣、実物財の生産過程に触れておこう。貨幣の生産は政府によりなされ、他の私的機関では生産されないものとする。一方、実物財の生産は次のような手順に沿って行われる。各経済主体は消費を行った後、すぐに実物財の生産過程に入るが (消費を行わなければ生産過程に入れない)、生産は、 $\alpha > 0$  の到着率を持つ連続時間のポアソン過程に従って行われるとする。すなわち、 $\alpha$  は、単位時間当たりの平均生産という意味で、生産性を測るものと解釈される<sup>2</sup>。

<sup>1</sup>本章のモデルは、連続時間モデルとして構築される。

<sup>2</sup> $\alpha$  は、単位時間あたりに何単位の生産機会が訪れるかを表す。 $\alpha = 3$  であれば、単位時間当たり平均 3 単位の生産機会があることを表し、平均生産として解釈される。

次に、取引が行われる際、どのようなことが生じるのかを見る。生産終了後、各経済主体は、取引・交換部門に入り、他の経済主体とランダムに出会うとする<sup>3</sup>。ただし、出会いは、一定の到着率  $\beta > 0$  を持つポアソン過程に従って発生する。交換取引は、2者間で行われ、両者が合意すれば成立するが、信用取引は行われない。ここで、実物財の取引の際には、効用コストという形で取引コスト (transaction cost) が  $\epsilon \in (0, U)$  だけ発生するものとする。ただし、このコストは、実物財を受け取った際は発生するが、貨幣を受け取る場合は、発生しない。

各経済主体は、貨幣を保有している状態、生産過程にいる状態、実物財を保有している状態の3つに分けることができる。取引・交換部門にいる経済主体の中で貨幣を保有している比率を  $\mu$ 、実物財を保有している比率を  $1 - \mu$  と書くことにする。前者を「買い手」、後者を「売り手」と呼ぶことにしよう。図 2-2 は、ある代表的経済主体の推移が描かれている。取引・交換部門で買い手である経済主体は、実物財の取引が行われれば、それを瞬時に消費し、生産部門に入る。実物財を生産した後、今度は、売り手として取引・交換部門に入る。

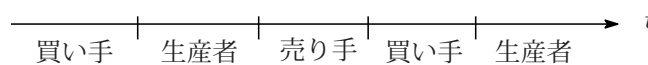


図 2-2：経済主体の推移

## 2.4 均衡

本節では、前節で構築した貨幣モデルの均衡を考える。どのような条件下のとき、取引が成立し、貨幣が受け入れられるのかを考察するには、各経済主体が採用する取引戦略を見る必要がある。本節では、対称的なナッシュ定常均衡 (symmetric stationary Nash equilibrium) を探す。

ある代表的経済主体を考えよう。ナッシュ均衡を特徴付けるには、相手の戦略が与えられたとき、自分は、どのような戦略を取ることが最適かを考える必要がある。まず、ある代表的経済主体の価値関数を定義していこう。前節で述べたように、各期の経済主体の状態は3つに分けられるが、それらを  $j \in \{0, 1, m\}$  と表そう。生産過程にいる経済主体を  $j = 0$

<sup>3</sup>貨幣を保有する者同士が出会う場合は、取引が生じないためここでは無視する。ただし、実物財を保有する者同士が出会った場合、条件が合えば交換が行われる可能性もあるので、本章ではこの場合も扱う。



とする。取引・交換部門において、実物財を保有している経済主体を  $j = 1$ 、貨幣を保有している経済主体を  $j = m$  と表現する。このとき、価値関数  $V_j$  は、それぞれ、

$$rV_0 = \alpha(V_1 - V_0) \quad (2.1)$$

$$rV_1 = \beta(1 - \mu)x^2(U - \epsilon + V_0 - V_1) + \beta\mu x \max_{\pi} \{\pi(V_m - V_1)\} \quad (2.2)$$

$$rV_m = \beta(1 - \mu)x\Pi(U - \epsilon + V_0 - V_m) \quad (2.3)$$

と表される。ここで、 $r > 0$  は時間選好率である。 $\Pi \in [0, 1]$  は実物財保有者が貨幣を受け取る確率であり、 $\pi \in [0, 1]$  は  $\Pi$  を所与としたときのある実物財保有者が選択する貨幣を受け取る確率である。

(2.1) は、代表的経済主体が生産者であるときの利益フローを表す式であり、単位時間当たりの平均生産と生産者から実物財保有者が変わるときに生じるゲインを掛けたもので表される。

(2.2) は、実物財保有者の利益フローを表す式で、2つの項から成る。最初の項は、他の実物財保有者と出会い、取引が行われる場合の期待利益を表す。 $\beta(1 - \mu)$  の率で他の実物財の保有者と出会い、 $x^2$  の確率で欲望の二重の一致が生じるので、取引が始まる確率はそれぞれを掛けた率となる。取引が成立した場合、消費から得る効用  $U$  と、実物財の取引による取引コスト  $\epsilon$  が生じることになる。ただし、消費が行われた場合、ただちに生産者に変化するので、その際に得られる価値の変化  $V_0 - V_1$  が項の中に入っている。第二項は、貨幣保有者と出会い、取引が成立する場合の期待効用である。 $\beta\mu$  の確率で貨幣保有者と出会い、 $x$  の確率で欲望の一重の一致が生じるので、取引が始まる確率はそれぞれを掛けた率となる。そして、 $\pi$  は自身が貨幣との交換に応じる確率であり、代表的経済主体は、他の経済主体が貨幣を受け取る確率  $\Pi$  を所与として、(2.2) の第二項を最大にするような値を選択する。ここで、(2.2) を最大にする  $\pi$  を  $\pi^*$  と記述することにしよう。この  $\pi^*$  は、他の経済主体が貨幣を受け取る確率  $\Pi$  に対する、代表的経済主体の最適反応 (best response) である。また、貨幣を受け取る際には、効用  $U$ 、取引コストは生じないので第二項に  $\epsilon$  は含まれない。

(2.3) は、貨幣保有者の利益フローを表す式である。 $\beta(1 - \mu)$  の確率で実物財の保有者と出会い、 $x$  の確率でいわゆる欲望の一重の一致が生じるので、取引が始まる確率はそれぞれを掛けた率となる。 $\Pi$  は取引相手である実物財の保有者が貨幣を受け取る確率なので、それを掛けた率により、取引が成立する確率が表される。



図 2-3 は、kiyotaki-Wright モデルにおける各経済主体の推移過程を表している。上述の (2.1)-(2.3) の動的計画問題は、相手の戦略  $\Pi$  だけでなく、貨幣保有者の比率  $\mu$  に依存する。

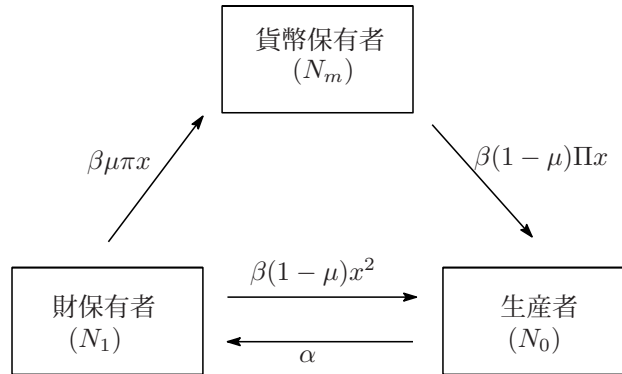


図 2-3：モデルの推移

ここで、 $N_0$ 、 $N_1$ 、 $N_m$  をそれぞれ、全人口に対する生産者、実物財保有者、貨幣保有者の割合であるとしよう。図 2-3 では、経済主体の動的な推移を示しているが、定常状態を導くために、

$$\alpha N_0 = \beta(1-\mu)x^2 N_1 + \beta(1-\mu)\Pi x N_m \quad (2.4)$$

が成立しなければならない。 $N_0 + N_1 + N_m = 1$ 、 $N_m = M$ 、 $\mu = N_m/(N_1 + N_m)$  であることを考慮に入れ、(2.4) の両辺に  $1/(N_1 + N_m)$  を乗じると、

$$\frac{\alpha N_0}{N_1 + N_m} = \beta(1-\mu)[(1-\mu)x^2 + \mu\Pi x] \quad (2.5)$$

を得る。さらに、左辺を書き換え整理すると、(2.5) は、

$$M = \frac{\alpha\mu}{\alpha + \varphi} \quad (2.6)$$

と表される<sup>4</sup>。ここで、 $\varphi = \varphi(\mu, \Pi)$  は、

$$\beta(1-\mu)[(1-\mu)x^2 + \mu\Pi x] \quad (2.7)$$

である。(2.6) は  $\mu$  の二次関数であり、(2.6) から得られる  $\mu = \mu(M, \Pi)$  を (2.1)-(2.3) に代入することで、(2.1)-(2.3) の動的計画問題は、所与の  $M$  に対して、 $\Pi$  から最適反応  $\pi^*$  への対応を定義する。また、任意の  $M \in [0, 1]$ 、 $\Pi \in [0, 1]$  に対して、唯一の値  $\mu = \mu(M, \Pi) \in [0, 1]$  が存在することが、Kiyotaki and Wright (1993) では議論されている。さらに、所与の

<sup>4</sup>(2.5) から (2.6) への書き換えについて述べると、(2.7) の定義より、(2.5) は、 $\alpha \frac{N_0}{N_1 + N_m} = \varphi$  となる。左辺の  $\alpha \frac{N_0}{N_1 + N_m}$  は、 $\alpha \frac{1 - N_1 - N_m}{N_1 + N_m}$  と書き換えられ、整理すれば、 $\alpha(\frac{\mu}{M} - 1)$  となる。よって、(2.6) が導かれる。

$\mu = \mu(M, \Pi)$  に対し、定常状態、すなわち、生産者、実物財保有者の人口が一定となる状態は、

$$N_0 = \frac{\varphi}{\alpha + \varphi} \quad (2.8)$$

$$N_1 = \frac{(1 - \mu)\alpha}{\alpha + \varphi} \quad (2.9)$$

と表される。

再び、(2.1)-(2.3)の問題を詳しく見る。この動的計画の問題において、次のことが確認される。第一に、もし、 $\Pi < x$  が成立しているならば、(2.1)-(2.3) は、 $V_m < V_1$  を含意することがわかる。これにより、このケースの最適反応は、 $\pi^* = 0$  となることが確認できる。この場合の対称均衡では、 $\pi^* = \Pi = 0$  が成立するので、貨幣は交換手段として用いられない。この均衡を非貨幣均衡 (nonmonetary equilibrium) と呼ぶ。ここで、なぜ、 $\Pi < x$  であれば、非貨幣的均衡になるのかを直感的に考えてみる。まず、 $\Pi$  よりも  $x$  の方が大きいということは、物々交換で取引が成立する確率の方が、貨幣的取引が成立する確率よりも大きいことを意味する。すなわち、売り手は、貨幣を受けとって買い手になるよりも、売り手のままでいた方が効用が大きいことになる。これは、 $V_m < V_1$  として表される。したがって、このケースでは、非貨幣的均衡が成立してしまうのである。

第二に、もし、 $\Pi > x$  が成立しているならば、(2.1)-(2.3) は、 $V_m > V_1$  を含意することがわかる。これにより、最適反応は、 $\pi^* = 1$  となる。この場合の対称均衡では、 $\pi^* = \Pi = 1$  が成立するので、欲望の一重の一致が生じたときは必ず、貨幣と実物財は交換されることになる。この均衡を完全貨幣均衡 (pure-monetary equilibrium)、あるいは単に貨幣均衡 (monetary equilibrium) と呼ぶ。直感的な解釈は、先ほどのケースとちょうど逆である。 $\Pi$  よりも  $x$  の方が小さいということは、貨幣的取引が成立する確率の方が大きいことを意味する。すなわち、売り手は、進んで貨幣を受け取り、買い手になった方が効用が上昇する。したがって、このケースでは、貨幣的均衡が成立する。

第三に、 $\Pi = x$  が成立しているならば、(2.1)-(2.3) は、 $V_m = V_1$  を含意し、このとき最適反応は、任意の  $\pi^* = \Pi \in [0, 1]$  となる。この均衡はしばしば、部分的貨幣均衡 (mixed-monetary equilibrium) と呼ばれる。図 2-4 には、上述の 3 つのケース ( $\Pi < x$ 、 $\Pi > x$ 、 $\Pi = x$ ) における、最適反応  $\pi^*$  が描かれている。

以上をまとめると、Kiyotaki-Wright モデルの対称的な定常均衡は、次のように要約される。

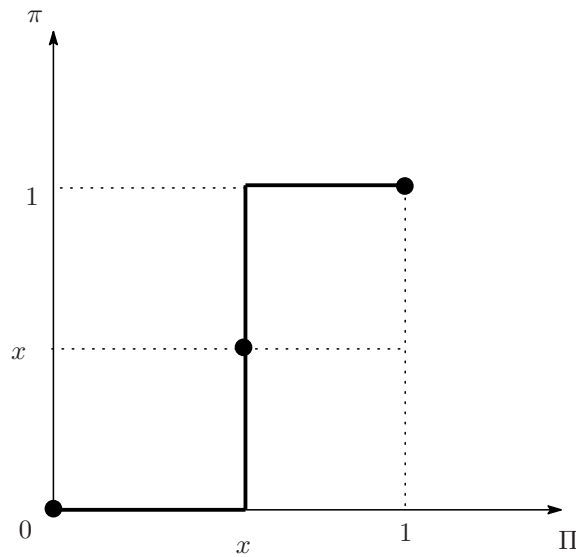


図 2-4：対称的な定常均衡

**定義 2.4.1** 所与の  $M$  に対し、対称的なナッシュ定常均衡は、(2.1)-(2.3) および (2.6)-(2.9) を満たす。また、均衡は以下のように 3 つに分類される。

- (1)  $\Pi = \pi^* = 0$  : 非貨幣均衡 (*nonmonetary equilibrium*)
- (2)  $\Pi = \pi^* = 1$  : (完全) 貨幣均衡 (*pure-monetary equilibrium*)
- (3)  $\Pi = \pi^* = x$  : 部分的貨幣均衡 (*mixed-monetary equilibrium*)

対称的なナッシュ定常均衡を解く手続きを整理すると、 $M, \Pi \in \{0, 1, x\}$  を所与として、(2.6) から、定常状態における  $\mu$  が導出され、それが用いられ、(2.6)、(2.8)、(2.9) により、定常状態での買い手、生産者、売り手の比率が決定される。また、(2.6) により、導出された  $\mu$  を (2.1)-(2.3) に代入することで、 $V_0, V_1, V_m$  が導かれる。

## 2.5 厚生分析

本節では、先に見た 3 つの均衡 (非貨幣均衡、完全貨幣均衡、部分的貨幣均衡) における経済厚生を比較する。ここでは、よりモデルの取り扱いを簡単にするために、 $\alpha \rightarrow \infty$  を想定しよう。このケースでは、生産は瞬時に行われることになるので、全ての経済主体は実物財保有者  $1 - M$  か貨幣保有者  $M$  であると見なすことができる ( $N_0 \rightarrow 0$ )。すなわち、 $N_m = M, N_1 = 1 - M, \mu = M$  である。これを用いると (2.1)-(2.3) は、

$$rV_1 = \beta(1 - M)x^2(U - \epsilon) + \beta\mu x \max_{\pi} \{\pi(V_m - V_1)\} \quad (2.10)$$

$$rV_m = \beta(1 - M)x\Pi(U - \epsilon + V_1 - V_m) \quad (2.11)$$

と書き直せる。

(2.10)、(2.11) から、 $V_1$ 、 $V_m$  を求めると、

$$V_1 = \frac{\beta(1 - M)x^2(U - \epsilon) + \beta\mu x\pi V_m}{r + \beta\mu x\pi} \quad (2.12)$$

$$V_m = \frac{\beta(1 - M)x\Pi(U - \epsilon + V_1)}{r + \beta(1 - M)x\Pi} \quad (2.13)$$

を得る。そして、(2.12) を (2.11)、(2.13) を (2.10) に代入し、整理すると、

$$rV_1 = \psi\{rx + \beta x\Pi[M\Pi + (1 - M)x]\} \quad (2.14)$$

$$rV_m = \psi\{r\Pi + \beta x\Pi[M\Pi + (1 - M)x]\} \quad (2.15)$$

が導出される。ここで、 $\psi = (U - \epsilon)\beta(1 - M)x/(r + \beta x\Pi)$  である。(2.14)、(2.15) に  $\Pi = 0$  (非貨幣均衡)、 $\Pi = x$  (部分的貨幣均衡)、 $\Pi = 1$  (完全貨幣均衡)、をそれぞれ代入し、3つの均衡の厚生分析を行う。

以降、 $V^N$ 、 $V^M$ 、 $V^P$  はそれぞれ、非貨幣均衡、部分的貨幣均衡、貨幣均衡における価値関数を表すものとする<sup>5</sup>。まず、(2.14) を用いて、 $V_1$  を計算すると、

$$V_1^N = \frac{\beta(1 - M)x^2(U - \epsilon)}{r} \quad (2.16)$$

$$V_1^M = \frac{\beta(1 - M)x^2(U - \epsilon)}{r} \quad (2.17)$$

$$V_1^P = \frac{\beta(1 - M)x^2(U - \epsilon)}{r} \cdot \frac{r + \beta[M + (1 - M)x]}{r + \beta x} \quad (2.18)$$

を得る。したがって、 $V_1^N = V_1^M < V_1^P$  となることが確認される。(2.18) が (2.16)、(2.17) よりも値が大きいことを示すには、 $M + (1 - M)x > x$  を示せば十分である。整理すれば、 $M > xM$  であるので、(2.18) の方が値が大きいことが確認される。

次に、(2.15) を用いて、 $V_m$  を計算すると、

$$V_m^N = 0 \quad (2.19)$$

<sup>5</sup> $N$  は non、 $M$  は mixed、 $P$  は pure の頭文字を、それぞれ表している。

$$V_m^M = \frac{\beta(1-M)x^2(U-\epsilon)}{r} \quad (2.20)$$

$$V_m^P = \frac{\beta(1-M)x(U-\epsilon)}{r} \cdot \frac{r + \beta x[M + (1-M)x]}{r + \beta x} \quad (2.21)$$

を得る。このことから、 $V_m^N < V_m^M < V_m^P$  の関係がわかる。(2.21) が (2.20) よりも値が大きいことを示すには、 $\{r + \beta x[M + (1-M)x]\}/(r + \beta x) > x$  を示せばよい。整理すれば、 $(\beta x M - \beta x^2 M) + r > xr$  であり、 $(\beta x M - \beta x^2 M)$  は正であるので、不等式は矛盾しない。よって、(2.21) の方が値が大きいことが確認される。

(2.16)-(2.21) の結果をみると、貨幣均衡における  $V_1^P$ 、 $V_m^P$  は、他の均衡のそれよりも厳密に大きくなっていることが分かる。また、買い手にとっては、非貨幣均衡における価値関数の値が最も小さいが、売り手にとっては、非貨幣均衡と部分的貨幣均衡の価値関数の値は等しくなっている。これは、物々交換で取引が行われる確率と貨幣的取引が行われる確率が等しいため、売り手にとっては、非貨幣均衡と部分的貨幣均衡が無差別となるからである。結果をまとめると、非貨幣均衡から部分的貨幣均衡への移行は、少なくとも厚生が悪化は生じない。また、部分的均衡から貨幣均衡への移行においては、全ての経済主体において、厚生は改善することが見て取れる。その意味で、貨幣均衡は他の均衡をパレート支配していると言える。

## 2.6 まとめ

本章では、ほぼ全ての貨幣サーチ・モデルの基盤となっているといってもよい、第一世代の貨幣サーチ・モデルを考察した。第一世代モデルは、実物財、貨幣とも完全に分割不可能であり、価格分析などができないという弱さがあるが、貨幣の本質的な機能の一つである、交換媒体としての機能を理解するに当たっては、非常に有益なモデルであり、示唆に富む。

本章では、Kiyotaki-Wright モデルに基づき、第一世代の貨幣サーチ・モデルを見てきたが、ここでは、貨幣が有用となり、流通するための条件が確認された。また、非貨幣均衡という貨幣が全く流通しない均衡、すなわち全ての経済主体が貨幣を受け取らない均衡や、全ての人ではないが、部分的にしか貨幣を受け取られない部分的貨幣均衡が存在すること

を見た。このような均衡の違いは、経済主体間で貨幣の受け取りに対し、どのような予想・期待を抱くかにより生じる。特に、非貨幣均衡では、全ての経済主体が、他の経済主体も貨幣を受け取らないであろうという予想が支配的である均衡として特徴付けられる。貨幣サーチ・モデルでは、この非貨幣均衡はほとんどのモデルで存在し、内在的に備わっているものと言える。

次章の第3章では、本章で扱えなかった価格分析が行われる。第3章の第二世代の貨幣サーチ・モデルにおいては、実物財は完全に分割可能であり、各経済主体は任意単位を生産・保有することが許容される。ただし、貨幣の分割不可能性の仮定は引き継がれる。

## 第3章 第二世代の貨幣サーチ・モデル

### 3.1 はじめに

本章では、Trejos and Wright (1995) を参考にし、第二世代の貨幣サーチ・モデルを分析する。ここでは、以下のことが仮定される。(1) 貨幣は分割不可能で、各経済主体は1単位のみ保有が可能であり、かつ(2') 実物財は完全に分割可能で、各経済主体は任意単位の生産・保有が可能である。

前章では、実物財、貨幣ともに完全に分割不可能であり、0か1単位のみ保有しか許されなかった。そのため、実物財と貨幣の交換は、常に一対一となり、価格水準は1に固定され、買い手が交換媒体として貨幣を受け入れるかどうかという点だけが問題となった。本章では、各経済主体は、実物財を任意単位だけ生産・保有することが許容されるため、価格の決定に際して、交渉が重要な役割を担うことになる。すなわち、買い手が貨幣を交換媒体として受け入れるかどうかだけでなく、買い手と売り手がともに納得する交換条件、つまり貨幣1単位につき何単位の实物財との交換が妥当かということも交渉により導かれる。

本章では、Trejos and Wright (1995) に倣い、交換条件が、協力ゲームの解(本章ではナッシュ交渉解のみ取り上げる)として導かれるケースと、非協力ゲームの解として導かれるケースの両方を扱う。また、ある2人の経済主体間で一度交渉が始まると、交渉がまとまるまで、両者はその場から離れることができないと仮定されるケースと、交渉の場を離れることが可能であるケースの両方を扱う。前者では、交渉決裂点における利得(効用)の組み合わせ  $d$  が、 $d = (0, 0)$  と表されることになり、後者では、交渉が決裂した場合の利得(効用)は、0以外の値をとる。

最初に、取引者が交渉の場を離れることが不可能なケースを扱うが、これは、交渉の場を離れることが可能であるケースよりも分析が簡単になる。本章で、非協力ゲームの枠組みにおける交渉ゲームが初めて導入されるため、最初に、比較的簡単な交渉ゲームから考察することにする。続いて、取引者が交渉の場を離脱可能なケースを考察する。

## 3.2 モデルの環境

本節では、第二世代の貨幣サーチ・モデルを構築する。経済は、無期限に生存する連続的経済主体  $i \in [0, 1]$  により構成される。時間は連続的であるが、各経済主体は離散的なタイミングで、実物財を生産し、消費する。ただし、各経済主体は、経済主体全体のある比率  $x$  が生産する実物財のみを需要できるものとする。対称的に、各経済主体が生産する実物財は、比率  $x$  の経済主体により、需要される。また、自分が消費できる実物財は、自分自身で生産することができないと仮定する。これは、実物財を消費するためには、交換が必要となることを意味する。実物財は、完全に分割可能であるとし、取引量を  $q$  と表わす。 $q$  単位の消費から得られる効用は、 $u(q) > 0$  と表され、消費量に応じ変化する。また、売り手が実物財を生産する際の効用コストは、 $c(q) \geq 0$  と表わされる。 $u(q)$ 、 $c(q)$  は、それぞれ、 $u' > 0$ 、 $c' > 0$ 、 $u'' \leq 0$ 、 $c'' \geq 0$  を満たすものとし、 $u(0) = c(0) = 0$ 、 $u'(0) > c'(0) = 0$  であり、 $u(\hat{q}) = c(\hat{q})$  を満たす  $\hat{q} > 0$  が存在すると仮定する。このことは、 $u'(q^*) = c'(q^*)$  を満たす  $q \in (0, \hat{q})$  が存在することを含意する。

貨幣は政府により、初期に、人口のある比率  $M \in [0, 1]$  に 1 単位付与されるものとする。このとき、 $M$  の比率の経済主体が買い手となり、 $1 - M$  の比率の経済主体が売り手となると解釈できる。また、貨幣は分割不可能であり、経済主体は、1 単位を超える貨幣を保有することはできない。さらに、貨幣自体は消費はされないものとし、貨幣保有による効用は直接的には発生しない。取引が生じる場合は、貨幣 1 単位と実物財  $q$  単位が交換され、貨幣保有者は保有しているすべての貨幣 (1 単位) を費やす。貨幣の生産は政府によりなされ、他の私的機関では生産されないものとする。

交渉は、每期ランダムに組まれたペアの間で行われ、両者が合意すれば取引が成立する。そして、ある期にペアを組んだ 2 人が、その後に再びペアを組む確率は 0 であるため、信用取引は行われぬ。また、簡単化のために、ここでは、欲望の二重の一致は生じないと仮定しよう。例えば、買い手のみが移動し、売り手は移動せず、売り手同士は出会わないような経済を想定する。各経済主体間のマッチングについては、単位時間当たり、一定の到着率  $\beta > 0$  を持つポアソン過程に従い、ランダムに出会うものとする。すなわち、買い手が移動し、ランダムに買い手と売り手、もしくは買い手同士が出会う<sup>1</sup>。このとき、経済主体のうち  $M$  の割合が買い手であるので、買い手は、単位時間当たり  $\beta(1 - M)$  の確率で実物財保有者に出会うことになる。さらに、 $x$  は買い手が需要する実物財の割合であり、そ

<sup>1</sup>買い手同士が出会った場合は、何も生じない



れを供給できる売り手の割合が  $x$  であるので、買い手は  $\beta(1 - M)x$  の確率で、適した売り手に出会う。一方、売り手にとっては、単位時間当たり  $\beta M$  の確率で貨幣保有者に出会い、 $\beta Mx$  の確率で、売り手にとって適した買い手と出会う。ここで、一般性を失うことなく、 $\beta x = 1$  と仮定する。適した相手と出会ったとき、両者は「交渉」で、貨幣1単位と交換される実物財の取引量  $q$  を決定する。

### 3.3 価値関数

ここでは、売り手、買い手の価値関数を定義し、どのような条件の下で、貨幣的交換が成立するのを見る。貨幣1単位と交換される実物財の取引量  $q_t$  は、本来交渉で決められるが、本節では、 $q_t$  を  $Q_t$  と記し、外生的に与えられるものとして議論する。 $V_{st}$ 、 $V_{bt}$  をそれぞれ、売り手、買い手の価値関数とし、 $\Delta$  はある長さの時を表す正の実数とする。売り手の価値関数  $V_{st}$  は、

$$V_{st} = \frac{1}{1 + r\Delta} \{M\Delta[V_{bt+\Delta} - c(Q_{t+\Delta})] + (1 - M\Delta)V_{st+\Delta} + o(\Delta)\} \quad (3.1)$$

と表わされる。 $r$  は時間選好率である。

(3.1) を詳しく説明しよう。右辺第一項は、売り手にとって適した買い手と出会う場合を表わしている。すなわち、 $\Delta$  の間隔において、売り手が1人の適した買い手と1回だけ出会う確率は  $M\Delta$  で表わされ、このとき、取引が行われた場合、売り手は、生産時に  $c(Q_{t+\Delta})$  の効用コストを被り、 $\Delta$  後は買い手になるので、 $V_{bt+\Delta}$  の価値を得る。第二項は、売り手にとって適した相手と出会わない場合である。 $\Delta$  の間隔において、売り手が適した買い手と出会わない確率は  $1 - M\Delta$  で表わされ、このとき、取引は行われないので、 $\Delta$  後も売り手のままの  $V_{st+\Delta}$  となる。第三項の  $o(\Delta)$  は、二人以上の買い手と出会う場合などの1次近似の誤差である。

ここで、(3.1) を整理すれば、

$$r\Delta V_{st} = M\Delta[V_{bt+\Delta} - V_{st+\Delta} - c(Q_{t+\Delta})] + V_{st+\Delta} - V_{st} + o(\Delta) \quad (3.2)$$

を得る。両辺を  $\Delta$  で割り、極限  $\Delta \rightarrow 0$  をとると、

$$rV_{st} = M[V_{bt} - V_{st} - c(Q_t)] + \dot{V}_{st} \quad (3.3)$$

が導出される<sup>2</sup>。

<sup>2</sup> $\Delta$  を0へ極限に近づけたときの  $(V_{st+\Delta} - V_{st})/\Delta$  は、 $\dot{V}_{st}$  と表わされている。また、 $o(\Delta)/\Delta$  は0となる。

同様に、買い手の価値関数  $V_{bt}$  は、

$$V_{bt} = \frac{1}{1+r\Delta} \{(1-M)\Delta[u(Q_{t+\Delta}) + V_{st+\Delta}] + (1-(1-M)\Delta)V_{bt+\Delta} + o(\Delta)\} \quad (3.4)$$

と表わされる。(3.4)の右辺第一項は、買い手にとって適した売り手と出会う場合を表わす。 $\Delta$ の間隔において、買い手が1人の適した売り手と1回だけ出会う確率は $(1-M)\Delta$ で表わされ、このとき、取引が行われた場合、買い手は消費から $u(Q_{t+\Delta})$ の効用を得、 $\Delta$ 後は売り手になるので、 $V_{st+\Delta}$ の価値を得る。第二項は、買い手にとって適した相手と出会わない場合である。 $\Delta$ の間隔において、買い手が適した買い手と出会わない確率は $(1-(1-M))\Delta$ で表わされ、このとき、取引は行われないので、 $\Delta$ 後も買い手のままの $V_{bt+\Delta}$ となる。第三項は、(3.1)と同様、1次近似の誤差を表す。

(3.4)を整理すれば、

$$r\Delta V_{bt} = (1-M)\Delta[u(Q_{t+\Delta}) + V_{st+\Delta} - V_{bt}] + V_{bt+\Delta} - V_{bt} + o(\Delta) \quad (3.5)$$

を得る。両辺を $\Delta$ で割り、極限 $\Delta \rightarrow 0$ をとると、

$$rV_{bt} = (1-M)[u(Q_t) + V_{st} - V_{bt}] + \dot{V}_{bt} \quad (3.6)$$

が導出される。

ここで、定常状態を考えよう。このとき、(3.3)、(3.6)はそれぞれ、

$$rV_s = M[V_b - V_s - c(Q)] \quad (3.7)$$

$$rV_b = (1-M)[u(Q) + V_s - V_b] \quad (3.8)$$

となる。したがって、(3.7)、(3.8)を用いて、 $V_s$ 、 $V_b$ を解けば、定常状態では、

$$V_s(Q) = \frac{M}{r(1+r)} [(1-M)u(Q) - (1+r-M)c(Q)] \quad (3.9)$$

$$V_b(Q) = \frac{1-M}{r(1+r)} [(r+M)u(Q) - Mc(Q)] \quad (3.10)$$

となる。ここで、 $V_b - c(Q) > V_s > 0$ という条件は、売り手が貨幣を進んで受け入れる条件として解釈できる。上述のこの条件は、外生的に $Q$ が与えられた場合における売り手、買い手の価値関数の情報のみを用いて、議論されている。

**命題 3.3.1**  $V_b - c(Q) > V_s > 0$ となるための必要十分条件は、 $(1-M)u(Q) > (1+r-M)c(Q)$ で与えられる。

(証明)

$V_b - c(Q) > V_s > 0$ であれば、 $(1 - M)u(Q) > (1 + r - M)c(Q)$  が成り立つことのみ証明する。逆は明らかである。(3.10) から、

$$\begin{aligned} V_b(Q) - c(Q) &= \frac{1 - M}{r(1 + r)} [(r + M)u(Q) - Mc(Q)] - c(Q) \\ &= \frac{1}{r(1 + r)} [(1 - M)(ru(Q) + Mu(Q) - Mc(Q))] - c(Q) \\ &= \frac{1}{r(1 + r)} [ru(Q) - rMu(Q) + Mu(Q) - M^2u(Q) - Mc(Q) + M^2c(Q)] \\ &\quad - c(Q) \\ &= \frac{M}{r(1 + r)} [(1 - M)u(Q) - (1 - M)c(Q)] + \frac{u(Q)}{1 + r} - \frac{Mu(Q)}{1 + r} - c(Q) \end{aligned}$$

となる。また、(3.9) から、

$$V_s(Q) = \frac{M}{r(1 + r)} [(1 - M)u(Q) - (1 - M)c(Q)] - \frac{Mc(Q)}{1 + r}$$

である。ここで、 $V_b - c(Q) > V_s > 0$  と仮定しよう。これは、 $u(Q) - Mu(Q) - (1 + r)c(Q) + Mc(Q) > 0$  を含意する。それゆえ、 $V_b - c(Q) > V_s > 0$  であれば、 $(1 - M)u(Q) > (1 + r - M)c(Q)$  である。 (証明終わり)

### 3.4 交渉 (1)

前節では、実物財の取引量  $q$  は外生的に与えられたものとして考えてきた。本節では、具体的にどのようにして、交渉で取引量が決まるのかを考える。まず、公理的な立場から見た交渉理論を用いて導出する。ここでは、ナッシュ交渉解を用いよう。次に、戦略的な立場から見た、交渉理論を用いて導出する。

#### 3.4.1 公理的交渉理論

ここでは、第1章での交渉決裂点  $d$  における価値を 0 として考えよう。交渉決裂点  $d$  における価値が 0 であるときのナッシュ交渉解は、

$$\arg \max_q [V_s + u(q)][V_b - c(q)] \quad (3.11)$$

で与えられる。第1章の「ナッシュ交渉解」では、

$$N(S, d) = \arg \max_{x \in I(S, d)} \prod_{i=1}^n (x_i - d_i)$$

の形でナッシュ交渉解が与えられた。 $n = 2$ 、 $d = (0, 0)$ 、 $x_1 = V_s + u(q)$ ：買い手、 $x_2 = V_b - c(q)$ ：売り手、とすれば、(3.11)が導かれる。

(3.11)の一階条件を求めれば、

$$\frac{V_s + u(q)}{V_b - c(q)} = \frac{u'(q)}{c'(q)} \quad (3.12)$$

を得ることができる。すなわち、第1章でみたように、4つのナッシュの公理を満たす解は、買い手が得る価値と売り手が得る価値の比率が、 $u'(q)$ と $c'(q)$ の比率と等しくなるように取引量 $q$ が決定されることになる。

### 3.4.2 戦略的交渉理論

本項では、Rubinstein (1982) と同じような非協力ゲームの枠組みで、交渉解を求めている。ゲームの設定は以下のとおりである。

買い手が適した売り手と出会った場合、実物財の取引量に関して交渉を始めるが、買い手と売り手のうちどちらか1人が、取引量 $q$ を提案する側になる。どちらが提案する側になるかは、2分の1の確率でランダムに決定される。次に、取引量を提案される側は、その提案を受け入れるか拒否するかを決める。もし、提案を受け入れた場合は、交渉が成立し、買い手は1単位の貨幣を売り手に支払い、 $q$ 単位の実物財を得る。もし、拒否した場合は、 $\Delta$ の間隔をあけ、再び同じ取引相手と交渉をすることになる。すなわち、最初に戻り、再び、どちらが提案する側になるかが、確率2分の1でランダムに決められ、交渉を再開する<sup>3</sup>。 $V_s$ 、 $V_b$ を所与として、このゲームの部分ゲーム完全均衡 (subgame perfect equilibrium) を探すことが、この交渉における解となる。

後に導出されるが、部分ゲーム完全均衡においては、売り手は常に $q_s(\Delta)$ を提案し、買い手は常に、 $q_b(\Delta)$ を提案する。そして、交渉は最初のラウンドで、常に受け入れられる。また、交渉の再開を待つ間隔 $\Delta$ が0に十分近付けば、 $q_s$ 、 $q_b$ は一点に収束することが示される。

<sup>3</sup>交渉を再開するまでの間 ( $\Delta$ ) に、新たな取引者と出会い、再交渉の場に戻らない可能性があるかないかで、交渉解が異なってくる。ここでは、新たな取引者には出会わないと仮定する。また、交渉が一旦始まると、成立するまで交渉の場を離れることはできないと仮定する。後に見るように、このような仮定の下で、戦略的な交渉解は、交渉決裂点 $d$ での値が0のナッシュ交渉解と一致する。

それでは、買い手、売り手は取引量に関して、どのような提案をするのかを考えてみる。  
売り手が提案者の場合、以下の関係式

$$V_s + u(q_s) = \frac{1}{1+r\Delta} \left[ V_s + \frac{1}{2}u(q_s) + \frac{1}{2}u(q_b) \right] \quad (3.13)$$

を満たす提案をすることになる。(3.13)の左辺は、買い手が提案を受け入れた場合に得る価値であり、右辺は、提案を拒否した場合の買い手の期待価値である。拒否をした場合は、 $\Delta$ の間隔をあけ、再びどちらが提案者になるのかが、2分の1の確率で決まる。したがって、提案者が再び売り手になる場合と、今度は買い手が提案者になる場合の2つの可能性がある。(3.13)は、売り手が提案者のとき、売り手は、左辺と右辺がちょうど等しくなる $q_s$ を提案することを示している。

買い手が提案者の場合も同様に、以下の関係式

$$V_b - c(q_b) = \frac{1}{1+r\Delta} \left[ V_b - \frac{1}{2}c(q_s) - \frac{1}{2}c(q_b) \right] \quad (3.14)$$

を満たす提案をする。(3.14)の左辺は、売り手が提案を受け入れた場合に得る価値であり、右辺は、提案を拒否した場合の売り手の期待価値である。(3.13)と同じように、買い手は、売り手が提案を受け入れた場合と拒否した場合の価値が、ちょうど等しくなるような $q_b$ を提案する。

(3.13)、(3.14)を整理すれば、

$$2\Delta r[V_s + u(q_s)] = u(q_b) - u(q_s) \quad (3.15)$$

$$2\Delta r[V_b - c(q_b)] = c(q_b) - c(q_s) \quad (3.16)$$

を得る。極限 $\Delta \rightarrow 0$ を取れば、(3.15)、(3.16)の左辺は消え、これは、 $q_s$ と $q_b$ が等しくなることを意味する。この極限における値を、添え字( $s, b$ )を取った $q$ とする。さらに、(3.15)、(3.16)の比を取れば、

$$\frac{V_s + u(q_s)}{V_b - c(q_b)} = \frac{\frac{u(q_b) - u(q_s)}{2\Delta r}}{\frac{c(q_b) - c(q_s)}{2\Delta r}} \quad (3.17)$$

が導出される。ここで、極限 $\Delta \rightarrow 0$ を取ると、

$$\frac{V_s + u(q)}{V_b - c(q)} = \frac{u'(q)}{c'(q)} \quad (3.18)$$

となる。

(3.18) と前項の (3.12) は、同じ式となっていることがわかる。すなわち、本項での非協力ゲームの枠組みから導出される交渉解  $q$  と、公理的な交渉解であるナッシュ交渉解  $q$  が (極限において) 等しくなることが示された<sup>4</sup>。

### 3.5 均衡

本節では、ナッシュ交渉解を仮定した場合の対称的な定常均衡を定義し、貨幣均衡は唯一であるかどうかを考察する。対称的な定常均衡は以下で表される。

**定義 3.5.1** 対称的な定常均衡は、以下の (1)、(2) を満たす  $(Q, V_s, V_b)$  で与えられる。

- (1) 所与の  $V_s, V_b$  に対し、 $q = Q$  は (3.18) を満たす。
- (2) 所与の  $Q$  に対し、 $V_s$  と  $V_b$  は (3.9)、(3.10) を満たす。

本節では、貨幣均衡 (monetary equilibrium) と非貨幣均衡 (nonmonetary equilibrium) に分け議論する。貨幣均衡は、貨幣が価値を持つときの均衡であり、貨幣が用いられ財が取引される ( $Q > 0$ )。一方、非貨幣均衡では貨幣の価値がゼロとなる均衡であり、財は取引されない ( $Q = 0$ )。

ここより、(3.18) を満たす  $q$  は、以下の式

$$V_b(Q) - c(q) \geq V_s(Q) \quad (3.19)$$

$$V_s(Q) + u(q) \geq V_b(Q) \quad (3.20)$$

をも満たすことを確認する。上式は、取引成立時において、売り手、買い手とも今の状態より少なくとも悪くはならないことを意味する。(3.9)、(3.10) を (3.19)、(3.20) の  $V_s(Q)$ 、 $V_b(Q)$  に代入し、整理すると、

$$\varphi(q) \equiv (1 - M)u(q) - (1 + r - M)c(q) \geq 0 \quad (3.21)$$

$$\psi(q) \equiv (r + M)u(q) - Mc(q) \geq 0 \quad (3.22)$$

がそれぞれ得られる。まず、上の二式から、任意の  $q \geq 0$  に対し、(3.21) が成立していれば、(3.22) も成立することを見る。

<sup>4</sup>本節では、交渉が成立するまで、再提案が永久に繰り返され、決裂点  $d$  における価値が 0 であるときのケースを扱っている。Rubinstein and Wolinsky (1985) では、交渉決裂点  $d$  が 0 ではない、より一般的な場合を扱っている。この場合も、非協力ゲームの枠組みから導出される交渉解とナッシュ交渉解 (極限では) 等しくなることを示せる。本章では、第 6 節でそのようなケースを扱う。

**補題 3.5.1**  $r > 0$  と  $M \in (0, 1)$  とする。

(1)  $\varphi(q) \geq 0$  を満たす任意の  $q \geq 0$  は、 $\psi(q) \geq 0$  もまた満たす。

(2) (3.21)、(3.22) が満たされるための必要十分条件は、 $q$  がある境界値  $\bar{q} = \bar{q}(r, M)$  よりも小さい値であることである。

(証明)

(1)  $\varphi(q)$  により、 $(1 - M)u(q) - (1 - M)c(q) - rc(q) \geq 0$  であれば、 $u(q) > c(q)$  が成り立つ。したがって、仮定より  $r > 0$  であるので、 $\psi(q) \equiv (r + M)u(q) - Mc(q) \geq 0$  である。

(2) ある大きな  $q \geq 0$  に対し、 $u(q) < c(q)$  が成り立つ。また、 $\varphi(0) = 0$ 、 $\varphi'(0) > 0$ 、 $\varphi'' < 0$  であるので、ある大きな  $q \geq 0$  に対し  $\varphi < 0$  である。ゆえに、 $q$  がある境界値  $\bar{q} = \bar{q}(r, M)$  よりも小さければ、(3.21)、(3.22) は満たされ、その逆も成り立つ。 (証明終わり)

図 3-1 には、補題 3.5.1 における  $\varphi(q)$  と  $\bar{q}$  の関係が描かれている。

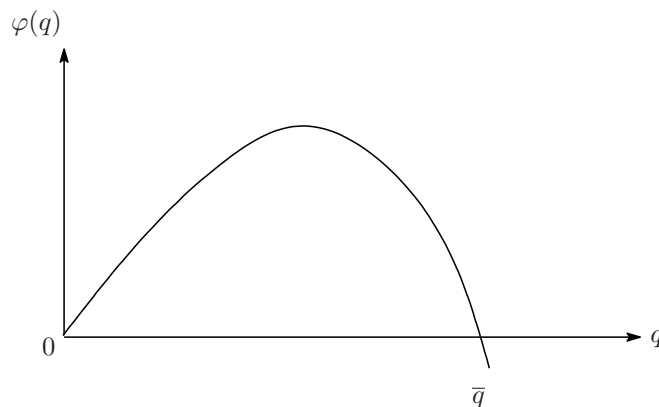


図 3-1 :  $\varphi$  と  $\bar{q}$

**命題 3.5.1** (Trejos and Wright, 1995) 任意の  $r > 0$  と  $M \in (0, 1)$  に対し、定常な非貨幣均衡と唯一の定常な貨幣均衡が存在する。また、貨幣均衡では、(3.21)、(3.22)、 $u'(q) > c'(q)$  が成立する。

(証明)

定常な非貨幣均衡の存在は、 $Q = V_s = V_b = 0$  が、均衡条件を全て満たしていることから、直ちに示される。次に、貨幣均衡の存在を確かめよう。交渉解のための条件 (3.18) から、

$$[V_b(Q) - c(q)]u'(q) - [V_s(Q) + u(q)]c'(q) = 0$$



を得る。 $V_s$ 、 $V_b$ を代入し、 $Q = q$ とすれば、 $T(q) = 0$ を得る。ここで、

$$T(q) \equiv [(r + M)(1 - M)u(q) - \{M(1 - M) + r(1 + r)\}c(q)]u'(q) \\ - [\{M(1 - M) + r(1 + r)\}u(q) - M(r + 1 - M)c(q)]c'(q)$$

である。 $\Phi \equiv M(1 - M) + r(1 + r)$ と定義し、さらに整理すると、

$$T(q) = [(r + M)(1 - M)u(q) - \Phi c(q)]u'(q) - [\Phi u(q) - M(1 + r - M)c(q)]c'(q) \quad (3.23)$$

を得る。また、

$$T'(q) = [(r + M)(1 - M)u(q) - \Phi c(q)]u''(q) + [(r + M)(1 - M)u'(q) - \Phi c'(q)]u'(q) \\ - [\Phi u(q) - M(1 + r - M)c(q)]c''(q) - [\Phi u'(q) - M(1 + r - M)c'(q)]c'(q) \quad (3.24)$$

であるので、 $T(0) = 0$ 、 $T'(0) > 0$ 、 $T(\bar{q}) < 0$ を示すことができる。したがって、連続性により、 $T(q) = 0$ を満たす、 $q \in (0, \bar{q})$ が存在する。

この均衡が唯一であることを示す。そのために、 $T(q) = 0$ を

$$\frac{c'(q)}{u'(q)} = \frac{(r + M)(1 - M)u(q) - \Phi c(q)}{\Phi u(q) - M(r + 1 - M)c(q)} \quad (3.25)$$

と書き直す。 $u'(q) \leq 0$ 、 $c'(q) \geq 0$ であるので、左辺は厳密な意味での増加関数である。右辺は、区間  $(0, \bar{q})$ において、厳密な意味での減少関数となることを示せる。ゆえに、この均衡は唯一である。

最後に、均衡では、 $u'(q) > c'(q)$ であることを示す。 $q^*$ は  $u'(q^*) = c'(q^*)$ を解く値であり、このとき、 $T(q^*) < 0$ となる。したがって、 $u'(q) > c'(q)$ が成り立たなければならない。

( 証明終わり)

本節の最後に、最適な  $M$  について考える。経済厚生  $W$  を  $MV_b + (1 - M)V_s$  と定義しよう。これは、初期に貨幣が付与される前の事前 (ex ante) 期待価値と解釈される。(3.9)、(3.10) から、

$$W = M \frac{1 - M}{r(1 + r)} [(r + M)u(q) - Mc(q)] \\ + (1 - M) \frac{M}{r(1 + r)} [(1 - M)u(q) - (r + 1 - M)c(q)] \quad (3.26)$$

を得る。(3.26)を整理すれば、

$$rW = M(1 - M)[u(q) - c(q)] \quad (3.27)$$

と表される。ここで、(3.27)の  $M$  に関する微分を取ると、

$$r \frac{\partial W}{\partial M} = (1 - 2M)(u - c) + M(1 - M)(u' - c') \frac{\partial q}{\partial M} \quad (3.28)$$

が導出される。(3.28)を見ると、 $q$ が外生的に与えられるならば、 $M$ が1/2のとき、 $W$ は最大となる。本モデルにおける最適な  $M$  は、右辺第一項の流動性効果 (liquidity effect) と、第二項の価格水準の変化がもたらす効果をバランスさせるように決まる。

### 3.6 交渉 (2)

第4節2項でのゲームの設定では、交渉が始まると、その場を離れることはできず、同じ相手と交渉が成立するまで、交渉ゲームが続く設定であった。また、提案が拒否された場合、同じ相手と交渉が始まるまでに  $\Delta$  の長さの時間を待つという設定であった。本節においては、 $\Delta$  の間に、新たな取引者と出会う可能性がある場合を考える。

ここで、 $\lambda_s$  は、再交渉を待つ買い手が新しい取引者と出会い、売り手が交渉相手を失う確率を表すことにする。交渉者は自ら進んで、交渉自体を終わらせることはなく、それが生じるのは、現在の交渉相手が新しい相手を見つけ、かつ自分は新しい交渉相手を見つけないときである。それを考慮に入れると、 $\lambda_s$  は、

$$\lambda_s = \Delta(1 - M)(1 - \Delta M) + o(\Delta)$$

と表される。すなわち、 $\Delta$  の間に、買い手が他の売り手と1回だけ出会う確率は  $\Delta(1 - M)$  と表され、 $\Delta$  の間に、売り手が他の買い手と出会わない確率は  $(1 - \Delta M)$  と表される。 $o(\Delta)$  はその他を含む誤差であるが、 $\Delta$  を極限に小さくするケースを考えるため、以後無視する。さらに、 $(1 - \lambda_s)$  は、売り手も買い手も他の新しい取引相手を見つけないケースと、売り手のみ他の取引相手を見つけないケースの両方を含む。

一方、 $\lambda_b$  は、売り手が新しい取引者と出会い、買い手が交渉相手を失う確率を表すことにする。 $\lambda_b$  は、

$$\lambda_b = \Delta M[1 - \Delta(1 - M)] + o(\Delta)$$

と表される。すなわち、 $\Delta$  の間に、売り手が他の買い手と1回だけ出会う確率は  $\Delta M$  と表され、 $\Delta$  の間に、買い手が他の売り手と出会わない確率は  $[1 - \Delta(1 - M)]$  と表される。同様に、 $o(\Delta)$  はその他を含む誤差であるが、以後無視する。さらに、 $(1 - \lambda_b)$  は、売り手も

買い手も他の新しい取引相手を見つけることができないケースと、買手のみ他の取引相手を見つけるケースの両方を含む。

第4節と同様に、 $q_s$  を売り手が提案する取引量を表すとすれば、 $q_s$  は、

$$V_s + u(q_s) = \frac{1}{1+r\Delta} \left\{ \lambda_b V_b + (1-\lambda_b) \left[ V_s + \frac{1}{2}u(q_s) + \frac{1}{2}u(q_b) \right] \right\} \quad (3.29)$$

を満たす。(3.29)の左辺は、買い手が提案を受け入れた場合の価値であり、右辺は、拒否した場合の買い手の期待価値である。拒否した場合、2つの可能性がある。一つは、売り手に新たな取引者が見つかり、買い手が残され、買い手のままでいるケース ( $\lambda_b V_b$ ) である。もう一つは、売り手、買い手とも新たな取引者が見つからないか、買い手に新たな取引者が見つかるケース ( $(1-\lambda_b) [V_s + \frac{1}{2}u(q_s) + \frac{1}{2}u(q_b)]$ ) である。(3.29)は先に求めた  $\lambda_b$  を代入して、

$$V_s + u(q_s) = \frac{1}{1+r\Delta} \left\{ \Delta M [1 - \Delta(1-M)] V_b + (1 - \Delta M [1 - \Delta(1-M)]) \left[ V_s + \frac{1}{2}u(q_s) + \frac{1}{2}u(q_b) \right] \right\} \quad (3.30)$$

と書き直せる。

買い手が提案者の場合、 $q_b$  は、

$$V_b - c(q_b) = \frac{1}{1+r\Delta} \left\{ \lambda_s V_s + (1-\lambda_s) \left[ V_b - \frac{1}{2}c(q_s) - \frac{1}{2}c(q_b) \right] \right\} \quad (3.31)$$

を満たす。(3.31)の左辺は、売り手が提案を受け入れた場合に得る価値であり、右辺は、提案を拒否した場合の売り手の期待価値である。同様に、拒否した場合、2つの可能性がある。一つは、買い手に新たな取引者が見つかり、売り手が残され、売り手のままでいるケース ( $\lambda_s V_s$ ) である。もう一つは、売り手、買い手とも新たな取引者が見つからないか、売り手に新たな取引者が見つかるケース ( $(1-\lambda_s) [V_b - \frac{1}{2}c(q_s) + \frac{1}{2}c(q_b)]$ ) である。(3.31)は先に求めた  $\lambda_s$  を代入して、

$$V_b - c(q_b) = \frac{1}{1+r\Delta} \left\{ \Delta(1-M)(1-\Delta M) V_s + (1 - \Delta(1-M)(1-\Delta M)) \left[ V_b - \frac{1}{2}c(q_s) - \frac{1}{2}c(q_b) \right] \right\} \quad (3.32)$$

と書き直せる<sup>5</sup>。

(3.7)、(3.8)を考慮に入れた上で、(3.30)、(3.32)を用いて、第4節と同様の手順を繰り返せば、

$$\frac{V_s + u(q) - V_b}{V_b - c(q) - V_s} = \frac{u'(q)}{c'(q)} \quad (3.33)$$

<sup>5</sup>(3.30)、(3.32)において、誤差  $o(\Delta)$  は無視している。

を得る。これは、第1章の交渉決裂点  $d$  の価値が  $(V_b, V_s)$  である場合のナッシュ交渉解と一致する。すなわち、第1章の「ナッシュ交渉解」において、 $n = 2$ 、 $d_1 = V_b$  : 買い手、 $x_1 = V_s + u(q)$  : 買い手、 $d_2 = V_s$  : 売り手、 $x_2 = V_b - c(q)$  : 売り手、とすれば、

$$\arg \max_q [V_s + u(q) - V_b][V_b - c(q) - V_s] \quad (3.34)$$

が導かれ、これを解くと、(3.33) が得られる。後の均衡における議論も、第4、5節とほぼ同様に進められる。

### 3.7 まとめと課題

本章では、Trejos and Wright (1995) に基づき、第二世代の貨幣サーチ・モデルを考察した。前章では、実物財は完全に分割不可能であり、各経済主体は1単位の実物財のみ保有が可能であったが、それが緩和され、本章では、完全に分割可能で、各経済主体は任意単位の生産・保有が可能と仮定した。その結果、価格は実物財の取引量の逆数として内生的に決定され、価格分析が可能となった。

また、第1章では扱わなれなかった非協力ゲームの枠組みから導出される交渉理論も分析した。Rubinstein (1982) のモデルが用いられ、その結果、戦略的な立場から考える Rubinstein (1982)、Trejos and Wright (1995) での交渉理論は、公理的な立場から考えるナッシュ交渉解と等しくなることを見た。次章からは、貨幣も完全に分割可能で、各経済主体は任意単位の貨幣を保有できるような枠組みを扱う。本章の最後に、次章に繋げるために、貨幣保有に関する仮定を緩める際に生じる問題点を、簡単に整理したい。

各経済主体は、任意の  $m \in \mathbb{R}_+$  を保有することが可能であるとする。買い手が  $m_b$ 、売り手が  $m_s$  の貨幣を保有しているとしよう。このとき、交渉の結果、取引される貨幣量、取引量を  $d(m_b, m_s)$ 、 $q(m_b, m_s)$  と書くことにする。さらに、 $m$  を保有している状態の価値関数を  $V(m)$  と表し、 $F(m)$  は経済主体全体における貨幣の保有分布を表すものとする。連続時間であることを考慮すると、貨幣を  $m$  単位保有する経済主体の価値関数  $V(m)$  は、(3.3)、(3.6) から、

$$\begin{aligned} rV(m) = & \int \{u(q(m, m_s)) + V(m - d(m, m_s)) - V(m)\} dF(m_s) \\ & + \int \{-c(q(m_b, m)) + V(m + d(m_b, m)) - V(m)\} dF(m_b) \end{aligned} \quad (3.35)$$

と表される<sup>6</sup>。

<sup>6</sup> $\beta x = 1$  と仮定する。ここで、 $\beta$  は単位時間当たりに出会う平均人数であり、ポアソン分布に従う。 $x$  は買い手が需要する実物財の割合である。

(3.35)の第一項は、 $m_s$ を所有する売り手との交渉で実物財を取引した場合の期待価値のゲインであり、第二項は、 $m_b$ を所有する買い手との交渉で実物財を取引した場合の期待価値のゲインである。ここで、 $m_s$ 、 $m_b$ を保有する売り手、買い手は、 $F(m)$ からランダムに選ばれる。また、 $d(m_b, m_s)$ 、 $q(m_b, m_s)$ は、以下のナッシュ交渉問題

$$\max_{d,q} [u(q) + V(m_b - d)][-c(q) + V(m_s + d)] \quad (3.36)$$

を解くことで導出されるものとする。

均衡は以下のように定義される。

**定義 3.7.1** 所与の  $M = \int m dF(m)$  に対し、定常均衡は、以下を満たす  $(V, d, q, F)$  で与えられる。

- (1) 所与の  $F$ 、 $(d, q)$  に対し、 $V$  は、(3.35) を満たす。
- (2) 所与の  $V$  に対し、 $(d, q)$  は、(3.36) の交渉問題を解く。
- (3) 所与の  $(d, q)$  に対し、 $F$  は、定常分布となる。

上述のモデルにおいては、貨幣保有分布  $F$  が時間とともに推移する可能性があり、定常均衡の存在や特徴などを分析するには、貨幣保有の定常分布を見つけなければならない。ここで、どのような方法で、定常分布を見つけるのかが課題となる。次章では、この貨幣保有分布の推移という問題に対処するために、期首の貨幣保有分布を一点に退化 (degenerate) させる工夫が施される。

## 第4章 第三世代の貨幣サーチ・モデル

### 4.1 はじめに

本章では、Lagos and Wright (2005) を参考にし、第三世代の貨幣サーチ・モデルを考察する。本章では、以下のことが仮定される。(1') 貨幣は完全に分割可能で、各経済主体は任意単位の保有が可能であり、かつ (2') 実物財は完全に分割可能で、各経済主体は任意単位の生産・保有が可能である。

前章7節の「まとめと課題」において、貨幣を完全に分割可能にし、任意単位の保有を許容した場合、各経済主体の価値関数はどのように表され、また均衡がどのように定義されるのかを考察した。本章では、Lagos and Wright (2005) に基づき、より詳細に、第三世代の貨幣サーチ・モデルを分析する。

最初に、貨幣の分割可能性を仮定する際に生じる問題点を整理し、次に、その問題に対処する方法を議論する。典型的な対処法とは、貨幣保有分布を一点に退化 (degenerate) させる、すなわち、各経済主体の貨幣保有が同一になるような枠組みを構築することである。

筆者が知る限り、貨幣保有分布を一点に退化させる枠組みは、大きく3つに分けられる。一つは、Lagos and Wright (2005) による方法であり、本章で主に扱う。また、第5章、第7章のモデルにおいても、この貨幣保有分布を一点に退化させる枠組みが用いられる。その他に、Shi (1997, 1999) による方法と Wallace (2002)、Goldberg (2006, 2007) による方法も、本章2節で簡単ではあるが説明する。Wallace (2002)、Goldberg (2006, 2007) による貨幣保有分布を一点に退化させる方法は、第6章の基本的枠組みを与えている。

### 4.2 貨幣保有分布に付随する問題

本節では、貨幣が完全に分割可能であり、各経済主体は任意単位の保有が可能である場合に生じる問題点を取り上げる。まず、各経済主体は、ランダムに取引相手に出会うと仮定する。このとき、ある期で買い手になった経済主体は、別の期では売り手になるかもしれないし、同様に買い手になるかもしれない。すなわち、買い手になった場合は貨幣保有

量が減少し、売り手になった場合は貨幣保有量が増加する。その結果、貨幣保有分布は変化する可能性がある。このように貨幣保有分布が時間とともに推移する状況において、貨幣保有分布の不動点を探索し、定常均衡の存在や性質、または一意性を分析するのは、非常に困難な作業となる<sup>1</sup>。

また、貨幣保有分布に大きな自由度を許す貨幣サーチ・モデルでは、定常均衡の実物的非決定性が生じることがよく知られている<sup>2</sup>。定常均衡の実物的非決定性とは、経済の実物的な配分が異なる均衡が連続体として存在してしまうことである。この実物的非決定性は、どのような条件の下で回避することが可能だろうか。最も簡単な方法は、貨幣保有分布を一点に退化させてしてしまう方法である。貨幣保有分布が一点に退化するとは、各経済主体の貨幣保有量が、同一となる状態を意味する。筆者が知る限り、この方法は大きく3つに分けられる。

一つは、Lagos and Wright (2005)に見られる方法である<sup>3</sup>。このモデルでは、市場を昼市場(分権的市場)と夜市場(ワルラス的市場)の2つに分け、1期間の間にまず昼市場に参加し、次に夜市場に参加すると仮定する。昼市場は分権的市場であり、ここでの取引の結果、各経済主体が保有する貨幣量が異なる状態が生じる。買い手になれば貨幣の保有量は減り、売り手になれば保有量は増加するからである。しかし、次の夜市場はワルラス的市場であり、ここでの取引の結果、貨幣量が調整され、貨幣保有分布が一点に退化する仕組みとなっている。すなわち、各期首における各経済主体の貨幣保有量が、常に同一となる。

次に、Shi (1997, 1999)での方法を簡単に紹介する。このモデルでは、経済には連続的に家計が存在し、各家計の中にさらに連続的な取引者が存在すると仮定する。ある家計の取引者は、他の家計の取引者と分権的市場で取引を行う。その結果、各取引者の保有する貨幣量は、それぞれ異なるものとなる。しかし、期の終わりに貨幣は、家計内で一度集計され、再分配される。その結果、各取引者の貨幣保有量が調整され、期首において常に同一となる。詳しくは、Shi (1997, 1999)を参照してほしい。

最後に、Wallace (2002)やGoldberg (2006, 2007)に見られる方法を述べる。このモデルでは、Shiモデルと同じように、無限期間生存する連続的家計から成る動的経済が想定される。ただし、各家計は、売り手と買い手の2人から構成される。1つの家計に属する売り手と買い手の間で貨幣、効用、情報、予算が共有され、家計の中で貨幣量が調整されるとい

<sup>1</sup>Molico (2006)では、数値計算により、均衡の存在を分析している。

<sup>2</sup>例えば、Kamiya and Shimizu (2006, 2007)を参照せよ。

<sup>3</sup>Aruoba and Wright (2003)、Lagos and Wright (2003, 2005)等を参照せよ。



う仕組みとなっている。後に第6章でこの枠組みが用いられるので、詳細はそこで確認してほしいが、結論だけを述べると、このモデルでは、初期に与えられる貨幣保有量が各家計間で対称的ならば、常に各期の初めの貨幣保有量は対称的となる。

### 4.3 モデルの環境

本節では、前節で見た貨幣保有分布の問題に対処する3つの方法のうち、Lagos and Wright (2005) を取り上げる。無限期間生存する連続的経済主体  $i \in [0, 1]$  から成る動的経済 ( $t \in \{0, 1, 2, \dots\}$ ) を考える<sup>4</sup>。市場は昼市場 (分権的市場) と夜市場 (ワルラス的市場) に分けられ、1期間の間に、経済主体はまず昼市場に参加し、次に夜市場に参加すると仮定する。また、昼市場には、いわゆる CIA (cash-in-advance) 制約があり、昼市場の取引には必ず前期に用意された貨幣が交換媒体として用いられる。

選好は、 $U(x, h, X, H)$  で与えられる。ここで、 $x$  と  $h$  ( $X$  と  $H$ ) は、昼 (夜) における消費と労働を表す。後で述べるが、貨幣保有分布が一点に退化するためには、 $X$  もしくは  $H$  に関して、 $U$  が線形であることが必要とされる。ここでは、 $H$  に関して、 $U$  が線形であると仮定しよう。すなわち、選好は、

$$U(x, h, X, H) = u(x) - c(h) + U(X) - H \quad (4.1)$$

と表すことにする。 $u$  は昼の消費から得られる効用であり、 $c$  は昼の労働による (実物財の生産による) 効用コストである。 $U$  は夜の消費から得られる効用で、 $H$  は夜の労働による (実物財の生産による) 効用コストであるが、線形と仮定されている。それぞれ、 $u' > 0$ 、 $c' > 0$ 、 $U' > 0$ 、 $u'' < 0$ 、 $c'' \geq 0$ 、 $U'' \leq 0$ 、 $u(0) = c(0) = U(0) = 0$  を満たすと仮定する。また、 $u'(q^*) = c'(q^*)$  を満たす  $q^* \in (0, \infty)$  が存在し、 $U'(X^*) = 1$ 、 $U(X^*) > X^*$  を満たす  $X^* \in (0, \infty)$  が存在すると仮定する。

昼市場は分権的市場であり、各経済主体は取引相手を探している状況を想定する。ここで、全ての経済主体は、ランダムに選ばれた他の経済主体と、確率1で出会うものとする。昼の消費財  $x$  は多様 (special goods) であり、各経済主体は、労働1単位当たり、消費財を1単位生産できるが、自分で生産したものは、自身では消費できない。いま、経済主体  $i$  と  $j$  がランダムに出会ったとしよう。このとき、3つの出来事が起こり得る。一つは、欲望の二重の一致である。すなわち、互いに相手が需要する実物財を生産できるケースである。本

<sup>4</sup>本章のモデルは、第2章、第3章とは異なり、離散時間モデルとして構築される。

モデルでは確率  $\delta$  で生じると仮定する。二つめは、欲望の一重の一致である。 $i$  が生産する実物財を  $j$  は需要するが、 $j$  が生産する実物財を  $i$  は需要しないケースであり、 $\sigma$  の確率で生じるものとしよう。また、逆のことも  $\sigma$  の確率で生じる。最後のケースは、欲望の二重の一致も欲望の一重の一致も生じないケースであり、 $1 - 2\sigma - \delta$  の確率で生じる。すなわち、 $i, j$  は互いに適した取引相手ではないケースである。

夜市場はワルラス的市場であり、完全競争下における取引が行われる。夜に生産される消費財は、任意の経済主体が消費可能な一般財 (a general good) である。また昼と同様に、労働 1 単位当たり、1 単位の消費財が生産される。また、昼 (夜) における消費財  $x$  ( $X$ ) は完全に分割可能である。さらに、貨幣も完全に分割可能であり、無限期間生存する政府により供給されるものとする。ここでは、貨幣の総量は  $M$  に固定されているものとしよう。

次に、価値関数について議論する。 $F_t(\tilde{m})$  は、 $t$  期の昼市場に参加する時点で、 $m \leq \tilde{m}$  を保有する経済主体の割合を表すとしよう。ただし、 $M$  は固定されているので、各  $t$  について  $\int m dF_t(m) = M$  が成り立つ。 $V_t(m)$  を、 $t$  期の昼市場に参加する時点で  $m$  を保有する経済主体の価値関数、 $W_t(m)$  を、 $t$  期の夜市場に参加する時点で  $m$  を保有する経済主体の価値関数とする。さらに、昼市場において欲望の一重の一致が生じた場合の実物財の取引量を  $q$  と表し、昼市場で取引される貨幣量を  $d$  と表す。この  $q$  と  $d$  は、マッチングされたペア間の交渉で決まる。したがって、買い手が保有する貨幣量  $m$  と売り手が保有する貨幣量  $\tilde{m}$  に影響を受ける。ここで、 $q$ (買い手の貨幣保有量, 売り手の貨幣保有量)、 $d$ (買い手の貨幣保有量, 売り手の貨幣保有量) と表すことにしよう。すなわち、 $q(m, \tilde{m})$ 、 $d(m, \tilde{m})$  と表す。また、欲望の二重の一致が生じた場合に得る価値を  $B_t$  と記述する。ここでは一般的に、 $B_t(m, \tilde{m})$  と表しておこう。

すると、貨幣を  $t$  期の昼市場に参加する時点で、 $m$  単位所有する経済主体の価値関数  $V_t(m)$  は、

$$\begin{aligned}
 V_t(m) = & \sigma \int \{u(q_t(m, \tilde{m})) + W_t(m - d_t(m, \tilde{m}))\} dF_t(\tilde{m}) \\
 & + \sigma \int \{-c(q_t(\tilde{m}, m)) + W_t(m + d_t(\tilde{m}, m))\} dF_t(\tilde{m}) \\
 & + \delta \int B_t(m, \tilde{m}) dF_t(\tilde{m}) \\
 & + (1 - 2\sigma - \delta) W_t(m)
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

と表される。

(4.2) の第一項は、この経済主体が買い手になるケースであり、 $\sigma$  の確率で生じる。このとき、昼では、 $q(m, \tilde{m})$  の消費から効用  $u(q(m, \tilde{m}))$  が発生するが、夜市場に持ち越す貨幣

量が  $m - d_t(m, \tilde{m})$  に減る。第二項は、売り手になるケースであり、昼では、 $q_t(\tilde{m}, m)$  の生産による効用コスト  $c(q_t(\tilde{m}, m))$  が発生する。その代り、貨幣  $d_t(\tilde{m}, m)$  を昼に得るので、夜市場に持ち越す貨幣量は  $m + d_t(\tilde{m}, m)$  に増加する。第三項は、 $\delta$  の確率で欲望の二重の一致が生じる場合であり、そのときの価値は、 $B_t(m, \tilde{m})$  となる。第四項は、互いに適した取引相手に出会わないケースである。取引は生じないので、昼に保有している貨幣量  $m$  を夜市場に持ち越すこととなる。

#### 4.4 夜市場

$t$  期の夜市場に参加する時点で、貨幣量  $m$  を保有する経済主体の価値関数  $W_t(m)$  は、

$$W_t(m) = \max_{X, H, m'} \{U(X) - H + \beta V_{t+1}(m')\} \quad (4.3)$$

$$\text{s.t. } X = H + \phi_t m - \phi_t m'$$

となる。 $\beta$  は割引因子である。また、 $m'$  は夜市場から持ち越す貨幣量であり、 $\phi_t$  は消費財で計った貨幣の価格である。夜市場の財の名目価格を  $p_t^n$  と表す場合、 $p_t^n$  は  $1/\phi_t$  と表される。(4.3)における制約式を説明する。消費量  $X$  は、生産した実物財の量  $H$  と夜市場で購入した実物財の量、すなわち貨幣量  $\phi_t m$  ( $\phi_t m$  が実質値となる) から次期に持ち越す貨幣量  $\phi_t m'$  を差し引いた残りとなる。

(4.3) の制約を価値関数  $W_t(m)$  の  $H$  に代入すれば、

$$W_t(m) = \max_{X, H, m'} \{U(X) + \phi_t m - \phi_t m' - X + \beta V_{t+1}(m')\} \quad (4.4)$$

$$= \phi_t m + \max_{X, m'} \{U(X) - \phi_t m' - X + \beta V_{t+1}(m')\}$$

を得る。さらに、 $X$  に関する最適条件は、 $U'(X) = 1$  であるので (これを満たす  $X$  を  $X^*$  と仮定した)、

$$W_t(m) = \phi_t m + \max_{m'} \{U(X^*) - \phi_t m' - X^* + \beta V_{t+1}(m')\} \quad (4.5)$$

と表される。ここで、(4.5) に注目すると、価値関数  $W_t(m)$  は、 $\phi_t$  の傾きを持つ 1 次関数であることがわかる。また、夜市場に参加する時点での貨幣保有量  $m$  は、夜市場から次期に持ち越す貨幣量  $m'$  の決定に影響を与えない。もし、(4.5) の問題において、唯一の解があるとすれば、貨幣保有分布は一点に退化し、各期首 (昼市場に参加する時点) で、各経済主体は同一の貨幣量を保有する。この性質は、夜市場における労働の (不) 効用関数  $H$  が線形であることから導かれる。

## 4.5 昼市場

本節では、価値関数  $W_t(m)$  を所与として、昼市場を考えてみる。なお、混乱の恐れが生じない場合、 $t$  は省く。まず、欲望の二重の一致が生じた場合を考えよう。取引量は交渉で決められるが、以下のような交渉が行われるとする。交渉決裂点における値は、同量の貨幣を夜市場に持ち越すときの価値関数の値となる。ナッシュ交渉解を採用するが、欲望の二重の一致ということを考慮に入れ、どちらの交渉力も等しいと考える。すなわち、一般的なナッシュ交渉解ではなく、基本となる対称的なナッシュ交渉解を考えよう。

**命題 4.5.1** 欲望の二重の一致が生じる場合、互いに  $q^*$  を生産し、貨幣は取引されない。

(証明)

$m_1$  の貨幣を保有する経済主体 1 と  $m_2$  の貨幣を保有する経済主体 2 が出会い、欲望の二重の一致が生じたとする。対称的なナッシュ交渉解は、

$$\begin{aligned} \max_{q_1, q_2, \Delta} [u(q_1) - c(q_2) + W(m_1 - \Delta) - W(m_1)][u(q_2) - c(q_1) + W(m_2 + \Delta) - W(m_2)] \\ \text{s.t. } -m_2 \leq \Delta \leq m_1 \end{aligned} \quad (4.6)$$

ここで、 $q_1$  と  $q_2$  は、経済主体 1、2 がそれぞれ消費する財の量とする。 $\Delta$  は取引される貨幣量を表している。(4.5) を用いれば、

$$\max_{q_1, q_2, \Delta} [u(q_1) - c(q_2) - \phi\Delta][u(q_2) - c(q_1) + \phi\Delta] \quad (4.7)$$

を得る。一階の条件は、それぞれ、

$$u'(q_1)[u(q_2) - c(q_1) + \phi\Delta] = c'(q_1)[u(q_1) - c(q_2) - \phi\Delta] \quad (4.8)$$

$$c'(q_2)[u(q_2) - c(q_1) + \phi\Delta] = u'(q_2)[u(q_1) - c(q_2) - \phi\Delta] \quad (4.9)$$

$$u(q_1) - u(q_2) + c(q_1) - c(q_2) - 2\phi\Delta = 0 \quad (4.10)$$

となり、(4.10) から、

$$\phi\Delta = \frac{u(q_1) - u(q_2) + c(q_1) - c(q_2)}{2}$$

が導出され、これを (4.8) に代入すると、

$$u'(q_1) \left[ u(q_2) - c(q_1) + \frac{u(q_1) - u(q_2) + c(q_1) - c(q_2)}{2} \right]$$

$$= c'(q_1) \left[ u(q_1) - c(q_2) - \frac{u(q_1) - u(q_2) + c(q_1) - c(q_2)}{2} \right]$$

となる。整理すれば、

$$u'(q_1)[u(q_1) + u(q_2) - c(q_1) - c(q_2)] = c'(q_1)[u(q_1) + u(q_2) - c(q_1) - c(q_2)]$$

を得る。したがって、 $u'(q) = c'(q)$  から  $q_1, q_2$  は  $q^*$  と表される ((4.9) から同じことが言える)。 $q^*$  と (4.10) は、 $\Delta$  が 0 であることを含意する。 (証明終わり)

次に、欲望の一重の一致が生じる場合を考察する。この場合、買い手と売り手の交渉力は異なると考えるのが自然であるので、一般化されたナッシュ交渉解を用いることにする。すなわち、

$$\begin{aligned} \max_{q,d} [u(q) + W_t(m-d) - W_t(m)]^\theta [-c(q) + W_t(\tilde{m}+d) - W_t(\tilde{m})]^{1-\theta} \\ \text{s.t. } d \leq m \text{ and } q \geq 0 \end{aligned} \quad (4.11)$$

となる。

**命題 4.5.2** 欲望の二重の一致が生じる場合、交渉解は以下を満たす。

$$q_t(m, \tilde{m}) = \begin{cases} \hat{q}_t(m) & \text{if } m < m_t^* \\ q^* & \text{if } m \geq m_t^* \end{cases} \quad (4.12)$$

$$d_t(m, \tilde{m}) = \begin{cases} m & \text{if } m < m_t^* \\ m_t^* & \text{if } m \geq m_t^* \end{cases} \quad (4.13)$$

ここで、 $q^*$  は、 $u'(q) = c'(q)$  を解くことで得られる値であり、 $m_t^*$  は、 $m_t^* = [\theta c(q^*) + (1 - \theta)u(q^*)]/\phi_t$  を解くことで得られる値である。さらに、 $\hat{q}_t(m)$  は、

$$\phi_t m = \frac{\theta c(q)u'(q) + (1 - \theta)u(q)c'(q)}{\theta u'(q) + (1 - \theta)c'(q)} \quad (4.14)$$

を解くことで得られる関数である。

ここで、(4.14) の右辺を  $z(q)$  と表すことにする。証明は、第 5 章の命題 5.3.1 で行う。第 5 章では、資本財を導入した、より一般的なモデルを扱っているが、証明の方法は同じである。命題 4.5.2 の  $m_t^*$  は、効率的な取引量  $q^*$  が取引される場合に、買い手であれば支払う (売り手であれば支払われる) 貨幣量である。命題 4.5.2 では次のことが主張されている。貨幣保有量  $m$  が、最適な取引量  $q^*$  に対応する  $m_t^*$  よりも厳密に小さければ、買い手は貨幣保有量  $m$  をすべて費やして、効率的な取引量よりも少ない量  $\hat{q}_t$  を得る。一方、貨幣保有量  $m$  が  $m_t^*$  以上ならば、常に、最適な量  $q^*$  が取引され、買い手が支払う貨幣量は、 $m_t^*$  となる。また、命題 4.5.2 からは、支払貨幣量、実物財の取引量は、買い手の貨幣保有量のみ依存することがわかる。すなわち、交渉解は、売り手の貨幣保有量から独立である。

## 4.6 均衡

本節では、貨幣均衡を特徴付けていく。なお、非貨幣均衡は扱わない。まず、(4.5)の線形性の性質を用いて、昼市場に参加する時点での価値関数(4.2)を書き換えると、

$$\begin{aligned}
V_t(m) &= \sigma \int \{u(q_t(m, \tilde{m})) + W_t(0) + \phi_t[m - d_t(m, \tilde{m})]\} dF_t(\tilde{m}) \\
&\quad + \sigma \int \{-c(q_t(\tilde{m}, m)) + W_t(0) + \phi_t[m + d_t(\tilde{m}, m)]\} dF_t(\tilde{m}) \\
&\quad + \delta \int B_t(m, \tilde{m}) dF_t(\tilde{m}) + (1 - 2\alpha\sigma - \delta)[W_t(0) + \phi_t(m)] \\
&= \sigma \int \{u(q_t(m, \tilde{m})) - \phi_t d_t(m, \tilde{m})\} dF_t(\tilde{m}) \\
&\quad + \sigma \int \{-c(q_t(\tilde{m}, m)) + \phi_t d_t(\tilde{m}, m)\} dF_t(\tilde{m}) \\
&\quad + \delta \int B_t(m, \tilde{m}) dF_t(\tilde{m}) + (1 - \delta)W_t(m)
\end{aligned} \tag{4.15}$$

となる。また、命題 4.5.1 より、 $B_t(m, \tilde{m}) = u(q^*) - c(q^*) + W_t(m)$  であり、 $B_t$  は  $\tilde{m}$  に依存しないので、

$$\begin{aligned}
V_t(m) &= \sigma \int \{u(q_t(m, \tilde{m})) - \phi_t d_t(m, \tilde{m})\} dF_t(\tilde{m}) \\
&\quad + \sigma \int \{-c(q_t(\tilde{m}, m)) + \phi_t d_t(\tilde{m}, m)\} dF_t(\tilde{m}) \\
&\quad + \delta[u(q^*) - c(q^*)] + W_t(m)
\end{aligned} \tag{4.16}$$

を得る。命題 4.5.2 と (4.5) から<sup>5</sup>、

$$\begin{aligned}
V_t(m) &= \sigma \{u(q_t(m)) - \phi_t d_t(m)\} \\
&\quad + \sigma \int \{-c(q_t(\tilde{m})) + \phi_t d_t(\tilde{m})\} dF_t(\tilde{m}) \\
&\quad + \delta[u(q^*) - c(q^*)] + \phi_t m + \max_{m'} \{U(X^*) - \phi_t m' - X^* + \beta V_{t+1}(m')\} \\
&= v_t(m) + \phi_t m + \max_{m'} \{-\phi_t m' + \beta V_{t+1}(m')\}
\end{aligned} \tag{4.17}$$

と整理される。ここで、 $v_t$  は、

$$\begin{aligned}
v_t(m) &\equiv \sigma \{u(q_t(m)) - \phi_t d_t(m)\} + \sigma \int \{-c(q_t(\tilde{m})) + \phi_t d_t(\tilde{m})\} dF_t(\tilde{m}) \\
&\quad + \delta[u(q^*) - c(q^*)] + U(X^*) - X^*
\end{aligned} \tag{4.18}$$

と表される。代入を繰り返すと、最終的に、

$$V_t(m_t) = v_t(m_t) + \phi_t m_t + \sum_{j=t}^{\infty} \beta^{j-t} \max_{m_{j+1}} \{-\phi_j m_{j+1} + \beta[v_{j+1}(m_{j+1}) + \phi_{j+1} m_{j+1}]\} \tag{4.19}$$

が導出される。

均衡を特徴付ける前に、以下の命題を確認しておこう。

<sup>5</sup>厳密には、 $q_t$ 、 $d_t$  関数は、定義し直す必要があるが、ここでは、関数名を変えず用いることにする。

**命題 4.6.1**  $\theta \in (0, 1)$  を仮定する。このとき、均衡では次のことが成立する。

(1)  $\beta \leq \phi_t / \phi_{t+1}$

(2) 経済主体は、 $m_t^*$  よりも少ない  $m_t$  だけの貨幣を次期に持ち越し、取引量は、 $q^*$  よりも少ない  $\hat{q}_t(m_t)$  となる。

証明は、第5章の命題5.3.2で行う。命題4.6.1は、買い手の交渉力 $\theta$ が $(0, 1)$ の开区間にあるとき、均衡では、効率的な実物財の取引は実現しないことを示している。

ここで、貨幣保有分布の退化について再論する。第4節において、(4.5)の問題で唯一であるような解が存在すれば、貨幣保有分布は一点に退化すると述べた。鍵となるのは、価値関数 $V$ の形状である。命題4.6.1から、均衡では、 $m_t < m_t^*$  だけ次期に持ち越され、取引量は  $\hat{q}_t(m_t) < q^*$  となるので、区間  $(0, m_t^*)$  において、 $V$  が狭義の意味での凹関数であることが示されれば、(4.5)の問題の解は唯一となり、貨幣保有分布は一点に退化することになる。

**命題 4.6.2** (Lagos and Wright, 2005)  $\theta$  は、十分1に近い値とする。もしくは、 $u'$  が対数凹 (log-concave) 関数とする。このとき、均衡では、 $(0, m_{t+1}^*)$  において、 $v_{t+1}'' < 0$  となり、 $F_t$  は一点に退化する。すなわち、任意の  $t \geq 0$  で、 $m_{t+1}$  は  $M$  と等しくなる。

(証明)

$(0, m_{t+1}^*)$  において、価値関数  $V$  が狭義の意味での凹関数であることを示すには、 $v_{t+1}''$  が厳密に0よりも小さいことを示せばよい。 $(0, m_{t+1}^*)$  において、 $v_{t+1}''$  は、

$$v''(m_{t+1}) = \sigma[u''(q_{t+1})(q'_{t+1})^2 + u'(q_{t+1})q''_{t+1}] \quad (4.20)$$

と導出される。(4.14)から、 $q'$ 、 $q''$ を導出し、(4.20)に代入すれば、 $v_{t+1}''$  は、 $\Gamma + (1-\theta)[u'u''' - (u'')^2]$  と表せる<sup>6</sup>。ここで、 $\Gamma$  は、厳密に負の値を取る定数である。したがって、もし、 $\theta$  が十分1に近い値であれば、 $v_{t+1}''$  は厳密に0よりも小さくなる。また、 $u'$  が対数凹関数 ( $u'u''' \leq (u'')^2$ ) であれば、同様に、 $v_{t+1}''$  は厳密に0よりも小さくなる。すなわち、 $F_t$  は一点に退化する。 (証明終わり)

(4.19)から、一階の条件を導出し、 $m_{t+1} = M$  で評価すれば、

$$\phi_t = \beta\{\sigma u'[q_{t+1}(M)]q'_{t+1}(M) + (1-\sigma)\phi_{t+1}\} \quad (4.21)$$

<sup>6</sup>計算の単純化のために、 $c(q) = q$  とする。ただし、このことで本質的な問題は生じない。



を得る。(4.14) から、 $\phi_t = z(q_t)/M$ 、 $q'_t(M) = \phi_t/z'(q_t)$  が導かれるので、(4.21) に代入すれば、

$$\begin{aligned}\phi_t &= \beta\{\sigma u'[q_{t+1}(M)]q'_{t+1}(M) + (1 - \sigma)\phi_{t+1}\} \\ \Leftrightarrow \frac{z(q_t)}{M} &= \beta\{\sigma u'(q_{t+1})\frac{z(q_{t+1})/M}{z'(q_{t+1})} + (1 - \sigma)\frac{z(q_{t+1})}{M}\} \\ \Leftrightarrow z(q_t) &= \beta z(q_{t+1})\{\sigma \frac{u'(q_{t+1})}{z'(q_{t+1})} + 1 - \sigma\}\end{aligned}\tag{4.22}$$

が最終的に得られる。貨幣均衡は、(4.22) を満たす、 $(0, q^*)$  区間における、 $\{q_t\}$  の経路として特徴づけられることがわかる。また、定常均衡は、

$$\frac{u'(q)}{z'(q)} = 1 + \frac{1 - \beta}{\sigma\beta}\tag{4.23}$$

と表される。

## 4.7 まとめ

本章では、まず、貨幣を完全に分割可能にし、各経済主体は任意単位の保有が許容される場合に生じる貨幣保有分布の問題を整理した。貨幣保有分布が推移する状況において、最も問題になるのは、均衡をどのように絞るかという点である。また、均衡を見つけることができても、多くは数値分析に頼らざるを得ず、定性的な均衡分析がほとんどできない状態が続いた。

次に、均衡条件の導出を可能にするいくつかのモデルを紹介したが、共通する対処法は、貨幣保有分布を一点に退化させることであった。とりわけ、これらのモデルの一つである Lagos and Wright (2005) を取り上げ、どのような手順、方法で貨幣保有分布が一点に退化されるのかを中心に考察した。

しかしながら、全ての問題が解決したわけではない。貨幣保有分布を一点に退化させることは、定性的な方法で貨幣経済を研究することをおよそ程度可能にしたが、それと引き換えに、所得分布に関する研究の余地がほとんど失われてしまい、マクロ経済政策の分析の幅を著しく狭めてしまうことも確かである。この貨幣保有分布の範囲を狭めれば定性的な研究が行いやすくなるが、所得分布の研究の幅が狭まるというトレード・オフの関係は、非常に悩ましいものであり、貨幣経済を分析する研究者にとっては大きな課題と言える。

次章以降の第5章、第6章、第7章で構築されるモデルにおいても、貨幣保有分布を一点に退化させる方法が用いられている。本章では、貨幣の総量は固定されていたので、貨

幣政策の効果を分析できなかったが、次章以降では、貨幣供給量を一定率で変化させるような貨幣政策を導入し、貨幣政策の効果が、ワルラス的貨幣経済と分権的貨幣経済のいずれにおいてより強く表れるのかが比較分析される。

## 第5章 Shimizuモデル(1)

### 5.1 はじめに

本章では、第4章の Lagos-Wright モデルの枠組みを参考にし、独自の貨幣モデルを構築する。本章における主な目的は、取引がワルラス的経済で行われる貨幣モデルと、取引が分権的な交渉によって行われる貨幣モデルを用いて、貨幣成長率変更の影響をシミュレーションにより、数値的に比較することである。

「序論」でも触れたが、もう一度簡単に、貨幣理論の歴史を遡ってみたい。伝統的な貨幣理論は、一般均衡モデルを土台として発展してきたが、当初の問題は、もともと貨幣を必要としない一般均衡モデルに、どのようにすれば貨幣を導入できるかという点であった。言い換えれば、ワルラス的市場 (Walrasian market) に貨幣を導入する方法が、問題であったと言える。この問題に対応するために、多くの貨幣モデルが構築されてきた。よく知られているのは、前もって貨幣を用意しておかないと、財との交換ができないという CIA (cash-in-advance) 制約を設けた CIA モデルである。このモデルは、現在でも貨幣理論の枠組みとして広く用いられている。また、効用関数に貨幣残高を導入する MIU (money-in-the-utility) モデルも貨幣政策を考察する枠組みとして、頻繁に用いられている。

上述の一般均衡モデルを土台にした貨幣モデルは、その扱いやすさもあって標準的ツールになったが、一方で、CIA モデルに関しては、Cooley and Hansen (1995) 等が指摘するように現実データの説明力が小さい (モデルが予測する貨幣ショックの影響は、現実経済に比べ量的に乏しい) という批判もある。その流れの中で、DSGE (dynamic-stochastic-general-equilibrium) モデルが、脚光を浴びようになり、現在は多くの経済学者がこの枠組みを用いて、政策分析を行うようになっている。特に、名目価格の硬直性を導入した DSGE モデルが数多く研究されている。ただし、これに対して、価格硬直性の導入のみが唯一の方向性として強調されることに違和感を持つ経済学者も存在する。

また、前章までで見てきたように、分権的市場 (decentralized market) に貨幣を導入する研究も盛んに行われている<sup>1</sup>。分権的市場への貨幣の導入は、貨幣の役割を重点的に考察

<sup>1</sup>分権的貨幣経済モデルは主に、Diamond (1984) や Kiyotaki and Wright (1993) に端を発する。

したい場合には有益であるが、そこでの取引は、売り手と買い手が共に納得するような交渉 (bargaining) 過程を経るため、モデルが複雑になってしまう。そのため、政策分析の枠組みとしては、しばしば敬遠される。

本章では、CIA 制約の下、分権的取引を導入することで、貨幣政策による影響が従来の貨幣モデルにおいてよりも、より顕著に表れるモデルが構築される。本章では、ワルラス的市場に貨幣を導入した伝統的 CIA モデル、すなわちワルラス的貨幣経済モデルと、この分権的貨幣経済モデルを比較し、長期におけるインフレーション (デフレーション) のコストがより大きいのはどちらのモデルなのかを、GDP と経済厚生 の観点から検討する。

本章で構築される貨幣モデルは、「ワルラス的貨幣経済モデル」と「分権的貨幣経済モデル」の2つである。一般に、上の2つのモデルは、まったく異なるモデルであり、伝統的 CIA モデルと貨幣サーチ・モデルを背景に持つモデル (例えば、第2章の Kiyotaki-Wright モデルや第3章の Trejos-Wright モデルなど) を単純に比較しても意味をなさない。そこで本章では、モデルの枠組みを統一し、2つのモデルの相違点は、財と貨幣の交換がワルラス的市場で行われるのか、分権的市場で行われるのか、だけとなるように注意深くモデルを構築していく。そのための方法として、Lagos-Wright モデル (以降、LW モデルと呼ぶ) の枠組みを参考にする。ただし、LW モデルの枠組みで参考にするのは、主に、「市場を2つに分け、每期、経済主体は2つの市場で取引を行う」という点だけである。他の点では異なる箇所が多いので、第4章と見比べてほしい。

ワルラス的貨幣経済モデルでは、每期はじめに、各経済主体は中間財市場に参加し、そこで中間財と貨幣を交換する。次に、経済主体は、資本と中間財を用いて最終財の生産を行い、それを最終財市場で取引し、消費や投資を行う。ここまでの1期間の間に行われる。ここで重要なのは、ワルラス的貨幣経済モデルでは、中間財市場も最終財市場もワルラス的市場であるが、分権的貨幣経済モデルでは、中間財市場は分権的市場で、最終財市場はワルラス的市場であると仮定することである。以上のことを要約したものが図5-1である。

本章は以下のように構成されている。まず第2節で、ワルラス的貨幣経済モデルを構築し、このモデルにおける貨幣均衡が定義される。第3節では、分権的貨幣経済モデルを構築し、貨幣均衡の定義、ワルラス的貨幣経済モデルとの相違を述べる。第4節で、ワルラス的貨幣経済モデルと分権的貨幣経済モデルを用いてシミュレーション分析を行い、インフレーションが経済に与える影響を数値的に比較し、どちらのモデルでより大きな影響が表れるのかを確認する。最後に「まとめ」で、結論、今後の課題を述べることにする。

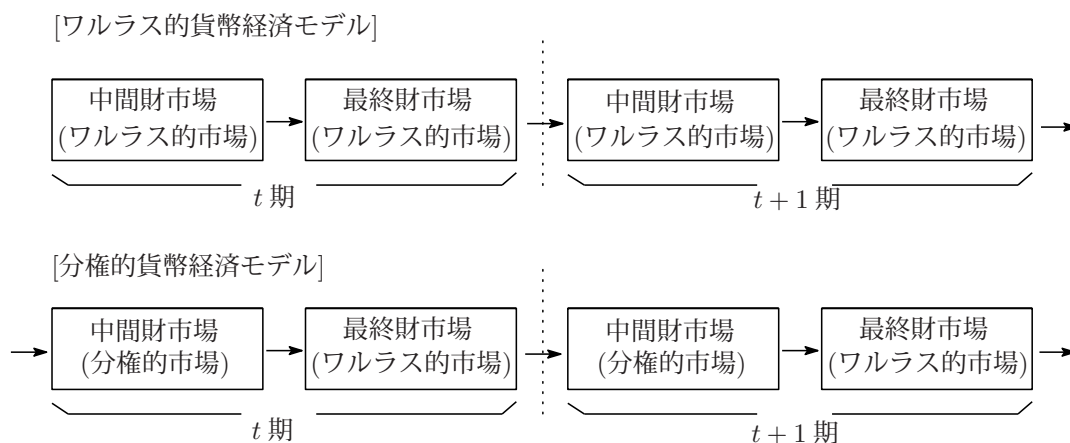


図 5-1：モデルの枠組み

## 5.2 ワルラス的貨幣経済モデル

### 5.2.1 モデルの環境

本節で、まず、「ワルラス的貨幣経済モデル」を構築する。無限期間生存する連続的経済主体  $i \in [0, 1]$  から成る動的経済 ( $t \in \{0, 1, 2, \dots\}$ ) を考える。このモデルでは、市場は中間財市場（ワルラス的市場）と最終財市場（ワルラス的市場）に分けられ、1 期間の間に、経済主体はまず中間財市場に参加し、次に最終財市場に参加すると仮定する。また、中間財市場には、いわゆる CIA (cash-in-advance) 制約があり、中間財の取引には必ず前期に用意された貨幣が交換媒体として用いられる。

中間財市場では、完全に分割可能で多様な中間財 (special goods) が取引される。中間財は最終財生産に用いられるが、自分で生産した中間財は、自分自身では最終財生産に利用することはできない。中間財は労働のみで生産されるものとし、 $t$  期における中間財を  $q_t$  単位生産する効用コストは  $c(q_t)$  と表わされる。また、 $c(0) = 0$ 、 $c_q > 0$ 、 $c_{qq} \geq 0$  を満たす。

さらに、中間財市場での取引は、次の手順で行われると仮定する。各経済主体は、中間財市場において、売り手になるか買い手になるかをランダムに割り当てられ、半数が買い手、もう半数が売り手となる。ここでの中間財市場は、ワルラス的市場であるので、中間財の需給を一致させる市場価格で中間財が取引される。

最終財市場では、経済主体は完全に分割可能な最終財 (a general good) を生産、消費あるいは投資する。最終財は、直前の中間財市場で得た中間財と、完全に分割可能な資本財を用いて生産されるものとしよう<sup>2</sup>。中間財は最終財市場で用いられるので、両市場 (中間

<sup>2</sup>ただし、資本財は交換媒体としては用いることができない。

財市場と最終財市場) は、中間財と後に述べる貨幣によって繋がることになる<sup>3</sup>。最終財から得られる効用は  $u(x_t)$  で表され、 $x_t$  は  $t$  期の消費量を示す。また、効用関数は線形と仮定し、 $u(x_t) = x_t$  と表す。生産関数は  $f(q_t, k_t)$  の形で与えられ、 $k_t$  は  $t$  期の資本財の量を示す。ただし、関数  $f$  は、 $f_q > 0$ 、 $f_{qq} < 0$ 、 $f_k > 0$ 、 $f_{kk} < 0$  を満たす。さらに  $k_t$  を所与としたとき、 $q_t^*$  は  $c_q(q_t^*) = f_q(q_t^*, k_t)$  を満たす中間財の量とする。

貨幣は無限期間生存する政府により供給され、完全に分割可能としよう。 $m_t^n$ 、 $p_t$ 、 $p_t^q$  は、それぞれ、 $t$  期における名目貨幣保有量、最終財の名目価格、最終財で評価した中間財の価格を表わし、最終財で評価した実質貨幣保有量を単に、 $m_t (= m_t^n / p_t)$  と表わすことにする。さらに、 $M_t$  は、 $t$  期の最終財で評価した貨幣供給量であり、 $p_{t+1} M_{t+1} = (1 + \mu_t) p_t M_t$  に従い、貨幣供給量が変化する。そして、貨幣の増加分は各期の初めに、いわゆるヘリコプター・ドロップの形で各経済主体に分配される。以降、貨幣の成長速度  $\mu_t$  は、時間を通じ一定と仮定する ( $\mu_t = \mu$ )。

### 5.2.2 最終財市場

最終財市場の議論から始めよう。その前に、中間財市場に参加する前に  $h_t = (m_t, k_t)$  を保有する経済主体は、確率 2 分の 1 で買い手になり、同確率で売り手になることを再び確認してほしい。 $t$  期における最終財市場での、経済主体の（生産終了後で、消費財購入前の時点での）「財産」を、

$$\xi_t = \begin{cases} \xi_t^b = m_t - p_t^q q_t^b + f(q_t^b, k_t) + (1 - \delta)k_t & : \text{中間財市場で買い手} \\ \xi_t^s = m_t + p_t^q q_t^s + f(0, k_t) + (1 - \delta)k_t & : \text{中間財市場で売り手} \end{cases}$$

と定義しよう。ここで、 $q_t^b$ 、 $q_t^s$ 、 $\delta$  はそれぞれ、買い手の中間財の需要量、売り手の中間財の供給量、資本減耗率を表わす。

この経済主体が買い手の場合は、 $p_t^q q_t^b$  の支払いをするので、最終財市場に参加する時点での貨幣保有は  $m_t$  よりも小さくなっているが、代わりに中間財を得るため、最終財市場での生産量に  $q_t^b$  が反映されている。一方、中間財市場で売り手の場合は、 $p_t^q q_t^s$  の支払いを受けるが、中間財を得ることはできないので、最終財市場での生産量は  $f(0, k_t)$  となる。

<sup>3</sup>Lagos and Wright (2003, 2005) では、2つの市場を昼市場 (day market) と夜市場 (night market) に分けている。昼市場は分権的市場であり、消費財が取引され、消費される。夜市場はワルラス的市場であり、ここでも消費財が取引され、消費される。すなわち、両市場は貨幣のみで繋がることになる。



ここで、中間財市場に参加する前の価値関数を  $V_t(h_t) = V_t(m_t, k_t)$ 、最終財市場に参加する前の価値関数を  $Z_t(\xi_t)$  と表すことにすると、

$$Z_t(\xi_t) = \max_{x_t, m_{t+1}, k_{t+1}} \{x_t + \beta V_{t+1}(m_{t+1}, k_{t+1})\} \quad (5.1)$$

$$\text{s.t. } x_t = \xi_t - k_{t+1} - \frac{p_{t+1}}{p_t} m_{t+1} + \mu M_t$$

を得る。(5.1)の制約式を簡単に説明しよう。経済主体の今期の消費量は、保有財産と来期期首にヘリコプター・ドロップで配分される貨幣の増加量  $\mu M_t$  の合計から、次期の貨幣量、資本量を振り分けた後に残る部分となる。ここで、 $\beta$ は割引因子である。

(5.1)において、 $x_t$ に制約式を代入すると、

$$Z_t(\xi_t) = \xi_t + \max_{m_{t+1}, k_{t+1}} \left\{ -k_{t+1} - \frac{p_{t+1}}{p_t} m_{t+1} + \mu M_t + \beta V_{t+1}(m_{t+1}, k_{t+1}) \right\}$$

を得る。これにより、 $Z_t(\xi_t)$ は、1の傾きをもつ1次関数であることがわかる。ここで、 $\{\cdot\}$ の中が、 $m_{t+1}$ 、 $k_{t+1}$ に関して、唯一の解を持つと仮定しよう。この性質は、貨幣・資本保有分布を一点に退化 (degenerate) させることを可能にする。各経済主体の財産  $\xi_t$ は、中間財市場で買い手になるのか、売り手になるのか等により異なるかもしれない。しかし、次期に持ち越す貨幣量、資本量の決定に、現在の保有財産はまったく影響を与えないのである。

直感的に、次期の貨幣量  $m_{t+1}$ 、資本量  $k_{t+1}$  がどのように蓄積されていくのかを考えてみる。再び、最終財市場に参加する前の財産  $\xi_t$ を確認する。中間財市場で買い手になった場合は、 $\xi_t^b = m_t - p_t^q q_t^b + f(q_t^b, k_t) + (1 - \delta)k_t$ の財産を保有することになり、売り手になった場合は、 $\xi_t^s = m_t + p_t^q q_t^s + f(0, k_t) + (1 - \delta)k_t$ を保有することになる。なお、中間財市場において、売り手と買い手は同数であるので、需給均衡条件より、 $q_t^b = q_t^s = q_t$ となる。先に述べたように、最終財市場で、貨幣・資本保有分布は一点に退化し、すべての経済主体は同量の貨幣量、資本量を次期に持ち越すこととなる。もし経済主体が買い手になった場合は、中間財市場で貨幣を支払うので、その分貨幣が減少するが(図5-2の斜線の部分)、中間財を得るので生産できる最終財が増加する。また、経済主体が売り手になった場合は、中間財市場で貨幣が支払われるので、その分貨幣が増加するが(図5-2の斜線部分)、中間財が得られないので生産できる最終財の量は相対的に少なくなる。図5-2では、1つの例として、買い手の保有財産  $\xi_t^b$ が相対的に多くなっている図が描かれている。経済主体は、最適な貨幣量・資本量の調整を最終財を通して行うことになる。すなわち、最適な量に対して、貨幣保有量が多ければ、最終財を購入し(最終財の需要)、調整する。逆に、貨幣保有量が少なければ、最終財を売却し(最終財の供給)、調整する。最適資本量の調整も同様に



行われる。つまり、自身で生産した最終財と市場で取引した最終財を合計した中から、必要な分が資本に振り分けられる。残りは消費財として消費されることになる。なお、図 5-2 の  $x_t^b$ 、 $x_t^s$  はそれぞれ、買い手の消費量、売り手の消費量を表わす。

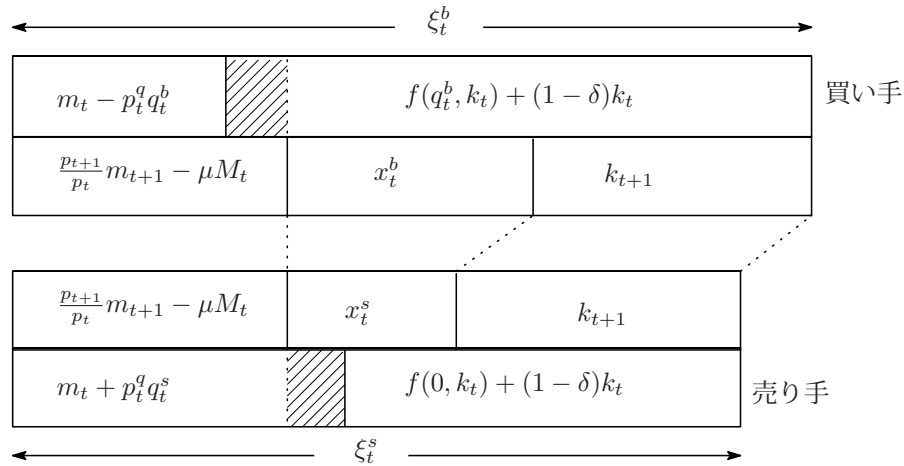


図 5-2：最終財市場における貨幣・資本の蓄積

先の議論から、次期に持ち越す貨幣量は同じになるので、各期の貨幣の需給均衡条件より、 $\frac{p_{t+1}}{p_t} m_{t+1} - \mu M_t = \frac{p_{t+1}}{p_t} m_{t+1} - \mu m_t$  と書ける。貨幣供給量の推移式を用いれば、 $\frac{p_{t+1}}{p_t} = (1 + \mu) \frac{m_t}{m_{t+1}}$  と表現できるので、次期に持ち越される貨幣量  $\frac{p_{t+1}}{p_t} m_{t+1} - \mu M_t$  は  $m_t$  と一致しなければならない。この条件が、ワルラス法則より最終財の需給均衡を含意することは図 5-2 から明らかであろう。

この項の最後に、中間財市場に参加する前の各期の価値関数の形を詳しく見てみる。 $V_t(h_t)$  は、

$$V_t(h_t) = \frac{1}{2} \left\{ Z_t(\xi_t^b) \right\} + \frac{1}{2} \left\{ -c(q_t^s) + Z_t(\xi_t^s) \right\} \quad (5.2)$$

となる。(5.2) の第一項は、買い手になる場合の期待効用で、第二項は、売り手になる場合の期待効用を表している。売り手になる場合の期待効用には、中間財を生産する際の効用コストが含まれる。

### 5.2.3 中間財市場

次に、中間財市場の経済構造を考える。中間財市場に参加する前に、 $m_t$  単位の貨幣と  $k_t$  単位の資本を保有していた経済主体が、買い手になるケースを初めに考察する。このとき、

買い手は中間財の価格  $p_t^q$  を所与として、 $\xi_t^b$  を最大にするような需要量  $q_t^b$  を選ぶ問題に直面する。ただし、制約として、現在保有している貨幣量を超えるような取引はできない。すなわち、

$$\max_{q_t^b} \xi_t^b \quad \text{s.t.} \quad p_t^q q_t^b \leq m_t \quad (5.3)$$

となる。

この買い手の問題 (5.3) は、2つのケースで異なった性質を持つ。1つは、買い手が十分多くの貨幣を保有していて、制約なしの問題として解かれる場合である。このとき、

$$p_t^q = f_q(q_t^+, k_t) \quad (5.4)$$

を満たす中間財の量  $q_t^b = q_t^+$  を購入することが、買い手の最適化行動となる。買い手が支払う貨幣の量を  $d_t^b$  と表記することにすれば、 $d_t^b = m_t^+ = p_t^q q_t^+$  である。ここで、(5.4) を見ると分かるように、 $q_t^+$  と  $m_t^+$  は、買い手が保有する資本量  $k_t$  と所与の価格  $p_t^q$  のみに依存する。

一方、買い手が十分な貨幣量を保有していない場合 ( $m_t < m^+(k_t, p_t^q)$ ) は、保有している貨幣をすべて使い切ることが買い手の最適化行動となるので、

$$m_t = p_t^q \bar{q}_t \quad (5.5)$$

が成立する。 $q_t^b = \bar{q}_t$  は、貨幣保有量  $m_t$  をすべて費やした場合に、購入可能な中間財の量を表す。この状況では、 $q_t^b$  は  $q_t^+$  より小さいので、 $f_q(\bar{q}_t, k_t) > p_t^q$  が成立する。支払う貨幣量は (5.5) から、 $d_t^b = m_t = p_t^q \bar{q}_t$  となる。さらに、 $\bar{q}_t$  や  $d_t^b$  は、所与の価格  $p_t^q$  と買い手が保有する貨幣量  $m_t$  には依存するが、買い手が保有する資本量  $k_t$ 、売り手が保有する貨幣・資本量に依存しない。

表記上の注意点をここで記しておく。本章では、「関数」と「変数」の表記を以降、厳密に区別する。ある関数自体が  $t$  に依存しないとき、関数名に  $t$  の添え字は付けないが、それを変数としてみた場合、 $t$  に依存するときは、変数名に  $t$  の添え字を付けることにする。例えば、関数  $m^+(k_t, p_t^q)$  には、 $t$  は付けていないが、その値を変数として考えた場合、 $t$  に依存するので  $m_t^+$  のように書く。ただし、関数の  $(\cdot)$  は、混同を招く恐れがない場合、省略することもある。

経済主体が、売り手になるケースを考察する。売り手は、中間財の価格  $p_t^q$  を所与とし、価値関数  $Z_t(\xi_t^s)$  から、中間財を生産する際に生じる効用コスト  $c(q_t^s)$  を引いた値を、最大

にるように供給量  $q_t^s$  を選ぶ。すなわち、

$$\max_{q_t^s} \{-c(q_t^s) + Z_t(\xi_t^s)\} \quad (5.6)$$

の問題を解く。(5.6) から、

$$c_q(q_t^s) = p_t^q \quad (5.7)$$

が導かれる。すなわち、売り手は中間財を生産する際に生じる、追加的効用コストと所与の市場価格が一致するように、中間財の生産量を決める。売り手が受け取る貨幣量  $d_t^s$  は、 $d_t^s = p_t^q q_t^s$  と記述される。(5.7) より、売り手が供給する中間財の量  $q_t^s$  は、所与の市場価格  $p_t^q$  のみに依存し、買い手が保有する貨幣・資本量や、売り手が保有する貨幣・資本量に依存しない。以上をまとめたのが、次の命題である。

**命題 5.2.1**  $h_t = (m_t, k_t)$  を保有する経済主体を考える。中間財市場において、買い手の中間財に対する需要量、支払う貨幣量は、

$$q^b(h_t, p_t^q) = \begin{cases} \bar{q}(m_t, p_t^q) & \text{if } m_t < m^+(k_t, p_t^q) \\ q^+(k_t, p_t^q) & \text{if } m_t \geq m^+(k_t, p_t^q) \end{cases}$$

$$d^b(h_t, p_t^q) = \begin{cases} p_t^q \bar{q}(m_t, p_t^q) & \text{if } m_t < m^+(k_t, p_t^q) \\ p_t^q q^+(k_t, p_t^q) & \text{if } m_t \geq m^+(k_t, p_t^q) \end{cases}$$

で与えられる。ここで、 $q^+(k_t, p_t^q)$ 、 $\bar{q}(m_t, p_t^q)$  は、それぞれ、 $p_t^q = f_q(q_t^+, k_t)$ 、 $\bar{q}_t = m_t/p_t^q$  を解くことで得られる関数である。さらに、売り手の中間財の供給量、受け取る貨幣量は、 $q^s(p_t^q)$ 、 $d^s(p_t^q)$  として与えられ、それぞれ、 $p_t^q = c_q(q_t^s)$ 、 $d_t^s = p_t^q q_t^s$  を解くことで得られる関数である。中間財の価格  $p_t^q$  は、市場清算条件  $q^s(p_t^q) = q^b(h_t, p_t^q)$  を満たすように決定される。

(証明)

本文から明らかである。

## 5.2.4 貨幣均衡

ここからは貨幣均衡を特徴付けていく。まず、貨幣均衡で成立しなければならない条件を確認する。

**命題 5.2.2** 貨幣均衡では次のことが成立する。

(1)  $\beta \leq p_{t+1}/p_t$

(2) 特に  $\beta < p_{t+1}/p_t$  となる均衡において、経済主体は、 $m^+(k_{t+1}, p_{t+1}^q)$  よりも少ない  $m_{t+1}$  だけの貨幣を次期に持ち越し、各買い手の中間財の需要量は、 $q^+(k_{t+1}, p_{t+1}^q)$  よりも少ない  $\bar{q}(m_{t+1}, p_{t+1}^q)$  となる。

(証明)

価値関数 (5.2) と命題 5.2.1 を用いて整理すると、

$$V_t(h_t) = v_t(h_t) + m_t + \max_{m_{t+1}, k_{t+1}} \left\{ -\frac{p_{t+1}}{p_t} m_{t+1} + \mu M_t - k_{t+1} + \beta V_{t+1}(m_{t+1}, k_{t+1}) \right\} \quad (5.8)$$

となる。ここで (5.8) における  $v_t$  は、

$$\begin{aligned} v_t(h_t) \equiv & \frac{1}{2} \{ -p_t^q q^b(h_t, p_t^q) + f(q^b(h_t, p_t^q), k_t) + (1 - \delta)k_t \} \\ & + \frac{1}{2} \{ -c(q^s(p_t^q)) + p_t^q q^s(p_t^q) + f(0, k_t) + (1 - \delta)k \} \end{aligned} \quad (5.9)$$

と表わされる。

(1) 命題 5.2.1 と (5.9) より、

$$v_{t+1, m} = \begin{cases} \frac{1}{2} f_q \bar{q}_m(m_{t+1}, p_{t+1}^q) - \frac{1}{2} & \text{if } m_{t+1} < m^+(k_{t+1}, p_{t+1}^q) \\ 0 & \text{if } m_{t+1} \geq m^+(k_{t+1}, p_{t+1}^q) \end{cases} \quad (5.10)$$

を得る。また、(5.8) の  $m_{t+1}$  についての一階の条件は、 $\Pi \equiv -p_{t+1}/p_t + \beta v_{t+1, m} + \beta = 0$  と表わされる。ここで、 $\beta > p_{t+1}/p_t$  が成立すると仮定する。命題 5.2.1 より、 $\bar{q}_m(m_{t+1}, p_{t+1}^q) = 1/p_{t+1}^q = 1/c_q(q^s(p_{t+1}^q))$  が求められるので、(5.10) において、任意の  $m_{t+1} < m^+(k_{t+1}, p_{t+1}^q)$  のとき、 $v_{t+1, m} = \frac{f_q(q_{t+1}^b, k_{t+1})}{2c_q(q_{t+1}^s)} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{f_q(q_{t+1}^b, k_{t+1})}{c_q(q_{t+1}^s)} - 1 \right)$  を得るので (ここでは、 $q_{t+1}^b = \bar{q}_{t+1}$  を表す)、 $\Pi > 0$  となる。これは、 $f_q(q_{t+1}^b, k_{t+1}) > c_q(q_{t+1}^s) = p_{t+1}^q$  が成立していることによる。さらに、任意の  $m_{t+1} \geq m^+(k_{t+1}, p_{t+1}^q)$  で  $\Pi > 0$  となる。したがって、貨幣均衡では、 $\beta \leq p_{t+1}/p_t$  が成立していなくてはならない。

(2) (1) の中で導出された  $v_{t+1, m} = \frac{1}{2} \left( \frac{f_q(q_{t+1}^b, k_{t+1})}{c_q(q_{t+1}^s)} - 1 \right)$  を用いる。 $\beta < p_{t+1}/p_t$  が成立していれば、ある  $\epsilon > 0$  に対して、任意の  $m_{t+1} \in (m^+(k_{t+1}, p_{t+1}^q) - \epsilon, m^+(k_{t+1}, p_{t+1}^q))$  において  $\Pi < 0$  となり、任意の  $m_{t+1} \geq m^+(k_{t+1}, p_{t+1}^q)$  において  $\Pi < 0$  となる。したがって、すべての経済主体は、 $m_{t+1} < m^+(k_{t+1}, p_{t+1}^q)$  かつ  $\bar{q}(m_{t+1}, p_{t+1}^q) < q^+(k_{t+1}, p_{t+1}^q)$  を選択する。  
(証明終わり)

命題 5.2.2 を説明しよう。命題 5.2.2(1) は、貨幣均衡が存在するために成立していなくてはならない条件である。詳細は、証明の中で確認してほしい。また、(2) は、 $\beta < p_{t+1}/p_t$

の条件下においては、買い手は保有する貨幣量を、中間財市場ですべて使うことを主張している。これは、 $m_{t+1} < m^+(k_{t+1}, p_{t+1}^q)$  だけ次期に持ち越すので、命題 5.2.1 より、保有している貨幣をすべて費やして、中間財を購入することから分かる。ここで、中間財市場の需給均衡条件より、 $q_t = q_t^b = q_t^s$  が成立する。さらに、(5.5)、(5.7) より、 $q_t = m_t/p_t^q$ 、 $c_q(q_t) = p_t^q$  が成り立つ。これらを整理すると、 $q_t = m_t/c_q(q_t)$  と表わすことができる。これらの関係を整理して、 $q_t = \bar{Q}(m_t)$ 、 $p_t^q = m_t/\bar{Q}(m_t)$  と表すことにする。

命題 5.2.2(2) と (5.1)、(5.2) を用いて、 $m_{t+1}$  と  $k_{t+1}$  に関する一階の条件 (F.O.C) を求めると、

$$\text{F.O.C}_k = -\frac{1}{\beta} + \frac{f_k(\bar{q}(m_{t+1}, p_{t+1}^q), k_{t+1}) + f_k(0, k_{t+1})}{2} + (1 - \delta) = 0 \quad (5.11)$$

$$\text{F.O.C}_m = -\frac{p_{t+1}}{p_t} \cdot \frac{1}{\beta} + \frac{1 + f_q(\bar{q}(m_{t+1}, p_{t+1}^q), k_{t+1})\bar{q}_m(m_{t+1}, p_{t+1}^q)}{2} = 0 \quad (5.12)$$

を得る。貨幣供給量の推移式  $p_{t+1}M_{t+1} = (1 + \mu)p_tM_t$ 、貨幣の需給均衡条件  $m_t = M_t$  より、 $\frac{p_{t+1}}{p_t} > \beta$  となる条件は、

$$\frac{m_t}{m_{t+1}} > \frac{\beta}{1 + \mu} \quad (5.13)$$

と書ける。このとき、(5.11)、(5.12) は以下のように表わされる。

$$\text{F.O.C}_k = -\frac{1}{\beta} + \frac{f_k(\bar{Q}(m_{t+1}), k_{t+1}) + f_k(0, k_{t+1})}{2} + (1 - \delta) = 0 \quad (5.14)$$

$$\text{F.O.C}_m = -\frac{1 + \mu}{\beta} \cdot \frac{m_t}{m_{t+1}} + \frac{1 + f_q(\bar{Q}(m_{t+1}), k_{t+1})\left(\frac{\bar{Q}(m_{t+1})}{m_{t+1}}\right)}{2} = 0 \quad (5.15)$$

したがって、 $\frac{p_{t+1}}{p_t} > \beta$  となる貨幣均衡<sup>4</sup>は次のように定義される。

**定義 5.2.1** 所与の  $k_0 \geq 0$  と  $\mu$  に対し、(5.13)、(5.14)、(5.15) を満たす貨幣・資本量の流列  $\{m_t, k_t\}_{t=0}^{\infty}$  を貨幣均衡と呼ぶ。

## 5.3 分権的貨幣経済モデル

### 5.3.1 ワルラス的貨幣経済モデルとの相違

本節では、「分権的貨幣経済モデル」を構築する。第 2 節の「ワルラス的貨幣経済モデル」と異なる唯一の点は、中間財市場での取引が分権的に行われることにある。すなわち、中間財の取引条件は、1 人の買い手と 1 人の売り手により交渉で決められる。

<sup>4</sup>本項では、 $m > 0$  を満たす貨幣均衡のみに注目する。

取引は、次の手順で行われると仮定する。各経済主体は、中間財市場に参加する前の段階で、確率2分の1で買い手になり、同確率で売り手になるが、ワルラス的貨幣経済モデルとは異なり、買い手と売り手のペアがランダムに組まれると仮定する。

本節では、 $h_t = (m_t, k_t)$  を保有する経済主体が、 $\tilde{h}_t = (\tilde{m}_t, \tilde{k}_t)$  を保有する経済主体に出会った場合を想定する。また、中間財の取引量  $q_t$  は、一般に、 $h_t$  と  $\tilde{h}_t$  に依存する可能性がある。これは、交渉の結果は、買い手と売り手が保有する貨幣量、資本量 (買い手と売り手が直面している状態) に依存して決まるという一般的性質を表わす。さらに、交渉の結果、買い手が支払う貨幣量 (売り手が受け取る貨幣量)  $d_t$  も一般に、 $h_t$  と  $\tilde{h}_t$  に依存する。

### 5.3.2 最終財市場

最終財市場から議論を始める。まず、 $t$  期における最終財市場での、経済主体の (生産終了後で、消費財購入前の時点での) 「財産」を、

$$\xi_t = \begin{cases} \xi_t^b = m_t - d(h_t, \tilde{h}_t) + f(q(h_t, \tilde{h}_t), k_t) + (1 - \delta)k_t & : \text{中間財市場で買い手} \\ \xi_t^s = m_t + d(\tilde{h}_t, h_t) + f(0, k_t) + (1 - \delta)k_t & : \text{中間財市場で売り手} \end{cases}$$

と定義する<sup>5</sup>。ここで、 $d(h_t, \tilde{h}_t)$  は、 $h_t$  を保有する買い手と  $\tilde{h}_t$  を保有する売り手の交渉において支払われる実質貨幣量を表わす。中間財市場で、 $h_t = (m_t, k_t)$  を保有する経済主体が買い手の場合は、 $d(h_t, \tilde{h}_t)$  の支払いをするが、代わりに中間財を得るため、最終財市場での生産関数に  $q(h_t, \tilde{h}_t)$  が反映されている。一方、中間財市場で売り手の場合は、 $d(\tilde{h}_t, h_t)$  の支払いを受けるが、中間財を得ることはできないので、最終財市場での生産量は  $f(0, k_t)$  となっている。これは、第2節のワルラス的貨幣経済モデルとほぼ同じである。

ここで、中間財市場に参加する前の価値関数を  $V_t(h_t) = V_t(m_t, k_t)$ 、最終財市場に参加する前の価値関数を  $Z_t(\xi_t)$  と表すことにすると、

$$\begin{aligned} Z_t(\xi_t) &= \max_{x_t, m_{t+1}, k_{t+1}} \{x_t + \beta V_{t+1}(m_{t+1}, k_{t+1})\} \\ &\text{s.t. } x_t = \xi_t - k_{t+1} - \frac{p_{t+1}}{p_t} m_{t+1} + \mu M_t \end{aligned} \quad (5.16)$$

を得る。(5.16) を整理すると、

$$Z_t(\xi_t) = \xi_t + \max_{m_{t+1}, k_{t+1}} \left\{ -k_{t+1} - \frac{p_{t+1}}{p_t} m_{t+1} + \mu M_t + \beta V_{t+1}(m_{t+1}, k_{t+1}) \right\}$$

<sup>5</sup> 中間財の取引量  $q_t$  は、 $q_t$  (買い手の貨幣・資本量, 売り手の貨幣・資本量) という形で表わしている。同様に、取引される貨幣量は、 $d_t$  (買い手の貨幣・資本量, 売り手の貨幣・資本量) の形で表わす。

が導かれる。上式は、 $\xi_t$  の具体的な形を除き、ワルラス的貨幣経済モデルの最終財市場における価値関数と全く同じ形である。

次に、中間財市場に参加する前の価値関数の形を詳しく見てみる。 $V_t(h_t)$  は、

$$V_t(h_t) = \frac{1}{2} \int \{Z_t(\xi_t^b)\} d\Gamma_t(\tilde{h}_t) + \frac{1}{2} \int \{-c(q(\tilde{h}_t, h_t)) + Z_t(\xi_t^s)\} d\Gamma_t(\tilde{h}_t) \quad (5.17)$$

となる。ここで、 $\Gamma_t(\tilde{h}_t)$  は  $h_t \leq \tilde{h}_t$  を保有する経済主体の割合である。(5.2) と (5.17) を見比べてほしい。本節のモデルでは、中間財の取引量  $q_t$  は、買い手と売り手の交渉で決まるので、取引相手の貨幣・資本量にも、一般的には依存する。そのため、どのような相手とペアが組まれるのかで、取引条件は異なる。したがって、中間財市場に参加する前の価値関数は、(5.17) のように積分の形で表わされる。(5.17) の第一項は、買い手になる場合の期待効用で、第二項は、売り手になる場合の期待効用を表している。

### 5.3.3 中間財市場

本項では、中間財市場を考察する。ここで、買い手の交渉から得られる効用のゲインを  $G_t^b$ 、売り手の交渉から得られる効用のゲインを  $G_t^s$  と記すことにする。交渉解は協力ゲームの解として与えられるが、本項では、買い手と売り手の交渉の場に、あたかも仲裁者 (arbiter) が存在していて、その仲裁者が売り手と買い手の厚生 (交渉による効用ゲイン) から成る、ある関数を最大化するような定式化をする。すなわち、交渉は、以下の関数  $W$  を最大化するように行われると考えよう。ただし、買い手が支払う貨幣量は、保有量を超えてはならないという制約の下、以下の関数を最大化する。

$$\max_{q_t, d_t} W(G_t^b, G_t^s) \quad \text{s.t.} \quad d_t \leq m_t \quad (5.18)$$

$G_t^b$  は、

$$G_t^b = Z_t(m_t - d_t + f(q_t, k_t)) - Z_t(m_t + f(0, k_t)) = f(q_t, k_t) - f(0, k_t) - d_t$$

と表わされる。 $Z_t(m_t - d_t + f(q_t, k_t))$  は、交渉が成功したときの価値であり、 $Z_t(m_t + f(0, k_t))$  は、交渉が決裂したときの価値を表わす。すなわち、交渉から得られる買い手の効用ゲイン  $G_t^b$  は、それらの差となる。同様に  $G_t^s$  は、

$$G_t^s = -c(q_t) + Z_t(m_t + d_t + f(0, k_t)) - Z_t(m_t + f(0, k_t)) = -c(q_t) + d_t$$



と表わされ、 $-c(q_t) + Z_t(m_t + d_t + f(0, k_t))$  は、交渉が成功したときの価値で、 $Z_t(m_t + f(0, k_t))$  は、交渉が決裂したときの価値である。

ここからは、具体的に交渉解を仮定する必要がある。本章では、ナッシュ交渉解を採用する。第1章でも見たように、基本となるナッシュ交渉解は、買い手と売り手の効用ゲインの積（ナッシュ積）を最大化する解として表わされ、 $W(G_t^b, G_t^s) = G_t^b \cdot G_t^s$  を最大化する  $d_t$  と  $q_t$  の組み合わせであるが、通常よく用いられているのは、これを一般化した（ウェイト付けされた）ものである。

一般化されたナッシュ交渉解は、 $\theta \in [0, 1]$  を買い手の交渉力とすると、 $W(G_t^b, G_t^s) = (G_t^b)^\theta (G_t^s)^{1-\theta}$  を最大化する  $d_t$  と  $q_t$  の組み合わせで表される。 $\theta$  が1であれば、買い手のみの効用ゲインを最大化するように交渉解が求められ、 $\theta$  が0であれば、逆に、売り手のみの効用ゲインを最大化するように交渉解が求められる。本モデルでは、一般化されたナッシュ交渉解を用いることにする。すなわち、以下のように表される。

$$\max_{q_t, d_t} [f(q_t, k_t) - f(0, k_t) - d_t]^\theta [-c(q_t) + d_t]^{1-\theta} \quad \text{s.t.} \quad d_t \leq m_t$$

ここで次の命題が得られる。

**命題 5.3.1**  $h_t = (m_t, k_t)$  を保有する買い手と  $\tilde{h}_t = (\tilde{m}_t, \tilde{k}_t)$  を保有する売り手のペアが、中間財市場において合意する交渉解は、

$$q(h_t, \tilde{h}_t) = \begin{cases} \hat{q}(m_t, k_t) & \text{if } m_t < m^*(k_t) \\ q^*(k_t) & \text{if } m_t \geq m^*(k_t) \end{cases}$$

$$d(h_t, \tilde{h}_t) = \begin{cases} m_t & \text{if } m_t < m^*(k_t) \\ m^*(k_t) & \text{if } m_t \geq m^*(k_t) \end{cases}$$

で与えられる。ここで、 $q^*(k_t)$ 、 $m^*(k_t)$  は、それぞれ、 $c_q(q_t^*) = f_q(q_t^*, k_t)$ 、 $m_t^* = \theta c(q_t^*) + (1 - \theta)(f(q_t^*, k_t) - f(0, k_t))$  を解くことで得られる関数であり、 $\hat{q}(m_t, k_t)$  は、

$$0 = \frac{\theta c(\hat{q}_t) f_q(\hat{q}_t, k_t) + (1 - \theta)[f(\hat{q}_t, k_t) - f(0, k_t)] c_q(\hat{q}_t)}{\theta f_q(\hat{q}_t, k_t) + (1 - \theta) c_q(\hat{q}_t)} - m_t \equiv J(\hat{q}_t, m_t, k_t) \quad (5.19)$$

を解くことで得られる関数である。

(証明)

交渉解は、以下の最適化問題を解く  $q_t$ 、 $d_t$  として表される。

$$\max_{q_t, d_t} [f(q_t, k_t) - f(0, k_t) - d_t]^\theta [-c(q_t) + d_t]^{1-\theta} \quad \text{s.t.} \quad d_t \leq m_t$$

クーン=タッカー条件は、 $\lambda_t$  を未定乗数とすれば、

$$\frac{\theta f_q(q_t, k_t)}{f(q_t, k_t) - f(0, k_t) - d_t} - \frac{(1 - \theta)c_q(q_t)}{d_t - c(q_t)} = 0 \quad (5.20)$$

$$\frac{-\theta}{f(q_t, k_t) - f(0, k_t) - d_t} + \frac{(1 - \theta)}{d_t - c(q_t)} - \lambda_t = 0 \quad (5.21)$$

$$\lambda_t(m_t - d_t) = 0 \quad (5.22)$$

で与えられる。もし  $\lambda_t = 0$  ならば、(5.20) と (5.21) より、 $f_q(q_t^*, k_{t+1}) = c_q(q_t^*)$  を満たす  $q_t = q_t^*$  と  $d_t = m_t^* = \theta c(q_t^*) + (1 - \theta)(f(q_t^*, k_t) - f(0, k_t))$  を得る。つまり、もし経済主体が十分貨幣を保有していれば ( $m_t \geq m_t^*$ )、 $q_t = q_t^*$  と  $d_t = m_t^*$  が解となる。もし  $\lambda_t > 0$  ならば、すなわち、もし十分な貨幣を保有していない場合 ( $m_t < m_t^*$ ) は、解は  $q_t = \hat{q}_t$  と (5.22) より  $d_t = m_t$  になる。ここで、 $\hat{q}_t$  が満たすべき式は、クーン=タッカー条件 (5.20) から導出され、

$$0 = \frac{\theta c(\hat{q}_t) f_q(\hat{q}_t, k_t) + (1 - \theta)[f(\hat{q}_t, k_t) - f(0, k_t)]c_q(\hat{q}_t)}{\theta f_q(\hat{q}_t, k_t) + (1 - \theta)c_q(\hat{q}_t)} - m_t \equiv J(\hat{q}_t, m_t, k_t)$$

と表わせる。さらに、陰関数定理を用いて、 $\hat{q}_m(m_t, k_t) = -J_m/J_q$  と表わされ、

$$\hat{q}_m(m_t, k_t) = \frac{[\theta f_q + (1 - \theta)c_q]^2}{f_q c_q [\theta f_q + (1 - \theta)c_q] + \theta(1 - \theta)[f(\hat{q}_t, k_t) - f(0, k_t) - c](f_q c_{qq} - c_q f_{qq})} > 0 \quad (5.23)$$

を得る。

( 証明終わり )

命題 5.3.1 を解説する。もし買い手が保有している貨幣量が十分大きいならば ( $m_t \geq m^*(k_t)$ )、売り手は中間財を  $q_t^*$  だけ生産し、買い手に  $m_t^*$  で売ることになる。ここで、命題 5.3.1 にあるように、 $q^*$ 、 $m^*$  は、買い手が支払う貨幣量は、保有量を超えてはならないという制約が効いていないとき、最も効率的な取引が行われたときに実現する、中間財の取引量と買い手が支払う (売り手が受け取る) 貨幣量である。

また、もし買い手の貨幣保有量が小さいならば ( $m_t < m^*(k_t)$ )、売り手は中間財を  $\hat{q}_t$  ( $< q^*(k_t)$ ) だけ生産し、買い手に売ることになる。買い手は保有している貨幣をすべて使い切る。つまり、 $d_t = m_t$  が成り立つ。

さらに、交渉解は買い手の貨幣・資本保有量のみ依存し、売り手の保有量には依存しない。これは、中間財の取引量 ( $\hat{q}$ 、 $q^*$ )、貨幣の取引量 ( $m_t$ 、 $m^*$ ) が売り手の貨幣・資本保有量  $\tilde{h}_t$  に依存しないことからわかる。したがって、ここで、中間財と貨幣の取引量を表す関数を  $D(h_t) \equiv d(h_t, \tilde{h}_t)$ 、 $Q(h_t) \equiv q(h_t, \tilde{h}_t)$  と定義し直そう。

### 5.3.4 貨幣均衡

本節では、分権的貨幣経済モデルの貨幣均衡を定義する。命題 5.3.1 の結果 (交渉解は買手の貨幣・資本保有量のみ依存する) を用いて、価値関数 (5.17) を整理すると、

$$V_t(h_t) = v_t(h_t) + m_t + \max_{m_{t+1}, k_{t+1}} \left\{ -\frac{p_{t+1}}{p_t} m_{t+1} - \mu M_t - k_{t+1} + \beta V_{t+1}(m_{t+1}, k_{t+1}) \right\} \quad (5.24)$$

となる。ここで (5.24) における  $v_t$  は、

$$v_t(h_t) \equiv \frac{1}{2} \{-D(h_t) + f(Q(h_t), k_t) + (1 - \delta)k_t\} + \frac{1}{2} \int \{-c(Q(\tilde{h}_t)) + D(\tilde{h}_t) + f(0, k_t) + (1 - \delta)k_t\} d\Gamma_t(\tilde{h}_t) \quad (5.25)$$

と定義される。また、(5.24) の右辺の最大化問題は唯一の解を持つと仮定し、 $m_t$ 、 $k_t$  の分布は一点に退化するとしよう。それでは、次の命題を確認する。

**命題 5.3.2**  $\theta \in (0, 1)$  を仮定する<sup>6</sup>。このとき、貨幣均衡では次のことが成立する。

(1)  $\beta \leq p_{t+1}/p_t$

(2) 各経済主体は、 $m^*(k_{t+1})$  よりも少ない  $m_{t+1}$  だけの貨幣を次期に持ち越し、取引される中間財の量は、 $q^*(k_{t+1})$  よりも少ない  $\hat{q}(m_{t+1}, k_{t+1})$  となる。

(証明)

(1) (5.25) より、

$$v_{t+1, m} = \begin{cases} \frac{1}{2} f_q \hat{q}_m(m_{t+1}, k_{t+1}) - \frac{1}{2} & \text{if } m_{t+1} < m^*(k_{t+1}) \\ 0 & \text{if } m_{t+1} \geq m^*(k_{t+1}) \end{cases} \quad (5.26)$$

を得る。また、(5.24) の  $m_{t+1}$  についての一階の条件は、 $\Pi \equiv -p_{t+1}/p_t + \beta v_{t+1, m} + \beta = 0$  となる。もし  $\beta > p_{t+1}/p_t$  ならば、任意の  $m_{t+1} \geq m^*(k_{t+1})$  で  $\Pi$  は、厳密に正となってしま

<sup>6</sup>ここで、 $\beta = p_{t+1}/p_t$  と  $\theta = 1$  が同時に成立している場合を考えてみる。このとき、中間財の取引量は  $q^*(k_{t+1})$  であるが、均衡の非決定性が生じてしまうことになる。以下簡単に証明する。命題 5.3.1 の (5.23) に  $\theta = 1$  を代入すると、 $\hat{q}_m(m_{t+1}, k_{t+1}) = \frac{1}{c_q(\hat{q}_{t+1})}$  が導出され、これを (5.25) に代入すれば、 $v_{t+1, m} = \frac{f_q(\hat{q}_{t+1}, k_{t+1})}{2c_q(\hat{q}_{t+1})} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{f_q(\hat{q}_{t+1}, k_{t+1})}{c_q(\hat{q}_{t+1})} - 1 \right)$  を得る。ここで、 $\beta = p_{t+1}/p_t$  が成立していれば、 $\Pi = \beta v_{t+1, m}$  であり、任意の  $m_{t+1} < m^*(k_{t+1})$  で  $\Pi > 0$  となる。これは、 $f_q(\hat{q}_{t+1}, k_{t+1}) > c_q(\hat{q}_{t+1})$  が成立することによる。また、任意の  $m_{t+1} \geq m^*(k_{t+1})$  で  $\Pi = 0$  となる。したがって、 $m_{t+1} \geq m^*(k_{t+1})$  が選択され、均衡は非決定的となる。

また、 $\theta = 0$  の場合、つまり、売り手がすべての交渉力を得る場合は、貨幣を保有する意味がなくなる。以下、簡単に証明する。命題 5.3.1 の証明の (5.23) に  $\theta = 0$  を代入すると、 $\hat{q}_m(m_{t+1}, k_{t+1}) = \frac{1}{f_q(\hat{q}_{t+1}, k_{t+1})}$  が導出され、これを (5.25) に代入すれば、 $v_{t+1, m} = \frac{f_q(\hat{q}_{t+1}, k_{t+1})}{2f_q(\hat{q}_{t+1}, k_{t+1})} - \frac{1}{2} = 0$  を得る。ここで、 $\beta < p_{t+1}/p_t$  が成立していれば、常に  $\Pi < 0$  が成立してしまう。したがって、このとき、貨幣を保有しない方が良いことになる。 $\beta = p_{t+1}/p_t$  が成立している場合は、貨幣を保有しても、しなくても、 $\Pi = 0$  が成立する。

う。つまり、任意の  $m_{t+1} \geq m^*(k_{t+1})$  で価値関数 (5.24) は、厳密に増加関数となる。よって均衡では、 $\beta \leq p_{t+1}/p_t$  が成立してはならない。

(2)  $t+1$  での (5.23) において、下からの極限 ( $m_{t+1} \rightarrow m_{t+1}^*$ ) を取り、整理すると、

$$f_q \hat{q}_m = \frac{f_q^2}{f_q^2 + \theta(1-\theta)(f(\hat{q}_{t+1}, k_{t+1}) - f(0, k_{t+1}) - c)(c_{qq} - f_{qq})} < 1 \quad (5.27)$$

を得る。(5.25) より、 $v_{t+1,m} = \frac{1}{2} f_q \hat{q}_m(m_{t+1}, k_{t+1}) - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} (f_q \hat{q}_m(m_{t+1}, k_{t+1}) - 1)$  であるので、ある  $\vartheta > 0$  に対して、任意の  $m_{t+1} \in (m^*(k_{t+1}) - \vartheta, m^*(k_{t+1}))$  で  $v_{t+1,m} < 0$  が成立する。よって、 $\beta \leq p_{t+1}/p_t$  であれば、任意の  $m_{t+1} \in (m^*(k_{t+1}) - \vartheta, m^*(k_{t+1}))$  で  $\Pi < 0$  となり、任意の  $m_{t+1} \geq m^*(k_{t+1})$  で  $\Pi \leq 0$  となることが分かる。したがって、すべての経済主体は、 $m_{t+1} < m^*(k_{t+1})$  かつ  $\hat{q}(m_{t+1}, k_{t+1}) < q^*(k_{t+1})$  を選択する。 (証明終わり)

前節と同様の手続きにより、 $\frac{p_{t+1}}{p_t}$  が  $\beta$  以上となる条件を書き換えれば、

$$\frac{m_t}{m_{t+1}} \geq \frac{\beta}{1+\mu} \quad (5.28)$$

となる。ここで、(5.24) を用いて、 $m_{t+1}$ 、 $k_{t+1}$  に関する一階の条件 (F.O.C) を導出しよう。

簡単な計算により、

$$\text{F.O.C}_k = -\frac{1}{\beta} + V_{t+1,k_{t+1}}(m_{t+1}, k_{t+1}) = 0 \quad (5.29)$$

$$\text{F.O.C}_m = -\frac{1+\mu}{\beta} \cdot \frac{m_t}{m_{t+1}} + V_{t+1,m_{t+1}}(m_{t+1}, k_{t+1}) = 0 \quad (5.30)$$

が導出される。

さらに、(5.25) を用いて、 $V_{t+1,m_{t+1}}$  を計算し、命題 5.3.2 を用いることにより、

$$\begin{aligned} \text{F.O.C}_k &= -\frac{1}{\beta} + \frac{1}{2} \{f_q(\hat{q}(m_{t+1}, k_{t+1}), k_{t+1}) \hat{q}_k(m_{t+1}, k_{t+1}) \\ &\quad + f_k(\hat{q}(m_{t+1}, k_{t+1}), k_{t+1})\} + \frac{1}{2} f_k(0, k_{t+1}) + (1-\delta) = 0 \end{aligned} \quad (5.31)$$

$$\text{F.O.C}_m = -\frac{1+\mu}{\beta} \cdot \frac{m_t}{m_{t+1}} + \frac{1 + f_q(\hat{q}(m_{t+1}, k_{t+1}), k_{t+1}) \hat{q}_m(m_{t+1}, k_{t+1})}{2} = 0 \quad (5.32)$$

と書き直すことができる。したがって、分権的貨幣経済モデルの貨幣均衡は次のように定義される。

**定義 5.3.1** 所与の  $k_0 \geq 0$  と  $\mu$  に対し、(5.28)、(5.31)、(5.32) を満たす貨幣・資本量の流列  $\{m_t, k_t\}_{t=0}^{\infty}$  を貨幣均衡と呼ぶ。

## 5.4 数値分析

### 5.4.1 定常均衡

本節では、前節、前々節で考察した「ワルラス的貨幣経済モデル」と「分権的貨幣経済モデル」の比較分析を行う。本章で扱っているモデルはかなり複雑なため、モデルの動学的特性を容易に調べることはできない。そこで、本節では定常均衡に絞り、2つの貨幣モデルの比較分析を行う。

ワルラス的貨幣経済モデルの定常均衡において成立すべき条件は、 $1 + \mu > \beta$ に加え、

$$\text{F.O.C}_k = -\frac{1}{\beta} + \frac{f_k(\bar{Q}(m), k) + f_k(0, k)}{2} + (1 - \delta) = 0 \quad (5.33)$$

$$\text{F.O.C}_m = -\frac{1 + \mu}{\beta} + \frac{1 + f_q(\bar{Q}(m), k) \left(\frac{\bar{Q}(m)}{m}\right)}{2} = 0 \quad (5.34)$$

であり、分権的貨幣経済モデルの定常均衡において成立すべき条件は、 $1 + \mu \geq \beta$ に加え、

$$\text{F.O.C}_k = -\frac{1}{\beta} + \frac{f_q(\hat{q}(m, k), k)\hat{q}_k(m, k) + f_k(\hat{q}(m, k), k) + f_k(0, k)}{2} + (1 - \delta) = 0 \quad (5.35)$$

$$\text{F.O.C}_m = -\frac{1 + \mu}{\beta} + \frac{1 + f_q(\hat{q}(m, k), k)\hat{q}_m(m, k)}{2} = 0 \quad (5.36)$$

と表される。

本節では、数値分析を行うので、まず関数を特定する必要がある。最終財から得られる効用は  $u(x) = x$  として表していたが、この線形性は引き継がれる。中間財を生産する際の効用コストは、 $c(q) = Dq^\psi$  と表すことにする。ただし、 $D > 0$ 、 $\psi > 1$  を満たす。最終財を生産する技術、つまり生産関数は、 $f(q, k) = Ak^\alpha(B + q^\gamma)$  と特定する。なお、各パラメータは、 $A > 0$ 、 $B > 0$ 、 $\alpha \in (0, 1)$ 、 $\gamma \in (0, 1)$  を満たす。 $B$  が正であるとすれば、中間財市場で売り手となり、中間財が入手できなかった場合でも、最終財の生産が可能となることを意味する。

### 5.4.2 貨幣成長率の変化が及ぼす影響

本項では、ベンチマークとして、以下の値をパラメータに与える。中間財の生産コストに関わるパラメータを  $D = 1$ 、 $\psi = 2$  と指定し、最終財の生産に関わるパラメータは  $A = 1$ 、 $B = 1$ 、 $\alpha = 0.5$ 、 $\gamma = 0.5$  と指定する<sup>7</sup>。さらに、 $\theta = 0.9$ 、 $\beta = 0.95$ 、 $\delta = 0.05$  は、それぞれ、買い手の交渉力、割引因子、資本減耗率を表す。

<sup>7</sup>割引因子  $\beta$ 、資本減耗率  $\delta$  のパラメータの値は、一般的に用いられている範囲の値を採用している。また、効用関数、生産関数におけるパラメータの値と買い手の交渉力を表す  $\theta$  の値は、本節第3項の「結論の頑健性」で様々な値を試している。

表 5-1 は、貨幣成長率  $\mu$  が 1% から 20% (0.01 から 0.2) に変化するに従い、定常均衡の  $GDP=Y$  がどのように変化していくのかを示している。経済主体は、2分の1の確率で買い手になり、その場合は、中間財を得ることになるので  $f(q, k)$  の最終財を生産する。また、同確率で売り手になり、その場合は、中間財を得ることはできないので  $f(0, k)$  の生産をすることになる。よって、GDP は、 $Y = \frac{f(q,k)+f(0,k)}{2}$  として計算される。以下、DC (Decentralized-Centralized) は「分権的貨幣経済モデル」を表し、CC (Centralized-Centralized) は集権的な「ワルラス的貨幣経済モデル」を表す。例えば、表 5-1 の DC(Y) の項の左側の数値は、分権的貨幣経済モデルにおける GDP の値であり、右側の数値は、貨幣成長率  $\mu$  が 1% のときに計算された GDP の値を 100 に基準化した値である。表を見ると、貨幣成長率が上昇するにつれて、DC、CC のいずれの場合も GDP の値は減少していくのがわかる。つまり、DC、CC の変化の方向 (貨幣成長率が上昇すると GDP は減少する) は、同じであると言える。

$\mu$	DC(Y)	(%)	CC(Y)	(%)
0.01	6.85	100	12.46	100
0.03	6.76	98.65	12.35	99.10
0.05	6.67	97.41	12.21	97.96
0.07	6.59	96.26	12.09	96.97
0.09	6.52	95.18	11.97	96.02
0.12	6.45	94.12	11.85	95.08
0.14	6.39	93.23	11.75	94.29
0.16	6.32	92.28	11.66	93.53
0.18	6.27	91.45	11.55	92.66
0.20	6.21	90.61	11.51	92.33
変化率 (%表示)	-2.59		-2.04	

表5-1: GDP(Y)

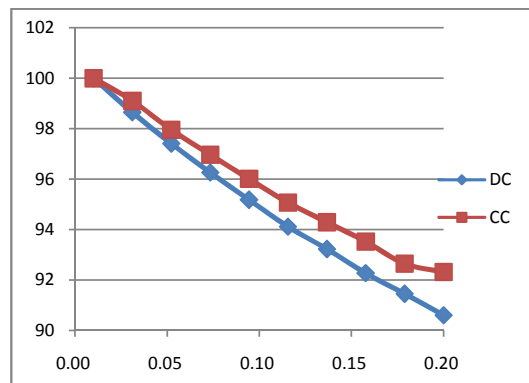


図5-3: GDP(Y)

それでは、貨幣成長率の変化が与える GDP への影響の量的な差を確認していこう。表 5-1 の下の変化率は、 $\mu$  が 1% から 5% に上昇したときに、どれだけ GDP が変動するのかを見たものである。DC における、約 2.6%( $\approx 100 - 97.41$ ) の GDP の下落に対し、CC では約 2.0%( $\approx 100 - 97.96$ ) 下落することがシミュレーションの結果から確認できる。図 5-3 は、表 5-1 の結果をグラフに表したものである。同様に、表 5-2・図 5-4、表 5-3・図 5-5 は、それぞれ、貨幣成長率の変化に対する資本量、(実質)貨幣量の変化を表している。ここでも、GDP のケースと同様に、DC の変化の方が CC のそれよりも大きいことがわかる<sup>8</sup>。

<sup>8</sup>Aruoba and Wright (2003) では、LW モデルに資本財  $k$  を導入している。彼らのモデルでは、貨幣成長率の変化は、LW モデルの昼市場における消費財  $q$  には影響を与えるが、資本量  $k$  には影響を与えない。すなわち、資本財に対しては、「貨幣の超中立性 (super-neutrality)」が成立する。本章のモデルでの貨幣成長率の

$\mu$	DC(k)	(%)	CC(k)	(%)
0.01	21.79	100	60.68	100
0.03	21.44	98.40	60.23	99.26
0.05	21.13	<u>96.94</u>	59.48	<u>98.02</u>
0.07	20.84	95.61	58.88	97.03
0.09	20.56	94.34	58.28	96.05
0.12	20.28	93.08	57.68	95.06
0.14	20.07	92.08	57.23	94.32
0.16	19.82	90.95	56.78	93.57
0.18	19.62	90.02	56.18	92.59
0.20	19.40	89.02	56.07	92.40
変化率 (%表示)	-3.06		-1.98	

表5-2: 資本量(k)

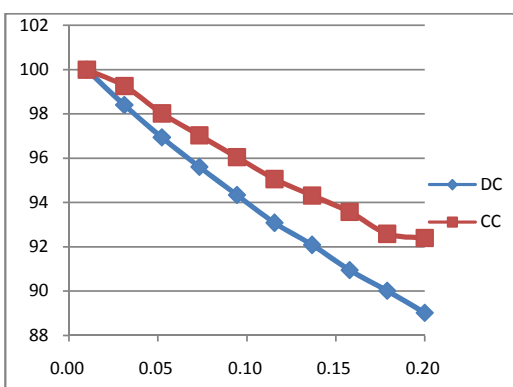


図5-4: 資本量(k)

$\mu$	DC(m)	(%)	CC(m)	(%)
0.01	1.02	100	4.15	100
0.03	0.96	93.56	3.92	94.49
0.05	0.90	<u>87.80</u>	3.70	<u>89.21</u>
0.07	0.85	82.63	3.50	84.41
0.09	0.80	77.95	3.32	80.10
0.12	0.75	73.66	3.15	76.02
0.14	0.72	69.85	3.01	72.43
0.16	0.68	66.24	2.87	69.07
0.18	0.65	63.02	2.74	65.95
0.20	0.61	60.00	2.63	63.31
変化率 (%表示)	-12.20		-10.79	

表5-3: 貨幣量(m)

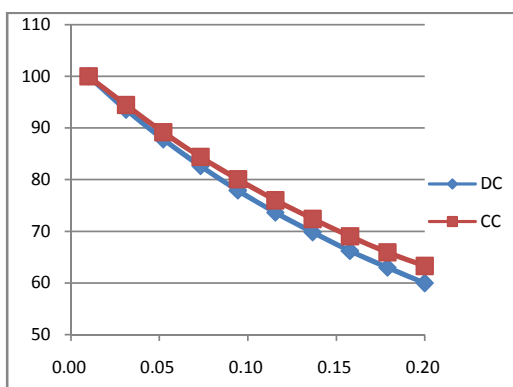


図5-5: 貨幣量(m)

表5-4は主に、貨幣成長率が経済厚生  $WF$  に与える影響を表わしている。本章では、経済厚生を  $WF = \left\{ \frac{f(q,k)+f(0,k)}{2} - \delta k \right\} - \frac{c(q)}{2}$  と定義し、計算する。これは、最終財から得られる効用の平均から中間財を生産する際に生じる効用コストの平均を差し引いた値である。上式は、(5.2) もしくは、(5.17) を整理することで、導出される。表5-4の左側の GDP に関する項は、表5-1と同じものであるので、経済厚生  $WF$  の項に注目してほしい。この項では、 $\mu$  が1%から5%に上昇したときの経済厚生に与える影響を示している。具体的には、分母に、 $\mu$  が1%のときに相当する GDP の値を与え、分子には、 $\mu$  が1%から5%に上昇したときの経済厚生の变化量を計算してある。再び、最終財から得られる効用は線形である ( $u(x) = x$ ) ことを確認する。この性質から、経済厚生を GDP 単位で測定することが可能となる。貨幣成長率の変化による経済厚生の損失は、CC では GDP の約0.66%の減少に变化は、均衡における資本ストックにも影響を与えるので、非超中立的である。



相当し、DC では 1.33% の GDP の減少に相当する。

$A=1, B=1, \alpha=0.5, \gamma=0.5, D=1, \psi=2, \theta=0.9, \beta=0.95, \delta=0.05$						
	$Y$ at 1%	$Y$ at 5%	$\Delta Y/Y$ (%)	$WF$ at 1%	$WF$ at 5%	$\Delta WF/Y$ (%)
DC	6.85	6.67	-2.63	5.38	5.29	-1.33
CC	12.46	12.21	-2.04	8.39	8.31	-0.66

表5-4: GDP(Y)と厚生(WF)

### 5.4.3 結論の頑健性

前項では、 $\mu$  以外のパラメータは固定して、貨幣成長率の変化に対する経済の動きを主に見た。本項では、 $\mu$  以外のパラメータの値も変動させ、前項で見た結果の「頑健性」について考察する。

	$B$		$\gamma$		$\theta$		$\psi$	
	0.5	1.2	0.2	0.6	0.5	0.99	1.5	2.5
DC: $\Delta Y/Y$	-3.80	-2.34	-0.96	-3.69	-2.33	-2.54	-4.71	-1.65
CC: $\Delta Y/Y$	-3.40	-2.12	-0.42	-2.99	-2.04	-2.04	-3.89	-1.09
DC: $\Delta WF/Y$	-1.96	-1.27	-0.62	-1.90	-1.69	-1.20	-2.37	-0.92
CC: $\Delta WF/Y$	-1.17	-0.72	-0.11	-0.95	-0.66	-0.66	-1.24	-0.31

表5-5: 結論の頑健性 (%)

表 5-5 は、 $\mu$  が 1% から 5% に上昇したときの  $\Delta Y/Y$  と  $\Delta WF/Y$  の値 (%) が記されている。ただし、本項では、パラメータ  $B$ 、 $\gamma$ 、 $\theta$ 、 $\psi$  の値をベンチマークから変化させている。例えば、最終財を生産する技術に関わるパラメータ  $\gamma$  の項を見てみると、ベンチマーク ( $\gamma = 0.5$ ) において、DC での GDP の変化率は 2.63% で、CC では 2.04% であった。 $\gamma = 0.2$  のときは、DC での GDP の変化率は約 0.96% であり、CC では 0.42% で、ここでも DC の方が変化率が大きいことがわかる。また、 $\gamma = 0.6$  のときの変化率は、DC で約 3.69% であり、CC で約 2.99% である。パラメータの値を大きく動かしても、やはり、DC の方が大きな影響を受けていることが見て取れる。その他のパラメータを動かした場合も、本項での計算結果を見る限り、DC の方がより大きく影響を受けている。結果、シミュレーション分析の頑健性はかなり高いと言える。

なお、「補論 A」には、本節第 2、3 項で行ったシミュレーションの Fortran プログラムが記載されている。「A.1」は、ワルラス的貨幣経済モデルのプログラムであり、「A.2」は、

分権的貨幣経済モデルのそれである。

さらに、「補論 B」には、本章の分権的貨幣経済モデルにおける動学的分析に関する R プログラムが記載されている。ただし、本章とはモデルの環境が若干異なる。本章で見てきたモデルでは、欲望の一重の一致のみが生じるよう工夫されているが、補論 B で扱われている経済では、中間財市場において、欲望の一重の一致、欲望の不一致 (取引なし) の 2 つのケースが生じる可能性を認めている。また、補論 B でのモデルでは、貨幣供給量は固定されている。上述のような違いがあるが、本章の式を参考に用いれば、(5.31)、(5.32) を定常均衡において線形近似し、均衡経路が求められる。この均衡経路を表すシステムは、1 変数の 1 階の差分方程式に要約される。そして、この式の係数の値を、様々な値のパラメータを用いて導出し、モデルの動学的性質を分析している。シミュレーションにより、どのような結果がもたらされるのかを、ここで簡単に説明すると、初期貨幣供給量が与えられた場合、上述した係数の絶対値が 1 よりも小さければ、定常均衡に収束し、値が 1 よりも大きければ、解は発散するが、シミュレーションの結果、ほとんどのパラメータの組み合わせで、係数の絶対値が 1 よりも大きくなることが示される。このことは、初期の貨幣供給量  $m_0$  が定常均衡に対応する水準と異なっていれば経済が発散すること、すなわち定常均衡以外の均衡があり得ず、均衡が決定的であることを示している。

## 5.5 まとめ

本章では、貨幣理論が直面する課題の 1 つを取り上げ議論した。その課題とは、貨幣的現象が引き起こす経済への実際の影響と、貨幣理論から導かれる予測値との大きな溝の存在である。現在の主要なマクロ経済分析の多くでは、貨幣政策の変化が实体经济に及ぼす強い影響力を説明するために、価格硬直性が仮定され、膨大なシミュレーション分析が行われている。

本章においては、価格硬直性を仮定する以外の方法で、貨幣と实体经济の結び付きの強さを説明する方法を模索した。その方法の 1 つとして、我々は、「分権的取引」に焦点を当て、その可能性を探った。本章で考察したモデルは、取引がすべてワルラス的市場で行われる「ワルラス的貨幣経済モデル」と、取引がワルラス的市場と分権的市場で行われる「分権的貨幣経済モデル」である。貨幣成長率の変化がこの 2 つのモデルにどのような影響を及ぼすのかを、数値的に比較分析したが、結果は分権的貨幣経済モデルにおける効果の方が、より大きいというものであった。

本章では、貨幣成長率  $\mu$  の上昇が、DC、CC 両モデルにおいて経済活動を阻害し、経済厚生を引き下げること、また、その効果は CC モデルよりも DC モデルにおいて、より強く観察されることを数値計算により示したが、このことを一般的に証明することはできなかった。本章の2つのモデルにおいて、インフレーションの効果を分析することがなぜ難しいのかを考えてみたい。中間財市場では CIA 制約が課されるので、貨幣の保有コストを高める貨幣成長率  $\mu$  の上昇は、中間財取引を阻害し、取引量  $q$  を減少させると予想することは自然であるように思われる。しかし、それによって GDP がどのように変化し、社会的コストはどのようなものになるのかを分析するのは単純でない。CC モデルの均衡条件 (5.33) を見ると分かるように、中間財の取引量が減少する結果、資本ストックがどのように調整されるかは、 $f_{kq}$  に依存する。すなわち、資本財と中間財が代替財なのか、補完財なのかで結論は大きく異なってくる。同様のことは DC モデルにも当てはまるが ((5.35) を参照)、交渉のプロセスを含む DC モデルの方では、中間財と資本財の関係はさらに複雑になってしまう。このようなことが、CC モデル、DC モデルの一般的な定性分析を困難にしている。最終財の生産関数の形を絞っていけば、ある程度、一般的な定性分析を行うことが可能とも考えられるが、それは今後の課題とする。

また、本章の分析において、冷静に数値の差を見比べたとき、今回のシミュレーション分析により、貨幣ショックが实体经济に与える強い影響力が説明されたとするには、まだ不十分に思われる。貨幣が現実の経済において、極めて大きい影響をもたらしていることを考慮した場合、「分権的取引」という仮定の他に考えられることはまだ多いように思われるが、それも今後残された大きな課題である。

## 第6章 Kataoka-Shimizuモデル

### 6.1 はじめに

第5章では、Lagos-Wright モデルを参考にし、中間財市場に分権的取引を導入したモデルを構築した。また、従来のワルラス的貨幣経済モデルとの比較分析を行い、貨幣政策が実物経済に与える影響力は、分権的貨幣経済モデルの方がより強くなることをシミュレーション分析を用いて明らかにした。

本章では、前章とはモデルの背景が異なる貨幣経済モデルを構築する。第4章の「第三世代の貨幣サーチ・モデル」でも触れたが、貨幣を完全に分割可能にし、経済主体が任意単位の貨幣を保有することができるかと仮定した場合、貨幣保有分布が各期ごと推移してしまい、貨幣均衡の分析が著しく困難になる。また、均衡の非決定性などの問題が生じてしまうことも知られている。これらの問題を避ける最も簡単な方法としてよく用いられるのが、貨幣保有分布を一点に退化させる手法である。すなわち、全ての経済主体が同量の貨幣を次期に持ち越すような枠組みであれば、貨幣保有分布は一点に退化し、分析が容易になる。第5章では、Lagos-Wright モデルを参考にし、市場を2つに分割することで、貨幣保有分布の退化を可能にした。

本章では、Wallace (2002)、Goldberg (2006, 2007) などに見られる手法を用いて、貨幣保有分布の推移という問題に対処する。貨幣サーチ・モデルを背景に持つ理論の多くでは、しばしば経済主体間の遭遇において、完全にランダムなマッチングが仮定される。本章では、ディレクテッド・サーチ (directed search) を仮定する。ディレクテッド・サーチとは、各経済主体は完全にランダムに取引相手を探すのではなく、部分的な情報を利用して、取引相手をサーチする。現実の経済を考えた場合、人々は完全にランダムに取引相手を探すのではなく、欲しい財がどこに行けば売っているのか、あるいは誰が生産しているのかなどを事前に調べ、行動するのが自然である。このように部分的な情報を活用し、取引相手をサーチする状況を想定する。すぐ後のモデル設定で詳しく述べられるが、本章のKataoka-Shimizuモデルでは、1つの家計は買い手と売り手のペアから成り、買い手は自分の望む財を持つ

売り手の「shop」に出向き、そこで取引が行われるような想定をする。

本章は以下のように構成されている。本章の基本モデルは CIA モデルであり、前章と同様に、ワルラス市場における貨幣政策の影響と、分権的市場におけるそれを比較するのが主な目的である。そのために、第2節でまず、取引がワルラス市場で行われる CIA モデルを構築する。第3節で、分権的市場、ディレクテッド・サーチを仮定したモデルを構築し、第4節で、シミュレーションを用いた比較分析を行う。最後に、「まとめ」で、課題や結論を述べることにする。

## 6.2 ワルラス的貨幣経済モデル

### 6.2.1 モデルの環境

本節では、取引がワルラス的市場で行われる伝統的な貨幣経済モデルを構築する。経済は、無限期間生存する連続的家計  $i \in [0, 1]$  により構成される。各家計は、一人の買い手と一人の売り手により構成されるものとする。家計  $i$  の売り手は  $(s, i)$  と表される。売り手は非耐久的で完全に分割可能な実物財を生産できるが、その際に、効用コストが発生する。ここで、自身の家計内で生産される実物財は消費できないものとしよう。ただし、自身の家計以外により生産される実物財は、すべて消費可能であるとする。その結果、消費を行うには異なる家計間で実物財の交換が必要となる。家計  $i$  の買い手は  $(b, i)$  と表され、買い手は取引された実物財を消費し、効用を得る。また、生産による効用コスト  $W$  と消費から得られる効用  $U$  は、家計内で共有されるものとしよう。さらに、予算も家計内で共有されるものとする。家計  $i$  の生涯効用は、

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (U(c_t^i) - W(x_t^i)) \quad (6.1)$$

と表現される。ここで、 $x_t^i \in \mathbb{R}_+$  と  $c_t^i \in \mathbb{R}_+$  は、 $t$  期における家計  $i$  の生産、消費をそれぞれ表す。効用コスト  $W$  と消費から得られる効用  $U$  は、 $U : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$  と  $W : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$  の関数で表され、二回連続微分可能であり、 $U' > 0$ 、 $W' > 0$ 、 $U'' < 0$ 、 $W'' > 0$ 、 $\lim_{x \rightarrow 0} U'(x)/W'(x) = \infty$ 、 $U(0) = W(0) = 0$  を満たす。さらに、 $U'(\tilde{x}) = W'(\tilde{x})$  を満たす  $\tilde{x}$  が存在すると仮定しよう。

貨幣は、無限期間生存する政府により供給され、耐久的で完全に分割可能とする。また、 $t$  期における経済全体の貨幣供給量を  $M_t$  と表すことにしよう。政府は、 $\mu_t > 0$  の率で貨幣を増加させるものとする。すなわち、 $t$  期における貨幣供給量は、 $M_t = (\prod_{\tau=1}^t (1 + \mu_\tau)) M_0$

となる。 $t$ 期の期首に各家計は、いわゆるヘリコプター・ドロップの形で、 $\mu_t M_{t-1}$ の貨幣を受け取る。ここで、相対的貨幣量を定義する。 $M_t^i$ を $t$ 期における、家計 $i$ の貨幣保有量としたとき、家計 $i$ の相対的貨幣量を $m_t^i \equiv \frac{M_t^i}{M_t}$ と定義する。さらに、 $t$ 期における財の名目価格を $P_t$ と表現し、これを貨幣供給量 $M_t$ で除したものを $p_t \left( \equiv \frac{P_t}{M_t} \right)$ と表現することにしよう。すなわち、 $P_t$ は $t$ 期の実物財を1単位購入するために必要となる相対的貨幣の量を表す。後にこの相対的な量を用いて、本モデルを表現していくことにする。

ここからは、CIA (cash-in-advance) 制約と家計 $i$ の貨幣保有量の推移について議論する。本モデルでは、実物財の取引には、必ず交換媒体として貨幣が用いられ、実物財の交換に用いられる貨幣は前もって用意しておかなければならないという CIA 制約：

$$P_t x_t^{(b,i)} \leq M_t^i \quad (6.2)$$

を設ける。家計 $i$ により $t+1$ 期に持ち越される貨幣量 $M_{t+1}^i$ は、

$$M_{t+1}^i = M_t^i + P_t(x_t^{(s,i)} - x_t^{(b,i)}) + \mu_{t+1} M_t \quad (6.3)$$

から成る。すなわち、前期から持ち越された貨幣量と今期の取引で得た貨幣量、そして $t+1$ 期首にヘリコプター・ドロップにより得られる分を足し合わせた量が $t+1$ 期に持ち越される貨幣量となる。ただし、家計 $i$ の買い手の消費財 $c_t^i$ を $x_t^{(b,i)}$ 、売り手が供給した実物財 $x_t^i$ を $x_t^{(s,i)}$ と表記している。ここで、相対的貨幣量を用いて、(6.2)、(6.3)を書き直すと、CIA 制約は、

$$p_t x_t^{(b,i)} \leq m_t^i \quad (6.4)$$

となり、貨幣保有量の推移は、

$$m_{t+1}^i = \frac{m_t^i + p_t(x_t^{(s,i)} - x_t^{(b,i)}) + \mu_{t+1}}{1 + \mu_{t+1}} \quad (6.5)$$

と表される。

### 6.2.2 均衡

ここでは、前項で構築した貨幣経済モデルの均衡を定義し、その性質を議論する。先の問題は、(6.4)、(6.5)を制約として、(6.1)を最大化する問題として整理することができた。

価格の流列  $\{p_0, p_1, p_2, \dots\}$  を所与とし、ラグランジュ関数を定義すれば、

$$\begin{aligned}
 L \equiv & \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left( U(x_t^{(b,i)}) - W(x_t^{(s,i)}) \right) \\
 & + \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \lambda_t \left( m_{t+1}^i - \frac{m_t^i + p_t(x_t^{(s,i)} - x_t^{(b,i)}) + \mu_{t+1}}{1 + \mu_{t+1}} \right) \\
 & + \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \psi_t \left( m_t^i - p_t x_t^{(b,i)} \right)
 \end{aligned}$$

が得られる。一階の条件を求めれば、

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L}{\partial x_t^{(b,i)}} = 0 & \Rightarrow U'(x_t^{(b,i)}) = p_t \left( -\frac{\lambda_t}{1 + \mu_{t+1}} + \psi_t \right) \\
 \frac{\partial L}{\partial x_t^{(s,i)}} = 0 & \Rightarrow W'(x_t^{(s,i)}) = -\frac{p_t \lambda_t}{1 + \mu_{t+1}} \\
 \frac{\partial L}{\partial m_t^i} = 0 & \Rightarrow \lambda_{t-1} = \beta \left( \frac{\lambda_t}{1 + \mu_{t+1}} + \psi_t \right)
 \end{aligned}$$

を得る。上述の一階の条件を整理すれば、

$$W'(x_t^{(s,i)}) = \frac{p_t}{p_{t+1}} \frac{\beta}{1 + \mu_{t+1}} U'(x_{t+1}^{(b,i)}) \quad (6.6)$$

が最終的に導出される。次に、均衡条件を確認する。ここでは CIA 制約が制約的で、かつ全ての家計の保有する貨幣量が同一になるような対称均衡を見つける。対称均衡においては、(6.6) の他に

$$x_t^{(s,i)} = x_t^{(b,i)} = x_t, \quad m_t^i = 1$$

と、CIA 制約から、

$$p_t = \frac{1}{x_t}$$

が成立していなければならない。これらを (6.6) に代入すれば、

$$W'(x_t)x_t = \frac{\beta}{1 + \mu_{t+1}} U'(x_{t+1})x_{t+1} \quad (6.7)$$

を得る。(6.7) はよく知られた伝統的な CIA モデルから導かれる式であり、このモデルの均衡経路を表している。また、貨幣の成長率  $\mu_t$  を一定とすれば、定常均衡では、

$$W'(x^*) = \frac{\beta}{1 + \mu} U'(x^*) \quad (6.8)$$

が成立する。ここで、 $x^*$  は定常均衡における値である。(6.8) から、フリードマン・ルール ( $\beta = 1 + \mu$ ) の下で、最も効率的な定常均衡 ( $W'(x^*) = U'(x^*)$ ) がもたらされることが理解できる。



## 6.3 分権的貨幣経済モデル

### 6.3.1 モデルの環境

前節のモデルでは、ワルラス的市場で取引が行われた。すなわち、各家計の買い手と売り手は、市場で決定される所与の価格を基に取引を行っていた。本節のモデルでは、取引は、マッチングされた一人の買い手と一人の売り手の間の「交渉」で決定されると仮定する。

取引は以下のような手順で行われる。まず、各家計  $i$  は「店 (shop)」もしくは「家」を持っているとしよう。各家計  $i$  の売り手  $(s, i)$  は、常に店に滞在しているものとする。そして、ランダムに選ばれた他の家計の買い手が店に訪れ、両者の交渉の結果として売り手は実物財を生産し、売却するものとする。ただし、1 期間に一人以上の買い手が1つの店に訪れることはなく、每期、新しい買い手との交渉が一度行われる<sup>1</sup>。買い手は、前節と同様に、自身の家計以外により生産される実物財は、すべて消費可能とする<sup>2</sup>。いま、家計  $i$  の買い手  $(b, i)$  が、家計  $j$  の店に訪れ、売り手である  $(s, j)$  と取引交渉を行う場合を考えよう。交渉の結果、 $(b, i)$  は  $y_t^i$  の相対的貨幣量を支払い、 $(s, j)$  は  $x_t^j$  単位の实物財の生産を行うことになったとする<sup>3</sup>。また、家計  $i$  の店では、家計  $k$  の買い手  $(b, k)$  が訪れ、 $(s, i)$  と  $(b, k)$  が取引を行う場合を考える。このとき、 $(s, i)$  は  $x_t^i$  単位の实物財の生産を行い、 $(b, k)$  は  $y_t^k$  の相対的貨幣を支払うことになったとしよう。ここで、 $t+1$  期に持ち越される家計  $i$  の貨幣量  $m_{t+1}^i$  は、

$$m_{t+1}^i = \frac{m_t^i - y_t^i + y_t^k + \mu_{t+1}}{1 + \mu_{t+1}} \quad (6.9)$$

と表される<sup>4</sup>。 $m_t^i$  は、 $t$  期の期首に保有する相対的貨幣量 ( $t$  期の期首にヘリコプター・ドロップで配分された後の) であり、 $y_t^i$  と  $y_t^k$  は  $t$  期の取引の結果生じる貨幣量の変動分である。そして、 $t+1$  期の期首にヘリコプター・ドロップで配分される分を足したものが、 $t+1$  期の期首における相対的貨幣保有量となる。

図6-1では、上述したマッチングの様子が描かれている。もう一度、図6-1を用いて説明しよう。まず、「 $i$ 's shop」に注目してほしい。「 $i$ 's shop」には、家計  $i$  の売り手  $(s, i)$  が常に滞在している。そこに、家計  $k$  の買い手  $(b, k)$  が訪れたとする。取引が成立した場合、 $(s, i)$  は  $x_t^i$  の量の实物財を生産するが、効用コスト  $W(x_t^i)$  が発生する。一方、 $(b, k)$  は、実物財と引

<sup>1</sup>1 期間のうちで、売り手、買い手は、誰一人あぶれることなく、交渉が行われる。

<sup>2</sup>次のように考えてもよい。買い手は、全人口のうち、ある比率が生産する実物財のみ消費できるものとする。そして、その比率の経済主体が存在している場所を情報として知っているものとする。買い手は、その場所で訪れる店で売られている実物財はすべて消費可能であるが、その場所のどの店に訪れるかはランダムに決定される。

<sup>3</sup> $(b, i)$  により、 $c_t^i = x_t^j$  として消費される。

<sup>4</sup>ただし、家計  $i$  の買い手  $(b, i)$  と売り手  $(s, i)$  は、交渉の途中で意思伝達ができないものと仮定する。

き換えに  $y^k$  を  $(s, i)$  に支払う。そして、その実物財消費から  $(b, k)$  は、効用  $U(x^i)(= U(c^k))$  を得る。次に、「 $j$ 's shop」に注目してほしい。「 $j$ 's shop」は、家計  $i$  の買い手  $(b, i)$  が訪れた店であるとしよう。「 $j$ 's shop」には、家計  $j$  の売り手  $(s, j)$  が常に滞在しており、 $(b, i)$  の取引相手となる。交渉が成立した場合、 $(s, j)$  は  $x^j$  の量の実物財を生産するが、効用コスト  $W(x^j)$  が発生する。一方、 $(b, i)$  は、実物財と引き換えに  $y^i$  を  $(s, j)$  に支払う。そして、その実物財から  $(b, i)$  は、効用  $U(x^j)(= U(c^i))$  を得る。図 6-1 では、各期首にヘリコプター・ドロップの形で  $\mu$  が分配されるので、それを足した貨幣量が  $m_{t+1}^i$  となっている。

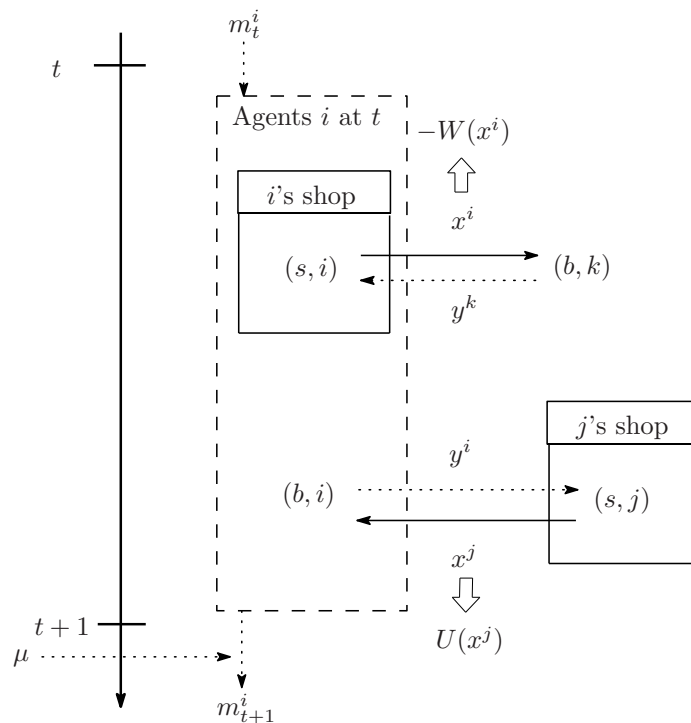


図 6-1：マッチングと交渉

### 6.3.2 交渉過程

交渉は2段階で行われる。まず、始める前に、買い手が取引貨幣量を売り手に提示する<sup>5</sup>。ただし、提示された貨幣量は、買い手が保有している貨幣量を超えてはならない。また、買い手は、保有する貨幣全てを提示するとは限らない。そして、その次の段階で、買い手と売り手は実物財の取引量について交渉を始める。もし交渉が決裂した場合は、買い手は提示した貨幣量を支払わず、次期に訪れる交渉の機会を待つことになる。第一段階において、

<sup>5</sup>売り手が初めに、実物財の取引量を買い手に提示し、次に貨幣量が交渉で決まるケースも考えられるが、その場合の分析は、別の機会に譲る。

買い手は取引貨幣量を売り手に提示するが、買い手には売り手が保有する貨幣量について情報がなく、売り手も買い手が保有する貨幣量の情報を持っていないと仮定しよう。すなわち、互いの貨幣保有量の情報が私的情報 (private information) であると仮定する<sup>6</sup>。

ここからは、議論を単純化するために、貨幣成長率は一定である ( $\mu_t = \mu$ ) とし、対称的な定常均衡を見つけることにする。すなわち、すべての家計の相対的貨幣保有量  $m_t^i$  が 1 となるような均衡を見つける。このような対称的な定常均衡では、貨幣保有分布は一点に退化することになる。ここで、 $x^*$ 、 $y^*$  は、対称的な定常均衡における実物財の取引量、支払われる相対的貨幣量を表すとしよう。均衡を定義する際には、均衡から逸脱したときに何が生じるのかについて考察する必要がある。そこで、 $t$  期において対称均衡から逸脱している家計  $i$  を考える。すなわち、1 の貨幣を保有するのではなく、家計  $i$  が  $m_t^i$  の貨幣量を保有する場合を考える。ただし、その他のほぼすべての家計は対称均衡に留まるとする。 $V(m_t^i)$  は、均衡から逸脱する家計  $i$  の価値である。後に証明するが、ここでは、買い手の保有する相対的貨幣量は、取引交渉に影響を与えるが、売り手の相対的貨幣保有量は影響を与えないと仮定し、議論を進める。

上述した 2 段階ゲームを後ろ向きに解いていくことにする。対称均衡から逸脱する、すなわち  $m_t^i$  の量の貨幣を保有することになった家計  $i$  の買い手  $(b, i)$  と、他のほぼ全ての家計と同様に 1 の相対的貨幣を保有する家計  $j$  の売り手  $(s, j)$  の交渉を取り上げる。2 段階目の問題では、既に 1 段階目の問題で決定されている買い手の提示貨幣量  $y_t^i$  が所与として用いられる。2 段階目の問題で交渉が成立した場合、 $(s, j)$  の生産量  $x_t^j$  は、 $(b, i)$  の消費量でもあることを考慮に入れると、交渉から得られる  $(b, i)$  の効用ゲイン  $g_t^{(b,i)}$  は、

$$g_t^{(b,i)} \equiv U(c_t^i) + \beta \left( V \left( \frac{m_t^i - y_t^i + y_t^k + \mu}{1 + \mu} \right) - V \left( \frac{m_t^i + y_t^k + \mu}{1 + \mu} \right) \right)$$

と表される。 $U(c_t^i) - W(x_t^i) + \beta V \left( \frac{m_t^i - y_t^i + y_t^k + \mu}{1 + \mu} \right)$  は、交渉が成立した際に得ることができるとする効用分であり、 $-W(x_t^i) + \beta V \left( \frac{m_t^i + y_t^k + \mu}{1 + \mu} \right)$  は、交渉が決裂した場合に得る効用である。その差が交渉から得られる効用ゲインとして定義される。ここで注意してほしいのは、予算制約は家計内で共有されるということである。価値関数内の  $y_t^k$  は、家計  $i$  の売り手  $(s, i)$  が家計  $k$  の買い手  $(b, k)$  と取引し、その結果、 $(s, i)$  が  $y_t^k$  の支払いを受けたことを表してい

<sup>6</sup>本論文で今まで扱ってきた交渉モデル (Trejos-Wright モデル、Lagos and Wright モデル、Shimizu モデル) では、互いの貨幣保有量の情報は公的情報 (public information) であると仮定している。つまり、交渉を始める時点において、互いの貨幣量の情報があり、正確に知られていると想定している。他の貨幣サーチモデルにおいても貨幣保有量については、公的情報として扱われることが多い。ただし、売り手が生産する実物財の質に相違があり、その質の情報が私的情報として取り扱われる研究は、数多く存在する。例えば、Li (1995、1998) が詳しい。

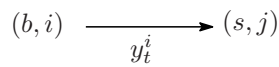
る。同様に  $(s, j)$  の効用ゲイン  $g_t^{(s,j)}$  は、

$$g_t^{(s,j)} \equiv -W(c_t^i) + \beta \left( V \left( \frac{m_t^j + y_t^i - y_t^j + \mu}{1 + \mu} \right) - V \left( \frac{m_t^j - y_t^j + \mu}{1 + \mu} \right) \right)$$

と表される。価値関数内の  $y_t^j$  は、家計  $j$  の買い手  $(b, j)$  が他の家計の売り手と取引し、その結果、 $(b, j)$  が  $y_t^j$  の支払いを行ったことを表す。図 6-2 では、2 段階ゲームのプロセスが描かれている。

---

1 段階目： 買い手が売り手に相対的貨幣量を提示



2 段階目： 買い手と売り手で実物財の取引量を交渉

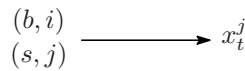


図 6-2：2 段階ゲーム

### 6.3.3 交渉における仲裁者

前項で見た 2 段階ゲームは、非協力ゲームの枠組みとして描かれている。したがって、2 段階目の交渉がどのような交渉の結果になるのかは、非協力ゲームの解として表されるのが自然かもしれない。しかしながら、本節のモデルにおいては、2 段階目の交渉結果は、協力ゲームの解として扱う<sup>7</sup>。そこで、次のような新たな設定を行う。買い手と売り手の交渉の場にあたかも交渉の仲裁者 (arbiter) が存在するような想定をし、その仲裁者が協力ゲームの解としての交渉解を用いて、 $x_t^j = c_t^j$  に関する交渉を取りまとめる。ただし、唯一人の仲裁者がすべての場の交渉の仲裁を行うのではなく、各交渉の場に、それぞれ一人の仲裁者が存在していると考え。また、すべての仲裁者は同じ交渉解に従う。例えば、ナッシュ交渉解を用いるのか、カライ＝スモルディンスキー解を用いるのかなどはすべての仲裁者で共通しているものとする。

ここで、買い手と売り手の効用ゲインから成るある関数  $F$  が与えられており、仲裁者はこの関数を最大にするように交渉をまとめるとしよう。買い手と売り手の効用ゲイン  $g_t^{(b,i)}$ 、

<sup>7</sup>第 1 章、第 3 章でも見たように、非協力ゲームの枠組みを用いて、公理体系から導出される交渉解を説明する試みは、ナッシュプログラムと呼ばれる。本モデルにおいても、非協力ゲームの解として交渉解を導くのが自然かもしれないが、それは今後の課題とする。

$g_t^{(s,j)}$  には、 $(b,i)$  と  $(s,j)$  の仲裁者が観察できない情報が含まれている。すなわち、 $m_t^i$ 、 $m_t^j$ 、 $y_t^k$ 、 $y_t^j$  である。 $m_t^i$ 、 $m_t^j$  は私的情報であり、本人しか正確な情報は知りえない。また、 $y_t^k$ 、 $y_t^j$  は、 $(b,i)$  と  $(s,j)$  の仲裁者がいない他の交渉の場で決まる変数のため、観察は不可能である。したがって、仲裁者は唯一の共通情報である観察可能な  $y_t^i$  を用いて、 $F$  の条件付き期待値  $E(F(g_t^{(b,i)}, g_t^{(s,j)}) | y_t^i)$  を最大にするよう実物財の取引量を求めることになる。

買い手が提示する貨幣量  $y_t^i$  は、買い手  $(b,i)$  が保有する貨幣量  $m_t^i$  に関する情報を含むが、 $m_t^j$ 、 $y_t^j$  に関する情報は含んでいない。また、 $y_t^k$  は、家計  $i$  の売り手  $(s,j)$  と家計  $k$  の買い手  $(b,k)$  の間で決まる支払貨幣量であるが、仮定（売り手の相対的貨幣量は交渉の結果に影響を与えない）により、 $y_t^k$  は  $m_t^i$  から独立となる。 $i$  以外の家計はほぼすべて対称均衡に留まっているので、仲裁者は次のように予想する。

$$E(m_t^j | y_t^i) = 1 \quad (6.10)$$

$$E(y_t^j | y_t^i) = E(y_t^k | y_t^i) = y^* \quad (6.11)$$

(6.10) をより詳しく説明しよう。先述したように、 $(b,i)$  と  $(s,j)$  の仲裁者にとって、唯一観察できる情報は  $y_t^i$  であるが、 $m_t^j$  に関しては、 $y_t^i$  から推察することができないため、 $i$  以外の他の家計は対称均衡に留まっているはずであると考え、家計  $j$  の相対的貨幣保有量  $m_t^j$  を 1 であると考え。すなわち、(6.10) のように推察する。(6.11) でも同様に、 $(b,i)$  と  $(s,j)$  の仲裁者が唯一観察できる  $y_t^i$  は、 $y_t^j$  に関する情報をまったく含んでいないため、対称均衡における  $y^*$  が実現するはずであると考え。ただ、 $y_t^k$  に関しては、仲裁者は、唯一観察できる  $y_t^i$  から  $m_t^i$  を推察し、 $m_t^i$  から  $y_t^k$  を推察できるように一見考えられる<sup>8</sup>。しかしながら、先に述べた仮定から、売り手の相対的貨幣保有量は、交渉の結果に影響を与えない。そこで、仲裁者は、家計  $k$  の相対的貨幣保有量  $m_t^k$  に注目する。仲裁者は、家計  $k$  の貨幣保有量を推察するには、家計  $i$  以外は対称均衡に留まっているはずであると考えしかない。すなわち、 $m_t^k$  を 1 であると推察する。したがって、(6.11) のように、 $y_t^k$  を  $y^*$  と予想する。

次に、仲裁者はどのようにして  $y_t^i$  から  $m_t^i$  を推察するのかを考えてみよう。そのために、ここで関数  $Y$  を定義する。 $Y$  は、相対的貨幣  $m_t$  単位を保有する買い手が提示する（支払）

<sup>8</sup> $y_t^k$  は、家計  $i$  の売り手  $(s,i)$  と家計  $k$  の買い手  $(b,k)$  の間で決定される支払貨幣量である。一般的には、この  $y_t^k$  は、家計  $i$  と家計  $k$  の相対的貨幣保有量に依存すると考えられる。なお、家計  $i$  の相対的貨幣量  $m_t^i$  は、消費財の購入のため、交渉時においては家計  $i$  の買い手である  $(b,i)$  が全て保有している。

貨幣量  $y_t$  を表す関係である。つまり、

$$y_t = Y(m_t) \quad (6.12)$$

と表される。 $Y$  の形状は公的情報であり、全ての経済主体と仲介者に知られているとしよう。 $m_t^i$  は、公的情報、共有知識である  $Y$  に基づき、

$$E(m_t^i | y_t^i) = Y^{-1}(y_t^i) \quad (6.13)$$

と仲裁者に予想される。ただし、 $Y$  は逆関数を持つと仮定している。すなわち、 $Y$  は厳密な意味での増加関数であるとする。これらを代入することで、仲裁者の問題は、

$$\begin{aligned} \max_{c_t^i} F \left( E(g_t^{(b,i)} | y_t^i), E(g_t^{(s,j)} | y_t^i) \right) \quad (6.14) \\ \left\{ \begin{array}{l} E(g_t^{(b,i)} | y_t^i) = U(c_t^i) + \beta \left( V \left( \frac{Y^{-1}(y_t^i) - y_t^i + y^* + \mu}{1 + \mu} \right) - V \left( \frac{Y^{-1}(y_t^i) + y^* + \mu}{1 + \mu} \right) \right) \\ E(g_t^{(s,j)} | y_t^i) = -W(c_t^i) + \beta \left( V \left( \frac{1 + y_t^i - y^* + \mu}{1 + \mu} \right) - V \left( \frac{1 - y^* + \mu}{1 + \mu} \right) \right) \end{array} \right. \end{aligned}$$

と表現される。図 6-3 では、仲裁者がどの変数に直面し、どのように予想、決定をするのかが整理されている。図 6-3 において、「arbiter」から伸びている点線先の変数は、「家計  $i$  以外のほぼすべての家計は対称均衡に留まっている」という情報から仲裁者によって導かれる。実線先の変数は、 $y_t^i$  の情報を用いて唯一予想される。

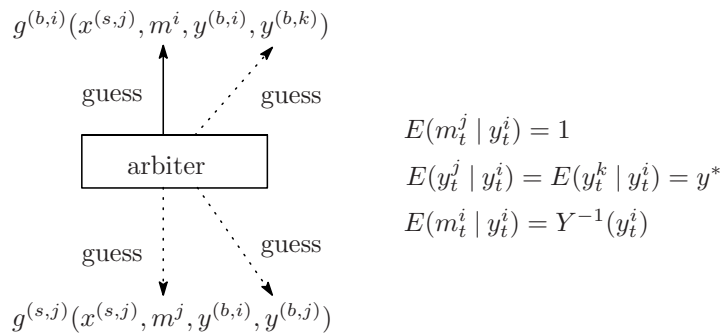


図 6-3：効用ゲインと仲裁者の予想

ここで、仲裁者の行動を  $C$  と記述すれば ( $C$  は  $y_t^i$  の関数であり、(6.14) を解く  $c_t^i (= x_t^j)$  を表す)、最初の第一段階目の問題は、仲裁者の行動  $C$  と自身の貨幣保有量  $m_t^i$  を所与として、買い手  $(b, i)$  が以下の

$$\max_{y_t^i} U(C(y_t^i)) - W(x^*) + \beta V \left( \frac{m_t^i + y^* - y_t^i + \mu}{1 + \mu} \right) \quad \text{s.t. } y_t^i \leq m_t^i \quad (6.15)$$



を解く最適化問題として定義される。ここで、(6.15)において、 $x_t^i$ には $x^*$ が、 $y_t^k$ には $y^*$ が代入されている。なぜなら、 $x_t^i$ 、 $y_t^k$ は $(s, i)$ と $(b, k)$ の交渉により決定され、交渉の結果は、売り手である $(s, i)$ の貨幣保有量、すなわち $(b, i)$ が交渉の場に持っていった貨幣量には依存しないと仮定した。家計 $k$ は他の家計と同様に対称均衡に留まっていると考えるから、 $x_t^i$ は $x^*$ と、 $y_t^k$ は $y^*$ と予想する。(6.15)を見ると分かるように、上述の問題は、売り手の貨幣保有量と独立である。以上から、売り手の貨幣保有量が、交渉の結果に影響を与えないような均衡を考えることができることが説明されたことになる。なお、(6.15)で決まる関数を

$$y_t = \tilde{Y}_t(m_t)$$

とした場合、合理的期待均衡 (rational expectations equilibrium: REE) では、

$$\tilde{Y} = Y$$

が成り立たなければならない。そして、先に述べたようにこの関数 $Y$ の形状は、全ての経済主体と仲裁者において、共通情報として認識されていると考える。

### 6.3.4 均衡

ここで、本節のモデルにおける均衡が、どのように定義され、導かれるのかを考察する。貨幣均衡のみを考えることにする。すなわち、任意の $t \geq 0$ において、 $m_t > 0$ となるような均衡のみに注目する。対称的な定常均衡は以下のように定義される。

**定義 6.3.1** 以下の条件(1)-(4)を満たす関数 $V$ 、 $C$ 、 $Y$ が存在する場合、 $(x^*, y^*)$ は対称的な定常均衡を定める。

- (1)  $C(y^*) = x^*$  かつ  $Y(1) = y^*$  である。
- (2) 所与の $Y$ 、 $C$ と任意の $m$ に対し、 $V$ は、

$$V(m) = U(C(Y(m))) - W(x^*) + \beta V\left(\frac{m - Y(m) + y^* + \mu}{1 + \mu}\right) \quad (6.16)$$

を満たす。

- (3) 所与の $V$ 、 $Y$ と任意の $y^i$ に対し、 $C(y^i)$ は(6.14)を解く。
- (4) 所与の $V$ 、 $C$ と任意の $m^i$ に対し、 $Y(m^i)$ は(6.15)を解く。



図6-4では、対称均衡において、関数  $C$ 、 $V$ 、 $Y$  がどのように関係しているのかが描かれている。図を見ると分かるように、関数  $Y$ 、 $C$  が  $V$  を決め、関数  $V$ 、 $Y$  が  $C$  を決め、関数  $V$ 、 $C$  が  $Y$  を決めるという関係になっている。

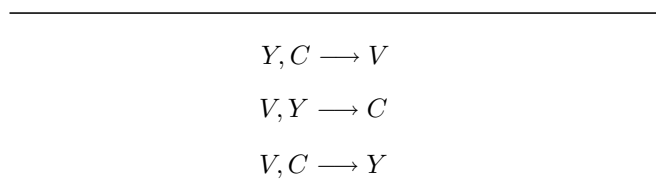


図 6-4：対称的な定常均衡

## 6.4 数値分析

本節では、前節、前々節で構築したワルラス的貨幣経済モデルと分権的貨幣経済モデルを数値的に比較し、貨幣成長率の変化が実物経済に与える影響がどの程度異なるのかをシミュレーションにより分析する。さらに、短期的ショックの影響を調べるため、貨幣成長率  $\mu$  がマルコフ連鎖によって推移する状況におけるマルコフ完全均衡 (Markov perfect equilibrium: MPE) も計算する。

### 6.4.1 交渉解の種類

第3節で見た分権的貨幣経済モデルにおいては、どのような交渉解を用いるのかという問題がある。本節では、3つの交渉解を用いる。一つめの交渉解はナッシュ交渉解である。ナッシュ交渉解では、仲裁者が最大化する関数は、

$$F^N(g^b, g^s) = g^b \cdot g^s \quad (6.17)$$

と表される。仲裁者は、買い手と売り手の効用ゲインの積が最大になるよう実物財の取引量を求める。二つめの交渉解はカライ＝スモルディンスキー解であり、

$$F^{K-S}(g^b, g^s) = \min \left( \frac{g^b}{\max(g^b)}, \frac{g^s}{\max(g^s)} \right) \quad (6.18)$$

と表される。仲裁者は  $\frac{g^b}{\max(g^b)}$  と  $\frac{g^s}{\max(g^s)}$  を比べて、より小さい方の比率を最大にするよう取引をまとめる。その結果、最終的には、 $\frac{g^b}{\max(g^b)}$  と  $\frac{g^s}{\max(g^s)}$  の比率が同じになるように実物財の取引量が決定される。三つめの交渉解は平等主義解であり、

$$F^E(g^b, g^s) = \min(g^b, g^s) \quad (6.19)$$

と表される。カライ=スモルディンスキー解に似ているが、平等主義解では、仲裁者は  $g^b$  と  $g^s$  を比べて、より小さい方の効用ゲインを最大にするよう取引をまとめる。その結果、最終的に、 $g^b$  と  $g^s$  が同じになるように実物財の取引量が決定される。

#### 6.4.2 関数の特定化

本節の数値分析では、効用関数として、一般的によく用いられる二次関数 (quadratic function) とべき関数 (power function) を用いて、それぞれシミュレーションを行う。まず、二次関数で表される効用関数は、

$$U(x) = u_1x + u_2x^2$$

$$W(x) = w_1x + w_2x^2$$

と特定する。ただし、 $u_1 > 0$ 、 $u_2 < 0$ 、 $w_1 > 0$ 、 $w_2 > 0$  を満たすものとする。また、最適な生産量、すなわち  $U'(\tilde{x}) = W'(\tilde{x})$  を満たす  $\tilde{x}$  を 1 に基準化する。 $U'(\tilde{x}) = W'(\tilde{x})$  は、 $u_1 + 2u_2\tilde{x} = w_1 + 2w_2\tilde{x}$  と表されるので、 $\tilde{x}$  を 1 とすれば、

$$\tilde{x} = \frac{u_1 - w_1}{2(w_2 - u_2)} = 1 \quad (6.20)$$

を得る。次に、 $\tilde{x}$  における  $U - W$  の効用を 1 に基準化する。すなわち、

$$U(1) - W(1) = u_1 - w_1 + u_2 - w_2 = 1 \quad (6.21)$$

とする。さらに、最適な生産量である  $\tilde{x}$  を生産、消費している状態において、労働を免除された場合、代わりに、どの程度の所得を諦めることができるかについて考えてみる。労働を免除された上で  $a$  を消費することは、最適な生産と消費を行う状態と同程度の効用をもたらすとしよう。すなわち、

$$U(a) = U(1) - W(1) = 1 \quad (6.22)$$

である。これは、 $a = 1/2$  であれば、 $\tilde{x}$  において労働が免除された場合、代わりに半分の所得を諦める用意があることを意味する。本節の分析では、 $a = 1/3$ 、 $a = 1/2$ 、 $a = 2/3$  の三通りで計算し、比較する。

次に、 $a$  の値を定めた場合、どのようにして効用関数のパラメータが定まるのかを考えてみる。4つのパラメータ  $u_1$ 、 $u_2$ 、 $w_1$ 、 $w_2$  に対し、制約は、(6.20)、(6.21)、(6.22) の3式

とパラメータの符号制約である。例えば、 $a = 1/3$ として、計算してみる。(6.22)より、 $U(1/3) = u_1/3 + u_2/9 = 1$ が得られるので、整理すれば、 $u_2 = 9 - 3u_1 < 0$ を得る。また、(6.20)、(6.21)より、 $w_2 = u_2 + 1 > 0$ を得るので、 $u_1$ の範囲 ( $3 < u_1 < 10/3$ ) が決定される。すなわち、最初に  $a$  を  $1/3$  と指定すれば、(6.20)、(6.21)、(6.22)、パラメータの符号制約から  $u_1$  の取れる範囲が  $3$  と  $10/3$  の間であることが分かる。この中の値を1つ決定すれば、残りのパラメータ  $u_2$ 、 $w_1$ 、 $w_2$  は、(6.20)、(6.21)、(6.22) より一意に定まる。本節では、この  $u_1$  の範囲から 3.1、3.2、3.3 を選ぶ。まとめると、 $a$  の値として3つの可能性を考え、さらに  $a$  を指定することで導出される  $u_1$  の範囲の中から3点を選び、表6-1にあるような9通りのパラメータの下でシミュレーションをする。

$a$	0.333333			0.5			0.666667		
range	$3 < u_1 < 3.33$			$2 < u_1 < 2.5$			$2 < u_1 < 2.17$		
$u_1$	3.1	3.2	3.3	2.125	2.25	2.375	2.04	2.08	2.12
$u_2$	-0.3	-0.6	-0.9	-0.25	-0.5	-0.75	-0.81	-0.87	-0.93
$w_1$	1.1	1.2	1.3	0.125	0.25	0.375	0.04	0.08	0.12
$w_2$	0.7	0.4	0.1	0.75	0.5	0.25	0.19	0.13	0.07

表6-1: 二次関数のパラメータ

次に、効用関数をべき関数にした場合について述べる。べき関数で表される効用関数は、

$$U(x) = A_u x^{B_u}$$

$$W(x) = A_w x^{B_w}$$

と特定する。ただし、 $A_u > 0$ 、 $0 < A_u < 1$ 、 $A_w > 0$ 、 $B_w > 1$  を満たすものとする。また、二次関数のときと同様に、最適な  $x$  を1に基準化する。最適な  $x$  を  $\tilde{x}$  と表すことにすれば、 $U'(\tilde{x}) = W'(\tilde{x})$  から、 $A_u B_u \tilde{x}^{B_u-1} = A_w B_w \tilde{x}^{B_w-1}$  を得る。 $\tilde{x}$  を1に基準化すれば、

$$\tilde{x} = \left( \frac{A_w B_w}{A_u B_u} \right)^{\frac{1}{B_u - B_w}} = 1 \quad (6.23)$$

と書ける。次に、 $\tilde{x}$  における  $U - W$  の効用を1に基準化する。すなわち、

$$U(1) - W(1) = A_u - A_w = 1 \quad (6.24)$$

とする。さらに、 $\hat{x}$  において、労働免除の代わりに受け入れる所得を  $a$  とすれば、

$$U(a) = U(1) - W(1) = 1 \quad (6.25)$$

と二次関数のときと同じように定義する。また、ここでも同様に、 $a = 1/3$ 、 $a = 1/2$ 、 $a = 2/3$  の三通りで計算し、比較する。具体的なパラメータの求め方は、二次関数の場合とほぼ同じである。残りのパラメータ  $A_u$ 、 $B_u$ 、 $A_w$ 、 $B_w$  の4つに対し、制約は、(6.23)、(6.24)、(6.25) とパラメータの符号制約である。まず、 $a$  を指定すると、 $A_u$  の取れる範囲が決定される。 $A_u$  の範囲の中から3点を選び、シミュレーションを行う。表6-2は、シミュレーションで用いるパラメータを示している。

$a$	0.333333			0.5			0.666667		
range	1.21 < $A_u$ < 3			1.21 < $A_u$ < 2			1.21 < $A_u$ < 1.5		
$A_u$	1.5	2	2.5	1.25	1.5	1.75	1.125	1.25	1.375
$B_u$	0.36907	0.63093	0.834044	0.321928	0.584963	0.807355	0.290489	0.55034	0.785404
$A_w$	0.5	1	1.5	0.25	0.5	0.75	0.125	0.25	0.375
$B_w$	1.107211	1.26186	1.390073	1.60964	1.754888	1.883828	2.614398	2.751699	2.879813

表6-2: べき関数のパラメータ

### 6.4.3 シミュレーションの方法

前項では、関数を特定化し、パラメータを与えた。本項では、具体的にどのような手順でシミュレーションを行うのかについて議論する。最初に、ワルラス的貨幣経済モデルにおける、シミュレーションの方法を示す。(6.8) より、

$$\frac{W'(x^*)}{U'(x^*)} = \frac{\beta}{1 + \mu} \quad (6.26)$$

を得る。したがって、(6.26) を解くことで、対称的な定常均衡での値  $x^*$  が導出される。

次に、分権的貨幣経済モデルにおける、シミュレーションの方法を示す。まず、ある家計が保有する相対的貨幣量の上限 (upper bound) を指定する。ここでは、定常均衡において、ある家計が貨幣を一切支出せず、収入を最大限蓄積し続けるケースを考える。その場合、

$$m_{t+1}^i = \frac{m_t^i + 1 + \mu}{1 + \mu} = \frac{m_t^i}{1 + \mu} + 1$$

が成り立つことを考慮に入れると、 $m_t^i$  は  $\frac{\mu}{1+\mu}$  を超えることができない。したがって、 $\frac{\mu}{1+\mu}$  を相対的貨幣量の上限と指定することにする。また、 $V$ 、 $C$ 、 $Y$  は  $m$  の関数であるので、それらの定義域は、 $[0, (1+\mu)/\mu]$  となる。

シミュレーションの手順は以下の通りである。[1]: 初期の  $V$ 、 $Y$  関数を任意に設定する。[2]: 設定された  $V$ 、 $Y$  を所与として、任意の  $y_t^i \in [0, (1+\mu)/\mu]$  に対し、仲裁者の問題を解く。すなわち、関数  $C$  を決定する。[3]: 決定された  $C$  と [1] において設定された  $V$  を所与として、任意の  $m_t^i \in [0, (1+\mu)/\mu]$  に対し、買い手の問題を解く。これは、関数  $Y$  を決定する。[4]: [2] で決定された  $C$  と [3] で導出された  $Y$  を用いて、新たな  $V$  を導出する。[2] から [4] の過程は、 $(V, Y)$  から  $(V, Y)$  への写像である。このプロセスを不動点 (fixed point) に収束するまで繰り返す。

#### 6.4.4 長期分析

この項では、第2節で構築したワルラス的貨幣経済モデルと、第3節で構築した分権的貨幣経済モデルの比較分析を行う。ワルラス的貨幣経済モデルの場合、 $V$  関数を気にすることなく、直接 (6.26) を考えればよいので、価値関数を導出しなくてもよい。しかしながら、分権的貨幣経済モデルの場合、 $V$ 、 $Y$  関数が用いられ、定常均衡での  $x^*$  が導出されるので、まず  $V$ 、 $Y$  関数を求める過程が不動点に収束し、定常均衡がうまく導かれているのかを精査しなくてはならない。本項の前半では、様々なパラメータ設定に対し、前項のプロセスが収束し、定常均衡が求められるか否かをチェックする。後半では、インフレーションが  $GDP(x)$  に与える長期的な影響が、ワルラス的貨幣経済モデルと分権的貨幣経済モデルとでは、どの程度の差として表れるのかを見る。

それでは、定常均衡が求められるか否かを考察する。交渉解は、ナッシュ交渉解、カライ=スモルディンスキー解、平等主義解の3つのケースで計算する。それぞれの解を、N、K-S、E と今後表記する。また、貨幣成長率  $\mu$  については、2%、5% と2つのケースを、割引因子  $\beta$  については、0.93、0.94、0.95 の3つのケースを取り上げる。さらに、効用関数は、二次関数とべき関数の2つで計算する。したがって、交渉解 (3) × 貨幣成長率 (2) × 割引因子 (3) × 効用関数 (2) × 効用関数のパラメータ (9) = 324 通りのケースについて、前項のプロセスにより定常均衡が求められるかを調べる。

表6-3は、定常均衡が求められたケースの数を示した表である。例えば、Q-preference の N:Q の項を見てほしい。これは、ナッシュ交渉解と二次関数形を仮定した項であり、54 通

りのうち 28 回で先のプロセスが収束したことを表している<sup>9</sup>。次に、「 $x_c > x_d$ 」の項を見てほしい。ここで、 $x_c$  はワルラス的貨幣経済モデルにおける GDP を表し、 $x_d$  は分権的貨幣経済モデルにおけるそれを表している。この項では、収束したパラメータの組み合わせのうち、 $x_c > x_d$  となった率を表している。収束したパラメータの組み合わせのうちで、全において分権的貨幣経済モデルの GDPの方が小さくなる。

$\beta=(0.93, 0.94, 0.95)$		
$\mu=(0.02, 0.05)$		
Q-preference	converge	$x_c > x_d$
E:Q	12/54 (22%)	100%
N:Q	28/54 (52%)	100%
K-S:Q	32/54 (59%)	100%
P-preference		
E:P	22/54 (41%)	100%
N:P	36/54 (67%)	100%
K-S:P	34/54 (63%)	100%
total	164/324 (51%)	100%

表6-3: 関数の収束

次に、インフレーションが GDP に与える長期的な影響の程度を調べる。貨幣成長率  $\mu$  が 2% から 5% へと上昇した場合における GDP の変化率を、両モデルで比較する。表の「C-model」、「D-model」はそれぞれ、ワルラス的貨幣経済モデル、分権的貨幣経済モデルを表す。表 6-4、表 6-5、表 6-6 は、様々なパラメータを用いて計算した結果である。「not converge」となっているのは、定常均衡への収束が不十分であったことを示している<sup>10</sup>。結果をみると、貨幣成長率の変化がより大きな影響を与えているのは、分権的貨幣経済モデルであることが分かる。また、この数値例ではワルラス的貨幣経済モデル、分権的貨幣経済モデルの両モデルにおいて、貨幣成長率  $\mu$  の上昇は、GDP を阻害する要因となっている。第 6 章でも触れたが、これは、財の取引において、CIA 制約が課されているのが大きな原因であると考えられる。しかしながら、分権的貨幣経済モデルの方はそう単純ではない。分権的貨幣経済モデルでは、二段階ゲームの中に、交渉が組み込まれている。それゆえ、CIA 制約に加え、その要因が貨幣ショックによる影響の差に出ていると考察される。

<sup>9</sup>収束の基準を述べると、n 回目の反復時における  $V, x, y$  を  $V^n, x^n, y^n$  とし、n+1 回目の反復時の値を  $V^{n+1}, x^{n+1}, y^{n+1}$  としよう。このとき、 $(V^n, V^{n+1})$ 、 $(x^n, x^{n+1})$ 、 $(y^n, y^{n+1})$  の距離をそれぞれ計算し、そのうちで最も大きい値が、0.005 以下の値を取るとき、収束と判断している。

<sup>10</sup>ただし、これは、本論文におけるプログラムによって、定常均衡を数値的に求めることができなかったことを意味するのであり、均衡が存在しないことを主張しているわけではない。

$\beta=0.95, \mu=0.02 \rightarrow 0.05$		
Q: $u_1=2.12, u_2=-0.25, w_1=0.12, w_2=0.75$ // P: $A_u=1.75, B_u=0.81, A_w=0.75, B_w=1.88$		
	C-model	D-model
Q-preference		
E:Q	-2.33%	not converge
N:Q	-2.33%	-9.57%
K-S:Q	-2.33%	-3.86%
P-preference		
E:P	-2.67%	not converge
N:P	-2.67%	-9.39%
K-S:P	-2.67%	-8.19%

表6-4: GDPの変化率 (%)

$\beta=0.93, \mu=0.02 \rightarrow 0.05$		
Q: $u_1=2.12, u_2=-0.25, w_1=0.12, w_2=0.75$ // P: $A_u=2, B_u=0.63, A_w=1, B_w=1.26$		
	C-model	D-model
Q-preference		
E:Q	-2.48%	not converge
N:Q	-2.48%	-13.61%
K-S:Q	-2.48%	-5.13%
P-preference		
E:P	-4.51%	not converge
N:P	-4.51%	-15.42%
K-S:P	-4.51%	-12.70%

表6-5: GDPの変化率 (%)

$\beta=0.94, \mu=0.02 \rightarrow 0.05$		
Q: $u_1=2.25, u_2=-0.5, w_1=0.25, w_2=0.5$ // P: $A_u=2.5, B_u=0.83, A_w=1.5, B_w=1.39$		
	C-model	D-model
Q-preference		
E:Q	-1.90%	not converge
N:Q	-1.90%	-21.43%
K-S:Q	-1.90%	-15.94%
P-preference		
E:P	-4.98%	not converge
N:P	-4.98%	-16.84%
K-S:P	-4.98%	-6.67%

表6-6: GDPの変化率 (%)

本項の最後に、表 6-4、表 6-5、表 6-6 で分析した結論の頑健性を確認する。まず、表 6-7 の「D-model>C-model: 55/61」が何を表しているのかを説明する。これは、表 6-3 で見た



324通りのパラメータの組み合わせのうち、61通りのパラメータの組み合わせにおいて、表6-4、表6-5、表6-6と同じ分析ができたことを示している。すなわち、貨幣成長率 $\mu$ が2%から5%へと上昇した場合におけるGDPの変化率を計算できたパラメータの組み合わせが、61通りであったことを表す<sup>11</sup>。また、55という数字は、61通りのパラメータの組み合わせのうち、55通りで、D-modelのGDPの変化率の方がC-modelのそれよりも大きかったことを表す。次に、表のP-preferenceのK-S:Pの項を見てほしい。これは、交渉解にカイ=スモルディンスキー解を選択し、効用関数にべき関数を用いた場合、10通りの計算が可能であったことを表し、そのうち、D-modelのGDPの変化率が1%から9%となった結果が5通りで、10%以上となった結果も5通りであることを示している。さらに、それぞれの交渉解における結果を合計すると、1%から9%となった結果が約38%であり、10%以上の変化率を示した結果は、約62%であることが表から確認できる。これにより、表6-4、表6-5、表6-6での分析の結論の頑健性は、比較的高いと言える。

D-model > C-model: 55/61		
	1%~9%	10%~
Q-preference		
E:Q	0/3	3/3
N:Q	6/11	5/11
K-S:Q	4/13	9/13
P-preference		
E:P	0/5	5/5
N:P	6/13	7/13
K-S:P	5/10	5/10
total	21/55 (38%)	34/55 (62%)

表6-7: 結論の頑健性

なお、「補論C」の「C.1」には、本項における分析、すなわち関数の収束と長期分析のシミュレーションのプログラムが記載されている。

#### 6.4.5 短期分析

これまでは、定常均衡のみを見てきたが、本節の最後に、 $\mu$ の短期的変化によるGDPへの影響を見る。ここでは、 $\mu$ がマルコフ連鎖に従って推移するという仮定の下、GDP等が

<sup>11</sup>D-model<C-modelとなった結果について、少し触れておく。このケースでは、貨幣成長率を2%から5%に引き上げると、C-modelでは、GDPの変化率は負の値を示すが、D-modelでは、正の値を示す結果となった。他のパラメータの組み合わせでは、D-modelにおいてもほとんどがGDPの変化率は、負の値を示すことを考慮に入れると、このケースの結果は、慎重に扱う必要がある。

「状態」のみに依存するようなマルコフ均衡の枠組みで、そのような効果を分析しよう。マルコフ連鎖とは、確率過程の一種であり、今期の状態 (state) の確率分布が、前期の状態にのみ依存する確率過程である。形式的に書けば、

$$\text{Prob}(s_t = j | s_{t-1} = i, s_{t-2} = k, \dots) = \text{Prob}(s_t = j | s_{t-1} = i) = p_{ij}$$

を満たす確率過程である。ここで、 $p_{ij}$  は推移確率 (transition probability) と呼ばれる。

貨幣政策の状態が状態数 2 のマルコフ連鎖に従うと仮定し、貨幣成長率が高い状態 ( $h$ ) と低い状態 ( $l$ ) を考える。貨幣成長率が高い状態 ( $h$ ) から、低い状態 ( $l$ ) に移る確率を  $p_{hl}$ 、高い状態 ( $h$ ) から、高い状態 ( $h$ ) に移る確率を  $p_{hh}$ 、低い状態 ( $l$ ) から、高い状態 ( $h$ ) に移る確率を  $p_{lh}$ 、低い状態 ( $l$ ) から、低い状態 ( $l$ ) に移る確率を  $p_{ll}$  のように書くことにする。本項では、具体的に推移確率を、

$$p_{hh} = p_{ll} = 0.3, \quad p_{hl} = p_{lh} = 0.7$$

に設定する。これは、貨幣成長率が高い状態においては、次期は低い状態に、貨幣成長率が低い状態においては、次期は高い状態に移る確率が高い設定である<sup>12</sup>。図 6-5 は、確率を推移行列として表している。

$$P = \begin{pmatrix} p_{hh} & p_{hl} \\ p_{lh} & p_{ll} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.7 \\ 0.7 & 0.3 \end{pmatrix}$$

図 6-5：推移確率

第 2 節で見たワルラス的貨幣経済モデルを例にあげ、マルコフ均衡を考える。まず、 $x^h$ 、 $x^l$  はそれぞれ、高い貨幣成長率  $\mu^h$  の下での実物財の取引量、低い貨幣成長率  $\mu^l$  の下での実物財の取引量としよう。第 2 節の (6.7) を用いれば、 $t$  期において高い貨幣成長率を経験した経済主体は、

$$W'(x_t^h)x_t^h = \beta \left[ \left( \frac{p_{hh}}{1 + \mu_{t+1}^h} \right) U'(x_{t+1}^h)x_{t+1}^h + \left( \frac{1 - p_{hh}}{1 + \mu_{t+1}^l} \right) U'(x_{t+1}^l)x_{t+1}^l \right] \quad (6.27)$$

を満たす行動を取る。なぜならば、 $p_{hh}$  の確率で次期も貨幣成長率が高い状態が実現し、 $1 - p_{hh}$  の確率で次期は貨幣成長率が低い状態が実現するので、経済主体は、その期待値を

<sup>12</sup>  $p_{hh}$ 、 $p_{ll}$  を 0.3 に設定したが、特別に深い意図はない。本項で特に興味がある事項は、C-model と D-model の GDP におけるギャップの差である。

取る。また、 $t$  期において低い貨幣成長率を経験した経済主体は、

$$W'(x_t^l)x_t^l = \beta \left[ \left( \frac{pu}{1 + \mu_{t+1}^l} \right) U'(x_{t+1}^l)x_{t+1}^l + \left( \frac{1 - pu}{1 + \mu_{t+1}^h} \right) U'(x_{t+1}^h)x_{t+1}^h \right] \quad (6.28)$$

を満たす行動を取る。マルコフ定常均衡における GDP は、任意の期  $t$  において、 $x_t^h = x^h$ 、 $x_t^l = x^l$  となるような (6.27)、(6.28) を満たす、 $x^h$ 、 $x^l$  の組で表される。分権的貨幣経済モデルにおけるマルコフ均衡を解く手順については、ワルラス的貨幣経済モデルと比べやや複雑にはなるが、考え方は同じである。

表 6-8、表 6-10、表 6-12 は二次関数の効用関数のパラメータを変化させた結果であり、表 6-9、表 6-11、表 6-13 はべき関数の効用関数のパラメータを変化させた結果である。例えば、表 6-8 を見てほしい。GDP( $l$ ) は、貨幣成長率が  $\mu^l$  であるときの GDP を表している。詳細には、GDP( $l$ ) は、相対的に低い貨幣成長率の状態での GDP であり、GDP( $h$ ) は高い貨幣成長率の状態での GDP を表す。D-model の項のナッシュ交渉解 (N) での結果を見ると、GDP( $l$ ) は 0.407 で、GDP( $h$ ) は 0.453 となっている。また、その差は、11.30% として表される。高い貨幣成長率での GDP( $h$ ) の方が、低い貨幣成長率での GDP( $l$ ) より相対的に高くなっている理由は次の通りである。経済主体は、現在、高い貨幣成長率を経験している場合は、次期は、低い貨幣成長率が実現する確率が高いと予想するので (貨幣価値が上昇すると予想するので)、実物財を多く生産し、貨幣を多く得ようとする。また、現在、低い貨幣成長率を経験している場合は、次期は、高い貨幣成長率が実現する確率が高いと予想するので (貨幣価値が減少すると予想するので)、貨幣をそれほど得ようとは考えず、実物財の生産を抑える。その結果、GDP( $h$ ) の方が GDP( $l$ ) よりも大きくなる。表 6-8 から表 6-13 までを見ると、D-model の方が C-model においてよりも、顕著にギャップの差が激しいことが見て取れる。また、表 6-8、表 6-9 は、 $\mu^l$  が 0.01 で、 $\mu^h$  が 0.05 として、計算している。他の表では、 $\mu^l$  が 0.02 で、 $\mu^h$  が 0.05 として、計算している。

ワルラス的貨幣経済モデルと分権的貨幣経済モデルの間で、なぜこれほどまでにギャップの差が生じるのかについては、交渉過程でどのような変化が起きているのかを慎重に見極め、分析する他ないが、非常に難しい作業である。前章や本章の長期分析のところでも述べられたように、 $\mu$  の変化により交渉過程で生じる影響は、各家計の買い手、売り手の行動、 $Y$  関数、仲裁者の行動にまで及び、複雑に絡み合っている。

なお、「補論 C」の「C.2」には、本項のシミュレーションにおけるプログラムが記載されている。

$\mu(l)=0.01, \mu(h)=0.05, \beta=0.93$						
$u_1=2.11, u_2=-0.22, w_1=0.11, w_2=0.78$						
	C-model			D-model		
	GDP(l)	GDP(h)	gap	GDP(l)	GDP(h)	gap
E	0.914	0.921	0.77%	not converge		
N	0.914	0.921	0.77%	0.407	0.453	11.30%
K-S	0.914	0.921	0.77%	0.414	0.467	12.80%

表6-8: 短期ショック(二次関数)

$\mu(l)=0.01, \mu(h)=0.05, \beta=0.93$						
$A_u=1.43, B_u=0.516, A_w=0.43, B_w=1.716$						
	C-model			D-model		
	GDP(l)	GDP(h)	gap	GDP(l)	GDP(h)	gap
E	0.847	0.856	1.06%	not converge		
N	0.847	0.856	1.06%	0.227	0.266	17.18%
K-S	0.847	0.856	1.06%	0.225	0.272	20.89%

表6-9: 短期ショック(べき関数)

$\mu(l)=0.02, \mu(h)=0.05, \beta=0.94$						
$u_1=3.1, u_2=-0.3, w_1=1.1, w_2=0.7$						
	C-model			D-model		
	GDP(l)	GDP(h)	gap	GDP(l)	GDP(h)	gap
E	0.879	0.885	0.68%	not converge		
N	0.879	0.885	0.68%	0.344	0.352	2.33%
K-S	0.879	0.885	0.68%	0.366	0.374	2.19%

表6-10: 短期ショック(二次関数)

$\mu(l)=0.02, \mu(h)=0.05, \beta=0.94$						
$A_u=1.5, B_u=0.37, A_w=0.5, B_w=1.11$						
	C-model			D-model		
	GDP(l)	GDP(h)	gap	GDP(l)	GDP(h)	gap
E	0.874	0.882	0.92%	0.098	0.102	4.08%
N	0.874	0.882	0.92%	0.172	0.196	13.95%
K-S	0.874	0.882	0.92%	0.203	0.234	15.27%

表6-11: 短期ショック(べき関数)

$\mu(l)=0.02, \mu(h)=0.05, \beta=0.95$						
$u_1=3.2, u_2=-0.6, w_1=1.2, w_2=0.4$						
	C-model			D-model		
	GDP(l)	GDP(h)	gap	GDP(l)	GDP(h)	gap
E	0.91	0.917	0.77%	not converge		
N	0.91	0.917	0.77%	0.397	0.406	2.27%
K-S	0.91	0.917	0.77%	0.338	0.346	2.37%

表6-12: 短期ショック(二次関数)

$\mu(l)=0.02, \mu(h)=0.05, \beta=0.95$						
$A_u=1.75, B_u=0.81, A_w=0.75, B_w=1.88$						
	C-model			D-model		
	GDP(l)	GDP(h)	gap	GDP(l)	GDP(h)	gap
E	0.925	0.93	0.54%	not converge		
N	0.925	0.93	0.54%	0.386	0.408	5.70%
K-S	0.925	0.93	0.54%	0.397	0.424	6.80%

表6-13: 短期ショック(べき関数)

## 6.5 まとめ

本章においては、第5章とは背景が異なる貨幣モデルを構築したが、目的は第5章のそれと同じである。すなわち、ワルラス的貨幣経済モデルと分権的貨幣経済モデルにおける貨幣政策、貨幣ショックの実体経済に対する影響の差を考察することである。本章のモデルと前章のモデルにおいて、取り扱いやすさの点で決定的に差を生みだしてしまう仮定がある。それは、「線形性」である。前章では、分権的市場とワルラス的市場の2つの市場に分け、每期その2つの市場に参加する。そして、後者の市場における価値関数を線形にする工夫が施されている。これは、モデルの取り扱いやすさに影響を大いに与える。

本章のモデルでは、この線形性がない。すなわち、より一般的なモデルとして貨幣政策による影響を考察するため、価値関数などを数値的に求める必要があるが、このプロセスが本当に収束してくれるのかどうかは、先験的にはわからない。そのため、数値分析においては、最初に、定常均衡がうまく求められるか否かを見た。324通りのパラメータ群でチェックしたが、そのうち、定常均衡を求めることができたパラメータの組み合わせは半分の51%であった。この数字を高いと見るか低いと見るかは、どの視点で考えるかによって

異なるが、一応の成果を得られたように思う。また、インフレーションが GDP に与える長期的影響、短期的影響を調べたが、どちらも分権的貨幣経済モデルの方がより強い影響を与えることがシミュレーションからわかった。これは、第 5 章の結果と整合的であり、モデルの背景を変えても、分権的取引、交渉の導入は貨幣的影響を強めることが確かめられた。

今後の課題としては、本章、第 5 章とは異なる環境で構築される分権的貨幣経済モデルにおいても、同じような結果がもたらされるのかを考察することである。また、なぜ交渉のプロセスが、貨幣政策の影響を強める要因となるのかを明らかにすることも大きな課題として残されている。

## 第7章 Shimizuモデル(2)

### 7.1 はじめに

本章での主な目的は、公理的交渉解の選択で貨幣均衡はどのような影響を受けるのかを定性分析することである。第1章の「交渉理論」では、ナッシュ交渉解、カライスモルディンスキー解、平等主義解の3つの交渉解を紹介したが、第3章の Trejos-Wright モデル、第4章の Lagos-Wright モデル、第5章の Shimizu モデル(1)では、ナッシュ交渉解のみが分析された。また、前章の Kataoka-Shimizu モデルにおいては、ナッシュ交渉解、カライスモルディンスキー解、平等主義解の3つを取り上げ、数値分析を行ったが、交渉解の選択で定常貨幣均衡はどのような影響を受けるのかについての定性分析は行わなかった。

本章では、第5章で構築された Shimizu モデル(1)を単純化し、ナッシュ交渉解と平等主義解をそれぞれ仮定した場合、定常貨幣均衡にどのような相違が生じるのかを考察する。第5章の Shimizu モデル(1)には、長期分析を行うために「資本財」が含まれていた。本章のモデルでは、耐久財は貨幣のみであり、その意味で分析が単純化されている。しかし、多くの点において本章のモデルは、ほぼ Shimizu モデル(1)と同じであり、Lagos-Wright モデルの昼市場(分権的市場)を中間財市場、夜市場(ワルラス的市場)を最終財市場に変更したものを枠組みとする。Lagos-Wright モデルでは消費財をサーチする過程(Business to Consumer)で貨幣が交換手段として機能するが、本モデルでは、中間財をサーチする過程(Business to Business)で交換手段として機能するよう工夫されている。そして、この貨幣モデルにナッシュ交渉解と平等主義解をそれぞれ仮定し、定常均衡において、どのような違いが生じるのかを Rocheteau and Waller (2005)を参考にし、分析する。

### 7.2 モデルの環境

本節では、Shimizu モデル(1)を単純化した貨幣経済モデルを構築する。モデルの環境は、第5章の Shimizu モデル(1)とほぼ同じであるが、資本財の有無以外にも若干異なる箇所があるので、最初から環境を定義する。無限期間生存する連続的経済主体  $i \in [0, 1]$  が存



在する動的経済 ( $t \in \{0, 1, 2, \dots\}$ ) を考える。このモデルでは、市場は中間財市場（分権的市場）と最終財市場（ワルラス的市場）に分けられ、1 期間の間に、経済主体はまず中間財市場に参加し、次に最終財市場に参加すると仮定する。また、中間財市場には、いわゆる CIA (cash-in-advance) 制約があり、中間財の取引には必ず前期に用意された貨幣が交換媒体として用いられる。

中間財市場では、完全に分割可能で多様な中間財 (special goods) を取引する。中間財は最終財生産に用いられるが、自分で生産した中間財は、自分自身では最終財生産に利用することはできない。中間財は労働のみで生産されるものとし、 $t$  期における中間財を  $q_t$  単位生産する効用コストは  $c(q_t)$  と表わされる。また、 $c(0) = 0$ 、 $c' > 0$ 、 $c'' \geq 0$  を仮定する。

ここでは簡単化のため、各期の中間財市場では、全ての取引者は、ランダムに選ばれた他の取引者と確率 1 で出会うものとする。すなわち、全ての取引者は、市場で誰かには出会えるものとする。また、ある取引者が市場で別の取引者と出会う場合、自分が望む中間財を相手は提供できるが、自分は相手が望む中間財を提供できない状況が、 $\sigma$  の確率で生じると仮定する<sup>1</sup>。この場合、経済主体 (自分) は、買い手として行動することになる。同時に、自分は相手が望む中間財を提供できるが、相手は自分が望む中間財を提供できない状況が、 $\sigma$  の確率で生じると仮定する。この場合、経済主体 (自分) は、売り手として行動することになる。まとめると、欲望の一重の一致が確率  $2\sigma$  で生じる。また、欲望の二重の一致は生じないと仮定する。したがって、確率  $1 - 2\sigma$  で欲望は一致せず、取引交渉は行われぬ。これは、市場で出会った相手も自分もお互い望む中間財を提供できない状況を指す。

最終財市場では、経済主体は完全に分割可能な最終財 (a general good) を生産、消費する。最終財は、直前の中間財市場で得た中間財を用いて生産されるものとしよう。最終財から得られる効用は  $u(x_t)$  で表され、 $x_t$  は  $t$  期の消費量を示す。また、効用関数は線形と仮定し、 $u(x_t) = x_t$  と表す。生産関数は  $f(q_t)$  の形で与えられ、 $f' > 0$ 、 $f'' < 0$  を満たす。さらに、 $q_t^*$  は  $c'(q_t^*) = f'(q_t^*)$  を満たす中間財の量とする。

貨幣は無限期間生存する政府により供給され、完全に分割可能としよう。 $m_t^n$ 、 $p_t$  は、それぞれ、 $t$  期における名目貨幣保有量、最終財の名目価格を表わし、最終財で評価した実質貨幣保有量を単に、 $m_t (= m_t^n / p_t)$  と表わすことにする<sup>2</sup>。さらに、 $M_t$  は、 $t$  期の最終財で

<sup>1</sup>第 5 章の Shimizu モデル (1) では、ワルラス的貨幣経済モデルと比較するために、 $\sigma = 1/2$  と仮定している。本モデルでは、その仮定を若干緩める。

<sup>2</sup>第 6 章の  $m_t$  の定義と、第 5 章、本章の  $m_t$  の定義は異なることに注意してほしい。第 6 章では、 $m_t$  は相対的貨幣量を表しており、第 5 章、本章では、実質貨幣量を表す。

評価した貨幣供給量であり、 $p_{t+1}M_{t+1} = (1 + \mu_t)p_tM_t$  に従い変化する。そして、貨幣の増加分は各期の初めに、ヘリコプター・ドロップの形で各経済主体に均等に分配される。以降、貨幣の成長速度  $\mu_t$  は、時間を通じ一定と仮定する ( $\mu_t = \mu$ )。

中間財市場において、貨幣量  $m_t$  を保有している買い手と貨幣量  $\tilde{m}_t$  を保有している売り手が会ったとしよう。交渉の結果取引される中間財の量を  $q_t$ 、支払われる貨幣量を  $d_t$  とすれば<sup>3</sup>、一般に  $q_t$ 、 $d_t$  は  $m_t$ 、 $\tilde{m}_t$  に依存する可能性がある。また、第5章と同じように、中間財の取引量  $q_t$  は、 $q_t$ (買い手の貨幣量, 売り手の貨幣量) という形で表わす。同様に、取引される貨幣量は、 $d_t$ (買い手の貨幣量, 売り手の貨幣量) の形で以降表わすことにする。 $t$  期における最終財市場での経済主体の (消費財を購入する前の) 「財産」を、

$$\xi_t = \begin{cases} \xi_t^b = m_t - d_t(m_t, \tilde{m}_t) + f(q_t(m_t, \tilde{m}_t)) & : \text{中間財市場で買い手} \\ \xi_t^s = m_t + d_t(\tilde{m}_t, m_t) + f(0) & : \text{中間財市場で売り手} \\ \xi_t^o = m_t + f(0) & : \text{中間財市場でその他} \end{cases}$$

と定義しよう。買い手になる場合は、貨幣量  $d_t$  を支払うことになるので、 $d_t$  の項が引かれているが、貨幣と引き換えに中間財  $q_t$  を得るため  $f(q_t(m_t, \tilde{m}_t))$  が足されている。売り手になる場合は、貨幣量  $d_t$  を受け取るので、 $d_t$  の項がプラスとなっているが、中間財を得ることができないので、生産関数の中に表れる中間財の量は 0 となっている。買い手にも売り手にもならなかった場合は、保有貨幣量はかわらず、生産関数の中に表れる中間財の量は 0 となっている。

ここで、最終財市場に参加する時点での価値関数を  $Z_t(\xi_t)$  と表記することにすれば、

$$\begin{aligned} Z_t(\xi_t) &= \max_{x_t, m_{t+1}} \{x_t + \beta V_{t+1}(m_{t+1})\} \\ \text{s.t. } x_t &= \xi_t - \frac{p_{t+1}}{p_t} m_{t+1} + \mu M_t \end{aligned} \quad (7.1)$$

となる。(7.1) の制約式を簡単に説明しよう。経済主体の今期の消費量 (効用) は、保有財産と来期期首にヘリコプター・ドロップで配分される貨幣の増加量  $\mu M_t$  の合計から、次期の貨幣量を振り分けた後に残る部分となる。さらに、(7.1) を整理すると、

$$Z_t(\xi_t) = \xi_t + \max_{m_{t+1}} \left\{ -\frac{p_{t+1}}{p_t} m_{t+1} + \mu M_t + \beta V_{t+1}(m_{t+1}) \right\}$$

を得る。これにより、 $Z_t(\xi_t)$  は、1 の傾きをもつ 1 次関数であることがわかる。この性質は、 $u(x_t)$  の線形性から導かれる。

<sup>3</sup> $d_t$  は実質値で表されている。

最後に、中間財市場に参加する直前の価値関数 ( $V_t(m_t)$ ) を定義する。 $V_t(m_t)$  は、

$$V_t(m_t) = \sigma \int \{Z_t(\xi_t^b)\} d\Gamma_t(\tilde{m}_t) + \sigma \int \{-c(q_t(\tilde{m}_t, m_t)) + Z_t(\xi_t^s)\} d\Gamma_t(\tilde{m}_t) + (1 - 2\sigma)Z_t(\xi_t^o) \quad (7.2)$$

となる。ここで、 $\Gamma_t(\tilde{m}_t)$  は  $m_t \leq \tilde{m}_t$  を所有する主体の割合を表す。また、第5章では、 $\sigma$  を  $1/2$  と仮定しているのので、(7.2) の右辺の第3項は、0となっている。

## 7.3 交渉

### 7.3.1 交渉問題

本節では、Rocheteau and Waller (2005) に基づき、前節で展開してきた貨幣経済モデルに具体的な交渉解を与え、分析する。その前にまず、 $m_t$  の貨幣を保有する買い手と  $\tilde{m}_t$  の貨幣を保有する売り手が出会った場合の交渉問題を検討しよう。交渉の結果を  $(q_t, d_t)$  のペアで表すことにし、買い手から売り手へ渡る貨幣量  $d_t$  は、 $-\tilde{m}_t \leq d_t \leq m_t$  の範囲に制約されるものとする<sup>4</sup>。ここで、買い手の交渉が成功したときに得られる効用を  $G_t^b$ 、売り手の交渉が成功したときに得られる効用を  $G_t^s$  と記すことにする。また、交渉が決裂したときの買い手の効用、売り手の効用をそれぞれ、 $G_t^{b0}$ 、 $G_t^{s0}$  と表す。価値関数  $Z_t$  が1次関数であることから、 $G_t^b$  は、

$$G_t^b = Z_t(m_t - d_t + f(q_t)) = f(q_t) - f(0) - d_t + G_t^{b0}$$

と表わされる。 $Z_t(m_t - d_t + f(q_t)) = G_t^b$  は、交渉が成功したときの価値であり、 $Z_t(m_t + f(0)) = G_t^{b0}$  は、交渉が決裂したときの価値を表わす。同様に  $G_t^s$  は、

$$G_t^s = -c(q_t) + Z_t(m_t + d_t + f(0)) = -c(q_t) + d_t + G_t^{s0}$$

と表わされる。

ここでは、買い手は保有しているすべての貨幣を、交渉の場に持って行くと考えよう。このとき、 $(G_t^b, G_t^s)$  の実現可能性集合は、

$$\left\{ \left( \underbrace{f(q_t) - f(0) - d_t + G_t^{b0}}_{G_t^b}, \underbrace{-c(q_t) + d_t + G_t^{s0}}_{G_t^s} \right) : d_t \in [-\tilde{m}_t, m_t] \text{ and } q_t \geq 0 \right\}$$

<sup>4</sup>いままでは、買い手から売り手へ渡る貨幣量は、 $d_t \leq m_t$  と単に制約されていた。ここでは、具体的に交渉の実現可能性集合を考えるので、 $-\tilde{m}_t \leq d_t \leq m_t$  と制約している。

と定義される。すなわち、実現可能性集合は、 $d_t \in [-\tilde{m}_t, m_t]$  と  $q_t \geq 0$  を満たす、 $G_t^b$ 、 $G_t^s$  の組み合わせの集合として与えられる。また、 $m_t$  と  $\tilde{m}_t$  が与えられ、実現可能性集合上の個人合理的かつ効率的な点  $(G_t^b, G_t^s)$  が与えられるとすれば、 $G_t^b$  は、 $m_t$ 、 $G_t^s$  を所与として、

$$G_t^b = \max_{q_t, d_t} [f(q_t) - f(0) - d_t + G_t^{b0}]$$

$$\text{s.t. } -c(q_t) + d_t \geq G_t^s - G_t^{s0} \text{ and } d_t \leq m_t$$

を解く。このとき、 $G_t^b$  は以下を満たす。ただし、 $\hat{f}(q_t) \equiv f(q_t) - f(0)$  と定義する。

$$G_t^b = \begin{cases} \hat{f}(q^*) - c(q^*) - (G_t^s - G_t^{s0}) + G_t^{b0} & \text{if } G_t^s - G_t^{s0} \leq m_t - c(q^*) \\ \hat{f}(c^{-1}(m_t - (G_t^s - G_t^{s0}))) - m_t + G_t^{b0} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7.3)$$

図 7-1 を用いて説明しよう。最初に、買い手は  $m_t$  だけの貨幣を保有していると仮定する。図の曲線  $Oab$  は、様々な  $q_t$  に対して点  $(\hat{f}(q_t), -c(q_t))$  が作る軌跡である。 $a$  点は、 $\hat{f} - c$  を最大化する効率的な生産点に対応している。 $q^*$  を生産し、 $d_t$  の貨幣が支払われるなら、 $a$  点から北西に  $(-d_t, d_t)$  だけ  $(G_t^b - G_t^{b0}, G_t^s - G_t^{s0})$  は移動する。 $d_t$  は、 $0$  と  $m_t$  の間の任意の値を取ることが可能であるので、 $ae$  間の  $45^\circ$  線はフロンティアの一部となる。また、買い手が支払う貨幣量が上限に達した場合 ( $e$  点)、すなわち  $d_t = m_t$  が実現している場合、 $(G_t^s - G_t^{s0})$  をさらに引き上げるには、売り手の生産量を減らし、中間財の生産による効用コストを引き下げなければならない。中間財の生産による効用コストは、非線形に減少するので、 $e$  点から上のフロンティアは、曲線で表される。

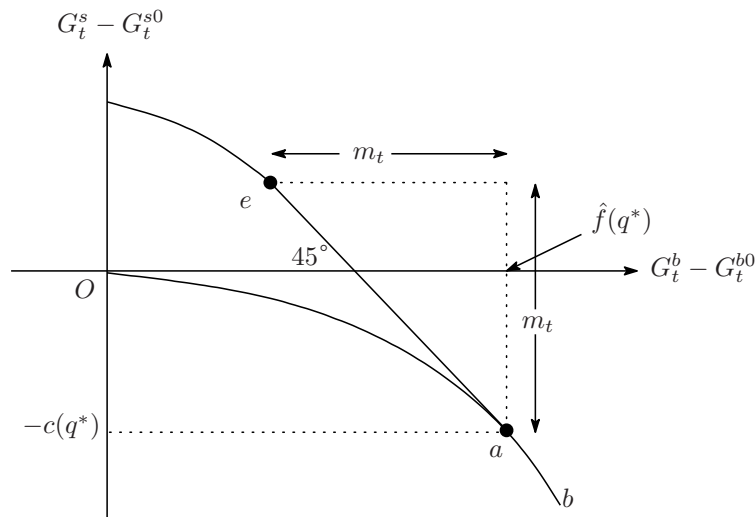


図 7-1：実現可能性集合

また、図 7-1 において、買い手の貨幣保有量  $m_t$  が上昇した場合、 $e$  点は、北西に移動するため、実現可能性集合は拡大する。図 7-2 では、 $m_t^2 > m_t^1$  の 2 つのケースが描かれている

る<sup>5</sup>。ただし、図 7-2 では、座標軸の値を  $(G_t^b, G_t^s)$  とする。 $\Delta^* = \hat{f}(q^*) - c(q^*)$  は、交渉において最大となる余剰であり、 $S_t$  は、実現可能性集合を表すものとする。 $S_t^1$  は、買い手が貨幣を  $m_t^1$  単位保有している場合の実現可能性集合であり、 $S_t^2$  は、買い手が貨幣を  $m_t^2$  単位保有している場合の実現可能性集合である。

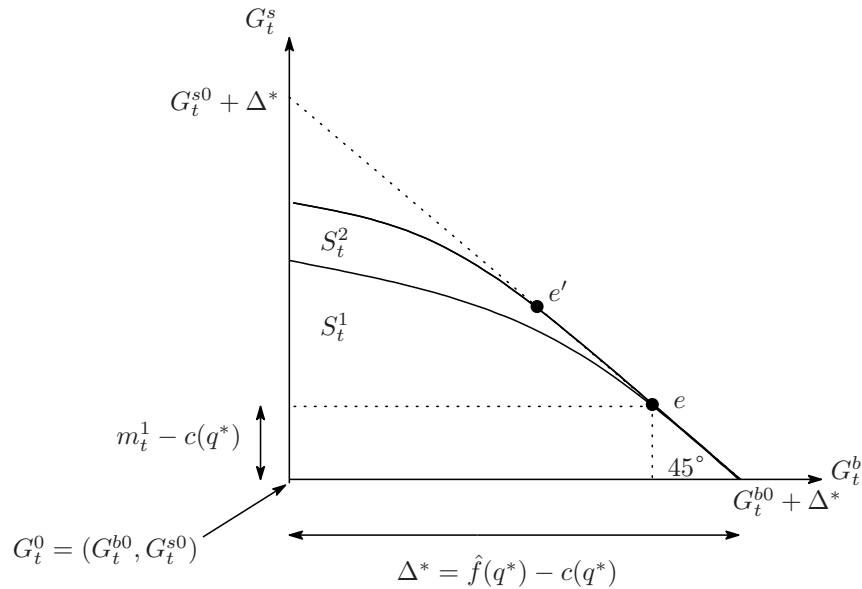


図 7-2：貨幣保有量  $m_t$  と実現可能性集合

ここから、交渉問題の解について考える。買い手、売り手は、自分の保有する貨幣量のみならず、互いの貨幣保有量を互いに知っているものとする<sup>6</sup>。交渉問題は、 $(S_t, G_t^0)$  のペアとして与えられ、 $F$  は交渉解を与える関数であるとしよう。ただし、 $G_t^0 = (G_t^{b0}, G_t^{s0})$  である。

### 7.3.2 ナッシュ交渉解

ナッシュ交渉解を  $F^N$  と記述しよう。 $F^N$  は、4つの公理 (パレート最適性、対称性、正の一次変換からの独立性、無関係な選択肢からの独立性) を満たす唯一の解を割り当てる。具体的には、買い手と売り手の効用ゲインの積 (ナッシュ積) を最大化する解として、

$$F^N(S_t, G_t^0) = \arg \max_{(G_t^b, G_t^s) \in S_t} (G_t^b - G_t^{b0})(G_t^s - G_t^{s0}) \quad (7.4)$$

<sup>5</sup>図 7-2、7-6、7-7 は Rocheteau and Waller (2005) を参考にしている。

<sup>6</sup>互いの貨幣保有量の情報が私的情報 (private information) のケースと公的情報 (public information) のケースが考えられる。詳しくは第 6 章を参照せよ。

と表される。つまり、以下のようなになる。

$$\max_{q_t, d_t} [\hat{f}(q_t) - d_t] [-c(q_t) + d_t] \quad \text{s.t.} \quad -\tilde{m}_t \leq d_t \leq m_t \quad (7.5)$$

(7.5) を解くと、

$$q_t(m_t, \tilde{m}_t) = \begin{cases} \hat{q}(m_t) & \text{if } m_t < m^* \\ q^* & \text{if } m_t \geq m^* \end{cases} \quad (7.6)$$

$$d_t(m_t, \tilde{m}_t) = \begin{cases} m_t & \text{if } m_t < m^* \\ m^* & \text{if } m_t \geq m^* \end{cases} \quad (7.7)$$

が得られる<sup>7</sup>。ここで、 $q^*$  は  $c'(q^*) = f'(q^*)$  を解く値であり、 $m^* = \frac{c(q^*) + f(q^*)}{2}$  である。また、 $\hat{q}(m_t)$  は、所与の  $m_t$  に対し、

$$m_t = \frac{c(\hat{q}_t)f'(\hat{q}_t) + \hat{f}(\hat{q}_t)c'(\hat{q}_t)}{f'(\hat{q}_t) + c'(\hat{q}_t)} \quad (7.8)$$

を解く関数である。以下では、(7.8) の右辺を  $e(\hat{q}_t)$  と記述することにする。 $\hat{q}_t$  が  $q^*$  に近づくとき、極限では、

$$\lim_{\hat{q}_t \rightarrow q^*} e(\hat{q}_t) = m^*$$

となる。

(7.6)、(7.7) は、次のように解釈される。もし買い手の貨幣保有量が小さいならば ( $m_t < m^*$ )、売り手は中間財を  $\hat{q}_t$  ( $< q^*$ ) 生産し、買い手に売る。そのとき、買い手は保有している貨幣をすべて使い切ることになる。つまり  $d_t = m_t$  が成り立つ。また、買い手が保有している貨幣量が大きいならば ( $m_t \geq m^*$ )、売り手は中間財を  $q^*$  だけ生産し、買い手に  $m^*$  で売ることになる。さらに、交渉解は買い手の貨幣保有量のみ依存し、売り手の保有量には依存しない。

ここで、 $m_t < m^*$  のときの交渉から得られる買い手のゲイン  $\hat{f}(q_t) - e(q_t)$ 、すなわち  $\hat{f}(\hat{q}(m_t)) - m_t$  の性質を考えよう。 $m_t$  が十分  $m^*$  に近いとき、 $\hat{f}'(\hat{q}(m_t))\hat{q}'(m_t) - 1 < 0$  となることを示すことができる (命題 7.4.1 の (7.20) を参照)。これは、買い手の貨幣保有量が  $m^*$  に十分近づくと、買い手の交渉から得られるゲインが減少してしまうことを意味する。それゆえ、経済主体は  $m^*$  以上の貨幣量を持つとはしない。

次に、図を用いて、買い手の貨幣保有量が  $m^*$  に十分近づくと、買い手のゲインが減少してしまうことを説明する。まず、図 7-3 を見てほしい。図 7-3 の  $e$  点では、買い手が売り手に  $m^*$  の貨幣を支払い、その代わりに、売り手が  $q^*$  の中間財を生産するという効率的な取引

<sup>7</sup>解の導出に関しては、第 5 章でより一般的なモデルで導出されている。

が実現しているものとする。このケースでの買い手と売り手の効用を  $G^*$  と表す。ここで、 $e$  点から買い手の貨幣保有量を  $dm < G^*$  だけ減らしたとする。すなわち、効率的な生産を行い、全ての貨幣が支払われる状態は  $e$  から  $e'$  に移ることになる。 $e'$  を通るフロンティアと  $eH$  の交点を  $f$  とし、 $f$  点は、 $(G^*, (1-\alpha)G^*)$  で表されるとしよう。

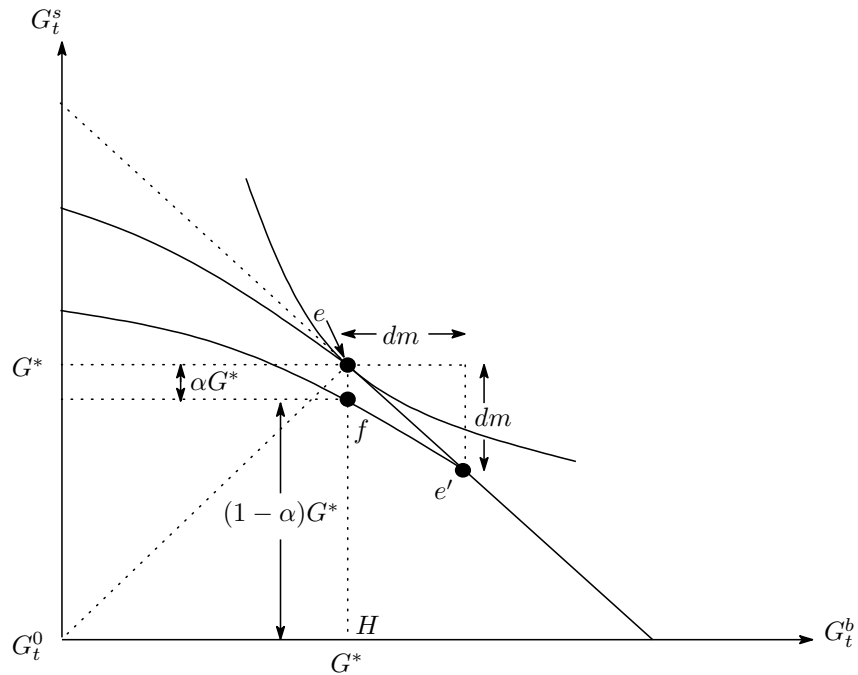


図 7-3：ナッシュ交渉解 (1)

続いて、図 7-4 を参照してほしい。まず、 $f$  点でのナッシュ厚生関数の限界代替率 (MRS) を考えてみる。ナッシュ交渉解から、限界代替率は  $(1-\alpha)G^*/G^*$ 、すなわち  $(1-\alpha)$  であることが分かる。ここで、 $f$  点での無差別曲線の接線を引くと、 $e'$  の下を通ることを示せる。すなわち、図 7-4 の  $\alpha G^* + (1-\alpha)dm$  は、 $dm$  よりも大きくなることを示せる。先の議論で、 $dm < G^*$  だけ貨幣を減らしたので、 $dm < \alpha G^* + (1-\alpha)dm$  が成り立つ。これは、 $f$  点の無差別曲線とフロンティアは、右側にレンズ図形を形作ることを意味する。よって、 $m^*$  から  $dm < G^*$  だけ貨幣保有量を減らした場合の新しい均衡点では、以前の  $m^*$  を保有する場合の均衡点よりも買い手の効用  $G_t^b$  は上昇する。

図 7-5 は、図 7-4 の一部を拡大したものであり、 $e$  点と  $f$  点における無差別曲線が描かれている。 $f$  点での無差別曲線と  $e'$  を通るフロンティアとの間にはレンズ図形が作られることが分かる。



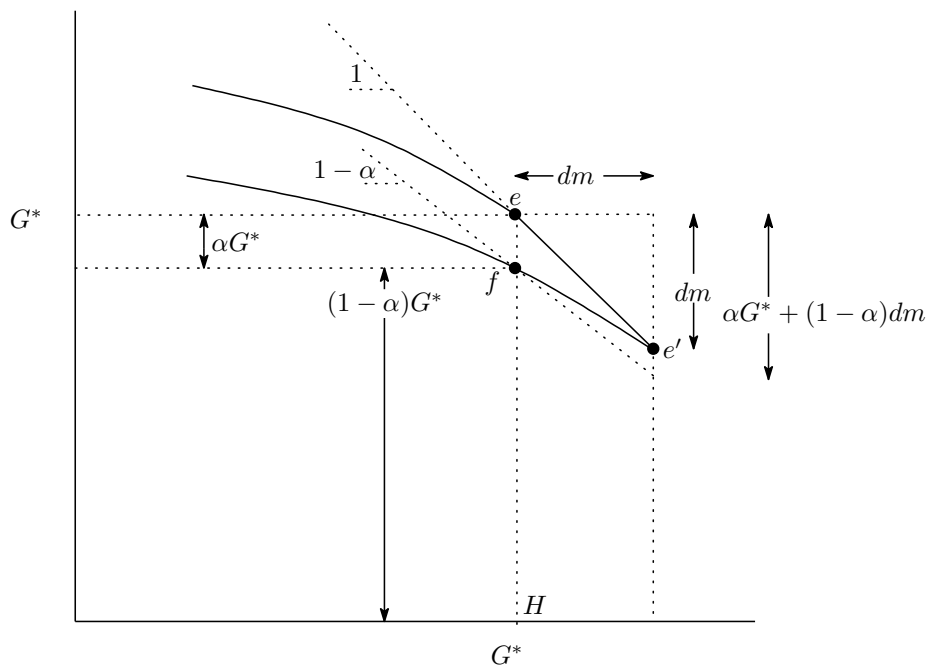


図 7-4：ナッシュ交渉解 (2)

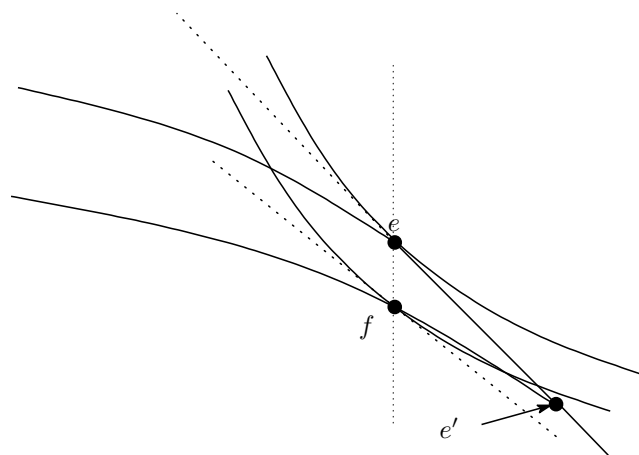


図 7-5：ナッシュ交渉解 (3)

以上を踏まえて、図 7-6 を参照してほしい。図の  $e$  点は、買い手の貨幣保有量が、 $m^*$  である場合の交渉の結果である。このとき、 $q^*$  の量が取引される。買い手の効用ゲイン  $G_t^b - G_t^{b0}$  は、 $\hat{f}(q^*) - e(q^*)$  と表される。また、図の  $\tilde{e}$  点は、買い手の貨幣保有量が、 $m^*$  よりも少ない  $m_t$  である場合の交渉の結果である。このとき、 $\hat{q}_t$  の量が取引される。買い手の効用ゲイン  $G_t^b - G_t^{b0}$  は、 $\hat{f}(\hat{q}_t) - e(\hat{q}_t)$  と表され、 $m_t$  が十分  $m^*$  に近いケースでは、 $\hat{f}(\hat{q}_t) - e(\hat{q}_t)$  は  $\hat{f}(q^*) - e(q^*)$  よりも大きくなる。

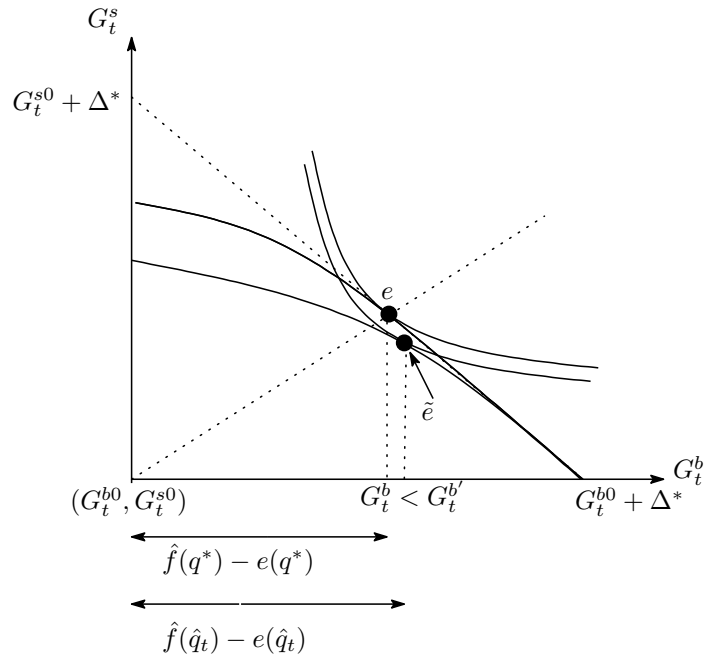


図 7-6：ナッシュ交渉解 (4)

ナッシュの公理から対称性を除くことで得られる、一般化されたナッシュ交渉解を用いれば、 $\hat{q}(m_t)$  は所与の  $m_t$  に対し、

$$m_t = \frac{\theta c(\hat{q}_t) f'(\hat{q}_t) + (1 - \theta)[f(\hat{q}_t) - f(0)] c'(\hat{q}_t)}{\theta f'(\hat{q}_t) + (1 - \theta) c'(\hat{q}_t)} \quad (7.9)$$

を解く関数となる<sup>8</sup>。ここで、 $\theta \in (0, 1)$  は定数であり、買い手の交渉力を表している<sup>9</sup>。このケースにおいても、上と同様の議論ができ、経済主体は交渉の場に  $m^*$  以上の貨幣量を持ち込もうとはしない。

### 7.3.3 平等主義解

平等主義解は、弱パレート最適性、対称性、並進不変性、そして強単調性を満たす交渉解である。強単調性とは、交渉集合が拡大したとき、どのプレイヤーにとっても悪くはならないことを表す。2つの交渉問題  $((S_t^1, G_t^0)$  と  $(S_t^2, G_t^0)$ ) を考えてみよう。 $S_t^1 \subseteq S_t^2$  が成り立つとき常に  $F(S_t^1) \leq F(S_t^2)$  が成り立てば、交渉解は強単調性を満たす。平等主義解は、

$$G_t^b - G_t^{b0} = G_t^s - G_t^{s0} \quad (7.10)$$

<sup>8</sup>詳しくは Kalai and Smorodinsky (1975) を参照せよ。

<sup>9</sup>解の導出に関しては、第 5 章でより一般的なモデルで導出されている。

を満たす解として与えられ、交渉の決裂点からの45°線と交渉集合のパレート・フロンティアが交わる点で決定される。正式には、平等主義解を  $F^E$  と記述した場合、妥結点  $(q_t, d_t)$  は、

$$F^E(S_t, G_t^0) = \arg \max_{q_t, d_t} [\hat{f}(q_t) - d_t] \quad \text{s.t.} \quad \hat{f}(q_t) - d_t = d_t - c(q_t) \quad \text{and} \quad -\tilde{m}_t \leq d_t \leq m_t \quad (7.11)$$

を解く値として表される。この問題を整理すれば、

$$\arg \max_{q_t} \frac{\hat{f}(q_t) - c(q_t)}{2} \quad \text{s.t.} \quad \frac{\hat{f}(q_t) + c(q_t)}{2} \leq m_t \quad (7.12)$$

となる。(7.11)、(7.12)より、Nash 交渉解のときと同様に、

$$q_t(m_t, \tilde{m}_t) = \begin{cases} \hat{q}(m_t) & \text{if } m_t < m^* \\ q^* & \text{if } m_t \geq m^* \end{cases} \quad (7.13)$$

$$d_t(m_t, \tilde{m}_t) = \begin{cases} m_t & \text{if } m_t < m^* \\ m^* & \text{if } m_t \geq m^* \end{cases} \quad (7.14)$$

を得る。 $q^*$  は  $c'(q^*) = f'(q^*)$  を解く値であり、 $m^* = \frac{\hat{f}(q^*) + c(q^*)}{2}$  である。また、 $\hat{q}(m_t)$  は、所与の  $m_t$  に対し、

$$m_t = \frac{\hat{f}(\hat{q}_t) + c(\hat{q}_t)}{2} \quad (7.15)$$

を解く関数である。ここで、(7.15)の右辺を  $e(\hat{q}_t)$  と記述することにする。

ここでナッシュ交渉解のケースと同様に、 $m_t < m^*$  のときの交渉から得られる買い手のゲイン  $\hat{f}(\hat{q}(m_t)) - m_t$  の性質を考えよう。ナッシュ交渉解のケースとは異なり、 $m_t$  が  $m^*$  に十分近いときでも、 $\hat{f}'(\hat{q}(m_t))\hat{q}'(m_t) - 1 > 0$  となることを示すことができる(命題7.4.1を参照)。さらに、 $m_t$  が  $m^*$  に近づくにつれて、買い手のゲインは上昇し、 $m_t = m^*$  のとき最大となる。それゆえ、もし貨幣の保有コストがゼロであるならば、買い手は交渉の場  $m^*$  の貨幣量を持ち込み、売り手と取引交渉をすることが有利な行動となる。

図7-7は、平等主義解を記述したものである。交渉の決裂点からの45°線と交渉集合のパレート・フロンティアが交わる点で、平等主義解が求められている。また、ナッシュ交渉解のケースとは異なり、 $\hat{f}(\hat{q}_t) - e(\hat{q}_t)$  は  $\hat{f}(q^*) - e(q^*)$  よりも小さくなる。

平等主義解において、対称性を除いた場合は Kalai (1997) が扱っており、比例解 (proportional solution) と呼ばれる。このときの妥結点  $(q_t, d_t)$  は、

$$\arg \max_{q_t, d_t} [\hat{f}(q_t) - d_t] \quad \text{s.t.} \quad \hat{f}(q_t) - d_t = \frac{\theta}{1-\theta} [d_t - c(q_t)] \quad \text{and} \quad -\tilde{m}_t \leq d_t \leq m_t \quad (7.16)$$

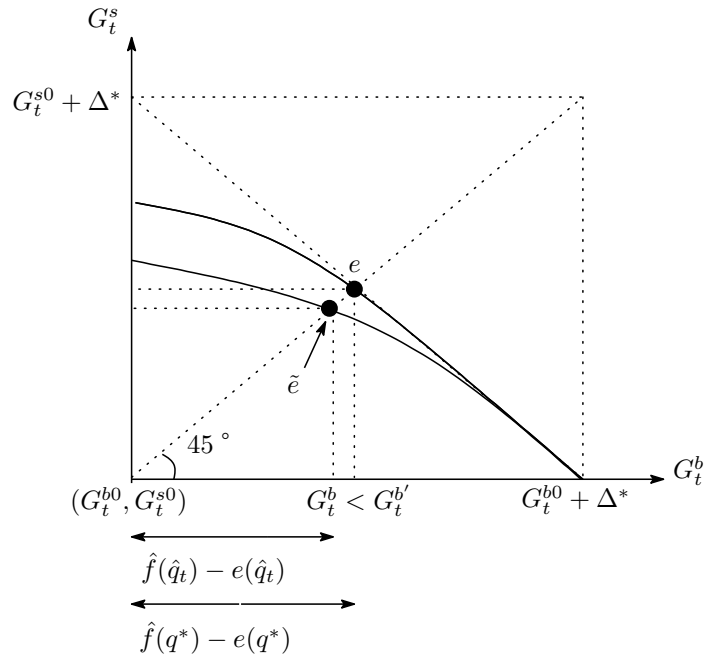


図 7-7：平等主義解

を解く値として表される。ここで、 $\theta \in (0, 1)$  は定数である。

## 7.4 貨幣均衡

前節では、中間財市場における取引を、2つの交渉解で見してきた。その結果、共通してわかることは、売り手の保有する貨幣量は、取引条件から独立となり、買い手の保有する貨幣量のみが取引量  $q_t$  を決めることである。また、買い手の保有する貨幣量が、 $m_t \geq m^*$  であれば、中間財の取引量は  $q^*$  となり、買い手が支払う貨幣量は、 $d_t = m^*$  となることが示された。さらに、買い手の貨幣保有量が  $m_t < m^*$  であれば、買い手が支払う貨幣量は、 $d_t = m_t$  であり、中間財の取引量は  $q_t < q^*$  となる。この関係は、ナッシュ交渉解であれば (7.8)、平等主義解であれば (7.15) から導かれる。

本節では、貨幣均衡を定義し、2つの交渉解の違いで異なる特徴が生じるのかを中心に考察する。上述したように、売り手の保有する貨幣量は、取引条件から独立となるので、価値関数 (7.2) は、

$$V_t(m_t) = v_t(m_t) + m_t + \max_{m_{t+1}} \left\{ -\frac{p_{t+1}}{p_t} m_{t+1} - \mu M_t + \beta V_{t+1}(m_{t+1}) \right\} \quad (7.17)$$

となる。ここで (7.17) における  $v_t$  は、

$$v_t(m_t) \equiv \sigma \{-D(m_t) + f(Q(m_t))\} + \sigma \int \{-c(Q(\tilde{m}_t)) + D(\tilde{m}_t) + f(0)\} d\Gamma_t(\tilde{m}_t) + (1 - 2\sigma)f(0) \quad (7.18)$$

と定義される。ただし、 $D_t(m_t) \equiv d_t(m_t, \tilde{m}_t)$ 、 $Q_t(m_t) \equiv q_t(m_t, \tilde{m}_t)$  と定義し直している。また、(7.17)、(7.18) から次の補題が確認できる。

**補題 7.4.1** 貨幣均衡が存在するためには、 $\beta \leq \frac{p_{t+1}}{p_t}$  が成立していなければならない。

証明は第 5 章を参照。

**命題 7.4.1**  $\beta < \frac{p_{t+1}}{p_t}$  が成り立つとき、ナッシュ交渉解、平等主義解で、効率的な取引は実現しない。すなわち、 $q_t = \hat{q}_t < q^*$  の取引が行われる。

(証明)

(7.18) より、

$$v'_{t+1} = \begin{cases} \sigma f' \hat{q}'(m_{t+1}) - \sigma & \text{if } m_{t+1} < m^* \\ 0 & \text{if } m_{t+1} \geq m^* \end{cases} \quad (7.19)$$

を得る。また、(7.17) の  $m_{t+1}$  についての一階の条件は、 $\Pi \equiv -p_{t+1}/p_t + \beta v'_{t+1} + \beta = 0$  となる。

ナッシュ交渉解においては、(7.8) を用いて  $\hat{q}'$  を計算すると、

$$\hat{q}' = \frac{(f' + c')^2}{(c'f' + cf'' + \hat{f}'c' + \hat{f}c'')(f' + c') - (f'' + c'')(cf' + \hat{f}c')}$$

と表せる。上式を  $q^*$  で評価し、両辺に  $f'$  を乗じると、

$$f' \hat{q}' = \frac{4f'^2}{4f'^2 + (\hat{f} - c)(c'' - f'')} < 1 \quad (7.20)$$

を得る。また、(7.19) より、 $v'_{t+1} = \sigma(f' \hat{q}'(m_{t+1}) - 1)$  と書ける。したがって、ある  $\epsilon > 0$  に対して、任意の  $m_{t+1} \in (m^* - \epsilon, m^*)$  で  $v'_{t+1} < 0$  が成立する。よって、任意の  $m_{t+1} \in (m^* - \epsilon, m^*)$  で  $\Pi < 0$  となり、任意の  $m_{t+1} > m^*$  で  $\Pi < 0$  となることが分かる。したがって、すべての経済主体  $i$  は、 $m_{t+1}^i < m^* - \epsilon$  かつ  $\hat{q}_{t+1}^i(m_{t+1}^i) < q^*$  を選択する。

平等主義解においては、(7.15) を用いて  $\hat{q}'$  を計算すると、

$$\hat{q}' = \frac{2}{f' + c'}$$

と表せる。上式を  $q^*$  で評価し、両辺に  $f'$  を乗じると、

$$f' \hat{q}' = \frac{2f'}{f' + f'} = 1 \quad (7.21)$$

を得る。よって同様に、任意の  $m_{t+1} \in (m^* - \epsilon, m^*)$  で  $\Pi < 0$  となり、任意の  $m_{t+1} > m^*$  で  $\Pi < 0$  となることが分かる。したがって、すべての経済主体  $i$  は、 $m_{t+1}^i < m^*$  かつ  $\hat{q}_{t+1}^i(m_{t+1}^i) < q^*$  を選択する。 (証明終わり)

ここから、定常均衡に絞り議論を進める。定常状態では、 $\frac{p_{t+1}}{p_t} = 1 + \mu$  となるので、以下の命題を得る。

**命題 7.4.2**  $1 + \mu$  が  $\beta$  に収束するとき、すなわち貨幣政策がフリードマン・ルールに近づくとき、ナッシュ交渉解を採用した定常均衡の取引量がある値に収束するとすれば、その収束先は  $q^*$  よりも小さい値となる。平等主義解を採用した定常均衡では、取引量は  $q^*$  に収束する。

(証明)

まず、 $1 + \mu > \beta$  を仮定し、その極限において取引される中間財の量について考える。(7.17) の定常均衡における一階の条件より、 $\Pi = \beta\sigma(f' \hat{q}' - 1) + \beta - (1 + \mu) = 0$  を得る。

ナッシュ交渉解においては、(7.20) から  $\lim_{m \rightarrow m^*} f' \hat{q}' < 1$  であるので、ある  $\epsilon > 0$  が存在して、任意の  $m \in (m^* - \epsilon, \infty)$  に対して、 $\Pi < 0$  が成り立つ。すなわち、定常均衡において、 $m < m^* - \epsilon$  が選択される。ここで、 $1 + \mu$  を  $\beta$  に限りなく近づけても  $m$  は  $m^* - \epsilon$  を超えることはないから、その収束先も  $m^*$  より小さくなる。したがって、(7.6) より、中間財の取引量は、 $q < q^*$  に収束する。

平等主義解においては、(7.15) より、 $f' \hat{q}' = \frac{2f'}{f' + c}$  を得るので、極限では、 $\lim_{m \rightarrow m^*} f' \hat{q}' = 1$  となる。したがって、 $1 + \mu$  が  $\beta$  に収束するとき、 $m$  は  $m^*$  に収束する。(7.13) から、中間財の取引量は、 $q = q^*$  に収束する。 (証明終わり)

図 7-8、図 7-9 は、貨幣政策がフリードマン・ルールに十分近いケースの価値関数が描かれている。ナッシュ交渉解を仮定した場合、貨幣政策が十分フリードマン・ルールに近くても、 $m^* - \epsilon$  以下の貨幣量しか保有しない。その結果、中間財の取引量は、 $q^*$  以下となる。一方、平等主義解を仮定した場合、ちょうど  $m^*$  で価値関数  $V$  は最大値を取る。すなわち、経済主体は  $q^*$  の量の中間財を取引することになる。

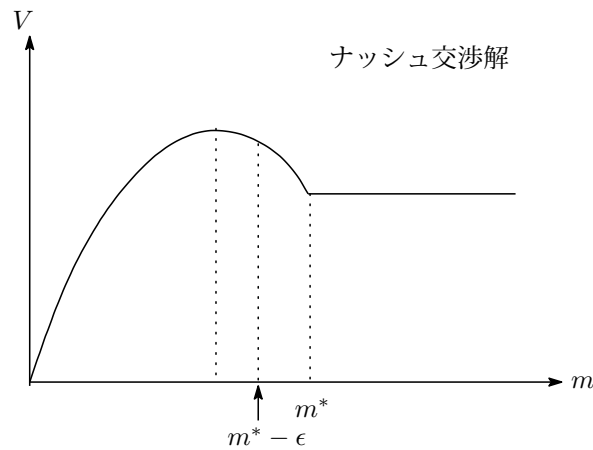


図 7-8 :  $(1 + \mu) = \beta$  における価値関数

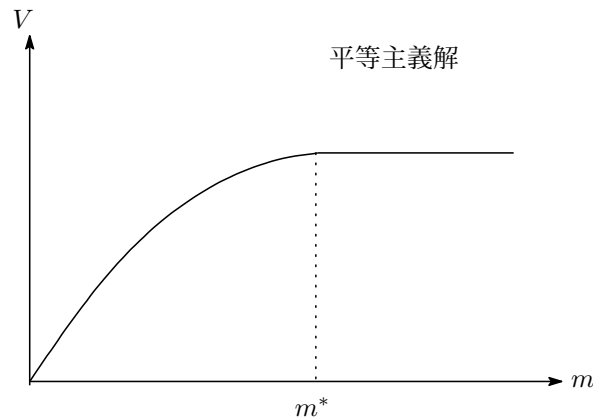


図 7-9 :  $(1 + \mu) = \beta$  における価値関数

ここで、 $1 + \mu$  が  $\beta$  に十分近いとき、平等主義解を採用した場合では近似的に効率的な取引が実現するのに、ナッシュ交渉解ではそうならないのかを直感的に考えてみる。 $1 + \mu$  が  $\beta$  に十分近いということは、貨幣の保有コストが 0 に近づくことを意味する。先の「ナッシュ交渉解」、「平等主義解」の項での議論より、ナッシュ交渉解における  $G^b$  は、 $m$  を増加させて  $m^*$  に十分近づけると減少してしまう。それゆえ、保有コストが 0 のときにおいても、十分な量の貨幣が保有されず、 $q < q^*$  の取引が実現する。一方、平等主義解における  $G^b$  は、 $m$  が  $m^*$  に十分近づいても増加を続け、極限において  $G^b$  は最大となる。よって、保有コストが 0 であれば、 $q = q^*$  が実現することになる。

ところで、第 5 章では、ワルラス的貨幣経済モデルも構築した。そこで成り立つ命題 5.2.2 を再び確認してほしい。命題 5.2.2 では、直接触れていないが、貨幣政策がフリードマン・



ルールに十分近い場合のワルラス的貨幣経済モデルでは、近似的に効率的な中間財の量  $q^*$  が取引されることを容易に証明できる。すなわち、平等主義解を仮定した分権的貨幣経済モデルとワルラス的貨幣経済モデルは、貨幣政策がフリードマン・ルールに十分近い場合においては、似た性質を持つことがわかる。ただし、ナッシュ交渉解の場合は、ワルラス的貨幣経済モデルと分権的貨幣経済モデルは依然異なる性質を有する。

## 7.5 まとめ

分権的貨幣経済モデルでは、実物財の取引条件は交渉で決まるが、多くのモデルでは交渉解として Nash 交渉解が選択される。本章では、交渉解の選択はモデルの性質にどのような影響を与えるのかを、Nash 交渉解と平等主義解の比較を通して考察した。

結果として、貨幣政策がフリードマン・ルールに十分近い場合、2つのモデルで質的な違いが生じることがわかった。Nash 交渉解を選択した場合は、効率的な取引が貨幣均衡の下で行われることはないが、平等主義解を選択した場合、効率的な取引が行われる。

また、平等主義解を選択した分権的貨幣経済モデルとワルラス的貨幣経済モデルは、貨幣政策がフリードマン・ルールに十分近いとき、似た性質を持つことがわかった。両モデルにおいて、効率的な取引が行われるのである。第5章、第6章の分析においては、交渉の導入は貨幣的影響を顕著に強める可能性があることをシミュレーションで示したが、この2つのモデルの類似性は、興味深い。

ところで、分権的貨幣経済モデルの交渉解に、どのような交渉解を選択すれば妥当かを考えるのは非常に難しい。なぜならば、協力ゲームの解としての交渉解は、公理体系から導出されるため、どの公理を重要視するかは価値判断を含む問題だからである。しかしながら、交渉解の選択が与えるモデルの性質への影響を考察することは、多様な貨幣経済を分析するに当たっては、非常に有益であると言える。今後、シミュレーション分析などを用いて、Nash 交渉解、平等主義解、カライ＝スモルディンスキー解だけでなく、他の交渉解においても考察することで、より、交渉のプロセスが及ぼす影響を明確に分析できるかもしれない。

## 結び

本論文では、取引が交渉で行われる分権的貨幣経済において、貨幣政策が変更された場合、実体経済にどのような効果をもたらされるのかを理論的に分析した。また、シミュレーションを行うことで、貨幣政策の変更による効果を量的に示した。

貨幣政策の効果においては、これまでに膨大な数の研究が行われているが、本論文がこの分野の研究に貢献できたと思われることを二つ挙げるとすれば、一つは、分権的取引、取引交渉の有無により、貨幣政策の効果がどのように異なるのかを、明確に議論できる枠組みを与えたことである。一般に、分権的取引、取引交渉を貨幣経済に導入する場合、モデルの環境設定の時点で、他の貨幣経済モデルとは大きく異なってしまう、これまで比較分析を十分に行うことはできなかった。それゆえ、分権的取引の存在が貨幣経済にどのような影響を与えるのかについては、ほとんど研究されてこなかったと言っても過言ではない。本論文では、第5章と第6章で、ワルラス的交換が行われる場合と、分権的交換が行われる場合における貨幣政策の効果の差を、明確に示すことができる枠組みが2つ与えられた。

二つめの貢献として挙げられるのは、貨幣政策の変更による経済への影響は、ワルラス的貨幣経済においてよりも、分権的貨幣経済でより顕著なものとして表れることを示したことである。この結果は、第5章と第6章の両モデルで示された。また、第6章のモデルでは、貨幣政策による経済への影響の差は著しく大きいものであった。これは、分権的取引、取引交渉の有無が貨幣経済に与える影響は、想像しているよりもはるかに大きいことを示す興味深い結果であると言える。

また、本論文では、公理的な交渉解の選択がモデルの性質に与える影響に注目し、ナッシュ交渉解と平等主義解では、貨幣均衡の性質が異なるのかどうかについて、定性的に分析した。その結果、単純化された第5章の貨幣経済モデルにおいて、貨幣政策がフリードマン・ルールに十分近い場合、平等主義解では、近似的に効率的な取引が行われることが示された。一方、ナッシュ交渉解では、貨幣政策がフリードマン・ルールに十分近い場合でも非効率的な水準に留まることが示された。ワルラス的貨幣経済モデルにおいては、貨幣政策がフリードマン・ルールに十分近い場合、効率的な取引量に収束することを考慮に

入れると、平等主義解を仮定した分権的貨幣経済モデルは、ワルラス的貨幣経済モデルと似た定常均衡を実現することになる。交渉解の選択で、ある条件下では、分権的貨幣経済モデルの性質に大きな影響を与えるという事実は興味深い。

最後に、残された大きな課題について述べる。それは、なぜ分権的貨幣経済では、貨幣政策の効果が著しく表れるのかという点である。第5章、第6章のシミュレーション分析から、分権的取引の存在により、貨幣政策の影響が多くなることは間違いないと思われるが、定性的にそれを明らかにする作業は非常に困難である。今後、その理由を明らかにするためには、貨幣経済モデルに何らかの工夫を施す必要があるかもしれない。

また、本論文では、貨幣成長率変更の影響のみしか分析しておらず、貨幣政策の効果を十分に考察できたとはいえない。他の貨幣政策、例えば利子率変更による GDP への影響なども分析すべきであったが、それは今後の課題とする。

# 補論 A Shimizu モデル (1) における fortran プログラム

## A.1 ワルラス的貨幣経済モデル

本プログラムは、第5章のワルラス的貨幣経済モデル (CC) における定常均衡を求めるためのものである。まず、P75 の (5.33)、(5.34) を用いて、所与の貨幣成長率  $\mu$  に対する定常均衡での GDP、貨幣 ( $m$ )、資本 ( $k$ ) の値を求め、次に、 $\mu$  を変化させたときの新たな定常均衡での GDP、 $m$ 、 $k$  の値を求めている。その結果が、P76-P78 の表 5-1、2、3、4、および図 5-3、4、5 の CC に記載されている。また、 $\mu$  以外のパラメータを変化させたときの、 $\mu$  の 1% から 5% の変化に対する GDP と経済厚生の変化率もここで計算されている。その結果は、P78 の表 5-5 の CC に記載されている。

```
! Shimizu model !
! Centralized market + Centralized market !

PROGRAM Main
IMPLICIT NONE

! Definition !
REAL, PARAMETER :: F1=1, F2=1, ff1=0.5, ff2=0.5, delta=0.05
!
! For production function
REAL, PARAMETER :: D=1, dd=2.5 ! For dis-utility function
REAL, PARAMETER :: beta=0.95 ! Discount factor
REAL, PARAMETER :: theta=0.5 ! Bargaining power
REAL, PARAMETER :: sigma=0.5 ! Single coincidence
REAL, PARAMETER :: Pi=1.0 ! Meeting
REAL :: mu ! Monetary growth rate
REAL, PARAMETER :: mumin=0.01, mumax=0.2 ! Monetary growth rate
REAL, PARAMETER :: rkmax=0.1, rkmin=0.001, rmmax=1, rmmmin=0.01
INTEGER, PARAMETER :: Grid=2000, GGRID=9
INTEGER :: i, j, cnt=0, cnt2=0
INTEGER :: ii, jj, iii
INTEGER, DIMENSION(GGRID+1) :: knumb, mnumb
REAL, PARAMETER :: Q1= F1**(-1/ff2), qq1= -ff1/ff2, qq2= 1/ff2
REAL, PARAMETER :: D1= D*Q1**dd, dd1= qq1*dd, dd2= qq2*dd
REAL, PARAMETER :: Gstar1= (dd2*D1)**(1/(1-dd2))
REAL, PARAMETER :: ggstar1= dd1/(1-dd2)
REAL, PARAMETER :: Dstar1= D1*(Gstar1**dd2)
REAL, PARAMETER :: ddstar1= dd1+(ggstar1*dd2)
REAL, PARAMETER :: Qstar1= Q1*Gstar1**qq2
REAL, PARAMETER :: qqstar1= qq1+ggstar1*qq2
REAL, PARAMETER :: Mstar1= (1-theta)*Gstar1+theta*Dstar1
REAL, PARAMETER :: mmstar1= ggstar1
REAL, PARAMETER :: kmax1= 2.45*(delta/(2*F1*F2*ff1))**(1/(ff1-1))
REAL, PARAMETER :: kmax2= 2.45*(delta/(2*F1*(Qstar1**(ff2))*&
& (ff1+qqstar1*ff2)))**&
& (1/(ff1+qqstar1*ff2-1))
REAL, PARAMETER :: kmax=300, mmax=20
```

```

REAL, PARAMETER :: kmin=0.1, mmin=0.1
REAL :: FOC_min, temp
REAL, PARAMETER :: eps=0.0001
REAL :: k, m
REAL :: Gmax, Gmin, GC
REAL, DIMENSION(Grid +1, Grid +1) :: Gmatrix
REAL, DIMENSION(Grid +1, Grid +1) :: G_M_matrix, bcheck1
REAL, DIMENSION(Grid +1, Grid +1) :: bcheck2, bcheck3
REAL :: barg, bargain_M, bargain_G, bargain_K
REAL, DIMENSION(Grid+1,Grid+1) :: FOC_M, FOC_K, FOC
REAL, DIMENSION(Grid+1) :: kk,mm
REAL, DIMENSION(GGRID+1) :: Q, V, Y, FFOC, OPK, OPM

! production, utility function
! Production at CM (Final goods):  $F(k,q)=F_1*k**ff_1*(F_2+q**ff_2)$ 
!                                     (ff1,ff2 in (0,1))
! delta: depreciation
! Dis-utility at CM (intermediate goods):  $D(q)=D*q**dd$  (d>1)
! beta: Discount factor
! mu: Monetary growth rate

! final good market
!  $m-md+F(k,q)+(1-\delta)*k$  : total wealth for buyer
!  $m+md+F(k,0)+(1-\delta)*k$  : total wealth for seller

! intermediate goods market
!  $D_q(q)=p_q=m/q \Rightarrow dd*D*q**(dd)=m$ 
!  $p_q$  : price of q
!  $q=(m/(dd*D))**(1/dd)$ 

! dynamic optimization
! Dynamic FOC
!  $FOC_K(m,k)=-1/\beta+(F_k(k,q)+F_k(k,0))/2+(1-\delta)=0$ 
!  $\Rightarrow -1/\beta+(F_1*ff_1*k**(ff_1-1)*(F_2+q**ff_2)+ff_1*F_1*F_2*k**\&$ 
!  $(ff_1-1))/2+(1-\delta)=0$ 
!  $FOC_M(m,k) = (1+(q/m)*F_q(k,q))/2-((1+\mu)/\beta)=0$ 
!  $\Rightarrow (1+(q/m)*(F_1*ff_2*k**ff_1*q**(ff_2-1)))/2-((1+\mu)/\beta)=0$ 
! where  $1/p_q=q/m$ 
! Using  $q=((m/(dd*D))**(1/dd))$ 
!  $FOC_K(m,k)$ 
!  $\rightarrow -1/\beta+(F_1*ff_1*k**(ff_1-1)*(F_2+((m/(dd*D))**(1/dd))\&$ 
!  $**ff_2)+ff_1*F_1*F_2*k**(ff_1-1))/2+(1-\delta)=0$ 
!  $FOC_M(m,k)$ 
!  $\rightarrow (1+(((m/(dd*D))**(1/dd))/m)*(F_1*ff_2*k**ff_1*((m/(dd*D))\&$ 
!  $**1/dd)**(ff_2-1)))/2-((1+\mu)/\beta)=0$ 

! upper bound of m :  $p_q \leq F_q(k,q)$ 
!  $\rightarrow m \leq F_q(k,q)*q$ 
!  $\rightarrow m \leq (F_1*ff_2*k**ff_1*((m/(dd*D))**(1/dd))**(ff_2-1))\&$ 
!  $((m/(dd*D))**(1/dd))$ 
!  $\rightarrow m \leq ((F_1*ff_2*k**ff_1)/(dd*D**(ff_2/dd))**(1-(ff_2/dd)))$ 

! upper bound of k
!  $\delta*k \leq F(k,0)$ 
!  $\rightarrow k \leq (\delta/(F_1*F_2*ff_1))**(1/(ff_1-1))$ 
!  $\delta*k \leq F(k,q)$ 

```

```

! -> delta*k <= F1*k**ff1*(F2+q**ff2)

DO iii=0,GGRID
  mu=mumin+iii*(mumax-mumin)/ggrid
  DO i=0,Grid
    k=kmin+i*(kmax-kmin)/Grid
    kk(i+1)=k
    DO j=0,Grid
      m=mmin+j*(mmax-mmin)/Grid
      mm(j+1)=m
      FOC_M(i+1,j+1) = (1+(((mm(j+1)/(dd*D))* (1/dd))/mm(j+1))&
        *(F1*ff2*(kk(i+1)**ff1)*((mm(j+1)/(dd*&
          D))* (1/dd))* (ff2-1)))/2-((1+mu)/beta)
      FOC_K(i+1,j+1) = -1/beta + (F1*ff1*kk(i+1)**(ff1-1)*(F2+&
        ((mm(j+1)/(dd*D))* (1/dd))*ff2)+ff1*&
        F1*F2*(kk(i+1)**(ff1-1)))/2+(1-delta)
      FOC(i+1,j+1) = FOC_M(i+1,j+1)**2+FOC_K(i+1,j+1)**2
    END DO
  END DO
  ii=0
  jj=0
  temp=FOC(1,1)
  do i=0,Grid
    do j=0,Grid
      If (temp>FOC(i+1,j+1)) then
        ii=i
        jj=j
        temp=FOC(i+1,j+1)
      end if
    end do
  end do
  OPK(iii+1)=kk(ii+1)
  OPM(iii+1)=mm(jj+1)
  knumb(iii+1)=ii+1
  mnumb(iii+1)=jj+1
  FFOC(iii+1)=FOC(ii+1,jj+1)
  Q(iii+1) = ((mm(jj+1)/(dd*D))* (1/dd))
  Y(iii+1) = (F1* (kk(ii+1)**ff1) * (F2+Q(iii+1)**ff2)+F1*F2* &
    (kk(ii+1)**ff1))/2
  V(iii+1) = (Pi*sigma*(F1* kk(ii+1)**ff1 * (F2+Q(iii+1)**ff2)&
    -D*Q(iii+1)**dd)+(1-Pi*sigma)*F1*F2* (kk(ii+1)**&
    ff1)-delta*kk(ii+1))
END DO

write(12,*) '(CC)'
write(12,*) 'k:', OPK
write(12,*) 'm:', OPM
write(12,*) 'q:', Q
write(12,*) 'Y:', Y
write(12,*) 'V:', V
write(12,*) 'k-number:', knumb
write(12,*) 'm-number:', mnumb
write(12,*) 'FOC:', FFOC

END PROGRAM Main

```

## A.2 分権的貨幣経済モデル

本プログラムは、第5章の分権的貨幣経済モデル(DC)における定常均衡を求めるためのものである。まず、P75の(5.35)、(5.36)を用いて、所与の貨幣成長率 $\mu$ に対する定常均衡でのGDP、貨幣( $m$ )、資本( $k$ )の値を求め、次に、ワルラス的貨幣経済モデルのケースと同様に、 $\mu$ を変化させたときの新たな定常均衡でのGDP、 $m$ 、 $k$ の値を求めている。その結果が、P76-P78の表5-1、2、3、4、および図5-3、4、5のDCに記載されている。 $\mu$ 以外のパラメータを変化させたときの、 $\mu$ の1%から5%の変化に対するGDPと経済厚生の変化率は、P78の表5-5のDCに記載されている。

! Shimizu model !

! Decentralized market + Centralized market !

PROGRAM Main

IMPLICIT NONE

! definition !

REAL, PARAMETER :: F1=1, F2=1, ff1=0.5, ff2=0.5, delta=0.05

! For production function

REAL, PARAMETER :: D=1, dd=2 ! For dis-utility function

REAL, PARAMETER :: beta=0.95 ! Discount factor

REAL, PARAMETER :: theta=0.9 ! Bargaining power

REAL, PARAMETER :: sigma=0.5 ! Single coincidence

REAL, PARAMETER :: Pi=1.0 ! Meeting

REAL :: mu ! Monetary growth rate

REAL, PARAMETER :: mumin=0.01, mumax=0.2 ! Monetary growth rate

REAL, PARAMETER :: rkmax=0.01, rkmin=0.001, rmmax=1, rmmmin=0.01

INTEGER, PARAMETER :: Grid=2000, GGrid=9

INTEGER :: i, j, cnt=0, cnt2=0

INTEGER :: ii, jj, iii

INTEGER, DIMENSION(GGRID+1) :: knumb, mnumb

REAL, PARAMETER :: Q1= F1\*\*(-1/ff2), qq1= -ff1/ff2, qq2= 1/ff2

REAL, PARAMETER :: D1= D\*Q1\*\*dd, dd1= qq1\*dd, dd2= qq2\*dd

REAL, PARAMETER :: Gstar1= (dd2\*D1)\*\*(1/(1-dd2))

REAL, PARAMETER :: ggstar1= dd1/(1-dd2)

REAL, PARAMETER :: Dstar1= D1\*(Gstar1\*\*dd2)

REAL, PARAMETER :: ddstar1= dd1+(ggstar1\*dd2)

REAL, PARAMETER :: Qstar1= Q1\*Gstar1\*\*qq2

REAL, PARAMETER :: qqstar1= qq1+ggstar1\*qq2

REAL, PARAMETER :: Mstar1= (1-theta)\*Gstar1+theta\*Dstar1

REAL, PARAMETER :: mmstar1= ggstar1

REAL, PARAMETER :: kmax1= 2\*(delta/(2\*F1\*F2\*ff1))\*\*(1/(ff1-1))

REAL, PARAMETER :: kmax2= 2\*(delta/(2\*F1\*(Qstar1\*\*(ff2))&  
\*(ff1+qqstar1\*ff2))\*\*(1/(ff1+qqstar1\*&  
ff2-1)))

REAL, PARAMETER :: kmax=40

REAL, PARAMETER :: kmin=1

REAL :: FOC\_min, temp, mmax, mmin

REAL, PARAMETER :: eps=0.00001

REAL :: k, m

REAL :: Gmax, Gmin, GC

REAL, DIMENSION(Grid +1, Grid +1) :: Gmatrix

REAL, DIMENSION(Grid +1, Grid +1) :: G\_M\_matrix, G\_K\_matrix, bcheck1

REAL, DIMENSION(Grid +1, Grid +1) :: bcheck2, bcheck3

REAL :: bargain\_M, bargain\_G, bargain\_K

REAL, DIMENSION(Grid+1,Grid+1) :: FOC\_M, FOC\_K, FOC

REAL, DIMENSION(Grid+1) :: kk,mm

REAL, DIMENSION(GGrid+1) :: Q, V, Y, barg, OPK, OPM, FFOC



```

! production, utility function
! Production at CM:  $F(k,q) = F_1 * k^{ff1} * (F_2 + q^{ff2})$ 
!                                     (ff1,ff2 in (0,1))
! delta: depreciation
! Dis-utility at DM:  $D(q) = D * q^{dd}$  (d>1)
! beta: Discount factor
! theta: bargaining power of buyer
! sigma: probability of single coincidence
! Pi: probability of meeting
! mu: Monetary growth rate

! gain of utility by bargaining
! G = Utility gain of buyer
!  $G = F(k,q) - F(k,0) = F_1 * k^{ff1} * q^{ff2}$  :Gross Income gain for buyer
!  $q = Q(k,G) = (G / (F_1 * k^{ff1}))^{1/ff2} = Q_1 * k^{qq1} * G^{qq2}$ 
! D = dis-utility of seller
!  $D = D(k,G) = D * (Q_1 * k^{qq1} * G^{qq2})^{dd} = D_1 * k^{dd1} * G^{dd2}$ 
!  $D_G(k,G) = dd2 * D_1 * k^{dd1} * G^{(dd2-1)}$ 

! bargaining solution(Gstar, Dstar)
! maximizes  $G - D(k,G) \rightarrow 1 = dd2 * D_1 * k^{dd1} * G^{(dd2-1)}$ 
!  $\rightarrow Gstar = Gstar(k) = (dd2 * D_1 * k^{dd1})^{1/(1-dd2)}$ 
!                                     = Gstar1 * k^{ggstar1}
!  $Dstar = D(k, Gstar(k)) = D_1 * k^{dd1} * (Gstar1 * k^{ggstar1})^{dd2}$ 
!                                     = Dstar1 * k^{ddstar1}  $\rightarrow ddstar1 = ggstar1$ 
!  $Qstar = Q(k, Gstar) = Q_1 * k^{qq1} * Gstar^{qq2} = Qstar1 * k^{qqstar1}$ 
!  $Mstar = (1 - theta) * Gstar + theta * Dstar$ 
!                                     = ((1 - theta) * Gstar1 + theta * Dstar1) * k^{ddstar1} = Mstar1 * k^{mmstar1}
!  $Ystar = F(k, Qstar) = F_1 * k^{ff1} * (F_2 + Qstar * k^{(qqstar * ff2)})$ 
!                                     =  $F_1 * F_2 * k^{ff1} + F_1 * Qstar1^{ff2} * k^{(ff1 + qqstar1 * ff2)}$ 
!  $Ystar\_k = F_1 * F_2 * ff1 * k^{(ff1-1)} + F_1 * Qstar1^{ff2} * (ff1 + qqstar1 * ff2) * k^{(ff1 + qqstar1 * ff2 - 1)}$ 

! solve bargaining problem (Q,G,D)
! Given  $m < Mstar$ ,
!  $\max (G - m)^{theta} * (m - D(k,G))^{(1 - theta)}$ 
! FOC.  $theta * (G - m)^{(theta-1)} * (m - D(k,G)) - (1 - theta) * D_G * (G - m)$ 
!       =  $theta * (m - D(k,G))^{(1 - theta)} * (dd2 * D_1 * k^{dd1} * G^{(dd2-1)}) * (G - m) = 0$ 
!  $\rightarrow -theta * (D_1 * k^{dd1} * G^{dd2}) - (1 - theta) * (dd2 * D_1 * k^{dd1} * G^{dd2})$ 
!       +  $m * (1 - theta) * dd2 * D_1 * k^{dd1} * G^{(dd2-1)} + theta * m = 0$ 
!  $\rightarrow -(theta + (1 - theta) * dd2) * G^{dd2}$ 
!       +  $m * (1 - theta) * dd2 * G^{(dd2-1)} + (theta * m / (D_1 * k^{dd1})) = 0$ 
!  $(theta + (1 - theta) * dd2) =$ 
!  $m * (1 - theta) * dd2 * G^{(-1)} + (theta * m / (D_1 * k^{dd1})) * G^{(-dd2)}$ 

! dynamic optimization
! Dynamic FOC
!  $FOC\_M(m,k) = -(1 + mu) * m^{(-1)} / (m * beta) + (Pi * sigma * G\_M(m,k) + (1 - Pi * sigma)) = 0$ 
!  $FOC\_K(m,k) = -1 / beta + Pi * sigma * G\_k(m,k) + (1 - Pi * sigma) * F\_k(k,0) + 1 - delta = 0$ 
! where  $F\_k = F_1 * F_2 * f_1 * k^{(f_1-1)}$ 

DO i=0,Grid
  k=kmin+i*(kmax-kmin)/Grid

```

```

kk(i+1)=k
mmax = 4
mmin = 0.001
DO j=0,Grid
  m=mmin+j*(mmax-mmin)/Grid
  mm(j+1)=m
  Gmax=100*Gstar1*k**ggstar1
  Gmin=0.001
  DO
    cnt=cnt+1
    GC=(Gmin + Gmax) / 2.0
    !print '(8F8.3)', k,m,Gmin,GC,Gmax,bargain(Gmin,k,m)
    !print '(8F8.3)', bargain(GC,k,m), bargain(Gmax,k,m)
    IF ( bargain(GC,k,m) < 0) THEN
      Gmax = GC
    ELSE IF (bargain(GC,k,m) == 0) THEN
      EXIT
    ELSE
      Gmin = GC
    END IF
    IF (ABS(Gmax - Gmin) <= eps) THEN
      EXIT
    END IF
  END DO
  Gmatrix(i+1,j+1)=GC
  bargain_M = (1-theta)*dd2 * GC**(-1)+(theta/(D1*k**dd1))*GC**(-dd2)
  bargain_K = -dd1*(theta *k**(-dd1-1)*m/(D1))*GC**(-dd2)
  bargain_G = -m*(1-theta)*dd2 * GC**(-2)-dd2*(theta * m/(D1*k**dd1))&
    *GC**(-dd2-1)
  G_M_matrix(i+1,j+1) = -bargain_M/bargain_G
  G_K_matrix(i+1,j+1) = -bargain_K/bargain_G
END DO
END DO

DO iii=0,GGrid
mu=mumin+iii*(mumax-mumin)/ggrid
DO i=0,Grid
  DO j=0,Grid
    FOC_M(i+1,j+1) = Pi*sigma*G_M_matrix(i+1,j+1)+1-Pi*sigma-&
      ((1+mu)/beta)
    FOC_K(i+1,j+1) = (1-Pi*sigma)*F1*F2*ff1*kk(i+1)**(ff1-1)+&
      1-delta-(1/beta)&
      +Pi*sigma*G_K_matrix(i+1,j+1)
    FOC(i+1,j+1) = FOC_M(i+1,j+1)**2+FOC_K(i+1,j+1)**2
  END DO
END DO
!PRINT '(F10.6, ''<- bargain() '' )'bargain(Gmatrix(8,6),kk(8),mm(6))
ii=0
jj=0
temp=FOC(1,1)
DO i=0,Grid
DO j=0,Grid
  IF (temp > FOC(i+1,j+1)) then
    ii=i
    jj=j
    temp=FOC(i+1,j+1)
  
```

```

      END IF
    END DO
  END DO
  OPK(iii+1)=kk(ii+1)
  OPM(iii+1)=mm(jj+1)
  Q(iii+1) = Q1 * kk(ii+1)**qq1 * Gmatrix(ii+1,jj+1)**qq2
  V(iii+1) = (Pi*sigma*(F1* kk(ii+1)**ff1 * (F2+Q(iii+1)**ff2)-D1*&
    kk(ii+1)**dd1*Gmatrix(ii+1,jj+1)**dd2)+(1-Pi*sigma)&
    *F1*F2* kk(ii+1)**ff1-delta*kk(ii+1))
  Y(iii+1) = Pi*sigma*F1*kk(ii+1)**ff1*(F2+Q(iii+1)**ff2)+(1-Pi*sigma)&
    *F1*F2*kk(ii+1)**ff1
  knumb(iii+1)=ii+1
  mnumb(iii+1)=jj+1
  barg(iii+1) = bargain(Gmatrix(ii+1,jj+1),kk(ii+1),mm(jj+1))
  FFOC(iii+1)=FOC(ii+1,jj+1)
END DO

write(11,*) '(DC)'
write(11,*) 'k:', OPK
write(11,*) 'm:', OPM
write(11,*) 'q:', Q
write(11,*) 'Y:', Y
write(11,*) 'V:', V
write(11,*) 'k-number:', knumb
write(11,*) 'm-number:', mnumb
write(11,*) 'Bargain:', barg
write(11,*) 'FOC:', FFOC

CONTAINS
! define function !
function bargain(G,k,m)
REAL :: bargain, G, k, m
  bargain = m*(1-theta)*dd2 * G**(-1)+(theta * m/(D1*k**dd1))*G&
    **(-dd2)-(theta + (1-theta)*dd2)
End function bargain

END PROGRAM Main

```

# 補論 B Shimizu モデル (1) における R プログラム

## B.1 動学的分析

Shimizu モデル (1) の動学的分析に関しては、第 5 章 4 節の中で少し触れたが、ここでは、より詳細に説明する。なお、ここでの分析は Shimizu (2013) にまとめられている。この補論 B で用いられているモデルは、厳密には Shimizu モデル (1) とは異なり、中間財市場において、欲望の一重の一致と欲望の不一致の 2 つのみが生じる可能性が認められている。また、貨幣成長はなく、貨幣供給量が固定されている。以上を踏まえた上で、本論文の P74 の (5.31)、(5.32) に相当する式を導出すると、

$$\begin{aligned} \text{F.O.C}_k = & -\frac{1}{\beta} + \pi\sigma\{f_q(\hat{q}(m_{t+1}, k_{t+1}), k_{t+1})\hat{q}_k(m_{t+1}, k_{t+1}) \\ & + f_k(\hat{q}(m_{t+1}, k_{t+1}), k_{t+1})\} + (1 - \pi\sigma)f_k(0, k_{t+1}) + (1 - \delta) = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

$$\text{F.O.C}_m = -\frac{1}{\beta} \cdot \frac{m_t}{m_{t+1}} + \pi\sigma f_q(\hat{q}(m_{t+1}, k_{t+1}), k_{t+1})\hat{q}_m(m_{t+1}, k_{t+1}) + (1 - \pi\sigma) = 0 \quad (\text{B.2})$$

と表される。ここで、 $\pi$  は中間財市場で他の経済主体に出会う確率であり、 $i$  が生産する実物財を  $j$  は需要するが、 $j$  が生産する実物財を  $i$  は需要しないケースが、 $\sigma$  の確率で生じるものとする。また、逆のことも  $\sigma$  の確率で生じる。それゆえ、 $1 - 2\sigma$  の確率で、欲望の不一致が生じる。

次に、定常均衡において (B.1)、(B.2) を線形近似する。その前に、ベクトル  $\mathbf{x} \equiv (m_t, m_{t+1}, k_{t+1})$ 、 $\mathbf{y} \equiv (m_{t+1}, k_{t+1})$  を定義する。 $\mathbf{x}$ 、 $\mathbf{y}$  は期に依存するが、ここでは、混同の恐れがないため、期を表す添え字は省略することにする。さらに、

$$F(\mathbf{x}) \equiv -\frac{1}{\beta} \cdot \frac{m_t}{m_{t+1}} + \pi\sigma f_q(\hat{q}(m_{t+1}, k_{t+1}), k_{t+1})\hat{q}_m(m_{t+1}, k_{t+1}) + (1 - \pi\sigma) \quad (\text{B.3})$$

$$\begin{aligned} G(\mathbf{y}) \equiv & -\frac{1}{\beta} + \pi\sigma\{f_q(\hat{q}(m_{t+1}, k_{t+1}), k_{t+1})\hat{q}_k(m_{t+1}, k_{t+1}) \\ & + f_k(\hat{q}(m_{t+1}, k_{t+1}), k_{t+1})\} + (1 - \pi\sigma)f_k(0, k_{t+1}) + (1 - \delta) \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

と定義する。定常均衡での値を  $\bar{\mathbf{x}}$ 、 $\bar{\mathbf{y}}$ 、 $\bar{m}$ 、 $\bar{k}$  と表すことにし、定常均衡において (B.3)、(B.4) を

$$\begin{aligned} F(\mathbf{x}) = & F(\bar{\mathbf{x}}) + F_m(\bar{\mathbf{x}})(m_{t+1} - \bar{m}) + F_m(\bar{\mathbf{x}})(m_t - \bar{m}) \\ & + F_k(\bar{\mathbf{x}})(k_{t+1} - \bar{k}) + R(\|\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}\|) \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

$$G(\mathbf{y}) = G(\bar{\mathbf{y}}) + G_m(\bar{\mathbf{y}})(m_{t+1} - \bar{m}) + G_k(\bar{\mathbf{y}})(k_{t+1} - \bar{k}) + R(\|\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}}\|) \quad (\text{B.6})$$

と展開する。 $R$  は剰余項である。ここで、 $F(\bar{\mathbf{x}}) = G(\bar{\mathbf{y}}) = R = 0$  とし、 $m_t^d \equiv m_t - \bar{m}$ 、 $k_t^d \equiv k_t - \bar{k}$  と表すことにすれば、

$$0 = F_m(\bar{\mathbf{x}})m_{t+1}^d + F_m(\bar{\mathbf{x}})m_t^d + F_k(\bar{\mathbf{x}})k_{t+1}^d \quad (\text{B.7})$$

$$0 = G_m(\bar{\mathbf{y}})m_{t+1}^d + G_k(\bar{\mathbf{y}})k_{t+1}^d \quad (\text{B.8})$$

と (B.5)、(B.6) を書き直せる。(B.8) から、 $k_{t+1}^d = -(G_m(\bar{\mathbf{y}})/G_k(\bar{\mathbf{y}}))m_{t+1}^d$  を得るので、(B.7) に代入すれば、

$$m_{t+1}^d = \left[ \frac{F_m(\bar{\mathbf{x}})}{F_k(\bar{\mathbf{x}}) \frac{G_m(\bar{\mathbf{y}})}{G_k(\bar{\mathbf{y}})} - F_m(\bar{\mathbf{x}})} \right] m_t^d \quad (\text{B.9})$$

を導出できる。

$\Theta \equiv \left| F_m / \left( F_k \frac{G_m}{G_k} - F_m \right) \right|$  とする。もし、 $\Theta < 1$  であれば、初期の実質貨幣供給量  $m_0$  が与えられた場合、(B.9) は定常均衡に収束し、 $\Theta > 1$  であれば、均衡経路は発散することがわかる。ただし、本モデルでは、初期の実質貨幣供給量は内生変数であるので、 $\Theta < 1$  は均衡経路が不決定になること、 $\Theta > 1$  は発散しない均衡経路が一意的であることを意味する。計算には、次のような関数を用いる。中間財を生産する際の効用コストは、 $c(q) = Bq^\psi$  と表すことにする。ただし、 $B > 0$ 、 $\psi > 1$  を満たす。生産関数は、 $f(q, k) = Ak^\alpha(1 + q^\gamma)$  と特定する。なお、各パラメータは、 $A > 0$ 、 $\alpha \in (0, 1)$ 、 $\gamma \in (0, 1)$  を満たす。ベンチマークとしては、以下の値をパラメータに与える (表 B-1 を参照)。なお、 $\theta$ 、 $\beta$ 、 $\delta$  は、それぞれ、買い手の交渉力、割引因子、資本減耗率を表すパラメータである。

A	B	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\theta$	$\pi$	$\sigma$	$\psi$
1	1	0.30	0.95	0.50	0.1	0.50	1	0.10	2

表 B-1: パラメータ

表 B-2 には、買い手の交渉力を表すパラメータである  $\theta$  のみの値を変化させ、 $\Theta$  を計算した結果が記載されている。また、表 B-3 は、最終財の生産に関わるパラメータ  $\gamma$  を、表 B-4 は、中間財を生産する際の効用コストに関わるパラメータ  $\psi$  を、表 B-5 は、欲望の一重の一致に関わるパラメータ  $\sigma$  を、それぞれ変化させた計算結果である。表 B-2、表 B-3、表 B-4、表 B-5 を見ると、ほとんどのパラメータの組み合わせにおいて、 $\Theta$  が 1 以上となることが分かる。すなわち、この計算結果を見る限り、ほとんどのケースで均衡経路は発散する可能性が高い。ただし、買い手の交渉力が十分 0 に、すなわち、売り手の交渉力が十分 1 に近ければ、 $\Theta$  は 1 以下の値を取ることもある。

$\theta$	1	0.9	0.5	0.1	0.001
$\Theta$	1.160507	1.115448	1.099178	1.070389	0.9928425

表 B-2:  $\theta$  の変化

$\gamma$	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9
$\Theta$	1.095984	1.122797	1.099178	1.077424	1.012336

表 B-3:  $\gamma$  の変化

$\psi$	1.5	2	2.5	3	3.5
$\Theta$	1.081473	1.099178	1.110548	1.120204	1.124029

表 B-4:  $\psi$  の変化

$\sigma$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$\Theta$	1.099178	1.160364	1.226984	1.300442	1.377304

表 B-5:  $\sigma$  の変化

本プログラムでは、ベンチマークとして設定したパラメータの値を用いて、まず、定常均衡での貨幣 ( $m$ )、資本 ( $k$ ) の値を求めている。次に、(B.9) の係数の絶対値を求め、 $\Theta$  の値を導出する。続いて、ベンチマークのパラメータを変化させ、結論の頑健性を考察している。

```
# R Progrm for dynamic stability
```

```
### Data Input Section Begins ###
```

```
rm(list=ls(all=TRUE))
```

```
# Production at CM: F(k,q)=F1*k^f1*(F2+q^f2), (f1,f2 in (0,1))
```

```
# delta: dipriciation
```

```

F1 <- 1 ; F2 <- 1 ; f1 <- 0.5 ; f2 <- 0.5; delta <- 0.1

# Disutility at DM:  $D(q)=D*q^d$  ( $d>1$ )
# beta: Discount factor
D <- 1; d<- 2; beta <- 0.95

# theta <- bargaining power of buyer
theta <- 0.5

# sigma: probability of single coincidence
sigma <- 0.1

# Pi: probability of meeting
Pi <- 1.0

# Monetary growth rate
mu <- 0

# Grid= grid size (Technical parameter)
# Ktrancation kmin, kmax, mmax, mmin
Grid <- 100; rkmax<-0.4; rkmin<-0.001; rmmax<-0.4; rmmin <-0.08

### Data Input Section Ends ###

### Program begins ###

# G=Utility gain of buyer
#  $G=F(k,q)-F(k,0)=F1*k^{f1}*q^{f2}$  : Gross Income gain for buyer
#  $q=Q(k,G)=(G/(F1*k^{f1}))^{(1/f2)}=Q1*k^{q1}*G^{q2}$ 
Q1 <- F1^(-1/f2) ; q1 <- -f1/f2; q2 <- 1/f2;

# D=disutility of seller
#  $D=D(k,G)=D*(Q1*k^{q1}*G^{q2})^d=D1*k^{d1}*G^{d2}$ 
D1 <- D*Q1^d; d1 <- q1*d; d2 <- q2*d;

#  $D_G(k,G)=d2*D1*k^{d1}*G^{(d2-1)}$ 

# Solve Gstar, Dstar -> Mstar(k)=maximum real money balance

# maximizes  $G-D(k,G)$  -->  $1=d2*D1*k^{d1}*G^{(d2-1)}$ 
# -->  $Gstar=Gstar(k)=(d2*D1*k^{d1})^{(1/(1-d2))}=Gstar1*k^{gstar1}$ 
Gstar1 <- (d2*D1)^(1/(1-d2)); gstar1 <- d1/(1-d2);

#  $Dstar=D(k,Gstar(k))=D1*k^{d1}*(Gstar1*k^{gstar1})^{d2}$ 
#  $=Dstar1*k^{dstar1}$  -->  $dstar1=gstar1$ 
Dstar1 <- D1*(Gstar1^d2); dstar1 <- d1+(gstar1*d2)

#  $Qstar=Q(k,Gstar)=Q1*k^{q1}*Gstar^{q2}=Qstar1*k^{qstar1}$ 
Qstar1 <- Q1*Gstar1^q2; qstar1 <- q1+gstar1*q2

#  $Mstar=(1-theta)*Gstar+theta*Dstar$ 
#  $=((1-theta)*Gstar1+theta*Dstar1)*k^{dstar1}=Mstar1*k^{mstar1}$ 
Mstar1 <- (1-theta)*Gstar1+theta*Dstar1; mstar1<-gstar1;

# Define Rang of k
#  $Ystar <- F(k,Qsta)=F1*k^{f1}*(F2+Qstar*k^{(qstar*f2)})$ 

```

```

#                               =F1*F2*k^f1+F1*Qstar*k^(f1+qstar1*f2)
# Ystar_k=F1*F2*f1*k^(f1-1)+F1*Qstar1*(f1+qstar1*f2)*
#                               k^(f1+qstar1*f2-1)
kmax1 <- (delta/(2*F1*F2*f1))^(1/(f1-1))
kmax2 <- (delta/(2*F1*Qstar1*(f1+qstar1*f2)))^(1/(f1+qstar1*f2-1))
kmax <- max(kmax1,kmax2)*rkmax
kmin <- max(kmax1,kmax2)*rkmin

# Solve the bargaining problem (Q,G,D)
# Given m < mstar,
# max (G-m)^theta*(m-D(k,G))^(1-theta)

# FOC. theta*(m-D(k,G))-(1-theta)*D_G*(G-m)
#       =theta*(m-D(k,G))-(1-theta)*(d2*D1*k^d1*G^(d2-1))*(G-m)=0
# -> -theta*(D1*k^d1*G^d2)-(1-theta)*(d2*D1*k^d1*G^d2 )
#     + m*(1-theta)*d2*D1*k^d1*G^(d2-1)+theta*m=0
# -> -(theta+(1-theta)*d2)*G^d2
#     + m*(1-theta)*d2*G^(d2-1)+(theta*m/(D1*k^d1))=0

# (theta+(1-theta)*d2)=
# m*(1-theta)*d2*G^(-1)+(theta*m/(D1*k^d1))*G^(-d2)

# The right hand side is decreasing in G
# If G=0 --> rhs>lhs
# If G is large enough --> rha < lhs
# Exist unique G for given k,m

Kvector <- matrix(0,1,Grid)
Mmatrix <- matrix(0,Grid,Grid)
Gmatrix <- matrix(0,Grid,Grid)
G_M_matrix <- matrix(0,Grid,Grid)
G_K_matrix <- matrix(0,Grid,Grid)
# Dmatrix <- matrix(0,Grid,Grid)
for (i in 1:Grid)
{ Kvector[i] <- kmin+i*(kmax-kmin)/Grid;
  mmax <-rmmax*(Mstar1*Kvector[i]^mstar1)
  mmin <-rmmin*(Mstar1*Kvector[i]^mstar1)
  for (j in 1:Grid)
    { Mmatrix[i,j] <- mmin+j*(mmax-mmin)/Grid;
      k <- Kvector[i]; m <- Mmatrix[i,j];
      Bargain <- function(G)
        {temp <- m*(1-theta)*d2*G^(-1) ;
          temp <- temp+(theta*m/(D1*k^d1))*G^(-d2);
          temp <- temp-(theta+(1-theta)*d2);
          return(temp)
        }
      temp <- uniroot(Bargain, c(0.0001,Gstar1*k^gstar1))
      Gmatrix[i,j] <- temproot; G <- Gmatrix[i,j]
      bargain_M <- (1-theta)*d2*G^(-1)+(theta/(D1*k^d1))*G^(-d2);
      bargain_K <- -d1*(theta *k^(-d1-1)*m/(D1))*G^(-d2);
      bargain_G <- -m*(1-theta)*d2*G^(-2)-
        d2*(theta*m/(D1*k^d1))*G^(-d2-1)
      G_M_matrix[i,j] <- -bargain_M/bargain_G;
      G_K_matrix[i,j] <- -bargain_K/bargain_G;
#     Dmatrix[i,j] <- D1*k^d1*Gmatrix[i,j]^d2;
    }
}

```



```

}

# Dynamic FOC
# FOC_M=
#  $-(1+\mu)*m(-1)/(m*\beta)+(Pi*\sigma*G_M(k,m)+(1-Pi*\sigma))=0$ 
#  $FOC_K(m,k) = -1/\beta+Pi*\sigma*G_k(m,k)+F_k(k,0)+1-\delta =0$ 
# where  $F_k=F1*F2*f_1*k^{(f1-1)}$ 

# Steady State Equilibrium
FOC_M <- matrix(0,Grid,Grid)
FOC_K <- matrix(0,Grid,Grid)
FOC <- matrix(0,Grid,Grid)

for (i in 1:Grid)
{
  for (j in 1:Grid)
  {
    FOC_M[i,j] <- Pi*sigma*G_M_matrix[i,j]+1-Pi*sigma-((1+mu)/beta);
    FOC_K[i,j] <- F1*F2*f1*Kvector[i]^(f1-1)+
      1-delta-(1/beta)+Pi*sigma*G_K_matrix[i,j]
    FOC[i,j] <- FOC_M[i,j]^2+FOC_K[i,j]^2;
  }
}

minFOC <- min(FOC)
ind <-which(FOC==minFOC, arr.ind=TRUE)
k <- Kvector[ind[1,1]]; m <- Mmatrix[ind]; G <- Gmatrix[ind]

# Write the SSE
minFOC; k; m; k/max(kmax1,kmax2); m/(Mstar1*k^mstar1)

# Linearized Dynamics around the SSE
bargain_M <- (1-theta)*d2*G^(-1)+(theta/(D1*k^d1))*G^(-d2);
bargain_K <- -d1*(theta*k^(-d1-1)*m/(D1))*G^(-d2);
bargain_G <- -m*(1-theta)*d2*G^(-2)-
  d2*(theta*m/(D1*k^d1))*G^(-d2-1)
bargain_MM <- 0;
bargain_MK <- -d1*(theta*k^(-d1-1)/(D1))*G^(-d2);
bargain_KK <- -d1*(-d1-1)*(theta*k^(-d1-2)*m/(D1))*G^(-d2);
bargain_GM <- -(1-theta)*d2*G^(-2)-d2*(theta/(D1*k^d1))*G^(-d2-1)
bargain_GK <- d1*d2*(theta*m/(D1*k^(d1+1)))*G^(-d2-1)
bargain_GG <- 2*m*(1-theta)*d2*G^(-3)+
  (d2+1)*d2*(theta*m/(D1*k^d1))*G^(-d2-2)

#  $G_M = -bargain_M/bargain_G$ 
G_MM <- -((bargain_MM*((bargain_G)^2)-2*bargain_GM*bargain_M*
  bargain_G+bargain_GG*((bargain_M)^2))/(bargain_G)^3)
G_KM <- -((bargain_MK*((bargain_G)^2)-bargain_GK*bargain_M*
  bargain_G-bargain_GM*bargain_K*bargain_G+bargain_GG*
  bargain_M*bargain_K)/(bargain_G)^3)
#  $G_K = -bargain_K/bargain_G$ 
G_KK <- -((bargain_KK*((bargain_G)^2)-2*bargain_GK*bargain_K*
  bargain_G+bargain_GG*((bargain_K)^2))/(bargain_G)^3)

#  $FOC_K(m,k)=(F1*F2*f_1*k^{(f1-1)}+1-\delta-(1/\beta)+Pi*\sigma*G_K$ 
FOC_KK <- (f1-1)*F1*F2*f1*k^(f1-2)+Pi*sigma*G_KK
FOC_KM <- Pi*sigma*G_KM

```

```

# FOC_M <- Pi*sigma*G_M+1-Pi*sigma-((1+mu)*LM/(M*beta));
FOC_MK <- Pi*sigma*G_KM
FOC_MLM <- -(1+mu)/(m*beta)
FOC_MM <- Pi*sigma*G_MM+(1+mu)/(beta*m)

dK_dM <- -FOC_KM/FOC_KK
# FOC_MLK*dLM+FOC_MM*dM+FOC_MK*dK=0
# FOC_MLK*dLM+(FOC_MM+FOC_MK*dK_dM)*dM=0

dM_dLM <- -FOC_MLM/(FOC_MM+FOC_MK*dK_dM)
dM_dLM

```

# 補論C Kataoka-Shimizuモデルにおける fortran プログラム

## C.1 長期分析

本プログラムは、ワルラス的貨幣経済モデル (C-model) と分権的貨幣経済モデル (D-model) において、貨幣成長率  $\mu$  の変化が、GDP にどのような長期的な影響を与えるのかを、シミュレーション分析するために用いられたものである。

ワルラス的貨幣経済モデルについては、P95の「シミュレーションの方法」で見たように、(6.26)を解くことで、所与の  $\mu$  に対する、定常均衡における GDP を導出する。続いて、 $\mu$  を変化させ、貨幣成長率による GDP への長期的影響を考察している。

分権的貨幣経済モデルについては、本プログラムで、 $V$ 、 $Y$  関数の不動点を見つける作業を前半で行っている。具体的にどのような作業を行うのかについては、P95の「シミュレーションの方法」で考察している。続いて、ワルラス的貨幣経済モデルと同様に、貨幣成長率が GDP に与える長期的影響を分析している。

本プログラムを用いて行ったシミュレーションの結果は、P97-P99にかけて表 6-3、4、5、6、7に記載されている。

```
! Fortran 95 program for Discentralized CIA model
! preference = Quadratic or Power
! Information = private
! Arbitrator's type = Rawls, K-S, Nash
! Solving SSE for various monetary growth rates
!   by Kataoka and Shimizu
   program main
   implicit none

   character(len=1) :: bgn, prf ! type of arbitrator,u,w
   real :: Au(9),Bu(9),Aw(9),Bw(9) ! parameters for P-preference
   real :: u1(9),u2(9),w1(9),w2(9) ! parameters for Q-preferences
   real :: beta(3) !discount factor
   real :: mu0,mu1 ! parameters for monetary policy
   integer :: nmu ! parameter for monetary policy
   integer :: nitemax,nm0,nstep ! technical constants
   real :: inipower, maxdist ! technical constants

!=====
! == [[ user definition of parameters ]] =====

   parameter (bgn="K") ! bgn=R:Rawls, K:K-S, N:Nash
   parameter (prf="Q") ! quadratic (Q) or Power (P)

! Monetary poliy
   parameter (nmu=1) ! nmu=# of grid size of [mu0,mu1]
   parameter (mu0=0.02, mu1=0.05) ! range of mu

! Technical parameters
   parameter (nitemax=150) ! nite=# of iterations
```

```

parameter (nm0=100) ! even. nm=2*nm0=grid size of m
parameter (nstep=30) ! nm=precision of arbiter
parameter (maxdist=0.0001) ! max allowed distance
parameter (inipower=0.1) ! power of initial v0

! if pref=P: u=Au*x^Bu, w=Aw*x^Bw,
! (Au, Aw>0, Bu in (0,1), Bw in (1,inf))
parameter (Au=(/1.5,2.0,2.5,1.25,1.5,1.75,1.125,1.25,1.375/))
parameter (Bu=(/0.369070246,0.630929754,0.834043767,0.321928095, &
0.584962501,0.807354922,0.290488709,0.550339713,0.78540354/))
parameter (Aw=(/0.5,1.0,1.5,0.25,0.5,0.75,0.125,0.25,0.375/))
parameter (Bw=(/1.107210739,1.261859507,1.390072945,1.609640474, &
1.754887502,1.883828151,2.614398378,2.751698566,2.879812979/))

! if pref=Q u=u1*x+u2*x^2, w=w1*x+w2*x^2,
! (u1,w1,w2>0,u2<0)
parameter (u1=(/3.1,3.2,3.3,2.125,2.25,2.375,2.04,2.08,2.12/))
parameter (u2=(/-0.3,-0.6,-0.9,-0.25,-0.5,-0.75,-0.81,-0.87,-0.93/))
parameter (w1=(/1.1,1.2,1.3,0.125,0.25,0.375,0.04,0.08,0.12/))
parameter (w2=(/0.7,0.4,0.1,0.75,0.5,0.25,0.19,0.13,0.07/))

parameter (beta=(/0.93,0.94,0.95/))

!=====
!==== [[ end of user definition ]] =====

integer :: nm, imu, iite, im, imsp, nite, itemp1, itemp2, imspmax
integer :: ip, ib, count1, count2
real :: mu
real :: mmax, mhold, mguess, mnobuy, mnosell ! m-domain
real :: msp, mspmax, mspphi, msplo, mspof1 ! m-domain
real :: xsat, xopt, xc(nmu+1,3,9), xd(nmu+1,3,9), xof1 ! x-domain
real :: usat, vopt, wof1, vof1, gb, gs, vb, gbof1, gsof1
real :: vnobuy, vnosell
real :: vc(nmu+1,3,9), vd(nmu+1,3,9), mg(nmu+1), mof1(nmu+1,3,9)
real :: rtemp1, rtemp2, rtemp3, rtemp4
real :: rtemp5, rtemp6, rtemp7, rtemp8
real :: c1(nmu+1,3,9), c2(nmu+1,3,9), c3(nmu+1,3,9)
real :: c(nmu+1,3,9), c4(nmu+1,3,9), c5(nmu+1,3,9)
real :: m(2*nm0+1), msp0(2*nm0+1), msp1(2*nm0+1)
real :: v0(2*nm0+1), v1(2*nm0+1), x(2*nm0+1)
real :: xarb0(2*nm0+1), xarb1(2*nm0+1)
real :: disagb(2*nm0+1), disags(2*nm0+1)
logical :: check1
open (20, file='dciaA.csv') ! output to other programs
open (30, file='dciaB.csv') ! results summary 1
open (40, file='dciaC.csv') ! results summary 2
10 format (10f7.2)

!=====
! ip-roop
do ip=1,9

! ib-roop
do ib=1,3

```

```

! --- basic variables
  nm = nm0*2

! set monetary growth rate
! imu-roop
  do imu=1,nmu+1
    if (nmu.gt.0) mg(imu)=mu0 + (imu-1)*(mu1-mu0)/nmu
    if (nmu.eq.0) mg(imu)=mu0
    mu = mg(imu)

! opt: w'/u'=1
  xopt=mrtinv(1.0,ip)
! vopt=(u(xopt,ip)-w(xopt,ip))/(1-beta) ! optimal value
  if (prf.eq."Q") xsat=-0.5*u1(ip)/u2(ip)
  if (prf.eq."P") xsat=100
  usat=u(xsat,ip)

! Solve standard CIA equilibrium
! w'/u'=beta/(1+mu)
  xc(imu,ib,ip)=mrtinv(beta(ib)/(1+mu),ip)

!===Decentralized CIA economy ===
!set initial value function, money spend
  mmax=(1+mu)/mu ! (mmax+1+mu)=mmax*(1+mu)
  rtemp1=1.0/(1.0-beta(ib))
  do im=1,nm+1
    if (im.le.nm0+1) m(im)=(im-1)*2.0/nm0
    if (im.gt.nm0+1) m(im)=2.0 +(im-1-nm0)*(mmax-2.0)/nm0
    msp1(im)=m(im) ! spend all monay
    v1(im)=rtemp1*m(im)**inipower ! st. inc. function
    xarb1(im)=0
  enddo

!=====

  rtemp4=100.0

  do iite=1,nitemax ! begin roop of iite
    v0 = v1
    msp0 = msp1
    xarb0=xarb1
    rtemp5=rtemp4

    mspof1=s(1.0,m,msp0)
    imspmax=1
    do im=2,nm+1
      if (msp0(im).gt.msp0(imspmax)) imspmax=im
    enddo
    mspmax=msp0(imspmax)

! Arbitrator's choice. xarb1:msp -> x
    xarb1(1)=0.0
    do imsp=2,nm+1
      msp=m(imsp)
      if (msp.gt.mspmax) xarb1(imsp)=0.0
      if (msp.le.mspmax) then

```

```

    mguess=s(msp,msp0,m)
    rtemp1=s((mguess+mspof1-msp+mu)/(1+mu),m,v0)
    rtemp2=s((mguess+mspof1+mu)/(1+mu),m,v0)
    gb=beta(ib)*(rtemp1-rtemp2)
    rtemp3=s((1-mspof1+msp+mu)/(1+mu),m,v0)
    rtemp4=s((1-mspof1+mu)/(1+mu),m,v0)
    gs=beta(ib)*(rtemp3-rtemp4)
    if ((-gb.lt.usat).and.(winv(gs,ip).gt.uinv(-gb,ip))) then
        if (bgn.eq."R") xarb1(imsp)=rawls(gb,gs,ip)
        if (bgn.eq."K") xarb1(imsp)=ks(gb,gs,ip)
        if (bgn.eq."N") xarb1(imsp)=nash(gb,gs,ip)
    else
        xarb1(imsp)=0.0
    endif
endif
enddo
xof1=s(mspof1,m,xarb1)
wof1=w(xof1,ip)

!      write(*,*) xarb1(10), mguess, gb, gs

!=====

! determine msp1:mhold->msp
    msp1(1)=0.0
    v1(1)=-wof1+beta(ib)*s((mspof1+mu)/(1+mu),m,v0)
! m(itemp1) is a candidate of msp1(im)
    do im=2,nm+1
        itemp1=1
        v1(im)=-wof1+beta(ib)*s((m(im)+mspof1+mu)/(1+mu),m,v0)
        do imsp=2,im
            vb=beta(ib)*s((m(im)+mspof1-m(imsp)+mu)/(1+mu),m,v0)
            vb=u(xarb1(imsp),ip)-wof1+vb
            if (vb.gt.v1(im)) then
                v1(im)=vb
                itemp1=imsp
            endif
        enddo ! end of imsp-loop
        msp1(im)=m(itemp1)
        x(im)=xarb1(itemp1)
    enddo ! end roop of im

!=====

! check convergence
    rtemp1=distance(v1,v0)/v0((nm0/2)+1)
    rtemp2=distance(msp1,msp0)
    rtemp3=distance(xarb1,xarb0)
    rtemp4=max(rtemp1,rtemp2,rtemp3)
    if (INT(iite*0.05)*20.eq.iite) then
!      write (*,*) iite,', xof1=',x((nm0/2)+1)', dist= ',rtemp4
    endif
    if (iite.gt.10) then
        if (rtemp4.lt.maxdist) exit
        if (rtemp4.lt.1.05*maxdist) exit
    endif

```

```

! set value and msp for the next iite (iteration)
  enddo ! end roop of iite

!      write(*,*) rtemp5, rtemp4, iite
!=====
!=====

! calculation of the equilibrium
  vd(imu,ib,ip)=s(1.0,m,v0)
  mof1(imu,ib,ip)= s(1.0,m,msp1)
  xd(imu,ib,ip)=s(1.0,m,x)
  mnobuy =(1+mof1(imu,ib,ip)+mu)/(1+mu)
  mnosell=(1-mof1(imu,ib,ip)+mu)/(1+mu)
  vnobuy =s(mnobuy,m,v0)
  vnosell=s(mnosell,m,v0)
  gb=beta(ib)*(vd(imu,ib,ip)-vnobuy)
  gbof1=u(xd(imu,ib,ip),ip)+gb
  gs=beta(ib)*(vd(imu,ib,ip)-vnosell)
  gsof1=-w(xd(imu,ib,ip),ip)+gs

write(*,*) xc(imu,ib,ip),xd(imu,ib,ip),vd(imu,ib,ip),mof1(imu,ib,ip)

! Check 1 : Convergence
  c1(imu,ib,ip)=rtemp4

! Check 2 : Is all the money spent on equilibrium ?
  c2(imu,ib,ip)=abs(mof1(imu,ib,ip)-1)

! Check 3 : Is v = PV of net utility flow at eq?
  rtemp1 = (u(xd(imu,ib,ip),ip)-w(xd(imu,ib,ip),ip))/(1-beta(ib))
  rtemp1=(rtemp1-vd(imu,ib,ip))/vd(imu,ib,ip)
  c3(imu,ib,ip) = ABS(rtemp1)

! Check 4 : arbiter's behavior at eq
  if (bgn.eq."R") c4(imu,ib,ip)=(gbof1/gsof1)-1
  if (bgn.eq."K") then
    c4(imu,ib,ip)=(u(winv(gs,ip),ip)+gb)/(-w(uinv(-gb,ip),ip)+gs)
    c4(imu,ib,ip)=(gbof1/gsof1)-c4(imu,ib,ip)
  endif
  if (bgn.eq."N") c4(imu,ib,ip)=(gbof1/gsof1)-mrt(xd(imu,ib,ip),ip)
  c4(imu,ib,ip)=ABS(c4(imu,ib,ip))

! Check 5 : Is msp1 optimal ?
  rtemp4=0.0
  do im=1,nm+1
    rtemp7=0.0
    rtemp5=(m(im)-msp1(im)+mof1(imu,ib,ip)+mu)/(1+mu)
    rtemp5= beta(ib)*s(rtemp5,m,v1)
    rtemp5=u(s(msp1(im),m,xarb1),ip)-wof1+rtemp5
    do imsp=1,im
      rtemp6=(m(im)-m(imsp)+mof1(imu,ib,ip)+mu)/(1+mu)
      rtemp6=beta(ib)*s(rtemp6,m,v1)
      rtemp6=u(xarb1(imsp),ip)-wof1+beta(ib)*rtemp6
      rtemp6=(rtemp6-rtemp5)/rtemp5
      if (rtemp6.gt.rtemp7) rtemp7=rtemp6
    enddo
  enddo

```



```

        if (rtemp7.gt.rtemp4) rtemp4=rtemp7
    enddo
    c5(imu,ib,ip)=ABS(rtemp4)

    c(imu,ib,ip)=max(c1(imu,ib,ip),c2(imu,ib,ip),c3(imu,ib,ip),&
        c4(imu,ib,ip),c5(imu,ib,ip))

!----- create data file-----

!   write (20,'((A8,A3),4(A8,I4))') ' bg,',bgn,', nmu=', 'nmu,',&
!   nm=',nm,', nite=', 'iite,', nst=' ,nstep
!   if (prf.eq."Q") write (20,'(A8,5(A8,F5.2))') ' prf, Q', ' ,&
!   u1=', 'u1,', u2=', 'u2,', w1=', 'w1,', w2=', 'w2,', beta=', 'beta
!   if (prf.eq."P") write (20,'(A8,5(A8,F5.2))') ' prf, P', ' ,&
!   Au= ' ,Au,', Bu= ' ,Bu,', Aw= ' ,Aw,', Bw= ' ,Bw,', beta=', 'beta
!   write (20,'(A8,F5.3,3A6,I4)') 'mu=', 'mu,',bgn=', 'bgn,',nm=', 'nm
!   write (20,'(5(A9,F7.3))') 'xof1=', 'xof1,', vof1=', 'vd,',&
!   mof1=', 'mspof1
!   write (20,'(4(A10,F7.3))') 'mnsell=', 'mnosell,',mnobuy=', ' ,&
!   mnobuy,',vnobuy=', 'vnobuy,',vnosell=', 'vnosell
!   write (20,'(4(A10,F7.3))') 'gs0=', 'gs,', gb0=', 'gb', ' , bs1=', ' ,&
!   gsof1,', gb1=', 'gbof1
!   write (20,'(A40)') ' m, v0, v1, msp0, msp1, xtrade,'
!   do im = 1,nm+1
!       write (20,'(7(F10.6,A2))') m(im),',',v0(im),',',v1(im),',',&
!       msp0(im),',',msp1(im),',',xarb0(im),',',xarb1(im),', '
!   enddo
!
!   write (20,'(A50)') ' mhold, mguess, gb, gs, xarb, gb+u, gs+w'
!   write (20,'(A50)') ' mspen, xarb, gb+u, gs-w, ratio, mrs,'
!
!   do im=1,nm+1
!       mguess=s(m(im),msp0,m)
!       gb=s((mguess-m(im)+mspof1+mu)/(1+mu),m,v0)
!       gb=beta(ib)*(gb-s((mguess+mspof1+mu)/(1+mu),m,v0))
!       rtemp1=gb+u(xarb1(im))
!       gs=s((1.0+m(im)-mspof1+mu)/(1+mu),m,v0)
!       gs=beta(ib)*(gs-s((1.0-mspof1+mu)/(1+mu),m,v0))
!       rtemp2=gs-w(xarb1(im))
!
!       write (20,'(7(F10.5,A2))') m(im),',',xarb1(im),',',&
!       rtemp1,',',rtemp2,',',rtemp1/rtemp2,',',mrt(xarb1(im))
!   enddo
! enddo !imu-roop
! enddo !ib-roop
! enddo !ip-roop

!----- create summary file -----
!   write (30,'((A10,A3),4(A10,I4))') ' bgn=', 'bgn,', nmu=', 'nmu,',&
!   nm=', 'nm,', nite=', 'iite,', nst=', 'nstep
!   if (prf.eq."Q") write (30,'(A12,5(A10,F7.2))') ' prf=, Q', ' ,&
!   u1=', 'u1,', u2=', 'u2,', w1=', 'w1,', w2=', 'w2,', beta=', 'beta
!   if (prf.eq."P") write (30,'(A10,5(A10,F5.2))') ' prf=, P', ' ,&
!   Au=', 'Au,', Bu=', 'Bu,', Aw=', 'Aw,', Bw=', 'Bw,', beta=', 'beta
!   write (30,'(7A7)') 'mu, ', 'ceck, ', 'cx, ', 'dx, ', 'mof1'
!   do imu = 1, nmu+1

```

```

!       write (30,'(7(F7.3A3))') xc,' ',c(imu)*100,' ',xc(imu),' ',&
!       xd(imu),' ',mof1(imu),' ',vc(imu),' ',vd(imu)
!     enddo
!     write (30,'(A30)') 'c1, c2, c3, c4, d5'
!     do imu = 1, nmu+1
!       write (30,'(6(F10.7,A5))') c1(imu),' ',c2(imu),' ',&
!       c3(imu),' ',c4(imu),' ',c5(imu),' '
!     enddo

```

```

!----- create summary file 2 -----

```

```

count1=0
count2=0
do ip=1,9
do ib=1,3
do imu=1,nmu+1
write (40,*) ' bgn= ',bgn,' ',bata= ',beta(ib),' ', mu= ',mg(imu)
if (prf.eq."Q") write (40,'(A12,5(A10,F7.2))') ' prf=, Q, ', '&
u1= ',u1(ip),' ', u2= ',u2(ip),' ', w1= ',w1(ip),' ', w2= ',w2(ip)
if (prf.eq."P") write (40,'(A10,5(A10,F5.2))') ' prf=, P, ', ' &
Au= ',Au(ip),' ', Bu= ',Bu(ip),' ', Aw= ',Aw(ip),' ', Bw= ',Bw(ip)
write (40,'(7A7)') 'xc, ',xd, ',vd, ',mspof1, '
write (40,'(6(F7.3A3))') xc(imu,ib,ip),' ',xd(imu,ib,ip),' ',&
vd(imu,ib,ip),' ',mof1(imu,ib,ip)
write (40,'(A10)') 'c1, c2'
write (40,'(6(F10.7,A5))') c1(imu,ib,ip),' ',c2(imu,ib,ip),' '
check1=.true.
if ((c1(imu,ib,ip).le.0.005).and.(c2(imu,ib,ip).eq.0.000)) then
count1=1+count1
if (check1.and.(xc(imu,ib,ip).gt.xd(imu,ib,ip))) then
count2=1+count2
check1=.false.
endif
endif
enddo
enddo
enddo
write (40,*) 'count1= ',count1,'count2= ',count2
write (40,*) 'total= ',2*3*9
! write (*,*) 'completed!'

```

contains

```

!-----

```

```

! Definitions of functions

```

```

!-----

```

```

function u(sx,ip1) ! utility function
real :: u,sx
integer :: ip1
if (prf.eq."P") u=Au(ip1)*sx**Bu(ip1)
if (prf.eq."Q") u=u1(ip1)*sx+u2(ip1)*sx**2.0
end function u

```

```

!-----

```

```

function uinv(su,ip1) ! inverse utility function
real :: uinv,su
integer :: ip1
if (prf.eq."P") uinv=(su/Au(ip1))**(1/Bu(ip1))

```

```

        if (prf.eq."Q") uinv=(-u1(ip1)+(u1(ip1)**2+4*u2(ip1)*su)**&
            (0.5))/(2*u2(ip1))
    end function uinv
!-----
    function udash(sx,ip1) ! marginal utility function
    real :: udash,sx
    integer :: ip1
    if (prf.eq."P") udash=Bu(ip1)*Au(ip1)*(sx**(Bu(ip1)-1))
    if (prf.eq."Q") udash=u1(ip1)+2*u2(ip1)*sx
    end function udash
!-----
    function w(sx,ip1) ! dis-utility function
    real :: w,sx
    integer :: ip1
    if (prf.eq."P") w = Aw(ip1)*(sx**Bw(ip1))
    if (prf.eq."Q") w = w1(ip1)*sx+w2(ip1)*sx**2
    end function w
!-----
    function winv(sw,ip1) ! inverse dis utility function
    real :: winv,sw
    integer :: ip1
    if (prf.eq."P") winv=(sw/Aw(ip1))*(1/Bw(ip1))
    if (prf.eq."Q") winv=(-w1(ip1)+(w1(ip1)**2+4*w2(ip1)*sw)**&
        (0.5))/(2*w2(ip1))
    end function winv
!-----
    function wdash(sx,ip1) ! marginal utility function
    real :: wdash,sx
    integer :: ip1
    if (prf.eq."P") wdash=Aw(ip1)*Bw(ip1)*(sx**(Bw(ip1)-1))
    if (prf.eq."Q") wdash=w1(ip1)+2*w2(ip1)*sx
    end function wdash
!-----
    function mrt(sx,ip1) ! marginal rate of transformation
    real :: mrt, sx
    integer :: ip1
    mrt=udash(sx,ip1)/wdash(sx,ip1)
    end function mrt
!-----
    function mrtinv(sr,ip1) ! xtrade by rawls arbiter
    real :: mrtinv,sr
    integer :: ip1
!   w'=sr*u' -> Aw*Bw*(x**(Bw-1))=sr*Au*Bu*(x**(Bu-1))
!   x**(Bw-Bu)=(sr*Au*Bu)/(Aw*Bw)
    if (prf.eq."P") mrtinv=((sr*Au(ip1)*Bu(ip1))/(Aw(ip1)*&
        Bw(ip1)))*(1/(Bw(ip1)-Bu(ip1)))
!   w1+2*w2*x = sr*u1 + 2*sr*u2*x -> (w1-sr*u1)=2*(sr*u2-w2)*x
    if (prf.eq."Q") mrtinv=0.5*(w1(ip1)-sr*u1(ip1))/&
        (sr*u2(ip1)-w2(ip1))
    end function mrtinv
!-----
    function rawls(sgb,sgs,ip1) ! xtrade by rawls arbiter
    real :: rawls,sgb,sgs,sxmax,sxmin,sx
    integer :: is1, ip1
    sxmax=winv(sgs,ip1)
    sxmin=uinv(-sgb,ip1)

```

```

if (sxmax.le.sxmin) rawls=0
if (sxmax.gt.sxmin) then
  do is1=1,nstep
    rawls=(sxmax+sxmin)/2.0
    sx=(u(rawls,ip1)+sgb)/(-w(rawls,ip1)+sgs)
    if (sx.gt.1.0) sxmax=rawls
    if (sx.le.1.0) sxmin=rawls
  enddo
endif
end function rawls
!-----
function nash(sgb,sgs,ip1) ! bargaining problem
real :: nash,sgb,sgs,sxmax,sxmin,vv
integer :: istep, ip1
sxmax=winv(sgs,ip1)
sxmin=uinv(-sgb,ip1)
if (sxmax.le.sxmin) nash=0
if (sxmax.gt.sxmin) then
  do istep=1,nstep
    nash=(sxmin+sxmax)/2.0
    vv=abs((u(nash,ip1)+sgb)/(sgs-w(nash,ip1)))
    vv=vv-(udash(nash,ip1))/(wdash(nash,ip1))
    if (vv.gt.0.0) sxmax=nash
    if (vv.le.0.0) sxmin=nash
  enddo
endif
end function nash
!-----
function ks(sgb,sgs,ip1) ! bargaining problem
real :: ks,sgb,sgs,sxmax,sxmin,sratio,sx
integer :: is1, ip1
sxmax=winv(sgs,ip1)
sxmin=uinv(-sgb,ip1)
if (sxmax.le.sxmin) ks=0
if (sxmax.gt.sxmin) then
  sratio=(u(sxmax,ip1)+sgb)/(-w(sxmin,ip1)+sgs)
  do is1=1,nstep
    ks=(sxmax+sxmin)/2.0
    sx=(u(ks,ip1)+sgb)/(-w(ks,ip1)+sgs)
    if (sx.gt.sratio) sxmax=ks
    if (sx.le.sratio) sxmin=ks
  enddo
endif
end function ks
!-----
function distance(sv0,sv1)
real :: distance, sv0(nm+1), sv1(nm+1)
integer :: is1
distance=0
do is1=1,nm+1
  distance=distance+(sv1(is1)-sv0(is1))**2
enddo
distance = sqrt(distance/(nm+1))
end function distance
!-----
function s(svvalue,sv,sx)

```

```

! smoothing of F: v -> x (inverse of G: x -> v)
  integer :: is1,is2,ivmax,ivmin
  real :: s,svvalue,svmax,svmin,sx1,sx(nm+1),sv(nm+1)
  logical :: check
  ivmax=1
  ivmin=1
  svmax=sv(1)
  svmin=sv(1)
  do is1=2,nm+1
    if (sv(is1).gt.svmax) then
      ivmax=is1
      svmax=sv(is1)
    endif
    if (sv(is1).lt.svmin) then
      ivmin=is1
      svmin=sv(is1)
    endif
  enddo
  if (svvalue.le.svmin) s=sx(ivmin)
  if (svvalue.ge.svmax) s=sx(ivmax)
  if ((svvalue.gt.svmin).and.(svvalue.lt.svmax)) then
    is2 = 0
    check=.true. ! svvalue>sv(i) so far
    if (ivmax.gt.ivmin) then
      do is1=ivmin,ivmax
        if (check.and.(sv(is1).ge.svvalue)) then
          is2=is1
          check=.false.
        endif
      enddo ! sv(is2)=first sv >= svvalue
    endif
    if (ivmax.lt.ivmin) then
      do is1=ivmin,ivmax
        if (check.and.(sv(is1).le.svvalue)) then
          is2=is1
          check=.false.
        endif
      enddo ! sv(is2)=first sv >= svvalue
    endif
    s=(svvalue-sv(is2-1))/(sv(is2)-sv(is2-1))
    s=sx(is2-1)+s*(sx(is2)-sx(is2-1))
  endif
end function s
!-----
end program main

```

## C.2 短期分析

本プログラムは、ワルラス的貨幣経済モデル (C-model) と分権的貨幣経済モデル (D-model) において、貨幣政策がマルコフ連鎖に従うと仮定した上で、貨幣供給量や取引量「状態」のみに依存するようなマルコフ均衡を求め、どちらのモデルでより貨幣政策の一時的変化の影響が大きくなるのかを主に考察している。本シミュレーションでは、2つの貨幣政策の状態を考え、一方を、高い貨幣成長率が実現している状態  $h$ 、もう一方を、貨幣成長率が低い状態  $l$  とする。状態  $h$  から状態  $h$ 、状態  $h$  から状態  $l$ 、状態  $l$  から状態  $h$ 、状態  $l$  から状態  $l$  に移る推移確率をそれぞれ設定し、その下で、GDP の変動を考察する。

ワルラス的貨幣経済モデルのケースでは、P100-P101 にかけて、シミュレーションの方法が議論されている。すなわち、(6.27)、(6.28) を用いて、定常均衡における、状態  $h$  での GDP と状態  $l$  での GDP を導出する。

分権的貨幣経済モデルについては、長期分析のときと同様に、関数  $V$ 、 $Y$  の不動点を探す作業と並行し、ワルラス的貨幣経済モデルでの (6.27)、(6.28) に相当する期待値で表された式を求める。続いて、定常均衡における、状態  $h$  での GDP と状態  $l$  での GDP を導出する作業を本プログラムで行っている。

なお、本プログラムを用いて行ったシミュレーションの結果は、P102-P103 にかけて表 6-8、9、10、11、12、13 に記載されている。

```
! Fortran 95 program for Markov D-CIA model
! preference = general
! Information = private
! Arbiter's type = Rawls, K-S, Nash

!      by Kataoka and Shimizu

program main
implicit none
character(len=1) :: bgn,prf
      !type of arbiter, preference
real :: Au,Bu,Aw,Bw ! parameters for P-preference
real :: u1,u2,w1,w2 ! parameters for Q-preferences
real :: beta
real :: mu(2)
real, dimension(2,2) :: pr
integer :: nite,nm0,nstep,nm
real :: inipower, inico, maxdist ! technical constants

! ===== [[ user definition of parameters ]] =====

      parameter (bgn="R") ! bgn=R:Rawls, K:K-S, N:Nash
      parameter (prf="P") ! prf=Q: quadratic preference
                           ! prf=P: power preference

! if pref=Q  u=u1*x+u2*x^2, w=w1*x+w2*x^2,
!            (u1,w1,w2>0,u2<0)
      parameter (u1=19.0/9.0,u2=-2.0/9.0,w1=1.0/9.0,w2=7.0/9.0)

! if pref=P: u=Au*x^Bu, w=Aw*x^Bw,
!            (Au,Aw>0, Bu in (0,1), Bw in (1,inf))
      parameter (Au=2.0,Bu=0.631,Aw=1.0,Bw=1.261)

      parameter (beta=0.93)

! Monetary policy
      parameter (mu=(/0.01,0.05/)) ! monetary growth rate
      parameter (pr=reshape(/0.3,0.7,0.7,0.3/),(/2,2/))

! Tecnical parameters
      parameter (nite=100) ! nite=# of iterations
      parameter (nm0=100) ! nm=2*nm0 grid size, even number
      parameter (nstep=30) ! nm=precision of arbiter
      parameter (maxdist=0.0001) ! max allowed distance
      parameter (inipower=0.1) ! power of initial v0
      parameter (inico=1.0/(1.0-beta)) ! coefficient of initial v0
```

```

!===== [[ end of user definition ]] =====

integer :: imu,iite,im,imsp,it1,it2
integer :: it3(2,2*nm0+1),imspmax(2)
real :: mmax,mhold,mguess ! m-donn
real :: msp,mspmax(2),mspof1(2) ! m-domain
real :: f(2,2),humax, x0, x1, xmid
real :: xmax,xsat,xopt,xc(2),xd(2),xof1(2)
real :: usat,vopt,wof1(2),vof1(2)
real :: gb,gs,vb,gbof1(2),gsof1(2)
real :: vnobuy, vnosell
real :: vc(2),vd(2)
real :: rt1,rt2,rt3,rt4
real :: rt5,rt6,rt7,rt8
real :: c1(2),c2(2),c3(2)
real :: c(2), c4(2),c5(2)
real :: m(2*nm0+1)
real :: msp0(2,2*nm0+1),msp1(2,2*nm0+1)
real :: gainb(2,2*nm0+1),gains(2,2*nm0+1)
real :: x(2,2*nm0+1),xarb0(2,2*nm0+1),xarb1(2,2*nm0+1)
real :: v0(2,2*nm0+1),v1(2,2*nm0+1)
real :: vt1(2*nm0+1),vt2(2*nm0+1)
real :: vt3(2*nm0+1),vt4(2*nm0+1)
open (20, file='markov1.csv') ! output full
10 format (10(f7.3,', '))

! basic variables
nm = nm0*2
xmax=2.0

! opt: w'/u'=1
xopt=mrtinv(1.0)
vopt=(u(xopt)-w(xopt))/(1-beta) ! optimal value
if (prf.eq."Q") xsat=-0.5*u1/u2
if (prf.eq."P") xsat=100
usat=u(xsat)

!-----

! Solve C-CIA Markov equilibrium
! Let xh, xl be real trade -> Ph=1/xh, pl=1/xl
! xh*W'(xh)=beta*((pih/(1+muh))*xh*U'(xh)+((1-pih)/(1+muh))*xl*u'(xl))
! xl*W'(xl)=beta*((pil/(1+muh))*xl*U'(xl)+((1-pil)/(1+muh))*xh*u'(xh))
! define hu=x*u'(x), hw=x w'(x)
! -> Hw(xh)-Fhh*Hu(xh)=Fhl*Hu(xl)
! -> xl=Huinv((Hw(xh)-Fhh*Hu(xh))/fhl)
! Hw(xl)-Flh*Hu(xl)=Fll*Hu(xh)
! -> xh=Huinv((Hw(xl)-Flh*Hu(xl))/flh)

do it1=1,2
do it2=1,2
f(it1,it2)=beta*pr(it1,it2)/(1+mu(it2))
enddo
enddo
x1=1

```



```

x0=0.5
do it1=1,nstep
  xmid=0.5*x1+0.5*x0
  rt1=huinv((hw(xmid)-f(1,1)*hu(xmid))/f(1,2))
  rt1=huinv((hw(rt1)-f(2,2)*hu(rt1))/f(2,1))
  if (rt1.gt.xmid) x1=xmid
  if (rt1.le.xmid) x0=xmid
enddo
xc(1)=xmid
xc(2)=huinv((hw(xc(1))-f(1,1)*hu(xc(1)))/f(1,2))
rt1=xc(1)-huinv((hw(xc(2))-f(2,2)*hu(xc(2)))/f(2,1))

! =====
! == Decentralized CIA economy ==
! set mhold, initial value function, money spend, xtrad
rt1=min(mu(1),mu(2))
mmax=(1+rt1)/rt1
do im=1,nm+1
  if (im.le.nm0+1) m(im)=(im-1)*2.0/nm0
  if (im.gt.nm0+1) m(im)=2.0 +(im-1-nm0)*(mmax-2.0)/nm0
do it1=1,2
  msp0(it1,im)=m(im)
  v0(it1,im)=inico*m(im)**inipower ! st. inc. function
  xarb0(it1,im)=0.0
enddo
enddo

do iite=1,nite ! begin roop of iite

do it1=1,2
  mspof1(it1)=msp0(it1,nm0/2+1)
  mspmax(it1)=0.0
  imspmax(it1)=1
enddo
do im=1,nm+1
  vt1(im)=msp0(1,im)
  vt2(im)=msp0(2,im)
  vt3(im)=v0(1,im)
  vt4(im)=v0(2,im)
do it1=1,2
  if (msp0(it1,im).gt.mspmax(it1)) then
    mspmax(it1)=msp0(it1,im)
    imspmax(it1)=im
  endif
enddo
enddo

! =====
! determine arbiter's choice. xarb1:msp->x
do it1=1,2
  xarb1(it1,1)=0.0
do imsp=2,nm+1
  msp=m(imsp)
  if (msp.gt.mspmax(it1)) xarb1(it1,imsp)=0.0
  if (msp.le.mspmax(it1)) then
    if (it1.eq.1) mguess=s(msp,vt1,m)

```

```

if (it1.eq.2) mguess=s(msp,vt2,m)
rt1=mguess+mspof1(it1)
rt2=s((rt1-msp+mu(1))/(1+mu(1)),m,vt3)
rt3=s((rt1-msp+mu(2))/(1+mu(2)),m,vt4)
rt4=pr(it1,1)*rt2+pr(it1,2)*rt3
rt2=s((rt1+mu(1))/(1+mu(1)),m,vt3)
rt3=s((rt1+mu(2))/(1+mu(2)),m,vt4)
rt5=pr(it1,1)*rt2+pr(it1,2)*rt3
gb=beta*(rt4-rt5)
rt1=1-mspof1(it1)
rt2=s((rt1+msp+mu(1))/(1+mu(1)),m,vt3)
rt3=s((rt1+msp+mu(2))/(1+mu(2)),m,vt4)
rt4=pr(it1,1)*rt2+pr(it1,2)*rt3
rt2=s((rt1+mu(1))/(1+mu(1)),m,vt3)
rt3=s((rt1+mu(2))/(1+mu(2)),m,vt4)
rt5=pr(it1,1)*rt2+pr(it1,2)*rt3
gs=beta*(rt4-rt5)
if ((-gb.lt.usat).and.(winv(gs).gt.uinv(-gb))) then
  if (bgn.eq."R") xarb1(it1,imsp)=rawls(gb,gs)
  if (bgn.eq."K") xarb1(it1,imsp)=ks(gb,gs)
  if (bgn.eq."N") xarb1(it1,imsp)=nash(gb,gs)
else
  xarb1(it1,imsp)=0.0
endif
endif
enddo
enddo

```

!=====

! determine msp1:mhold->msp11,msp12,v11,v12

```

do im=1,nm+1
  vt1(im)=xarb1(1,im)
  vt2(im)=xarb1(2,im)
enddo
do it1=1,2
  xof1(it1)=xarb1(it1,nm0/2+1)
  wof1(it1)=w(xof1(it1))
  msp1(it1,1)=0.0
  rt1=s((mspof1(it1)+mu(1))/(1.0+mu(1)),m,vt3)
  rt2=s((mspof1(it1)+mu(2))/(1.0+mu(2)),m,vt4)
  v1(it1,1)=-wof1(it1)+beta*(pr(it1,1)*rt1+pr(it1,2)*rt2)
do im=2,nm+1
  rt1=s((m(im)+mspof1(it1)+mu(1))/(1.0+mu(1)),m,vt3)
  rt2=s((m(im)+mspof1(it1)+mu(2))/(1.0+mu(2)),m,vt4)
  v1(it1,im)=-wof1(it1)+beta*(pr(it1,1)*rt1+pr(it1,2)*rt2)
  it3(it1,1)=1
! m(imsp) is a candidate of msp1(it1,im)
do imsp=2,im
  rt1=s((m(im)-m(imsp)+mspof1(it1)+mu(1))/(1.0+mu(1)),m,vt3)
  rt2=s((m(im)-m(imsp)+mspof1(it1)+mu(2))/(1.0+mu(2)),m,vt4)
  vb=beta*(pr(it1,1)*rt1+pr(it1,2)*rt2)
  vb=u(xarb1(it1,imsp))-wof1(it1)+vb
  if (vb.gt.v1(it1,im)) then
    v1(it1,im)=vb
    it3(it1,im)=imsp
  endif
endif
enddo
enddo

```

```

        endif
        enddo ! end of imsp-loop
        msp1(it1,im)=m(it3(it1,im))
        x(it1,im)=xarb1(it1,imsp)
        enddo ! end of im roop
        enddo ! end roop of it1

! check convergence
        rt1=distance2(v1,v0)/v0(1,nm0+1)
        rt2=distance2(msp1,msp0)
        rt3=distance2(xarb1,xarb0)
        rt5=max(rt1,rt2,rt3)
        if (INT(iite*0.05)*20.eq.iite) then
            write (*,*) iite,'v:',rt1,'msp:',rt2,'xarb:',rt3
        endif
        if (iite.gt.10) then
            if (rt5.lt.maxdist) exit
            if (rt5.lt.1.05*maxdist) exit
        endif

! set value and msp for the next iite (itteration)
        if (iite.lt.nite) then
            v0 = v1
            msp0 = msp1
            xarb0=xarb1
        endif
        enddo ! end roop of iite

! itteration done

!=====
! solve equilibrium

        do im=1,nm+1
            vt3(im)=v1(1,im)
            vt4(im)=v1(2,im)
        enddo

        do it1=1,2
            mspof1(it1)=msp1(it1,(nm0/2)+1)
            vof1(it1)=v1(it1,(nm0/2)+1)
            xof1(it1)=x(it1,(nm0/2)+1)
            rt1 =s((1.0+mspof1(it1)+mu(1))/(1+mu(1)),m,vt3)
            rt2 =s((1.0+mspof1(it1)+mu(2))/(1+mu(2)),m,vt4)
            rt3=beta*(vof1(it1)-pr(it1,1)*rt1-pr(it1,2)*rt2)
            gbof1(it1)=u(xof1(it1))+rt3
            rt1 =s((1.0-mspof1(it1)+mu(1))/(1+mu(1)),m,vt3)
            rt2 =s((1.0-mspof1(it1)+mu(2))/(1+mu(2)),m,vt4)
            rt3=beta*(vof1(it1)-pr(it1,1)*rt1-pr(it1,2)*rt2)
            gsfof1(it1)=-w(xof1(it1))+rt3
        enddo

! Check 1: Convergence
        rt1=max(rt1,rt2,rt3)

! Check 2: Is all the money spent on equilirium ?

```

```

rt2=abs(mspof1(1)-1.0)+abs(mspof1(2)-1.0)

write (*,*) 'completed!'

!----- create out file -----
write (20,'((A10,A3),5(A10,I4))') ' bgn=, ',bgn,', nm=, ',nm,',&
  nite=, ',nite,', nst=, ',nstep
if (prf.eq."Q") write (20,'(A12,5(A10,F7.2))') ' prf=, Q, ', '&
  u1=, ',u1,', u2=, ',u2,', w1=, ',w1,', w2=, ',w2,', beta=, ',beta
if (prf.eq."P") write (20,'(A10,5(A10,F5.2))') ' prf=, P, ', ' &
  Au=',Au,', Bu=',Bu,', Aw=',Aw,', Bw=',Bw,', beta=, ',beta

write (20,'(6(A10,F7.3))'), 'mu(1)=, ',mu(1)', mu(2)=, ',&
  mu(2), ', p_11=, ',pr(1,1)', p_22=, ',pr(2,2)
write (20,'(6(A10,F7.3))'), ' xc(1)=, ',xc(1)', xc(2)=, ',&
  xc(2), ', ratio, ', xc(1)/xc(2)
write (20,'(6(A10,F7.3))'), ' xd(1)=, ',xof1(1)', xd(2)=, ',&
  xof1(2), ', ratio, ', xof1(1)/xof1(2), ', c1, ',&
  rt5, ', c2, ',rt2

write (20,*), ', '
write (20,'(A70)'), ' m, v(1), msp(1), x(1), v(2), msp(2), x(2)
do im = 1, nm+1
write (20,'(8(F7.3,A10))'), m(im),', ',v1(1,im),', ',&
  m(it3(1,im)),', ',x(1,im),', ',v1(2,im),', ',&
  m(it3(2,im)),', ',x(2,im)
enddo

! write (20,*), ', '
! write (20,'(A70)'), ' m, xarb(1), gb(1), gs(1), xarb(2), x(2)'
do im = 1, nm+1
! write (20,'(8(F7.3,A10))'), m(im),', ',xarb1(1,im),', ',&
  m(it3(1,im)),', ',x(1,im),', ',v1(2,im),', ',m(it3(2,im))&
  ', ',x(2,im)
enddo

contains

!-----
! Definitions of functions
!-----
function u(sx) ! utility function
real :: u,sx
if (prf.eq."P") u=Au*sx**Bu
if (prf.eq."Q") u=u1*sx+u2*sx**2.0
end function u

!-----
function uinv(su) ! inverse utility function
real :: uinv,su
if (prf.eq."P") uinv=(su/Au)**(1/Bu)
if (prf.eq."Q") uinv=(-u1+(u1**2+4*u2*su)**(0.5))/(2*u2)
end function uinv

!-----
function udash(sx) ! marginal utility function
real :: udash,sx
if (prf.eq."P") udash=Bu*Au*(sx**(Bu-1))

```

```

    if (prf.eq."Q") udash=u1+2*u2*sx
    end function udash
!-----
    function w(sx) ! dis-utility function
    real :: w,sx
    if (prf.eq."P") w = Aw*(sx**Bw)
    if (prf.eq."Q") w = w1*sx+w2*sx**2
    end function w
!-----
    function winv(sw) ! inverse dis utility function
    real :: winv,sw
    if (prf.eq."P") winv=(sw/Aw)**(1/Bw)
    if (prf.eq."Q") winv=(-w1+(w1**2+4*w2*sw)**(0.5))/(2*w2)
    end function winv
!-----
    function wdash(sx) ! marginal utility function
    real :: wdash,sx
    if (prf.eq."P") wdash=Aw*Bw*(sx**(Bw-1))
    if (prf.eq."Q") wdash=w1+2*w2*sx
    end function wdash
!-----
    function mrt(sx) ! marginal rate of transformation
    real :: mrt, sx
    mrt=udash(sx)/wdash(sx)
    end function mrt
!-----
    function mrtinv(sr) ! xtrade by rawls arbiter
    real :: mrtinv,sr
!   w'=sr*u' -> Aw*Bw*(x**(Bw-1))=sr*Au*Bu*(x**(Bu-1))
!   x**(Bw-Bu)=(sr*Au*Bu)/(Aw*Bw)
    if (prf.eq."P") mrtinv=((sr*Au*Bu)/(Aw*Bw))**(1/(Bw-Bu))
!   w1+2*w2*x = sr*u1 + 2*sr*u2*x -> (w1-sr*u1)=2*(sr*u2-w2)*x
    if (prf.eq."Q") mrtinv=0.5*(w1-sr*u1)/(sr*u2-w2)
    end function mrtinv
!-----
    function hu(sx) ! utility function
    real :: hu,sx
    if (prf.eq."P") hu=Au*Bu*sx**Bu
    if (prf.eq."Q") hu=u1*sx+2.0*u2*(sx**2.0)
    end function hu
!-----
    function huinv(su) ! inverse hu function for P pref.
    real :: huinv,su,stemp
    if (prf.eq."P") huinv=(su/(Au*Bu))**(1/Bu)
    if (prf.eq."Q") then
        stemp=u1**2+8.0*u2*su
        if (stemp.ge.0.0) huinv=(u1-(stemp**0.5))/(-4*u2)
        if (stemp.lt.0.0) huinv=xmax
    endif
    end function huinv
!-----
    function hw(sx) ! dis-utility function
    real :: hw,sx
    if (prf.eq."P") hw = Bw*Aw*(sx**Bw)
    if (prf.eq."Q") hw = w1*sx+2*w2*(sx**2)
    end function hw

```

```

!-----
function rawls(sgb,sgs) ! xtrade by rawls arbiter
real :: rawls,sgb,sgs,sxmax,sxmin,sx
integer :: is1
sxmax=winv(sgs)
sxmin=uinv(-sgb)
if (sxmax.le.sxmin) rawls=0
if (sxmax.gt.sxmin) then
  do is1=1,nstep
    rawls=(sxmax+sxmin)/2.0
    sx=(u(rawls)+sgb)/(-w(rawls)+sgs)
    if (sx.gt.1.0) sxmax=rawls
    if (sx.le.1.0) sxmin=rawls
  enddo
endif
end function rawls
!-----
function nash(sgb,sgs) ! bargaining problem
real :: nash,sgb,sgs,sxmax,sxmin,vv
integer :: istep
sxmax=winv(sgs)
sxmin=uinv(-sgb)
if (sxmax.le.sxmin) nash=0
if (sxmax.gt.sxmin) then
  do istep=1,nstep
    nash=(sxmin+sxmax)/2.0
    vv=abs((u(nash)+sgb)/(sgs-w(nash)))
    vv=vv-(udash(nash))/(wdash(nash))
    if (vv.gt.0.0) sxmax=nash
    if (vv.le.0.0) sxmin=nash
  enddo
endif
end function nash
!-----
function ks(sgb,sgs) ! bargaining problem
real :: ks,sgb,sgs,sxmax,sxmin,sratio,sx
integer :: is1
sxmax=winv(sgs)
sxmin=uinv(-sgb)
if (sxmax.le.sxmin) ks=0
if (sxmax.gt.sxmin) then
  sratio=(u(sxmax)+sgb)/(-w(sxmin)+sgs)
  do is1=1,nstep
    ks=(sxmax+sxmin)/2.0
    sx=(u(ks)+sgb)/(-w(ks)+sgs)
    if (sx.gt.sratio) sxmax=ks
    if (sx.le.sratio) sxmin=ks
  enddo
endif
end function ks
!-----
function distance(sv0,sv1)
real :: distance, sv0(nm+1), sv1(nm+1)
integer :: is1
distance=0
do is1=1,nm+1

```

```

        distance = distance + (sv1(is1)-sv0(is1))**2
    enddo
    distance = sqrt(distance/(nm+1))
end function distance
!-----
function distance2(sv0,sv1)
real :: distance2, sv0(2,nm+1), sv1(2,nm+1)
integer :: is1
distance2=0
do is1=1,nm+1
    distance2 = distance2 + (sv1(1,is1)-sv0(1,is1))**2
    distance2 = distance2 + (sv1(2,is1)-sv0(2,is1))**2
enddo
    distance2 = sqrt(distance2/(2*(nm+1)))
end function distance2
!-----
function s(svvalue,sv,sx)
! smoothing of F: v -> x (inverse of G: x -> v)
integer :: is1,is2,ivmax,ivmin
real :: s,svvalue,svmax,svmin,sx1,sx(nm+1),sv(nm+1)
logical :: check
ivmax=1
ivmin=1
svmax=sv(1)
svmin=sv(1)
do is1=2,nm+1
    if (sv(is1).gt.svmax) then
        ivmax=is1
        svmax=sv(is1)
    endif
    if (sv(is1).lt.svmin) then
        ivmin=is1
        svmin=sv(is1)
    endif
enddo
if (svvalue.le.svmin) s=sx(ivmin)
if (svvalue.ge.svmax) s=sx(ivmax)
if ((svvalue.gt.svmin).and.(svvalue.lt.svmax)) then
    is2 = 0
    check=.true.! svvalue>sv(i) so far
    if (ivmax.gt.ivmin) then
        do is1=ivmin,ivmax
            if (check.and.(sv(is1).ge.svvalue)) then
                is2=is1
                check=.false.
            endif
        enddo ! sv(is2)=first sv >= svvalue
    endif
    if (ivmax.lt.ivmin) then
        do is1=ivmin,ivmax
            if (check.and.(sv(is1).le.svvalue)) then
                is2=is1
                check=.false.
            endif
        enddo ! sv(is2)=first sv >= svvalue
    endif
endif

```



```
        s=(svvalue-sv(is2-1))/(sv(is2)-sv(is2-1))
        s=sx(is2-1)+s*(sx(is2)-sx(is2-1))
    endif
end function s
!-----
end program main
```

## 参考文献

- [1] Aiyagari, S. and Wallace, N. (1991). Search, Existence of Steady States with Positive Consumption in the Kiyotaki-Wright model. *Review of Economic Studies*, 58, 901-916.
- [2] Aiyagari, S. and Wallace, N. (1997). Government Transaction Policy, the Medium of Exchange, and Welfare. *Journal of Economic Theory*, 74, 1-18.
- [3] Acemoglu, D. and Shimer, R. (1999). Holdups and Efficiency with Search Frictions. *International Economic Review*, 40, 827-849.
- [4] Aliprantis, C., Camera, G. and Puzzello, D. (2006). Matching and Anonymity. *Economic Theory*, 29, 415-432.
- [5] Aliprantis, C., Camera, G. and Puzzello, D. (2007). Anonymous Markets and Monetary Trading. *Journal of Monetary Economics*, 54, 1905-1928.
- [6] Aruoba, B., Rocheteau, G. and Waller, C. (2007). Bargaining and the Value of Money. *Journal of Monetary Economics*, 54, 2636-2655.
- [7] Aruoba, B. and Wright, R. (2003). Search, Money and Capital: A Neoclassical Dichotomy. *Journal of Money, Credit and Banking*, 35, 1086-1105.
- [8] Benabou, R. (1988). Search Price-Setting, and Inflation. *Review of Economic Studies*, 55, 353-376.
- [9] Berentsen, A. (2002). On the Distribution of Money Holdings in a Random-Matching Model. *International Economic Review*, 43, 945-954.
- [10] Berentsen, A., Molico, M. and Wright, R. (2002). Indivisibilities, Lotteries, and Monetary Exchange. *Journal of Economic Theory*, 107, 70-94.

- [11] Berentsen, A. and Rocheteau, G. (2002). On the Efficiency of Monetary Exchange: How Divisibility of Money Matters. *Journal of Monetary Economics*, 49, 1621-1649.
- [12] Bernanke, B. and Blinder, A. (1992). The Federal Funds Rate and the Channels of Monetary Transmission. *American Economic Review*, 82, 901-921.
- [13] Blanchard, O. and Kiyotaki, N. (1987). Monopolistic Competition and the Effects of Aggregate Demand. *American Economic Review*, 77, 647-666.
- [14] Burnside, C., Eichenbaum, M. and Rebelo, S. (2004). Government Guarantees and Self-Fulfilling Speculative Attacks. *Journal of Economic Theory*, 119, 31-63.
- [15] Calvo, G. (1983). Staggered Prices in a Utility-Maximising Framework. *Journal of Monetary Economics*, 12, 383-398.
- [16] Camera, G. and Corbae, D. (1999). Money and Price Dispersion. *International Economic Review*, 40, 985-1008.
- [17] Coles, M. and Wright, R. (1998). A Dynamic Model of Search, Bargaining, and Money. *Journal of Economic Theory*, 78, 32-54.
- [18] Cooley, T. and Hansen, G. (1995). Money and the Business Cycles, in Cooley, T. *Frontiers of Business Cycle Research*. Princeton University Press, 175-216.
- [19] Corbae, D., Temzelides, T. and Wright, R. (2003). Directed Matching and Monetary Exchange. *Econometrica*, 71, 731-756.
- [20] Diamond, P. (1971). A Model of Price Adjustment. *Journal of Economic Theory*, 3, 156-168.
- [21] Diamond, P. (1984). Money in Search Equilibrium. *Econometrica*, 52, 1-20.
- [22] Diamond, P. (1993). Search, Sticky Prices, and Inflation. *Review of Economic Studies*, 60, 53-68.
- [23] Freeman, S. (1989). Fiat Money as a Medium of Exchange. *International Economic Review*, 30, 101-131.

- [24] Freeman, S. (1996). The Payments System, Liquidity, and Rediscounting. *American Economic Review*, 86, 1126-1138.
- [25] Friedman, M. (1968). The Role of Monetary Policy. *American Economic Review*, 58, 1-17.
- [26] Friedman, M. (1969). *The Optimum Quantity of Money and Other Essays*. Aldine Publishing Company, New York.
- [27] Goldberg, D. (2006). Divisible Money with Partially Directed Search. Working paper.
- [28] Goldberg, D. (2007). Money with Partially Directed Search. *Journal of Monetary Economics*, 54, 979-993.
- [29] Green, E. and Zhou, R. (1998). A Rudimentary Random-Matching Model with Divisible Money and Prices. *Journal of Economic Theory*, 81, 252-271.
- [30] Hodrick, R., Kocherlakota, N. and Lucas, R (1991). The Variability of Velocity in Cash-in-Advance Models. *Journal of Political Economy*, 99, 358-384.
- [31] Jevons, W. (1875). *Money and the Mechanism of Exchange*. Appleton, London.
- [32] Kalai, E. (1977). Proportional Solutions to Bargaining Situations: Interpersonal Utility Comparisons. *Econometrica*, 45, 1623-1630.
- [33] Kalai, E. and Smorodinsky, M. (1975). Other Solutions to Nash's Bargaining Problem. *Econometrica*, 43, 513-518.
- [34] Kamiya, K. and Shimizu, T. (2006). Real Indeterminacy of Stationary Equilibria in Matching Models with Divisible Money. *Journal of Mathematical Economics*, 42, 594-617.
- [35] Kamiya, K. and Shimizu, T. (2007). Existence of Equilibria in Matching Models of Money: A New Technique. *Economic Theory*, 32, 447-460.
- [36] Kibris, Ö. (2010). Cooperative Game Theory Approaches to Negotiation. *Handbook of Group Decision and Negotiation*. Springer.

- [37] Kiyotaki, N. and Wright, R. (1989). On money as a Medium of Exchange. *Journal of Political Economy*, 97, 927-954.
- [38] Kiyotaki, N. and Wright, R. (1993). A Search-Theoretic Approach to Monetary Economics. *American Economic Review*, 83, 63-77.
- [39] Kocherlakota, N. (1998). Money is Memory. *Journal of Economic Theory*, 81, 232-251.
- [40] Krugman, P. (1979). A Model of Balance-of-Payment Crisis. *Journal of Money, Credit and Banking*, 11, 311-325.
- [41] Krugman, P. (2000). How Complicated Does the Model Have to Be? *Oxford Review of Economic Policy*, 16, 33-42.
- [42] Lagos, R. and Rocheteau, G. (2009). Liquidity in Asset Markets with Search Frictions. *Econometrica*, 77, 403-426.
- [43] Lagos, R. and Wright, R. (2003). Dynamics, Cycles and Sunspot Equilibria in 'Genuinely Dynamic, Fundamentally Disaggregative' Models of Money. *Journal of Economic Theory*, 109, 156-171.
- [44] Lagos, R. and Wright, R. (2005). A Unified Framework for Monetary Theory and Policy Analysis. *Journal of Political Economy*, 113, 463-484.
- [45] Li, Y. (1995). Commodity Money under Private Information. *Journal of Monetary Economics*, 36, 573-592.
- [46] Li, Y. (1998). Money and Middlemen in an Economy with Private Information. *Economic Inquiry*, 36, 1-12.
- [47] Lucas, R. (1990). Liquidity and Interest Rates. *Journal of Economic Theory*, 50, 237-264.
- [48] Lucas, R. (2000). Inflation and Welfare. *Econometrica*, 68, 247-274.
- [49] Lucas, R. and Stokey, N. (1987). Money and Interest in a Cash-in-Advance Economy. *Econometrica*, 55, 491-515.

- [50] Mankiw, N. (2006). The Macroeconomist as Scientist and Engineer. *Journal of Economic Perspectives*, 20, 29-46.
- [51] Molico, M. (2006). The Distribution of Money and Prices in Search Equilibrium. *International Economic Review*, 36, 701-722.
- [52] Nash, J. (1950). The Bargaining Problem. *Econometrica*, 18, 155-162.
- [53] Nash, J. (1953). Two-Person Cooperative Games. *Econometrica*, 21, 128-140.
- [54] Obstfeld, M. (1996). Models of Currency Crises with Self-Fulfilling Features. *European Economic Review*, 40, 1037-1047.
- [55] Osborne, M. and Rubinstein, A. (1990). *Bargaining and Markets*. Academic Press.
- [56] Rocheteau, G. (2012). The Cost of Inflation: A Mechanism Design Approach. *Journal of Economic Theory*, 147, 1261-1279.
- [57] Rocheteau, G. and Waller, C. (2005). Bargaining and the Value of Money. Working paper.
- [58] Rocheteau, G. and Wright, R. (2005). Money in Search Equilibrium, in Competitive Equilibrium and in Competitive Search Equilibrium. *Econometrica*, 73, 175-202.
- [59] Rotemberg, J. (1982). Sticky Prices in the United States. *Journal of Political Economy*, 90, 1187-1211.
- [60] Rubinstein, A. (1982). Perfect Equilibrium in a Bargaining Model. *Econometrica*, 50, 97-110.
- [61] Rubinstein, A. and Wolinsky, A. (1985). Equilibrium in a Market with Sequential Bargaining. *Econometrica*, 53, 1133-1150.
- [62] Rubinstein, A. and Wolinsky, A. (1987). Middlemen. *Quarterly Journal of Economics*, 102, 581-593.
- [63] Shapley, L. and Shubik, M. (1977). Trade Using One Commodity as a Means of Payment. *Journal of Political Economy*, 85, 937-968.

- [64] Shi, S. (1995). Money and Prices: A Model of Search and Bargaining. *Journal of Economic Theory*, 67, 467-496.
- [65] Shi, S. (1997). A Divisible Search Model of Fiat Money. *Econometrica*, 65, 75-102.
- [66] Shi, S. (1999). Search, Inflation and Capital Accumulation. *Journal of Monetary Economics*, 44, 81-104.
- [67] Shi, S. (2006). Viewpoint: A Microfoundation of Monetary Economics. *Canadian Journal of Economics*, 39, 643-688.
- [68] Shimizu, H. (2013). Dynamic Stability of Monetary Search Model with Productive Capital: Does EURO stabilize the economic performance of EU? EUIJ Waseda Working paper.
- [69] Sidrauski, M. (1967). Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy. *American Economic Review*, 57, 534-544.
- [70] Sims, C. (1992). Interpreting the Macroeconomic Time Series Facts: the Effects of Monetary Policy. *European Economic Review*, 36, 975-1000.
- [71] Stigler, G. (1961). The Economics of Information. *Journal of Political Economy*, 69, 213-225
- [72] Taylor, J. (1979). Staggered Wage Settings in a Macro Model. *American Economic Review*, 69, 108-113.
- [73] Thomson, W. (1994). Cooperative Models of Bargaining, in Aumann, R. and Hart, S. *Handbook of Game Theory*, 2, 1237-1284.
- [74] Trejos, A. (1999). Search, Bargaining, Money, and Prices Under Private Information *International Economic Review*, 3, 679-695.
- [75] Trejos, A. and Wright, R. (1995). Search, Bargaining, Money, and Prices. *Journal of Political Economy*, 103, 118-141.
- [76] Wallace, N. (1997). Absence-of-Double-Coincidence Models of Money: A Progress Report. *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, 21, 2-20.

- [77] Wallace, N. (1998). A Dictum for Monetary Theory. *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, 22, 20-26.
- [78] Wallace, N. (2002). General Features of Monetary Models and their Significance. Working paper.
- [79] Williamson, S. (2007). Search, Limited Participation, and Monetary Policy. *International Economic Review*, 47, 107-28.
- [80] Williamson, S. and Wright, R. (1994). Barter and Monetary Exchange Under Private Information. *American Economic Review*, 84, 104-123.
- [81] Zhou, R. (1999). Individual and Aggregate Real Money Balances in a Random-Matching Model. *International Economic Review*, 40, 1009-1038.
- [82] Zhu, T. (2003). Existence of a Monetary Steady State in a Matching Model: Indivisible Money. *Journal of Economic Theory*, 112, 307-324.
- [83] Zhu, T. (2005). Existence of a Monetary Steady State in a Matching Model: Divisible Money. *Journal of Economic Theory*, 123, 130-160.
- [84] 今井亮一・工藤教考・佐々木勝・清水崇 (2007). 『サーチ理論—分権的取引の経済学—』 東京大学出版会
- [85] 清水弘幸 (2015). 「交渉解の相違と貨幣モデル」『商経論集』第 109 号 早稲田大学大学院商学研究科商学会
- [86] 清水弘幸 (2015). 「分権的貨幣経済と中央集権的経済—長期におけるインフレーションのコスト—」『産業経営』第 51 号 早稲田大学産業経営研究所
- [87] 清水弘幸 (2015). 「貨幣経済モデルにおける分権的交換—中間財市場における分権的交換—」『商学研究科紀要』第 80 号 早稲田大学大学院商学研究科