

早稲田大学大学院 先進理工学研究科

博士学位論文

核融合炉用ケーブル・イン・コンジット導  
体の超電導特性に関する研究

Study on Superconducting Characteristics of a  
Cable in Conduit Conductor for Fusion Reactor

2016年3月

早稲田大学大学院先進理工学研究科  
電気・情報生命専攻 超電導応用研究

梶谷 秀樹

Hideki KAJITANI



## 目次

第1章 序論	1
1.1 本研究の背景	2
1.1.1 現在の核融合炉開発	2
1.1.2 トロイダル・フィールド (TF) コイル	2
1.1.3 ケーブル・イン・コンジット (Cable In Conduit : CIC) 導体	5
1.1.4 CIC 導体超電導特性評価試験	7
1.1.5 導体の超電導性能の劣化要因	9
1.2 本論文の目的と概要	10
第2章 素線の波状曲げ変形特性評価手法の開発	13
2.1 概要	14
2.2 素線諸元	15
2.3 素線波状曲げ変形特性評価手法の開発	16
2.3.1 曲げ歪計算モデル	17
2.3.2 銅及びブロンズの塑性変形	19
2.3.3 初期歪	20
2.4 波状曲げ変形による素線の $I_c$ 劣化特性評価	21
2.4.1 曲げモーメント	21
2.4.2 素線 $I_c$ 計算結果	22
2.5 本評価手法の導体性能解析への適用性について	29
2.6 まとめ	29
第3章 導体内部の物理現象モデルの構築	30
3.1 概要	31
3.2 導体内素線が受ける歪	31
3.2.1 熱歪	31
3.2.2 曲げ歪	33
3.3 導体臨界電流性能評価方法	37
3.3.1 評価方法	37
3.3.2 試験結果と計算結果の比較	37
3.4 曲げモーメント計算モデル	38

## 目次

3.4.1 導体内素線が実際に受ける曲げモーメント	38
4.4.2 導体内素線の撓み量計算	39
3.4.3 曲げモーメント物理モデル	40
3.4.4 $\alpha$ 評価結果	41
3.5 まとめ	42
第4章 CIC 導体の超電導性能評価手法の開発	43
4.1 概要	44
4.2 導体内電流分布計算モデル	44
4.2.1 回路モデル	44
4.2.2 支配方程式の導出	45
4.2.3 計算手法	49
4.2.4 回路素子の計算	50
4.3 計算結果	51
4.4 まとめ	55
第5章 総括	56
5.1 研究成果の要約	57
5.2 今後の課題	59
参考文献	62
研究業績	66
謝辞	70
付録A 応力及び応力による曲げモーメント計算式	71
A.1 応力計算式	71
A.2 モーメント計算式	77
付録B 素線波状曲げ変形特性評価試験	82
付録C ジョイント内部素線と銅スリーブ界面間の抵抗及び素線間のコンダクタ ンス	84
C. 1 計算モデル	84
C. 2 計算方法（支配方程式の座標変換）	85
C. 3 計算方法（座標変換）	90
C. 4 支配方程式の簡易化	92

C. 5 境界条件	93
-----------	----

---

# 第 1 章

## 序論

## 1.1 本研究の背景

### 1.1.1 現在の核融合炉開発

核融合発電は、放射性廃棄物が少なく、二酸化炭素の排出もない。また、燃料となる重水素は、海水に潤沢に存在しているため、燃料枯渇の問題も存在しない。そのため、核融合エネルギーは、火力発電や核分裂反応による原子力発電を凌ぐ次世代のエネルギー源として、実用化が望まれている。このような核融合エネルギーを生み出す核融合炉の実現を目指して、日本・アメリカ・欧州連合（EU）・ロシア・インド・中国・韓国の7極は、国際協力の下で ITER(International Thermonuclear Experimental Reactor)計画を進めている<sup>[1]</sup>。ITER 計画で建設が予定されている核融合炉の概要図を図 1.1 に示す。この核融合炉は、核融合エネルギーの実現の見通しを得るための実験炉であり、現在、フランスのカダラッシュにて建設中である。

核融合反応とは、軽い原子核同士が衝突して、一つの重い原子核となる現象のことを言い、核融合発電では、この核融合反応の際に生じる大きなエネルギーを熱エネルギーに変換して、発電に利用する。この発電では、重水素（D）と三重水素（T）の核融合反応が用いられる（図 1.2）。核融合反応を発生させるためには、これらの原子を電氣的に中性なプラズマ状態にする必要がある。そのプラズマ状態を超高温にすることで、各イオンが高速に運動し、その際のイオン同士の衝突によって核融合反応が発生する。このようなプラズマを安定的に炉内に保持するために、電子やイオンのサイクロトロン運動を利用し、強力な磁場によってプラズマを閉じ込める方式が、ITER では採用されている。このような磁場環境を作り出すためには、大電流を通電することのできる超電導コイルが必要となる。ITER では、4 種類の超電導コイルを組み合わせた超電導コイルシステムが用いられている（図 1.3）。その中でも日本は、プラズマを炉内に閉じ込めるために最も重要であるトロイダル・フィールドコイルの開発を担っている。

### 1.1.2 トロイダルフィールド（Toroidal Field : TF）コイル

図 1.4 に ITER の TF コイルの構成を示す。TF コイルは、核融合炉の周方向に 18 個配置される巨大 D 型の超電導コイルであり、その定格電流は 68 kA、それが受ける最大外部磁場は 10.8 T である。TF コイルの大きさは、幅が約 9 m、高さが約 16.5 m、重さが約 300 トンである。TF コイルは、大きく分けて、電流を通電するコイル部分となる巻線部と、巨大な電磁力から、巻線部を機械的に支持するためのコイル容器部から構成されている。巻線部は、次項で説明する超電導導体を D 型に巻線成形し、それらを 7 枚積層して、各導体端部のターミナル部にて、互いを半田接続することで、巻線部を構成している。

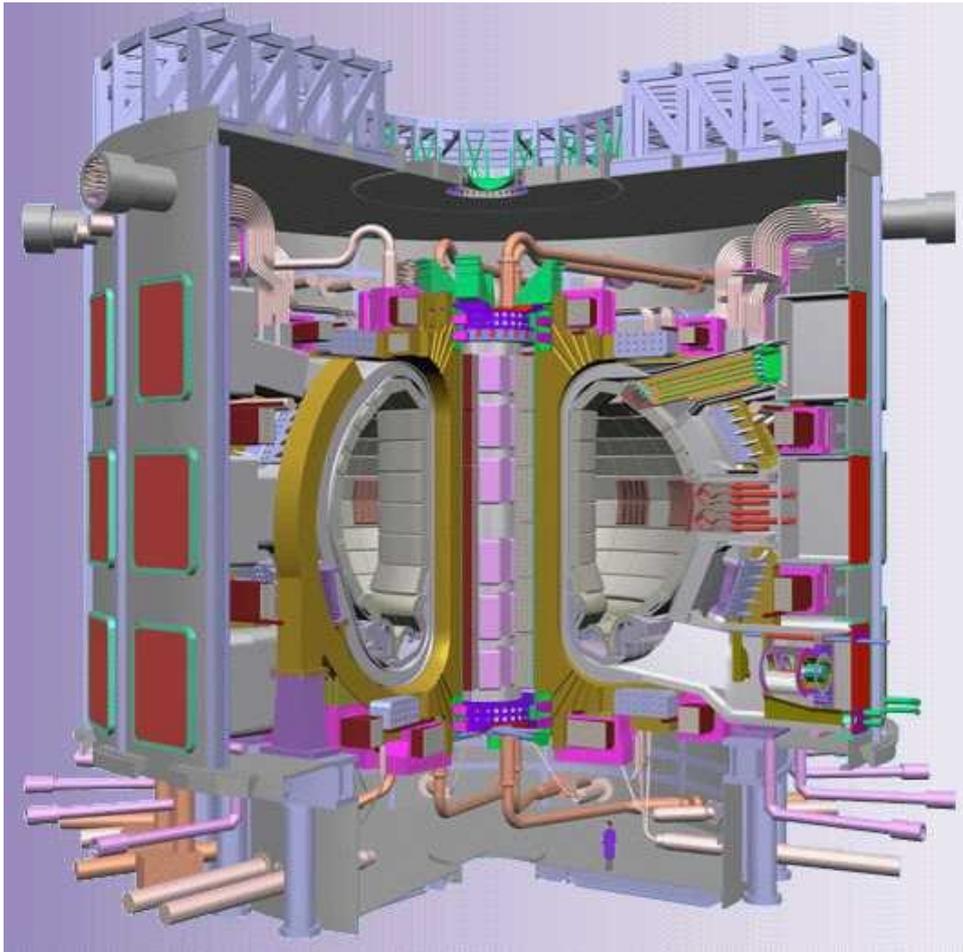


図 1.1 ITER 計画における核融合炉（実験炉）の外観図<sup>[2]</sup>

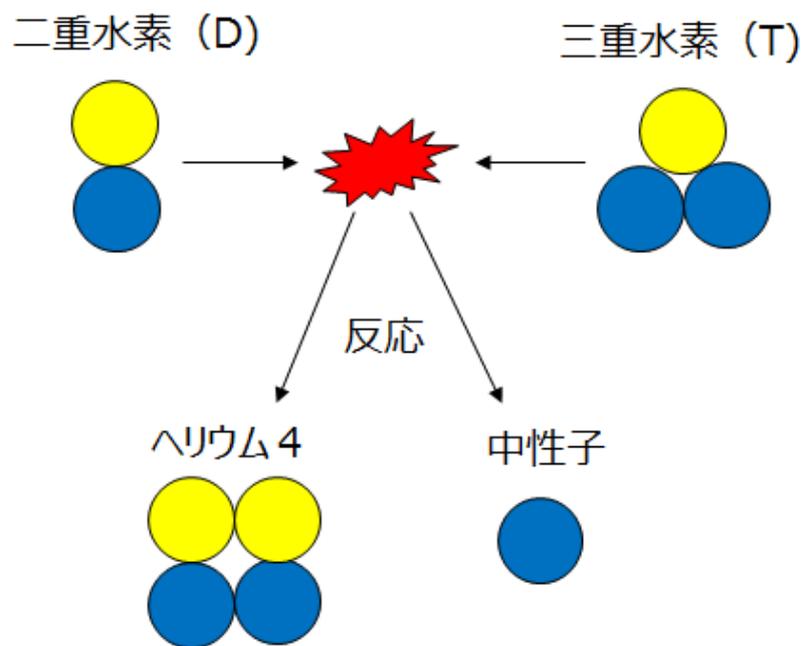


図 1.2 (D-T) 核融合反応

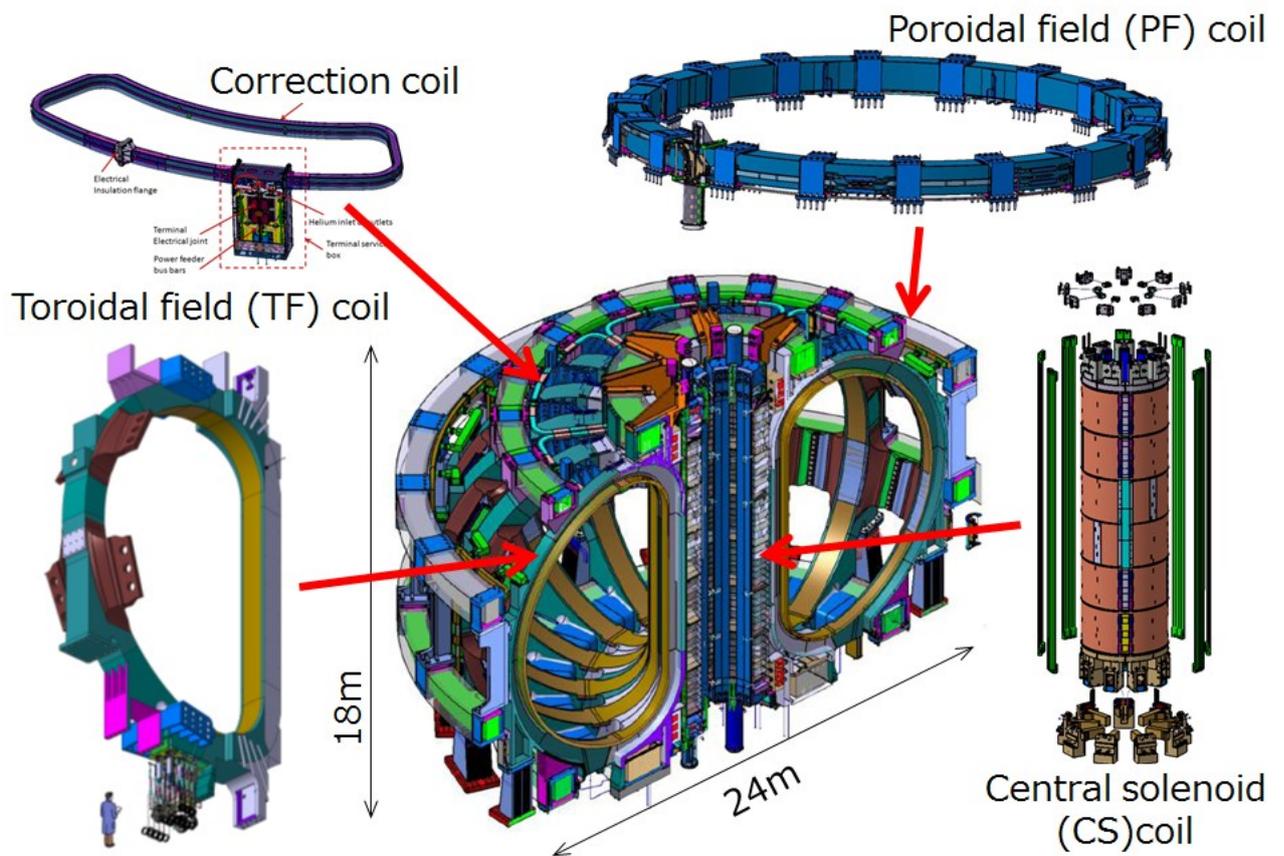
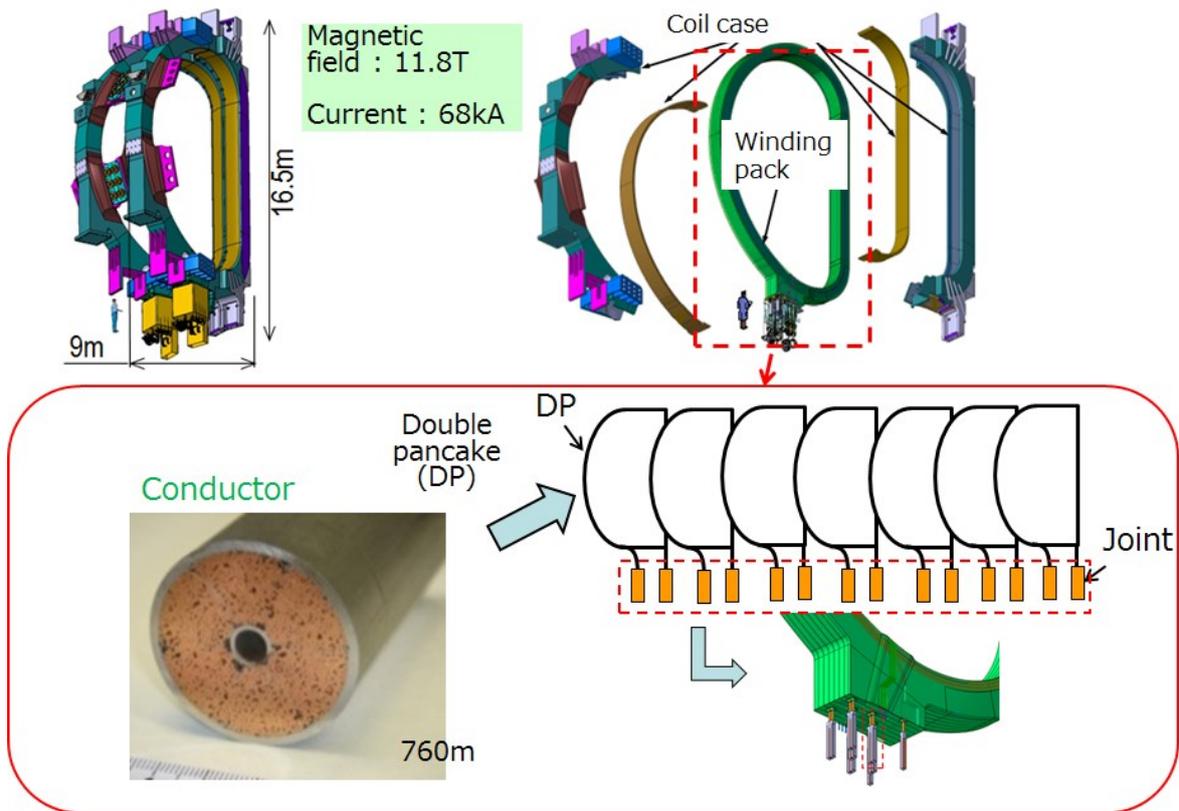


図 1.3 ITER 用超電導コイル<sup>[3]</sup>

図 1.4 TF コイルの構成<sup>[4]</sup>

### 1.1.3 ケーブル・イン・コンジット (Cable In Conduit : CIC) 導体

TF コイルには、電磁力や炉構造に起因する巨大な応力が働く。そのため、超電導コイルに用いられる導体は、機械的に強靱でなければならない。さらに、TF コイルでは、強磁場を発生させるために、大電流を流すことのできる電流容量も必要となる。このような仕様条件を満たすことのできる導体として、ITER では、ケーブル・イン・コンジット (Cable In Conduit : CIC) 導体が用いられている<sup>[5]</sup>。これは、直径 0.82 mm の Nb<sub>3</sub>Sn 超電導線(以下、素線という)を 1000 本以上多段で撚り合わせ、それをステンレス製ジャケットに格納した構造のものである。TF コイルに用いられる CIC 導体の概要図及び諸元を図 1.5 と表 1.1 に示す。TF コイル用 CIC 導体は、Nb<sub>3</sub>Sn 素線約 1000 本、安定化のための銅線 522 本から構成されている。Nb<sub>3</sub>Sn 素線は、安定化のための銅部、その銅部をスズの拡散から保護するためのバリア部及び超電導層を形成するフィラメント部から構成される。

このような超電導導体及び素線の臨界電流値は、磁場  $B$ 、温度  $T$  及び機械的歪  $\epsilon$  の 3 パラメータの大きさによって決定される。ここで、臨界電流値は、超電導状態で流すことのできる電流の限界値のことを言い、 $I_c$  と呼ぶ。本論文の研究対象である TF コイル用 CIC 導体には、前述したように、通電電流 68 kA、外部磁場が 10.8

T の運転環境であることに起因して、巨大な電磁力が印加されるために、この3パラメータの中でも、特に  $\varepsilon$  の大きさが重要となる。

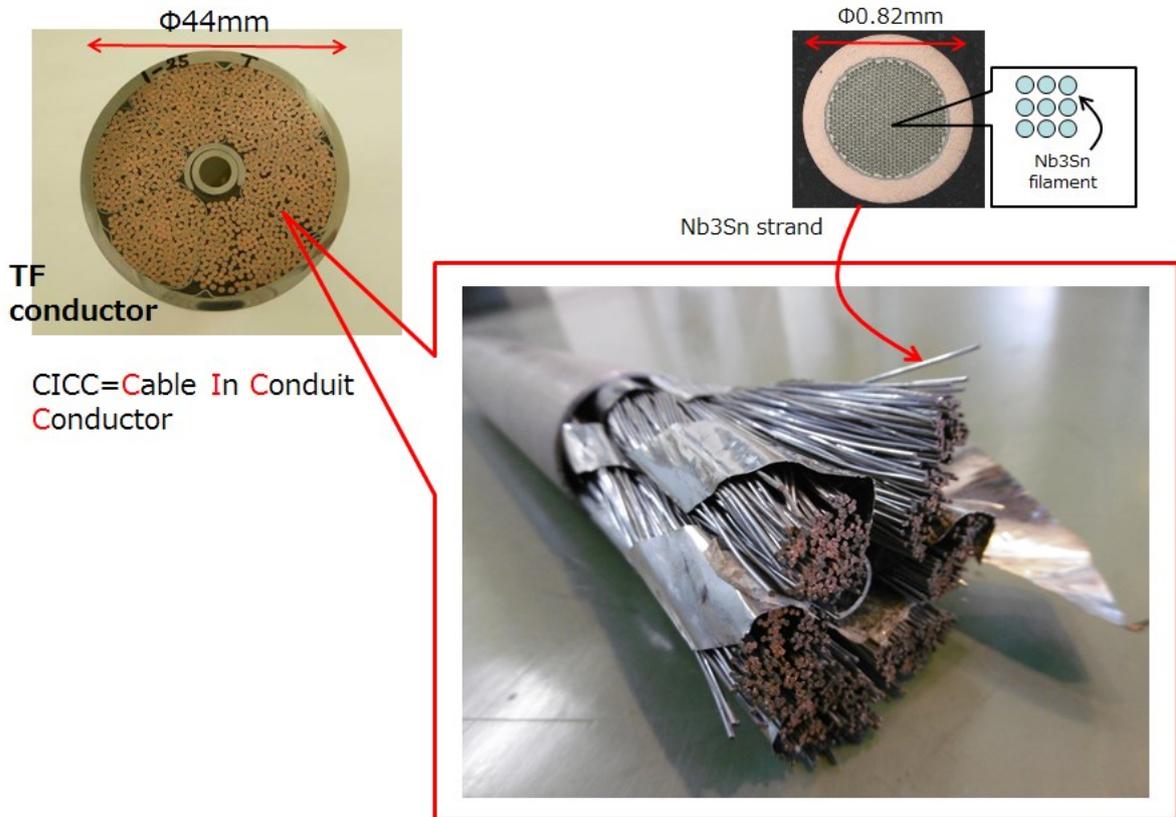


図 1.5 CIC 導体<sup>[6]</sup>

表 1.1<sup>[7]</sup>

Strand	
Type	Nb <sub>3</sub> Sn
Process of manufacture	Bronze route
Diameter	0.82 mm
Cu/non-Cu ratio	1.0
Barrier material	Nb
Thickness of barrier	10 μm
Bronze/filament ratio	2.2
Conductor	
Cabling structure	(3 <sup>1</sup> )×3×5×5+core <sup>2</sup> )×6
Cabling pitch	81/140/186/298/420 mm
Strand surface	Cr
Material of jacket	316LN
Inner diameter of jacket	39.7 mm
Outer diameter of jacket	43.7 mm
Void fraction	33 %

### 1.1.4 CIC 導体超電導特性評価試験

開発した上述の CIC 導体に対しては、その超電導特性を評価することを目的として、スイス・ローザンヌ工科大学プラズマ物理研究センターが所有する大型導体試験装置（通称、SULTAN 試験装置）を用いて、導体性能評価試験が実施されてきている（以降、本試験を SULTAN 試験と呼ぶ）<sup>[8]</sup>。

本試験では、約 3.5 m の 2 本の直状導体を用いて試験サンプルを製作している。電流供給用のターミナル部及び 2 本の導体を電氣的に接続するためのジョイント部を施工するために、導体の両端部のジャケットを取り外し、そこに銅製スリーブを取り付けている。ターミナル部及びジョイント部では、撚線をボイド率 33 % から 25 % に圧縮形成し、さらに、撚線内部を半田含浸している。これは、ターミナル及びジョイント部において、素線間での転流を発生させ、実際の導体内部のように、電流が各素線へ均等に染み込み易くするためである。そして、これら導体のジョイント部同士を半田接続することによって、図 1.6 に示す導体サンプルの形状となる。SULTAN 試験では、外部磁場を 10.8 T、通電電流を 68 kA の条件のもと、導体サンプルの分流開始温度 ( $T_{cs}$ ) を測定している。これは、導体自身の自己磁場と合わせて、炉内 TF コイルの最も厳しい運転条件における導体の超電導特性 ( $T_{cs}$ ) を評価するためである。また、外部磁場は、同じく図 1.6 に示すように、サンプル長手方向に沿って 10.8 T ~ 0 T の範囲で分布する。そのため、高磁場一定領域 (10.8 T) の 450 mm 区間に電圧タップを取り付け、そこでの電圧を測定する。導体サンプルには、上記の外部磁場に加えて、導体自身の自己磁場及びサンプル往復通電による他方導体からの自己磁場も存在する。

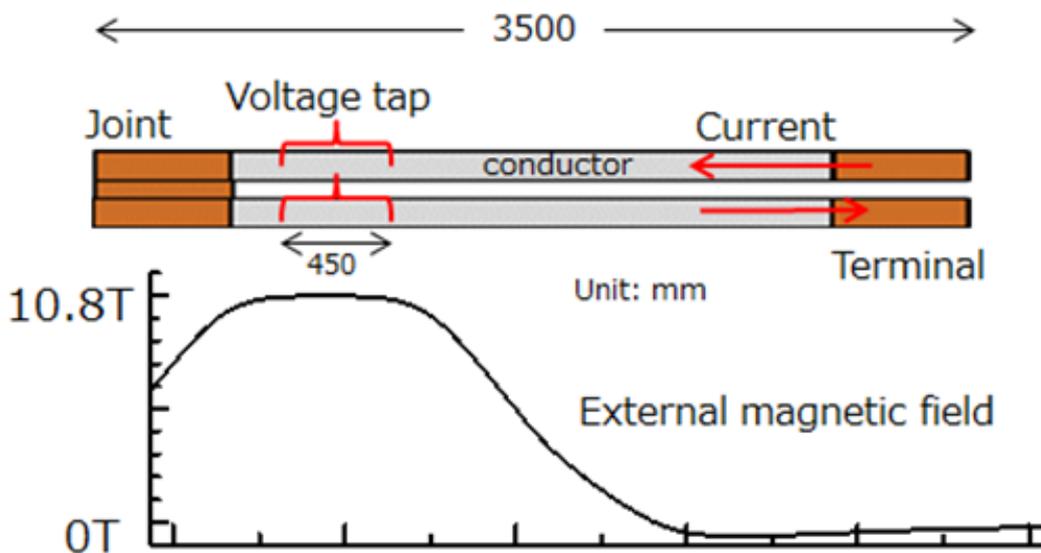


図 1.6 SULTAN 試験サンプル

図 1.7 に、これまで実施してきた SULTAN 試験の試験結果の一例を示す<sup>[9]</sup>。図 1.7 に示す試験結果は、横軸が温度、縦軸が導体の発生電圧を示したものである。赤点線は、素線単体の性能から予測した導体性能であるが、実際に観測された導体性能は、黒実線に示すように、予測電圧特性よりも、早く電圧が立ち上がり、予想よりも超電導特性の劣化が大きくなっている。

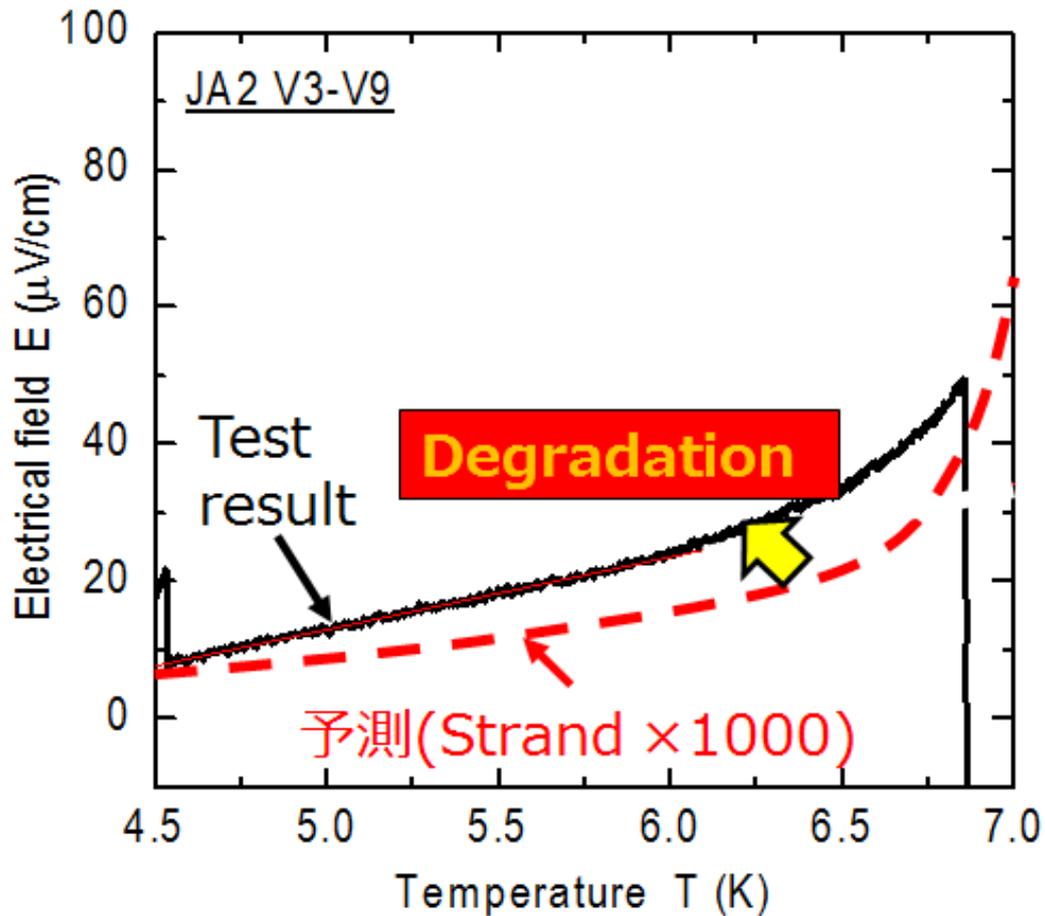


図 1.7 SULTAN 試験結果の一例

### 1.1.5 導体の超電導性能の劣化要因

図 1.7 のような導体の超電導特性の劣化要因としては、これまでの研究から、導体が巨大な電磁力を受けることによって、導体内部素線が波状の曲げ変形を受け、その曲げ歪によって素線の超電導性能が劣化することが原因と考えられている<sup>[10]</sup>。

通電による電磁力が発生すると、導体内部の素線には、接触している他の素線を支点として、電磁力が印加される方向に波状の曲げ変形を受ける。この曲げ変形によって、素線には曲げ歪が加わり、その性能が劣化する。さらに、導体内部の素線は、撚線として、多段階で撚られているために、非常に複雑な幾何学的構造をしている。そのため、素線の波状の曲げ変形の大きさは、導体内部で素線ごとに異なることが考えられる。

このような曲げ歪による素線の劣化特性を考慮した上で、導体性能を評価するために、これまでの研究では、導体内素線に印加される歪に着目して、有効歪という概念が導入された<sup>[11]</sup>。これは、素線に印加される初期歪及びコイル全体に印加されるフープ力による歪の他に、これらの歪で説明できない劣化分の歪を仮想的に実装することで、導体性能を定性的に説明する手法である。この仮想的な歪を有効歪と呼んでおり、つまり、これが、素線毎の波状曲げ変形による劣化分に相当する。これまで、このような手法を駆使して、導体性能を解析的に把握し、導体設計が行われてきた<sup>[12]</sup>。

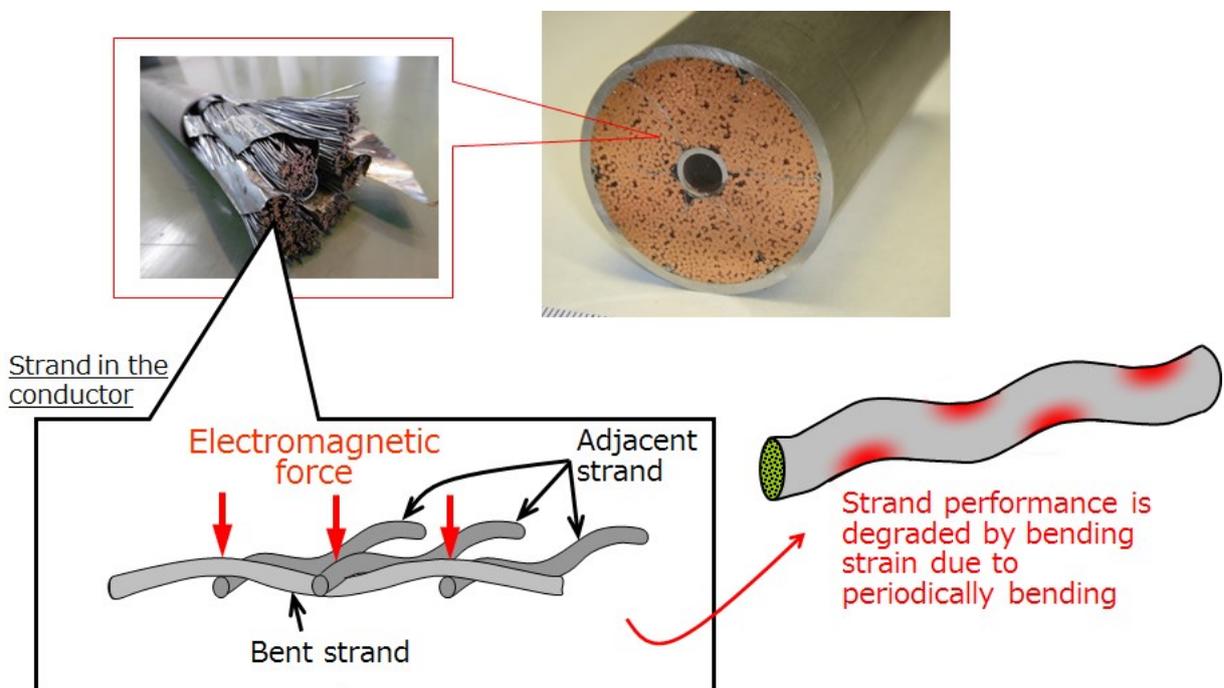


図 1.8 導体内部素線の波状曲げ変形

## 1.2 本論文の目的と概要

これまで、上記の手法も含めて、多くの研究者によって、CIC 導体性能を解析的に求めるための評価手法が考案されてきている<sup>[13] [14] [15] [16]</sup>。その評価結果の蓄積によって、今日の核融合炉用超電導導体は開発されており、過去の様々なプロジェクトにおいて、開発されてきた導体は、要求を満足する性能を発揮している。しかし、ITER 計画の次の段階である核融合発電実証炉では、商用化に向けた発電効率の実証を目的とするため、実証炉は、ITER 計画の実験炉より巨大化することが考えられ、それに合わせて TF コイル等の超電導コイルも巨大化・大電流及び高磁場化することが見込まれる。そのため、超電導導体の設計・開発には、これまで以上の精密性が必要となるため、導体性能を定量的に予測・評価することのできる新たな解析・評価手法の開発が必要と言える。そこで、本研究では、導体性能劣化の主要因である導体内部各素線の曲げ歪を定量的に予測し、その結果から、導体性能を評価することのできる新たな評価手法の確立を目的とした。すなわち、新たな導体性能の評価手法を開発・確立することによって、炉内の様々な条件下における CIC 導体の性能予測と、次世代の核融合炉用導体の定量的な設計に資することを目指した。

以上の背景のもと、本研究では、まず、素線の波状曲げ変形に対する臨界電流特性を評価することのできる計算手法を考案・提案した。ここでは、導体内約 1000 本の各素線に対して計算を行うために、高速に定量的評価を可能とする評価手法の開発を行った。次に、導体内素線の複雑な幾何学的構造を考慮した曲げモーメント計算モデルを構築し、それを用いて、各素線に印加される曲げ歪を計算・予測した。そして、その曲げ歪量に対する臨界電流特性を上述の評価手法を用いて計算し、その結果から、構築した回路モデルを用いて導体性能を評価した。本論文は、以上の成果を全 5 章にて、まとめたものである。以下に各章の概要を記す。

### 第 2 章「素線の波状曲げ変形特性評価手法の開発」

本章では、素線波状曲げ変形特性評価試験の概要及び試験で得られた振舞・特性を再現するための計算手法の開発について説明している。

導体性能を評価するためには、CIC 導体内の素線がどの程度、波状の曲げ変形によって劣化するのかを把握しなければならない。そのため、この変形による素線の劣化特性を評価することを目的として、素線波状曲げ変形特性評価試験が実施された。この試験では、導体内の電磁力による波状曲げ変形を模擬して、素線に周期的な曲げ変形を人工的に加えた状態で電圧電流特性を測定し、その時の臨界電流値を評価している。曲げ変形を徐々に大きくしていき、その都度、臨界電流値を測定することで、素線の波状曲げ変形特性を得る。この試験に対して、劣化特性の評価及びシミュレーションを行うために、素線に回路モデルを適用して、素線内部の電流分布を評価する等の数値解析的手法が、これまで国内外の研究者によって提案され

てきた。一方、本研究では、CIC 導体性能を評価することを目的としたため、導体内にある 1000 本以上の各素線に対して、素線の波状曲げ変形特性を評価する必要がある。これに対し、従来のような回路モデルを解く等の数値解析的手法では、計算負荷が膨大になってしまうという問題があった。そこで、ここでは、曲げ歪に対する素線の臨界電流特性を、簡易的に求めることのできる高横断抵抗モデル (HTRM : High Transverse Resistance Model) と呼ばれる計算モデルを応用して、素線の波状曲げ変形特性を高速に計算できる新たな評価手法を提案している。これによって、素線に印加される最大曲げ歪さえ決定すれば、一意的に臨界電流を求めることができるようになるため、上述のような数値解析は不要となる。これにより、計算負荷の削減を実現することができ、従来の手法に比べて、高速に素線の波状曲げ変形特性を評価することが可能となった。さらに、曲げ歪を計算する過程では、素線を構成する銅及びブロンズ部の塑性変形を考慮することで、より定量的な曲げ歪の評価を実現している。このように、本研究で開発した評価手法は、計算負荷の低減及び正確性の観点から、従来の手法に比べて、より汎用性及び信頼性の高いものとなっており、素線設計作業において、非常に有効な計算ツールとなる。

### 第3章 「導体内部の物理現象モデルの構築」

本章では、前章にて開発した素線の波状曲げ変形特性評価手法を用いて、CIC 導体性能を高速かつ定量的に評価することのできる評価手法の開発について説明している。CIC 導体内の各素線は撓られている構造のため、素線同士が密に接触している状態にある。そのため、素線は、波状曲げ変形試験のように、曲げモーメントの大きさに応じて、自由に撓むとは限らない。つまり、撓み量が制限されることによって、電磁力による曲げモーメントは緩和される可能性がある。このような現象が実際に発生しているのか否かを検証するために、導体内部の各素線に印加される曲げモーメントを計算し、各素線の撓み量を評価している。その結果、多くの素線が、電磁力を受けることによって、隣接する他素線と接触し、その撓み量は制限されていることがわかった。しかし、導体内部の各素線は、複雑な幾何学的構造となっているため、各素線の撓み制限量を個々に評価することは困難である。そこで、このような物理現象をマクロ的に表現することを考え、曲げモーメント計算において、緩和係数  $\alpha$  を導入した新たな物理モデルを構築・提案している。 $\alpha$  が 1 に近いほど、素線は隣接する他素線と密接に接触しており、撓み難くなっている状態を表す。逆に 0 に近いほど、波状曲げ変形試験のように、素線が自由に撓む状態にあることを表す。これまで実施されてきた導体性能試験結果と一致する  $\alpha$  値を導入することで、導体内各素線の曲げ変形量を定量的に考慮した新たな導体の超電導性能評価手法の確立を実現している。

### 第4章 「CIC 導体の超電導性能評価手法の開発」

2 章にて素線の波状曲げ変形特性の高速かつ定量的な評価手法を開発し、3 章に

て、CIC 導体内の曲げ歪分布を定量的に評価することのできる物理モデルを構築した。本章では、これらの成果を統合して、統一的に導体性能を評価することのできる CIC 導体性能評価手法について説明している。

CIC 導体性能を統一的に評価するために、導体を回路モデル化し、導体内部の電流分布を評価できる計算コードを開発している。導体性能試験の場合、導体同士を接続するジョイント部では、素線間の接触コンダクタンスは比較的高く転流し易いことから分布定数回路モデルを適用している。一方、導体本体部では、ジョイント部に比べて、素線間の接触コンダクタンスが十分低く転流し難いことから、集中定数回路モデルを適用している。集中定数回路モデルを用いることによって、計算時間の大幅な短縮を実現している。導体内各素線の電圧計算には、超電導特性を考慮することのできる  $n$  値モデルを適用しており、この計算過程において、2 章及び 3 章で確立した評価手法を用いて、素線毎の臨界電流値を定量的に計算している。本モデルによって計算された導体の電圧特性と、導体性能試験で得られたそれは、比較的良く一致したことから、本評価法の妥当性を確認することができた。さらに、温度等をパラメータとし、導体性能を評価することで、核融合炉内の様々な条件における TF 導体の超電導性能を定量的に評価することに成功した。

## 第5章「総括」

本章では、本研究で得られた成果及び知見を総括し、次の研究段階である大型コイルの超電導性能評価手法の開発に向けた課題を記し、本論文のまとめとした。

## 第 2 章

# 素線の波状曲げ変形特性

## 評価手法の開発

## 2.1 概要

第1章で記したように、CIC 導体の超電導性能は、巨大な電磁力を受けることによって、劣化する。これは、導体内部の素線が、電磁力によって波状に曲げ変形を受け、その曲げ歪によって、素線の性能が劣化するためである。このような導体内部の変形を模擬するため、素線に人工的な波状曲げ変形を印加した状態で、臨界電流測定（以下、本試験を波状曲げ変形試験という）が実施され、この変形による素線の性能劣化が実験的に評価された<sup>[17]</sup>。

曲げ変形による素線の劣化特性を評価するモデルとして、Ekin 氏により低横断抵抗モデル（LTRM：Low Transverse Resistance Model）と高横断抵抗モデル（HTRM：High Transverse Resistance Model）が提案されている<sup>[18]</sup>。これは素線を一樣に曲げた時の最大歪に着目し、前者はフィラメント間で完全に転流する場合、後者は全く転流しない場合を想定して、素線の臨界電流を評価するモデルである。長年、どちらのモデルが素線の振る舞いを正確に模擬できるか、或いは、その中間値を用いて評価する平均化手法について研究がなされてきた<sup>[19][20]</sup>。このような評価手法の長所としては、曲げ歪さえ計算できれば、素線の  $I_c$  を一意的に求めることができるため、計算負荷が比較的小さいことが挙げられる。しかし、本手法は一樣曲げを仮定しているため、実際の導体内素線の変形形状である波状曲げ変形特性を評価する際には、一樣曲げを波状曲げに近似することになるために、定量的な評価ができるとは言い難い側面がある。一方で、素線の波状曲げ変形に対して、非常に定量的な評価手法も開発されている<sup>[21][22]</sup>。この手法は、素線に対して、分布定数回路モデルを適用し、素線内部の電流分布を定量的に計算するものである。本手法を用いれば、素線の波状曲げ変形特性を定量的に評価できることが確認されており、素線設計作業において、様々な状況下における素線の波状曲げ変形特性のデータベース構築に資してきた<sup>[23]</sup>。しかし、その一方で、本手法では、回路モデルを解くための繰り返し計算を要するため、計算負荷が大きい。さらに、その計算過程では、非線形性の性格が強い超電導特性を考慮する必要があるため、その解の収束には、非常に時間がかかる。このようなことから、本手法を導体内約 1000 本の素線に対して、同時に適用することは、計算容量及び計算時間の観点から、非現実的になってしまう。

このように、評価の定量化及び計算負荷のバランスの観点から、導体内素線に適用できる素線の波状曲げ変形特性評価手法は、未だ確立されていないことがわかる。

そこで、本研究では、定量的且つ高速に計算することのできる素線の波状曲げ変形特性評価手法の確立を目指した。本章では、その評価手法の詳細について述べる。

## 2.2 素線諸元

本研究で用いる素線は、ITER TF 導体用素線である<sup>[6]</sup>。その諸元及び素線断面図を表 2.1 及び図 2.1 に示す。素線はブロンズ法にて製作されたものであり、その径は 0.82 mm である。素線内部には、ニオブ (Nb) のフィラメントがブロンズマトリクス中に埋め込まれており、これを熱処理することで  $\text{Nb}_3\text{Sn}$  を生成する。素線外周部には、安定化のための銅部が設けられているが、熱処理時に、この銅部が、ブロンズに含有されているスズ (Sn) によって汚染されることを防ぐために、銅部とブロンズマトリクスの間には、Nb バリアが設けられている。

表 2.1 素線諸元

Type	$\text{Nb}_3\text{Sn}$
Process of manufacture	Bronze route
Strand radius ( $R_{cu}$ )	0.41 mm
Superconducting area radius ( $R_{br}$ )	0.25 mm
Cu/non-Cu ratio	1.0
Barrier material	Nb
Thickness of barrier	10 $\mu\text{m}$
Bronze/filament ratio ( $\lambda$ )	2.2
Filament twist pitch	15 $\pm$ 2 mm

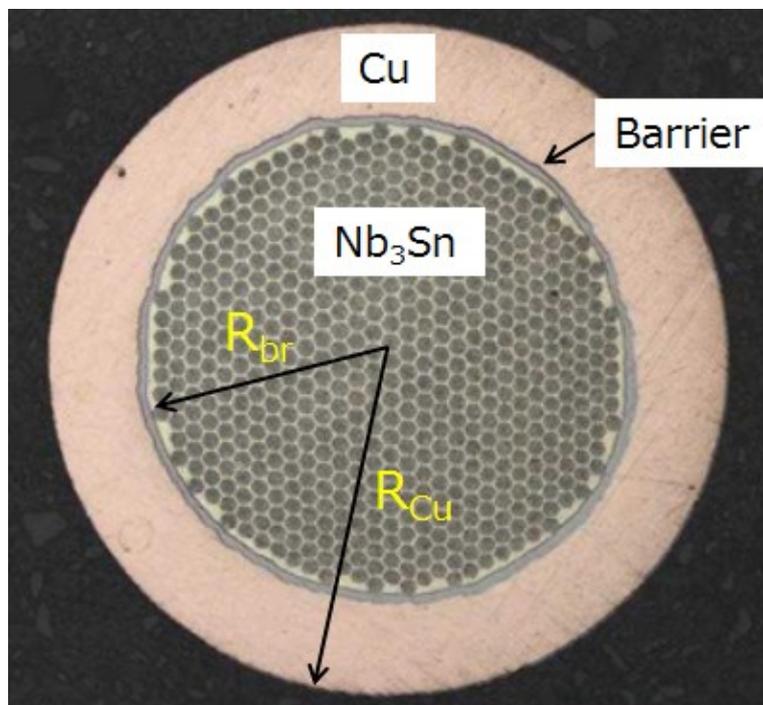


図 2.1 素線断面

## 2.3 素線波状曲げ変形特性評価手法の開発

素線の波状曲げ変形特性評価手法の開発では、定量的な評価ができること及び高速に評価ができることが重要となる。

これまでの研究から、素線内部のフィラメント間では、ほとんど転流は発生しないことが明らかとなっている<sup>[24][25]</sup>。本研究では、この事実に基づき、フィラメント間の転流を無視した大胆なモデルを仮定することにした。転流を無視することで、フィラメント間の電流パスを考慮する必要がなくなるために、分布定数回路のような回路モデルが不要となり、大幅な計算時間の削減を実現することができる。また、転流を考慮しないことは、フィラメント長手方向にしか電流パスは存在しないため、各フィラメントの  $I_c$  値は、その長手方向要素における  $I_c$  の最小値  $I_{c\_min}$  となる。そして、素線全体の  $I_c$  は、次式で示すように、フィラメント本数分の  $I_{c\_min}$  合計値として評価できるようになる。

$$I_c = \sum_{i=1}^N I_{c\_min,i} \quad (2.1)$$

ここに、 $N$  は、フィラメント本数を表す。各フィラメントの  $I_c$  は、歪  $\varepsilon$  さえわかれば、実験によって得られた次式に示す  $I_c - \varepsilon$  特性<sup>[26]</sup>に、 $\varepsilon$  値を挿入することで計算できる。

$$I_c(T, B, \varepsilon) = \frac{C_1}{B} \gamma (1-t^{1.52}) (1-t^2) h^p (1-h)^q \quad (2.2)$$

$$\varepsilon_{ax} = \varepsilon + \varepsilon_m \quad \varepsilon_s h i \bar{f} t \frac{C_{a2} \varepsilon_{0a}}{\sqrt{C_{a1}^2 - C_{a2}^2}}$$

$$\gamma = \frac{C_{a1} \left( \sqrt{\varepsilon_{shift}^2 + \varepsilon_{0a}^2} - \sqrt{(\varepsilon_{ax} - \varepsilon_{shift})^2 + \varepsilon_{0a}^2} \right) - C_{a2} \varepsilon_{ax}}{1 - C_{a1} \varepsilon_{0a}} + 1$$

$$T_c = T_{cm} \gamma^{1/3}, \quad t = \frac{T}{T_c}, \quad h = \frac{B}{B_{c2}}, \quad h = \frac{B}{B_{c2}}, \quad B_{c2} = B_{c2m} \gamma (1-t^{1.52})$$

これらのスケーリングパラメータを表 2.2 に示す。

表 2.2 スケーリングパラメータ

$C_{a1}$	39.263
$C_{a2}$	4.6706
$\varepsilon_{0a}$	$2.3650 \times 10^{-3}$
$\varepsilon_m$	$-3.6280 \times 10^{-3}$
$B_{c2m}$	32.441
$T_{cm}$	16.362
$C_l$	36142
$p$	$9.9716 \times 10^{-1}$
$q$	2.5170

本項では、まず、フィラメントに印加される曲げ歪計算手法について説明する。曲げ歪計算では、素線は、銅及びブロンズを含んでいるため、曲げ変形が大きい場合、塑性変形して曲げ歪が増大し、その超電導性能は大きく劣化する可能性がある。そのため、銅及びブロンズの塑性変形を考慮した定量的な曲げ歪計算を行っている。そして、このように計算した歪分布から求めた素線の  $I_c$  評価結果を試験のそれと比較することで、本評価の妥当性を確認している。

### 2.3.1 曲げ歪計算モデル

曲げ変形により素線に生じる歪  $\varepsilon_b$  は、次式で表される。

$$\varepsilon_b = \varepsilon_{bo} \frac{y}{R_{st}} - \varepsilon_a \quad (2.3)$$

ここに、 $R_{st}$ 、 $R_b$ 、 $\eta$ 、 $\varepsilon_{bo}$ 、 $\varepsilon_a$ 、 $y$  はそれぞれ、素線半径、素線の曲率半径、中立軸座標、素線最外層に生じる歪、塑性変形によって生じた軸方向歪、素線断面の  $y$  座標を示す。曲げ変形を受けた素線断面内の歪分布を図 2.2 に示す。

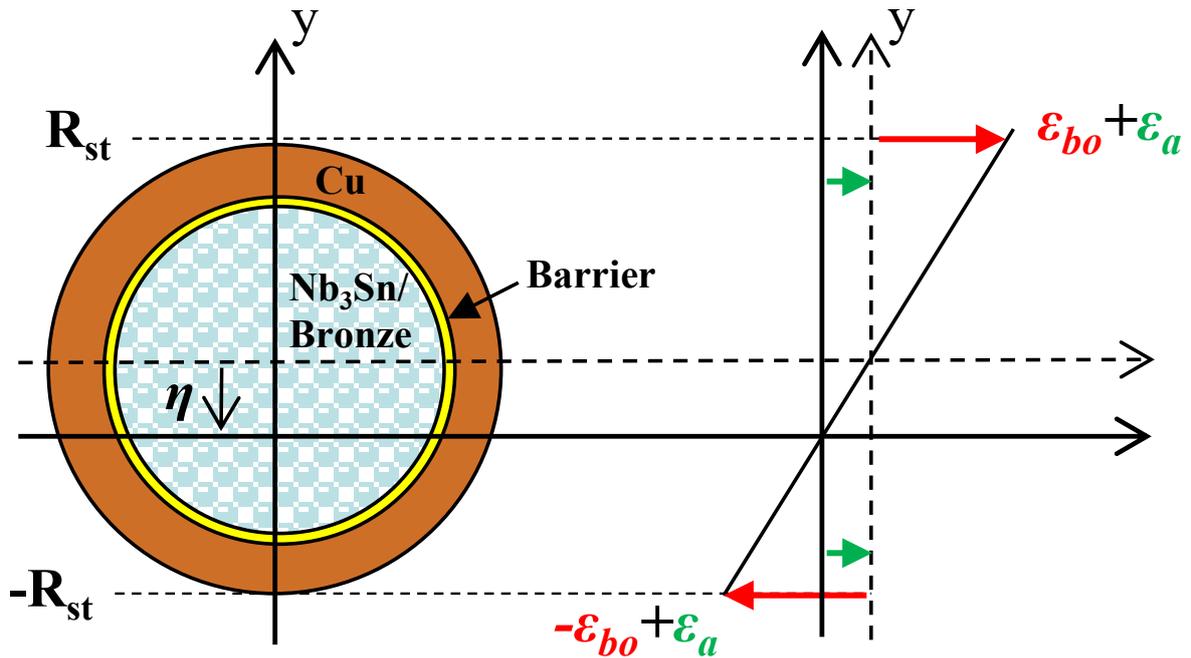


図 2.2 曲げ歪を受けた素線断面

$\epsilon_b$  を計算するためには、 $R_b$  と  $\eta$  を計算する必要がある。この 2 値は、以下の式 (2.4) 及び (2.5) を同時に解くことにより計算することができる。

$$\iint \sigma_{sc} dS + \iint \sigma_{ba} dS + \iint \sigma_{br} dS + \iint \sigma_{Cu} dS = 0 \quad (2.4)$$

$$\iint \sigma_{sc} y dS + \iint \sigma_{ba} y dS + \iint \sigma_{br} y dS + \iint \sigma_{Cu} y dS = M \quad (2.5)$$

$$M = \begin{cases} -\frac{W}{2} \left( z - \frac{l}{4} \right) & z < \frac{l}{2} \\ \frac{W}{2} \left( z - \frac{3l}{4} \right) & z \geq \frac{l}{2} \end{cases} \quad (2.6)$$

$\sigma_{sc/ba/br/Cu}$  はそれぞれ、 $\text{Nb}_3\text{Sn}$ /バリア/ブロンズ/銅部の応力である。式 (2.4) は断面内の応力の総和はゼロとなることを示す。式 (2.5) は応力によって生じる曲げモーメントの総和を  $M$  として示している。これは、素線が波状曲げ変形を受けた際に発生する外部からの曲げモーメントと釣り合わなければならない。 $M$  は、素線が波状曲げ変形を受けた状態を両端固定梁モデルで表現し、素線に印加される横荷重の大きさ  $W$ 、曲げピッチ  $l$  を用いて、式 (2.6) のように計算される<sup>[27]</sup>。式 (2.6) からわかるように、 $M$  は素線長手方向座標  $z$  に沿って変化する。式 (2.4) 及び (2.5) の展開式は、付録 A にて記述している。

$\sigma_{sc}$  と  $\sigma_{br}$  は、表 2.1 に示したブロンズ/フィラメント比を考慮した断面積比を用

いて計算する。 $\sigma_{Cu}$ 、 $\sigma_{br}$  は、銅・ブロンズの塑性変形によって、非線形に変化する。そのため、これらの応力計算では、銅・ブロンズの塑性歪を考慮する必要がある。また、素線のこれらの各部材には、曲げ変形を印加する前に、既に  $Nb_3Sn$  生成熱処理、サンプル製作及び試験温度への降温等の過程によって、初期歪が印加される。そのため、各部材の応力計算では、初期歪の影響も考慮する必要がある。これらの評価方法について、次項に説明する。

### 2.3.2 銅及びブロンズの塑性変形

銅とブロンズの機械特性は同一として、4.2 K における銅（ブロンズ）の応力歪線図を図 2.3 に示す。銅（ブロンズ）は、曲げ印加前において、 $Nb_3Sn$  生成熱処理によって、焼きなまされているために、既に塑性変形していることが考えられる。また、後述するとおり、その歪は、素線の各部材との熱歪のバランスから、引張方向の塑性歪となる。そのため、それに対応する応力は、引張側塑性領域（図 2.3 内の点）の値となる。曲げ変形を印加し始めると、曲げ印加前の応力値を基準として、図 2.3 に示すように、曲げによる引張応力が生じる領域では、さらに塑性領域の方向に応力が働き、圧縮応力が生じる領域では、弾性領域方向にそれが働くことを仮定した。なお、図 2.3 の応力歪線図は、4.2 K における銅の引張試験の測定データと一致するようにフィッティングして、近似式を評価している。

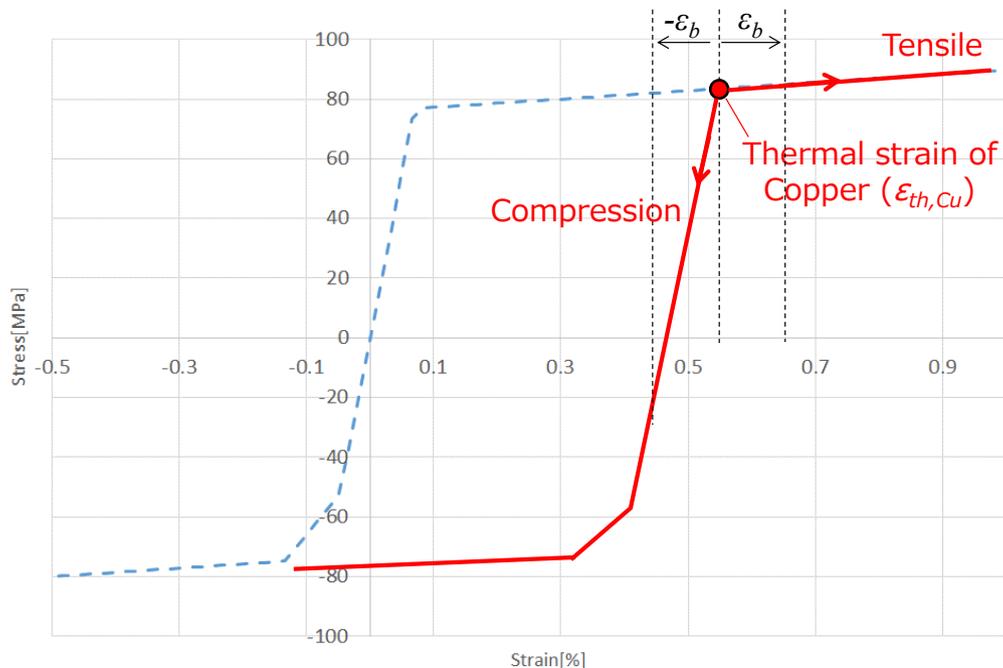


図 2.3 銅の 4K における応力-歪線図

### 2.3.3 初期歪

素線の Nb<sub>3</sub>Sn 層には、曲げ変形の印加前に、Nb<sub>3</sub>Sn 生成熱処理、サンプル製作及び試験温度への降温の過程によって、既に歪が印加されていることが考えられる（以下、この歪を  $\varepsilon_{ini}$  とする）。このように、 $\varepsilon_{ini}$  の大きさは様々な要因が複合して決定されるため、定量的に計算することは難しい。そこで、本研究では、波状曲げ変形印加前の  $I_c$  値から  $\varepsilon_{ini}$  を評価することにし、前述した  $I_c$ - $\varepsilon$  特性から外挿して、 $\varepsilon_{ini} = -0.3\%$  の値を得た。

#### 2.3.3.1 各部材に働く初期歪

各部材に働く初期歪は、 $\varepsilon_{ini}$  値と、図 2.4 に示す 4 K における各部材の熱収縮率の関係を用いて、式 (2.7) 及び (2.8) から評価した。

$$\varepsilon_{ini,cu} = \left( \delta\varepsilon_{sc}^{923 \rightarrow 4K} - \delta\varepsilon_{cu}^{923 \rightarrow 4K} \right) + \varepsilon_{ini} \quad (2.7)$$

$$\varepsilon_{ini,ba} = \left( \delta\varepsilon_{sc}^{923 \rightarrow 4K} - \delta\varepsilon_{ba}^{923 \rightarrow 4K} \right) + \varepsilon_{ini} \quad (2.8)$$

ここに、下付き  $sc/cu/ba$  の  $\delta\varepsilon^{923 \rightarrow 4K}$  はそれぞれ、Nb<sub>3</sub>Sn/銅/バリア材の 923 K→4 K における固有の熱膨張率、 $\varepsilon_{ini,cu/ba}$  はそれぞれ、銅/バリア材の初期歪を表す。なお、ここでは、銅とブロンズの機械特性は比較的近いので、これらの初期歪は同一と仮定している。

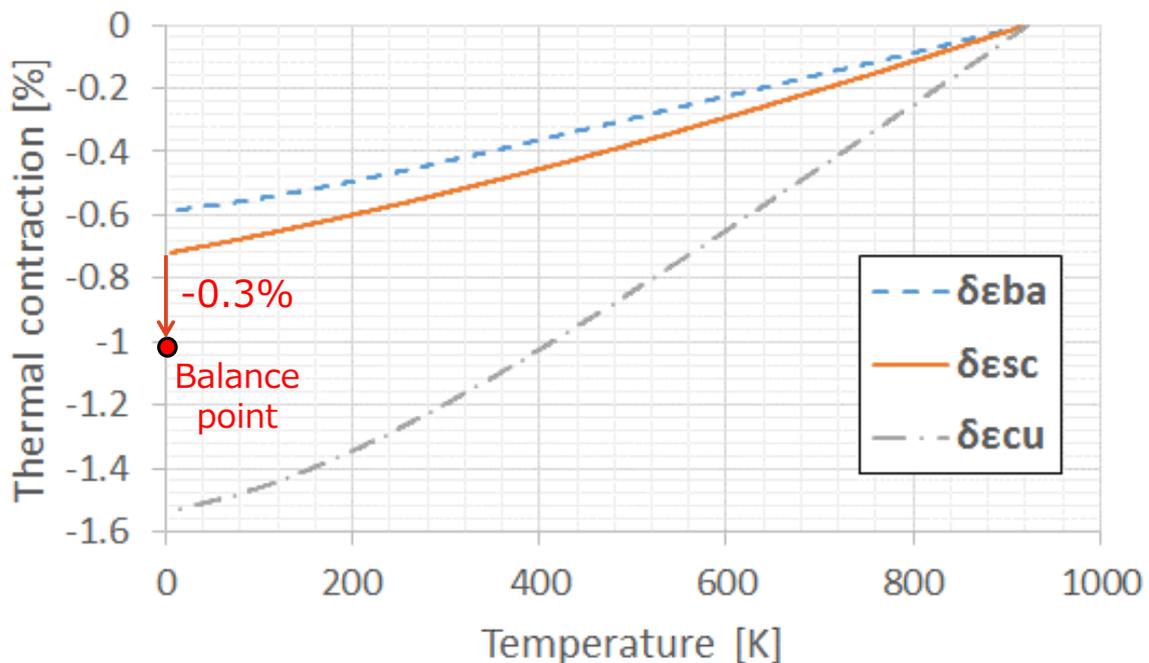


図 2.4 各部材の熱収縮率<sup>[28]</sup>

## 2.4 波状曲げ変形による素線の $I_c$ 劣化特性評価

### 2.4.1 曲げモーメント

式 (2.5) に示したように、素線の曲げ歪計算では、曲げモーメント  $M$  値を設定する必要がある。

波状曲げ試験は、連続の繰り返し曲げであるため、上述したとおり、素線の幾何学的な変形として、図 2.5 に示す両端固定梁モデル（以下、梁モデルという）を仮定する。

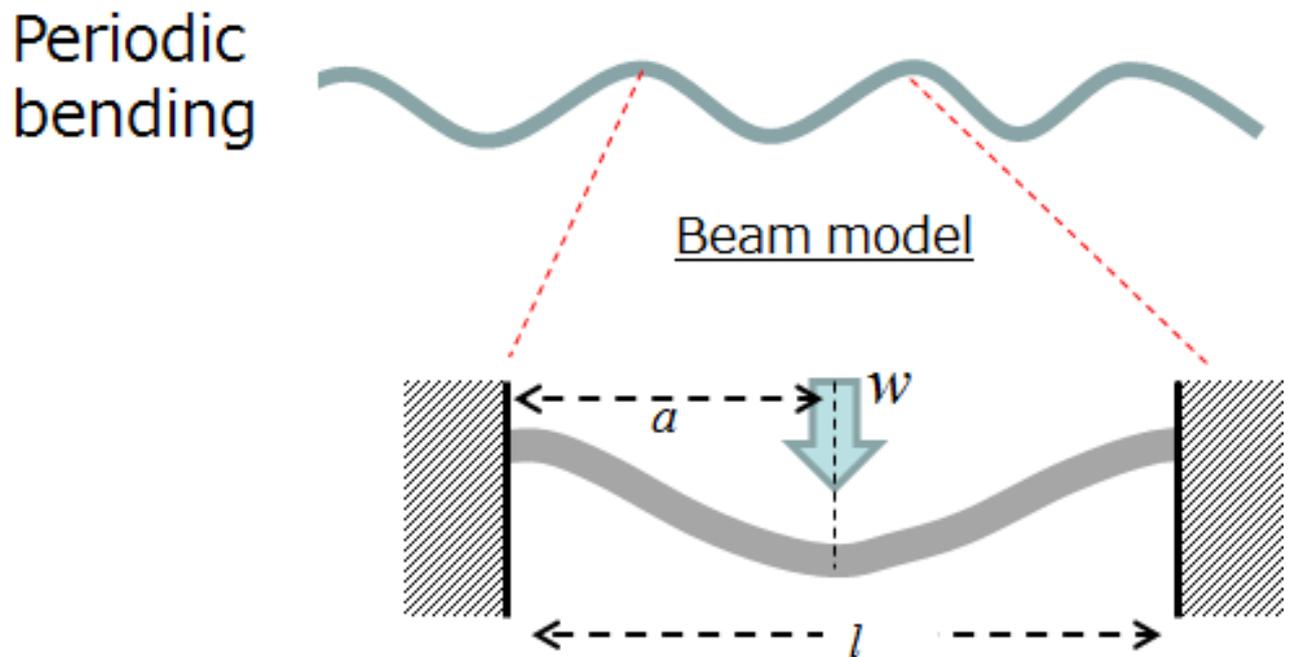


図 2.5 両端固定梁モデル

## 2.4.2 素線 $J_c$ 計算結果

### 2.4.2.1 長手方向におけるフィラメント $J_c$ 分布

フィラメントはツイストされているために、次式を用いて、ツイストによる長手方向の幾何学的配置の変化を考慮する。

$$y = r_w \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{w} z\right) \quad (2.9)$$

ここに、 $r_w$ 、 $\theta$ 、 $w$ 、 $z$  はそれぞれ、フィラメント回転半径、フィラメント初期角度 ( $z=0$  における角度)、フィラメントツイストピッチ、フィラメント長手方向座標を表す。

ここでは、フィラメントの幾何学的配置による影響を考慮するために、素線内のフィラメントの長手方向における  $J_c$  分布をそれぞれ計算した。 $w=15\pm 2$  mm であるのに対し、曲げピッチ  $l=5$  mm であるため、フィラメントが一周する間に、約3回の曲げ変形を受けることになる。

図 2.6 に、 $z=0$  におけるフィラメントと曲げ方向の相関図を示す。 $\theta=0^\circ$ 、 $180^\circ$  のフィラメントは、 $y=0$  となるため、曲げ歪はゼロの状態となる。一方、 $\theta=90^\circ$ 、 $270^\circ$  のものは、曲げ方向に対して、それぞれ最も引張側、圧縮側に位置するので、曲げ歪が最大の状態となる。これらのフィラメントは、 $z$  方向に進むに従い、図 2.6 中に示す矢印の円周方向に回転しながら、 $y$  座標が変化する。そして、各フィラメントは、15 mm の長さをかけて一周し、再び  $z=0$  の位置に戻る。このような条件のもと、図 2.7 に例として、 $\text{Nb}_3\text{Sn}$  層の中間層の  $r_w=R_{br}/2$  における  $\theta=0^\circ$ 、 $90^\circ$ 、 $180^\circ$ 、 $270^\circ$  に位置する4つのフィラメントの長手方向  $J_c$  分布を示す。素線波状曲げ変形試験を模擬するため、 $l=5$  mm とし、低荷重及び高荷重領域を模擬するため、 $F=2000$  及び  $8000$  N/m 時のものを例として示している。

曲げ歪によるフィラメントの劣化度合は、 $y$  座標の位置及び長手方向の  $M$  の2値のバランスによって決定する。図 2.7 の(a)-(d)では、 $F=2000$  N/m と荷重は小さいため、フィラメントに印加される曲げ歪は小さい。そのため、曲げ歪より初期歪  $\varepsilon_{ini}$  の影響の方が大きくなる。一方、(e)-(h)では、 $F=8000$  N/m と荷重は大きいため、フィラメントに印加される曲げ歪は大きい。そのため、フィラメントの劣化度合は、 $\varepsilon_{ini}$  より曲げ歪の影響の方が支配的となる。さらに、曲げ歪が大きい箇所では、安定化銅及びブロンズは塑性変形しているため、曲げ歪が増大し、その結果として、 $J_c$  の劣化は大きくなっていることがわかる。以上のような検証を全フィラメントに対して実施した。

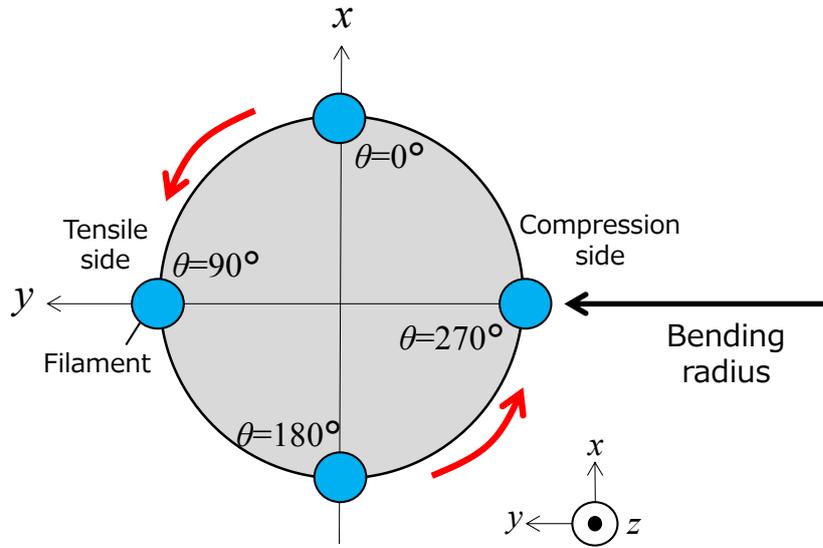
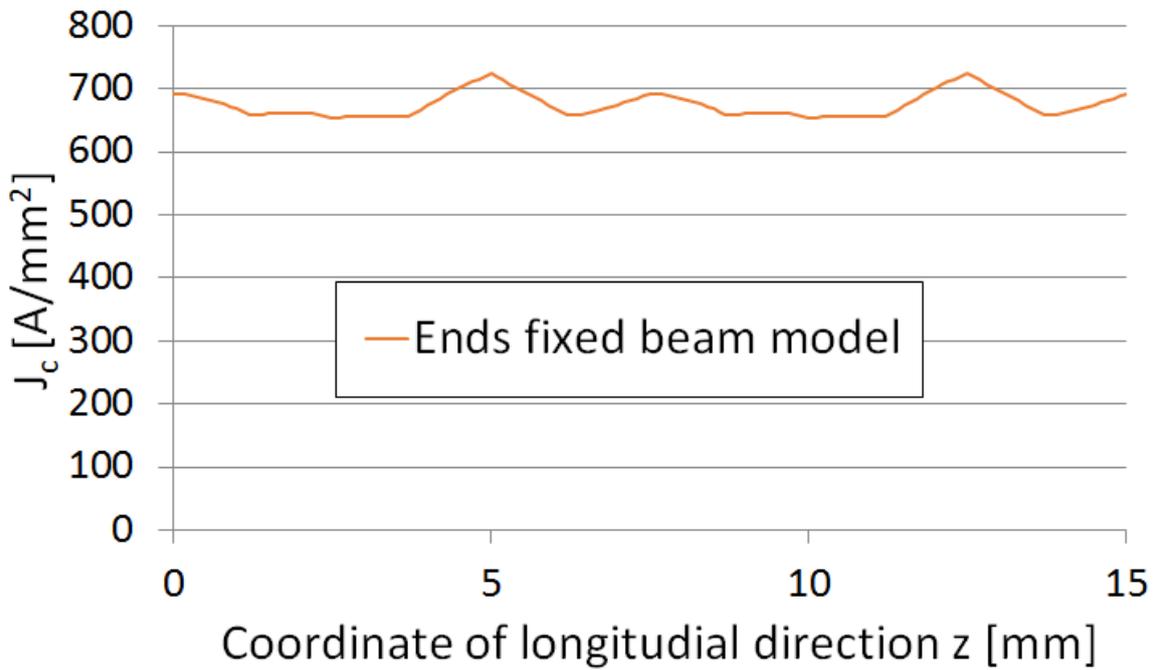
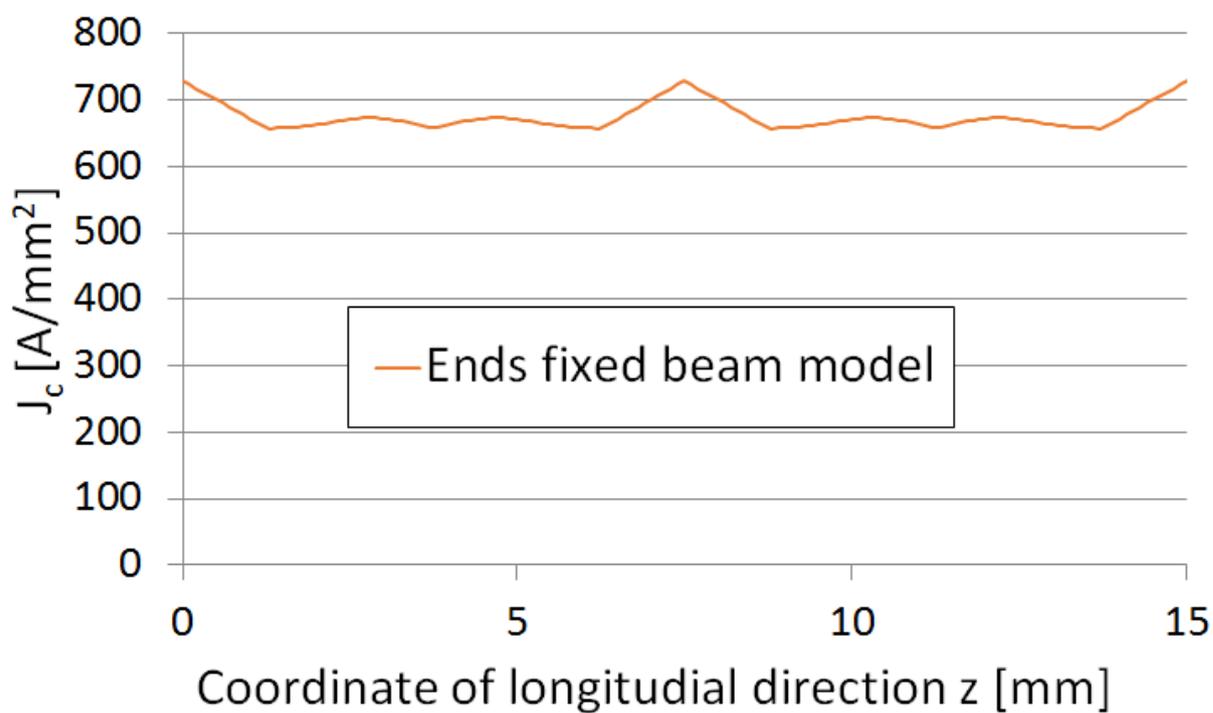
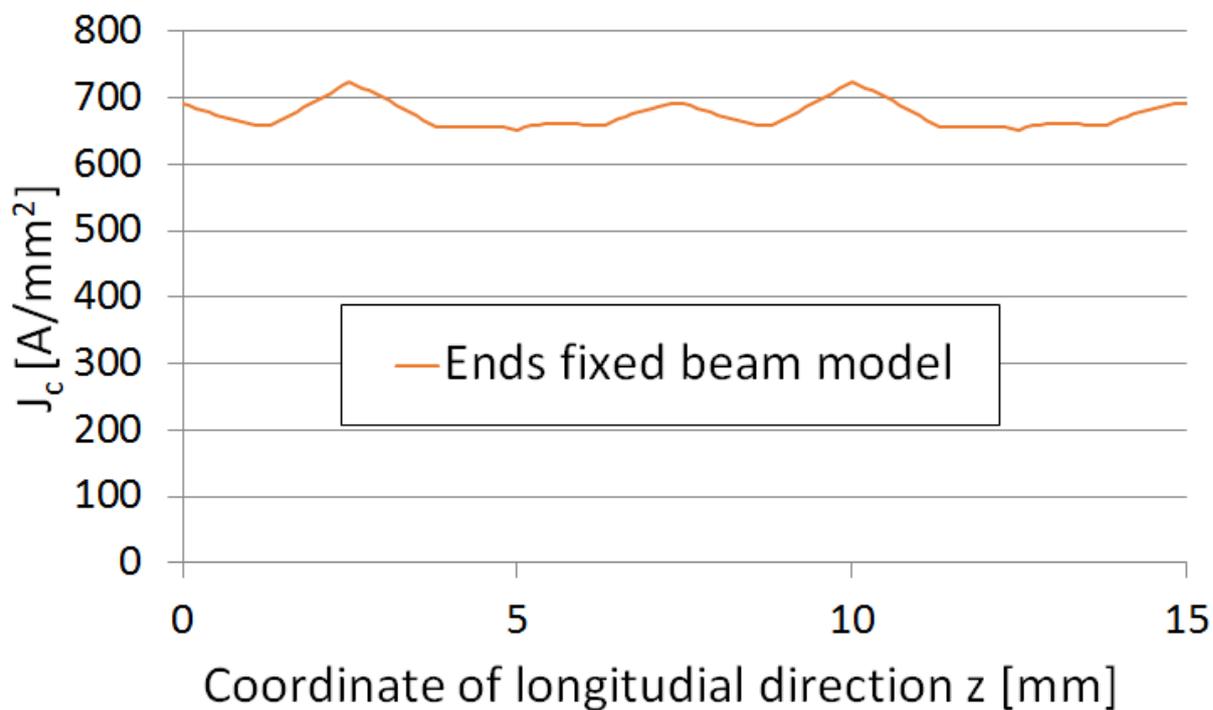
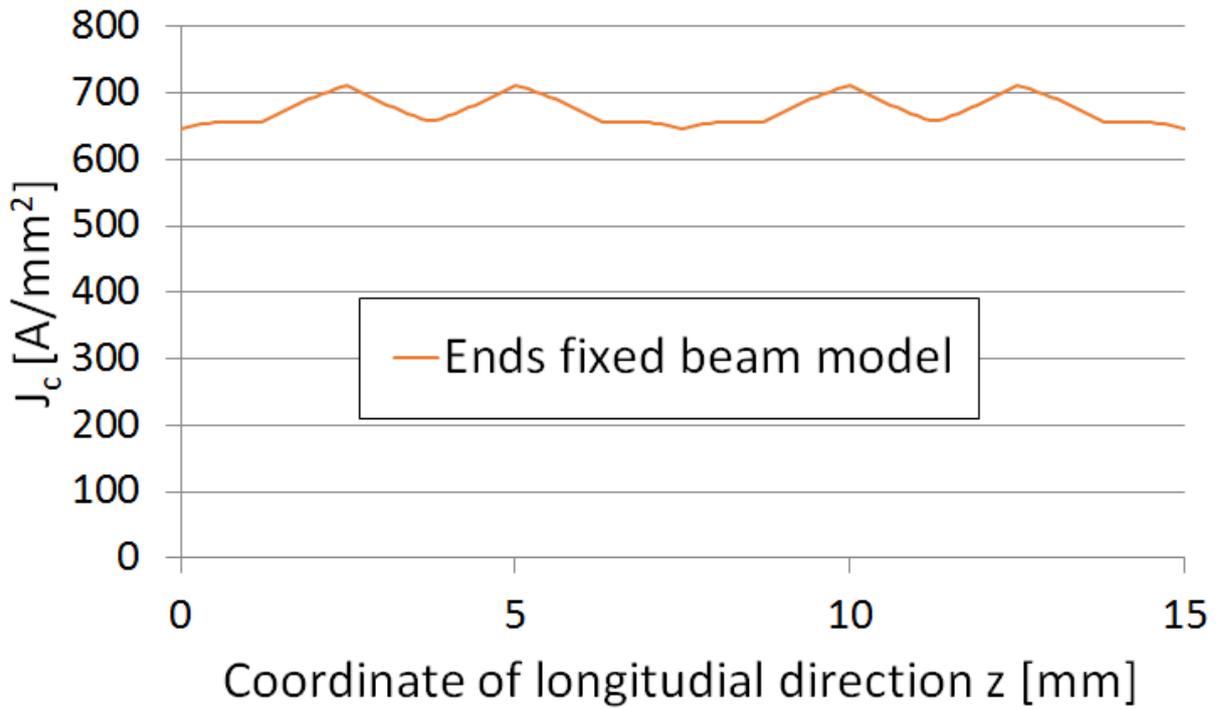


図 2.6  $z=0$  における各フィラメントの配置

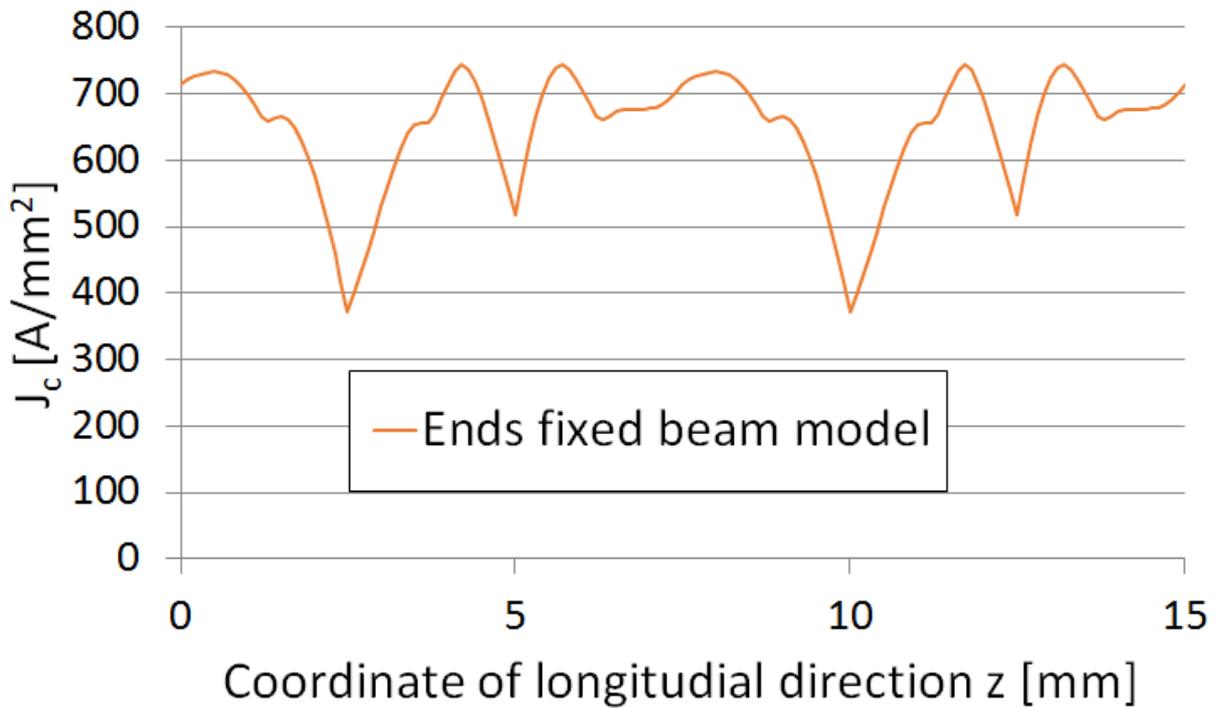


(a)  $F=2000$  N/m ,  $\theta=0^\circ$

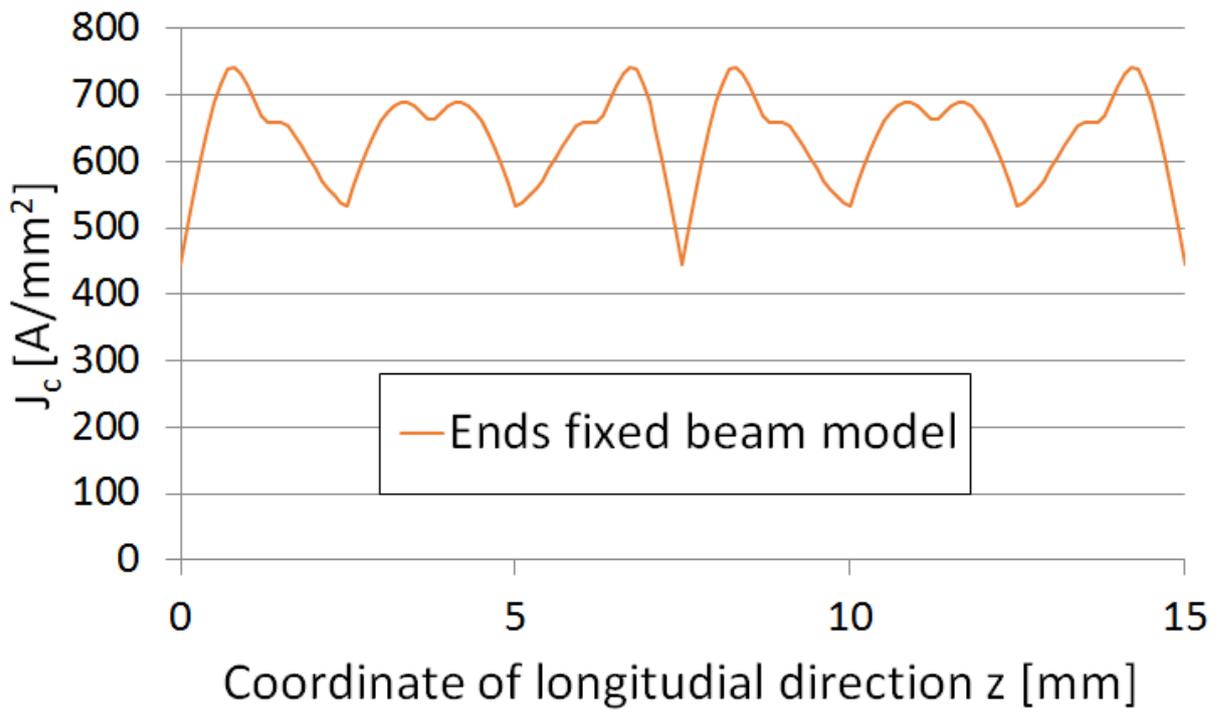
(b)  $F=2000$  N/m ,  $\theta=90^\circ$ (c)  $F=2000$  N/m ,  $\theta=180^\circ$



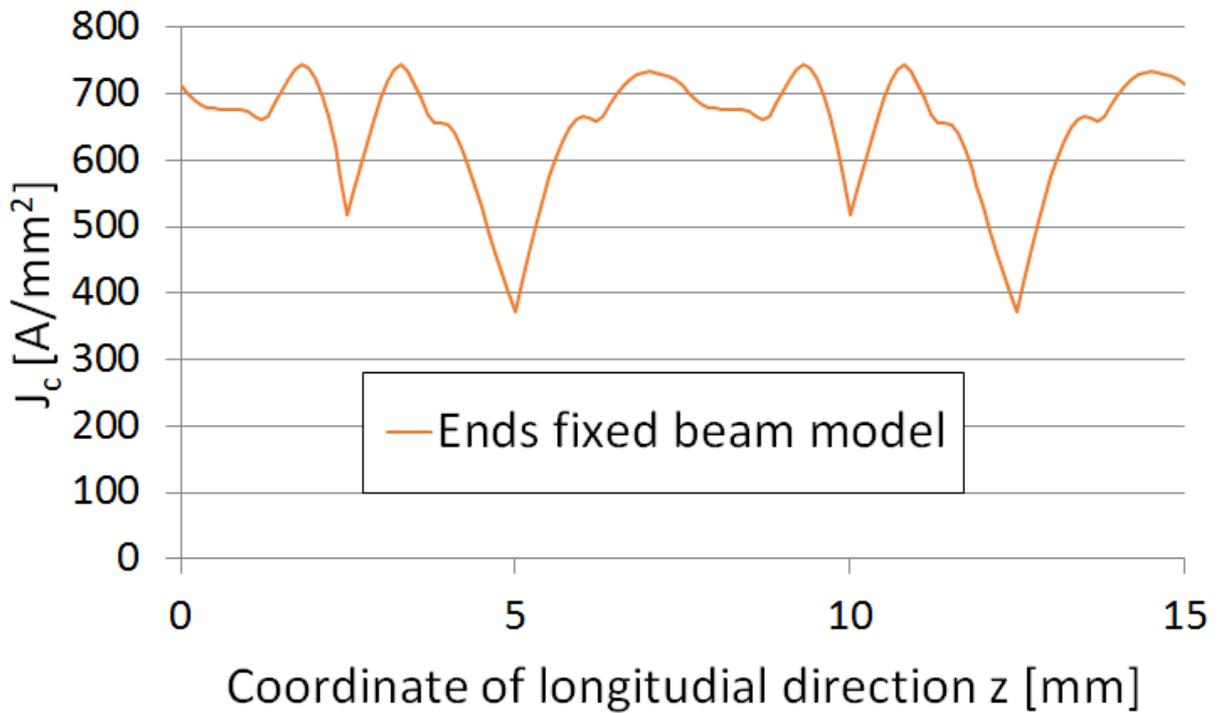
(d)  $F=2000$  N/m ,  $\theta=270^\circ$



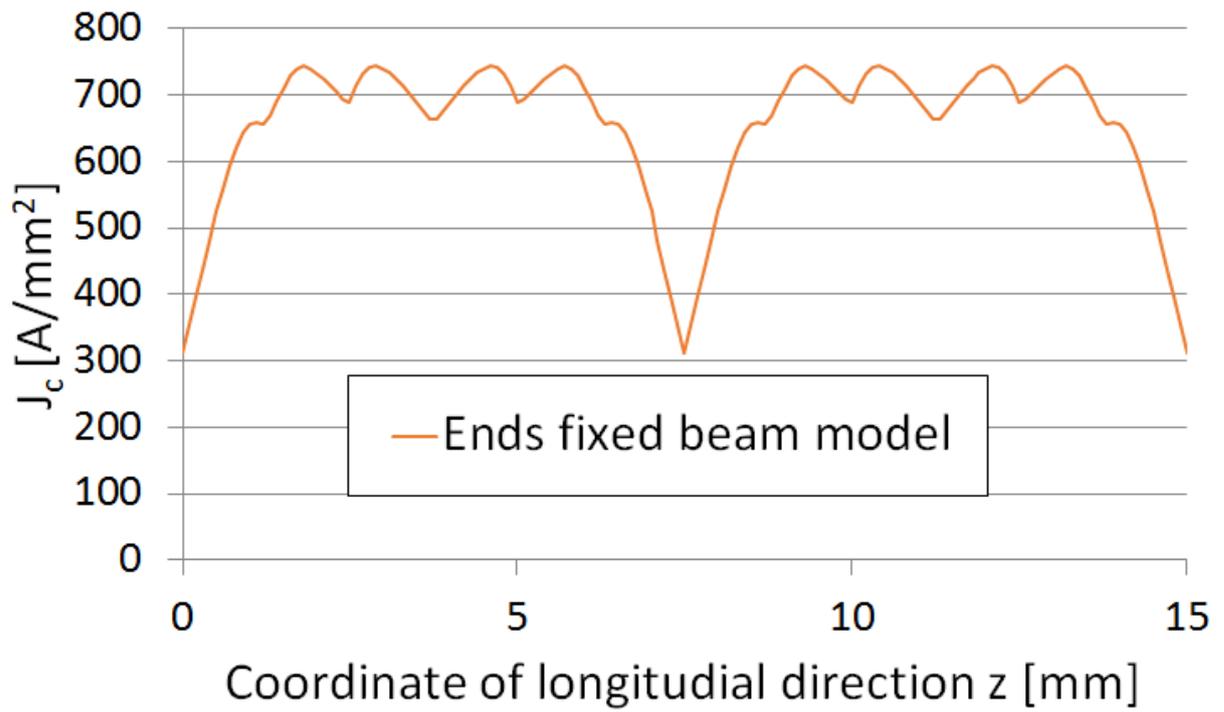
(e)  $F=8000$  N/m ,  $\theta=0^\circ$



(f)  $F=8000$  N/m ,  $\theta=90^\circ$



(g)  $F=8000$  N/m ,  $\theta=180^\circ$



(h)  $F=8000 \text{ N/m}$ ,  $\theta=270^\circ$

図 2.7  $J_c$  分布

### 2.4.2.2 荷重 $F$ に対する素線 $I_c$ 劣化特性評価結果

前項で実施した計算を全フィラメントに対して実施した。前述したとおり、本モデルでは、各フィラメントの  $I_c$  は、その長手方向の  $I_c$  最小値  $I_{c\_min}$  とするため、各々の  $I_{c\_min}$  を求めた。そして、式(2.1)によって、素線  $I_c$  を評価した。計算結果を図 2.8 に示す。また、本計算結果の妥当性を確認するために、付録 B に示す先行研究として実施された素線波状曲げ変形特性評価試験の結果も同図に示している。運転条件は、温度 5 K 及び磁場 12 T である。図 2.8 より、試験結果と計算結果は比較的良く一致していることがわかる。このように、本モデルを用いれば、フィラメントの  $J_{c\_min}$  を計算することによって、分布定数回路モデルを解くことなく、波状曲げ変形特性評価試験を定量的に再現できることがわかる。

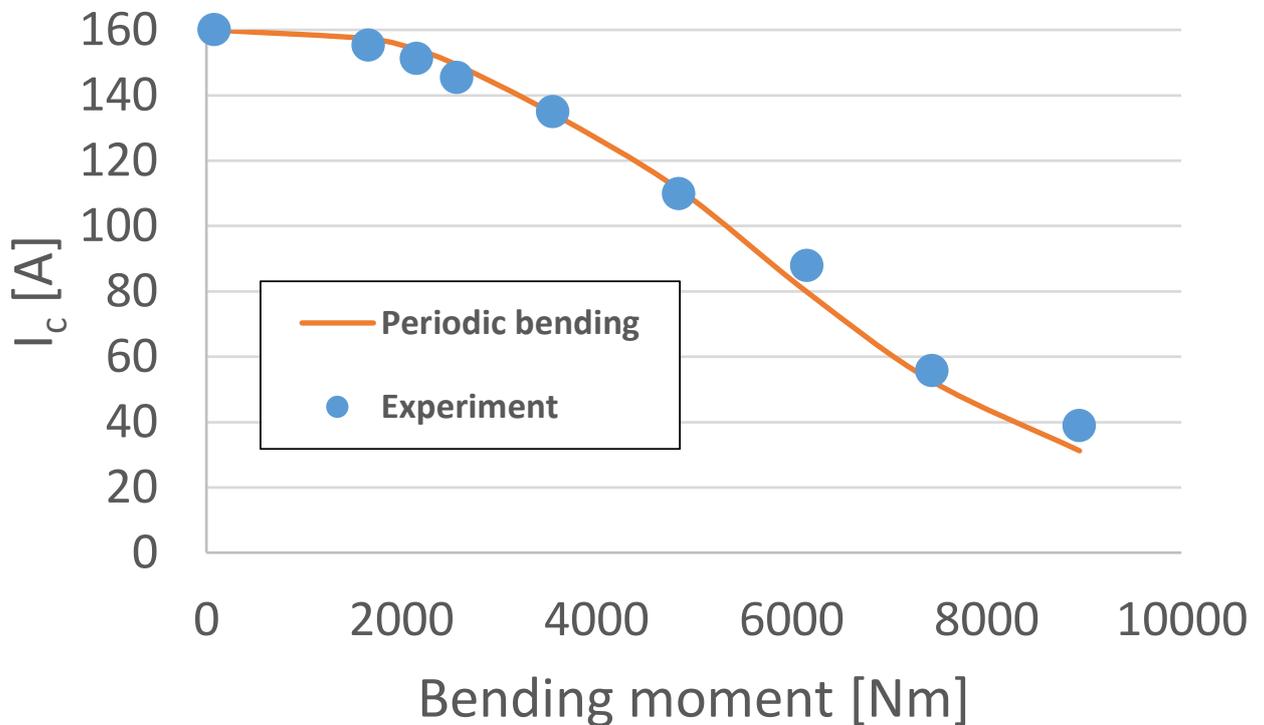


図 2.8 計算結果と試験結果の比較

## 2.5 本評価手法の導体性能解析への適用性について

導体内部には、約 1000 本の素線が存在している。そのため、導体性能を解析的に求めるためには、これらの素線の波状曲げ変形特性を同時に評価していく必要がある。さらに、次章にて説明するが、導体内素線は、撚線として多段階で複雑に撚られているため、長手方向に沿って素線の断面座標は変化すること及び電磁力も長手方向に沿って変化することから、素線の波状曲げ変形特性は、長手方向分割要素毎に評価していかなければならない。そのため、各素線要素の波状曲げ変形評価計算は、数十万回実施しなければならないことが想定される。

従来の回路モデルを用いる解析手法では、電流分布計算のために、ニュートン・ラフソン法による繰り返し計算を実施する必要があった。さらに、その計算では、非線形性の強い超電導特性を考慮する必要があるため、収束性が非常に悪く、膨大な時間を要した。そのため、導体内 1000 本の素線に適用するのは不可能であった。それに比べて、本章で開発した評価手法では、回路モデルのような繰り返し計算等の収束性を問われる複雑な計算は不要であり、歪の値さえ決定すれば、素線の波状曲げ特性を得ることができるため、非常に高速な計算を実施することができる。さらに、本評価法の妥当性は、試験結果と定量的に一致したことから、信頼性の高いものであると言える。そのため、本評価法は、導体性能解析への適用性に優れたものと言える<sup>[28]</sup>。

## 2.6 まとめ

素線内部のフィラメント間での転流を無視した大胆なモデルを用いて、素線の波状曲げ変形特性評価手法を考案した。曲げ歪を定量的に評価するために、銅及びブロンズの塑性変形を考慮した応力計算を行い、フィラメントの幾何学的配置を考慮して、その長手方向分割要素毎の臨界電流密度分布を計算した。そして、フィラメント間の転流は考慮していないため、フィラメントの臨界電流密度を長手方向におけるその最小値として、素線の  $I_c$  をそれらの合計値で算出した。その計算結果と、先行研究で行われた素線波状曲げ変形試験の結果を比較した結果、両者は定量的に一致した。このことから、本手法の妥当性を確認することができた。本評価法では、繰り返し計算等の複雑な解析は不要であるため、従来の手法に比べ、大幅な計算時間の短縮を実現することができる。これによって、多数の素線の波状曲げ変形特性を同時に計算しなければならない導体性能計算が可能となる。

## 第 3 章

# 導体内部の物理現象モデルの構築

### 3.1 概要

素線は波状の曲げ変形を受けることによって、その超電導性能が劣化することが確認されている。前章の評価法によって、その劣化特性を定量的に且つ高速に評価することのできる計算手法が確立された。これによって、計算容量及び計算負荷の大幅な削減を実現できたことから、導体内部約 1000 本の素線に対して、同時に波状曲げ変形劣化特性を評価できるようになった。

しかし、素線波状曲げ変形試験では、予め、素線に印加される曲げモーメントの大きさは既知であるが、実際の導体内部では、巨大な電磁力を受けることによって、素線に印加される荷重は分布すること及び素線は撚線構造であるため、素線同士の接触状態は非常に複雑なものであることに起因して、導体内素線に印加される曲げモーメントの大きさは未知である。そのため、導体内素線の波状曲げ変形特性を把握するためには、曲げモーメントの大きさを評価していかなければならない。そこで、本章では、上述した導体内部の複雑な荷重分布と素線同士の接触状態を考慮した曲げモーメント計算モデルの構築を目指した。導体内部の荷重分布及び素線接触分布から計算した曲げモーメント分布（曲げモーメント分布を求めるための物理モデルを曲げモーメント計算モデルと呼ぶ）を用いて、各素線の波状曲げ変形に対する  $I_c$  を計算し、その結果から、導体の超電導特性を評価した。その評価結果を1章にて説明した SULTAN 試験結果と比較することで、曲げモーメント計算モデルの妥当性を確認している。

### 3.2 導体内素線が受ける歪

導体内部の素線が受ける歪には、 $Nb_3Sn$  生成熱処理から試験温度への降温過程における素線軸方向の熱歪と電磁力によって素線に印加される曲げ歪の2種類が存在する。次項では、これらの歪について説明する。

#### 3.2.1 熱歪

導体内素線には、 $Nb_3Sn$  生成熱処理から試験温度への降温過程において、導体及び素線を構成する各部材の熱収縮差に起因して、熱歪が印加される。そのため、素線の各部材が受ける熱歪は、これらの材料の熱収縮差や断面積比を考慮して、以下の式で求められる。

$$\delta\epsilon_{sus}^{923 \rightarrow 4K} + \epsilon_{th,sus} = \delta\epsilon_{sc}^{923 \rightarrow 4K} + \epsilon_{th,sc} \quad (3.1)$$

$$\delta\epsilon_{sc}^{923 \rightarrow 4K} + \epsilon_{th,sc} = \delta\epsilon_{Cu}^{923 \rightarrow 4K} + \epsilon_{th,Cu} \quad (3.2)$$

$$\delta\epsilon_{ba}^{923 \rightarrow 4K} + \epsilon_{th,ba} = \delta\epsilon_{sc}^{923 \rightarrow 4K} + \epsilon_{th,sc} \quad (3.3)$$

$$E_{sus} S_{sus} \varepsilon_{th,sus} + N_{Cu,st} S_{st} \sigma(\varepsilon_{th,cu}) + N_{sc,st} \{ S_{sc} E_{sc} \varepsilon_{th,sc} + E_{ba} S_{ba} \varepsilon_{th,ba} + (S_{Cu} + S_{br}) \sigma(\varepsilon_{th,cu}) \} = 0 \quad (3.4)$$

ここに、下付き  $sc/cu/ba/ss$  の  $\delta\varepsilon^{923 \rightarrow 4K}$  はそれぞれ、 $Nb_3Sn$ /銅/バリア材/ステンレスの  $923\text{ K} \rightarrow 4\text{ K}$  における固有の熱膨張率<sup>[29]</sup>、 $\varepsilon_{th,sc/cu/ba/ss}$  はそれぞれ、 $Nb_3Sn$ /銅/バリア材/ステンレスの熱歪、 $S_{sc/cu/ba/ss}$  はそれぞれ、 $Nb_3Sn$ /銅/ブロンズ/バリア材/ステンレスの断面積、 $E_{sc/cu/ba/ss}$  は  $Nb_3Sn$ /銅/ブロンズ/バリア材/ステンレスのヤング率を表す。本モデルを用いて熱歪を計算した結果、 $Nb_3Sn$  層に印加される熱歪  $\varepsilon_{th,sc}$  は  $-0.68\%$  の圧縮方向歪となる。

ここで、実際の導体内部の素線は、撚られて撚線となっているため、撚線全体がバネのように伸縮する可能性がある（以下、撚線効果と呼ぶ）<sup>[30]</sup>。この撚線効果によって、撚線が変動し、導体内部の歪分布は変化していることが考えられる。

このような物理現象の発生の有無を確かめるために、TF 導体直状サンプルの残留歪測定結果と比較する。残留歪測定とは、熱処理後の導体のジャケットを切断し、その時に解放されるジャケットの熱歪を歪ゲージで測定する試験である<sup>[31]</sup>。ジャケットには撚線から熱収縮差により引張応力が印加されているため、切断するとジャケットが縮む。上記のモデルを残留歪測定試験条件に合わせ、 $923\text{ K} \rightarrow 293\text{ K}$  の熱履歴でステンレス製ジャケットの熱歪を計算し、残留歪測定値と比較した。その結果を図 3.1 に示す。これまで同一の TF 導体について、3 サンプルを測定したが、計算結果は大凡、これらの測定結果と一致していることがわかる。このことから、顕著な撚線効果は発生しておらず、撚線変動による歪分布の変化は発生しないことがわかる。

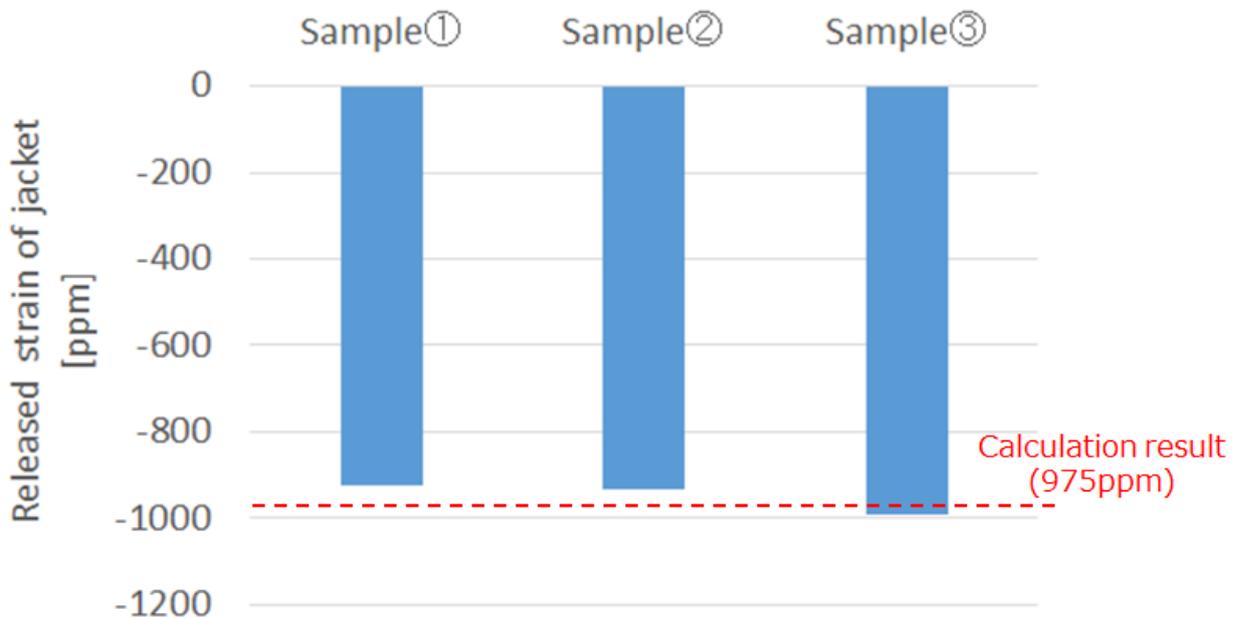


図 3.1 ステンレスジャケットの残留歪

## 3.2.2 曲げ歪

### 3.2.2.1 曲げ変形発生メカニズム

通電による電磁力（通電電流  $I$  × 外部磁場  $B$ ）が発生すると、導体内部の素線は、接触している他の素線を支点として、荷重  $F$  によって波状の曲げ変形を受ける。この素線に印加される  $F$  は、隣接する素線を介して、電磁力が印加される方向に重畳的に蓄積するため、 $F$  が大きい高荷重領域（HLZ : High Load Zone）では、蓄積した  $F$  によって素線は圧縮され、素線同士の接触が密となる。逆に低荷重領域（LLZ : Low Load Zone）では、素線同士の接触は疎となる。そのため、素線が受ける曲げ変形は、導体内部の位置ごとに異なることが考えられる。以上のことを示した概要図を図 3.2 に示す。このように、導体内部では、 $F$  と素線同士の支点間距離  $l$  は場所ごとに变化する。これらによって、素線に曲げモーメント  $M$  が印加され、曲げ歪を受けることで、素線の  $I_c$  が劣化する。そのため、導体内部の各素線の波状曲げ変形特性を計算するためには、 $F$  及び  $l$  の分布を考慮する必要がある。

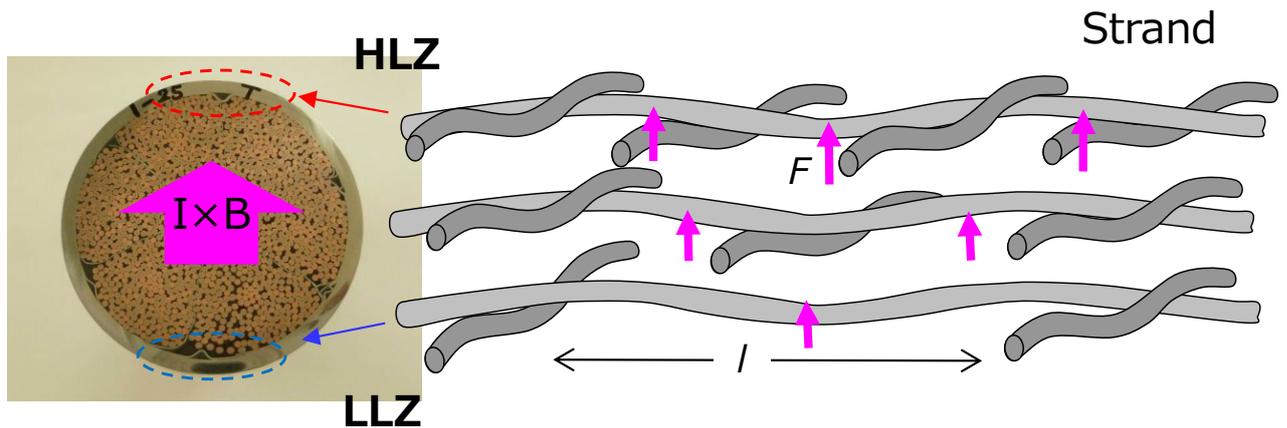


図 3.2 導体内素線の波状曲げ変形概要図

### 3.2.2.2 荷重分布

素線に加わる荷重  $F$  は、隣接する素線から押され伝搬して、重疊的に印加されていく。このような現象を表現するモデルとして、次式の静水圧モデルが提唱されており<sup>[32]</sup>、ここでも式 (3.5) に示す本モデルを用いる。

$$F_s(x) = \frac{dIB}{\pi R^2}(R-x) \quad (3.5)$$

ここに、 $d, I, B, R, x$  はそれぞれ、素線直径、外部磁場、導体通電電流、撚線半径、 $x$  座標である。式(3.5)より計算した本導体試験サンプルの  $F$  分布を図 3.3 に示す。図 3.3 中の MLZ (MLZ : Medium Load Zone) は、荷重分布の中間領域を表す。

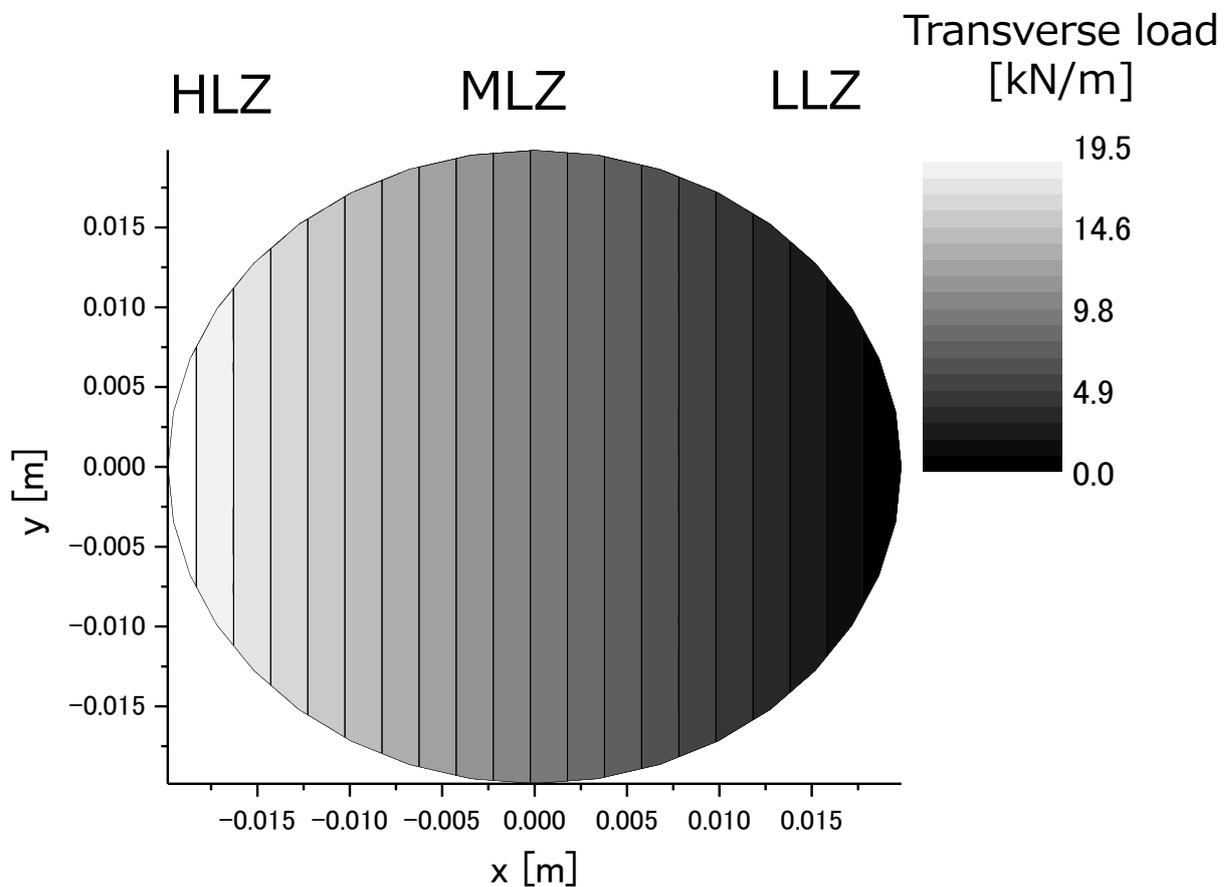


図 3.3 導体内荷重分布

### 3.2.2.3 支点間距離分布

SULTAN 試験後の試験サンプルの断面を観察した結果、HLZ 側ではボイド率が低下し、LLZ ではそれが増加していることがわかっている<sup>[33]</sup>。これは、HLZ 側の素線ほど、電磁力の印加方向に沿って、圧縮されていることを示す。それに伴い、その導体断面では、素線同士の接触頻度として、平均的に、HLZ では 4 箇所、MLZ では 3 箇所、LLZ では 2 箇所の接触が確認されている<sup>[34]</sup>。また、素線同士の接触ピッチ（つまり、素線支点間距離  $l$ ）は、オーダーとして、大凡 5 mm 程度であることが報告されている<sup>[35]</sup>。これらのことから、図 3.4 に示す接触ピッチ分布を仮定した。MLZ における接触ピッチを平均値として  $l=5$  mm とし、上述の素線同士の接触頻度を考慮することによって、HLZ では 3.3 mm、LLZ では 10 mm の接触ピッチ分布を仮定した。

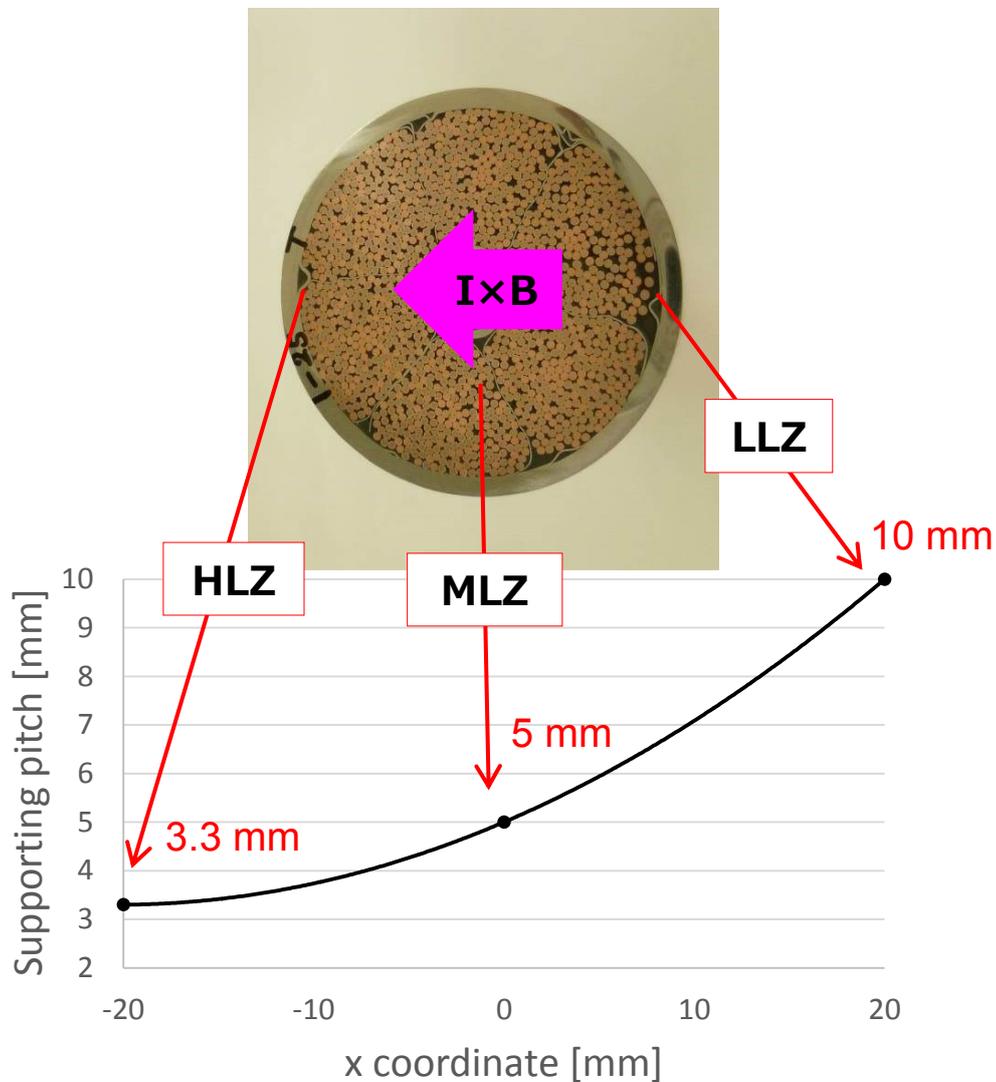


図 3.4 支点間距離分布

### 3.2.2.4 曲げモーメント分布

両端固定梁モデルを想定した場合、素線が受ける最大曲げモーメント  $M$  は次式で計算される。

$$M = \frac{Fl^2}{8} \quad (3.6)$$

上述の  $F$  及び  $l$  分布から、導体断面における各素線に印可される  $M$  分布は、図 3.5 となる。このように、 $F$  と  $l$  のバランスから、MLZ と LLZ の中間付近で曲げモーメントが最大となることがわかる。

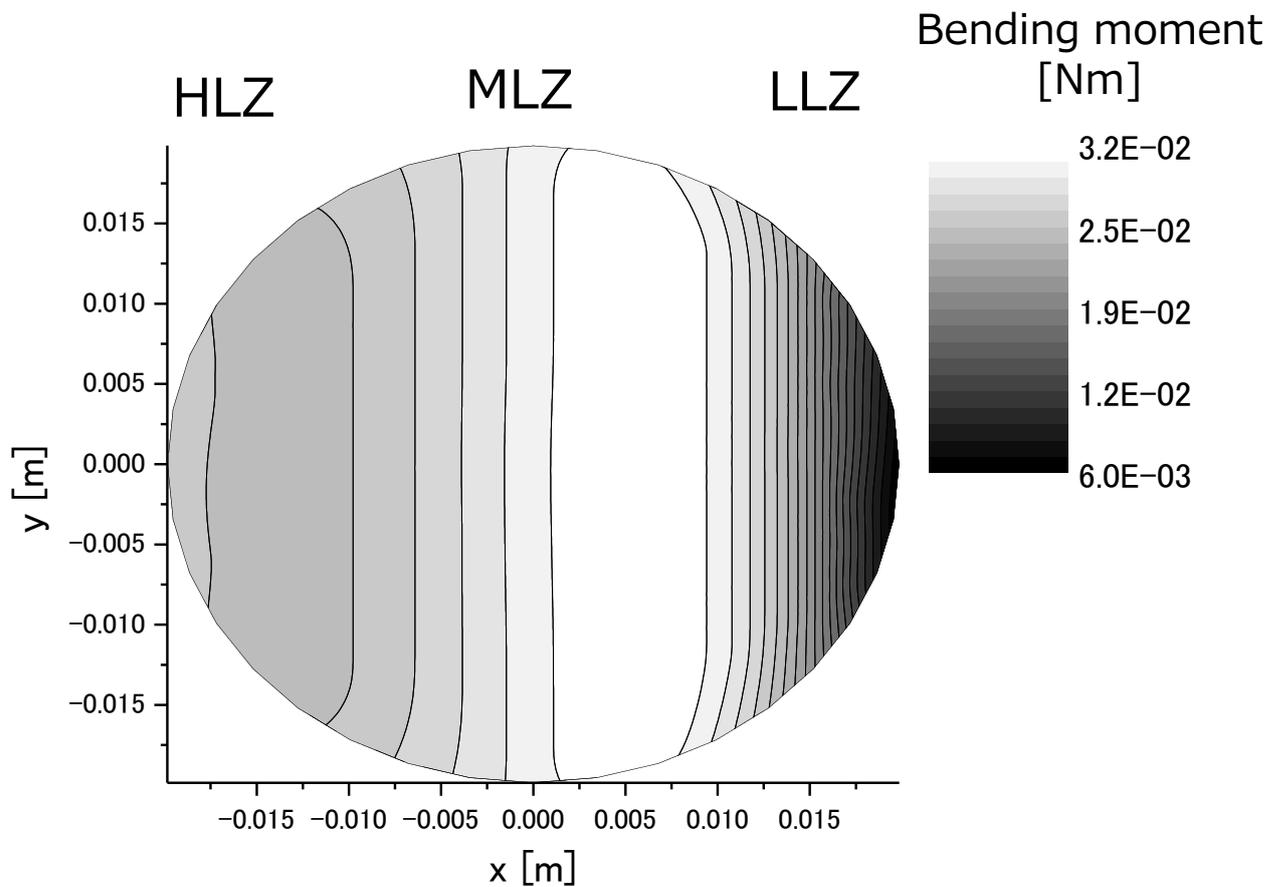


図 3.5 最大曲げモーメント分布

### 3.3 導体臨界電流性能評価方法

#### 3.3.1 評価方法

導体内部の素線は撚られているために、導体断面における素線  $i$  の  $x$  座標  $x_i$  及び  $y$  座標  $y_i$  を次式によって計算する。

$$x_i = \sum_{k=1}^5 r_k \cos\left(\theta_k + \frac{2\pi}{w_k} z\right) \quad (3.7)$$

$$y_i = \sum_{k=1}^5 r_k \sin\left(\theta_k + \frac{2\pi}{w_k} z\right) \quad (3.8)$$

ここに、下付き  $k$  の  $r_k$ 、 $\theta_k$ 、 $w_k$  はそれぞれ、素線  $i$  の撚次数  $k$  における素線回転半径、初期角度、ツイストピッチを表す。 $z$  は導体長手方向座標である。素線の分割範囲は、SULTAN 試験における電圧測定範囲である 450 mm とした。

前述したとおり、導体内部では、 $F$  及び  $I$  は分布するため、素線を長手方向に分割して、式(3.7)及び(3.8)によって、その分割毎の断面における座標を計算し、素線要素毎に印加される  $M$  を求める。 $M$  は前項の  $F$  と  $I$  分布から求める。その  $M$  に対する素線要素の  $I_c$  特性を、前章で記した素線波状曲げ変形特性評価手法を用いて計算する。本手法では、 $M$  を与えれば、その  $M$  によって素線に印加される曲げ歪が計算され、その曲げ歪から、素線の  $I_c$  特性が評価される。本評価では、曲げ歪を計算する過程において、素線の銅及びブロンズ部の塑性変形を考慮することができる。

SULTAN 試験における電圧測定部の導体長は短いこと及びジョイント部は半田含浸されているために、導体内各素線へ電流が染み込み易く、電圧測定部では素線間の転流は発生しないと仮定すると、その素線の  $I_c$  は、長手方向の素線要素  $I_c$  中の最小値  $I_{c\_min}$  となる。全素線数  $N$  分の  $I_c$  合計値を導体の臨界電流値  $I_{c\_con}$  とすると、 $I_{c\_con}$  は次式で計算される。

$$I_{c\_con} = \sum_{i=1}^N I_{c\_min,i} \quad (3.9)$$

#### 3.3.2 試験結果と計算結果の比較

SULTAN 試験では、 $T_{cs}$  を測定するため、直接、前項の評価法より求めた導体の  $I_{c\_con}$  と比較することはできない。そこで、ここでは、 $T_{cs}$  到達時に、ちょうど  $I_{c\_con} = 68$  kA となることを仮定した。SULTAN 試験では、ジョイント部からのジャケットと撚線間の染込長は、電圧タップ設置領域に比べ、比較的短いために、このような仮定をおくことができる<sup>[36]</sup>。素線の  $I_c$  は、素線に印加される磁場  $B$ 、温度  $T$ 、歪

$\varepsilon$  の3値によって決定される。このうち、 $\varepsilon$  は前項で説明したように、 $M$  から計算されるが、 $T=T_{cs}$  とすることによって、 $I_{c\_con}$  は 68 kA と計算されるようになる。しかしながら、このような条件で  $I_{c\_con}$  を計算した結果、 $I_{c\_con}$  は約 11 kA という計算結果となり、予想外に大きな評価誤差が発生してしまった。本原因として、以下のことが考えられる。

図 3.5 に示したように、導体内部の多くの素線には、0.02-0.03 Nm 程の大きな曲げモーメントが印加される。このような曲げモーメントを受けると、例えば、前章に示した素線波状曲げ変形試験（外部磁場：12 T、温度：5 K）の場合、素線の  $I_c$  は、曲げ変形を受ける前の値と比較して、0.02 Nm では 60%、0.03 Nm に至っては 85%程低減する。これは、素線単体として、非常に大きな劣化となる。このように、素線単体の超電導性能の劣化を大きく評価してしまうことが、導体超電導特性の過小評価に繋がったと言える。

以上のことから、ここでは、実際の導体内の物理現象と上述の計算モデルの間に差異があるのではないかと考え、新たな物理モデルを検討することとした。その詳細を次項にて説明する。

## 3.4 曲げモーメント計算モデル

### 3.4.1 導体内素線が実際に受ける曲げモーメント

素線波状曲げ変形試験のように、素線単体で曲げ変形を受ける場合、素線は曲げモーメント  $M$  の大きさに応じて自由に撓むことができる。一方で、導体内部では、素線同士が密に接触している状態であるため、たとえ  $M$  を受けたとしても、素線単体の場合のように、素線は自由に撓むことができず、その撓み量は制限される可能性がある。このように、撓み量が制限されることによって、実際に素線に印加される曲げモーメントは、幾分緩和されているのではないかと考えた（図 3.6）。そこで、このような仮説を検証するために、次項において、図 3.5 の  $M$  による素線の撓み量を計算し、実際に撓み量が制限される可能性があるのか否かを評価した。

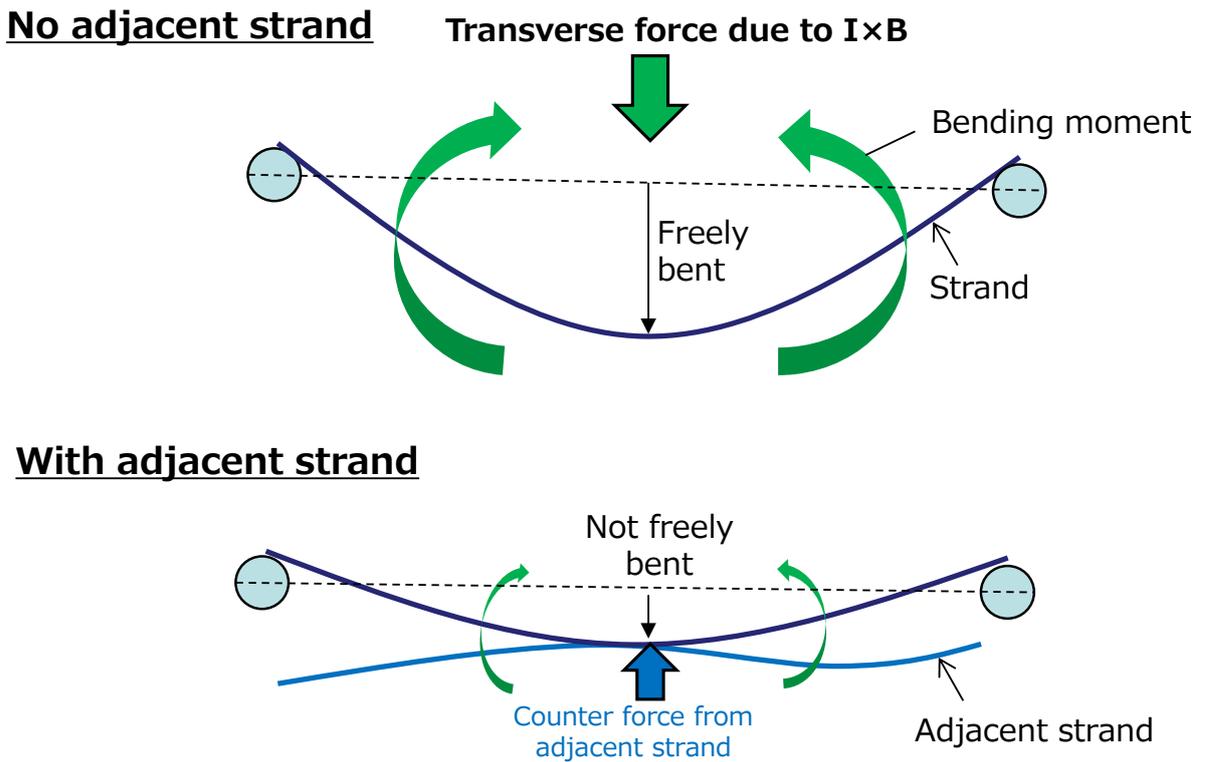


図 3.6 素線単体と導体内部素線の撓み量の違い

#### 4.4.2 導体内素線の撓み量計算

素線撓み量  $v$  の計算では、次式に示す  $v$  と曲率半径  $R_b$  の関係式を用いる。

$$\frac{d^2v}{dz^2} = -\frac{1}{R_b} \tag{3.10}$$

ここに、 $z$  は素線長手方向座標を表す。 $R_b$  については、前章の素線曲げ歪計算の過程において、図 3.5 の  $M$  に対応する値を得ることができるため、既知値となる。式(3.10)の境界条件として、素線の両端部で  $v=0$  と仮定すれば、 $v$  計算式は、次式となる。

$$v(z) = -\frac{z(z-l)}{2R_b} \tag{3.11}$$

ここに、 $l$  は素線支点間の距離である。図 3.7 に支点間中央部 ( $z=l/2$ ) における  $v$  分布を示す。図 3.7 から、 $v$  は MLZ と LLZ の中間付近を最大として、HLZ 側に沿って、小さくなるのがわかる。また、 $v$  のオーダーとしては、数百  $\mu\text{m}$  程であることがわかる。これらのことから、導体の断面観察より、通電前の隣接する素線同士の距離を、安定化銅同士が接触する距離とすると、LLZ 側素線の  $v$  は、HLZ 側素線のそれより大きいため、これら素線が接触することによって、制限されることが考えられる。ただし、実際の導体内素線は、素線同士が多段で撚り合わさってい

ること及びコンパクションされていることによって、複雑な幾何学的分布となっているため、各素線の $\nu$ 制限量を各々計算することは困難である。そこで、本研究では、マクロ的に、 $\nu$ の制限による曲げモーメントの緩和を考慮した物理モデルを考えることとした。

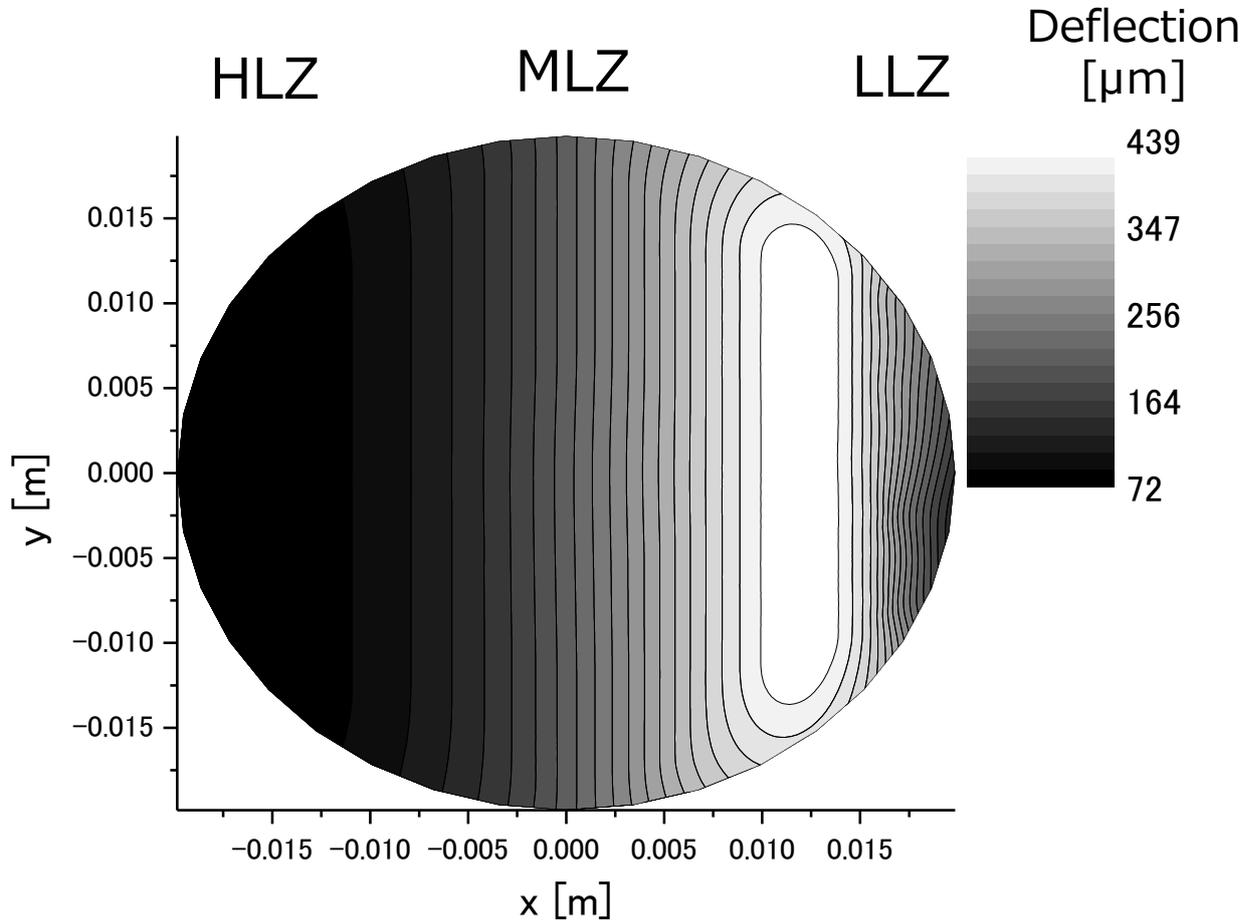


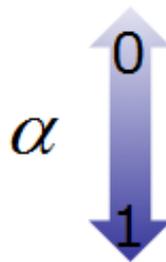
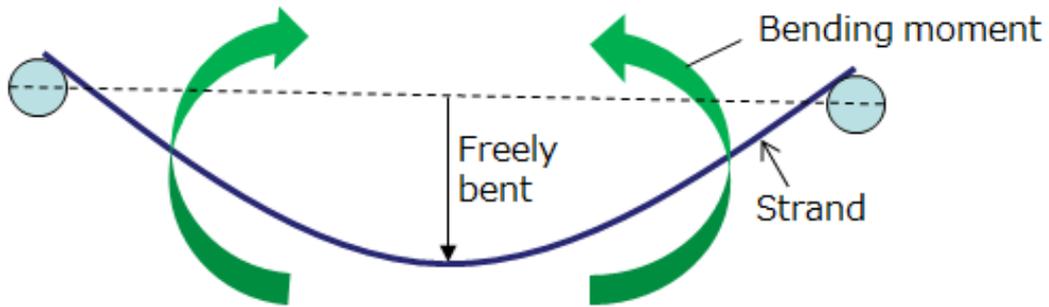
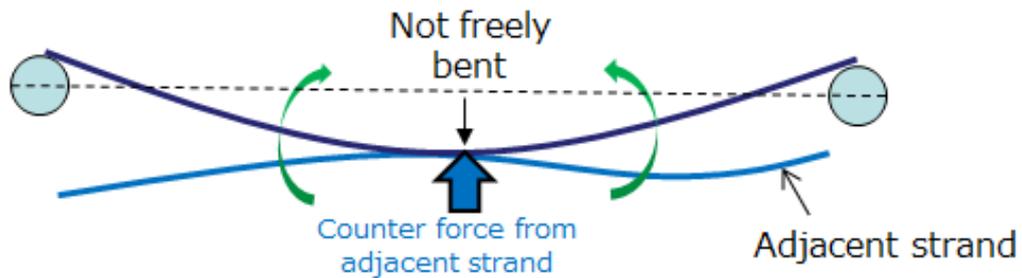
図 3.7 導体内部素線の撓み量

### 3.4.3 曲げモーメント物理モデル

$\nu$ が制限されることによって、図 3.5 に示した電磁力による曲げモーメント  $M_{EM}$  が緩和されることを想定し、次式に示す緩和係数  $\alpha$  を設定した  $M$  の計算モデルを考える。

$$M = (1 - \alpha)M_{EM} \quad (3.12)$$

$\alpha$  が 1 に近いほど、素線は隣接する他素線と密接に接触しており、撓み難くなっている状態を表す。逆に 0 に近いほど、素線波状曲げ変形試験のように、素線が自由に撓む状態にあることを示す。これを図 3.8 に示す。このように、 $M_{EM}$  に緩和係数  $\alpha$  を乗じることによって、 $\nu$  の制限を考慮した  $M$  を計算することができる。

**Free strand****Strand with adjacent strand**図 3.8 緩和係数  $\alpha$ **3.4.4  $\alpha$  評価結果**

$\alpha$  の評価では、 $\alpha$  をパラメータとして、前章のように、 $T=T_{cs}$  とした時の  $I_{c\_con}$  を計算した。図 3.9 に、 $I_{c\_con}$  と  $\alpha$  の相関図を示す。このように、 $\alpha$  を設定することによって、導体の臨界電流特性が変化することがわかる。これは、導体内各素線に印加される曲げモーメント  $M$  が  $\alpha$  の値によって変化し、それに伴って、各素線に印加される曲げ歪による  $I_c$  劣化の度合いが変化するためである。3.3.2 項の計算結果は、 $\alpha=0$  時のものに一致する。図 3.9 から、 $\alpha=0.46$  時に  $I_{c\_con}=68$  kA となる。この値は、ブロンズ法素線を用いた他の TF 導体 SULTAN 試験サンプル（素線製作メーカーが異なるもの）についても、有効であることが確認している。

このように、 $\alpha$  を設定することによって、 $v$  の制限による  $M$  の緩和という物理現象を考慮できるようになり、前章で示した評価手法を用いて導体性能を評価することが可能となる。ただし、この  $\alpha$  の値は、素線の幾何学的配置に大きく依存する

ため、撚線構造や電磁力の違いによって変化する可能性がある。そのため、ここで導いた  $\alpha$  値は、ITER 用 TF 導体の構造及び運転条件にのみ適用するものとし、他の種類及び運転条件下での導体性能を評価する場合には、その撚線構造や電磁力の大きさを考慮した上で、 $\alpha$  を再計算する必要があると考えられる。また、他の SULTAN 試験に関する研究結果から、LLZ 側素線の座屈変形による導体性能の劣化も報告されている<sup>[37]</sup>。本評価法では、このような現象は考慮していないため、その影響による誤差が生じる可能性はある。しかし、座屈変形している素線は、TF 導体 SULTAN 試験サンプルの場合、導体内全素線数の 5%弱であるため、 $\alpha$  値の評価において、その影響は十分に小さいと言える。

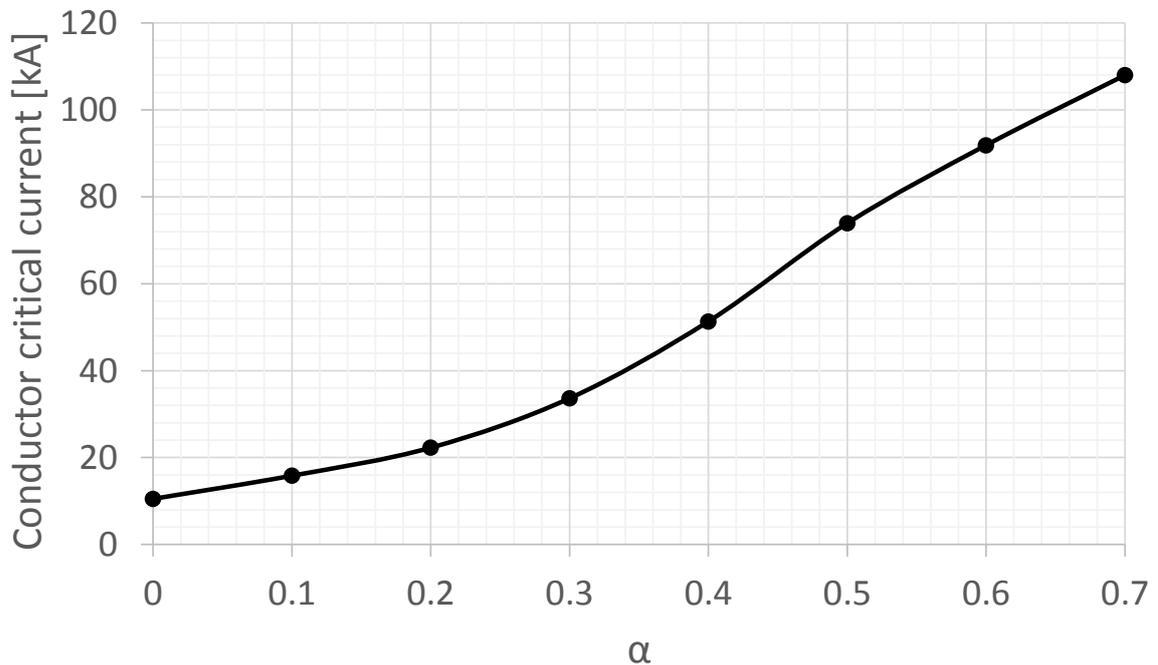


図 3.9  $I_{c\_con}$  と  $\alpha$  の相関図

### 3.5 まとめ

導体内部の荷重と素線同士の支点間距離分布を計算し、それらから、各素線に印加される曲げモーメントを求めた。その曲げモーメントから、各素線の撓み量を計算した結果、多くの素線が隣接する他の素線と接触し、その撓み量は制限されることがわかった。これにより、電磁力によって素線に印加される曲げモーメントは、緩和すると考えられる。このような物理現象を考慮するため、導体内各素線に印加される曲げモーメントの計算において、緩和係数  $\alpha$  を導入した新たな物理モデルを考案した。 $\alpha$  を用いて、曲げモーメントの緩和度を調査した結果、 $\alpha=0.46$  時に試験結果と一致した。このように、 $\alpha$  を導入することで、導体内各素線の曲げ変形量を定量的に計算することのできる新たな物理モデルの確立に成功した<sup>[38]</sup>。

## 第 4 章

# CIC 導体の超電導性能 評価手法の開発

## 4.1 概要

2章にて素線の波状曲げ変形特性の高速且つ定量的な評価手法の提案、3章にて、導体内の曲げ歪分布を定量的に評価することのできる物理モデルの構築について記した。本章では、これらの成果を統合して、統一的に導体性能を評価することのできる計算手法について説明している。

これまでも、SULTAN 試験サンプルに対して、回路モデルを用いた電流分布計算を実施し、導体性能を評価してきたが<sup>[39]</sup>、導体内部各素線の波状曲げ変形による劣化量は、不明確であったため、1章で説明した有効歪を用いた定性的な評価に留まっていた。しかし、2章及び3章によって、導体内部素線の波状曲げ変形特性を定量的に評価できるようになったため、導体性能をより定量的に評価することが可能となった。そこで、本章では、導体性能解析の総仕上げとして、本章で説明する電流分布計算用回路モデルと、2章及び3章で開発した評価手法及び計算モデルを統合することによって、統一的に且つ定量的に導体性能を評価することのできる新たな計算手法を確立した。

## 4.2 導体内電流分布計算モデル

### 4.2.1 回路モデル

SULTAN 試験サンプルでは、ジョイント及びターミナル部では、半田含浸によって、素線間転流が発生するために、分布定数回路モデルを適用する。一方、導体部では、ジョイント部に比べてポイド率が高いこと及び素線表面にはクロムメッキが施されていることから、素線間の転流は発生し難いため、集中定数回路モデルを適用する。このような回路モデルを図4.1に示す。

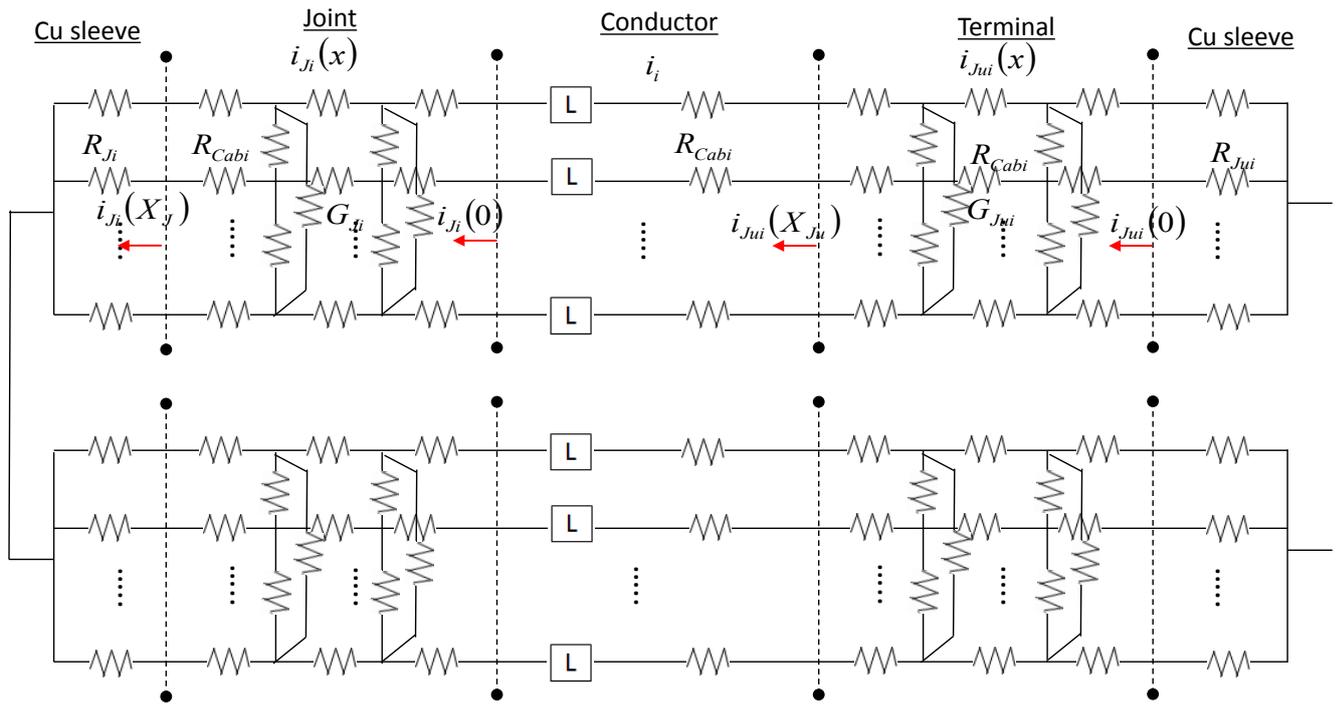


図 4.1 回路モデル

### 4.2.2 支配方程式の導出

回路図からキルヒホフの法則より、

$$\frac{di_{Ji}}{dz} = \sum_{j=1}^N G_{ij} (V_{Jj} - V_{Ji}), \quad \frac{di_{Jui}}{dz} = \sum_{j=1}^N G_{ij} (V_{Juj} - V_{Jui}) \quad (4.1)$$

で表すことができる。 $i_{Ji}$ ( $i_{Jui}$ )、 $V_{Ji}$ ( $V_{Jui}$ )、 $G_{ij}$  はそれぞれ、ジョイント(ターミナル)内の素線  $i$  の電流値、電圧、素線  $i$  と素線  $j$  間のコンダクタンスを表す。式(4.1)は、素線長手方向分割要素毎のジョイント(ターミナル)内素線  $i$  の素線間転流による微小電流変化を表す。全長に渡るこの変化量は、ジョイント(ターミナル)の両端部間 ( $Z_{J0}$ - $Z_{J1}$ ) の積分によって評価される。そのため、

$$i_{J0i} = i_i + \int_{Z_{J0}}^{Z_{J1}} \frac{di_{Ji}}{dz} dz \quad (4.2)$$

$$i_{Jui0} = i_i - \int_{Z_{Jui0}}^{Z_{Jui1}} \frac{di_{Jui}}{dz} dz \quad (4.3)$$

ここに、 $i_i$  は導体部内素線  $i$  の電流値、 $i_{J0i}$ ( $i_{Jui0}$ )はジョイント(ターミナル)全長分の電流変化量を考慮した時のジョイント(ターミナル)内素線  $i$  の電流値、 $Z_{J1}$ ( $Z_{Jui1}$ )、 $Z_{J0}$ ( $Z_{Jui0}$ )はそれぞれジョイント(ターミナル)の導体長手方向の末端座標を表す。これらに式(4.1)を代入し、

$$i_{J0i} = i_i + \int_{Z_{J0}}^{Z_{J1}} \left\{ \sum_{j=1}^N G_{ij} (V_{Jj} - V_{Ji}) \right\} dz \quad (4.4)$$

$$i_{Ju0i} = i_i - \int_{Z_{Ju0}}^{Z_{Ju1}} \left\{ \sum_{j=1}^N G_{ij} (V_{Juj} - V_{Jui}) \right\} dz \quad (4.5)$$

ここで、ジョイント(ターミナル)部では、外部磁場が比較的小さいことから、ジョイント(ターミナル)部内では素線抵抗による電圧は発生しないと仮定すると、

$$\frac{dV_{Ji}}{dz} = 0, \quad \frac{dV_{Jui}}{dz} = 0 \quad (4.6)$$

が成り立つ。これより式(4.4)、式(4.5)は

$$i_{J0i} = i_i + \sum_{j=1}^N G_{ij}^J (V_{Jj} - V_{Ji}) \quad (4.7)$$

$$i_{Ju0i} = i_i - \sum_{j=1}^N G_{ij}^{Ju} (V_{Juj} - V_{Jui}) \quad (4.8)$$

$$G_{ij}^J = \int_{Z_{J0}}^{Z_{J1}} G_{ij} dz, \quad G_{ij}^{Ju} = \int_{Z_{Ju0}}^{Z_{Ju1}} G_{ij} dz \quad (4.9)$$

となり、素線電圧を定数として扱うことができる。また、電流分布はジョイント部で接続されている二つの導体間で対称であると仮定するため、ジョイント部中央断面(電流が流れる向きに対して垂直な面)は等電位  $V_{0J}$  となる。同じく、ターミナル部も試験装置側電極と、インジウムワイヤを用いた圧着によって、これらの接触面は等電位  $V_{0Ju}$  であることが言える。これより、 $V_{0Ju}$  を高位ポテンシャルとすると、ジョイント(ターミナル)内素線  $i$  とこれらの界面間の電位差は、それぞれ次式となる。

$$V_{Ji} = V_{0J} + R_{Ji} i_{J0i}, \quad V_{Jui} = V_{0Ju} - R_{Jui} i_{Ju0i} \quad (4.10)$$

ここに、 $R_{Ji}(R_{Jui})$ は素線  $i$  とジョイント(ターミナル)内部の抵抗である。式(4.10)を式(4.7)、(4.8)に代入すると、

$$i_{J0i} = i_i + \sum_{j=1}^N G_{ij}^J (R_{Jj} i_{J0j} - R_{Ji} i_{J0i}) \quad (4.11)$$

$$i_{Ju0i} = i_i + \sum_{j=1}^N G_{ij}^{Ju} (R_{Juj} i_{Ju0j} - R_{Jui} i_{Ju0i}) \quad (4.12)$$

これらの式をマトリクス、ベクトル表示すると、

$$\mathbf{I}_J = \mathbf{I} + \mathbf{G}_J \mathbf{R}_J \mathbf{I}_J, \quad \mathbf{I}_{Ju} = \mathbf{I} + \mathbf{G}_{Ju} \mathbf{R}_{Ju} \mathbf{I}_{Ju} \quad (4.13)$$

$$[\mathbf{G}_J]_{i,j} = - \sum_{l=1}^{N(i \neq l)} G_{il}^J, \quad [\mathbf{G}_{Ju}]_{i,j} = - \sum_{l=1}^{N(i \neq l)} G_{il}^{Ju} \quad (i = j)$$

$$[\mathbf{G}_J]_{i,j} = G_{ij}^J, \quad [\mathbf{G}_{Ju}]_{i,j} = G_{ij}^{Ju} \quad (i \neq j)$$

$$[\mathbf{R}_J]_{i,j} = \delta_{i,j} R_{Ji}, \quad [\mathbf{R}_{Ju}]_{i,j} = \delta_{i,j} R_{Jui}$$

$$[\mathbf{I}_J]_i = i_{J0i}, \quad [\mathbf{I}_{Ju}]_i = i_{Ju0i}$$

$$[\mathbf{V}_J]_i = V_{Ji}, \quad [\mathbf{V}_{Ju}]_i = V_{Jui}$$

$$[\mathbf{I}]_i = i_i$$

$\delta_{i,j}$  はクロネッカーデルタを表す。

$\mathbf{I}_J(\mathbf{I}_{Ju})$  について解くと、

$$\mathbf{I}_J = (\mathbf{E} - \mathbf{G}_J \mathbf{R}_J)^{-1} \mathbf{I}, \quad \mathbf{I}_{Ju} = (\mathbf{E} - \mathbf{G}_{Ju} \mathbf{R}_{Ju})^{-1} \mathbf{I} \quad (4.14)$$

これより、 $i_{Ji}(i_{Ju})$  は

$$i_{Ji} = \sum_{j=1}^N A_{ij} i_j, \quad i_{Ju} = \sum_{j=1}^N B_{ij} i_j \quad (4.15)$$

$$A_{i,j} = [\mathbf{E} - \mathbf{G}_J \mathbf{R}_J]_{i,j}^{-1}, \quad B_{i,j} = [\mathbf{E} - \mathbf{G}_{Ju} \mathbf{R}_{Ju}]_{i,j}^{-1} \quad (4.16)$$

で表すことができる。

図 4.1 の回路図を解くと、

$i=1$

$$\left( L_{1,1} \frac{di_1}{dt} + L_{1,2} \frac{di_2}{dt} + L_{1,3} \frac{di_3}{dt} + \cdots + L_{1,N} \frac{di_N}{dt} \right) - \left( L'_{1,1} \frac{di_1}{dt} + L'_{1,2} \frac{di_2}{dt} + L'_{1,3} \frac{di_3}{dt} + \cdots + L'_{1,N} \frac{di_N}{dt} \right) + R_{n1} i_1 + R_{J1} i_{J1} + R_{Ju1} i_{Ju1} = V$$

$i=2$

$$\left( L_{2,1} \frac{di_1}{dt} + L_{2,2} \frac{di_2}{dt} + L_{2,3} \frac{di_3}{dt} + \cdots + L_{2,N} \frac{di_N}{dt} \right) - \left( L'_{2,1} \frac{di_1}{dt} + L'_{2,2} \frac{di_2}{dt} + L'_{2,3} \frac{di_3}{dt} + \cdots + L'_{2,N} \frac{di_N}{dt} \right) + R_{n2} i_2 + R_{J2} i_{J2} + R_{Ju2} i_{Ju2} = V$$

⋮

$i=N$

$$\left( L_{N,1} \frac{di_1}{dt} + L_{N,2} \frac{di_2}{dt} + L_{N,3} \frac{di_3}{dt} + \cdots + L_{N,N} \frac{di_N}{dt} \right) - \left( L'_{N,1} \frac{di_1}{dt} + L'_{N,2} \frac{di_2}{dt} + L'_{N,3} \frac{di_3}{dt} + \cdots + L'_{N,N} \frac{di_N}{dt} \right) + R_{nN} i_N + R_{JN} i_{JN} + R_{JuN} i_{JuN} = V$$

一般化すれば、

$$\sum_{j=1}^N dL_{i,j} \frac{di_j}{dt} + R_{ni} i_i + R_{Ji} i_{Ji} + R_{Jui} i_{Jui} = V \quad (4.17)$$

$$dL_{i,j} = L_{i,j} - L'_{i,j} \quad (4.18)$$

ここで、 $dL_{i,j}$ は対導体の影響を考慮した素線  $i$ - $j$  間のインダクタンス、 $R_{ni}$ は素線抵抗、 $V$ は導体全体の電圧を表す。ここで、式(4.15)及び

$$i_N = I_t - \sum_{j=1}^{N-1} i_j \quad (4.19)$$

を用いると、

$$i_{Ji} = \sum_{j=1}^{N-1} A_{ij} i_j + A_{iN} I_t - A_{iN} \sum_{j=1}^{N-1} i_j \quad (4.20)$$

$$i_{Jui} = \sum_{j=1}^{N-1} B_{ij} i_j + B_{iN} I_t - B_{iN} \sum_{j=1}^{N-1} i_j \quad (4.21)$$

となる。式(4.17)は、式(4.19),(4.20),(4.21)を用いると

$$\sum_{j=1}^{N-1} dL_{i,j} \frac{di_j}{dt} + dL_{iN} \frac{dI_t}{dt} - dL_{iN} \sum_{j=1}^{N-1} \frac{di_j}{dt} + R_{ni} i_i + R_{Ji} \left( \sum_{j=1}^{N-1} A_{ij} i_j + A_{iN} I_t - A_{iN} \sum_{j=1}^{N-1} i_j \right) + R_{Jui} \left( \sum_{j=1}^{N-1} B_{ij} i_j + B_{iN} I_t - B_{iN} \sum_{j=1}^{N-1} i_j \right) = V \quad (4.22)$$

となる。これより、 $N$ 行目の要素を消去し整理すると、

$$\sum_{j=1}^{N-1} (dL_{i,j} + dL_{N,N} - dL_{i,N} - dL_{N,j}) \frac{di_j}{dt} + \left( R_{ni} i_i + R_{nN} \sum_{j=1}^{N-1} i_j \right) + \sum_{j=1}^{N-1} (R_{Ji} A_{ij} - R_{Ji} A_{iN} + R_{Jui} B_{ij} - R_{Jui} B_{iN} - R_{JN} A_{Nj} + R_{JN} A_{NN} - R_{JuN} B_{Nj} + R_{JuN} B_{NN}) i_j + (R_{Ji} A_{iN} + R_{Jui} B_{iN} - R_{JN} A_{NN} - R_{JuN} B_{NN} - R_{nN}) I_t + (dL_{i,N} - dL_{N,N}) \frac{dI_t}{dt} = 0 \quad (4.23)$$

ベクトル表示すれば、

$$\mathbf{dL} \frac{d\mathbf{I}}{dt} + \mathbf{R}_n \mathbf{I} + \mathbf{H} \mathbf{I} + \mathbf{h} I_t + \dot{I}_t = 0 \quad (4.24)$$

$$[\mathbf{I}]_i = i_i$$

$$[\mathbf{dL}]_{i,j} = dL_{i,j} + dL_{N,N} - dL_{i,N} - dL_{N,j}$$

$$[\mathbf{R}_n]_{i,j} = \delta_{i,j} R_{ni} + R_{nN}$$

$$[\mathbf{H}]_{i,j} = R_{Ji} A_{ij} - R_{Ji} A_{iN} + R_{Jui} B_{ij} - R_{Jui} B_{iN} - R_{JN} A_{Nj} + R_{JN} A_{NN} - R_{JuN} B_{Nj} + R_{JuN} B_{NN}$$

$$[\mathbf{h}]_{i,j} = R_{Ji} A_{iN} + R_{Jui} B_{iN} - R_{JN} A_{NN} - R_{JuN} B_{NN} - R_{nN}$$

$$[\mathbf{l}]_i = dL_{iN} - dL_{NN}$$

ここに、記号 $[\ ]_{ij}$ は括弧内の $i, j$ 行列、 $[\ ]_i$ は $i$ 行を表す。

$\delta_{i,j}$ はクロネッカーのデルタを表す。以上より式(3.24)の第1式から第 $N-1$ 式、式(3.19)を支配方程式とする。

### 4.2.3 計算手法

回路方程式はルンゲ・クッタ法で解く。

式(4.24)より、

$$\frac{d\mathbf{I}}{dt} = -\mathbf{dL}^{-1}(\mathbf{R}_n \mathbf{I} + \mathbf{H}\mathbf{I} + \mathbf{h}I_t + \mathbf{l}I_t) \equiv f(\mathbf{I}, \mathbf{R}_n, \mathbf{h}, I_t) \quad (4.25)$$

を用いて、

$$\mathbf{i}^{n1} = \mathbf{i}^n + \delta t f(\mathbf{i}^n, \mathbf{R}_n(\mathbf{i}^n), \mathbf{h}(\mathbf{i}^n), I_t(t^n)) \equiv \mathbf{i}^n + \delta \mathbf{i}^{n1} \quad (4.26)$$

$$\mathbf{i}^{n2} = \mathbf{i}^n + \delta t f\left(\mathbf{i}^{n1}, \mathbf{R}_n(\mathbf{i}^{n1}), \mathbf{h}(\mathbf{i}^{n1}), I_t\left(t^n + \frac{\delta t}{2}\right)\right) \equiv \mathbf{i}^n + \delta \mathbf{i}^{n2} \quad (4.27)$$

$$\mathbf{i}^{n3} = \mathbf{i}^n + \delta t f\left(\mathbf{i}^{n2}, \mathbf{R}_n(\mathbf{i}^{n2}), \mathbf{h}(\mathbf{i}^{n2}), I_t\left(t^n + \frac{\delta t}{2}\right)\right) \equiv \mathbf{i}^n + \delta \mathbf{i}^{n3} \quad (4.28)$$

$$\mathbf{i}^{n4} = \mathbf{i}^n + \delta t f(\mathbf{i}^{n3}, \mathbf{R}_n(\mathbf{i}^{n3}), \mathbf{h}(\mathbf{i}^{n3}), I_t(t + \delta t)) \equiv \mathbf{i}^n + \delta \mathbf{i}^{n4} \quad (4.29)$$

$$\mathbf{i}^{n+1} = \mathbf{i}^n + \frac{\delta \mathbf{i}^{n1} + 2\delta \mathbf{i}^{n2} + 2\delta \mathbf{i}^{n3} + \delta \mathbf{i}^{n4}}{6} \quad (4.30)$$

ここで、肩書きの $n$ は時間ステップ、 $\delta t$ は時間刻み幅を表す。

## 4.2.4 回路素子の計算

### 4.2.4.1 インダクタンス

インダクタンスは、SULTAN 試験サンプルの導体部は比較的短いことから、直状の線モデルを仮定して次式で計算する。

$$L_{i,j} = 2 \times 10^{-7} X_i \ln(2X_i/a) \quad (i=j) \quad (4.31)$$

$$L_{i,j} = 2 \times 10^{-7} X_i \ln \left\{ \left( 2X_i/d_{i,j} + \sqrt{1 + (X_i/d_{i,j})^2} \right) - \sqrt{1 + (d_{i,m}/X_i)^2} + d_{i,j}/X_i \right\} \quad (4.32)$$

$$(i \neq j, X_i = X_j)$$

$$L_{i,j} = 1 \times 10^{-7} (X_i M_i + X_j M_j - (X_i - X_j) M_{ij}) \quad (i \neq j, X_i \neq X_j) \quad (4.33)$$

$$M_i = \ln \left\{ \left( X_i/d_{i,j} + \sqrt{1 + (X_i/d_{i,j})^2} \right) - \sqrt{1 + (d_{i,j}/X_i)^2} + d_{i,j}/X_i \right\}$$

$$M_j = \ln \left\{ \left( X_j/d_{i,j} + \sqrt{1 + (X_m/d_{i,m})^2} \right) - \sqrt{1 + (X_j/d_{i,j})^2} + X_j/d_{i,j} \right\} \quad (4.34)$$

$$M_{ij} = \ln \left\{ \left( \frac{X_i - X_j}{d_{i,j}} + \sqrt{1 + \left( \frac{X_i - X_j}{d_{i,j}} \right)^2} \right) - \sqrt{1 + \left( \frac{d_{i,j}}{X_i - X_j} \right)^2} + \frac{d_{i,j}}{X_i - X_j} \right\}$$

ここで、 $X_i$ 、 $a$ 、 $d_{i,j}$ は、 $i$ 番目の素線の長さ、半径及び $i$ 番目と $j$ 番目の素線間の距離を表し、 $i$ 番目と $j$ 番目の素線が含まれる異なる最大の次数の撚線の中心間の距離を表す。例えば、異なるサブケーブルに含まれる素線間の距離は、それぞれのサブケーブルの中心間の距離を、同一サブケーブルに含まれ、異なる4次撚線内に含まれる場合は、これらの4次撚線の中心間の距離を用いることとする。

#### 4.2.4.2 素線抵抗

素線  $i$  の素線抵抗  $R_{n,i}$  は、 $n$  値モデルを用いて次式で計算する。素線  $i$  の電界  $E_{n,i}$  は、

$$E_{n,i} = E_c \left( \frac{i_{sc,i}}{i_{c,i}(B,T,\varepsilon)} \right)^n \quad (4.35)$$

$$R_{n,i} = \frac{1}{i_i} \int E_{n,i} dx \equiv \frac{V_i}{i_i} \quad (4.36)$$

ここに、 $E_{n,i}$  は素線  $i$  の電界、 $i_{sc,i}$  は素線  $i$  の非銅部に流れる電流値、 $E_c$  は臨界電流値を定義する電界を表す。 $i_{c,i}(B,T,\varepsilon)$  は素線の臨界電流値を示す。この各素線の  $i_c$  計算において、2章で確立した計算手法と3章で構築した物理モデルを用いて計算する。また、式(4.35)の  $n$  は、超電導状態の非線形性を示す  $n$  値を表す。 $n$  値も  $i_c$  と同様に曲げ歪の大きさに応じて、変化する可能性がある。しかし、ここでは、曲げ変形を受けた時の平均的な  $n$  値である 10 を一定値として用いた。

#### 4.2.4.3 素線とジョイント（ターミナル）部界面間の抵抗及び素線間のコンダクタンス

ジョイント（ターミナル）部内部素線  $i$  とジョイント（ターミナル）部界面間の抵抗及びジョイント（ターミナル）部内の素線間コンダクタンスは、銅スリーブや撚線の幾何学的構造の影響を考慮するために、次式に示す三次元導電問題を解くことによって求めている。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (4.37)$$

ここに、 $\phi$  は銅スリーブ内部格子点の電位、 $x,y,z$  は銅スリーブ空間座標を示す。解法の詳細は、付録 C にて示している。

### 4.3 計算結果

図 4.2 に SULTAN 試験を模擬した導体通電電流  $I_t$  と導体温度  $T$  の運転条件を示す。このように、本試験では、 $I_t$  をステップ状に通電して、その定常状態時に  $T$  を上昇させることで、導体の温度-電圧特性を測定して、分流開始温度  $T_{cs}$  を評価している。外部磁場は、ITER TF 導体の運転環境を模擬して 10.8 T である。

このような条件下のもと、導体内各素線の電流分布を計算した結果を図 4.3 に示す。ここでは、図 4.4 に示すように、6 本の素線を 1 つの素線束としてプロットしている。定常状態時の  $T_{cs}$  以下での運転温度では、導体内部各素線に流れる電流分布は、ジョイント（ターミナル）部内のジョイント抵抗分布によって決定される。SULTAN サンプルのジョイント（ターミナル）部は、実際のコイル内部による電流染み込み環境を模擬するために、半田含浸されている。そのため、各素線のジョ

イント抵抗分布は、均等に近い状態であるために、電流分布もほぼ均等となっている。一方、 $T_{cs}$  付近の運転温度に近づくと、一部の素線に素線抵抗が発生し、その素線に電流が流れ難くなるために、電流の再分布が発生する。導体内部の電流分布を計算することによって、このような物理現象が発生することがわかる。導体の温度-電圧特性を図 4.5 に示す。実線が計算結果、点プロットが試験結果である。このように、両者の  $T_{cs}$  は定量的に一致していることがわかる。このことから、本モデルの妥当性を確認することができる。一方で、波形の形状に着目すると、若干、両者間で誤差が生じている箇所があることがわかる。これは、本モデルでは、 $n$  値を全素線に対して一定値を仮定したことに起因すると考えられる。実際は、上述したように、 $n$  値も曲げ歪の大きさに応じて変化する可能性が高いため、 $n$  値も導体内部で分布することが考えられる。しかし、現在のところ、曲げ歪の大きさに対する  $n$  値の有用なデータは取得されていないため、この  $n$  値分布を導入することは現状として難しいため、これについては、今後の研究課題とする。

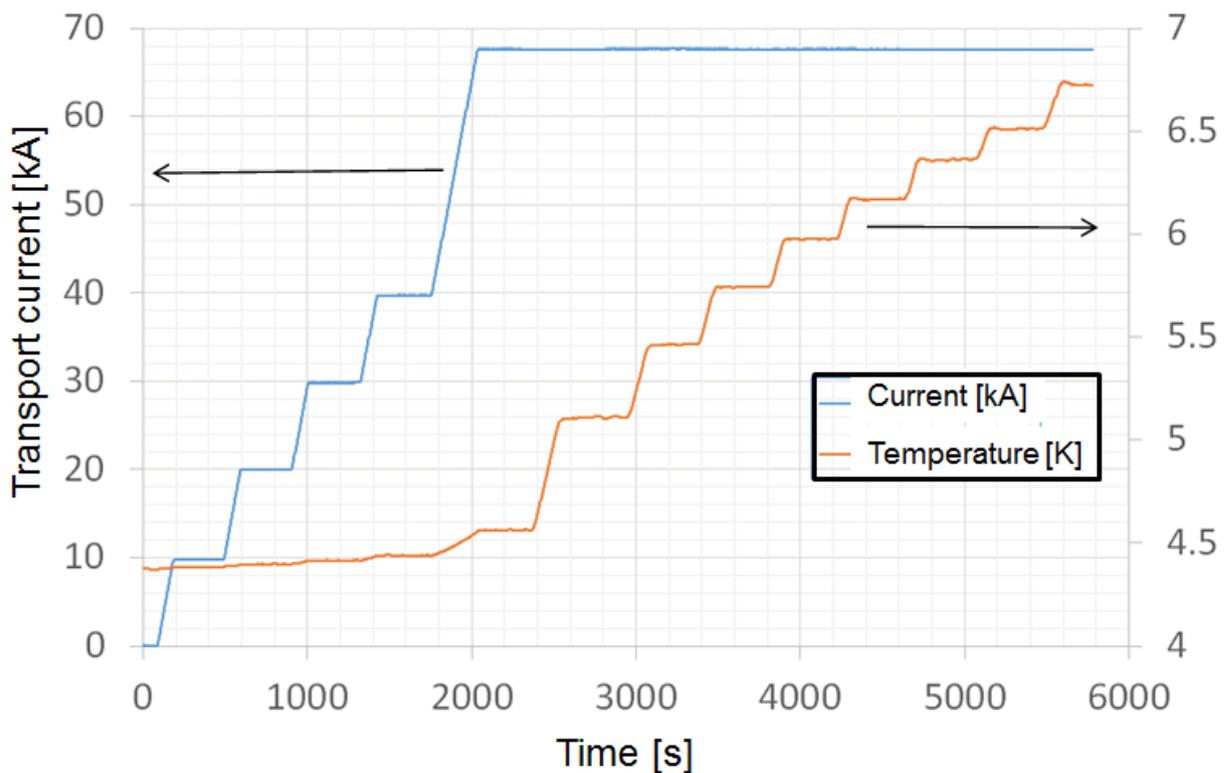


図 4.2 通電電流と導体温度

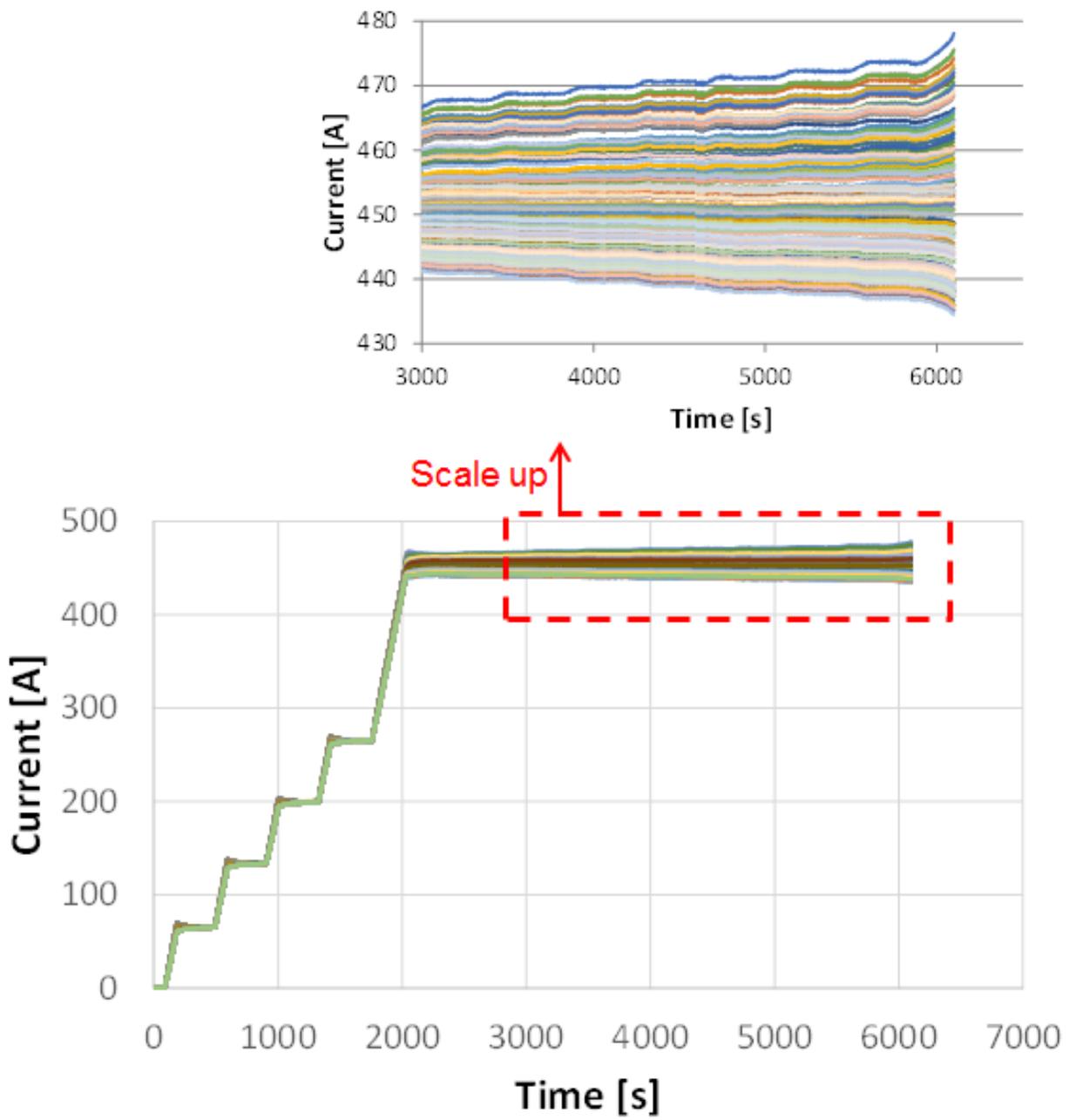


図 4.3 導体内部の電流分布

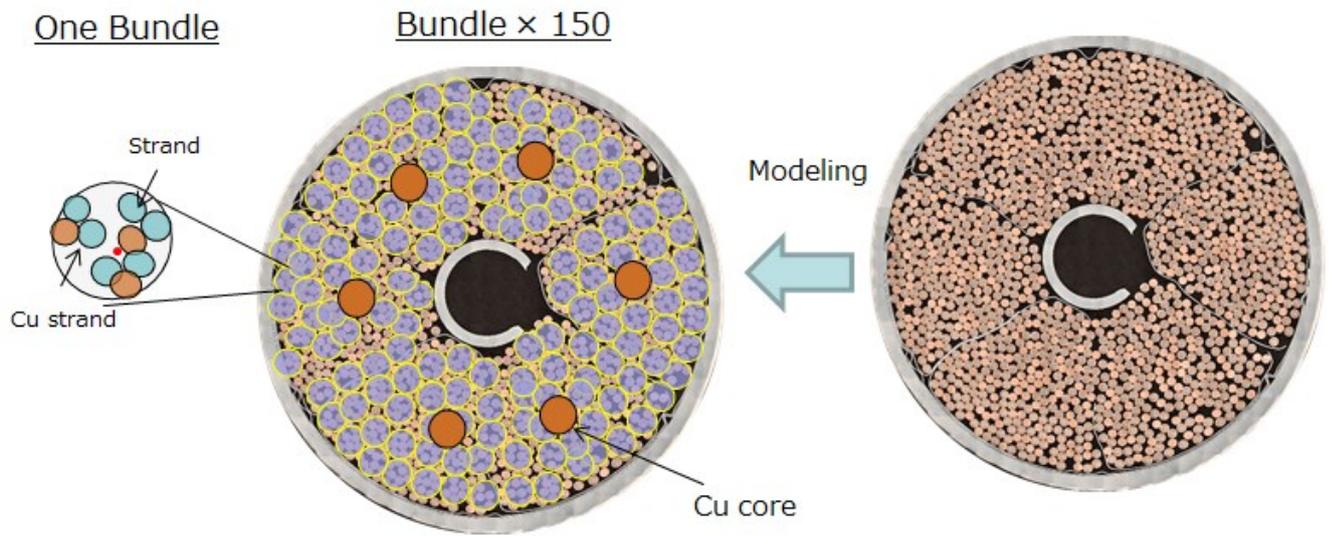


図 4.4 素線束モデル

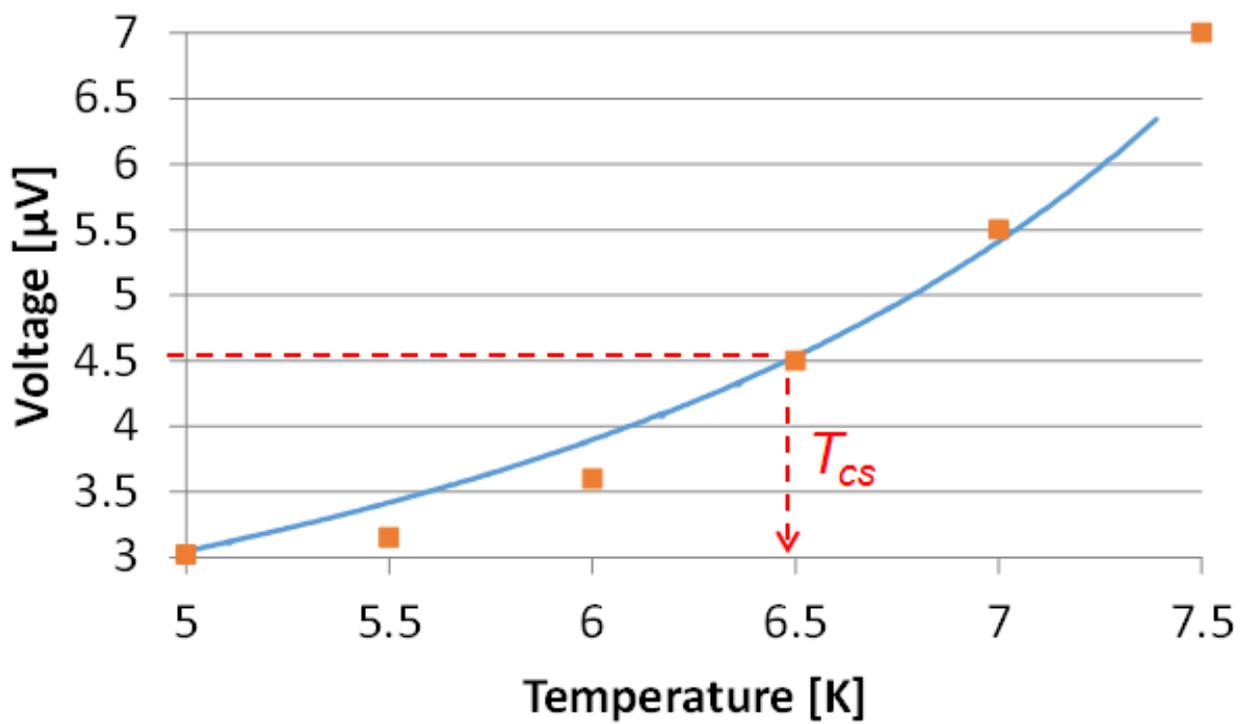


図 4.5 導体の温度-電圧特性

上述より、本モデルの妥当性を確認することができたので、導体温度をパラメータとした時の導体の臨界電流値を評価した。その結果を図 4.6 に示す。外部磁場は上記と同様に 10.8 T とした。図 4.6 から、TF 導体は、ヘリウム温度である 4.2 K では 108 kA、TF コイルの想定運転温度である 5 K では 92 kA の臨界電流性能を有していることがわかる。このように、本評価法を用いれば、SUTAN 試験では測定することのできない様々な運転温度での導体の臨界電流値を評価することが可能となる。ただし、導体の臨界電流値が大きくなることは、通電電流が増加することを意味する。それに伴い、導体に印加される電磁力も増加するため、前章で説明したように、 $\alpha$  の値が変動する可能性がある。このように、電磁力と  $\alpha$  の関係性については、今後、さらなる検証を進める必要がある。

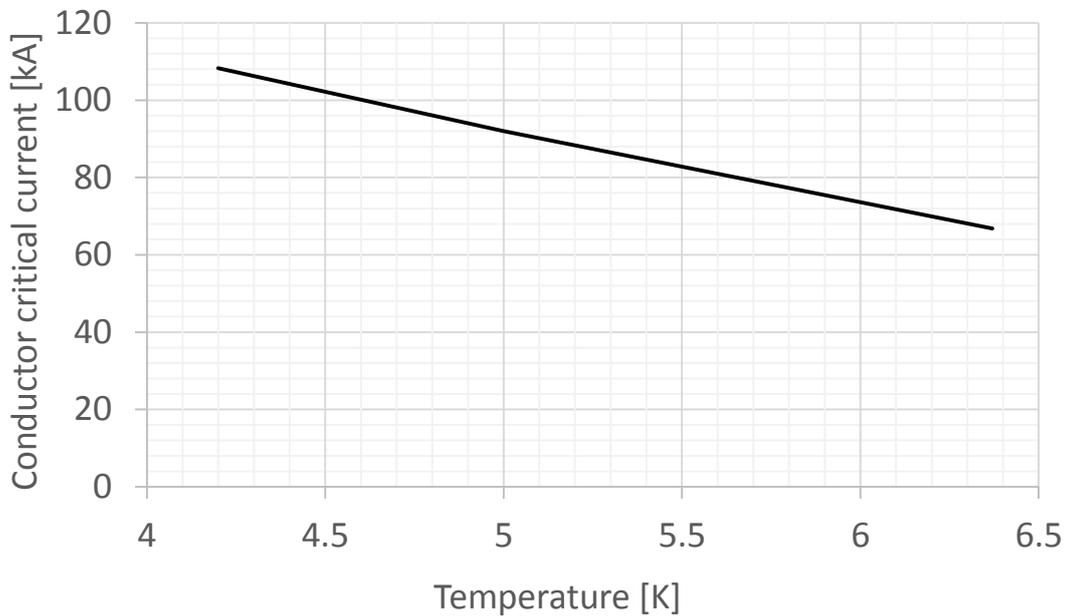


図 4.6 導体臨界電流値の温度依存性

## 4.4 まとめ

2章及び3章で開発した評価手法を統合的に導体性能評価計算に反映するために、SUTAN 試験に用いられる導体サンプルに対して、回路モデルを構築した。その回路モデル内の素線抵抗を計算する過程において、2章及び3章で開発した評価手法を用いて素線の臨界電流値を計算し、 $n$  値モデルを用いた抵抗計算を行った。このような方法で2章及び3章の成果を統合して、導体内部の電流分布を計算し、導体性能を評価した結果、SUTAN 試験結果を定量的に再現することに成功した。さらに、導体温度をパラメータとして導体の臨界電流値を評価することも可能とした。このように、本研究で開発した導体評価手法は、様々な温度条件下での導体の臨界電流特性を評価できるため、将来の次世代核融合炉の超電導コイル及び導体の設計作業において、有用な計算ツールとなり得ると考える。

## 第 5 章

### 総括

## 5.1 研究成果の要約

素線の波状曲げ変形特性を定量的に、そして簡易的且つ高速に評価することのできる新たな計算手法の開発に成功した。これによって、計算容量や計算負荷の削減を実現することができ、導体内部の数百本の素線群に対して、その各々の波状曲げ変形特性を同時に評価することが可能となった。

また、電磁力によって導体内各素線に働く荷重分布及び撚線構造に起因する複雑な素線同士の接触状態分布を考慮した、新たな曲げモーメント計算モデルの構築に成功した。これによって、導体内各素線に働く曲げモーメント分布を定量的に計算できるようになり、各素線の曲げ変形量を定量的に評価することが可能となった。

上記の成果を反映して、導体性能を定量的に評価するために、これまで開発してきた導体回路モデルに、これらの新たな計算モデルを統合した。これによって、導体性能を評価することが可能となり、SULTAN 試験のシミュレーションに成功した。さらに、導体温度等を変化させて、導体性能を評価することにより、様々な状況下における導体性能を評価することが可能となった。

本論文は、以上の研究成果を記したものである。

### 第1章「序論」

本章では、ITER 計画の核融合炉に用いられる超電導導体の構造について説明し、導体試験の結果から明らかとなった導体の超電導特性の劣化について記した。導体性能の低下が導体内部の  $\text{Nb}_3\text{Sn}$  素線の波状曲げ変形に起因することについて説明し、これまでの研究背景を説明した上で、新たな素線波状曲げ変形特性評価手法の開発や導体内部の曲げモーメント計算モデル構築の必要性について説明した。

### 第2章「 $\text{Nb}_3\text{Sn}$ 素線の波状曲げ変形特性評価手法の開発」

これまでの研究から、分布定数回路モデルを用いた素線の波状曲げ変形特性評価手法は確立されていた。しかし、このような回路モデルでは、繰り返し計算を要し、さらに、非線形性の強い超電導特性を考慮しなければならないことから、その解の収束性が悪く、計算に膨大な時間を要していた。そのため、CIC 導体内素線数百本の波状曲げ変形特性を同時に解かなければならない導体性能解析においては、計算容量及び計算負荷の大きさの観点から、このような既存の手法を用いることはできない状況であった。そこで、本研究では、従来の評価法に比べて、定量的に、簡易的に且つ高速に素線の波状曲げ変形特性を評価することのできる新たな計算手法を確立した。

- (1) これまでの研究から、素線内部のフィラメント間では、殆ど転流は発生しないという物理現象が解明されていた。本研究では、この事実に着目して、フィラメント間の転流を完全に無視した大胆な物理モデルを仮定した。こ

れによって、従来の計算モデルであるフィラメント間の電流パスを考慮した分布定数回路モデルを解く必要がなくなり、計算時間の大幅な短縮を見込むことができるようになった。

- (2) 素線内部のフィラメント軌跡を考慮し、素線に印加される曲げモーメントを両端固定梁モデルを用いて計算することによって、各フィラメントの長手方向に対する臨界電流密度分布を計算した。本モデルでは、(1)で述べたように、フィラメント間の転流は無視するので、フィラメントの臨界電流密度は、その長手方向分布内の最小値であるとし、全フィラメント分の臨界電流密度合計値を素線の臨界電流として、素線の波状曲げ変形特性を評価した。その結果、試験結果を定量的に再現することに成功した。

このように、素線の波状曲げ変形特性に対し、フィラメント間の転流を無視した新たな物理モデルによって、試験結果を定量的に再現した。これによって、従来の評価法に比べて、計算容量及び計算負荷の削減に成功し、素線波状曲げ変形特性を定量的且つ高速に計算することのできる新たな評価手法の開発を成した。

### 第3章「導体内部の物理現象モデルの構築」

素線単体の試験では、予め、曲げモーメントの大きさは既知であるが、実際の導体内部では、電磁力を受けることによって素線に印加される荷重は分布することや、撓線構造よって素線同士は複雑に接触することに起因して、曲げモーメントの大きさは不明確であった。そのため、導体性能を評価するためには、導体内部の曲げモーメントの大きさを把握する必要があった。そこで、本章では、このような物理現象を考慮した曲げモーメント計算モデルの構築を行い、以下の結論を得た。

- (1) これまでの研究によって明らかとされてきた素線に印加される荷重や素線の接触状態に関する情報を基に、素線の荷重分布及び接触間距離分布を計算する物理モデルを考案し、これらの値から、導体内各素線に印加される曲げモーメント分布を評価した。この曲げモーメントの値から、2章にて開発した素線波状曲げ変形評価手法を用いて素線の臨界電流を計算して、それらの総計として、導体の臨界電流値を評価した。しかし、その結果は、試験結果と比べて、過度に導体性能を過小に評価してしまう計算結果となった。
- (2) 導体性能を過度に過小評価してしまった原因として、本章で開発した曲げモーメント計算モデルと実際の物理現象との間に差異があるのではないかと考え、計算モデルの修正を試みた。そこで、本章では、導体内部素線の撓み量に着目し、曲げモーメントを受けた際の素線の撓み量を計算した。その結果、多くの素線は、撓みことによって隣り合う素線に接触し、疎の

接触によって撓み量が制限されることを解明した。撓み量が制限されることによって、曲げモーメントが緩和されることが考えられた。そこで、曲げモーメント計算モデルに、この緩和量を考慮した新たな計算モデルを構築した。この新たなモデルを用いたことによって、上述した物理現象を考慮した定量的な導体性能の評価が可能となった。

以上より、実際の導体内部物理現象を忠実にモデル化した計算モデルを用いることによって、導体性能を定量的に評価することが可能となった。

#### 第4章「CIC 導体の超電導性能評価手法の開発」

2章及び3章の成果を、統一的に導体性能解析作業に反映させるため、導体回路モデルと2章及び3章にて開発した計算モデルを統合し、以下の結果を得た。

- (1) 導体試験サンプルのジョイント及びターミナル部では圧縮形成されていることから、素線間の転流を考慮した分布定数回路、導体部では、これらに比べて転流は発生し難いことから、集中定数回路を用いた回路モデルを適用した。これらを簡易的に解くために、一つの回路モデルに統一して、導体内部の電流分布を高速に計算することのできる電流分布計算モデルを構築した。
- (2) 回路モデル内の素線抵抗を計算する過程において、素線の臨界電流値を用いるが、この計算に、2章で確立した素線波状曲げ変形評価手法と、3章で確立した物理モデルによって計算した曲げ歪量を用いる。このような形で2章及び3章の成果を統合して、導体内部の電流分布を計算し、導体性能を評価した結果、導体試験結果を定量的にシミュレーションすることに成功した。
- (3) 導体温度を変化させて、導体臨界電流の温度依存特性を評価した。その結果、TF コイル運転温度である 5K では 90 kA、ヘリウム温度である 4.2 K では、110 kA の臨界電流を有していることがわかった。

以上のように、本評価手法は、定量的に且つ高速に導体性能を評価することのできるものとなっている。このように、本研究で開発した手法は、導体性能の定量的な把握及び将来の導体設計作業において、重要な役割を担うことのできるものであると言える。

## 5.2 今後の検討課題

本研究で確立した手法により、導体性能の定量的な評価が可能になった。ただし、

次の研究段階である大型コイルの定量的な超電導特性評価手法の開発に向けては、未だ解決しなければならない課題が残っており、今後もさらに研究を進めていく必要がある。以下に、今後の課題について記す。

(1) 導体内曲げモーメント計算モデルにおける緩和係数  $\alpha$  について

3章では、緩和係数  $\alpha$  を用いた曲げモーメント計算モデルを構築した。この  $\alpha$  は、撚線の幾何学的構造や撚線全体の変動・圧縮具合によって大きく異なる可能性が高い。そのため、電磁力の大きさに応じて、 $\alpha$  の値は変化する可能性がある。さらに、素線の製法によっても、その機械特性が変化するため、撓み量に違いが生ずる可能性がある。今後、様々な電磁力の大きさに導体試験を実施し、さらに、素線製法の異なる導体に対しても検証を行い、様々な条件における  $\alpha$  値のデータベースを構築していく必要がある。

(2) 導体内部素線の  $n$  値について

4章では、導体に対して回路モデルを用いた電流分布計算を行った。この計算の過程では、 $n$  値モデルを用いて、導体内各素線の電圧を計算している。ここでは、導体内部の各素線に対して、一定の  $n$  値を用いているが、 $n$  値も  $I_c$  と同様に、曲げ歪の大きさによって変化する可能性がある。そのため、今後、 $n$  値の曲げ歪依存性を詳細に調査していく必要がある。これによって、さらに精度よく導体性能を評価することができるようになると思われる。

(3) 導体内素線に印加される軸方向歪の影響について

本研究では、SULTAN 試験を想定している。SULTAN 試験サンプルでは、試験後にサンプルの残留歪測定を実施した結果、電圧測定部の軸方向歪は、既に殆ど解放されていることがわかっている。これは、導体内部の撚線が電磁力を受けることによって横方向の変形を受け、この時に、ジャケットとの接触が外れ、摩擦力が消滅することによって、この摩擦力によって固定されていた撚線の熱歪は解放されることに起因する。そのため、4章における導体性能計算では、導体内各素線に印加される軸方向歪は、素線単体でのそれと仮定している。しかし、実際のコイル内部では、外部磁場が導体全長に渡り均一であることに起因して、撚線全長が同じ横方向の変形を受ける。これによって、撚線全長に渡って、ジャケット間に隙間が発生することになるが、全長があるが故、撚線の両端部では、ジョイント部によって、強靱に固定されているため、撚線は変動できないことが考えられる。そのため、残留歪は、コイル運転中でも保持されることが考えられる。このような物理現象の検証は、今後、原子力機構にて実施される ITER TF インサートコイル試験にて実施する予定である。

(4) CIC 導体の繰り返し励磁に対する超電導特性評価

核融合炉は、数万回の繰り返し運転を実施するために、その炉内内部の CIC 導体には、運転毎の励磁による繰り返し応力が印加される。つまり、CIC 導体内部の素線は、繰り返しの波状曲げ変形を受けることになる。SULTAN 試験では、繰り返し励磁の回数によって、導体性能は変化することが確認されている。この要因としては、繰り返し励磁による撚線の熱歪の段階的な解放、撚線形状の変化、素線及び導体を構成している銅及びブロンズ部の加工硬化による機械特性の変化等、様々な要因が考えられる。そのため、今後は、このような要因について検証を行った上で、繰り返し励磁による導体性能を計算することのできる評価手法を開発し、導体性能の経時変化を評価していく必要がある。

## 参考文献

- [1] H. Takatsu., “ITER project and fusion technology”, IAEA nuclear fusion, Vol.51, Number 9 (2011), 094002
- [2] 日本原子力研究開発機構 那珂核融合研究所ホームページ  
<http://www.naka.jaea.go.jp/ITER/iter/index.html>
- [3] C. Sborchia., “The ITER magnet systems : progress on construction”, IAEA nuclear fusion, Vol.54, Number 1 (2014), 013006
- [4] K. Okuno., “Technology development for the construction of the ITER superconducting magnet system”, IAEA nuclear fusion, Vol.47, Number 5 (2007), 47/5/010
- [5] L. Muzzi., “Cable-in-conduit conductors: lessons from the recent past for future developments with low and high temperature superconductors”, Superconductor Science and Technology, Vol.28, Number 5 (2015), 053001
- [6] A. Devred., “Challenges and status of ITER conductor production”, Superconductor Science and Technology, Vol.27, Number 4 (2014), 044001
- [7] M. Sugimoto, et al.: “Recent activity in development of bronze-processed Nb<sub>3</sub>Sn wires – Improvements in strand performance and cabling”, TEION KOGAKU 47 (2012) 479-485 (in Japanese)
- [8] P. Bruzzone, et al.: “Qualification tests for ITER TF conductors in SULTAN”, Fusion engi. (2009) 205-209
- [9] L. Savoldi., “Application of calorimetry to the assessment of the performance of ITER Nb<sub>3</sub>Sn TF conductor samples in SULTAN tests”, Superconductor Science and Technology, Vol.21, Number 10 (2008), 105004
- [10] N. Mitchell., “Assessment of conductor degradation in the ITER CS insert coil and implications for the ITER conductors”, Superconductor Science and Technology, Vol.20, Number 1 (2006), 20/1/005
- [11] N. Mitchell., “Operating strain effects in Nb<sub>3</sub>Sn cable-in-conduit conductors”, Superconductor Science and Technology, Vol.18, Number 12 (2005), S396
- [12] N. Koizumi., “Development of advanced Nb<sub>3</sub>Al superconductors for a fusion demo plant”, IAEA nuclear fusion, Vol.45, Number 6 (2005), 45/6/004

- [13] N. Mitchell: "Summary, assessment and implications of the ITER model coil test results", Fusion engi. (2003) 971-973
- [14] F. Jin., "Research of the CICC Stability by the Numerical Code Gandalf", Plasma Science and Technology, Vol.2, Number 4 (2000), 2/4/008
- [15] A. Lanen., "Full-scale calculation of the coupling losses in ITER size cable-in-conduit conductors", Superconductor Science and Technology, Vol.25, Number 2 (2011), 025012
- [16] N. Martovetsky., "Correlation between degradation and broadness of the transition in CICC", Superconductor Science and Technology, Vol.26, Number 10 (2013), 104001
- [17] A. Nijhus., "The effect of axial and transverse loading on the transport properties of ITER Nb<sub>3</sub>Sn strands", Superconductor Science and Technology, Vol.26, Number 8(2013), 084004
- [18] Ekin J: "Strain scaling law and the prediction of uniaxial and bending strain effects in multifilamentary superconductors", Filamentary A15 superconductor (New York , Plenum 1971) 187-203
- [19] Y. Zhai: "Electro-mechanical modeling of Nb<sub>3</sub>Sn CICC performance degradation due to strand bending and inter-filament current transfer", CHAS.AS 50 (2008) 149-157
- [20] N Koizumi: "A new model to simulate critical current degradation of a large CICC by taking into account strand bending", IEEE Trans. Appl. Supercond. 16 (2006) 831-834
- [21] C. Zhou., "Current transfer length in multi-filamentary superconducting NbTi and Nb<sub>3</sub>Sn strands; experiments and models", Superconductor Science and Technology, Vol.27, Number 9 (2014), 095014
- [22] H. Murakami, et al.: "Numerical Simulation of Critical Current Performance in Nb<sub>3</sub>Sn Strand Subjected to Periodic Bending Deformation" , IEEJ Trans. PE. 128 (2008) 853-859
- [23] H. Murakami, et al.: "Study on Superconducting Characteristics of Nb<sub>3</sub>Sn Strand in Cable in Conduit Conductor" , Doctor thesis in Waseda university (2010)
- [24] H. Murakami: "Numerical simulation of critical current degradation of Nb<sub>3</sub>Sn strand in CIC conductor", IEEE Trans. Appl. Supercond.18 (2008) 1051-1054
- [25] N. Koizumi: "Analytical model of the critical current of a bent Nb<sub>3</sub>Sn strand", Supercond. Sci. Technol. 24 (2011) 055009

- [26] L. Bottura: "  $J_c(B, T, \varepsilon)$  parametrization for the ITER Nb<sub>3</sub>Sn production", IEEE Trans. Appl. Supercond. 19 (2009) 1521-1524
- [27] 邊 吾一, 藤井 透, 川田 宏之, 「標準 材料の力学 補訂版」, 培風館, 2008
- [28] H. Kajitani: "Development of evaluation procedure for critical current of periodically bent Nb<sub>3</sub>Sn strand", TEION KOGAKU 50 (2015) 608-615 (in Japanese)
- [29] P. Bauer: "EFDA Material Data Compilation for Superconductor Simulation", EFDA(European Fusion Development Agreement) CSU Garching Germany (2007)
- [30] N. Koizumi, et al.: "Evaluation of critical current performance of an Nb<sub>3</sub>Al conductor with stainless steel conduit", TEION KOGAKU 36 (2001) 478-485 (in Japanese)
- [31] K. Matsui, et al.: "Evaluation of thermal strain caused by Nb<sub>3</sub>Sn reaction heat treatment for the ITER cable-in-conduit conductors", TEION KOGAKU 42 (2007) 311-316 (in Japanese)
- [32] Y. Nunoya, et al.: "Experimental investigation on the effect of transverse electromagnetic force on the V-T curve of the CIC Conductor", IEEE Trans. Appl. Supercond. 14 (2004) 1468-1472
- [33] C. Sanabria, et al.: "Metallographic autopsies of full-scale ITER prototype cable-in-conduit conductors after full testing in SULTAN: 1. The mechanical role of copper strands in a CICC", Supercond. Sci. Technol. 28 (2015) 085005
- [34] C. Sanabria, et al.: "Evidence that filament fracture occurs in an ITER toroidal field conductor after cyclic Lorentz force loading in SULTAN", Supercond. Sci. Technol. 25 (2012) 075007
- [35] P. Bruzzone, et al.: "The voltage/current characteristic(n index) of the cable-in-conduit conductors for fusion", IEEE Trans. Appl. Supercond. 13 (2003) 1452-1455
- [36] H. Kajitani, et al.: "Evaluation of ITER TF Coil Joint Performance", IEEE Transactions on Applied Superconductivity, Vol.25, August 2014.
- [37] H. Kajitani, et al.: "Analytical Study of Degradation of CIC Conductor Performance due to Strand Bending and Buckling", IEEE Trans. Appl. Supercond. 23 (2013) 2247652
- [38] H. Kajitani: "Development of Evaluation Procedure for Superconductivity of CIC Conductor for Fusion Reactor", TEION KOGAKU 51 (2016) Issue 3 (in Japanese)
- [39] H. Kajitani, et al.: "Numerical Simulation of Current Distribution in Cable-in-

Conduit Conductor for ITER TF Coil” , IEEE Trans. Appl. Supercond. 21 (2010)  
1964-1968

[40] 河村 哲也, 応用数値計算ライブラリ「流体解析 I」, 朝倉書店, 1996

## 研究業績

種類別	題名、発表・発行掲載誌名、発表・発行年月、連名者（申請者含む）
○論文	梶谷 秀樹, 石山 敦士, 我妻 洸, 村上 陽之, 辺見 努, 小泉 徳潔、核融合炉用 CIC 導体の超伝導特性評価手法の開発、低温工学（掲載決定）。
○論文	梶谷 秀樹, 石山 敦士, 我妻 洸, 村上 陽之, 辺見 努, 小泉 徳潔、波状曲げ変形を受けた Nb <sub>3</sub> Sn 素線の臨界電流特性評価手法の開発、低温工学、Vol.50、2015年12月。
○論文	H. Kajitani, T. Hemmi, T. Mizutani, K. Kunihiro, M. Yamane, T. Obana, S. Takada, S. Shinji, K. Takahata, S. Imagawa and N. Koizumi、Evaluation of ITER TF Coil Joint Performance、IEEE Transactions on Applied Superconductivity、Vol.25、August 2014.
○論文	H. Kajitani, T. Hemmi, H. Murakami and N. Koizumi、Analytical Study of Degradation of CIC Conductor Performance due to Strand Bending and Buckling、IEEE Transactions on Applied Superconductivity、Vol.23、October 2012.
○論文	H. Kajitani, H. Murakami, A. Ishiyama, N. Koizumi and H Nakajima、Numerical Simulation of Current Distribution in Cable-in-Conduit Conductor for ITER TF Coil、IEEE Transactions on Applied Superconductivity、Vol.21、August 2010.
講演	梶谷 秀樹, 辺見 努, 水谷 拓海, 高野 克敏, 安藤 真次, 松井 邦浩, 小泉 徳潔、TF コイル巻線の実規模試作の進捗、第 90 回低温工学・超電導学会、1B-p07、2014年11月
講演	梶谷 秀樹, 辺見 努, 水谷 拓海, 松井 邦浩, 今川 新作, 尾花 哲浩, 小泉 徳潔、ITER TF コイルジョイント部の性能評価、第 88 回低温工学・超電導学会、1C-p10、2013年12月
講演	梶谷 秀樹, 辺見 努, 村上 陽之, 小泉 徳潔、ITER 超伝導コイル用ケーブルインコンジット導体の性能評価、第 85 回低温工学・超電導学会、1C-a02、2011年11月

講演	梶谷 秀樹, 村上 陽之, 植田 浩史, 石山 敦士, 小泉 徳潔, 奥野 清、数値シミュレーションによる TF コイル用 CIC 導体内の電流分布解析、第 81 回低温工学・超電導学会、1C-a02、2009 年 11 月
講演	梶谷 秀樹, 村上 陽之, 植田 浩史, 石山 敦士, 小泉 徳潔, 奥野 清、断面構造の異なる Nb3Sn 素線の CIC 導体内における超電導特性の評価、第 80 回低温工学・超電導学会、1C-a02、2009 年 5 月
講演	梶谷 秀樹, 新井 道生, 西尾 幸恭, 植田 浩史, 石山 敦士、YBCO 超電導線材の過電流パルス通電試験前後における層間接触評価、電気学会 全国大会、S0653A、2009 年 3 月
その他 (論文)	渡部 一晃, 森村 俊也, 宮城 大輔, 津田 理, 濱島 高太郎, 谷貝 剛, 高畑 一也, 尾花 哲浩, 布谷 嘉彦, 梶谷 秀樹, 小泉 徳潔、CIC 導体の撚りピッチがラップジョイント内の超電導素線-銅スリーブ間接触状況に及ぼす影響、電気学会 超伝導機器研究会、2014 年 9 月
その他 (論文)	Pyon S, Y. Tsuchiya, H. Inoue, T. Tamegai, S. Awaji, K. Watanabe, <u>H. Kajitani</u> , N. Koizumi、Enhancement of critical current densities by high-pressure sintering in (Sr,K) Fe2As2 PIT wires、Superconductor Science and Technology、April 2014.
その他 (論文)	T. Tamegai, Pyon S, Q. Ding, Y. Tsuchiya, H. Inoue, Y. Sun, <u>H. Kajitani</u> , N. Koizumi、Comparison of Jc characteristics in PIT wires based on BaFe2As2 with different substitutions、European Conference on Applied Superconductivity、October 2013
その他 (論文)	Pyon S, Y. Tsuchiya, F. Otake, T. Taen, H. Akiyama, <u>H. Kajitani</u> , N. Koizumi, S. Okayasu、Enhancement of critical current densities in (Ba,K)Fe2As2 by 320 MeV Au irradiation in single crystals and by high-pressure sintering in PIT wires、Applied Physics Express、July 2013
その他 (講演)	山根 実, 松井 邦浩, 辺見 努, 梶谷 秀樹, 高野 克敏, 安藤 真次, 小泉 徳潔、ITER TF コイル実規模試作及び実機製作、第 89 回低温工学・超電導学会、1C-a02、2014 年 5 月

その他 (講演)	水谷 拓海, 松井 邦浩, 辺見 努, <u>梶谷 秀樹</u> , 高野 克敏, 安藤 真次, 小泉 徳潔、ITER TF コイル巻線の試作結果及び製作進捗、第 89 回低温工学・超電導学会、1C-a03、2014 年 5 月
その他 (講演)	名原 啓博, 諏訪 友音, 辺見 努, <u>梶谷 秀樹</u> , 尾関 秀将, 松井 邦浩, 布谷 嘉彦, 小泉 徳潔、ITER 用超伝導導体の導体性能試験、第 88 回低温工学・超電導学会、1C-p03、2013 年 12 月
その他 (講演)	小泉 徳潔, 中平 昌隆, 松井 邦浩, 辺見 努, 山根 実, <u>梶谷 秀樹</u> , 櫻井 武尊, 高野 克敏, 安藤 真次、ITER TF コイルの調達進捗、第 88 回低温工学・超電導学会、1C-p04、2013 年 12 月
その他 (講演)	松井 邦浩, 辺見 努, 山根 実, <u>梶谷 秀樹</u> , 高野 克敏, 安藤 真次, 小泉 徳潔、ITER TF コイル巻線の試作結果、第 88 回低温工学・超電導学会、1C-p05、2013 年 12 月
その他 (講演)	山根 実, 松井 邦浩, 辺見 努, 山根 実, <u>梶谷 秀樹</u> , 高野 克敏, 安藤 真次, 小泉 徳潔、ITER TF コイル熱処理試作結果、第 88 回低温工学・超電導学会、1C-p06、2013 年 12 月
その他 (講演)	辺見 努, 松井 邦浩, 山根 実, 松井 邦浩, <u>梶谷 秀樹</u> , 高野 克敏, 安藤 真次, 小泉 徳潔、ITER TF コイル冷媒入口試作、第 88 回低温工学・超電導学会、1C-p09、2013 年 12 月
その他 (講演)	佐浦 啓介, 尾花 哲浩, 高田 卓, 夏目 恭平, 濱口 真司, 高畑 一也, 力石 浩孝, <u>梶谷 秀樹</u> , 辺見 努, 松井 邦浩, 今川 新作, 小泉 徳潔、ITER-TF 導体接続抵抗測定試験における高温超伝導ブスバー追加による銅ブスバーの発熱低減、第 88 回低温工学・超電導学会、1C-p11、2013 年 12 月
その他 (講演)	名原 啓博, 諏訪 友音, 辺見 努, <u>梶谷 秀樹</u> , 尾関 秀将, 松井 邦浩, 布谷 嘉彦, 小泉 徳潔、ITER 中心ソレノイド用超伝導導体の導体性能評価、第 87 回低温工学・超電導学会、3C-p01、2013 年 5 月
その他 (講演)	小泉 徳潔, 松井 邦浩, 辺見 努, <u>梶谷 秀樹</u> , 山根 実, 井口 将秀, 高野 克敏, 澤 直樹, 山本 暁男, 久野 和雄、ITER TF コイルの調達進捗、第 87 回低温工学・超電導学会、3C-p04、2013 年 5 月

その他 (講演)	松井 邦浩, 辺見 努, 井口 将秀, <u>梶谷 秀樹</u> , 西 宏, 千田 豊, 森本 将明, 小泉 徳潔、ITER TF コイルの調達進捗、第 86 回低温工学・超電導学会、3C-a07、2012 年 11 月
その他 (講演)	辺見 努, ハルヨ ステファヌス, <u>梶谷 秀樹</u> , 布谷 嘉彦, 相澤 一也, 小泉 徳潔, 町屋 修太郎, 長村 光造、中性子回折を用いた ITER CS 導体試験サンプルの劣化位置の評価、第 86 回低温工学・超電導学会、3C-a11、2012 年 11 月

## 謝辞

本研究は、早稲田大学先進理工学部電気・情報生命工学科 石山敦士教授のご指導のもとに遂行されたものであり、終始懇切丁寧なご指導、ご鞭撻を賜りました。ここに深甚なる謝意を表す次第であります。また、本研究の全過程を通じ、日本原子力研究開発機構の小泉徳潔様より多大なる御指導を頂きましたこと、厚く御礼申し上げます。さらに本研究をまとめるにあたり、格別な激励と指導を賜りました早稲田大学先進理工学部電気・情報生命工学科 岩本伸一教授、若尾真治教授、林泰弘教授に厚く御礼申し上げます。

本研究で使用した CIC 導体及び Nb<sub>3</sub>Sn 素線の実験結果や、その他の各種データは、日本原子力研究開発機構により提供されたものであり、研究に携わった全ての方々に深謝いたします。

日々の研究活動を通じて多大なる御指導を頂きました、早稲田大学 我妻洸氏、日本原子力研究開発機構 辺見努様、村上陽之様、さらに石山研究室の先輩諸氏ならびに研究の遂行にあたり支援、激励してくれた同輩、後輩の諸氏に心から感謝いたします。

最後に、私の博士課程進学を快く許し、勉学の機会を与えてくださった両親に深く深く感謝いたします。

# 付録 A 応力及び応力による曲げモーメント計算式

2章にて説明した次式の応力及び曲げモーメントの計算式を説明する。

$$\iint \sigma_{sc} dS + \iint \sigma_{ba} dS + \iint \sigma_{br} dS + \iint \sigma_{Cu} dS = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$\iint \sigma_{sc} y dS + \iint \sigma_{ba} y dS + \iint \sigma_{br} y dS + \iint \sigma_{Cu} y dS = M \quad (\text{A.2})$$

## A.1 応力計算式

本研究では、銅及びブロンズの塑性変形も考慮するため、これらの計算では、弾性及び塑性領域の応力に分割する。すなわち、式(A.1)は、

$$\iint_{ela} \sigma dS = \iint_{ela,sc} \sigma_{sc} dS_{sc} + \iint_{ela,ba} \sigma_{ba} dS_{ba} + \iint_{ela,br} \sigma_{br} dS_{br} + \iint_{ela,Cu} \sigma_{Cu} dS_{Cu} \quad (\text{A.3})$$

$$\iint_{pla} \sigma dS = \iint_{pla,br} \sigma_{br} dS_{br} + \iint_{pla,Cu} \sigma_{Cu} dS_{Cu} \quad (\text{A.4})$$

$$\iint_{ela} \sigma dS + \iint_{pla} \sigma dS = 0 \quad (\text{A.5})$$

ここに二重積分下付きの  $ela, pla$  はそれぞれ弾性及び塑性領域であることを示す。

式 (A.3) における銅部の弾性領域に関して、

$$\begin{aligned} \iint_{ela,Cu} \sigma_{Cu} dS_{Cu} &= 2E_{Cu} \int_{y_{el,cu-}}^{-R_{ba}} \left( \varepsilon_{bo} \frac{y}{R_{st}} + \varepsilon_{a,Cu} \right) \cdot \left( \sqrt{R_{st}^2 - y^2} \right) dy \\ &+ 2E_{Cu} \int_{y_{el,ba-}}^{y_{el,ba+}} \left( \varepsilon_{bo} \frac{y}{R_{st}} + \varepsilon_{a,Cu} \right) \cdot \left( \sqrt{R_{st}^2 - y^2} - \sqrt{R_{ba}^2 - y^2} \right) dy \\ &+ 2E_{Cu} \int_{R_{ba}}^{y_{el,cu+}} \left( \varepsilon_{bo} \frac{y}{R_{st}} + \varepsilon_{a,Cu} \right) \cdot \left( \sqrt{R_{st}^2 - y^2} \right) dy \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

ここに  $R_{st}$  は素線半径、 $R_{ba}$  はバリア外層までの半径、 $\varepsilon_{a,Cu}$  は銅部に働く軸方向歪を表す。この  $\varepsilon_{a,Cu}$  は、熱歪  $\varepsilon_{th,Cu}$  と素線が塑性変形したことにより生ずる軸方向歪  $\varepsilon_p$  の合計値となる。つまり、

$$\varepsilon_{a,Cu} = \varepsilon_{th,Cu} + \varepsilon_p \quad (\text{A.7})$$

である。また、各種の  $y_{el,Cu/ba,+/-}$  は、素線の引張/圧縮側における銅の弾塑性領域の境界  $y$  座標を示すが、これは、素線断面内の応力バランスに応じて変化するため、後述する場合分けに応じて  $y_{el,Cu/ba,+/-}$  を決定する。

式 (A.7) を極座標変換すると、

$$\iint_{ela,Cu} \sigma_{Cu} dS_{Cu} = 2E_{Cu} \left\{ \begin{aligned} & R_{st}^2 \left[ -\varepsilon_{bo} \frac{R_{st}}{R_{st}} \frac{\cos^3 \theta}{3} + \varepsilon_{a,cu} \frac{\sin 2\theta + 2\theta}{4} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{-R_{ba}}{R_{st}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{-R_{ba}}{R_{st}}\right)} \\ & + R_{st}^2 \left[ -\varepsilon_{bo} \frac{R_{st}}{R_{st}} \frac{\cos^3 \theta}{3} + \varepsilon_{a,cu} \frac{\sin 2\theta + 2\theta}{4} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yei,cu-}{R_{st}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yei,cu-}{R_{st}}\right)} \\ & - R_{ba}^2 \left[ -\varepsilon_{bo} \frac{R_{ba}}{R_{st}} \frac{\cos^3 \theta}{3} + \varepsilon_{a,cu} \frac{\sin 2\theta + 2\theta}{4} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yei,ba+}{R_{ba}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yei,ba+}{R_{ba}}\right)} \\ & + R_{st}^2 \left[ -\varepsilon_{bo} \frac{R_{st}}{R_{st}} \frac{\cos^3 \theta}{3} + \varepsilon_{a,cu} \frac{\sin 2\theta + 2\theta}{4} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yei,ba-}{R_{ba}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yei,ba-}{R_{ba}}\right)} \\ & - R_{ba}^2 \left[ -\varepsilon_{bo} \frac{R_{ba}}{R_{st}} \frac{\cos^3 \theta}{3} + \varepsilon_{a,cu} \frac{\sin 2\theta + 2\theta}{4} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yei,ba-}{R_{ba}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yei,ba-}{R_{ba}}\right)} \\ & + R_{st}^2 \left[ -\varepsilon_{bo} \frac{R_{st}}{R_{st}} \frac{\cos^3 \theta}{3} + \varepsilon_{a,cu} \frac{\sin 2\theta + 2\theta}{4} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yei,cu+}{R_{st}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yei,cu+}{R_{st}}\right)} \\ & - R_{ba}^2 \left[ -\varepsilon_{bo} \frac{R_{ba}}{R_{st}} \frac{\cos^3 \theta}{3} + \varepsilon_{a,cu} \frac{\sin 2\theta + 2\theta}{4} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{R_{ba}}{R_{st}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{R_{ba}}{R_{st}}\right)} \end{aligned} \right\} \quad (A.8)$$

式 (A.4) のにおける銅部の塑性領域に関しては、

$$\begin{aligned} \iint_{pla,Cu} \sigma_{Cu} dS_{Cu} &= 2 \int_{-R_{st}}^{yt,cu-} -f(-\varepsilon_{cu}) \cdot (\sqrt{R_{st}^2 - y^2}) dy \\ &+ 2 \int_{yt,cu-}^{yei,cu-} \{E'_{cu} \varepsilon_{cu} - \sigma_c\} \cdot (\sqrt{R_{st}^2 - y^2}) dy \\ &+ 2 \int_{-R_{ba}}^{yt,ba-} -f(-\varepsilon_{cu}) \cdot (\sqrt{R_{st}^2 - y^2} - \sqrt{R_{ba}^2 - y^2}) dy \\ &+ 2 \int_{yt,ba-}^{yei,ba-} \{E'_{cu} \varepsilon_{cu} - \sigma_c\} \cdot (\sqrt{R_{st}^2 - y^2} - \sqrt{R_{ba}^2 - y^2}) dy \\ &+ 2 \int_{yei,ba+}^{yt,ba+} (E'_{cu} (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{p,cu}) + \sigma_c) (\sqrt{R_{st}^2 - y^2} - \sqrt{R_{ba}^2 - y^2}) dy \\ &+ 2 \int_{yt,ba+}^{R_{ba}} f(\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{p,cu}) (\sqrt{R_{st}^2 - y^2} - \sqrt{R_{ba}^2 - y^2}) dy \\ &+ 2 \int_{yei,cu+}^{yt,cu+} (E'_{cu} (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{p,cu}) + \sigma_c) \cdot (\sqrt{R_{st}^2 - y^2}) dy \\ &+ 2 \int_{yt,cu+}^{R_{st}} f(\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{p,cu}) \cdot (\sqrt{R_{st}^2 - y^2}) dy \end{aligned} \quad (A.9)$$

各種の  $y_{t,Cu/ba,+/-}$  は、素線の引張/圧縮側における銅の塑性領域の境界  $y$  座標を示すが、これは、素線断面内の応力バランスに応じて変化するため、同じく後述する場合分けに応じて  $y_{t,Cu/ba,+/-}$  を決定する。

極座標変換を行うと、

$$\begin{aligned}
\iint_{pla,Cu} \sigma_{Cu} dS_{Cu} = 2 & \left[ \begin{aligned}
& R_{st}^2 \left[ \frac{4c_{0-} + c_{2-} R_{st}^2}{8} \theta + \frac{c_{0-} \sin 2\theta}{4} - \frac{(c_{1-} R_{st} + c_{3-} R_{st}^3) \cos^3 \theta}{3} - \frac{c_{2-} R_{st}^2 \sin 4\theta}{32} + \frac{c_{3-} R_{st}^3 \cos^5 \theta}{5} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yt, cu-}{Rst}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yt, cu-}{Rst}\right)} \\
& + R_{st}^2 \left[ -\frac{E'_{cu} \varepsilon_{bo} R_{st} \cos^3 \theta}{3R_{st}} + (E'_{cu} \varepsilon_{a, cu} - \sigma_c) \frac{2\theta + \sin 2\theta}{4} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yt, cu-}{Rst}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yel, cu-}{Rst}\right)} \\
& + R_{st}^2 \left[ \frac{4c_{0-} + c_{2-} R_{st}^2}{8} \theta + \frac{c_{0-} \sin 2\theta}{4} - \frac{(c_{1-} R_{st} + c_{3-} R_{st}^3) \cos^3 \theta}{3} - \frac{c_{2-} R_{st}^2 \sin 4\theta}{32} + \frac{c_{3-} R_{st}^3 \cos^5 \theta}{5} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{-Rba}{Rst}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yt, ba-}{Rst}\right)} \\
& - R_{ba}^2 \left[ \frac{4c_{0-} + c_{2-} R_{ba}^2}{8} \theta + \frac{c_{0-} \sin 2\theta}{4} - \frac{(c_{1-} R_{ba} + c_{3-} R_{ba}^3) \cos^3 \theta}{3} - \frac{c_{2-} R_{ba}^2 \sin 4\theta}{32} + \frac{c_{3-} R_{ba}^3 \cos^5 \theta}{5} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{-Rba}{Rba}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yt, ba-}{Rba}\right)} \\
& + R_{st}^2 \left[ -\frac{E'_{cu} \varepsilon_{bo} R_{st} \cos^3 \theta}{3R_{st}} + (E'_{cu} \varepsilon_{a, cu} - \sigma_c) \frac{2\theta + \sin 2\theta}{4} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yt, ba-}{Rst}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yel, ba-}{Rst}\right)} \\
& - R_{ba}^2 \left[ -\frac{E'_{cu} \varepsilon_{bo} R_{ba} \cos^3 \theta}{3R_{ba}} + (E'_{cu} \varepsilon_{a, cu} - \sigma_c) \frac{2\theta + \sin 2\theta}{4} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yt, ba-}{Rba}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yel, ba-}{Rba}\right)} \\
& + R_{st}^2 \left[ -\frac{E'_{cu} \varepsilon_{bo} R_{st} \cos^3 \theta}{3R_{st}} + (E'_{cu} (\varepsilon_{a, cu} + \varepsilon_{p, cu}) + \sigma_c) \frac{2\theta + \sin 2\theta}{4} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yel, ba+}{Rst}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yt, ba+}{Rst}\right)} \\
& - R_{ba}^2 \left[ -\frac{E'_{cu} \varepsilon_{bo} R_{ba} \cos^3 \theta}{3R_{st}} + (E'_{cu} (\varepsilon_{a, cu} + \varepsilon_{p, cu}) + \sigma_c) \frac{2\theta + \sin 2\theta}{4} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yel, ba+}{Rba}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yt, ba+}{Rba}\right)} \\
& + R_{st}^2 \left[ \frac{4c_{0+} + c_{2+} R_{st}^2}{8} \theta + \frac{c_{0+} \sin 2\theta}{4} - \frac{(c_{1+} R_{st} + c_{3+} R_{st}^3) \cos^3 \theta}{3} - \frac{c_{2+} R_{st}^2 \sin 4\theta}{32} + \frac{c_{3+} R_{st}^3 \cos^5 \theta}{5} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{Rba}{Rst}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{Rba}{Rst}\right)} \\
& - R_{ba}^2 \left[ \frac{4c_{0+} + c_{2+} R_{ba}^2}{8} \theta + \frac{c_{0+} \sin 2\theta}{4} - \frac{(c_{1+} R_{ba} + c_{3+} R_{ba}^3) \cos^3 \theta}{3} - \frac{c_{2+} R_{ba}^2 \sin 4\theta}{32} + \frac{c_{3+} R_{ba}^3 \cos^5 \theta}{5} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yt, ba+}{Rba}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{Rba}{Rba}\right)} \\
& + R_{st}^2 \left[ -\frac{E'_{cu} \varepsilon_{bo} R_{st} \cos^3 \theta}{3R_{st}} + (E'_{cu} (\varepsilon_{a, cu} + \varepsilon_{p, cu}) + \sigma_c) \frac{2\theta + \sin 2\theta}{4} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yel, cu+}{Rst}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yt, cu+}{Rst}\right)} \\
& + R_{st}^2 \left[ \frac{4c_{0+} + c_{2+} R_{st}^2}{8} \theta + \frac{c_{0+} \sin 2\theta}{4} - \frac{(c_{1+} R_{st} + c_{3+} R_{st}^3) \cos^3 \theta}{3} - \frac{c_{2+} R_{st}^2 \sin 4\theta}{32} + \frac{c_{3+} R_{st}^3 \cos^5 \theta}{5} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yt, cu+}{Rst}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{Rst}{Rst}\right)}
\end{aligned} \right]
\end{aligned}
\tag{A.10}$$

以下のケースに応じて  $y_{el, Cu/ba, +/-}$ 、 $y_{t, Cu/ba, +/-}$  を決定し、式 (A.9)、(A.10) を計算していく。

$$\begin{aligned}
& \text{If}(y_{el-} \leq -R_{st}) & \text{If}(y_{el+} \geq R_{st}) \\
& y_{el,cu-} = y_{t,cu-} = -R_{st} & y_{el,cu+} = y_{t,cu+} = R_{st} \\
& y_{el,ba-} = y_{t,ba-} = -R_{ba} & y_{el,ba+} = y_{t,ba+} = R_{ba} \\
\\
& \text{Else if}(-R_{st} \leq y_{el-} \leq -R_{ba}) & \text{Else if}(R_{st} \geq y_{el+} \geq R_{ba}) \\
& y_{el,cu-} = y_{el-} & y_{el,cu+} = y_{el+} \\
& y_{el,ba-} = y_{t,ba-} = -R_{ba} & y_{el,ba+} = y_{t,ba+} = R_{ba} \\
& \quad \text{if}(y_t \leq -R_{st}) & \quad \text{if}(y_t \geq R_{st}) \\
& \quad y_{t,cu-} = -R_{st} & \quad y_{t,cu+} = R_{st} \\
& \quad \text{else} & \quad \text{else} \\
& \quad y_{t,cu-} = y_{t-} & \quad y_{t,cu+} = y_{t+} \\
\\
& \text{Else if}(-R_{ba} \leq y_{el-}) & \text{Else if}(R_{ba} \geq y_{el+}) \\
& y_{el,cu-} = -R_{ba} & y_{el,cu+} = R_{ba} \\
& y_{el,ba-} = y_{el-} & y_{el,ba+} = y_{el+} \\
& \quad \text{if}(y_{t-} \leq -R_{st}) & \quad \text{if}(y_{t+} \geq R_{st}) \\
& \quad y_{t,cu-} = -R_{st} & \quad y_{t,ba+} = R_{ba} \\
& \quad y_{t,ba-} = -R_{ba} & \quad y_{t,cu+} = R_{st} \\
& \quad \text{else if}(-R_{st} \leq y_{el-} \leq -R_{ba}) & \quad \text{else if}(R_{st} \geq y_{t+} \geq R_{ba}) \\
& \quad y_{t,cu-} = y_{t-} & \quad y_{t,ba+} = R_{ba} \\
& \quad y_{t,ba-} = -R_{ba} & \quad y_{t,cu+} = y_{t+} \\
& \quad \text{else if}(-R_{ba} \leq y_{t-}) & \quad \text{else if}(R_{ba} \geq y_{t+}) \\
& \quad y_{t,cu-} = -R_{ba} & \quad y_{t,ba+} = y_{t+} \\
& \quad y_{t,ba-} = y_{t-} & \quad y_{t,cu+} = R_{ba}
\end{aligned}$$

(A.11)

ここに、 $y_{el,+/-}$ は銅部の弾塑性領域の境界  $y$  座標を表し、以下で計算する。

$$y_{el,+} = \frac{\varepsilon_{el+} - \varepsilon_{a,Cu}}{\varepsilon_{bo}} R_{st} \quad (\text{A.12})$$

$$y_{el,-} = \frac{\varepsilon_{el-} - \varepsilon_{a,Cu}}{\varepsilon_{bo}} R_{st} \quad (\text{A.13})$$

ここに、 $\varepsilon_{el,+/-}$ は銅の応力歪カーブにおける弾塑性領域の引張/圧縮側の境界の歪値を表す。また、 $y_{t,+/-}$ は銅部の塑性領域 2 関数間の引張/圧縮側境界  $y$  座標を表し、以下で計算する。

$$y_{t,+} = \frac{\varepsilon_{t+} - \varepsilon_{a,Cu}}{\varepsilon_{bo}} R_{st} \quad (\text{A.14})$$

$$y_{t,-} = \frac{\varepsilon_{t,-} - \varepsilon_{a,Cu}}{\varepsilon_{bo}} R_{st} \quad (\text{A.15})$$

ここに、 $\varepsilon_{t,+/-}$ は銅の応力歪カーブにおける塑性領域 2 関数間の引張/圧縮側の境界の歪値を表す。 $\varepsilon_{el,+/-}$ 、 $\varepsilon_{t,+/-}$ これらは銅の応力歪カーブでの関数間の交点により計算される値であり、既知値である。

式 (A.3) のブロンズ部の弾性領域に関して、

$$\iint_{\text{ela},br} \sigma_{br} dS_{br} = 2E_{br}(1-\lambda_{sc}) \int_{y_{el,br-}}^{y_{el,br+}} \left( \varepsilon_{bo} \frac{y}{R_{st}} + \varepsilon_{a,br} \right) \cdot \sqrt{R_{br}^2 - y^2} dy \quad (\text{A.16})$$

ここに、 $R_{br}$  は超伝導部コア半径、 $\lambda_{sc}$  は超伝導コア部における Nb<sub>3</sub>Sn の占有である。また、ブロンズは銅部と同一の機械特性とし、

$$E_{br} = E_{Cu}, \quad \varepsilon_{a,br} = \varepsilon_{a,Cu} \quad (\text{A.17})$$

とする。

極座標変換を行うと、

$$\iint_{\text{ela},br} \sigma_{br} dS_{br} = 2E_{br}(1-\lambda_{sc}) R_{br}^2 \left[ -\varepsilon_{bo} \frac{R_{br} \cos^3 \theta}{R_{st}} + \varepsilon_{a,Cu} \frac{\sin 2\theta + 2\theta}{4} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{y_{el,br-}}{R_{br}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{y_{el,br+}}{R_{br}}\right)} \quad (\text{A.18})$$

式 (A.4) のブロンズ塑性領域では、

$$\begin{aligned} \iint_{\text{pla},br} \sigma_{br,y} dS_{br} &= 2(1-\lambda_{sc}) \int_{-R_{br}}^{y_{t,br-}} -f(-\varepsilon_{cu}) \cdot \left( \sqrt{R_{br}^2 - y^2} \right) y dy \\ &+ 2(1-\lambda_{sc}) \int_{y_{t,br-}}^{y_{el,br-}} \{E'_{cu} \varepsilon_{cu} - \sigma_c\} \cdot \left( \sqrt{R_{br}^2 - y^2} \right) y dy \\ &+ 2(1-\lambda_{sc}) \int_{y_{el,br+}}^{y_{t,br+}} (E'_{cu} (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{p,cu}) + \sigma_c) \cdot \left( \sqrt{R_{br}^2 - y^2} \right) y dy \\ &+ 2(1-\lambda_{sc}) \int_{y_{t,br+}}^{R_{br}} f(\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{p,cu}) \cdot \left( \sqrt{R_{br}^2 - y^2} \right) y dy \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

極座標変換を行うと、

$$\iint_{pla,br} \sigma_{br} dS_{br} = 2(1 - \lambda_{sc}) R_{br}^2 \left\{ \begin{aligned} & \left[ \frac{4c_{0-} + c_{2-} R_{br}^2}{8} \theta + \frac{c_{0-} \sin 2\theta}{4} - \frac{(c_{1-} R_{br} + c_{3-} R_{br}^3) \cos^3 \theta}{3} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yt,br-}{R_{br}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yt,br-}{R_{br}}\right)} \\ & - \left[ \frac{c_{2-} R_{br}^2 \sin 4\theta}{32} + \frac{c_{3-} R_{br}^3 \cos^5 \theta}{5} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{-R_{br}}{R_{br}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{-R_{br}}{R_{br}}\right)} \\ & + \left[ -\frac{E'_{cu} \varepsilon_{bo} R_{br} \cos^3 \theta}{3R_{st}} + (E'_{cu} \varepsilon_{a,cu} - \sigma_c) \frac{2\theta + \sin 2\theta}{4} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yt,br-}{R_{br}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{ye_{l,br-}}{R_{br}}\right)} \\ & + \left[ -\frac{E'_{cu} \varepsilon_{bo} R_{br} \cos^3 \theta}{3R_{st}} + (E'_{cu} (\varepsilon_{a,cu} + \varepsilon_{p,cu}) + \sigma_c) \frac{2\theta + \sin 2\theta}{4} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yt,br-}{R_{br}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{ye_{l,br+}}{R_{br}}\right)} \\ & + \left[ \frac{4c_{0+} + c_{2+} R_{br}^2}{8} \theta + \frac{c_{0+} \sin 2\theta}{4} - \frac{(c_{1+} R_{br} + c_{3+} R_{br}^3) \cos^3 \theta}{3} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{R_{br}}{R_{br}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{R_{br}}{R_{br}}\right)} \\ & - \left[ \frac{c_{2+} R_{br}^2 \sin 4\theta}{32} + \frac{c_{3+} R_{br}^3 \cos^5 \theta}{5} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yt,br+}{R_{br}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yt,br+}{R_{br}}\right)} \end{aligned} \right\} \quad (A.20)$$

銅部と同じく、以下のケースに応じて  $y_{el,br,+/-}$ 、 $y_{t,br,+/-}$  を決定し、式 (A.18)、(A.20) を計算していく。

$$\begin{aligned}
& \text{If } (y_{el-} \leq -R_{br}) & \text{If } (y_{el+} \geq R_{br}) \\
& y_{el,br-} = y_{t,br-} = -R_{br} & y_{el,br+} = y_{t,br+} = R_{br} \\
& \text{Else if } (-R_{br} \leq y_{el-}) & \text{Else if } (R_{br} \geq y_{el+}) \\
& y_{el,br-} = y_{el-} & y_{el,br+} = y_{el+} \\
& \quad \text{if } (y_{t-} \leq -R_{br}) & \quad \text{if } (y_{t+} \geq R_{br}) \\
& \quad y_{t,br-} = -R_{br} & \quad y_{t,br+} = R_{br} \\
& \quad \text{else} & \quad \text{else} \\
& \quad y_{t,br-} = y_{t-} & \quad y_{t,br+} = y_{t+}
\end{aligned} \quad (A.21)$$

式 (A.3) の超伝導部に関して、

$$\iint_{ela,sc} \sigma_{sc} dS_{sc} = 2\lambda_{sc} E_{sc} \int_{-R_{br}}^{R_{br}} \left( \frac{\varepsilon_{bo}}{R_{st}} y + \varepsilon_{a,sc} \right) \cdot \sqrt{R_{br}^2 - y^2} dy \quad (A.22)$$

極座標変換を行うと、

$$\iint_{ela,sc} \sigma_{sc} dS_{sc} = 2\lambda_{sc} E_{sc} R_{br}^2 \left[ -\varepsilon_{bo} \frac{R_{br}}{R_{st}} \frac{\cos^3 \theta}{3} + \varepsilon_{a,cu} \frac{\sin 2\theta + 2\theta}{4} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{-R_{br}}{R_{br}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{R_{br}}{R_{br}}\right)} \quad (A.23)$$

式 (A.3) のバリア部に関して、

$$\begin{aligned}
\iint_{ela,ba} \sigma_{ba} dS_{ba} &= 2E_{ba} \int_{-R_{br}}^{-R_{ba}} \left( \frac{\varepsilon_{bo}}{R_{st}} y + \varepsilon_{a,sc} \right) \cdot \left( \sqrt{R_{ba}^2 - y^2} - \sqrt{R_{br}^2 - y^2} \right) dy \\
&+ 2E_{ba} \int_{R_{br}}^{R_{ba}} \left( \frac{\varepsilon_{bo}}{R_{st}} y + \varepsilon_{a,sc} \right) \cdot \left( \sqrt{R_{ba}^2 - y^2} - \sqrt{R_{br}^2 - y^2} \right) dy
\end{aligned} \tag{A.24}$$

極座標変換を行うと、

$$\iint_{ela,ba} \sigma_{ba} dS_{ba} = 2E_{ba} \left\{ \begin{aligned} &R_{ba}^2 \left[ -\varepsilon_{bo} \frac{R_{ba}}{R_{st}} \frac{\cos^3 \theta}{3} + \varepsilon_{a,cu} \frac{\sin 2\theta + 2\theta}{4} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{-R_{br}}{R_{ba}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{-R_{ba}}{R_{ba}}\right)} \\ &- R_{br}^2 \left[ -\varepsilon_{bo} \frac{R_{br}}{R_{st}} \frac{\cos^3 \theta}{3} + \varepsilon_{a,cu} \frac{\sin 2\theta + 2\theta}{4} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{-R_{ba}}{R_{br}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{-R_{br}}{R_{br}}\right)} \\ &+ R_{ba}^2 \left[ -\varepsilon_{bo} \frac{R_{ba}}{R_{st}} \frac{\cos^3 \theta}{3} + \varepsilon_{a,cu} \frac{\sin 2\theta + 2\theta}{4} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{R_{ba}}{R_{ba}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{R_{br}}{R_{ba}}\right)} \\ &- R_{br}^2 \left[ -\varepsilon_{bo} \frac{R_{br}}{R_{st}} \frac{\cos^3 \theta}{3} + \varepsilon_{a,cu} \frac{\sin 2\theta + 2\theta}{4} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{R_{br}}{R_{br}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{R_{ba}}{R_{br}}\right)} \end{aligned} \right\} \tag{A.25}$$

## A.2 モーメント計算式

モーメント計算式においても同様に、銅及びブロンズの塑性領域での応力を考慮して、

$$\iint_{ela} \sigma_y y dS = \iint_{ela,sc} \sigma_{sc} y dS_{sc} + \iint_{ela,ba} \sigma_{ba} y dS_{ba} + \iint_{ela,br} \sigma_{br} y dS_{br} + \iint_{ela,Cu} \sigma_{Cu} y dS_{Cu} \tag{A.26}$$

$$\iint_{pla} \sigma_y y dS = \iint_{pla,br} \sigma_{br} y dS_{br} + \iint_{pla,Cu} \sigma_{Cu} y dS_{Cu} \tag{A.27}$$

$$\iint_{ela} \sigma_y y dS + \iint_{pla} \sigma_y y dS = 0 \tag{A.28}$$

式 (A.26) の銅部の弾性領域に関して、

$$\begin{aligned}
\iint_{ela,Cu} \sigma_{Cu} y dS_{Cu} &= 2E_{Cu} \int_{y_{el,cu-}}^{-R_{ba}} \left( \varepsilon_{bo} \frac{y}{R_{st}} + \varepsilon_{a,Cu} \right) \cdot \left( \sqrt{R_{st}^2 - y^2} \right) y dy \\
&+ 2E_{Cu} \int_{y_{el,ba-}}^{y_{el,ba+}} \left( \varepsilon_{bo} \frac{y}{R_{st}} + \varepsilon_{a,Cu} \right) \cdot \left( \sqrt{R_{st}^2 - y^2} - \sqrt{R_{ba}^2 - y^2} \right) y dy \\
&+ 2E_{Cu} \int_{R_{ba}}^{y_{el,cu+}} \left( \varepsilon_{bo} \frac{y}{R_{st}} + \varepsilon_{a,Cu} \right) \cdot \left( \sqrt{R_{st}^2 - y^2} \right) y dy
\end{aligned} \tag{A.29}$$

極座標変換すると、

$$\iint_{ela,Cu} \sigma_{Cu} y dS_{Cu} = 2E_{cu} \left\{ \begin{array}{l} R_{st}^3 \left[ -\frac{R_{st} \varepsilon_{bo}}{R_{st}} \frac{\sin 4\theta - 4\theta}{32} - \frac{\varepsilon_{a,cu}}{3} \cos^3 \theta \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{-R_{ba}}{R_{st}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{y_{el,cu-}}{R_{st}}\right)} \\ + R_{st}^3 \left[ -\frac{R_{st} \varepsilon_{bo}}{R_{st}} \frac{\sin 4\theta - 4\theta}{32} - \frac{\varepsilon_{a,cu}}{3} \cos^3 \theta \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{y_{el,ba+}}{R_{st}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{y_{el,ba-}}{R_{st}}\right)} \\ - R_{ba}^3 \left[ -\frac{R_{ba} \varepsilon_{bo}}{R_{st}} \frac{\sin 4\theta - 4\theta}{32} - \frac{\varepsilon_{a,cu}}{3} \cos^3 \theta \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{y_{el,ba+}}{R_{ba}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{y_{el,ba-}}{R_{ba}}\right)} \\ + R_{st}^3 \left[ -\frac{R_{st} \varepsilon_{bo}}{R_{st}} \frac{\sin 4\theta - 4\theta}{32} - \frac{\varepsilon_{a,cu}}{3} \cos^3 \theta \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{y_{el,cu+}}{R_{st}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{R_{ba}}{R_{st}}\right)} \end{array} \right\} \quad (A.30)$$

式 (A.27) の銅部の塑性領域に関して、

$$\begin{aligned} \iint_{pla,Cu} \sigma_{Cu} y dS_{Cu} &= 2 \int_{-R_{st}}^{y_{l,cu-}} -f(-\varepsilon_{cu}) \cdot \left( \sqrt{R_{st}^2 - y^2} \right) y dy \\ &+ 2 \int_{y_{l,cu-}}^{y_{el,cu-}} \left\{ E'_{cu} \varepsilon_{cu} - \sigma_c \right\} \cdot \left( \sqrt{R_{st}^2 - y^2} \right) y dy \\ &+ 2 \int_{-R_{ba}}^{y_{l,ba-}} -f(-\varepsilon_{cu}) \cdot \left( \sqrt{R_{st}^2 - y^2} - \sqrt{R_{ba}^2 - y^2} \right) y dy \\ &+ 2 \int_{y_{l,ba-}}^{y_{el,ba-}} \left\{ E'_{cu} \varepsilon_{cu} - \sigma_c \right\} \cdot \left( \sqrt{R_{st}^2 - y^2} - \sqrt{R_{ba}^2 - y^2} \right) y dy \\ &+ 2 \int_{y_{el,ba+}}^{y_{l,ba+}} \left( E'_{cu} (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{p,cu}) + \sigma_c \right) \cdot \left( \sqrt{R_{st}^2 - y^2} - \sqrt{R_{ba}^2 - y^2} \right) y dy \\ &+ 2 \int_{y_{l,ba+}}^{R_{ba}} f(\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{p,cu}) \cdot \left( \sqrt{R_{st}^2 - y^2} - \sqrt{R_{ba}^2 - y^2} \right) y dy \\ &+ 2 \int_{y_{el,cu+}}^{y_{l,cu+}} \left( E'_{cu} (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{p,cu}) + \sigma_c \right) \cdot \left( \sqrt{R_{st}^2 - y^2} \right) y dy \\ &+ 2 \int_{y_{l,cu+}}^{R_{st}} f(\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{p,cu}) \cdot \left( \sqrt{R_{st}^2 - y^2} \right) y dy \end{aligned} \quad (A.31)$$

極座標変換すると、

$$\begin{aligned}
& \iint_{pla,Cu} \sigma_{Cu} y dS_{Cu} = 2 \left\{ \begin{aligned}
& R_{st}^3 \left[ \frac{2c_{1-}R_{st} + c_{3-}R_{st}^3}{16} \theta - \frac{(c_{0-} + c_{2-}R_{st}^2)\cos^3 \theta}{3} - \frac{c_{3-}R_{st}^3 \sin 2\theta}{64} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yt,cu-}{Rst}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yel,cu-}{Rst}\right)} \\
& - \left[ \frac{(2c_{1-}R_{st} + c_{3-}R_{st}^3)\sin 4\theta}{64} + \frac{c_{2-}R_{st}^2 \cos^5 \theta}{5} + \frac{c_{3-}R_{st}^3 \sin 6\theta}{192} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{-Rst}{Rst}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yt,cu-}{Rst}\right)} \\
& + R_{st}^3 \left[ -\frac{E'_{Cu}\varepsilon_{bo}R_{st}}{32R_{st}}(\sin 4\theta - 4\theta) - (E'_{Cu}\varepsilon_{a,Cu} - \sigma_c) \frac{\cos^3 \theta}{3} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yt,cu-}{Rst}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yel,cu-}{Rst}\right)} \\
& + R_{st}^3 \left[ \frac{2c_{1-}R_{st} + c_{3-}R_{st}^3}{16} \theta - \frac{(c_{0-} + c_{2-}R_{st}^2)\cos^3 \theta}{3} - \frac{c_{3-}R_{st}^3 \sin 2\theta}{64} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yt,ba-}{Rst}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yel,ba-}{Rst}\right)} \\
& - \left[ \frac{(2c_{1-}R_{st} + c_{3-}R_{st}^3)\sin 4\theta}{64} + \frac{c_{2-}R_{st}^2 \cos^5 \theta}{5} + \frac{c_{3-}R_{st}^3 \sin 6\theta}{192} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{-Rba}{Rst}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yt,ba-}{Rst}\right)} \\
& - R_{ba}^3 \left[ \frac{2c_{1-}R_{ba} + c_{3-}R_{ba}^3}{16} \theta - \frac{(c_{0-} + c_{2-}R_{ba}^2)\cos^3 \theta}{3} - \frac{c_{3-}R_{ba}^3 \sin 2\theta}{64} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yt,ba-}{Rba}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yel,ba-}{Rba}\right)} \\
& - \left[ \frac{(2c_{1-}R_{ba} + c_{3-}R_{ba}^3)\sin 4\theta}{64} + \frac{c_{2-}R_{ba}^2 \cos^5 \theta}{5} + \frac{c_{3-}R_{ba}^3 \sin 6\theta}{192} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{-Rba}{Rba}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yt,ba-}{Rba}\right)} \\
& + R_{st}^3 \left[ -\frac{E'_{Cu}\varepsilon_{bo}R_{st}}{32R_{st}}(\sin 4\theta - 4\theta) - (E'_{Cu}\varepsilon_{a,Cu} - \sigma_c) \frac{\cos^3 \theta}{3} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yt,ba-}{Rst}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yel,ba-}{Rst}\right)} \\
& - R_{ba}^3 \left[ -\frac{E'_{Cu}\varepsilon_{bo}R_{ba}}{32R_{st}}(\sin 4\theta - 4\theta) - (E'_{Cu}\varepsilon_{a,Cu} - \sigma_c) \frac{\cos^3 \theta}{3} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yt,ba-}{Rba}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yel,ba-}{Rba}\right)} \\
& + R_{st}^3 \left[ -\frac{E'_{Cu}\varepsilon_{bo}R_{st}}{32R_{st}}(\sin 4\theta - 4\theta) - (E'_{Cu}\varepsilon_{a,Cu} + \sigma'_c) \frac{\cos^3 \theta}{3} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yt,ba+}{Rst}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yel,ba+}{Rst}\right)} \\
& - R_{ba}^3 \left[ -\frac{E'_{Cu}\varepsilon_{bo}R_{ba}}{32R_{st}}(\sin 4\theta - 4\theta) - (E'_{Cu}\varepsilon_{a,Cu} + \sigma'_c) \frac{\cos^3 \theta}{3} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yt,ba+}{Rba}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yel,ba+}{Rba}\right)} \\
& + R_{st}^3 \left[ \frac{2c_{1+}R_{st} + c_{3+}R_{st}^3}{16} \theta - \frac{(c_{0+} + c_{2+}R_{st}^2)\cos^3 \theta}{3} - \frac{c_{3+}R_{st}^3 \sin 2\theta}{64} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{Rba}{Rst}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yt,ba+}{Rst}\right)} \\
& - \left[ \frac{(2c_{1+}R_{st} + c_{3+}R_{st}^3)\sin 4\theta}{64} + \frac{c_{2+}R_{st}^2 \cos^5 \theta}{5} + \frac{c_{3+}R_{st}^3 \sin 6\theta}{192} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yt,ba+}{Rst}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{Rba}{Rst}\right)} \\
& - R_{ba}^3 \left[ \frac{2c_{1+}R_{ba} + c_{3+}R_{ba}^3}{16} \theta - \frac{(c_{0+} + c_{2+}R_{ba}^2)\cos^3 \theta}{3} - \frac{c_{3+}R_{ba}^3 \sin 2\theta}{64} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{Rba}{Rst}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yt,ba+}{Rst}\right)} \\
& - \left[ \frac{(2c_{1+}R_{ba} + c_{3+}R_{ba}^3)\sin 4\theta}{64} + \frac{c_{2+}R_{ba}^2 \cos^5 \theta}{5} + \frac{c_{3+}R_{ba}^3 \sin 6\theta}{192} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yt,ba+}{Rst}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{Rba}{Rst}\right)} \\
& + R_{st}^3 \left[ -\frac{E'_{Cu}\varepsilon_{bo}R_{st}}{32R_{st}}(\sin 4\theta - 4\theta) - (E'_{Cu}\varepsilon_{a,Cu} + \sigma'_c) \frac{\cos^3 \theta}{3} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yt,cu+}{Rst}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{yel,cu+}{Rst}\right)} \\
& + R_{st}^3 \left[ \frac{2c_{1+}R_{st} + c_{3+}R_{st}^3}{16} \theta - \frac{(c_{0+} + c_{2+}R_{st}^2)\cos^3 \theta}{3} - \frac{c_{3+}R_{st}^3 \sin 2\theta}{64} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{Rst}{Rst}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{Rst}{Rst}\right)} \\
& - \left[ \frac{(2c_{1+}R_{st} + c_{3+}R_{st}^3)\sin 4\theta}{64} + \frac{c_{2+}R_{st}^2 \cos^5 \theta}{5} + \frac{c_{3+}R_{st}^3 \sin 6\theta}{192} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{yt,cu+}{Rst}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{Rst}{Rst}\right)}
\end{aligned} \right\} \tag{A.32}
\end{aligned}$$

式 (A.27) のブロンズの弾性領域に関して、

$$\iint_{ela,br} \sigma_{br} y dS_{br} = 2(1-\lambda_{sc}) E_{Cu} \int_{y_{el,br-}}^{y_{el,br+}} \sqrt{R_{br}^2 - y^2} \left( \frac{\varepsilon_{bo} y}{R_{st}} + \varepsilon_{a,br} \right) y dy \quad (A.33)$$

極座標変換すると、

$$\iint_{ela,br} \sigma_{br} y dS_{br} = 2(1-\lambda_{sc}) E_{Cu} R_{br}^3 \left[ -\frac{\varepsilon_{bo} R_{br}}{R_{st}} \frac{\sin 4\theta - 4\theta}{32} - \frac{\varepsilon_{a,br}}{3} \cos^3 \theta \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{y_{el,br-}}{R_{br}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{y_{el,br+}}{R_{br}}\right)} \quad (A.34)$$

式 (A.28) のブロンズの塑性領域に関して、

$$\begin{aligned} \iint_{pla,br} \sigma_{br} y dS_{br} &= 2(1-\lambda_{sc}) \int_{-R_{br}}^{y_{t,br-}} -f(-\varepsilon_{cu}) \cdot \left( \sqrt{R_{br}^2 - y^2} \right) y dy \\ &+ 2(1-\lambda_{sc}) \int_{y_{t,br-}}^{y_{el,br-}} \{E'_{cu} \varepsilon_{cu} - \sigma_c\} \cdot \left( \sqrt{R_{br}^2 - y^2} \right) y dy \\ &+ 2(1-\lambda_{sc}) \int_{y_{el,br+}}^{y_{t,br+}} (E'_{cu} (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{p,cu}) + \sigma_c) \cdot \left( \sqrt{R_{br}^2 - y^2} \right) y dy \\ &+ 2(1-\lambda_{sc}) \int_{y_{t,br+}}^{R_{br}} f(\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{p,cu}) \cdot \left( \sqrt{R_{br}^2 - y^2} \right) y dy \end{aligned} \quad (A.35)$$

極座標変換すると、

$$\iint_{pla,br} \sigma_{br} y dS_{br} = 2(1-\lambda_{sc}) R_{br}^3 \left\{ \begin{aligned} &\left[ \frac{2c_{1-} R_{br} + c_{3-} R_{br}^3}{16} \theta - \frac{(c_{0-} + c_{2-} R_{br}^2) \cos^3 \theta}{3} - \frac{c_{3-} R_{br}^3 \sin 2\theta}{64} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{y_{t,br-}}{R_{br}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{y_{t,br-}}{R_{br}}\right)} \\ &- \left[ \frac{(2c_{1-} R_{br} + c_{3-} R_{br}^3) \sin 4\theta}{64} + \frac{c_{2-} R_{br}^2 \cos^5 \theta}{5} + \frac{c_{3-} R_{br}^3 \sin 6\theta}{192} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{-R_{br}}{R_{br}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{-R_{br}}{R_{br}}\right)} \\ &+ \left[ -\frac{E'_{Cu} \varepsilon_{bo} R_{br}}{32 R_{st}} (\sin 4\theta - 4\theta) - (E'_{Cu} \varepsilon_{a,Cu} - \sigma_c) \frac{\cos^3 \theta}{3} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{y_{t,br-}}{R_{br}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{y_{el,br-}}{R_{br}}\right)} \\ &+ \left[ -\frac{E'_{Cu} \varepsilon_{bo} R_{br}}{32 R_{st}} (\sin 4\theta - 4\theta) - (E'_{Cu} \varepsilon_{a,Cu} + \sigma_c) \frac{\cos^3 \theta}{3} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{y_{t,br+}}{R_{br}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{y_{el,br+}}{R_{br}}\right)} \\ &+ \left[ \frac{2c_{1+} R_{br} + c_{3+} R_{br}^3}{16} \theta - \frac{(c_{0+} + c_{2+} R_{br}^2) \cos^3 \theta}{3} - \frac{c_{3+} R_{br}^3 \sin 2\theta}{64} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{R_{br}}{R_{br}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{R_{br}}{R_{br}}\right)} \\ &- \left[ \frac{(2c_{1+} R_{br} + c_{3+} R_{br}^3) \sin 4\theta}{64} + \frac{c_{2+} R_{br}^2 \cos^5 \theta}{5} + \frac{c_{3+} R_{br}^3 \sin 6\theta}{192} \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{y_{t,br+}}{R_{br}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{y_{t,br+}}{R_{br}}\right)} \end{aligned} \right\} \quad (A.36)$$

応力計算時と同様に、式 (A.11)、(A.21) に従い、式 (A.30)、(A.32)、(A.34)、(A.35) を計算していく。

式 (A.26) の超伝導部では、

$$\begin{aligned}
\iint_{ela,sc} \sigma_{sc} y dS_{sc} &= 2\lambda_{sc} E_{sc} \int_{-R_{br}}^{R_{br}} \sqrt{R_{br}^2 - y^2} \left( \frac{\varepsilon_{bo}}{R_{st}} y + \varepsilon_{a,sc} \right) y dy \\
&= 2\lambda_{sc} E_{sc} R_{br}^3 \left[ -\frac{R_{br} \varepsilon_{bo}}{R_{st}} \frac{\sin 4\theta - 4\theta}{32} - \frac{\varepsilon_{a,sc}}{3} \cos^3 \theta \right]_{\sin^{-1}\left(\frac{-R_{br}}{R_{br}}\right)}^{\sin^{-1}\left(\frac{R_{br}}{R_{br}}\right)} \quad (A.37)
\end{aligned}$$

同じく式 (A.26) のバリア部では、

$$\iint_{ela,ba} \sigma_{ba} y dS_{ba} = \frac{\varepsilon_{bo} E_{ba} I_{ba}}{R_{st}} \quad (A.38)$$

である。

## 付録 B 素線波状曲げ変形特性評価試験

素線の波状曲げ変形に対する超電導特性の劣化を実験的に評価するため、これまで、先行研究として、素線に周期的な曲げ変形を加えた状態で電圧電流 ( $I$ - $V$ ) 特性を測定する素線波状曲げ変形特性評価試験が実施されてきた<sup>[20][32]</sup>。この試験では、素線の両端を銅の電流リードに半田付けし、図 B.1 に示す正弦波形状をしたベリリウム銅の治具で素線を挟んで、電磁力を模擬した横荷重を印加することによって周期的な波状曲げ変形を素線に加える。実際の導体内部では、波状の曲げピッチは一定ではないが、本試験では、電磁力で撚線が圧縮されることによる素線同士の接触を想定して、曲げピッチを 5 mm としている。素線に印加される横荷重の大きさは、ロードセルによって測定される。横荷重を徐々に大きくしていきながら、その都度、 $I$ - $V$  特性を測定し、素線の  $I_c$  を評価する。

図 B.2 に  $10 \mu\text{V/m}$  基準の臨界電流値を示す。図 B.2 の縦軸は、曲げ印加前の  $I_c$  値  $I_{c0}$  で正規化したもの、横軸は、素線に印加した横荷重の大きさを表している。運転環境は、温度 5 K 及び外部磁場 12 T である。このように、荷重の増加すなわち曲げ変形の増大と共に、 $I_c$  が劣化していることがわかる。つまり、波状の曲げ変形によって、素線の超電導特性が劣化していることが本試験結果により確かめられている。

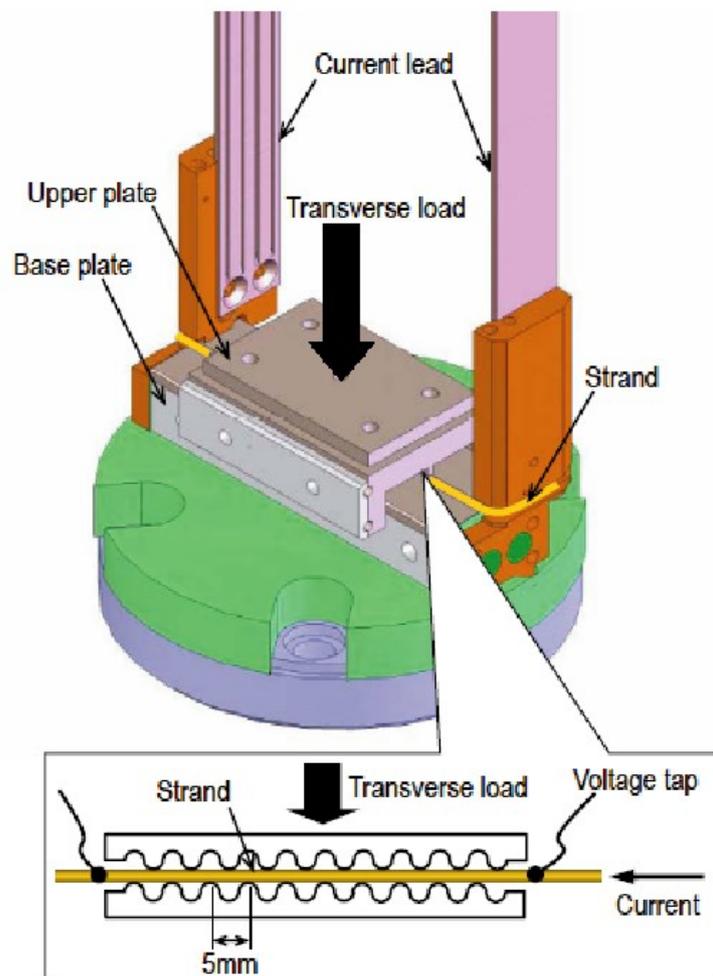


図 B.1 波状曲げ変形試験装置<sup>[3]</sup>

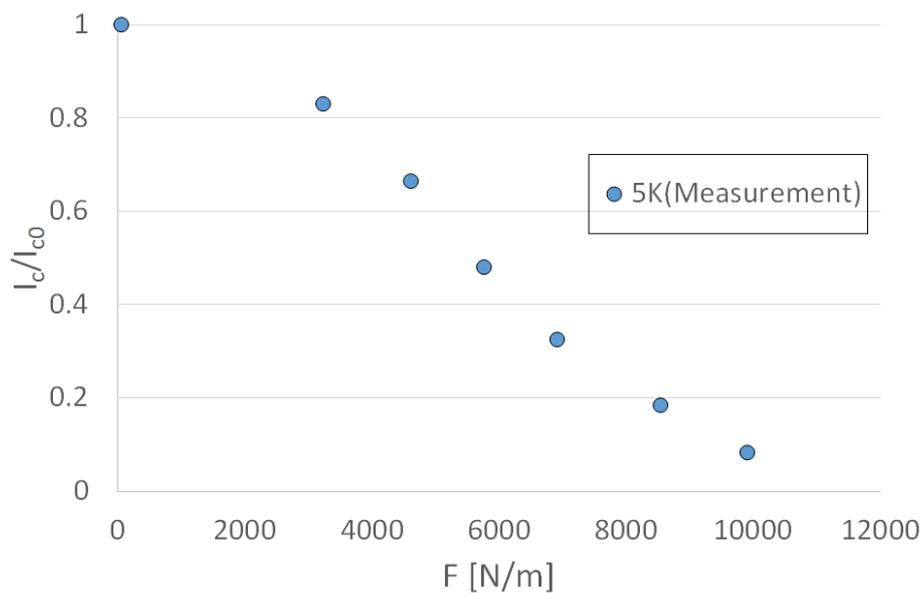


図 B.2 素線波状曲げ変形試験結果

# 付録 C ジョイント内部素線と銅スリーブ 界面間の抵抗及び素線間のコンダ クタンス

4章の回路モデルにおける回路素子であるジョイント（ターミナル）部内素線と銅スリーブ界面（試験装置電極との接触面）間の抵抗値を3次元の導電問題を用いて計算する。また、素線間のコンダクタンスも同様の手法で計算する。

## C. 1 計算モデル

銅スリーブに対し、三次元の導電場問題を与える。  
導電場に対し、以下の3式が成り立つ。

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi, \quad \phi = \phi(x, y, z) \quad (\text{C.1})$$

$$\mathbf{J} = \frac{\mathbf{E}}{\rho}, \quad \rho = \rho(z) \quad (\text{C.2})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (\text{C.3})$$

ここに、 $\mathbf{E}$ は電界強度、 $\mathbf{J}$ は電流密度、 $\phi$ は電位、 $\rho$ は銅抵抗率とし、銅スリーブ長手方向( $z$ 方向)に沿って外部磁場は変化するので、 $\rho$ も磁気抵抗効果を考慮し、 $z$ の関数として扱う。

式 (C.1)、(C.2) より、

$$\mathbf{J} = \left( -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial x}, -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial y}, -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \quad (\text{C.4})$$

これを式(C.3)に代入すると、

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = 0 \quad (\text{C.5})$$

式 (C.5) を計算し整理すると、

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \rho \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\rho} \right) \right\} \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (\text{C.6})$$

式 (C.6) が、銅スリーブの3次元導電問題での支配方程式となる。

## C. 2 計算方法（支配方程式の座標変換）

式 (C.6) を以下に記す差分法で解くことを考える<sup>[40]</sup>。差分法の場合、一般的に差分式には等間隔の矩形格子座標を用いるが、銅スリーブの形状の一部は曲状となっているため、格子座標と曲状部座標を一致させることは難しい。そこで、物理空間座標 $(x,y,z)$ を、式 (C.7) に示す変換関数を用いて、一般座標空間 $(\xi,\eta,\zeta)$ に写像し、一般座標空間の等間隔矩形格子で式 (C.6) を計算することを考える（図 C.1）。

$$\left. \begin{aligned} x &= x(\xi, \eta, \zeta) \\ y &= y(\xi, \eta, \zeta) \\ z &= z(\xi, \eta, \zeta) \end{aligned} \right\} \quad (C.7)$$

式 (C.7) の変換関数の計算法は後述する。

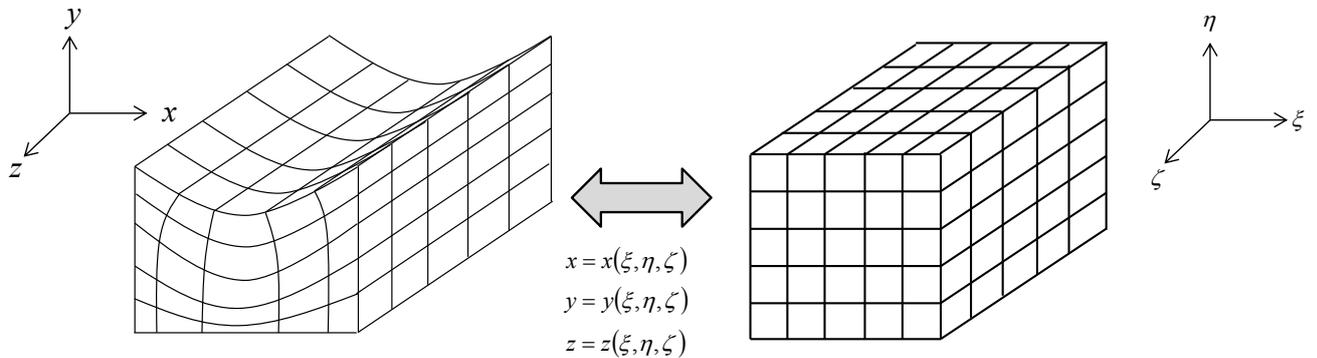


図 C.1 空間変換模式図

式 (C.7) のような変換関数を用いる場合、式 (C.6) の独立変数を計算空間でのそれに置き換える必要がある。以下にその変換過程を示す。

物理座標と一般空間座標の1階導関数では、次の関係が成り立つ。

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad (C.8)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial y} \quad (C.9)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial z} \quad (C.10)$$

また、2階導関数では、次の関係が成り立つ。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + \left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x}\right)^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta^2} + 2 \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi \partial \eta} + 2 \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta \partial \zeta} + 2 \frac{\partial \zeta}{\partial x} \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta \partial \xi} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \frac{\partial \phi}{\partial \zeta}$$

(C.11)

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \left(\frac{\partial \xi}{\partial y}\right)^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y}\right)^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial y}\right)^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta^2} + 2 \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi \partial \eta} + 2 \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial y} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta \partial \zeta} + 2 \frac{\partial \zeta}{\partial y} \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta \partial \xi} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \frac{\partial \phi}{\partial \zeta}$$

(C.12)

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \left(\frac{\partial \xi}{\partial z}\right)^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + \left(\frac{\partial \eta}{\partial z}\right)^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial z}\right)^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta^2} + 2 \frac{\partial \xi}{\partial z} \frac{\partial \eta}{\partial z} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi \partial \eta} + 2 \frac{\partial \eta}{\partial z} \frac{\partial \zeta}{\partial z} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta \partial \zeta} + 2 \frac{\partial \zeta}{\partial z} \frac{\partial \xi}{\partial z} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta \partial \xi} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} \frac{\partial \phi}{\partial \zeta}$$

(C.13)

また、式 (C.6) 内の抵抗率微分項も式 (C.10) と同様に、

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\rho} \right) = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{\rho} \right) \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{\rho} \right) \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{1}{\rho} \right) \frac{\partial \zeta}{\partial z}$$

(C.14)

このように、計算空間における支配方程式は、式 (C.10) 及び式 (C.11) ~ (C.14) を式 (C.6) に代入し、整理して、以下の式となる。

$$C_1 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + C_2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} + C_3 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta^2} + C_4 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi \partial \eta} + C_5 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta \partial \zeta} + C_6 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta \partial \xi} + C_7 \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + C_8 \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + C_9 \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} = 0$$

(C.15)

$$C_1 = \left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \xi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \xi}{\partial z}\right)^2$$

$$C_2 = \left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial z}\right)^2$$

$$C_3 = \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial z}\right)^2$$

$$C_4 = 2 \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \xi}{\partial z} \frac{\partial \eta}{\partial z} \right)$$

$$C_5 = 2 \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial z} \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right)$$

$$C_6 = 2 \left( \frac{\partial \zeta}{\partial x} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} \frac{\partial \xi}{\partial z} \right)$$

$$C_7 = \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} + \rho \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{\rho} \right) \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{\rho} \right) \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{1}{\rho} \right) \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right\} \frac{\partial \xi}{\partial z}$$

$$C_8 = \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} + \rho \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{\rho} \right) \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{\rho} \right) \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{1}{\rho} \right) \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right\} \frac{\partial \eta}{\partial z}$$

$$C_9 = \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} + \rho \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{\rho} \right) \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{\rho} \right) \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{1}{\rho} \right) \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right\} \frac{\partial \zeta}{\partial z}$$

ここで、 $\frac{\partial \xi}{\partial x}$ 等は、物理空間での1階導関数であるため、このままの形では計算空間において扱えない。これらの導関数は、以下の式で計算空間での導関数に変換できる。

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \left( \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} - \frac{\partial y}{\partial \zeta} \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) / J, \quad \frac{\partial \eta}{\partial x} = \left( \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \zeta} - \frac{\partial y}{\partial \zeta} \frac{\partial z}{\partial \xi} \right) / J, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \left( \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \xi} \right) / J$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial y} = \left( \frac{\partial x}{\partial \zeta} \frac{\partial z}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} \right) / J, \quad \frac{\partial \eta}{\partial y} = \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \zeta} - \frac{\partial x}{\partial \zeta} \frac{\partial z}{\partial \xi} \right) / J, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial y} = \left( \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \xi} - \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) / J$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial z} = \left( \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \zeta} - \frac{\partial x}{\partial \zeta} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) / J, \quad \frac{\partial \eta}{\partial z} = \left( \frac{\partial x}{\partial \zeta} \frac{\partial y}{\partial \xi} - \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \zeta} \right) / J, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial z} = \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) / J$$

$$J = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} + \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \zeta} \frac{\partial z}{\partial \xi} + \frac{\partial x}{\partial \zeta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \zeta} \frac{\partial z}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \zeta} - \frac{\partial x}{\partial \zeta} \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \xi}$$

(C.16)

同様に、 $\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$ 等は、物理空間での2階導関数であるため、このままの形では計算空間において扱えない。これらの導関数は、以下で計算する。

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{\partial \xi}{\partial x} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \left\{ \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \left\{ \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = \frac{\partial \xi}{\partial x} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \left\{ \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \left\{ \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} = \frac{\partial \xi}{\partial x} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \left\{ \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial \zeta}{\partial x} \left\{ \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) \right\}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} &= \frac{\partial \xi}{\partial y} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) \right\} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \left\{ \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) \right\} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} \left\{ \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) \right\} \\
\frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} &= \frac{\partial \xi}{\partial y} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \right\} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \left\{ \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \right\} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} \left\{ \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \right\} \\
\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} &= \frac{\partial \xi}{\partial y} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) \right\} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \left\{ \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) \right\} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} \left\{ \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) \right\} \\
\frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} &= \frac{\partial \xi}{\partial z} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \xi}{\partial z} \right) \right\} + \frac{\partial \eta}{\partial z} \left\{ \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial \xi}{\partial z} \right) \right\} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} \left\{ \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{\partial \xi}{\partial z} \right) \right\} \\
\frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} &= \frac{\partial \xi}{\partial z} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \eta}{\partial z} \right) \right\} + \frac{\partial \eta}{\partial z} \left\{ \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial \eta}{\partial z} \right) \right\} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} \left\{ \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{\partial \eta}{\partial z} \right) \right\} \\
\frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} &= \frac{\partial \xi}{\partial z} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right) \right\} + \frac{\partial \eta}{\partial z} \left\{ \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right) \right\} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} \left\{ \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right) \right\}
\end{aligned}$$

(C.17)

以上より、計算空間内の支配方程式 (式 (B.15)) の係数は、全て計算空間( $\xi, \eta, \zeta$ )に関するものとなり、等間隔矩形格子を用いて差分式を計算できるようになる。

式 (C.15) の差分式は、中心差分を用いて、

$$\begin{aligned}
&C_1 \left\{ \frac{\phi_{\xi+1, \eta, \zeta} - 2\phi_{\xi, \eta, \zeta} + \phi_{\xi-1, \eta, \zeta}}{(\Delta \xi)^2} \right\} + C_2 \left\{ \frac{\phi_{\xi, \eta+1, \zeta} - 2\phi_{\xi, \eta, \zeta} + \phi_{\xi, \eta-1, \zeta}}{(\Delta \eta)^2} \right\} + C_3 \left\{ \frac{\phi_{\xi, \eta, \zeta+1} - 2\phi_{\xi, \eta, \zeta} + \phi_{\xi, \eta, \zeta-1}}{(\Delta \zeta)^2} \right\} \\
&+ C_4 \left\{ \frac{\phi_{\xi+1, \eta+1, \zeta} - \phi_{\xi-1, \eta+1, \zeta} - \phi_{\xi+1, \eta-1, \zeta} + \phi_{\xi-1, \eta-1, \zeta}}{4\Delta \xi \Delta \eta} \right\} + C_5 \left\{ \frac{\phi_{\xi, \eta+1, \zeta+1} - \phi_{\xi, \eta-1, \zeta+1} - \phi_{\xi, \eta+1, \zeta-1} + \phi_{\xi, \eta-1, \zeta-1}}{4\Delta \eta \Delta \zeta} \right\} \\
&+ C_6 \left\{ \frac{\phi_{\xi+1, \eta, \zeta+1} - \phi_{\xi+1, \eta, \zeta-1} - \phi_{\xi-1, \eta, \zeta+1} + \phi_{\xi-1, \eta, \zeta-1}}{4\Delta \xi \Delta \zeta} \right\} + C_7 \left\{ \frac{\phi_{\xi+1, \eta, \zeta} - \phi_{\xi-1, \eta, \zeta}}{2\Delta \xi} \right\} + C_8 \left\{ \frac{\phi_{\xi, \eta+1, \zeta} - \phi_{\xi, \eta-1, \zeta}}{2\Delta \eta} \right\} \\
&+ C_9 \left\{ \frac{\phi_{\xi, \eta, \zeta+1} - \phi_{\xi, \eta, \zeta-1}}{2\Delta \zeta} \right\} = 0
\end{aligned}$$

$$(\xi = 2, \dots, N_\xi - 1; \eta = 2, \dots, N_\eta - 1; \zeta = 2, \dots, N_\zeta - 1)$$

(C.18)

SOR 法で解くために、式 (C.14) を  $\phi_{\xi, \eta, \zeta}$  について解くと、

$$\phi_{\xi,\eta,\zeta} = \frac{1}{\left\{ \frac{2C_1}{(\Delta\xi)^2} \right\} + \left\{ \frac{2C_2}{(\Delta\eta)^2} \right\} + \left\{ \frac{2C_3}{(\Delta\zeta)^2} \right\}} \left[ \begin{aligned}
& \frac{C_1\phi_{\xi+1,\eta,\zeta} + C_1\phi_{\xi-1,\eta,\zeta}}{(\Delta\xi)^2} + \frac{C_2\phi_{\xi,\eta+1,\zeta} + C_2\phi_{\xi,\eta-1,\zeta}}{(\Delta\eta)^2} \\
& + \frac{C_3\phi_{\xi,\eta,\zeta+1} + C_3\phi_{\xi,\eta,\zeta-1}}{(\Delta\zeta)^2} \\
& + C_4 \left\{ \frac{\phi_{\xi+1,\eta+1,\zeta} - \phi_{\xi-1,\eta+1,\zeta} - \phi_{\xi+1,\eta-1,\zeta} + \phi_{\xi-1,\eta-1,\zeta}}{4\Delta\xi\Delta\eta} \right\} \\
& + C_5 \left\{ \frac{\phi_{\xi,\eta+1,\zeta+1} - \phi_{\xi,\eta-1,\zeta+1} - \phi_{\xi,\eta+1,\zeta-1} + \phi_{\xi,\eta-1,\zeta-1}}{4\Delta\eta\Delta\zeta} \right\} \\
& + C_6 \left\{ \frac{\phi_{\xi+1,\eta,\zeta+1} - \phi_{\xi+1,\eta,\zeta-1} - \phi_{\xi-1,\eta,\zeta+1} + \phi_{\xi-1,\eta,\zeta-1}}{4\Delta\zeta\Delta\xi} \right\} \\
& + C_7 \left\{ \frac{\phi_{\xi+1,\eta,\zeta} - \phi_{\xi-1,\eta,\zeta}}{2\Delta\xi} \right\} + C_8 \left\{ \frac{\phi_{\xi,\eta+1,\zeta} - \phi_{\xi,\eta-1,\zeta}}{2\Delta\eta} \right\} \\
& + C_9 \left\{ \frac{\phi_{\xi,\eta,\zeta+1} - \phi_{\xi,\eta,\zeta-1}}{2\Delta\zeta} \right\}
\end{aligned} \right] \tag{C.19}$$

上式を反復式とみなし、

$$\phi_{\xi,\eta,\zeta}^{m+1} = \frac{1}{\left\{ \frac{2C_1}{(\Delta\xi)^2} \right\} + \left\{ \frac{2C_2}{(\Delta\eta)^2} \right\} + \left\{ \frac{2C_3}{(\Delta\zeta)^2} \right\}} \left[ \begin{aligned}
& \frac{C_1\phi_{\xi+1,\eta,\zeta}^m + C_1\phi_{\xi-1,\eta,\zeta}^{m+1}}{(\Delta\xi)^2} + \frac{C_2\phi_{\xi,\eta+1,\zeta}^m + C_2\phi_{\xi,\eta-1,\zeta}^{m+1}}{(\Delta\eta)^2} \\
& + \frac{C_3\phi_{\xi,\eta,\zeta+1}^m + C_3\phi_{\xi,\eta,\zeta-1}^{m+1}}{(\Delta\zeta)^2} \\
& + C_4 \left\{ \frac{\phi_{\xi+1,\eta+1,\zeta}^m - \phi_{\xi-1,\eta+1,\zeta}^m - \phi_{\xi+1,\eta-1,\zeta}^{m+1} + \phi_{\xi-1,\eta-1,\zeta}^{m+1}}{4\Delta\xi\Delta\eta} \right\} \\
& + C_5 \left\{ \frac{\phi_{\xi,\eta+1,\zeta+1}^m - \phi_{\xi,\eta-1,\zeta+1}^m - \phi_{\xi,\eta+1,\zeta-1}^{m+1} + \phi_{\xi,\eta-1,\zeta-1}^{m+1}}{4\Delta\eta\Delta\zeta} \right\} \\
& + C_6 \left\{ \frac{\phi_{\xi+1,\eta,\zeta+1}^m - \phi_{\xi+1,\eta,\zeta-1}^{m+1} - \phi_{\xi-1,\eta,\zeta+1}^m + \phi_{\xi-1,\eta,\zeta-1}^{m+1}}{4\Delta\zeta\Delta\xi} \right\} \\
& + C_7 \left\{ \frac{\phi_{\xi+1,\eta,\zeta}^m - \phi_{\xi-1,\eta,\zeta}^{m+1}}{2\Delta\xi} \right\} + C_8 \left\{ \frac{\phi_{\xi,\eta+1,\zeta}^m - \phi_{\xi,\eta-1,\zeta}^{m+1}}{2\Delta\eta} \right\} \\
& + C_9 \left\{ \frac{\phi_{\xi,\eta,\zeta+1}^m - \phi_{\xi,\eta,\zeta-1}^{m+1}}{2\Delta\zeta} \right\}
\end{aligned} \right] \tag{C.20}$$

$m$  は繰り返し回数である。右辺では、更新した値( $m+1$  回目の値)を用いている (格子点番号は  $\xi \rightarrow \eta \rightarrow \zeta$  順で付けている)。

SOR 法では

$$\phi_{\xi,\eta,\zeta}^* = \phi_{\xi,\eta,\zeta}^{m+1} \quad (\text{C.21})$$

とおき、

$$\phi_{\xi,\eta,\zeta}^{m+1} = (1-\omega)\phi_{\xi,\eta,\zeta}^m + \omega\phi_{\xi,\eta,\zeta}^* \quad (\text{C.22})$$

として計算する。 $\omega$  は加速係数で  $1 < \omega < 2$  である。

係数となる式 (C.16)、(C.17) についても、同じく中心差分

$$\frac{\partial x}{\partial \xi} = \frac{x_{\xi+1,\eta,\zeta} - x_{\xi-1,\eta,\zeta}}{2\Delta\xi} \quad (\text{C.23})$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) = \frac{\left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \right)_{\xi+1,\eta,\zeta} - \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \right)_{\xi-1,\eta,\zeta}}{2\Delta\xi} \quad (\text{C.24})$$

等で計算する。なお、計算空間における格子間隔は、

$$\Delta\xi = \Delta\eta = \Delta\zeta = 1 \quad (\text{C.25})$$

とする。

### C. 3 計算方法 (座標変換)

ここでは、式 (C.7) に示す変換関数の生成を考える。変換には、ラプラス方程式を用いる。ラプラス方程式での格子生成は、第一種境界条件を適用して、境界上に具体的な数値を指定し、その条件でラプラス方程式を解くことにより、内部に格子を生成する。また、上述のように、支配方程式は三次元となるが、ジョイント部形状は、長手方向に沿って一様なため、格子生成は、2次元(x,y)で行う。支配方程式は以下のラプラス方程式2式となる。

$$\frac{\partial \xi^2}{\partial x^2} + \frac{\partial \xi^2}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{C.26})$$

$$\xi = \xi(x, y) \text{ on boundary} \quad (\text{C.27})$$

$$\frac{\partial \eta^2}{\partial x^2} + \frac{\partial \eta^2}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{C.28})$$

$$\eta = \eta(x, y) \text{ on boundary} \quad (\text{C.29})$$

式 (C.27)、(C.29) は境界条件 (第一種) である。境界では具体的な数値が指定される。格子生成では、式 (C.26) 及び (C.28) で生成される曲線の交点が格子点となるため、式 (C.26) 及び (C.28) の連立微分方程式を解くことで、格子点を求める。

C.2 項でも述べたように、計算平面 $(\xi, \eta)$ における物理平面 $(x, y)$ の関係（つまり、 $\xi, \eta$ の値を与えた時に  $x, y$  値がいくつになるか）が必要なため、式 (C.26) と式 (C.28) の独立変数を  $\xi, \eta$  に置き換え、従属変数を  $x, y$  とする必要がある。上述と同様の手順で変換を行うと、

$$\alpha \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} = 0 \quad (\text{C.30})$$

$$x = x(\xi, \eta) \text{ on boundary} \quad (\text{C.31})$$

$$\alpha \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} = 0 \quad (\text{C.32})$$

$$y = y(\xi, \eta) \text{ on boundary} \quad (\text{C.33})$$

$$\alpha = \left( \frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2$$

$$\beta = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta}$$

$$\gamma = \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2$$

となる。式 (C.31) 、 (C.33) は境界条件である。このように、計算平面 $(\xi, \eta)$ での境界点に物理平面 $(x, y)$ での具体的数値（つまりジョイント部断面の輪廓座標）を指定し、式 (C.30) 、 (C.32) を同時に解くことにより、ある座標 $(\xi, \eta)$ に対応する物理座標 $(x, y)$ を求めることができる。差分すると、

$$\alpha \left\{ \frac{x_{\xi+1, \eta} - 2x_{\xi, \eta} + x_{\xi-1, \eta}}{(\Delta \xi)^2} \right\} - 2\beta \left\{ \frac{x_{\xi+1, \eta+1} - x_{\xi-1, \eta+1} - x_{\xi+1, \eta-1} + x_{\xi-1, \eta-1}}{4\Delta \xi \Delta \eta} \right\} + \gamma \left\{ \frac{x_{\xi, \eta+1} - 2x_{\xi, \eta} + x_{\xi, \eta-1}}{(\Delta \eta)^2} \right\} = 0$$

$$\alpha \left\{ \frac{y_{\xi+1, \eta} - 2y_{\xi, \eta} + y_{\xi-1, \eta}}{(\Delta \xi)^2} \right\} - 2\beta \left\{ \frac{y_{\xi+1, \eta+1} - y_{\xi-1, \eta+1} - y_{\xi+1, \eta-1} + y_{\xi-1, \eta-1}}{4\Delta \xi \Delta \eta} \right\} + \gamma \left\{ \frac{y_{\xi, \eta+1} - 2y_{\xi, \eta} + y_{\xi, \eta-1}}{(\Delta \eta)^2} \right\} = 0$$

(C.34)

$$\alpha = \left( \frac{x_{\xi, \eta+1} - x_{\xi, \eta-1}}{2\Delta \eta} \right)^2 + \left( \frac{y_{\xi, \eta+1} - y_{\xi, \eta-1}}{2\Delta \eta} \right)^2$$

$$\beta = \left( \frac{x_{\xi+1, \eta} - x_{\xi-1, \eta}}{2\Delta \xi} \right) \left( \frac{x_{\xi, \eta+1} - x_{\xi, \eta-1}}{2\Delta \eta} \right) + \left( \frac{y_{\xi+1, \eta} - y_{\xi-1, \eta}}{2\Delta \xi} \right) \left( \frac{y_{\xi, \eta+1} - y_{\xi, \eta-1}}{2\Delta \eta} \right)$$

$$\gamma = \left( \frac{x_{\xi+1,\eta} - x_{\xi-1,\eta}}{2\Delta\xi} \right)^2 + \left( \frac{y_{\xi+1,\eta} - y_{\xi-1,\eta}}{2\Delta\xi} \right)^2$$

$$(\xi = 2, \dots, N_\xi - 1; \eta = 2, \dots, N_\eta - 1)$$

\*  $N$  は各座標の格子線数

## C. 4 支配方程式の簡易化

C.3 で述べたように、ジョイント部形状は、長手方向に沿って一様なため、座標変換関数の導関数に関して、

$$\frac{\partial x}{\partial \zeta} = \frac{\partial y}{\partial \zeta} = \frac{\partial z}{\partial \xi} = \frac{\partial z}{\partial \eta} = 0 \quad (\text{C.35})$$

であるため、式 (C.16)、(C.17) の微分係数は次式で簡略化できる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi}{\partial x} &= \left( \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} \right) / J, & \frac{\partial \eta}{\partial x} &= \left( \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \zeta} \right) / J, & \frac{\partial \zeta}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} &= \left( -\frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} \right) / J, & \frac{\partial \eta}{\partial y} &= \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \zeta} \right) / J, & \frac{\partial \zeta}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \xi}{\partial z} &= 0, & \frac{\partial \eta}{\partial z} &= 0, & \frac{\partial \zeta}{\partial z} &= \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) / J \\ J &= \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial z}{\partial \zeta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{aligned} \quad (\text{C.36})$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{\partial \xi}{\partial x} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \left\{ \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = \frac{\partial \xi}{\partial x} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \left\{ \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = \frac{\partial \xi}{\partial y} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) \right\} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \left\{ \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = \frac{\partial \xi}{\partial y} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \right\} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \left\{ \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \right\}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} &= 0 \\
\frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} &= 0 \\
\frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} &= 0 \\
\frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} &= \frac{\partial \zeta}{\partial z} \left\{ \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right) \right\}
\end{aligned} \tag{C.37}$$

また、銅抵抗率  $\rho$  についても、断面内  $(x, y)$  では一定であるため、

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{\rho} \right) = \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{\rho} \right) = 0 \tag{C.38}$$

が成り立つ。

これより、式 (C.15) の支配方程式における微分定数 (C 1 ~ C 7) は、次式で簡略することができる。

$$\begin{aligned}
C_1 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + C_2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} + C_3 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta^2} + C_4 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi \partial \eta} + C_5 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta \partial \zeta} + C_6 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta \partial \xi} + C_7 \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + C_8 \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + C_9 \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} &= 0 \\
C_1 &= \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \xi}{\partial y} \right)^2, \quad C_2 = \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2, \quad C_3 = \left( \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right)^2 \\
C_4 &= 2 \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y} \right), \quad C_5 = C_6 = 0 \\
C_7 &= \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2}, \quad C_8 = \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2}, \quad C_9 = \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} + \rho \left\{ \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{1}{\rho} \right) \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right\} \frac{\partial \zeta}{\partial z}
\end{aligned} \tag{C.39}$$

微分係数 C 1 ~ C 7 の各値は、式 (C.36)、(C.37) で計算する。

## C. 5 境界条件

評価する対象によって境界条件の設定は異なる。

### C.5.1 ジョイント内素線と銅スリーブ界面間の抵抗 (素線ジョイント抵抗)

素線  $i$  の等価的な素線ジョイント抵抗  $R_{J,i}$  を評価する。ここでの  $R_{J,i}$  とは、ジョイント内素線  $i$  と銅スリーブ界面間の抵抗値である (図 C.2)。なお、電流パスは、素線間を介して銅スリーブに流れるものも考えられるが、素線間を介した素線

ジョイント抵抗は、比較的大きいことが考えられるため、ここでは考慮しないことにする。

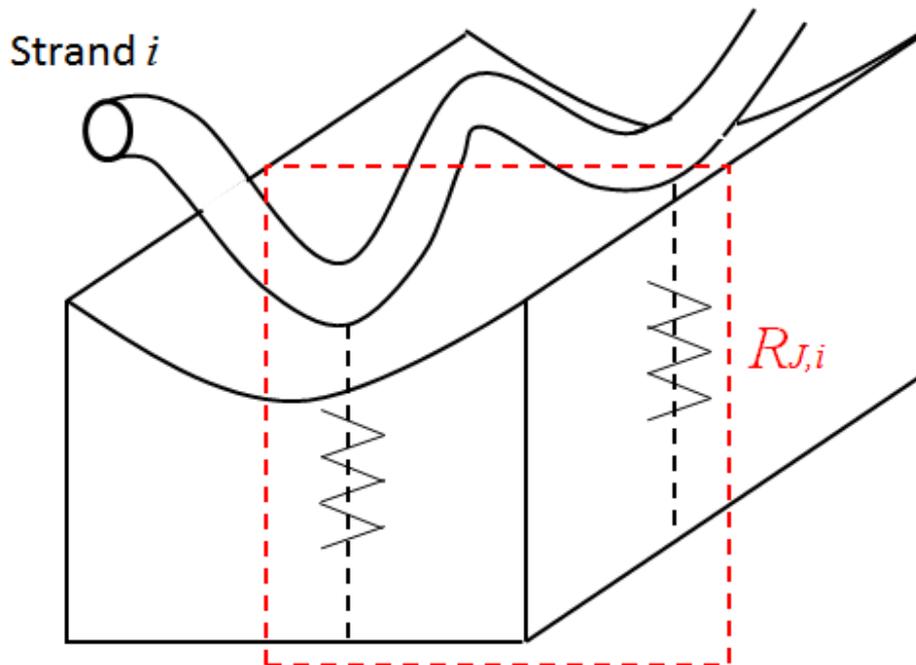


図 C.2 素線のジョイント抵抗模式図

このジョイント抵抗  $R_{J,i}$  は、素線と銅スリーブ間の接触状況に大きく依存する。例えば、数多く素線が銅スリーブと接触すれば、接触面積が増加するので  $R_{J,i}$  は小さくなり、逆に接触回数が少なければ、接触面積が減少するので、 $R_{J,i}$  は大きくなる。そのため、まず、幾何学的に素線の軌跡を計算し、素線と銅スリーブが接触する格子点を計算し、その格子点  $(x, y, z)$  に対応する計算空間での格子点  $(\xi, \eta, \zeta)$  に境界条件となる電流値を与え、式 (C.39) で銅スリーブ内の電位分布を計算する。

導体サンプルの 2 導体間の電流分布は対称であることを仮定しているので、銅スリーブ界面を等電位面 (0V) とすると、次式の第一種 (ディレクレ) 境界条件を設定できる。

$$\phi_{\xi, 0, \zeta} = 0 \quad (\text{C.40})$$

ここに、 $\phi_{\xi, 0, \zeta}$  は、計算空間  $(\xi, \eta, \zeta)$  におけるスリーブ界面となる  $\eta=0$  での電位値 (=0V) である。また、電流は、素線と銅スリーブが接触する格子点において流入し、 $\eta=N_\eta$  において銅スリーブ内部に拡散していく。このような接触格子点については式 (C.41)、接触していない (つまり電流の流入が無い) 格子点については、式 (C.42) に示すように第二種 (ノイマン) 境界条件を与える。

$$\frac{\partial \phi_{\xi, N_\eta, \zeta}}{\partial n} = \rho_s J_s \quad (\text{C.41})$$

$$\frac{\partial \phi_{\xi, N_\eta, \zeta}}{\partial n} = 0 \tag{C.42}$$

ここに、 $\phi_{\xi, N_\eta, \zeta}$ は、計算空間( $\xi, \eta, \zeta$ )における素線とスリーブとの接触位置となる  $\eta=N_\eta$  での電位、 $\rho_s$  は素線と銅スリーブ間の接触抵抗率である。 $J_s$  は、素線と銅スリーブ間の電圧降下とその間の接触抵抗によって決定される流出入電流密度であるため、次式より計算する。

$$J_s = \frac{(V - \phi_{\xi, N_\eta, \zeta})}{\rho_s l} \tag{C.43}$$

ここに、 $V$  は素線電位を表し、素線長手方向において電圧降下は発生しないため一定値となる。 $\rho_s$  は単位長さ当たりの接触抵抗率、 $l$ は素線と銅スリーブの接触長である。以上のことを回路モデルで示したものが図 C.3 である。

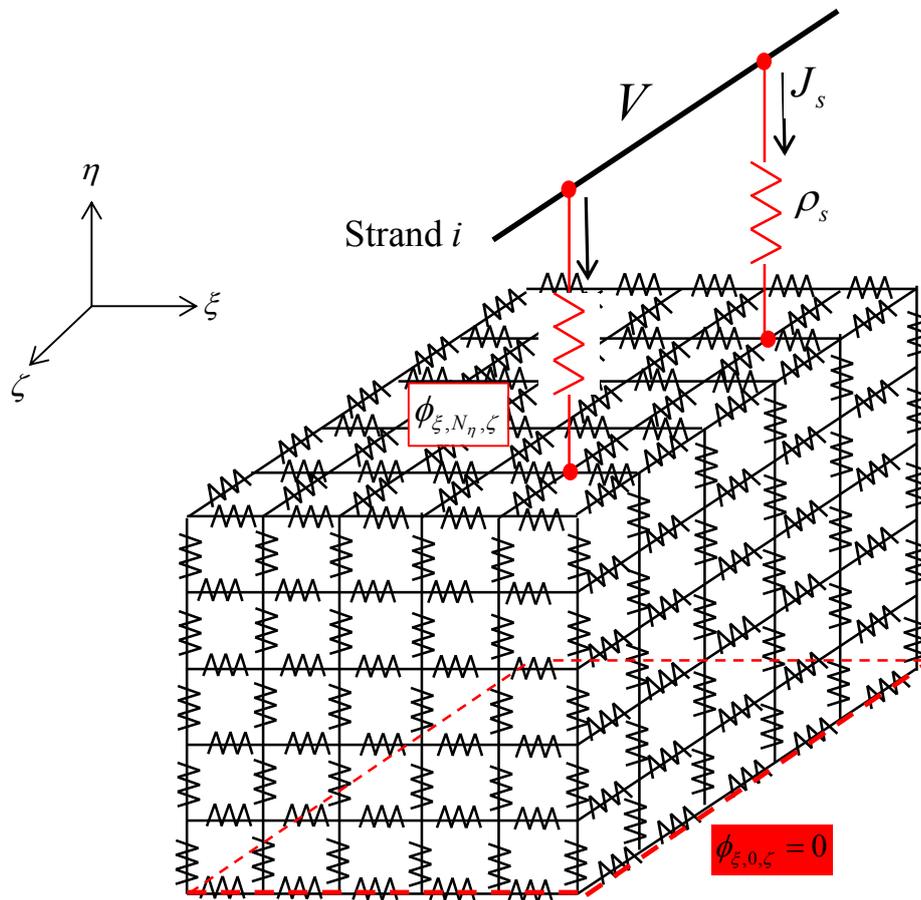


図 C.3 素線ジョイント抵抗評価用回路モデル

ここでは、ここでは、銅スリーブと撚線が接触する界面の曲率半径は比較的大きいことから、垂直直交座標は、計算座標のそれと一致すると仮定し、次式に示すように、 $n=\eta$  とした。

$$\frac{\partial \phi_{\xi, N_{\eta}, \zeta}}{\partial n} = \frac{\partial \phi_{\xi, N_{\eta}, \zeta}}{\partial \eta} \quad (\text{C.44})$$

これより、式 (C.41) は式 (C.43) と (C.44) より、

$$\frac{-3\phi_{\xi, N_{\eta}, \zeta} + 4\phi_{\xi, N_{\eta}-1, \zeta} - 4\phi_{\xi, N_{\eta}-2, \zeta}}{2\Delta\eta} = \frac{V - \phi_{\xi, N_{\eta}, \zeta}}{l} \quad (\text{C.45})$$

纏めると、

$$\phi_{\xi, N_{\eta}, \zeta} = \frac{2\Delta\eta V - 4l\phi_{\xi, N_{\eta}-1, \zeta} + l\phi_{\xi, N_{\eta}-2, \zeta}}{-3l + 2\Delta\eta} \quad (\text{C.46})$$

その他の境界領域での境界条件は、式 (C.42) と同様に

$$\frac{\partial \phi_{0, \eta, \zeta}}{\partial \xi} = \frac{\partial \phi_{N_{\xi}, \eta, \zeta}}{\partial \xi} = \frac{\partial \phi_{\xi, \eta, 0}}{\partial \zeta} = \frac{\partial \phi_{\xi, \eta, N_{\zeta}}}{\partial \zeta} = 0 \quad (\text{C.47})$$

とし、

$$\phi_{0, \eta, \zeta} = \frac{4\phi_{\xi-1, \eta, \zeta} - \phi_{\xi-2, \eta, \zeta}}{3} \quad (\text{C.48})$$

等で差分化する。

$\phi_{\xi, N_{\eta}, \zeta}$  が算出されたら、それを式 (C.43) に代入し、 $J_s$  の値を算出する。そして、次式で等価的な素線  $i$  のジョイント抵抗  $R_{J,i}$  を評価する。

$$R_{J,i} = \frac{V - 0}{\left( \sum_{i=0}^S J_{s,i} \right) l d} \quad (\text{C.49})$$

ここに、 $d$  は素線径、 $S$  は素線  $i$  と銅スリーブの接触点数を表す。等価的なジョイント抵抗を評価する場合は、例えば  $V=1$  として、導電問題を解けばよい。

### C.5.2 素線間コンダクタンス計算

銅スリーブを介した素線  $i$ - $j$  間の等価的なコンダクタンスは、次式のように素線  $i$  と素線  $j$  に接している銅スリーブ格点に式 (C.41) に示す境界条件で電流値を与える。C.5.1 項と同様に  $J_s$  を計算すると、素線  $i$  と接する格子点には、

$$J_{s,i} = \frac{(V_i - \phi_{\xi, N_{\eta}, \zeta})}{\rho_s l} \quad (\text{C.50})$$

素線  $j$  と接する格子点には、

$$J_{s,j} = \frac{(\phi_{\xi, N_{\eta}, \zeta} - V_j)}{\rho_s l} \quad (\text{C.51})$$

を与える。ここに  $V_i$ 、 $V_j$  は素線  $i$ 、 $j$  の電位を表すが、素線の長手方向電圧降下はゼロと仮定するので一定値である。例えば  $V_i$  に 1 V、 $V_j$  に 0 V を与える。以上のことを回路モデルで示したものが図 C.4 である。

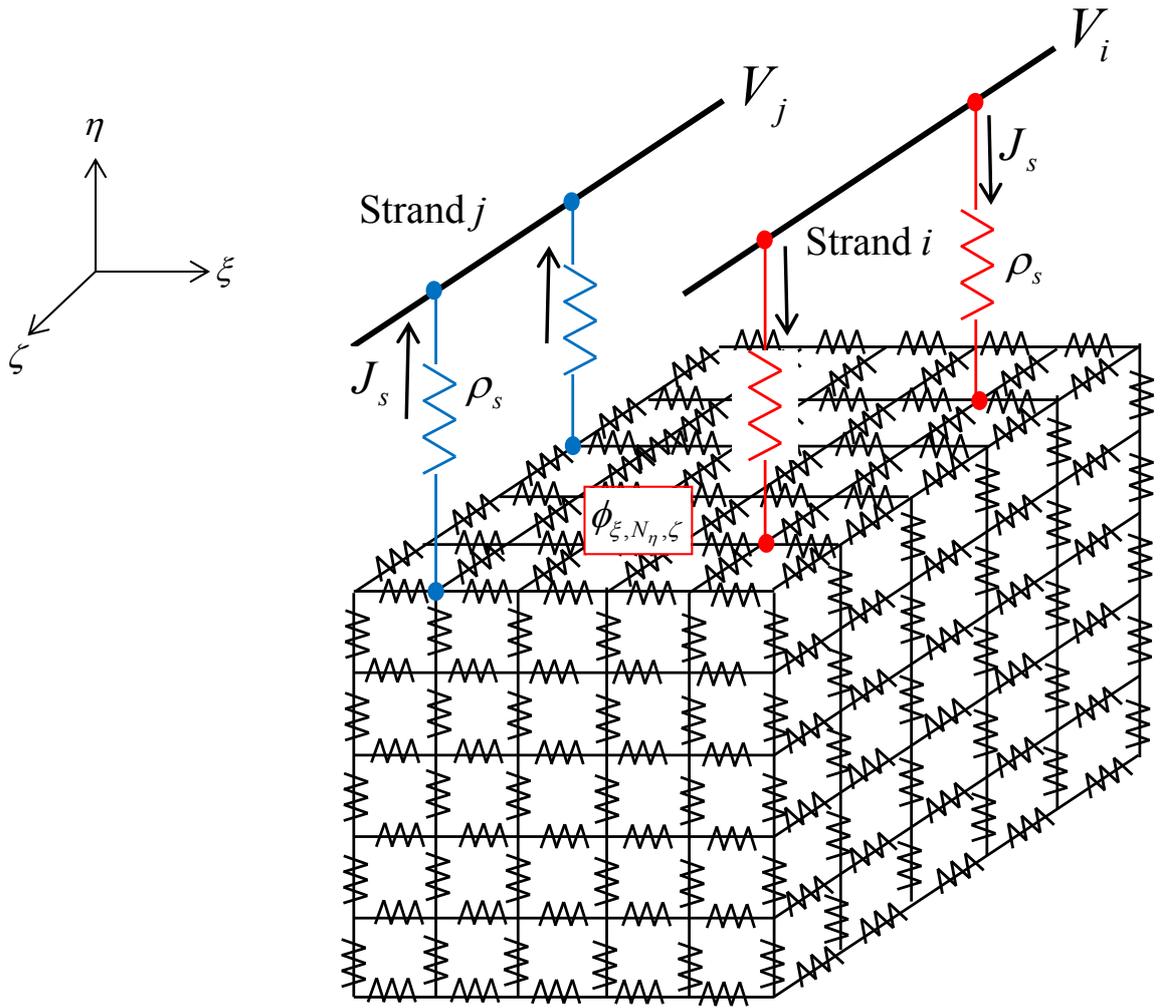


図 C.4 素線間コンダクタンス評価用回路モデル

上述と同様に式 (C.41) にこれらを代入し差分化し纏めると、素線  $i$  に関しては、

$$\phi_{\xi, N_\eta, \zeta} = \frac{2\Delta\eta V_i - 4l\phi_{\xi, N_\eta - 1, \zeta} + l\phi_{\xi, N_\eta - 2, \zeta}}{-3l + 2\Delta\eta} \tag{C.52}$$

素線  $j$  に関しては、

$$\phi_{\xi, N_\eta, \zeta} = \frac{4l\phi_{\xi, N_\eta - 1, \zeta} + 2\Delta\eta V_j - l\phi_{\xi, N_\eta - 2, \zeta}}{3l + 2\Delta\eta} \tag{C.53}$$

その他の境界領域での境界条件としては、

$$\frac{\partial\phi_{0, \eta, \zeta}}{\partial\xi} = \frac{\partial\phi_{N_\xi, \eta, \zeta}}{\partial\xi} = \frac{\partial\phi_{\xi, 0, \zeta}}{\partial\eta} = \frac{\partial\phi_{\xi, \eta, 0}}{\partial\zeta} = \frac{\partial\phi_{\xi, \eta, N_\zeta}}{\partial\zeta} = 0 \tag{C.54}$$

$\phi_{\xi, N_\eta, \zeta}$  が算出されたら、それを式 (C.50) 又は (C.51) に代入し、 $J_s$  の値を算出する。そして、次式で等価的な素線  $i$ - $j$  間のコンダクタンスを評価する。

$$G_{i,j}^{Cu} = \frac{\left( \sum_{n=0}^S J_{s,i,n} \right) ld}{V_i - V_j} \quad (C.55)$$

素線間のコンダクタンスの評価では、素線間の転流は、抵抗率のバランスの観点から、隣り合う素線同士間でのみ発生するものとし、各素線の幾何学的座標を計算した上で、半田及び銅の抵抗率から算出する。