

2019年2月3日

## 課程による博士学位請求論文の審査報告書

早稲田大学大学院  
経済学研究科長 小西秀樹 殿

主査：須賀晃一（早稲田大学政治経済学術院教授）  
副査：船木由喜彦（早稲田大学政治経済学術院教授）  
副査：坂井豊貴（慶應義塾大学経済学部教授）

博士学位請求者：栗原 崇（早稲田大学大学院経済学研究科博士課程4年）

博士学位請求論文題名：Essays on individual and social choice theories with desirability

審査委員は上記の博士学位請求論文について、申請者に対する口頭試問（2019年1月31日）を実施した。出席者は、主査、2名の副査、小西経済学研究科長、大学院博士課程学生1名であった。口頭試問への回答、中間報告等における修正要求への対応を含め、学位請求論文を慎重に審査した結果、下記の評価に基づき同論文が博士学位に相応しい論文であると全員一致で判断したので、ここに報告する。

### 記

#### 1. 提出要件の充足状況

提出された博士学位請求論文を構成する学術論文は4編である。うち2編はともに査読付き国際学術誌 *Economics Letters* において既に公刊されており、提出要件は満たされている。残りの2編のうちの1編は Society for Social Choice and Welfare の世界大会、Econometric Society の Asian Meeting などでの口頭発表を経て、またもう1編は 2nd Spain-Japan Economic Theory Meeting での口頭発表を経て、現在、査読付き国際学術誌に投稿中である。

#### 2. 博士論文の概要

本博士学位請求論文は、「好き嫌い」（以下、desirability）という概念を導入することにより、既存の社会的ないしは個人的選択ルールの、現実的な問題への適用可能性を拡大することを目的とする。desirability とは、選好順序のように各選択肢を他の選択肢との比較によって相対的評価を与えるのではなく、各選択肢そのものが望ましいのか否か、あるいはどちら

でもないのかを考慮して、絶対的評価を与えるための概念である。本学位請求論文では、とりわけ、次の3つの課題に取り組んでいる。

- 1) desirability の概念を部分的に含む既存の scoring rule に対する公理化を改善すること
- 2) desirability を導入し、Borda rule を改良すること
- 3) desirability を考慮し、選択肢集合の部分集合に対する辞書式順序付けルールを提案すること

これらの問題を選択理論の中で扱うことの意義は、選択肢の相対的順序付けのみを情報として理論を組み立てている通常の個人的・社会的選択理論に、選択肢の絶対的評価を持ち込むことによってどのように理論が変更されるかで決まる。特に、ある現象についてこれまでよりも納得しやすい説明を与えることができるといったように、理論を豊かにできるかどうかで評価がきまるが、本学位請求論文では学位に相応しい十分な成果が示されている。

以下では、まず、博士学位請求論文の各章で展開されている研究内容について、その概略を述べる。次に、本学位請求論文の学術的意義について述べる。

第1章はプロローグであり、desirability や関連する諸概念を検討し、後の章で展開される選択理論における desirability の意味と用法について説明している。その後、論文全体の構成について述べ、論文の各章の課題とそこで導かれた結果を簡潔に紹介している。

第2章 (Anti-plurality and basic best-worst rules) では、部分的に desirability の概念を含むと考えられる scoring rule の中で、最悪の選択肢に注目する anti-plurality rule と、最善の選択肢と最悪の選択肢に注目する best-worst rule を扱う。本章の基になっている論文は、Kurihara, T. (2018a). Axiomatic characterisations of the basic best-worst rule. *Economics Letters* 172, 19–22. および Kurihara, T. (2018b). A simple characterization of the anti-plurality rule. *Economics Letters* 168, 110–111. である。投票理論における scoring rule の公理化は、とりわけ Young, H.P. (1975). Social choice scoring functions. *SIAM J. Appl. Math.* 28, 824–838 以降盛んに行われてきた。Young (1975) が scoring rule のクラスを anonymity, neutrality, reinforcement, continuity を用いて公理化したことで、特定の scoring rule を容易に公理化することが可能となったからである。しかし、より小さい必要十分条件の集合を見つけることはルールの性質を比較するうえで重要である。この観点から公理化に議論の余地がある anti-plurality rule および basic best-worst rule を扱っている。

そこで、本章で行われた anti-plurality rule および basic best-worst rule の新しい公理化の概要を述べる。第一に、anti-plurality rule では、anonymity, neutrality, reinforcement に加え、averseness (投票者が1人のみの場合、社会的選択はその投票者にとって最悪の選択肢を含まない) および bottoms-only (任意の2つの選好プロファイルにおいて、各投票者にとって最悪の選択肢が同一の場合、その2つのプロファイルから得られる社会的選択は同一である) により公理化を行った。第二に、basic best-worst rule に関しては、2つの公理化を提案した。まず、reinforcement と top-bottom cancellation が anonymity を導くため、neutrality, reinforcement、

continuity、top-bottom cancellation のみで公理化できることを示した。次に、neutrality、reinforcement、top-bottom cancellation、top-bottom non-negativity（任意の選択肢において、その選択肢を最善とする投票者数よりも最悪とする投票者数が多い場合、その選択肢は社会的選択に含まれない）による直接的な公理化を行った。

第3章（Net Borda rule）では、desirability を全く考慮していない Borda rule を研究対象としながら、outside option を導入して選択肢の普遍集合を拡大し、それに対応してルール定義域を拡張することにより、desirability を扱うことができる枠組みを与えている。本章は、Edith Elkind 教授（Department of Computer Science, University of Oxford）との共同論文 Net Borda rule with desirability, mimeo (2018) に基づいている。

本章の接近方法ならびに得られた結果は、以下の通りである。まず、投票者が持つ linear order を全選択肢集合と空集合（以下、outside option）からなる集合上で定義する。そして、outside option より望ましい選択肢を desirable、望ましくない選択肢を undesirable とし、Borda score を outside option にも付与することで desirable な選択肢と undesirable な選択肢の間にさらに1点の差を設ける。以上により、選好順序と同時に desirability を考慮することが可能となっている。この新たなルールを net Borda rule と呼び、当該ルールを公理化したのち、具体例により従来の Borda rule よりも直観的な社会的選択が実現できることを示した。ここでは、outside option を付加した新しい選択肢集合上で定義された linear order を前提とし、ルールの値域を元的全選択肢集合として、第2章で登場した neutrality と reinforcement を定義し直した neutrality\* と reinforcement\*、ならびに faithfulness\*（投票者が1人のみの場合、社会的選択はその投票者にとって最善の選択肢である）、いくつかの cancellation（任意の2つの選択肢について一方が他方より望ましいと考える人数と、逆に考える人数が同じなら、社会的選択は全選択肢となる）の公理が議論されている。4つの cancellation に関する公理を比較検討した後、net Borda rule が neutrality\*、reinforcement\*、faithfulness\*、total cancellation\*（任意の2つの選択肢について Borda score が同じならば、社会的選択は全選択肢となる）によって特徴づけられることを示した。

第4章（Leximax and leximin extension rules）では、desirability の概念を導入することで、すべての部分集合を順序付けることが可能な辞書式ルールを考案し、公理化を行っている。本章は Kurihara, T. (2018) Leximax and leximin extension rules for ranking sets as final outcomes with null alternatives, mimeo に基づいており、次のような状況を議論の出発点としている。我々は日常生活から政策決定に至るまで、複数の選択肢を同時に選択する状況に立たされることが多い。しかし、選択肢の数が有限で、かつ選択肢の種類が多い場合、効用の最大化問題をその都度解く労力は計り知れない。そこで、部分集合の序数的順序付けルールが存在すれば、より直観的に人間の選択行動を分析することができると考えられる。ところが、この分野は最近ではマッチング理論に付随して議論されており、要素数が同じ部分集合のみ順序付け可能であった。それに対して、本章では desirability の概念を導入することで、すべての部分集合を順序付け可能な辞書式ルールを考案し、公理化を行っている。

本章の接近方法ならびに得られた結果は、以下の通りである。まず、各選択肢の対となる

「選ばない」という選択肢（以下、null alternative）を導入し、選択肢集合  $X$  と null alternative の集合  $N$  の和集合上に、complete preorder を定義する。次に、null alternative を加えてすべての部分集合の要素数を同一にする。さらに、すべての要素を選好順序に基づき並び替え、先頭（あるいは、末尾）から順に比べていくルールを leximax（あるいは、leximin）rule とする。ただし、単一要素集合の整合的な順序を得るためには、asymmetry of desirability（ $a$  が  $b$  よりも望ましいならば、 $b$  の null alternative は  $a$  の null alternative よりも望ましい）という条件を  $X$  と  $N$  の和集合上の選好関係に課す必要がある。さらに、consistency of desirability（ $a$  が  $b$  の null alternative よりも望ましいならば、 $b$  は  $a$  の null alternative よりも望ましく、 $a$  の null alternative が  $b$  よりも望ましいならば、 $b$  の null alternative は  $a$  よりも望ましい）を課すと、より直観的な部分集合のランキングが得られる。しかし、leximax rule と leximin rule が同一の結果を導くためには、self-reflecting (asymmetry of desirability と consistency of desirability をそれぞれ両方向で成り立つよう強め、それら両条件を課した条件) が必要となることを示した。

第5章エピローグでは、本論文の結果をまとめ、残された問題を指摘した後、今後の研究方向について言及している。さらに、Appendix において本論文で示された全ての定理の証明を与えている。

### 3. 本論文の学術的意義

本論文の学術的意義は以下の通りである。

第2章では、anti-plurality rule を anonymity、neutrality、reinforcement、averseness および bottoms-only により公理化した。また、basic best-worst rule を neutrality、reinforcement、top-bottom cancellation、top-bottom non-negativity により公理化した。これまでの多くの研究が Young (1975) による scoring rule 一般の公理化に依拠した公理化を提供していたのに対し、本章の主要な結果は、それらとは異なる直接的な公理化である点で、学術的貢献が高いと考えられる。

第3章では、普遍集合を全選択肢集合と outside option からなる集合に拡張し、outside option より望ましい選択肢を desirable、望ましくない選択肢を undesirable として、Borda score を outside option にも付与することで Borda rule を拡張した (net Borda rule)。このルールを公理化したのち、具体例により従来の Borda rule よりも直観的な社会的選択が実現できることを示した。しばしば優れた性質を持つルールとして重宝されている Borda rule が、desirability を導入することでさらに説明力を増した点に学術的意義がある。

第4章では、各選択肢の対となる null alternative を導入することで、すべての部分集合の要素数を同一にし、すべての要素を選好順序に基づき並び替え、先頭（あるいは、末尾）から順に比べていく leximax（あるいは、leximin）rule を構成する。これらのルールが直観的に望ましい部分集合のランキングを導くためには、asymmetry of desirability や consistency of desirability を課す必要があること、さらに、leximax rule と leximin rule が同一の結果を導くためには、self-reflecting が必要となることを示した。前者の結果は、null alternative の導入に

よる Bossert (1995) の研究の拡張であり、重要な意義を持っている。一方、self-reflecting という性質は Fishburn (1992) の研究において仮定されていた性質であり、その仮定の意味づけが与えられた点は重要な貢献である。

#### 4. 中間報告会におけるコメントと修正対応

中間報告において、各章について受けたコメントと、そのコメントへの対応を以下に整理する。

第2章については、主に、2つのコメントがあった。第1に、公理化に用いた公理間の独立性が示されていないという指摘である。これに対しては、改訂された本学位請求論文において公理間の独立性を示すことで対応している。第2に、社会構成員の人数が2以上であると仮定した場合、faithfulness や averseness の代わりにどのような公理化が可能かという質問があった。これに対しては、次のように対応した。エピローグの中で、faithfulness を強めた efficiency という公理が使われた先行研究について触れ、averseness よりも強い efficiency と類似した公理を用いることで対処可能であることを示した。ただし、faithfulness および reinforcement と efficiency との関係性について議論することでこの対処法の問題点に言及し、今後の課題としている。

第3章については、審査員以外の出席者から、net Borda rule の公理化に用いられた公理を満たす他のルールがあるのではないかと指摘があり、その指摘が正しいことが認められたため、本請求論文では、以下のように対応している。まず、元々使用していた cancellation\* (outside option とすべての選択肢において  $a$  が  $b$  よりも望ましい人数と  $b$  が  $a$  よりも望ましい人数が等しいならば、社会的選択は選択肢の全体集合である) よりも強い公理として、cancellation\*\* (すべての選択肢において  $a$  が  $b$  よりも望ましい人数と  $b$  が  $a$  よりも望ましい人数が等しく、 $a$  が outside option より望ましい人数と  $b$  が outside option より望ましい人数が等しいならば、社会的選択は選択肢の全体集合である) と total cancellation\* (すべての選択肢の net Borda score が等しいならば、社会的選択は選択肢の全体集合である) を用意した。さらに、異なる視点から cyclic cancellation\* (すべての選択肢が各順位に同じ回数だけ出てくるならば、社会的選択は選択肢の全体集合である) という公理を用意した。これら新たな公理を考慮し、net Borda rule は neutrality\*、reinforcement\*、faithfulness\*、total cancellation\* を用いないと公理化できないことを示した。ただし、total cancellation\* の代わりに、cancellation\*\* と cyclic cancellation\* の組合せを加えることで公理化できる可能性も残っているため、その公理化については今後の課題としてエピローグに記載した。その他のコメントとして、outside option を通常の選択肢と見なして従来の Borda rule を考えた場合、それが満たさない条件は何かという質問があり、それに対しては faithfulness\* と total cancellation\* を満たさないことを明記した。

第4章については、主に2つのコメントがあり、それぞれに以下の対応を行っている。第1に、第4章のモチベーションを理解しやすい現実社会での例は何かという質問に対しては、先行研究が挙げていた委員選出を例として提示した。たとえば、「 $a$  の null alternative が  $b$  よ

りも望ましい」とは「その投票者にとって、 $a$  が委員に選ばれないことのほうが、 $b$  が委員に選ばれることよりも重要である」と表現できる。これは、選択肢の部分集合を序数的に順序付けるうえで非常に重要な考え方である。さらに、本章の枠組に予算制約が加わった場合の例として、一点物の古書を扱う古書店における個人の消費行動を挙げた。この例により、選択肢間の相性の良さを考えずに部分集合を順序付け、予算を超える部分集合を除いたなかでベストな部分集合を選ぶといった **discrete optimisation** の考え方を示した。以前はコンビニを例にしていたが、審査員から本研究の例としては不適切であるとのコメントを受けたので、上記の具体例に変更した。

## 5. 結論

以上、栗原崇氏は、口頭試問において中間報告で受けたコメントに丁寧に対応し、説得的な修正を行ったことを説明した。審査委員は全員一致で博士学位に相応しい論文であると判断したので、ここに報告する。

以上