

早稲田大学大学院 基幹理工学研究科

博士論文審査報告書

論文題目

Theory of Multivariate Time Series Analysis and Its Application

多変量時系列に対する理論とその応用

申請者

Hideaki	NAGAHATA
長幡	英明

数学応用数理専攻 数理統計・時系列・金融研究

2019年2月

本学位論文において申請者は、従来の統計学では独立標本を想定し理論構築されてきた「判別解析や分散分析」といった多変量解析の古典的統計学に対し、定常過程を想定した漸近論を構築し、判別解析に於いては、高次元定常過程を判別する場合のバイアスを減ずる新たな判別統計量を提案し、分散分析では、多変量定常過程に対する周波数領域での尤度比検定統計量を提案し、その漸近的性質を明らかにした。さらに、分散分析の古典的検定統計量が高次元定常過程からの観測から得られた場合に、それらの様々な漸近的性質が明らかにされた。申請者はこういった新たな理論的結果を応用した実証分析も行っており、日本国内における上場企業の財務・株価データ、そして福島県の環境放射線量データに対するそれらの応用例に言及している。以下、各章の概要と所見を述べる。

第1章では、本論文における研究の動機と具体的研究対象である「判別解析・クラスター解析」や「分散分析」といった統計的手法の歴史および潜在する問題点が指摘されている。多変量解析における前述の理論は Anderson (1958)、Rao (1973)といった古典的な書籍でも論じられているが、それらの多くは独立標本のみを取り扱っている。標本が多変量時系列および高次元時系列の場合、すなわち従属標本の場合は、その影響を評価し、新たな統計量や理論を提案する必要がある。申請者は、種々の多変量解析手法の中で「判別解析・クラスター解析」および「分散分析」に着目し、新たな理論を構築し、実際のデータに対する応用も多数試みている。このような各章の結果は今後の統計学の理論発展および実用上の応用へ寄与すると期待できる。

第2章では、「判別解析・クラスター解析」に関して、申請者は多変量および高次元定常過程に対する古典的判別統計量や新たな修正判別統計量に対するある種の「よさ」を示している。この際の「よさ」とは誤判別確率が漸近的に0に収束する、というものであるが本章では高次元定常過程設定下で、判別統計量が「よさ」を持つことは自明ではない。従来の統計学では無視できるほど小さかったバイアスが、次元・標本数・定常過程の2次モーメントに依存して非常に大きくなってしまう可能性があるため、申請者はバイアスを減じた修正判別統計量を提案し、その漸近的性質を明らかにし、修正判別統計量に含まれる2次モーメントの推定には、Künsch (1989)が定常過程に対して一致性を示したジャック・ナイフ推定量を用いている。また、その理論結果の検証のため本章は計算機による数値実験も行っており、判別関数に様々なバイアス修正を施したものを比較し、提案された判別統計量がバイアス修正に関して改善がみられることを示している。さらに、修正統計量のある種の距離とみて、実際の金融データを対象にクラスター解析が試みられている。クラスター解析は対象間の距離を定義して、距離の近さによって対象を分類する方法である。「上場企業らの財務情報」を元に本手法に基づき樹形図が描かれ、金融データへの応用の可能性

があることも示唆されている。

第3章は、第2章で構築された手法を応用し、高次元金融時系列の分類を行っている。本章では、高次元従属標本に適用できる解析手法として、申請者の論文(2017)で提案されたジャック・ナイフ型の修正判別統計量の漸近理論を論じている。昨今、ビッグデータが話題になり、金融データでも高次元時系列データはますます増えてきており、このような状況では、高次元従属標本に対する判別理論を金融データへ適用して解析する需要が増している。本章では、様々な業界から代表的な上場企業24社(一部上場企業12社・二部上場企業12社)が選定され、財務情報15年分を高次元時系列データとみなし、これらの24社の分類に古典的分類統計量とジャック・ナイフ型の修正分類統計量を用いている。そして、それぞれの分類統計量から生成された樹形図の比較から、ジャック・ナイフ型の修正分類統計量は、規模の大きい企業の分類に有用であると判明した。

第4章は、多変量解析でもよく取り扱われる一元配置の多変量分散分析モデルに於いて、攪乱項として従属過程を仮定して漸近論が展開されている。具体的には、攪乱項は非正規多変量定常過程とし、各群平均が等しいという帰無仮説下で古典的検定統計量の漸近分布を導出している。このとき、申請者は、古典的な検定統計量が漸近的にカイ二乗分布に従う十分条件は攪乱項が無相関過程であることを示した。ここで無相関過程は広いクラスのGARCH型非線形時系列モデルを含むので大きな制約にはならない。しかしながら、従属過程が本質的な相関をもつ場合に古典的な検定が使用できないことを意味するため、この十分条件なしで同様の漸近的性質を持つ検定統計量を構築する必要がある。ここでは非正規定常相関過程に対する漸近論を展開するため、周波数領域での尤度比検定統計量を構成すれば、その統計量は漸近的にカイ二乗分布にしたがうことが予想されるので、本章ではWhittle尤度型の尤度比検定統計量を構成し、それは漸近的にカイ二乗分布に従うことを示している。また、このような漸近理論だけでなく、検定統計量の経験分布がカイ二乗分布に近いかを検証するため、数値実験を行っている。帰無仮説下で、攪乱項を無相関過程や無相関過程でない従属過程として発生させた観測系列に対し棄却率が有意水準と近くなることを数値的に検証した。さらに、理論構築はされていないものの、対立仮説下での数値実験により有限標本下での検出力も評価されている。数値実験の結果は、VAR(1)モデルのような強い従属性をもつ標本に対し、Whittle尤度型の検定統計量は棄却率・検出力ともに大きく改善されることを示している。

第5章では、高次元従属標本の場合に、分散分析における古典的検定統計量の漸近的性質を評価している。近年、観測機器などの発達に伴い高次元データ、ここではデータの次元数(変量)が大きいデータへの解析需要が高まっている。Fujikoshi et al. (2011)は高次元独立標本に対して分散分析における古典的統計

量の漸近分布が種々の仮定の下でカイ二乗分布となることを導出した。本章では第4章と同じ一元配置の多変量分散分析モデルを扱うものの、攪乱項は「高次元従属過程」を想定している。高次元従属過程については正規性を仮定せず、Brillinger (1975)と同様にキュムラントに関する自然な条件を付した非正規定常過程として議論を展開し、古典的検定統計量の帰無仮説下での漸近正規性を示した。同時に、古典的検定統計量は無相関過程である場合、漸近正規性を有することが判明したため、従来の分散分析が解析対象とできなかった時系列データを解析可能である。データに対する分散分析の例として、多時点で観測された福島県の放射線量時系列データの分析例が紹介されている。

第6章では、第5章と同様の設定、すなわち高次元従属過程の攪乱項をもつ一元配置の多変量分散分析モデルにおいて、古典的検定統計量の漸近分布をより精緻なものとするための評価を行っている。第5章では、古典的検定統計量の一次近似であったが、本章では三次近似まで導出することで精度を向上させている。攪乱項に Brillinger 条件などの適切な正則条件を課し、古典的検定統計量の帰無仮説下での漸近分布を三次近似まで評価するために Taniguchi and Kakizawa (2000) が示した多変量時系列のための Edgeworth 展開を用いている。その展開における係数は、攪乱項の4次までのキュムラントで明示的に記述され、次元数・標本数・群数に依存することが明らかにされている。有限標本でも Edgeworth 展開を用いた漸近分布が正規近似の精度を上回っていることを確認するために計算機を使った数値実験が行われている。具体的には、発生させた従属標本に対して検定統計量の経験分布を得た後、その経験分布を基準として「Edgeworth 展開により得た新たな近似分布」と「正規近似」とを比較し、本章で導出されている「新たな近似分布」がより小さい誤差をもつことを確認している。

以上のように、本学位論文は高次元従属標本に対する判別解析や分散分析の理論構築とその応用を行っており今後の統計科学の発展に大きく貢献するものであり、これら申請者の研究は博士（工学）に相応しいものと認める。

2019年1月

審査員

主査 早稲田大学 教授 工学博士 大阪大学 谷口 正信

副査 早稲田大学 教授 博士（数理科学）東京大学 清水 泰隆

副査 早稲田大学 教授 Ph.D. Utrecht University 西山 陽一