

課程による博士学位請求論文の審査報告書

2021年2月10日

早稲田大学政治経済学術院 小西 秀樹

早稲田大学大学院

経済学研究科長 清水和巳 殿

主査：小西秀樹（早稲田大学政治経済学術院教授）

副査：田中久稔（早稲田大学政治経済学術院准教授）

副査：大森裕浩（東京大学大学院経済学研究科教授）

博士学位請求者：田中昌宏（早稲田大学大学院経済学研究科博士後期課程）

博士学位請求論文名：Essays in Bayesian Econometrics

2021年1月23日（土）13:00より、主査、2名の副査、清水経済学研究科長、西郷浩教授、大学院生2名の参加の下で、申請者に対する口頭試問をオンラインで実施した。ネットワークの接続環境は良好であり、口頭試問の公正さを欠く事態は生じなかった。口頭試問への回答、中間報告等における修正要求への対応を含め、学位請求論文を慎重に審査した結果、下記の評価に基づき、添付の軽微修正報告書に記載した修正を行うという条件付きで、同論文が博士学位授与に相応しい論文であると全員一致で判断したので、ここに報告する。

1. 提出要件の充足状況

提出予定の学位請求論文を構成する学術論文は3編である。第1章は査読付き国際学術誌 *Computational Economics* に公刊され、第2章および第3章はコーネル大学が運営している arXiv.org にて公開されておりかつ現在、査読付き国際学術誌に投稿中であるので、提出要件は満たされている。なお *Computational Economics* は2021年1月現在、RePEc のジャーナルランキングにおいて *Japanese Economic Review* よりも上位にランクされている (*Computational Economics* 355位、*Japanese Economic Review* 450位)。

2. 博士学位請求論文の概要

博士学位請求論文は、ベイズ統計学の考え方を応用して新たな計量経済学的手法を提案しようという田中氏の野心的な試みによって書かれた3つの論文から構成されている。

第1章は、マクロ経済学などで従来から用いられてきたVARモデルのインパルス応答の推計にかかわる研究である。

従来のインパルス応答分析では、今期の内生変数を前期以前の内生・外生変数に回帰する VAR モデルを想定し、推定された VAR モデルを h 期先まで延長することにより、今期の外生変数に加わったショックが h 期先の内生変数の値に与える影響を評価する。この標準的な手法には、基礎となるモデルに特定化の誤りがある場合に予測誤差が大きくなるという欠点がある。とくに、データ生成過程に状態依存性や非対称性が存在する状況下では、インパルス応答の予測精度が顕著に悪化するという問題が知られている。

この問題に対するひとつの解決案として Jorda (AER、2005) による Local Projection がある。Local Projection では、今期の変数を前期以前の変数に回帰させる単一の VAR モデルを推定する代わりに、今期の変数を時点の異なる変数群が生成する複数の説明空間へと並列的に射影する。その名のとおり、Local Projection が実行するのは形式的な射影であり、データ生成過程の存在を前提とするモデル推定ではない。そのため、Local Projection には特定化の誤りに対して頑健な推計値が得られるメリットがあり、近年では、財政政策や金融政策の評価に際して頻繁に用いられている。その反面、インパルス応答の推計値が異時点間で大きく変動することがある、結果の経済学的な解釈が難しい、従来の手法に比較して信頼区間が大きくなる傾向がある等のデメリットも指摘されている。

田中氏は、Local Projection がもつこれらのデメリットを解決する方法として、罰則付き事前分布 (roughness penalty prior) を用いてベイズ推定を実施し、得られた結果に B スプライン関数による平滑化 (B-spline basis expansion) を施す手法を提案した。そして、線形のデータ生成過程にもとづくモンテカルロ・シミュレーションにおいて、標準正規事前分布を用いる場合と罰則付き事前分布を用いる場合のそれぞれについて、B スプライン関数による平滑化の効果を平均二乗誤差、信用区間の幅、計算速度の評価基準から比較した。その結果、すべての評価基準のもとで B スプライン関数による平滑化がもたらす改善はわずかだが、罰則付き事前分布の導入によって推計結果が大幅に改善されることが明らかになった。さらに、データ生成過程が非対称性や状態依存性を持つ場合についてもシミュレーションを行い、線形の場合と同様の結果を確認した。

また実証分析への応用例として、アメリカの金融政策が鉱工業生産、インフレ率、FF レートに与える効果を推計し、頻度論的な Local Projection よりも経済学的に解釈が容易であり、かつ異時点間で安定的なインパルス応答の推定値を得た。

第 2 章は、多数のモーメント制約をもつベイズ的一般化モーメント法 (GMM) に関するものである。一般に GMM 推定では、操作変数の増加に伴いモーメント制約も増加する。とくに動学パネルデータ分析では、操作変数の数が未知パラメータの数を超える過剰識別のケースも一般的である。このような場合に、すべてのモーメント条件を同時に満たす推定値を得ることは困難である。

頻度論的なアプローチにおいて、このような過剰識別に対処するには、モーメント関数の分散共分散行列が既知であるなら、その逆行列 (precision matrix) をウェイト

とする損失関数を最小化することによって効率的な推定を行い得る。ウェイト行列が既知でない場合には、モーメント関数の分散共分散行列を標本分散で代用することにより漸近効率的な推定が可能となる。

しかしながら、これに対置されるべきベイズ的 GMM においては、過剰識別の問題自体にほとんど関心が向けられてこなかった。それに加えて、事後分布を用いて未知パラメータを推計するベイズ的な枠組みの性質上、ウェイト付けに用いるモーメント関数の統計情報も事後分布にもとづいて未知パラメータと同時に推計されなければならないという技術的困難が存在する。またベイズ推計の実行に際しては、MCMC 法による更新を繰り返して未知パラメータを推計することになるが、その際に数値計算が収束しない、あるいは最適解に到達しないなどの問題も頻繁に起こる。ベイズ的 GMM において、このような技術的問題はとくに深刻であり、不安定な推計結果をもたらす原因となっている。

ベイズ的 GMM を扱う先行研究では、これらの問題に対処するための方法として、MCMC 法によるシミュレーションの試行毎に未知パラメータとモーメントの precision matrix を計測し更新する方法 (Concurrent 法)、計算速度を速めるために未知パラメータの更新を部分的、段階的に実施する方法 (Stochastic 法) などが提案されている。

田中氏は、過剰識別が存在する場合において Concurrent 法や Stochastic 法を適用することには、それによって過大な計算負荷がもたらされるという問題、また precision matrix の構成に必要とされる逆行列計算により推計誤差が拡大されるという問題が存在することを指摘した。そのうえで、それらの問題に対処するための2つの独立した解決法を提案している。

第一の解決法は、MCMC の試行毎に固有値により正規化されたノンパラメトリックな分散共分散行列統計量を用いる方法 (Non-parametric eigenvalue-regularized、NER 法) である。また第二の解決法は、分散共分散行列の推計値の更新を毎時ではなくランダムなタイミングで実行し、かつその推計には過去の試行で得られたパラメータの推計値の平均を用いる方法 (Random 法) である。

モンテカルロ・シミュレーション下で、それぞれの方法により GMM 推計を繰り返し実施した結果、分散共分散行列の標準的な計算方法に比較して NER 法は優れたパフォーマンスを示した。NER 法のもとでは操作変数が増加した場合においても計算の失敗が少なく、推定値の平均二乗誤差も小さく、計算に要する時間も短縮されている。未知パラメータの更新方法についても、Concurrent 法ではほとんどのシミュレーションにおいて計算に失敗する一方、田中氏が提案する Random 法では従来の Stochastic 法と同等の平均二乗誤差が得られ、計算時間の比較では Random 法が Stochastic 法よりも圧倒的に優れていることが示された。

さらに田中氏は、実証研究への応用例として、Berry *et al.* (Econometrica、1995) のデータを用いてアメリカの自動車市場の推定を行い、上述の各方法による推計結果を比較した。その結果として、シミュレーションの場合と同様の評価が得られている。

第3章は、因果推定へのベイズ的アプローチを扱っている。パネルデータを用いた通常の因果分析では、たとえば Difference-in-Differences や Regression Discontinuity Design などの手法によって potential outcome が推定され、政策効果の評価などに用いられている。それに対して田中氏は、potential outcome を「観察されなかった事象 (missing observation)」として扱うベイズ的方法を提案した。すなわち、観測データにもとづいて処置群における potential outcome の事後分布を計測し、実際に観測された outcome との差の期待値を推計することで処置効果を求めるものである。関連した先行研究には、Abadie *et al.* (2003、AER) による Synthetic Control Methods や Athey *et al.* (2018、mimeo) による Matrix Completion Methods などがあるが、田中氏が提案する方法にはこれらの先行研究に比べて、処置効果の点推定だけでなく、その信用区間も容易に推計できるメリットがある。

田中氏は、モンテカルロ・シミュレーションにより、自身が提案する方法を先行研究にある5つの方法と比較し、3つのケース（処置群および参照群のデータ生成過程が每期独立しているケース、系列相関があるケース、処置群のデータ生成過程が参照群の加重平均になっているケース）のいずれにおいても自身の方法が平均二乗誤差、誤差の絶対値の平均の両方で他よりも良好な結果を出すことを示した。また、Abadie *et al.* (2010、Journal of the American Statistical Association) が行った喫煙規制プログラムの効果を再計測し、統合的な推計結果を得ただけでなく、効果の信用区間も明らかにした。

3. 本論文の学術的意義

本論文はベイズ計量経済学の手法に関する3つの独立した研究から構成されている。第1章では Local Projection モデルにおけるインパルス反応関数を滑らかにするような事前分布を開発し、これによる推計精度の改善をモンテカルロ実験と実データの分析を通じて示した。第2章は、サンプルサイズに比べモーメント条件の数が多い GMM 推計の効率性改善を企図した、新しい推計アルゴリズムを提案した。第3章は、因果推論をベイズ的な行列補完の枠組みによって、すなわち、潜在アウトカムの推計を欠測値補完問題として扱うことを提案し、この目的に適った新しい事前分布と対応する事後分布シミュレーション手法を開発した。

4. 中間報告会におけるコメントと修正対応

田中氏の研究はベイズ統計学の最先端のアイデアを計量経済学に応用した数理統計学の研究であり、最先端の研究の流れをきちんと把握した力作と評価された。事実、中間報告時点で第1章はすでに査読付き国際学術誌に公刊され、第2章および第3章も近いうちに公刊できると予想される内容であった。だが論文における数学表現や説明の仕方に不備が多く、また論文自体が決して読みやすく書かれてはいなかった。中間報告のプレゼンテーションでも、田中氏の論理構成が参加者に十分うまくは伝わってお

らず、リプライも当を得ていないと感じられることが何度かあった。

したがって主査は学位申請の機会を利用して、田中氏には今一度、徹底的に論文の書き方や説明の仕方を検討し直し、斬新なアイデアがより正確に、より広範な読者に通じるような努力を促すべきであると指導した。とくに、当該分野では日本の第一人者である外部審査員と、改訂に関して数度にわたるやりとりを行い、ほぼ1年間をかけて細部に至るまで修正を繰り返させた。

修正箇所は多岐にわたったため列挙することは避けるが、学位申請許可報告書に示した修正要求への対応は以下の通りである。

(1)第1章における、誤差項の分散共分散行列についての2つの指摘には、これらがLocal Projection モデルの解釈の相違にもとづくものであり、Local Projection モデルが通常の時系列モデルとは違い、データ生成プロセスを特定せず、異なる時点に観測される複数の時系列間の関係を直接捉えることを目的としたものと明記することで対応した。

(2)第2章における、Factor model としての構造がより明確になるように説明せよとの指摘については、シミュレーションで用いたデータ生成プロセスの構造が明確になるよう、記述を修正した。

(3)第3章における、サンプリングについての指摘には、ステップサイズの更新手順がRobbins-Monro アルゴリズムを参考にしたものであることを明記し、類似した手順が他のMetropolis-Hastings アルゴリズムでも用いられていることに言及した。

(4)MCMC の標本の精度についての指摘には、各章において、MCMC アルゴリズムの繰り返し回数の設定根拠について追記した。

5. 結論

以上、田中昌宏氏は、口頭試問において中間報告で受けたコメントに丁寧に対応し、説得的な修正を行ったことを説明した。なお、口頭試問において、数式の誤記など論文の本質には関わらない表記ミスがいくつか見つかったので、軽微修正報告書を添付する。審査委員は全員一致で、軽微修正報告書に記載した訂正を行うという条件付きで、田中氏の提出した論文が博士学位を授与するに相応しいと判断したので、ここに報告する。

追記 (2021年2月20日)

再提出された学位請求論文に、「5. 結論」の軽微修正報告書(同年2月10日提出)に記載されたすべての修正が反映されていることを確認した。

主査 小西秀樹