

Graduate School of Advanced Science and Engineering
Waseda University

博士論文概要

Doctoral Thesis Synopsis

論文題目

Thesis Theme

Orbital Evolution and Stability of
Relativistic Multi-Body Systems
相対論的な多体系の軌道進化及び安定性

申請者
(Applicant Name)

Haruka	SUZUKI
鈴木	遼

Department of Pure and Applied Physics,
Research on Theoretical Astrophysics

November, 2020

Introduction

天体力学は天体の運動を数理的に記述する学問である。その歴史は古く、始まりは16世紀のケプラーの法則の発見にまで遡る。膨大な惑星観測データから見出されたケプラーの法則は、17世紀にはニュートンが構築した力学体系（ニュートン力学）によって完全に説明された。ニュートン力学において、重力によって相互作用する天体の運動は運動方程式を解くことで得られる。重力で束縛された2つの天体の相対運動においては、運動方程式の一般解を得ることができ、解は楕円・放物線・双曲線軌道のいずれかに分類できる。しかし、構成天体が3つ以上の系については、運動方程式の一般解は得られないということがポアンカレによって証明されている。このような多体系と呼ばれる系では天体の運動はそれぞれの重力相互作用により複雑に時間変化するようになり、時には楕円等で近似できないようなカオス的な軌道を描くようになる。多体系で見られる複雑な運動をどのように解析するかという問題は多体問題と呼ばれ、18世紀頃から解析力学を用いて議論されるようになり、特殊解や、軌道共鳴と呼ばれる多体相互作用により軌道の形が大きく変化する現象が発見されてきた。さらに、カオス理論に関連した安定性の解析なども行われ、惑星形成論等と関連して研究が進められてきた。現在ではコンピュータでのシミュレーションを用いて多体系の運動を直接計算できるようになり、ニュートン力学における多体問題のさらなる理解が進んできている。

20世紀になるとアインシュタインによって一般相対性理論（相対論）が提唱され、ニュートン力学は重力が弱い場合における極限に過ぎないことが判明した。相対論の効果は天体の軌道運動にも現れることが知られており、例えば、水星軌道において観測されていた近日点移動は相対論を用いて説明できることが示されている。この結果を受けて、一部の天体力学的現象は相対論的な補正を考慮したうえで議論されるようになった。しかしながら、多体問題に関する議論は相対論的補正によって著しく煩雑になることも多く、さらに、当時多体問題として想定されてきた対象は主に惑星系や惑星形成過程であり、これらの系においては一部近点の運動などを除きニュートン力学が非常によく成り立つため、ニュートン力学で発見された全ての現象が相対論的な議論に拡張されたわけではなかった。特に安定性の解析では相対論を用いての議論はほとんどなされなかった。

しかし、近年の観測技術の目覚ましい発展によってブラックホール等のコンパクト天体が観測できるようになり、相対論的な天体力学を考える必要性が高まってきた。2014年にパルサーと白色矮星2つというすべてコンパクト天体で形成された3体系が観測され、その軌道には水星軌道以上に相対論的效果が顕著に現れていることがわかった。さらに、ブラックホール連星合体からの重力波が地上重力波望遠鏡LIGO・Virgoで観測されたことにより、すべてブラックホールで構成されたような、非常に重力が強い多体系の存在も予想されるようになった。また、コンパクト天体が密に存在する銀河中心部に超大質量ブラックホールが存在することが観測によって証明されたことも、同様の多体系の存在を示唆している。このような相対論的多体系においては、ニュートン力学で記述された従来の天体力学をそのまま適用することはできず、議論を相対論的に拡張する必要がある。本研究では、ポストニュートン近似と呼ばれる近似を用いて、ニュートン力学に対する補正項の形で相対論的效果を考慮し、この課題に取り組んだ。本論文では古在機構という軌道共鳴現象及びHill安定性という安定性問題に着目した二種類の研究結果をまとめる。

連星パルサーを含む3体系における古在機構の影響

1974年、Hulse-Taylor binary (HT) と呼ばれる連星パルサーが発見された。パルサーは非常に正確な周期の電波パルスを放出する中性子星であり、連星とは、2つの天体が重力的に束縛された系のことである。パルサーを含む連星（連星パルサー）は、パルサーから放出された

電波を用いて軌道要素を詳細に決定できる。電波観測によって得られる近点通過時刻という物理量は重力波放出による軌道の縮小に伴い特徴的な変化を見せる。HT では、近点通過時刻の累積変化 (Cumulative Shift of Periastron Time: CSPT) の観測データが一般相対性理論を用いて計算された理論曲線と非常によく一致することが確かめられ、その軌道が重力波放出によるエネルギーの減少に伴って縮小していることが示された。この発見は重力波の存在を間接的に示した初めての例であった。

連星軌道からの重力波放出率は軌道の離心率に大きく依存する。HT は近傍に他の天体がない孤立連星と呼ばれる連星であったため離心率は大きな時間変化を示さないが、もし 3 体目が連星パルサーの周りを公転しているような系が存在し、3 体目からの重力相互作用によって連星軌道の離心率が変化すれば、観測される CSPT は孤立連星とは異なる特徴を示すと予想される。そこで、本研究では古在機構という 3 体系の軌道共鳴現象に着目し、連星パルサーの CSPT への影響を調べた。古在機構とは、3 体目の天体が連星の周りを遠く離れたところで公転している階層 3 体系と呼ばれる系において、軌道配置が特定の条件を満たしたときに生じる軌道共鳴現象である。古在機構が生じると、連星軌道の離心率と相対軌道傾斜角が周期的に交換し、結果として連星軌道の離心率が周期的に励起することになる。この周期的な離心率の励起は特徴的な重力波放出を引き起こすとして、近年特に注目されている。古在機構は 1962 年にニュートン力学を用いて発見された軌道共鳴現象であるが、近年の研究により相対論的補正を加えた場合にも同様の現象が得られることが示されている。

孤立連星の CSPT は楕円軌道の形が時間変化しないという仮定のもとで簡単な関数で記述できるが、系を構成する天体が 3 つ以上の場合、一般に軌道は時間とともに複雑に変化するため、重力波放出の影響は単純な関数では近似できない。そこで、本研究ではまずポストニュートン近似を用いた運動方程式を数値的に積分し、それぞれの軌道要素の長期にわたる時間進化を追った。軌道要素の時間変化を連星軌道 1 周分平均することで 1 周あたりの有効軌道要素が得られ、それを孤立連星と同じ重力波放出の表式に代入することで、1 周期当たりのエネルギー放出を長期にわたる時間の関数として求めた。こうして得られた時間依存する重力波放出率を定義に従い時間積分することで、孤立連星系で定数扱いされていた部分の時間依存性を考慮して階層 3 体系における CSPT 曲線を求めることができた。一般の階層 3 体系における CSPT の計算手法を提案したのは、本研究が初めてである。

古在機構が起きる階層 3 体系において上記の手法を適用して CSPT を計算すると、離心率の励起に伴い CSPT の進化曲線が大きく折れ曲がることが分かった。この特徴により、CSPT 曲線の形状から古在機構による離心率の励起振幅及び古在機構の周期を予測することができ、それにより電波観測における 3 体目の軌道パラメータの決定が容易になる。また、何らかの理由で観測データを得られなかった期間に対して、その前後の観測データから当該期間の CSPT 曲線を補完することで、その間に古在機構が起きたかどうかを判断することができる。

本研究では、CSPT 曲線において古在機構の影響が観測できるようなモデルのパラメータ領域も調べた。まず、古在機構が起きるには、連星における相対論的効果が 3 体目からのニュートン重力よりも小さい必要がある。また、3 体系は少なくともニュートン力学の範囲で安定であるための条件を満たしていなければならない。さらに、この現象が観測されるには古在機構の周期が十分短くなければならない。本研究では、これらの条件をすべて満たすモデルを複数設定し、それぞれについて CSPT を試算した。

相対論的な Hill 安定性問題

多体系の安定性問題は、ニュートン力学の範囲で様々な視点から研究されてきた。本研究では、その中で Hill 安定性問題と呼ばれるものに着目し、それを相対論的に拡張することを目的

とした。Hill 安定性問題とは、多体系を構成する 2 つの天体の軌道が極めて接近すると天体同士の衝突やカオス的な動きによる系からの離脱を誘発することに着目し、「軌道が近付きすぎないこと」を条件として系の安定性を調べたものである。ニュートン力学において、初め Hill 安定性問題は質量のある天体の周りを円軌道で運動する 2 つのテスト粒子の安定性問題として議論された。その後徐々に一般の 3 体系へと拡張され、1982 年には一般の 3 体系における Hill 安定性の十分条件が導出された。1992 年に初めての太陽系外惑星が観測されると、系外惑星系や惑星形成過程における軌道安定性の解析に Hill 安定性問題の議論が利用されるようになった。1996 年にはチェンバースらによって、4 体以上の系の Hill 安定性問題がシミュレーションを用いて調べられた。この研究において、4 体以上の系の Hill 安定性については 3 体系と同様の十分条件は適用できず、代わりに初期の軌道間距離と系の安定性継続時間との間に \log -linear な関係があることが示された。この関係の由来については、ニュートン力学の範囲でも未だ議論がなされている。本研究ではまず 3 体系における Hill 安定性の十分条件を相対論的に拡張するという課題に取り組んだ。4 体以上の系については今後の研究で詳しく調べていく予定である。

ニュートン力学において、3 体系の Hill 安定性の十分条件は、サンドマン不等式という恒等不等式を用いて系の運動可能領域・禁止領域を区分することにより得られる。公転する 2 つの天体の運動可能領域が互いの禁止領域によって分断されていれば、天体同士は近づきすぎることなく、系は Hill 安定性の意味で安定であると言えるためである。ニュートン力学では、サンドマン不等式中の速度依存項は系の全ハミルトニアンや全角運動量等でうまく置き換えることができるため、不等式は位置のみに依存することになり、運動可能領域・禁止領域の描画が可能であった。本研究では、1 次のポストニュートン近似を用いて、同様にサンドマン不等式を置き換えようと試みた。その際、3 体系の全ハミルトニアンをそのまま使うと式が非常に煩雑になるため、中心天体が公転する天体よりも非常に重い場合を仮定し、質量比による近似で全ハミルトニアンを相対運動のハミルトニアンを用いて書き換えた。この近似を課したうへでも、書き換えた不等式に運動量に依存する項が出てきてしまい、そのままでは運動可能領域・禁止領域を得ることができなかつた。そのため、1 次のポストニュートンでのビリアル定理を用いて運動量を位置の関数として近似し、位置のみに依存した不等式に書き換えることで、運動可能領域・禁止領域を得ることに成功した。これを用いて 1 次のポストニュートン近似における Hill 安定性の近似十分条件を導出した。相対論的な 3 体系の安定性条件を導出したのは、本研究が初めてである。

本研究では、さらに、数値計算を用いて実際に 3 体系の進化を計算し、理論的に導出した近似十分条件が実際に適用可能かどうかを確かめた。計算はニュートンの運動方程式と 1 次のポストニュートン近似を用いた運動方程式の両方で行い、結果を比較した。数値計算のセットアップはチェンバースらの研究に従い、軌道間距離のみを変えた多数の初期条件を設定して数値計算を行い、系が時間発展する中で軌道間距離がある条件を満たした場合に“系は不安定になった”と判断した。それぞれの初期条件において系が不安定になるまでの時間を記録し、初期の軌道間距離との関係を調べたところ、相対論的な運動方程式で計算された場合、ニュートン力学における計算よりも系がより不安定になることが分かった。また、ニュートン力学の計算結果が先行研究で得られた十分条件とよく一致していたのに対し、相対論的な計算結果は本研究で得られた近似十分条件によく一致していた。したがって、本研究で得られた条件が実際に適用可能であることが確かめられた。

本研究で得られた近似十分条件は、導出過程で仮定したのと同じ状況にある相対論的な 3 体系に適用可能であるほか、近年注目を集めている相対論的な N 体シミュレーションの結果を解釈する上でも有用であると考えられる。

早稲田大学 博士（理学） 学位申請 研究業績書

(List of research achievements for application of doctorate (Dr. of Science), Waseda University)

氏名 鈴木 遼 印

(As of December, 2020)

種 類 別 (By Type)	題名、 発表・発行掲載誌名、 発表・発行年月、 連名者 (申請者含む) (theme, journal name, date & year of publication, name of authors inc. yourself)
論文	<p>○ Title: Post-Newtonian Kozai-Lidov Mechanism and its Effect on Cumulative Shift of Periastron Time of Binary Pulsar Journal: Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Volume 500, Issue 2, p.1645–1665 Publication date: January 2021 Authors: <u>Haruka Suzuki</u>, Priti Gupta, Hirotada Okawa, Kei-ichi Maeda</p> <p>○ Title: General Relativistic Effects on Hill Stability of Multi-Body Systems: Stability of Three-Body Systems Containing a Massive Black Hole Journal: Physical Review D, 102, 124063 Publication date: December 2020 Authors: <u>Haruka Suzuki</u>, Yusuke Nakamura, Shoichi Yamada</p> <p>Title: Gravitational Waves from Hierarchical Triple Systems with Kozai-Lidov Oscillation Journal: Physical Review D, 101, 104053 Publication date: May 2020 Authors: Priti Gupta, <u>Haruka Suzuki</u>, Hirotada Okawa, Kei-ichi Maeda,</p> <p>○ Title: Cumulative Shift of Periastron Time of Binary Pulsar with Kozai-Lidov Oscillation Journal: Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters, Volume 486, Issue 1, p.L52-L57 Publication date: April 2019 Authors: <u>Haruka Suzuki</u>, Priti Gupta, Hirotada Okawa, Kei-ichi Maeda</p>
講演 (口頭)	<p>Title: 3 体系の Hill 安定性に対する一般相対論的効果の影響 Conference: 第 33 回理論懇シンポジウム, D11 講演 Place: オンライン開催 Date: 2020 年 12 月 Authors: <u>鈴木遼</u>, 中村友祐, 山田章一</p> <p>Title: General Relativistic Effects on Hill Stability of three-body systems Conference: The Evolution of Massive Stars and Formation of Compact Stars: from the Cradle to the Grave Place: 早稲田大学 Date: 2020 年 2 月 Authors: <u>Haruka Suzuki</u>, Yusuke Nakamura, Shoichi Yamada</p> <p>Title: 多体系の Hill 安定性に対する一般相対論的効果の影響 Conference: 日本物理学会 第 75 回年次大会 17pT21-1 講演 Place: 山形大学 Date: 2019 年 9 月 Authors: <u>鈴木遼</u>, 山田章一</p>

早稲田大学 博士（理学） 学位申請 研究業績書

(List of research achievements for application of doctorate (Dr. of Science), Waseda University)

種 類 別 By Type	題名、 発表・発行掲載誌名、 発表・発行年月、 連名者（申請者含む）(theme, journal name, date & year of publication, name of authors inc. yourself)
	<p>Title: GR effect on Hill Stability Conference: 22nd International Conference on General Relativity and Gravitation, Valencia, B1 Wednesday 2 Place: Valencia, Spain Date: July 2019 Authors: <u>Haruka Suzuki</u>, Shoichi Yamada</p> <p>Title: Cumulative Shift of Periastron Time of Binary Pulsar with Kozai-Lidov Oscillation Conference: 天体力学 N 体力学研究会(2019) Place: 北里大学 Date: 2019 年 7 月 Authors: <u>Haruka Suzuki</u>, Priti Gupta, Hirotada Okawa, Kei-ichi Maeda</p> <p>Title: 重力波放出に伴う連星中性子星周期減衰に対する古在機構の効果 Conference: 日本物理学会 第 74 回年次大会, 16pK407-12 講演 Place: 九州大学 Date: 2019 年 3 月 Authors: <u>鈴木遼</u>, Priti Gupta, 大川博督, 前田恵一</p> <p>Title: The Effect of Kozai-Lidov Mechanism on the Period Shift of the Binary Neutron Stars by Gravitational Waves Conference: The 28th Workshop on General Relativity and Gravitation in Japan - JGRG28, T4, Place: 立教大学 Date: 2018 年 11 月 Authors: <u>Haruka Suzuki</u>, Priti Gupta, Hirotada Okawa, Kei-ichi Maeda</p> <p>Title: コンパクト天体を含む 4 体系の相対論的軌道安定性 Conference: 日本天文学会 2017 年秋季年会, W144a 講演, Place: 北海道大学 Date: 2017 年 9 月 Authors: <u>鈴木遼</u>, 中村友祐, 山田章一</p> <p>Title: コンパクト天体を含む 4 体系の相対論的軌道安定性 Conference: 第 47 回天文・天体物理若手夏の学校, コン a3 講演 Place: 長野 Date: 2017 年 7 月 Authors: <u>鈴木遼</u>, 中村友祐, 山田章一</p> <p>Title: コンパクト天体を含む 3 体系及び 4 体系の軌道長期安定性の解析 Conference: 日本天文学会 2017 年春季年会, W143a 講演, Place: 九州大学 Date: 2017 年 3 月 Authors: <u>鈴木遼</u>, 中村友祐, 山田章一</p>

早稲田大学 博士（理学） 学位申請 研究業績書

(List of research achievements for application of doctorate (Dr. of Science), Waseda University)

種 類 別 By Type	題名、 発表・発行掲載誌名、 発表・発行年月、 連名者 (申請者含む) (theme, journal name, date & year of publication, name of authors inc. yourself)
講演 (ポスター)	<p>Title: パルサーを中心とする少数多体系の相対論的軌道長期安定性 Conference: 第 46 回天文・天体物理若手夏の学校, コン a11 講演 Place: 長野 Date: 2016 年 7 月 Authors: <u>鈴木遼</u>, 中村友祐, 山田章一</p>
	<p>Title: コンパクト天体を含む 4 体系の軌道安定性における相対論的効果 Conference: 第 49 回天文・天体物理若手夏の学校, コン b4 講演 Place: 愛知 Date: 2019 年 7 月 Authors: <u>鈴木遼</u>, 中村友祐, 山田章一,</p>
	<p>Title: 重力波放出に伴う連星中性子星周期減衰に対する古在機構の効果 Conference: 第 31 回理論懇シンポジウム, P36 講演 Place: 京都大学 Date: 2018 年 12 月 Authors: <u>鈴木遼</u>, Priti Gupta, 大川博督, 前田恵一</p>
	<p>Title: コンパクト天体を含む 4 体系の軌道安定性における相対論的効果 Conference: 第 48 回天文・天体物理若手夏の学校, コン c12 講演 Place: 愛知 Date: 2018 年 7 月 Authors: <u>鈴木遼</u>, 中村友祐, 山田章一</p>
	<p>Title: Post-Newtonian Effects on the Orbital Stability of Four-Body Systems Containing Compact Objects Conference: 2018 SNe Workshop 『Physics of Core-Collapse Supernovae and Compact Star Formations』, P15 Place: 早稲田大学 Date: 2018 年 3 月 Authors: <u>Haruka Suzuki</u>, Yusuke Nakamura, Shoichi Yamada</p>
<p>Title: Post-Newtonian Effects on the Orbital Stability of Four-Body Systems Containing Compact Objects Conference: 天体力学 N 体力学研究会(2018) Place: 国立天文台 Date: 2018 年 3 月 Authors: <u>Haruka Suzuki</u>, Yusuke Nakamura, Shoichi Yamada</p>	