

Graduate School of Advanced Science and Engineering
Waseda University

博士論文概要

Doctoral Thesis Synopsis

論文題目

Type IIB Effective Theories from the
Viewpoint of the Matrix Model

申請者
(Applicant Name)

Masaki	HONDA
本多	正樹

Department of Pure and Applied Physics,
Research on Theoretical Particle Physics

November, 2020

素粒子標準模型は、これまで行われた多くの実験結果をよく説明することができる。しかし、世代数やカイラル構造の起源、湯川結合定数の階層構造、重力を含まない、といった多くの課題も残されている。それらの課題を解決する可能性として、超弦理論がこれまで盛んに研究されてきた。場の理論は点粒子を基本要素として構成される一方、超弦理論は開弦・閉弦を基本要素として構成される。開弦・閉弦のスペクトル解析によると、前者にはゲージ場、後者には重力場に対応する状態が、それぞれ含まれていることが知られている。そのため超弦理論は自然界に存在する相互作用を統一的に記述する有力な候補と考えられている。

超弦理論の大きな特徴として、理論の無矛盾性から10次元時空を要請する点が挙げられる。一方これまでの観測事実からは、我々の時空は4次元であるとされている。そのため、差分の6次元空間（余剰次元空間）の取り扱いが問題となる。取り扱う方法はいくつか存在するが、本論文ではコンパクト化と呼ばれる方法に注目する。コンパクト化とは、高次元時空で定義された理論から、その次元の一部を担う空間が非常に小さい体積を持つと仮定することで、低次元時空上の理論（低エネルギー有効理論）を構成する手法のことである。この時、低エネルギー有効理論には、コンパクト化に用いた幾何を反映するモジュライ場及び位相・解析的情報に起因する、豊富な構造が現れる。

超弦理論のコンパクト化において、モジュライ場は低エネルギー有効理論におけるスカラー場として現れる。超弦理論が時空として許容する解を特徴づけるパラメータを、場という力学量として表現したものがモジュライ場である。従ってモジュライ場の期待値を決めることは時空が一つ決まることに対応する。そのため、時空を決定する上でモジュライ場に期待値を与える機構が必要となる。ある機構を通じてモジュライ場の期待値を求める過程はモジュライ固定と呼ばれる。一方、モジュライ場はシフト対称性を持っていることが知られている。場の値を定数だけ動かしても作用が不変であるとき、その場はシフト対称性を持つとされる。超弦理論の文脈では、そのような場はストリング・アクシオンと呼ばれ、暗黒物質やインフレーションへの応用が議論されている。特に応用上は、崩壊定数の値が重要となる。例えば、インフレーションの文脈では、観測との比較から、崩壊定数はプランクスケール程度の大きさを持つことが要求される。

一方、位相・解析的情報とは、物質場の世代数や余剰次元空間上の波動関数の性質のことを指している。コンパクト化の過程では、Kaluza-Klein展開と呼ばれる方法を考えることが多い。これは、場の余剰次元空間に依存する部分を、ある余剰次元空間上の作用素の固有関数系で展開するという方法である。特に低エネルギー有効理論において、その固有値は質量としての役割を持つことが知られている。素粒子標準模型において、自発的対称性の破れが起こる前では、物質場は質量を持たない。従って、物質場がフェルミオンであることから、Dirac作用素に基づくKaluza-Klein展開におけるゼロモードに付随する部分が、素粒子標準模

型の物質場に対応すると考えられている。一方、多様体上の指数定理は位相的な量を扱っており、その指数は Dirac 作用素のカイラル・ゼロモードと反カイラル・ゼロモードの個数差を表している。そのため、指数定理の意味で非自明な指数を持つ場合は、低エネルギー有効理論における物質場が世代数及びカイラル構造を持つことを意味する。本論文では、非自明な指数を与える方法として背景磁場を用いる方法を採用する。超弦理論の立場からは、IIB 型超弦理論の有効理論を取り扱うことに対応する。

物質場の世代数やカイラル構造は、素粒子標準模型や実験の立場からは最低限要求されるものであり、次の段階として湯川結合定数に代表される種々の物理量が重要である。そのため本論文では、主に背景磁場模型における結合定数の性質について議論を行う。余剰次元空間の情報は、以下の理由から低エネルギー有効理論における結合定数に反映されていると考えられる。余剰次元空間上の Dirac 作用素はその計量を用いて定義される。従って、Dirac 作用素にはモジュライ場が自然と含まれている。これを反映して、Dirac 作用素の固有関数はモジュライ場に依存する。ボソン場に対しては Laplacian に基づく Kaluza-Klein 展開を行うが、Laplacian も計量を用いて定義されるため、その固有関数もモジュライ場の依存性を持つ。コンパクト化の文脈において、低エネルギー有効理論における種々の結合定数は、いくつかの固有関数を掛け合わせたものを余剰次元空間上で積分したもので与えられる。固有関数及び積分測度はモジュライ場に依存するため、計算された構造定数にモジュライ場の依存性が現れる。結合定数は実験・観測と理論の比較を行う際に重要となる物理量であるため、低エネルギー有効理論における結合定数の性質を調べることは重要である。

一方ここまでの議論は、摂動的な超弦理論の文脈におけるものである。そのため、結合定数の性質に非摂動的な影響が生じる可能性がある。それを検証するためには、超弦理論の非摂動的な側面を調べる必要がある。そこで本論文では、超弦理論の非摂動的定式化の候補として提案された行列模型を考える。特に、石橋、川合、北澤、土屋によって提唱された IKKT 行列模型を取り扱う。非摂動的な定式化である根拠として、Feynman ダイアグラムを用いず作用が定義可能であること、光円錐ゲージを採用した IIB 型弦の場の理論との対応があること、が主に挙げられる。IKKT 行列模型の作用は超対称 Yang-Mills 理論から定義することができる。一方、IIB 型超弦理論の有効理論としての背景磁場模型は、超対称 Yang-Mills 理論から出発する。従って、背景磁場模型に対する超弦理論の非摂動的な影響を調べるためには IKKT 行列模型における背景磁場模型を考えればよいと考えられる。本論文では、この立場から、位相・解析的情報に対する議論を行う。

本論文は全 7 章で構成されている。第 1 章では導入及び論文構成を述べる。第 7 章では本論文の総括及び今後の展望について述べる。第 2 章から第 6 章までの内容は以下の通りである。

第2章、第3章において IIB 型超弦理論及びその低エネルギー有効理論である背景磁場モデルのレビューを行う。トーラスと球面を例に、背景磁場の大きさと符号が低エネルギー有効理論における世代数とカイラリティにそれぞれ対応することを示す。またゼロモード空間が関数に対する通常の積の下で閉じることを示す。これはゼロモード同士の掛け算は、ゼロモードの線形結合で展開が可能であるということの意味する。この線形結合における展開係数から有効理論の結合定数を導出できることから、そのようなゼロモード空間の構造は重要である。

第4章では、IKKT 行列モデルのレビューを行う。まず Green-Schwarz 作用の行列正則化による方法、超対称 Yang-Mills 理論に対してラージ N 還元を適用する方法、それぞれから IKKT 行列モデルの作用を導出する。行列正則化とは、関数を行列で近似することで、場の理論に実質的な運動量カットオフを導入する手法である。一方ラージ N 還元とは、ゲージ群の表現次元を無限に大きくする極限において、理論が時空間次元に依存しなくなる現象のことである。従って、超対称 Yang-Mills 理論のラージ N 還元は 0 次元かつ行列の自由度で記述することが可能であり、その作用が IKKT 行列モデルの定義として採用される。超対称 Yang-Mills 理論が超対称性を 1 つだけ持つ場合でも、ラージ N 還元後は超対称性を 2 つ持つ。これは IIB 型超弦理論が超対称性を 2 つ持つことに対応する。またラージ N 還元によって実質的な運動量カットオフが入るが、これはゲージ対称性を保つことが可能であるという性質が知られている。対称性や運動方程式の説明と併せて、第5章で取り扱う非可換トーラス及びファジー球面の導入も行う。

第5章では、背景磁場モデルにおける結合定数の一般的な性質について議論する。具体的には、第3章におけるゼロモード空間の積構造に関して、一般のコンパクト・スピン多様体上への拡張を行う。第3章においては、ゼロモードがヤコビのテータ関数もしくは多項式関数で与えられることの帰結として、ゼロモード空間の積構造が閉じることが理解されている。しかし実際には、Dirac 作用素の固有関数系が完全系をなすこと及び Dirac 作用素が関数空間に対して Leibniz 側的な作用をすること、という非常に一般的な事情がその理由であることをここで示す。また4点以上の結合定数が3点の結合定数で分解できるという、共形場理論における共形ブロックに類似した性質も成立することを示す。

第6章では、IKKT 行列モデルにおける、背景磁場を持つ非可換トーラス及びファジー球面に対して、ゼロモード及びその積構造の具体的な計算を示す。非可換トーラスに関しては、背景磁場に対する量子化条件が非可換パラメータの分だけ変更を受け、及び、全体に掛かる因子を除いて結合定数の性質は通常のトーラスと同じとなることが明らかとなった。またファジー球面に関しては、ゼロモードの積構造が通常の球面の場合と同じ構造を持つことがわかった。以上より、本論文で議論する範囲においては、結合定数に対する非摂動的な影響はほとんど無いことがわかった。

早稲田大学 博士（理学） 学位申請 研究業績書

氏名 本多 正樹 印

(2021年 02月 現在)

種 類 別 (By Type)	題名、 発表・発行掲載誌名、 発表・発行年月、 連名者(申請者含む) (theme, journal name, date & year of publication, name of authors inc. yourself)
論文	“Axion decay constants at special points in type II string theory”, Journal of High Energy Physics 01 (2017) 064, 2017年1月発行, <u>Masaki Honda</u> , Akane Oikawa and Hajime Otsuka.
○論文	“Zero-mode product expansions and higher order couplings in gauge backgrounds”, Physical Review D 100 (2019) 025015, 2019年7月発行, <u>Masaki Honda</u> , Tatsuo Kobayashi and Hajime Otsuka.
○論文	“Matrix model and Yukawa couplings on the noncommutative torus”, Journal of High Energy Physics 04 (2019) 079, 2019年4月発行, Masaki Honda.
論文	“Wilson-line Scalar as a Nambu-Goldstone Boson in Flux Compactifications and Higher-loop Corrections”, Journal of High Energy Physics 03 (2020) 031, 2020年3月発行, <u>Masaki Honda</u> and Toshihide Shibusaki.
論文	“String Backgrounds in String Geometry”, International Journal of Modern Physics A Vol. 35 No. 27 2050176 (2020), <u>Masaki Honda</u> and Matsuo Sato.
講演 (口頭)	<u>本多正樹</u> , 及川茜, 大塚啓, “II型超弦理論における小さいアクシオン崩壊定数”, 日本物理学会 2016年秋季大会, 宮崎大学, 2016年9月.
講演 (口頭)	本多正樹, “行列模型における非可換トーラス上のゼロモード”, 日本物理学会 第73回年次大会 (2018年), 東京理科大学, 2018年3月.
講演 (口頭)	<u>本多正樹</u> , 佐藤松夫, 杉本裕司, “弦幾何と弦の背景”, 日本物理学会 2018年秋季大会, 信州大学, 2018年9月.
講演 (口頭)	本多正樹, “行列模型における背景磁場付き非可換トーラス上の湯川結合”, 日本物理学会 2018年秋季大会, 信州大学, 2018年9月.
講演 (口頭)	<u>本多正樹</u> , 佐藤松夫, 杉本裕司, “弦幾何理論におけるニュートン極限”, 日本物理学会 第74回年次大会 (2019年), 九州大学, 2019年3月.

早稲田大学 博士（理学） 学位申請 研究業績書

種 類 別 By Type	題名、 発表・発行掲載誌名、 発表・発行年月、 連名者(申請者含む) (theme, journal name, date & year of publication, name of authors inc. yourself)
講演 (口頭)	本多正樹, 佐藤松夫, “弦幾何における重力解”, 日本物理学会 第 74 回年次大会 (2019 年), 九州大学, 2019 年 3 月.
講演 (口頭)	本多正樹, 佐藤松夫, 杉本裕司, “弦幾何理論の摂動的真空とニュートン極限”, 日本物理学会 2019 年秋季大会, 山形大学, 2019 年 9 月.
講演 (口頭)	本多正樹, 佐藤松夫, “弦幾何理論とヘテロ型超重力理論”, 日本物理学会 2019 年秋季大会, 山形大学, 2019 年 9 月.
講演 (口頭)	Masaki Honda, Akane Oikawa and Hajime Otsuka, “Axion decay constants at special points in type II superstring theory”, KEK Theory workshop 2016, 高エネルギー加速器研究機構, 2016 年 12 月.
講演 (口頭)	Masaki Honda, “Matrix model and Yukawa couplings on the magnetized noncommutative torus”, KEK Theory workshop 2018, 高エネルギー加速器研究機構, 2018 年 12 月.
講演 (口頭)	Masaki Honda, “Matrix model and Yukawa couplings on the magnetized noncommutative torus”, String Phenomenology 2019, CERN, 2019 年 6 月.
講演(セミナー)	本多正樹, “Matrix model and Yukawa couplings on the magnetized noncommutative torus”, 高エネルギー加速器研究機構, 2019 年 5 月.
講演(セミナー)	本多正樹, “Matrix model and Yukawa couplings on the magnetized noncommutative torus”, 筑波大学, 2019 年 7 月.
講演(セミナー)	本多正樹, “IKKT-inspired model and magnetized extradimensional model”, 京都大学 (オンライン開催), 2020 年 6 月.
講演(セミナー)	本多正樹, “Towards computing Yukawa couplings from magnetized Riemann surface of higher genus”, 北海道大学 (オンライン開催), 2021 年 1 月.