R.A. Fisher による推測統計学の展開とその意義

野　口　和　也

1. 序

R.A. Fisher(1) が有名な論文 *On the Mathematical Foundations of Theoretical Statistics* を世に出したのは1922年のことであった。一般に，推測統計学の歴史が1922年に始まるとされているのはそのためである。そこで，本論文では Fisher の業績について統計学史的な位置づけをするとともに，今日の推測統計学における意義について考えてみたいと思う。

注(1) Sir Ronald Aylmer Fisher は1890年にロンドン北部で生まれた。1909年に *Gonville & Caius College, Cambridge* に入学し，数学と物理学を専攻するが，そこで K. Pearson の *Mathematical Contributions to the Theory of Evolution* を読んだことが契機となり，終生，優生学および統計学に興味を持ち続けた。1960年には東京で開かれた国際統計学会のために来日するが，1962年オーストラリアの Adelaide で死去。

その他，Fisher の経歴等については，J.F. Box (1978)，竹内 (1962)，蓑谷 (1982) 等を参照されたい。

2. K. Pearson の統計学

Fisher の理論について考える前に，Fisher 以前の統計学がどのようなものであったかを知ることは有益であろう。統計的方法の展開は19世紀初頭の C.F. Gauss や P.S. Laplace 等による最小二乗法および誤差論に始まり，1920年までには F. Galton, F.Y. Edgeworth, G.U. Yule, A.L. Bowley 等の相関・回帰理論や一般誤差法則論が体系化され，最尤法や無作為抽出の概念も萌芽している。しかし，Fisher 以前の統計理論は Karl Pearson [1857—1936] に要約

されていると考えて良い。Pearson は Galton に影響を受けて，「進化論への数学的貢献」をテーマとして生物測定値の分析から種の進化や形質遺伝を立証する手法（Biometrics——生物測定学）を確立した。Pearson にとっての統計データとは，それを解析することによって自然界におよび人間生活にかんする種々雑多な問題に解答を与えるべきものであった。Pearson の科学に対する考え方は *Grammer of Science* (1892) における“科学は記述であって説明ではない”という言葉に要約されており，Pearson の統計学も，まさしく現象の記述を目的とするものである。

Pearson の考え方は，まず第一に所与のデータを母集団からランダムに抽出された標本（Pearson 自身は母集団や標本というタームを用いていないが）と見なし，次にそれを誤差のより少ない曲線にあてはめることにより，母集団の記述を行なうというものである。その場合の曲線——「ピアソン系分布関数[1]」と呼ばれる——とは，$f(x)$ を確率分布とするとき，

$$\text{(1)} \quad \frac{d \log f}{dx} = \frac{x-a}{b_0+b_1+b_2x^2}$$

によって表わされ，a, b_0, b_1, b_2 の値によって，正規分布を始めとして，特殊な場合として J 型，U 型をも含む12の型の分布が規定される。a, b_0, b_1, b_2 の推定にはモーメント法が用いられる。ピアソン系分布関数は1894，1895年の論文に表われており，この段階では母集団と標本の区別は曖昧であったことが窺われる。すなわち，Pearson においては，「標本（＝データ）への分布関数のあてはめ」イコール「母集団の記述」であり，両者の間には確率的関係の介入する余地はない。しかし1900年に χ^2 分布を再発見[2] して以降，χ^2 適合度検定を用いてデータのランダム性を検討している。「データのランダム性」とは，標本がはたして母集団をよく代表しているか（ランダムに抽出されているか）の基準となるもの，と考えられており，ここにおいて母集団——標本間の確率的関連の研究が開始されることになる。さらにこの確率的解釈は統計量の分布にまで広げられ，今日「大標本における統計的方法」と呼ばれているものの原型が作り出された。

注(1) Fisher (1922) または小杉 (1973) 145—149ページに詳しい。

(2) χ^2 分布は F. R. Hermat (ヘルマート) [1843—1917] が1876年に規準化正規変数の2乗の分布としてすでに導出していたが, Pearson (1900) の発見は Hermat とは独立のものであったようである。

3. Fisher 統計学の展開と意義

a) 「逆確率の方法」に対する批判

1922年の *On the Mathematical Foundations of Theoretical Statistics* は, 当時パラメータ推定法として Laplace の権威のもとにひろく行なわれていた「逆確率 (*Inverse Probability*) の方法」への批判から始まる。

Thomas Bayes [?—1761] は個人の無知や主観から導かれた確率判断 (事前確率) と度数観察に基づく確率判断とを結合して, 事後の確率判断 (事後確率) を与える方法——逆確率の方法——を定式化した。今, あるパラメータ θ に関して, 観測データ x とは無関係に (例えば, 個人の主観等によって) 一つの確率分布が与えられているとき, それを事前分布 (prior distribution) と呼ぶ。事前分布の密度関係を $g(\theta)$ で表わすことにすれば, x と θ との同時分布 $f(x,\theta)$ は

$$(2)\quad f(x,\theta)=f(x|\theta)g(\theta)$$

と書ける。$f(x|\theta)$ は θ を一定としたときの x の条件付き分布である。また x の確率分布 $f(x)$ は, $f(x,\theta)$ を θ について積分することにより得られるから

$$(3)\quad f(x)=\int f(x,\theta)d\theta=\int f(x|\theta)g(\theta)\,d\theta$$

である。このことから, ベイズの定理

$$(4)\quad h(\theta|x)=\frac{f(x,\theta)}{f(x)}=\frac{f(x|\theta)g(\theta)}{\int f(x|\theta)g(\theta)\,d\theta}$$

が導かれる。$h(\theta|x)$ はデータを $X=x$ に固定したときの, θ の条件つき分布であり, 事後分布 (posterior distribution) と呼ばれる。

ベイズの定理は分析者がパラメータ θ に関して標本データをとる前に有して

いる「事前の」知識を利用して，$h(\theta|x)$ の分散を小さなものにすることによって θ にかんする事後的な不確実性の度合いを低める役割を演ずるものである。しかし，Fisher はこのベイズの定理を用いて行なわれる「逆確率の方法」には強い態度をもって拒絶した。その論拠は，パラメータ θ に関する解釈がおよそ科学的とは言えない，というものであった。すなわち，θ は本来定数であるのに，「逆確率の方法」ではあたかも確率変数であるかのように扱われている。θ が未知であるがゆえに，それを確率変数とみなすのは確率概念を全く主観的にしかとらえない立場であり，主観の相違によって事後確率が異なる，などということは許されない。また θ について全く事前の知識が得られない場合に行なわれている，$g(\theta)$ が一様分布であるとする方法はあまりにも恣意的である。θ が母標準偏差であるとすれば，$g(\theta)$ を一様分布と想定することは，同じく無知であるはずの母分散 θ^2 について $g(\theta^2)$ は一様分布とならず，これは矛盾となり，この方法の論理的欠陥を示すものである。

以上のような逆確率の方法に対する批判は Fisher の生涯を通じて繰り返し行なわれたが[1]，その背景には恣意性の排除こそが科学としての統計学の構築に不可欠であるという Fisher の科学論があった。

b） 統計学の目的と問題

1922年の論文では逆確率の方法への批判に続いて，統計学の目的および問題について言明している。Fisher の言う統計学の目的とは *reduction of data* であって，次のような過程を通じて達成される。

(1) 観測データを「仮説的無限母集団（*hypothetical infinite population*）」からの無作為標本とみなす。

(2) この仮説的母集団の分布法則を規定する少数のパラメータを推定する。

(3) このパラメータの値の推定に際しては標本データに含まれている情報を用いる。

この「仮説的無限母集団」の概念は以後の推測理論の基盤となった。Fisher以前には標本と母集団の区別が明確にされておらず，母集団というタームは，分析に際して手もとにあることが望まれるすべてのデータの集合，という意味で用いられており，あくまでも経験的に実在するものである。しかし，現実にはいくつかの困難によって「データ＝母集団」という公式が成立することは稀であるが，データはより多くのものを集めるべきである。特に1890年以降は，それまでとは比較できないほど莫大な量および種類のデータの蒐集が流行しており，Pearson が扱ったデータも何百，何千単位という大規模なものであった。これに対して，Fisher は実験あるいは観測によって得られたデータは標本であって母集団とは明確に区別すべきものであり，研究目的に応じて想定され，標本はそこからランダムに抽出されたものと考える。そして，ここに母集団分布の「特定化の問題（*Problems of Specification*)」が生じるのである。Pearson の場合には，母集団分布型と標本分布型とは定義的に等しいから，ピアソン系分布関数のパラメータをデータ（標本）から計算することによって，母集団の分布型を知ることになる。しかし Fisher の場合，母集団は経験的に存在するものではないから，一つの仮説の提示として分布型の特定化をしなければならない。

母集団の分布型が特定化されれば，分布型を規定する未知パラメータがどのようなものであるかが明らかとなり，次には「推定の問題（*Problems of Estimation*)」を解決しなければならない。推定すべきパラメータはすでにわかっているのであるから，問題は，標本情報だけを用い，外部の――特に主観的な――情報は一切用いないで，どのように推定方式を構成すればよいか，ということである。さらに，何が良い推定法式か，を議論するためには，データから計算される統計量の「分布の問題（*Problems of Distribution*)」が解決されていなければならない。すなわち，今日で言うところの「推定量特性」を念頭に置いているわけである。そして，Pearson が分布関数のパラメータのあてはめに用いているモーメント法について，この方法は理論的正当性についての議論が全くなされていない，という点で批判し，推定量が持つべき望ましい特性と

して，一致性，有効性[2]，十分性の概念も明らかにしモーメント法について有効性の観点から再度批判を加えた。

この推定量特性については，1925年の *Theory of Statistical Estimation* でさらに進んだ議論を展開している。

c） Fisher の業績

ここで，R. A. Fisher の業績について，今日的な視点から考えておこう。

(1) 種々の標本分布の導出

Pearson までの統計学には，精密標本分布の概念はない。しかし， W. S. Gossett [1876—1936] が，1908年の論文で今日 t 分布と呼ばれているものを実験的に導出したことを Fisher は高く評価し，その数学的証明を自ら行なった(1914)。また自らも，相関係数(1921)，回帰係数(1922)，偏相関係数(1924)，Fisher の z 分布と呼ばれる分散比（1924)，重相関係数（1928）等々の標本分布を次々に導出した。

Gossett は有名なビール会社，ギネス社の技師であり，1906年に *University College, London* に特別研究生として派遣されて K. Pearson に統計学を学ぶが，ビール会社の技師としての立場から，数少ないデータをもとにした統計的方法の必要性を感じていた。そして Gossett は自ら t 分布を発見するが，当時この精密標本分布に価値を見出したのは Fisher 一人で，大標本が得られる状況で研究を進めている人々には興味あるものでなかったのは当然であろう。精密標本分布の「精密（*exact*)」とは，パラメータに依存することなく統計量で標本分布を規定することができる，という意味である。例えば正規母集団から大きさ n の無作為標本をもとに母平均 θ について，$H_0: \theta=\theta^*$ を検定する問題を考えてみよう。母標準偏差を σ，標本平均を $\bar{x}$ とすれば，$\sqrt{n}(\bar{x}-\theta^*)/\sigma$ が $N(0,1)$ に従うことを利用できるが，通常 σ は未知であるからその推定量として標本標準偏差 s を用いなくてはならない。そこで，精密標本分布である $\sqrt{n}(\bar{x}-\theta^*)/s$ の分布が必要となる。

このような精密標本分布の概念は推測統計学の歴史上のひとつの画期的な発見であった。しかし，このことをもって「Fisher 革命」などと称するのは形式論に過ぎない。統計学を「データ解析の科学」として理解すれば，そこには常に具体的な対象が存在しており，その方法論は実際的な意義を無視して評価することはできない。この場合，$\sqrt{n}\,(\bar{x}-\theta^{*})/s$ の分布は $n\to\infty$ のとき $N(0,1)$ となることに注意されたい。このことは標本がある程度大きければ，実用上の観点からは正規分布を使っても良いということであり（例えば t 分布の両側5％点は $n=60$ のとき 2.00 となり，正規分布の両側5％点 1.96 に近くなる。1.96 と 2.00 の差を問題にするのは応用のレベルではあまり意味のあることではない)，t 分布（精密標本分布）に基づく検定を小標本理論，$\sigma=s$ を仮定して正規分布（漸近分布）を用いる方法を大標本理論と区別することはそれ程重要でない。むしろ，t 分布の価値は標本の大きさがどのくらいあれば正規分布を利用できるかを知ることができる点にあり，ひとつの方法論的な一般化と考えた方が良い。

(2) 推測理論の体系化

逆確率の方法を批判し，パラメータにかんする恣意的な仮定を排除しても統計的推測が（仮説的無限母集団の概念と精密標本分布論の導入によって）可能であることを示した。その具体的な方法については次節で検討する。また，推定方式の選定のための基準として，一致性，有効性，十分性の概念を考案し，それらを全て満たすものとして最尤法を確立した[3]。これからの基本的な考え方は今日の推測理論の基盤となっている。

(3) 実験計画の概念の導入

標本を所与のものと考えないで，どうすれば良い標本が得られるかについて積極的に議論――無作為化，局所管理法，反復法の3原則に基づく実験計画法――を展開したのは Fisher が始めてである[4]。この業績は上述の(1)，(2)よりも（実用上の観点からは特に）優るものであると言えよう。しかし，本論ではこ

れ以上立ち入らない[5]。

注(1) 1912年の処女論文に始まり，最後の著書となった *Statistical Methods and Scientific Inference* (1956) にまで続く。

(2) Fisher による一致性と有効性は，今日一般に理解されているものとやや異なるが，その差は本論文には影響しない。詳細は Rao (1973) 邦訳 315—319ページを参照のこと。

(3) 最尤法そのものは Fisher の発明によるものではない。C. F. Gauss の19世紀初頭の論文にも most probable value という名で最尤推定値について述べられている。Gauss (1816) 邦訳128—136ページ。また F. Y. Edgeworth も 1908—9年に標本抽出理論との関連で最尤法を論じ，最尤推定値の漸近的有効性を論じた。

(4) Fisher と同時期に J. Neyman が展開した「無作為抽出」の概念も，今日の統計理論の重要な基盤のひとつとなった。

(5) これ以外にも，「集団遺伝学」に関する業績も数多い。Fisher が生涯に著した論文は統計学よりも優生学のものの方が多い（Bennett の *Collected Papers* (1971—4) には全部で 294 の論文が収められているが，そのうち143が統計学，151が優生学のものである)。

4. Fisher の推測理論

今日，我々が手にする統計学のテキストはすべて Neyman 流の理論に従っていると言えよう。J. Neyman [1894—1981] はポーランド人の数理統計学者で，1930年代に信頼区間 (*confidence interval*) の理論を，また E. S. Pearson [1895—1980] とともに最強力検定論を中心とする仮説検定論を作りあげた。1934年に Neyman が *University College, London* の統計学部のスタッフに加わる頃から（当時，Fisher は優生学部教授）両者の対立が始まり，いわゆる「Fisher・Neyman 論争」の幕が切って落とされる。この論争の academic な部分[1] での中心は，Fisher の *fiducial*[2] *interval* と Neyman の *confidence interval* をめぐるものであった。そこで以下では Fisher の推測理論をより明確にするために，Neyman 流の考え方と対照しながら検討を試みたいと思う。

a） 推測の論理（確率の解釈について）

標本データ $x=(x_1, \cdots, x_n)$ を確率変数 $X=(X_1, \cdots, X_n)$ の実現値であると考えよう。我々がデータから知りたいのは未知なるXの分布によって決定される量θである（θはベクトルであっても良い)。xをもとにθについて判断を

下すことを推測（*inference*）の問題と呼び，Neyman 流の推測方式には点推定，区間推定，仮説検定がある[3]。

個々の方式について検討する前に，推定量の選択基準の考え方の相違を示すことによって，Fisher と Neyman の見解の相違を明らかにしておきたいと思う。

量 θ に対する推定の方式には通常（何らかの実際的意味を持つものだけを選んだとしても）複数個のものが存在するであろう。そこで θ 推定する方式を $\hat{\theta}$ で表わすと，$\hat{\theta}$ は何らかの意味で，他よりも優れたものでなくてはならない。例えば，$X_1=x_1$，$X_2=x_2, \cdots$，$X_n=x_n$ という観測データが与えられており，$X_i \underset{i.i.d.}{\sim} N(\theta, \sigma^2)$ であるときに（$\underset{i.i.d.}{\sim}$ は，独立に同一の分布に従う，の意），$\hat{\theta}$ として算術平均 $\bar{x}$ と中央値 x_{med} のどちらを選択するか，という問題について考えよう。推定値（$\bar{x}$, x_{med}）を計算するための規準として $\overline{X}$ と X_{med} とを比較すると，

(5)　$P_r\{|\overline{X}-\theta|>\varepsilon\}<P_r\{|X_{med}-\theta|>\varepsilon\}$　　（ε は任意の正数）

となるから，$\overline{X}$を採用すれば何回も繰り返し観測を行なう場合に，平均的に$\overline{X}$のほうが誤差が少なくなるから $\overline{X}$ を選択する方が良い。ただし，注意すべき点は，ある特定の標本から計算される推定値 $\bar{x}, x_{med}$ について

(6)　$|\bar{x}-\theta|<|x_{med}-\theta|$

は保証されていない，ということである。この考え方は Neyman の確率に対する頻度論的解釈を反映している。

これに対し，Fisher はある条件[4]のもとでは推定量の分布についての平均的な性質が特定の推定値についても成立する，という見解にたつ。この見解の相違は，確率に対する考え方の相違に因るものであり，両者の推測理論を全ての面において区別する源泉となった。

個々の基準についての論争では，顕著なものはないようである。特に十分性に関しては，*fiducial inference* と，Neyman–Pearson 理論を土台として体系

化された1950年代初頭の Lehmann-Scheffé の完備十分統計量による推測理論とにおいて，共通の理論的枠組となった。しかし，Neyman 流の人々によって最尤推定量が不偏性の基準を満たさない，という点で度々攻撃を受けたFisherは，最後の著書で「不変性（*invariantness*）」の概念を用いて反論した[5]。すなわち，θ の不偏推定量が θ^* であるとき，θ の関数 $g(\theta)$ に対して，一般に $g(\theta^*)$ は不偏推定量にならないが，もし θ^* が θ の“よい推定量”であるならば，$g(\theta^*)$ も $g(\theta)$ のよい推定量であると考えねばならないというのである。

b） 区間推定

$X_i \underset{i.i.d.}{\sim} N(\theta, \sigma^2)$ の問題で，母平均 θ についての信頼区間は，Neyman によれば次のようになる。

(7) $$\bar{X} - t_\alpha \frac{S}{\sqrt{n}} < \theta < \bar{X} + t_\alpha \frac{S}{\sqrt{n}}$$

この信頼区間の意味は，$\bar{X}$ と S の確率分布に応じて変動する区間が真の θ の値を含む確率が $1-\alpha$ になるということである。しかし，$\bar{X}, S$ の実現値 $\bar{x}, s$ を代入したとき，

(8) $$P_r\left\{\bar{x} - t_\alpha \frac{s}{\sqrt{n}} < \theta < \bar{x} + t_\alpha \frac{s}{\sqrt{n}}\right\} = 1-\alpha$$

となることは意味しない。特定の $\bar{x}, s$ に対応する一つの区間については，それが θ を含むか否について言うことができず，あえて言えば確率は0か1かである。

Fisher の推測理論は1930年の論文で導入した *fiducial probability* の概念に基づいている。それを区間推定の問題で説明しよう。

$(\bar{X}-\theta)\sqrt{n}/S$ は自由度 $n-1$ の t 分布をする。$\bar{x}, s$ はひとつの実現値であるが，それに対し t_α が自由度 $n-1$ の t 分布をする確率変数で，パラメータ θ に随伴する変数

(9) $$\tilde{\theta} = \bar{x} - t_\alpha \frac{s}{\sqrt{n}}$$

を考える。これが θ に対し *fiducial distribution* を賦与し，

$$(10)\quad \bar{x}-t_\alpha\frac{s}{\sqrt{n}}<\theta<\bar{x}+t_\alpha\frac{s}{\sqrt{n}}$$

は θ に対する $1-\alpha$ の *fiducial interval* を与える。結果は Neyman の場合と同じ[6] であるが，Fisher の場合はある特定の標本から得られる $\bar{x}, s$ によって構成される区間が確率による評価を受けることができる。Fisher は，この場合の水準 α は，θ が区間(10)の範囲にあるという＜命題の信頼性を表わす尺度＞であると考えた[7]。

c） 仮説検定

例として，$X_i \underset{i.i.d.}{\sim} N(\theta_1, \sigma^2)$，$Y_j \underset{i.i.d.}{\sim} N(\theta_2, \sigma^2)$ のとき $H_0: \theta_1=\theta_2$ を両側対立仮説に対して検定する問題について考えてみよう。H_0 が真であるとき，

$$(11)\quad T=(\bar{X}-\bar{Y})\Big/\sqrt{\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{m}\right)S^2}\,,\quad S^2=\frac{\left(\sum^n(X_i-\bar{X})^2+\sum^m(Y_j-\bar{Y})^2\right)}{n+m-2}$$

とすると，T は自由度 $n+m-2$ の t 分布に従うから，$|T|>t_{\alpha^*}$ ならば水準 α^* で有意な差があるとし，H_0 を棄てる。

ところで，H_0 の真偽の判定に際して，2種類の誤りが生じ得る。ひとつは H_0 が真のとき H_0 を棄却する誤り（その確率を α とする）であり，他は H_0 が偽であるとき H_0 を採択する誤り（その確率を β とする）である。一方の確率を小さくしようとすると他方が大きくなるから，α を一定の値 α^* に固定し，そのうえで β をなるべく小さくしようというのが Neyman-Pearson 流の検定理論である。したがって α^* の確率解釈は検定の基準にあてはまるものであって，特定の標本に基づく結果には直接あてはまらない。t_{α^*}（ないし α^*）は事前に決定されるべきものであって，標本データが得られた後に変更は許されない。全体として見れば，H_0 が真である場合に統計量の実現値が棄却域に落ちる場合が明らかに含まれているが，そういう誤りの確率が小さいことを根拠に棄却――採択の二者択一的決定を下すのである。

これに対し，Fisher の場合 $|T|>t_\alpha$ のとき H_0 を棄てる，ということの意味は次のようなものである。$|T|>t_\alpha$ のとき，もし H_0 が真であったと仮定すると，小さい確率でしか起こり得ないことが生起したことになる。このことは H_0 がおそらく偽であったのであろうと確信する根拠を与える。α はそのときの H_0 に対する疑いの強さの尺度を与えるものであるから，標本データから計算されるべきもので，$|T|$ の値が大きくなればなるほど α は小さくなる。

d）Fisher 理論の意義について

Fisher・Neyman 論争は，推測方式の選択において，その平均的性質を特定の実現値に対しても賦与すべきか否か，という点を中心に行なわれた。さらに実際的な方法(推定および検定)についても，特定の標本に基づく推測の結果に対して確率言明が可能か否か，という論点が争われた。結末から先に言えば，この論争は Fisher の敗北であり，*fiducial inference* は‘わけのわからぬもの’として葬り去られた。その理由は Neyman 流の理論が，現在そうであるように極めてエレガントに体系化しやすい体質を持っていたことと，一方では Fisher の考え方が，だれにもわからないものであると言われることが示すように，論理的には明らかに矛盾を含んでいたためである。Fisher についてその理論を体系化しようという試みは幾度か行なわれ，あるものは若干の成果をもたらしたが，それは Fisher 理論の論理上の困難性を強調こそすれ，Fisher 自身が最も望んだと思われる，Fisher 理論の具体的問題への応用を促すものではなかった。

確かに，Fisher の統計学は厳格な数学的立場からは不明僚なものを多く含んでいるが，それでもなお，Fisher の *fiducial inference* には限りない魅力がある。具体的対象について，何らかの“統計的なものの見方”をするためには品質管理のような特殊な場合でない限り，“推理の一回性”が必要とされることは決して少なくない。区間推定において，特定の標本データに基づく結果に何の意味も持たせないような方法に果たしてどれだけの現実的価値があるだろうか。また仮説検定の場合でも，現実の場において要求されていることは，個

々の問題についての仮説に対する‘疑わしさ’の尺度を求めることであろう。そのような意味では，Neyman-Pearson 理論のような二者択一的判断よりも，標本から事後的に有意水準を計算して‘仮説の疑わしさを推測する’ことの方がはるかに意義のあることのように思われる。

注(1) Fisher は生涯を論争であけくれた。その相手は K. Pearson, J. Neyman, E. S. Pearson, H. Jeffreys 等であったが，争点は academic なものとそうでないもの（これは Fisher の人間性に因る）とが同居していた。J. F. Box（Fisher の実娘）の伝記（1978），蓑谷（1982）を参照されたい。

(2) ‘fiducial’ には「確信」,「信頼」,「推測」等の訳語がある。

(3) Fisher は最後の著書において，点推定と区間推定とを区別することに反対している。「このような区別は，推定論の分野で，この区別をした著者たちが新しい貢献をなしたという，歴史的には正しくない主張を支えるためにのみ行なわれているようである。このような主張をするのは学生達の無知を大いに信頼していることを示している。」Fisher（1956）邦訳144ページ。

(4) この条件は，①推測において標本から得られるすべての情報を利用していること（完全情報の原理）および②未知パラメータと無関係な分布に従う統計量（Fisher の言う *ancillary statistics*）が存在しないことを要求するものである。もし②の条件が満たされないのであれば，その統計量の条件付き分布を考えて，推測の問題はその条件付分布に関して考えなければならない（条件付き推測の原理）。

(5) Fisher（1956）邦訳145—148ページ。

(6) 一般に，Fisher の *fiducial probability* に基づく推測はパラメータが1つしかないときは Neyman流の推測と同じ結果をもたらすが，パラメータが複数個になると違った結果になることもある。$Xi \underset{i.i.d.}{\sim} N(\theta_1, \sigma_1^2)$，$Yj \underset{i.i.d.}{\sim} N(\theta_2, \sigma_2^2)$ における仮説検定 $H_0: \theta_1=\theta_2$(σ_1^2 と σ_2^2 とは任意）の問題（*Behrens-Fisher* 問題と呼ばれる）をめぐって，両者の間に熾烈な議論のやりとりがあった。

(7) 確率概念の解釈において，*fiducial inference* とベイジアン推定は似ているが，区間の求め方は全く異なる。ベイジアンは θ の事前分布を仮定し，観測データからベイズの定理を用いて θ の事後分布を求め，この事後分布にもとづいて信頼区間を作る。Fisher の *fiducial inference* には事前分布やベイズの定理は不要である。

文 献

[1] Bayes, T. (1763). *An Essay toward solving a problem in the Doctorine of chance.* Philosophical Transactions of the Royal Society.

[2] Bennett, J. H. (1971—1974). *Collected Papers of R. A. Fisher* (5 vols.). Adelaide.

[3] Box, J. F. (1978). *R. A. Fisher: The Life of a Scientist.* Wiley.

[4] Fienberg, S. & D. Hinkley eds. (1980). *R. A. Fisher: An Appreciation.* Springer.

[5] Fisher, R. A. (1912). *On an Absolute Criterion for Fitting Frequency Curves.* Messenger of Mathematics. 41 : 155—160 p.

[6] Fisher, R. A. (1922). *On the Mathematical Foundations of Theoretical Statistics.* Philosophical Transactions of the Royal Society of London, A, 222 : 309—368 p.

[7] Fisher, R. A. (1925). *Theory of Statistical Estimation.* Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 22 : 700—725 p.

[8] Fisher, R. A. (1925a). *Statistical Methods for Research Workers.* Oliver & Boyd. (遠藤健児・鍋谷清治共訳「研究者のための統計的方法」森北出版, 1970)。

[9] Fisher, R. A. (1930). *Inverse Probability.* Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 26 : 528—535 p.

[10] Fisher, R. A. (1935). *The Design of Experiments.* Oliver & Boyd. (遠藤健児・鍋谷清治共訳「実験計画法」森北出版, 1971)。

[11] Fisher, R. A. (1956). *Statistical Methods and Scientific Inference.* Oliver & Boyd. (渋谷政昭・竹内啓共訳「統計的方法と科学的推論」岩波書店, 1962)。

[12] Gauss, C. F. (1816). 『観測の精密さの決定』～飛田武幸・石川耕春共訳「C. F. ガウス誤差論」(紀伊國屋書店, 1981) に所収。

[13] Gossett, W. S. (1908). *The Probable Error of a Mean.* Biometrika. 6 ; 1—25 p. ("Student" の名で)。

[14] 小杉肇 (1973) 「統計学史通論」恒星社厚生閣。

[15] 蓑谷千凰彦 (1982) 「推測統計のはなし」東京図書。

[16] Neyman, J. (1967). *A Selection of Early Statistical Papers of J. Neyman. California Univ. Press.*

[17] Neyman, J. & E. S. Pearson (1967). *Joint Statistical Papers of J. Neyman and E. S. Pearson.* California Univ. Press.

[18] Pearson, K. (1894). *Contributions to the Mathematical Theory of Evolution.* Philosophical Transactions of the Royal Society. 185.

[19] Pearson, K. (1895). *Contributions to the Mathematical Theory of Evolution. II. Skew Variation in Homogeneous Material.* Philosophical Transactions of the Royal Society. 186.

[20] Pearson, K. (1900). *On the Criterion that a given System of Deviations from the Probable in the Case of a Correlated System of Variables is such that it can be reasonably supposed to have arisen from Random Sampling.* Philosophical Magazine. 5th Series, Vol. 50.

[21] Rao C. R. (1973). *Linear Statistical Inference and Its Applications, 2nd. ed.* John Wiley. (奥野忠一他共訳「統計的推測とその応用」東京図書, 1977)。

[22] 竹内啓 (1962) 『訳者解説』～文献 [11] に所収。

[23] 竹内啓 (1973) 「数理統計学の方法的基礎」東洋経済新報社。

[24] 竹内啓 (1981) 『R. A. Fisher の統計学』～竹内啓・大橋靖雄共著「統計的推測—2標本問題 (数学セミナー増刊)」日本評論社に所収。

1983. 9. 30 脱稿

(後期課程第4年度生・統計学　佐竹元一郎教授研究指導)