早稲田経済学研究　58号　2003年12月

「世代重複モデルにおける裁定条件と逆 Mundell-Tobin 効果についての考察」

久　米　良　光*

概　要

本稿では，Diamond 型の世代重複モデルにおいて，インフレ率の上昇が資本蓄積あるいは経済活動の水準に負の影響を与えるとする逆 Mundell-Tobin 効果が存在する可能性について検討する。標準的なモデルではインフレ率と資本蓄積あるいは経済活動の水準に正の相関関係があるとする Mundell-Tobin 効果が働くが，そこで重要な役割を果たしているのが個人のポートフォリオにおいて資産保有を決定付ける裁定条件である。資本に関する収穫非逓減性を考慮し，この裁定条件に修正を加えることで，逆 Mundell-Tobin 効果が存在し得ることが確かめられた。

JEL classification: E31, E32

Keywords: Inflation, Capital accumulation, Overlapping generations model

1．序論

本稿では，Diamond 型の世代重複モデルにおいて，資産の保有に関わる裁定条件について考察し，その裁定条件を修正することで，インフレ率の上昇が資本蓄積に負の影響を与える可能性について検討する。

Diamond (1965)，Tirole (1985) を基にした標準的な Diamond 型の世代重複モデルは，本来的に価値のない貨幣[1]を比較的自然に発生させることから，貨幣経済を分析するための道具として盛んに用いられてきた。しかし，多くの貨幣的成長モデル (monetary growth model) と同様[2]，貨幣が正の価値を持つ定常状態において名目貨幣増加率を恒常的に上昇させると，長期的に資本水準あるいは経済活動の水準が上昇する。これは貨幣の超中立性が成り立たず，モデル上，名目貨幣増加率とインフレ率の間に一意の関係が存在することから，インフレ率と資本水準あるいは経済活動の水準に正の相

---

*　早稲田大学大学院経済学研究科　博士後期課程　本稿を作成するにあたって，笹倉和幸早稲田大学教授，および，匿名の査読者の先生方より有益なコメントを頂いたことに感謝します。なお，本稿の記述に関する責任は筆者のみに帰することは言うまでもありません。

(1)　本稿では貨幣を Wallace (1980) での定義に従い，本来的に有用でなく (intrinsically useless)，兌換性がない (inconvertible) ものとし，法定不換紙幣を想定する。

(2)　ここで想定される貨幣的成長モデルは，Mundell (1965), Tobin (1965), Sidrauski (1967), Shell, Sidrauski, and Stiglitz (1969) 等である。

関関係があるとする，いわゆる Mundell-Tobin 効果が働くことを意味する。

90年代前半に行われた一連の実証研究(3)によればMundell-Tobin 効果は支持されず，インフレ率と資本水準あるいは経済活動の水準に負の相関関係があるとする逆 Mundell-Tobin 効果が働くとしている。一方，Bruno and Easterly（1998）では高インフレ(4)の状態であれば逆 Mundell-Tobin 効果が働くが，中低位のインフレの状態であればインフレ率と成長率の間に明確な関係は見出せないとしている(5),(6)。しかし，Barro（1997）ではインフレ率と成長率との間の相関関係には線形性があり，その相関関係は低インフレの状態においても負となり，インフレ率の変動による影響が高インフレのときと同様であるとする仮定を排除できないとしている。逆 Mundell-Tobin 効果が生じるインフレ水準について実証的に一致した見方が存在するわけではないが，少なくとも一連の実証研究の成果から世代重複モデルが貨幣的成長モデルとして有用な道具であるためには，逆 Mundell-Tobin 効果が存在する可能性をモデルに持たせる必要があると考えられる。そこで本稿では，逆 Mundell-Tobin 効果が働く可能性の有無に集中して検討を行う。

標準的な Diamond 型の世代重複モデルにおいて Mundell-Tobin 効果が働くメカニズムに決定的な役割を果たしているのが，資産の保有に関わる裁定条件である。個人のポートフォリオ上，貨幣と資本は粗代替関係にあり，インフレ率が上昇すると貨幣の収益率が低下し資本の相対的収益率が上昇するため，資本の保有量が上昇し Mundell-Tobin 効果が働く。そこでは資本の収穫逓減性が前提となっており，資本水準が上昇すれば資本の絶対的収益率が低下し貨幣と資本の収益率が等しくなり，裁定条件が再び維持される。

逆 Mundell-Tobin 効果を発生させるためには，この裁定条件に修正を加える必要がある。インフレ率の上昇による貨幣の収益率低下に伴い資本の収益率も裁定条件により低下しなければならないが，逆 Mundell-Tobin 効果が働くためにはそのとき，資本水準が低下しなければならない。つまり，資本の収穫非逓減性を前提とする必要がある。本稿では，資本水準（資本・労働比率）の上昇に伴い外部効果が生じると仮定することで裁定条件に修正を加え検討を行っていく。Ferreira（1999）では貨幣発行益（seigniorage）による政府支出が労働生産性を上昇させるとする外部効果を導入し分析を行っているが，逆 Mundell-Tobin 効果が生じることは十分に示されていない。本稿でのモデル化では，逆 Mundell-Tobin 効果が生じることを示すことが可能となる。

本稿ではまた，貨幣が正の価値を持つ定常状態の近傍における動学について検討を行う。標準的な Diamond 型の世代重複モデルにおいてその定常状態の近傍における動学は，振動することなくその定

(3) Chari, Jones, and Manuelli (1996) でのサーベイおよびそこで引用されている文献を参照。一連の研究結果を Chari, Jones, and Manuelli (1996) は，インフレ率が10ポイント上昇すると成長率が0.2～0.7ポイント低下するとまとめている。

(4) Bruno and Easterly (1998) はインフレ率が年40%を超えると，成長率が劇的に低下するとしている。

(5) しかし，Bruno and Easterly (1998) は高インフレでない場合において，インフレ率と成長率の間に相関関係がないと頑健には棄却できないとしている。

(6) Bullard and Keating (1995) では高インフレ国であれば逆 Mundell-Tobin 効果が働くが，低インフレ国であれば Mundell-Tobin 効果が働く傾向があることを実証的に示している。Bullard and Keating (1995) で示されている状況を Diamond 型の世代重複モデルを用いて説明している理論モデルとして Azariadis and Smith (1996) がある。そこでは情報の非対称性により信用割当が発生し，資本市場が不完全になることが想定されている。

常状態に収束する決定的で単調な鞍点経路（saddle point path）である。インフレ率の上昇は，撹乱を起こすことなく経済活動の水準を上昇させ望ましいものとなる。しかし，インフレ率の上昇に対する効果が反転すれば動学経路も変わり，非決定的ないし振動経路が発生し得ると考えられる。

本稿では次のような構成に従って検討を行っていく。第2章では貨幣が含まれる形での標準的な Diamond 型の世代重複モデルにおいて，資産の保有に関わる裁定条件に注目し，Mundell-Tobin 効果が働くメカニズムについてあらためて検討する。第3章では第2章でのモデルに資本に関する収穫非逓減性を考慮し，逆 Mundell-Tobin 効果が存在する可能性について検討する。第4章ではディスカッションとして，貨幣に何らかの役割を与える[7]ことで逆 Mundell-Tobin 効果が発生するケースについて考察し，第2，3章のモデルと比較検討を行う。この種のモデル化において逆 Mundell-Tobin 効果が生じることは容易に予想できるが，そこでは資産の保有に関わる裁定条件が非束縛的（non-binding）となり，逆 Mundell-Tobin 効果が生じるメカニズムが第3章の場合と大きく異なる。第5章では本稿のまとめを行う。

2．Diamond 型世代重複モデル（標準型）

2.1. モデル

本稿では，Diamond（1965），Tirole（1985），Azariadis（1993）で用いられた貨幣が含まれる形での Diamond 型の世代重複モデルを用いる。それを本稿での標準モデルとし，本章ではその設定を行い，第3章で検討するモデルのベースとする。標準モデルは Ferreira（1999）で用いられたものと同様であるが，Ferreira（1999）では貨幣発行益による政府支出が労働生産性を上昇させるとしている一方，本稿では政府支出は経済に何も影響を与えないとする。

時間は離散的で，個人は2期間（若年期，老年期）生存する世代重複経済を想定する。人口成長はなく，第 t 世代（$t=0, 1, 2, \cdots$）は，第 t 期の個人（第 t 期（$t=0, 1, 2, \cdots$）に生まれた個人）からなる大きさを1に正規化した連続体（continuum）であり，個人はすべて同質的であるとする。各期には，若者と老人の2世代が存在することになる。経済は $t=1$ 期から始まり永遠に続くものとする。

若者には1単位の労働が与えられ，労働による不効用はなく，若者は非弾力的にその1単位の労働を供給すると仮定する。老人には労働が与えられないとし，老人が消費を行うには若年期に貯蓄を行わなければならない。貯蓄は生産技術を利用することができる企業の資本，あるいは貨幣の保有として行われるとする。企業は完全競争のもと個人とは別に与えられたものとし，市場へ自由に参入できるとする[8]。

個人は合理的期待を持っており，経済が将来どのように変動するかを完全に知っていると仮定する。すなわち，個人は完全予見（perfect foresight）のもと合理的に行動するものとする。

(7) 貨幣に何らかの有用な役割を与えると貨幣が本来価値のないものであるとする見方に反することになるが，ここではこの点に関して深く追求しないことにする。

(8) 個人は若年期に労働者で老年期に生産者になると想定することも可能であり，そのような想定を置いても以下の分析結果に影響はない。

生産

企業は消費財を投資財へ変換することができ，規模に関して収穫一定（CRS）の生産技術により，労働と資本を用いて１種類の消費財を生産すると仮定する。第 t 期の経済全体での労働供給を $L_t=1$，資本を K_t，生産量を Y_t，生産関数（一次同次）を Fとすると，

$$Y_t=F(L_t,\ K_t)$$

となる。K_1は第１期の老人に与えられているとする。資本は１度生産のために用いられると完全に減耗すると仮定する。資本・労働比率を k とし，若者（労働者）１人当たりの形で表した生産関数fを，

$$f(k_t)\equiv\frac{F(L_t,K_t)}{L_t}=F(1,k_t)$$

と定義する。生産関数fは次の仮定を満たすものとする(9)。

（仮定１）

$$f(k)>0,\ f'(k)>0,\ f''(k)<0,\quad \text{for }\forall k>0$$

（仮定２）

$$\lim_{k\to\infty}f'(k)<1$$

企業は競争的に行動し，労働の限界生産物が賃金に等しくなるまで労働者を雇用し，資本の限界生産物がレンタル率に等しくなるまで資本を投入するため，

$$w_t=f(k_t)-k_tf'(k_t)=w(k_t) \tag{1}$$

$$R_t^{\,1}=f'(k_t) \tag{2}$$

となる。w_tは第 t 期の賃金率，$R_t^{\,1}$は第 t 期の資本のレンタル率で資本保有の粗収益率（粗利子率）を表す。いずれも消費財の単位数で測った実質値である。

政府

政府は貨幣（法定不換紙幣）を独占的に発行し，第 t 期の若者１人当たりの名目貨幣残高を M_t（各世代の大きさが１であるので経済全体の値でもある）とする。経済全体での名目貨幣残高の増加率を μ で一定であるとすると M_tは，

$$M_t=(1+\mu)M_{t-1},\quad \text{with }\mu>0 \tag{3}$$

に従い変動する。本稿ではインフレの状況を想定するため，$\mu\leq 0$ となるケースは想定しない。

(9)　（仮定２）に関して，Inada 条件

$$\lim_{k\to 0}f'(k)=\infty,\ \lim_{k\to\infty}f'(k)=0$$

を置くことも可能であるが，Inada 条件の前半の条件は以下の議論において特に必要なものでなく，また，後半の条件に関して，本稿では Cobb-Douglas 型生産関数に加え代替弾力性が１を下回らない CES 生産関数も念頭においているため，このような仮定を置いている。

$M_0(>0)$ は第１期の老人に与えられているとする。

政府は第 t 期に若者１人当たり g_t の実質消費を行い，その消費は貨幣発行益により賄われるとする。すなわち，

$$g_t = \frac{M_t - M_{t-1}}{p_t} \tag{4}$$

である。p_t は第 t 期の貨幣の単位数で測った消費財の価格を表す。政府支出は経済に何も影響を与えないと仮定し，前述の通り，この仮定は Ferreira (1999) と異なる。(4)式に(3)式を代入し整理すると，

$$g_t = \frac{\mu}{1+\mu}\frac{M_t}{p_t} \tag{5}$$

となる。

個人

個人は貯蓄を資本あるいは貨幣の保有で行い，s_t，d_t，m_t をそれぞれ消費財の単位数で測った実質での第 t 期の若者１人当たりの貯蓄，資本，貨幣に対する需要とすると，

$$s_t = d_t + m_t \tag{6}$$

となる。

ここで，資本が保有され存在することを保証するため次の仮定を設ける。

（仮定３）

$R_{t+1}{}^1 \geq R_{t+1}{}^m$

$R_{t+1}{}^m$ は第 t 期から第（$t+1$）期にかけての貨幣の実質粗収益率である。（仮定３）は資本が収益率で貨幣に劣らないことを表し，もしこの仮定が満たされなければ資本は保有されず生産が行われることはない。

個人の効用は効用関数 u で表すことができ，第 t 期の個人の効用は若年期と老年期の消費の組（c_t^1, $c_{t+1}{}^2$）に依存すると仮定する。本稿では資産の保有に関する裁定条件に関心があるため，効用関数 $u(c_t{}^1, c_{t+1}{}^2)$ を次のように対数型に特定化する[10]。

$$u(c_t^1, c_{t+1}{}^2) = (1-\beta)\ln c_t^1 + \beta \ln c_{t+1}{}^2, \quad \text{with } \beta \in (0,1) \tag{7}$$

この特定化により貯蓄がいかなる資産の収益率からも独立に決定され，インフレ率からも独立とな

(10) より一般的には，

(a) 効用関数 u は消費集合 $R^2{}_+$ の内部において連続２回微分可能で，強い意味で準凹関数である。また，$c_t{}^1>0$, $c_{t+1}{}^2>0$ について増加関数である。すなわち，

$u_1(c_t{}^1, c_{t+1}{}^2)>0$, $u_2(c_t{}^1, c_{t+1}{}^2)>0$, for $\forall c_t{}^1>0$, $\forall c_{t+1}{}^2>0$

る。ただし，第０期の個人（第１期の老人）は M_0 の貨幣と K_1 の資本およびそれらの収益から第１期の消費（老年期での消費）のみ行い，効用関数 $u(c_1^2)$ は

$$u\,(c_1^2)=c_1^2$$

であるとする。

第 t 期 $(t>0)$ の個人は第 t 期（若年期）に供給した労働に対し所得（賃金）w_t を受け取り，第 t 期の消費 c_t^1 と貯蓄 s_t に分配し，第（$t+1$）期（老年期）の消費 $c_{t+1}{}^2$ は s_t とそれから得られる収益により賄われ，遺産は残さないものとする。ここでの貯蓄は資本ないし貨幣の保有で行われる。予算制約式は(6)式に注意して，

$$c_t{}^1\leq w_t-d_t-m_t \tag{8}$$

$$c_{t+1}{}^2\leq R_{t+1}{}^1 d_t+R_{t+1}{}^m m_t \tag{9}$$

となる。第 t 期の個人は w_t，$R_{t+1}{}^1$，$R_{t+1}{}^m$ を所与として，(8)，(9)式のもと(7)式を最大化し，最適な $c_t{}^1>0$，$c_{t+1}{}^2>0$，$s_t>0$ が一意に決定される。

最大化のための１次条件は $m_t\geq 0$ であることに注意して，

$$\frac{(1-\beta)\ c_{t+1}{}^2}{\beta c_t{}^1}=R_{t+1}{}^1 \tag{10}$$

$$(R_{t+1}{}^1-R_{t+1}{}^m)m_t=0,\ R_{t+1}{}^1\geq R_{t+1}{}^m \tag{11}$$

となる。実質貨幣需要が正（$m_t>0$）であるためには，$R_{t+1}{}^1=R_{t+1}{}^m$ とならなければならず，$R_{t+1}{}^1>R_{t+1}{}^m$ であれば，$m_t=0$ となる。(6)，(8)，(9)，(10)式（(8)，(9)式は等号で成立）から c_t^1, $c_{t+1}{}^2$, s_t が決まり，貯蓄 s_t は,

$$s_t=\beta w_t \tag{12}$$

と表すことができる。

(b)　若年期，老年期ともに正の消費を望んでいるとする。すなわち，

$$\lim_{c_t^1\to 0} u_1(c_t^1,\ c_{t+1}{}^2)=\infty,\quad \text{for }\forall c_{t+1}{}^2>0$$

$$\lim_{c_{t+1}{}^2\to 0} u_2(c_t^1,\ c_{t+1}{}^2)=\infty,\quad \text{for }\forall c_t^1>0$$

(c)　c_t^1, $c_{t+1}{}^2$ はともに正常財（normal goods）である。
（ただし，$u_1(c_t^1,\ c_{t+1}{}^2)=\partial u/\partial c_t^1$, $u_2(c_t^1,\ c_{t+1}{}^2)=\partial u/\partial c_{t+1}{}^2$）
を満たし，貯蓄関数が利子率に対して非減少的であれば以下の議論は成り立つ。第４章で検討する貨幣に役割を与えたモデルにおいて効用関数にこのような想定を置いた場合，インフレ率の上昇は貯蓄水準を引き下げる効果を持つが，比較静学および動学の結果に大きな影響を与えることはない。ただし，第３章で検討する収穫非逓減性を考慮したモデルでは利子率が資本に対して必ずしも減少関数とならないため，より制約的な仮定が必要である。

2.2. 定常状態

競争均衡ではすべての個人および企業は価格を所与として最適な行動をとり，各市場は均衡する。第 t期における均衡条件は，生産要素市場では(1)，(2)式で表される。資本市場では，

$$k_{t+1}=d_t \tag{13}$$

財市場では，

$$f(k_t)=c_t^1+c_t^2+k_{t+1}+g_t$$

貨幣市場では，

$$m_t=\frac{M_t}{p_t} \tag{14}$$

である。

貨幣の保有による実質粗収益率 R_t^mは粗デフレ率になるので，(3)，(14)式を考慮すると，

$$R_t^m=\frac{p_{t-1}}{p_t}=\frac{M_t/p_t}{M_{t-1}/p_{t-1}}\frac{M_{t-1}}{M_t}=\frac{1}{1+\mu}\frac{m_t}{m_{t-1}} \tag{15}$$

となる。

(2)，(15)式を考慮すると(11)の第 1 式は，

$$\left[f'(k_{t+1})-\frac{1}{1+\mu}\frac{m_{t+1}}{m_t}\right]m_t=0 \tag{16}$$

となる。

以上をまとめると均衡状態では，(5)，(14)式より，

$$g_t=\frac{\mu}{1+\mu}m_t \tag{17}$$

となる。これは政府の支出経路を表す。(13)式は(6)，(12)式より，

$$k_{t+1}=\beta w(k_t)-m_t \tag{18}$$

となる。これは資本の蓄積経路を表す。貨幣が正の価値を持つ（$m>0$）[11]ためには(16)式より，

$$f'(k_{t+1})=\frac{1}{1+\mu}\frac{m_{t+1}}{m_t} \tag{19}$$

とならなければならない。これは資本の実質粗収益率が貨幣の実質粗収益率に等しくなければならない裁定条件を表す。

(11) 実質貨幣が保有される（$m>0$）ことは貨幣が正の価値を持つことと同義である。なぜなら，貨幣が正の価値を持てば $p<\infty$ であるが，貨幣が正の価値を持たなければ $p=\infty$ となり $m=0$ である。

このシステムでの動学はg_t, m_t, k_tに関して(17), (18), (19)式で表される。本稿では実質政府支出g_tを内生変数として扱う。よって，動学はm_t, k_tに関して(18), (19)式で表される。k_tは前期の貯蓄により決まる歴史的事実であるので状態変数（state variable）であり，m_tは完全予見のもと自由に決定されるジャンプ変数（jumping variable）である（初期値も自由に決まる)。

本稿では均衡解のうち定常状態に焦点を合わせ議論を行っていく。定常状態では，$k_t=k_{t+1}=k$, $m_t=m_{t+1}=m$と置いて(18), (19)式より，

$$k=\beta w(k)-m \tag{20}$$

$$f'(k)=\frac{1}{1+\mu} \tag{21}$$

となる。(20), (21)式より$k>0$, $m>0$となる定常状態（それぞれk^{OUT1}, m^{OUT1}とし，以下，外部貨幣定常状態（outside money steady state）と呼ぶ）が一意に存在することを保証するため，次の仮定を設ける。

（仮定４）$w(k)$は以下を満たす。

(a) $\lim_{k\to 0}\beta w'(k)=\lim_{k\to 0}\left[-\beta kf''(k)\right]>1$　あるいは　$w(0)>0$

(b) $w''(k)=-\left[f''(k)+kf'''(k)\right]<0$,　for $\forall k>0$

（仮定４）はさほど強い仮定ではなく，Cobb-Douglas 型生産関数や資本と労働の間の代替弾力性が１を下回ない CES 生産関数であれば満たされる。また，（仮定１）より，

$$w'(k)=-kf''(k)>0,\quad \text{for } \forall k>0$$

である。

k^{IN1}を(20)式において$m=0$, $k>0$となる定常状態（以下，内部貨幣定常状態（inside money steady state）と呼ぶ）として，外部貨幣定常状態の存在について次の命題が成り立つ。

（命題１）設定した仮定のもとで，(18), (19)式で表される世代重複経済において，以下の条件(22)式が満たされれば，一意で非自明な外部貨幣定常状態（m^{OUT1}, k^{OUT1}）が存在する。

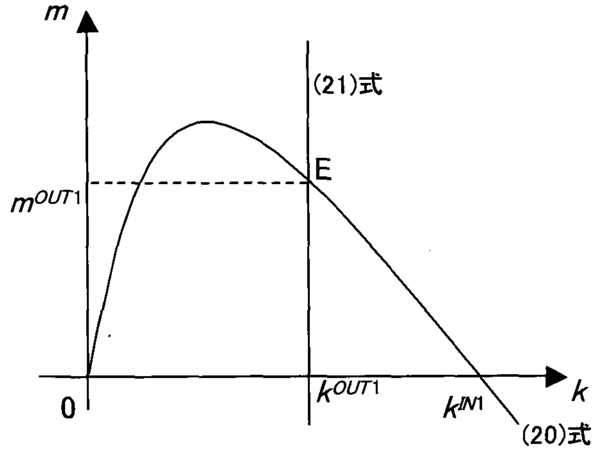
$$f'(k^{IN1})<\frac{1}{1+\mu} \tag{22}$$

証明

補論Ａ参照

（命題１）を図示すると図１のようになる。資本蓄積方程式(20)式は（仮定１），（仮定４）の(b)より強

図1：定常状態



い意味で凹関数になり，裁定条件(21)式は直線で表され，E点が外部貨幣定常状態となる[12,13]。

2.3. 比較静学（インフレ率上昇の影響）

ここでは，名目貨幣増加率（インフレ率）の上昇が経済に与える長期的な影響を分析し，Mundell-Tobin 効果について検討を行う[14,15]。外部貨幣定常状態（k^{OUT1}, m^{OUT1}）において，名目貨幣増加率μの変化が経済に与える影響に関し次の命題が成り立つ。

（命題2）設定した仮定のもとで，(18), (19)式で表される世代重複経済において，名目貨幣増加率μを恒常的に上昇させた場合，長期的に外部貨幣定常状態（k^{OUT1}, m^{OUT1}）における資本・労働比率kは増加する。

証明

補論B参照

(12) $\mu>0$であることに注意すると，(22)式は外部貨幣定常状態が存在するためには，内部貨幣定常状態において経済が動学的に非効率的でなければならないことを意味する。貨幣が非効率な投資を吸収し，消費可能集合を拡大させる。$f'(k^{IN1})\geq 1$であれば動学的に効率的であり，$m>0$となる定常状態は存在しない。その場合，貨幣が存在すれば，生産的な投資を貨幣が吸収し利子率が上昇して，(19)式に従いmは成長を続ける。しかし，個人の予算制約には限りがあり，個人は完全予見のもと合理的に行動するので，そのようなことは起こらない。

第3章で検討する外部効果を導入したモデルでは，内部貨幣定常状態において経済が動学的に効率的であっても外部貨幣定常状態は存在し得る。外部効果により経済が貨幣を吸収することが可能になるためである。第4章で検討するモデルでは内部貨幣定常状態は存在しない。

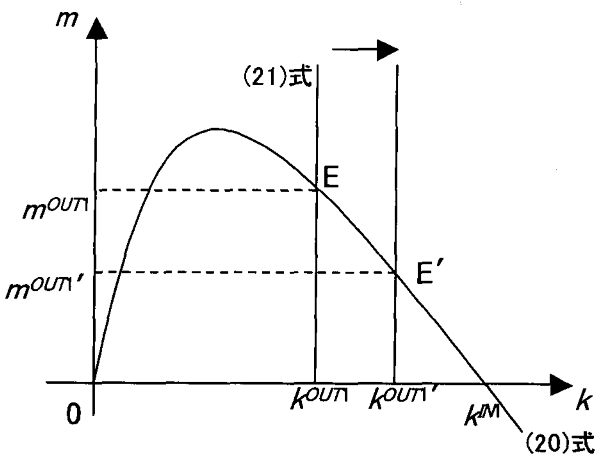
(13) $\mu>0$の場合，外部貨幣定常状態は黄金律より非効率な状態になる。政府支出が0，すなわち$\mu=0$のとき外部貨幣定常状態は黄金律となるが，本稿でのモデルにおいて正の政府支出は必ず必要であると仮定され，効率性の比較を$\mu=0$のケースと行うこと自体が不可能であることを意味する。

(14) 本稿を通して，比較静学と動学の間に密接な関係があるとする Samuelson (1947) の対応の原理 (corresponding principle) を活用する。

(15) 本稿を通して用いる「長期」とは資本水準が十分に調整される期間を指す。(命題2）では，ある定常状態から与件（パラメーター値 (μ)）の変化を受けて新たな定常状態へシフトするに足る長さの期間になる。

（命題２）は名目貨幣の増加率の変化が経済に対し影響を与えることから，このシステムでは貨幣の超中立性が成り立たないことを示し，図示すれば図２のようになる。μ を上昇させると，⒇式で表される曲線は変化しないが，(21)式で表される直線は右方へシフトする。外部貨幣定常状態は $E(k^{OUT1}, m^{OUT1})$ から $E'(k^{OUT1'}, m^{OUT1'})$ へシフトし，k は増加する。ただし，$m>0$ となるためには $k^{OUT1}<k^{IN1}$ でなければならず，μ が大きくなり過ぎると貨幣は価値を持たない。また，m への影響は効果が相異なる代替効果と所得効果のため定かでない。

図２：名目貨幣増加率 μ の変化の影響



⒂式より定常状態でのインフレ率は，

$$\frac{p_t}{p_{t-1}}-1=(1+\mu)-1=\mu$$

であり，μ が上昇すると１対１の関係でインフレ率も上昇する。（命題２）は世代重複モデルにおいて，長期的にインフレ率と資本蓄積の間に正の相関関係があり，Mundell-Tobin 効果が働くことを示している。これはまた，Ferreira（1999）での結果と同様である[16]。

図２から明らかなように，Mundell-Tobin 効果は資産の保有に関わる裁定条件(21)式が右方へシフトするため発生する。貨幣と資本は個人のポートフォリオ上，粗代替関係にあり，μ を上昇させると定常状態における貨幣の収益率は低下し資本の収益率が相対的に上昇するため，貨幣より資本のほうがより多く保有され，（仮定１）より裁定条件(21)式が保たれる。

本稿でのモデルの枠組みにおいて，資本蓄積方程式⒇式がインフレ率から独立である限り，逆

⒃ 正確には，Ferreira（1999）では名目貨幣増加率（インフレ率）μ が十分小さい場合や大きい場合には必ず Mundell-Tobin 効果が起こり，μ が中間的な値の場合には資本水準の動きが反転する可能性があるが，シミュレーションを行った結果では常に Mundell-Tobin 効果が起こったとしている。また，Ferreira（1999）では労働生産性を考慮しているため，そこでの外部貨幣定常状態は労働者１人当たりの変数が定率（効率労働（effective labor）の成長率）で成長する均斉成長経路（balanced growth path）である。

Mundell-Tobin 効果を発生させるには裁定方程式に何らかの修正が必要である。この点に関して次章で詳細に検討を行っていく。

2.4. 動学

(18), (19)式で表されるシステムには定常状態が３つ存在し得る。１つ目が（命題１）でみてきたように $m=m^{OUT1}>0,\ k=k^{OUT1}>0$ となる外部貨幣定常状態である。２つ目が $m=0,\ k=k^{IN1}>0$ となる内部貨幣定常状態である。最後が $m=0,\ k=0$ の自明な解[17]である。本稿では貨幣が正の価値を持つ定常状態に関心があるため，外部貨幣定常状態に焦点を絞りその定常状態の近傍における動学を検討する[18]。

資本蓄積方程式(18)式より，

$$k_{t+1}-k_t=\beta w(k_t)-k_t-m_t \tag{23}$$

であるので，$k_t=k_{t+1}$となる経路（KK 曲線）は(23)式より，

$$\beta w(k_t)-k_t-m_t=0$$

となり，KK 曲線は図３のようになる。裁定方程式(19)式で $m_t=m_{t+1}$となる経路を求めるためにまず，(18)式を(19)式に代入すると，

$$f'[\beta w(k_t)-m_t]=\frac{1}{1+\mu}\frac{m_{t+1}}{m_t}$$

となり，これを整理すると，

$$m_{t+1}-m_t=m_t\{(1+\mu)f'[\beta w(k_t)-m_t]-1\} \tag{24}$$

となる。$m_t=m_{t+1}$であるためには $m\neq0$ の場合(24)式より，

$$f'[\beta w(k_t)-m_t]=\frac{1}{1+\mu} \tag{25}$$

を満たさなければならない。(25)式を満たす曲線を MM 曲線とする。(25)式より，

$$\frac{dm_t}{dk_t}=\beta w'(k_t) \tag{26}$$

が得られる。$k_t>0$ において $\beta w'(k_t)>0$ であるので，(26)式は正となる。よって，MM 曲線は図３のように k-m 平面上で右上がりになる。

(23)式から明らかなように，

$$k_{t+1}\geq k_t \quad \text{iff} \quad \beta w(k_t)-k_t-m_t\geq0$$

(17) この解が存在するには $u(0)=0$ でなければならない。
(18) 以下の動学分析は Azariadis（1993）に多くを負う。

であり，KK 曲線の上側（下側）では k は減少（増加）する。また，(24)式から明らかなように，

$$m_{t+1} \geq m_t \quad \text{iff} \ m_t\{(1+\mu)f'[\beta w(k_t)-m_t]-1\} \geq 0$$

であり，$m>0$ の場合，MM 曲線の右側（左側）では m は減少（増加）する。

図3：動　学

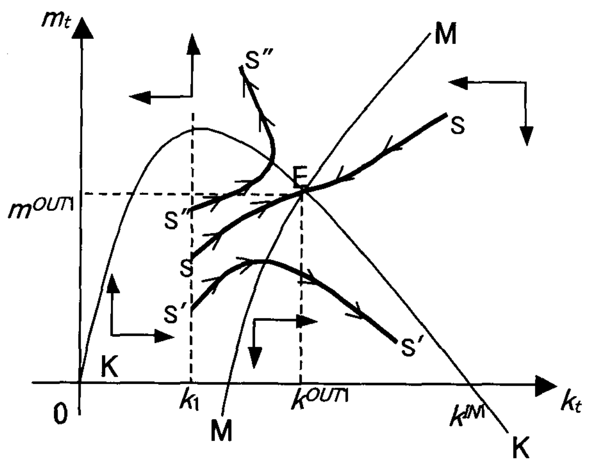


図3の位相図から明らかなように，E点の外部貨幣定常状態（k^{OUT1}, m^{OUT1}）に収束する経路は SS のみである。k は状態変数である一方，m はジャンプ変数で自由に調整されるため，k の初期値 k_1 が与えられればこの経路は実現される。初期状態が SS より下であれば A 点の内部貨幣定常状態（k^{IN1}, 0）に収束する。初期状態が SS より上であれば m は増加を続けるが，個人は完全予見のもと合理的に行動するため，そのようなことは起こらない。

以上の位相平面解析から示唆されるように，外部貨幣定常状態（k^{OUT1}, m^{OUT1}）の近傍における動学は次の命題にまとめられる(19)。

（命題3）設定した仮定のもとで，(18)，(19)式で表される世代重複経済において，外部貨幣定常状態（k^{OUT1}, m^{OUT1}）の近傍における動学は，その定常状態に収束する決定的で単調な鞍点経路である。

証明

補論C参照

(19) 本稿では外部貨幣定常状態に議論を集中するため他の定常状態の近傍での動学分析は行わないが，容易に確かめられるように，内部貨幣定常状態（k^{IN1}, 0）は沈点（sink），自明な定常状態（0, 0）は湧点（source）である。

外部貨幣定常状態の近傍における動学はその定常状態に収束する決定的で安定な鞍点経路であり，インフレ率の上昇は経済を振動させることなく資本水準を上昇させることができる。Ferreira (1999) においても緩やかな仮定のもとで外部貨幣定常状態が鞍点になることが示されている。本章でのモデル分析においてインフレ率の上昇は望ましいものとなるが，次章で検討していくように逆 Mundell-Tobin 効果が生じるケースでは異なる結果となる。

3．資本に関する収穫非逓減性の考慮

3.1. モデル

本章では生産関数に外部効果を導入し検討を行う。前章の標準モデルと同様，2期間離散型の世代重複経済を想定する（記号の使い方も同様）が，以下の点で前章と異なる。

生産

Boldrin (1992) に基づき，外部効果は k に依存し $\varphi(k)$ で表され，生産関数 ϕ を，

$$\phi(k_t)=\varphi(k_t)f(k_t) \tag{27}$$

とする。$\varphi(k)$ は経済全体に対する外部効果を表す。ここでは Boldrin (1992) より限定的に，$\varphi(k)$ は次の仮定を満たすものとする[20]。

（仮定5）

$$\varphi'(k)>0,\ \varphi''(k)<0,\ \text{for}\ \forall k>0$$
$$\varphi(0)=1,\ \lim_{k\to\infty}\varphi(k)=\varepsilon<\infty$$

（仮定5）は外部効果を表す関数 $\varphi(k)$ が連続2回微分可能で，強い意味で凹関数で有限であり，$k=0$ のとき外部効果は働かないことを示す。この仮定は Ferreira (1999) で用いられたものと同様であるが，そこでの外部効果は政府支出が効率労働を上昇させるものとして行われている。(27)式および（仮定5）の正当性については深く言及しないが，ここでは外部効果は資本蓄積に伴い発生し，その効果は逓減的であると想定している。

（仮定2）と関連して，次の仮定を設ける。

（仮定2'）

$$\lim_{k\to\infty}\phi'(k)<1$$

(20) 本稿では外部効果にかなり限定的な想定を置いたが，Boldrin (1992) は貨幣が存在しない世代重複モデルにおいて外部効果により広範な想定を置くことで，定常状態だけでなく恒久的な成長状態も可能であることを示している。

外部効果が存在する場合の賃金率を ω_t，粗利子率を R_t^2（いずれも消費財の単位数で測った実質値）とすると，

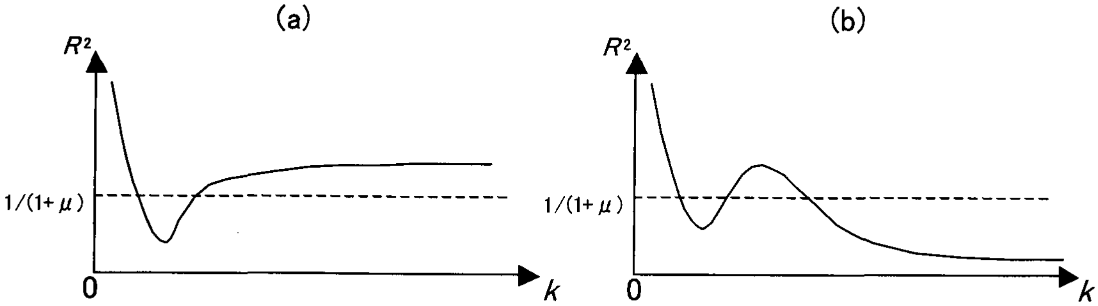
$$\omega_t=\varphi(k_t)w(k_t)=\varphi(k_t)[f(k_t)-k_tf'(k_t)]=\omega(k_t) \tag{1'}$$
$$R_t^2=\varphi(k_t)f'(k_t) \tag{2'}$$

となる。前章での粗利子率 R^1は k に関し単調に減少したが，R^2は（仮定５）より k に関し非減少的となる区間が存在し得る。R^2の曲線の形状を明確にするには関数をさらに特定化する必要がある。例えば，$f(k)$ を代替弾力性が１より大きい CES 型や Cobb-Douglas 型に特定化した場合，

$$\lim_{k\to 0}[\varphi(k)f'(k)]=\infty$$

となり，（仮定５）より外部効果は資本蓄積がある程度進んだときに強く働くため，前者のケースでは図４の(a)，後者のケースでは(b)ようになり得る。

図４：外部効果が存在する場合の粗利子率



（仮定３）は次のように置き換えられる。

（仮定３'）

$$R_{t+1}{}^2 \geq R_{t+1}{}^m$$

個人

ここでの予算制約式は，

$$c_t^1 \leq \omega_t - d_t - m_t \tag{8'}$$
$$c_{t+1}{}^2 \leq R_{t+1}{}^2 d_t + R_{t+1}{}^m m_t \tag{9'}$$

となる。第 t 期の個人は ω_t，$R_{t+1}{}^2$，$R_{t+1}{}^m$を所与として，(8')，(9') 式のもと，(7)式を最大化する。最適な $c_t^1>0$，$c_{t+1}{}^2>0$，$s_t>0$が一意に決定され，最大化のための１次条件は，

$$\frac{(1-\beta)c_{t+1}{}^{2}}{\beta c_t^1}=R_{t+1}{}^{2}$$

$$(R_{t+1}{}^{2}-R_{t+1}{}^{m})m_t=0,\quad R_{t+1}{}^{2}\geq R_{t+1}{}^{m}$$

となる。前章と同様，実質貨幣需要が正 $(m_t>0)$ であるためには，$R_{t+1}{}^{2}=R_{t+1}{}^{m}$ とならなければならず，$R_{t+1}{}^{2}>R_{t+1}{}^{m}$ であれば，$m_t=0$ となる。貯蓄 s_t は，

$$s_t=\beta\omega_t$$

となる。

3.2. 定常状態

ここでの資本蓄積方程式は，

$$k_{t+1}=\beta\omega(k_t)-m_t \tag{18'}$$

裁定方程式は，

$$\varphi(k_{t+1})f'(k_{t+1})=\frac{1}{1+\mu}\frac{m_{t+1}}{m_t} \tag{19'}$$

となる。

定常状態では，$k_t=k_{t+1}=k$, $m_t=m_{t+1}=m$ と置いて（18'），（19'）式より，

$$k=\beta\omega(k)-m \tag{20'}$$

$$\varphi(k)f'(k)=\frac{1}{1+\mu} \tag{21'}$$

となる。外部貨幣定常状態が存在することを保証するため，（仮定４）に加え次の仮定を設ける。

（仮定４'）$\omega(k)$ は以下を満たす。

$$\omega''(k)<0,\quad \text{for } \forall k>0$$

（仮定４'）は（仮定４）の(b)と（仮定５）を考慮すればさほど強い仮定ではないと考えられる。（仮定５）を考慮すれば（仮定４）の(a)と同様に，

$$\lim_{k\to 0}\beta\omega'(k)=\lim_{k\to 0}\beta w'(k)=\lim_{k\to 0}[-\beta kf''(k)]>1\quad \text{あるいは}\quad \omega(0)=u(0)>0$$

となる。$\omega'(k)$ は（1'）式，（仮定１），（仮定５）より，

$$\omega'(k)=\varphi'(k)u(k)+\varphi(k)w'(k)>0,\quad \text{for } \forall k>0$$

となる。

外部貨幣定常状態（k^{OUT2}, m^{OUT2}）の存在に関し，実質粗利子率 $R^2=\varphi(k)f'(k)$ が単調な減少関数にならない可能性があるため，前章のように明確にはならないが，ここでの内部貨幣定常状態を k^{IN2} として次の命題が成り立つ。

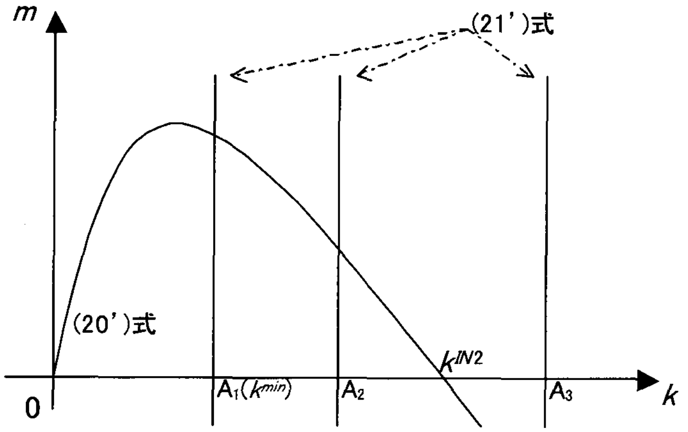
（命題４）設定した仮定のもとで，(18')，(19') 式で表される外部効果の存在する世代重複経済において，(21') 式を満たす資本・労働比率 $k>0$（最小のものを k^{min} とする）が存在し，$k^{min}<k^{IN2}$ が満たされれば外部貨幣定常状態（k^{OUT2}, m^{OUT2}）が少なくとも１つ存在する。

証明

補論Ｄ参照

（命題４）を図示すると，例えば図５のようになる。（命題４）の証明の(b)のケースでは，(21') 式で表される直線は複数存在する可能性があり，(21') 式を満たす $k>0$ が外部貨幣定常状態であるためには，k^{IN2} より小さくなければならない（図５での A_1, A_2 での k のみ外部貨幣定常状態となる）。

図５：定常状態（外部効果が存在する場合）



3.3. 比較静学（インフレ率上昇の影響）

外部貨幣定常状態（k^{OUT2}, m^{OUT2}）において，名目貨幣増加率（インフレ率）μ の変化が経済に与える影響に関し，実質粗利子率 R^2 が資本・労働比率 k について減少するとき（命題２）と同様であるが，R^2 が k について増加するとき次の命題が成り立つ。

（命題５）設定した仮定のもとで，(18')，(19') 式で表される外部効果の存在する世代重複経済にお

いて，名目貨幣増加率μを恒常的に上昇させた場合，外部貨幣定常状態（k^{OUT2}, m^{OUT2}）での実質粗利子率R^2が資本・労働比率kに関して増加するとき，長期的にkは減少する。

証明

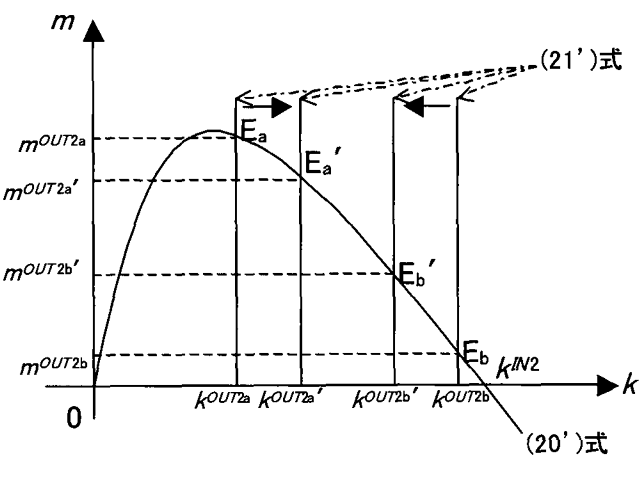
補論E参照

（命題5）を図示すれば，例えば図6のようになる。これは$f(k)$を代替弾力性が1より大きいCES型に特定化しR^2が図4の(a)のようになり，外部貨幣定常状態が2つ（E_a, E_b）存在する場合である。μを上昇させると，(20') 式で表される曲線は変化しない。外部貨幣定常状態E_a点ではR^2がkに関し減少するため，(21') 式で表される直線は右方へシフトし，新たな外部貨幣定常状態はE_a'点になりkは増加する。E_b点ではR^2がkに関し増加するため，(21') 式で表される直線は左方へシフトし，新たな外部貨幣定常状態はE_b'点になりkは減少する。kの低い外部貨幣定常状態では外部効果があまり強くないため資本に関し収穫逓減的で前章の場合と同様であるが，kの高い外部貨幣定常状態では外部効果が強く資本に関し収穫逓増的であるため，μの上昇（貨幣の実質粗収益率の低下）に伴い裁定条件より資本の実質粗収益率も低下しkが低下する。ただし，μが上昇し過ぎると貨幣は正の価値を持ち得ず，外部貨幣定常状態は消滅する。

Ferreira (1999) では貨幣発行益による政府支出が効率労働を上昇させるとする外部効果を導入したが，逆 Mundell-Tobin 効果が生じることは明確に示されなかった。本稿では資本水準の上昇に伴う外部効果を導入することで，逆 Mundell-Tobin 効果が生じ得ることを示すことが可能となった。

また，Fischer (1993) はインフレ率と労働力成長率の間に有意な水準で相関関係は認められないが，インフレ率と資本蓄積，および，インフレ率とソロー残差である生産性の間には有意な水準で負の相関関係が認められることを実証的に示している。本章のモデルにおいて（仮定5）を考慮すると逆 Mundell-Tobin 効果が働く場合，Fischer (1993) での結果と整合性の取れたものとなる。

図6：名目貨幣増加率μの変化の影響（外部効果が存在する場合）



3.4. 動学

(18'), (19') 式で表されるシステムでの外部貨幣定常状態 (k^{OUT2}, m^{OUT2}) の近傍における動学を検討する。資本蓄積方程式 (18') 式において $k_t=k_{t+1}$ となる経路 (K^eK^e曲線) は図7のようになり，前章と同様，K^eK^e曲線の上側 (下側) ではkは減少 (増加) する。

裁定方程式 (19') 式で $m_t=m_{t+1}$ となる経路を求めるためにまず，(18') 式を (19') 式に代入すると，

$$\varphi[\beta\omega(k_t)-m_t]f'[\beta\omega(k_t)-m_t]=\frac{1}{1+\mu}\frac{m_{t+1}}{m_t}$$

となり，これを整理すると，

$$m_{t+1}-m_t=m_t\{(1+\mu)\varphi[\beta\omega(k_t)-m_t]f'[\beta\omega(k_t)-m_t]-1\} \tag{24'}$$

となる。$m_t=m_{t+1}$ であるためには $m\neq 0$ の場合 (24') 式より，

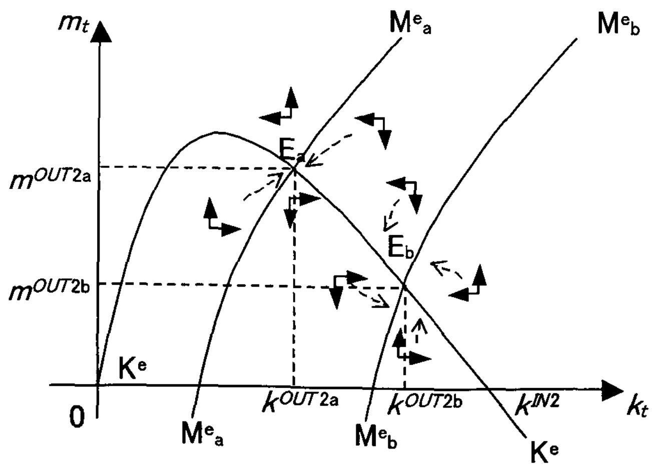
$$\varphi[\beta\omega(k_t)-m_t]f'[\beta\omega(k_t)-m_t]=\frac{1}{1+\mu} \tag{25'}$$

を満たさなければならない。(25') 式を満たす曲線を M^eM^e曲線とする。(25') 式より，

$$\frac{dm_t}{dk_t}=\beta\omega'(k_t) \tag{26'}$$

が得られる。$k_t>0$ において $\beta\omega'(k_t)>0$ であるので (26') 式は正となり，M^eM^e曲線は k-m 平面上で右上がりになる。実質利子率が kについて非減少的となる区間が存在する場合，所与の μに対し M^eM^e 曲線は複数存在する可能性がある。図示すれば，例えば図7 (図6のケースに対応) のようになる (M^eM^e曲線は $M^e_aM^e_a$, $M^e_bM^e_b$曲線で表されている)。

図7：動学 (外部効果が存在する場合)



（24'）式より，

$$m_{t+1} \geq m_t \quad \text{iff } m_t\{(1+\mu)\varphi[\beta\omega(k_t)-m_t]f'[\beta\omega(k_t)-m_t]-1\} \geq 0$$

であり，$m>0$ のとき M^eM^e 曲線の近傍における m の動きは次の２つの場合に分けられる。$d[\varphi(k)f'(k)]/dk<0$ の場合，M^eM^e 曲線（図７では $M^e_aM^e_a$ 曲線）の右側（左側）では m は減少（増加）する。$d[\varphi(k)f'(k)]/dk>0$ の場合，M^eM^e 曲線（図７では $M^e_bM^e_b$ 曲線）の右側（左側）では m は増加（減少）する[21]。

$d[\varphi(k)f'(k)]/dk<0$ となる E_a 点の近傍における動学は，その外部貨幣定常状態に収束する決定的で単調な鞍点経路であり，これは前章の外部効果の存在しない場合と同様である。$d[\varphi(k)f'(k)]/dk>0$ となる E_b 点の近傍における動学は図７の位相図から示唆されるように，非決定的な経路や内生的振動が起こる可能性があり，次の命題にまとめられる。

（命題６）設定した仮定のもとで，（18'），（19'）式で表される外部効果の存在する世代重複経済において，外部貨幣定常状態（k^{OUT2}, m^{OUT2}）での実質粗利子率が資本水準 k に関して増加するとき，その定常状態の近傍における動学は次のようになる。

(a) $0<\left.\dfrac{d[\varphi(k)f'(k)]}{dk}\right|_{k=k^{OUT2}} \leq \dfrac{[1+\beta\omega'(k^{OUT2})]-2\sqrt{\beta\omega'(k^{OUT2})}}{(1+\mu)m^{OUT2}}$ の場合

$\beta\omega'(k^{OUT2})<(>)1$ であれば，その外部貨幣定常状態に収束（その外部貨幣定常状態の近傍から発散）する単調であるが非決定的な経路である。

(b) $\dfrac{[1+\beta\omega'(k^{OUT2})]-2\sqrt{\beta\omega'(k^{OUT2})}}{(1+\mu)m^{OUT2}}<\left.\dfrac{d[\varphi(k)f'(k)]}{dk}\right|_{k=k^{OUT2}}<\dfrac{2[1+\beta\omega'(k^{OUT2})]}{(1+\mu)m^{OUT2}}$ の場合

$\beta\omega'(k^{OUT2})<(>)1$ であれば，その外部貨幣定常状態に収束（その外部貨幣定常状態の近傍から発散）する非決定的な振動経路である。

(c) $\left.\dfrac{d[\varphi(k)f'(k)]}{dk}\right|_{k=k^{OUT2}}>\dfrac{2[1+\beta\omega'(k^{OUT2})]}{(1+\mu)m^{OUT2}}$ の場合

その外部貨幣定常状態に収束する決定的な鞍点経路であるが振動する。

証明

補論Ｆ参照

(21) $d[\dot{\varphi}(k)f'(k)]/dk=0$ のケースはここでは想定していないが，その場合，m は変化しない。

外部貨幣定常状態の近傍における動学は，Mundell-Tobin 効果が起こる場合，外部効果が存在しない場合と同様であるが，(命題６) より逆 Mundell-Tobin 効果が起こる場合，非決定的な経路や内生的振動が起こり，外部効果が経済への撹乱要因になっていることを示している。特に，外部効果が強いとkの動きに対し実質利子率が大きく変動し，裁定条件により実質貨幣残高が敏感に反応し過ぎるため，経済は振動する。

安定性に関して，$\beta\omega'(k^{OUT2})>1$ となる場合は$K^e K^e$曲線の傾きが正となる場合であり，資本水準の限界的な上昇により労働所得（賃金）が大きく上昇し貨幣需要が増加する場合である。それは，$f(k)$が Cobb-Douglas 型や代替弾力性が１を下回らない CES 型であれば，資本水準が十分低い場合である。しかし，裁定条件（21'）式が満たされるためには資本蓄積がある程度進み利子率が低下しなければならないため，関数をそのように特定化した場合，外部貨幣定常状態が不安定になることはあまりないと考えられる[22]。

以上より，外部貨幣定常状態において外部効果が大きい場合，インフレ率の上昇は長期的に望ましいものではない。逆 Mundell-Tobin 効果が起こるだけでなく，経済が新たな外部貨幣定常状態へ収束する過程で撹乱する可能性がある。

4．裁定条件が非束縛的となる場合の考察：貨幣の役割の考慮

4.1．モデル

本章ではディスカッションとして，貨幣に何らかの役割を与え資産の保有に関わる裁定条件が非束縛的となるケースについて考察し，第２，３章の結果と比較検討する。第２章の標準モデルと同様，２期間離散型の世代重複経済を想定する（記号の使い方も同様）が，以下の点で標準モデルと異なる。

個人の行動

個人は老年期の消費の一定割合 $\tau(\in(0,\ 1))$ に対し貨幣で税を支払わなければならないとする。これは貨幣に税の支払手段という役割を与えるためのかなり恣意的な仮定であるが，例えば，介護などの公的福祉サービスに対し老年期に保険料を支払わなければならないような状況である。個人はそのことをあらかじめ知っており，s_tを m_tと d_tに振り分ける際，そのことを考慮しなければならないとする。よって，次の制約が課せられることになる[23]。

---

(22) 一見したところ資本に関し収穫逓増が起こる場合，インフレ率が上昇すると資本がますます保有され貨幣が保有されなくなり（裁定条件が無効化し貨幣が正の価値を持たない），外部貨幣定常状態が不安定になると考えられそうだが，$\beta\omega'(k^{OUT2})<1$の場合（図７の$K^e K^e$曲線の傾きが負となる場合）は資本水準を上昇させても所得があまり増加しないときであり，そのため貨幣は価値を持ち続け安定になると考えられる。また $f(k)$ を CES 型（Cobb-Douglas 型の場合，$k<k^{IN2}$を満たすほど小さな k に対し $f'(k)$ の影響が大きくなり過ぎるため，(命題４) の証明での(b)の状況を作り出すのは困難である)，外部効果を Ferreira (1999) に基づき，

$$\varphi(k)=2-\exp(-k/\gamma),\quad \text{with } \gamma>0$$

に特定化し数値シミュレーションを行ったところ，逆 Mundell-Tobin 効果は $\beta\omega'(k^{OUT2})<1$ のときしか観察できず，パラメーターの広い範囲で外部貨幣定常状態は安定になると考えられる。

(23) (28)式の制約条件は老年期の消費の一定割合に対し貨幣が必要であることを表し，一種のキャッシュ・イン・アドバンス制約と解釈することも可能である。Hahn and Solow (1995)，von Thadden (1999) ではそのようなモデル化が行われている。

$$R_{t+1}{}^{m}\, m_t \geq \tau c_{t+1}{}^{2} \tag{28}$$

また，老年期の消費は予算制約より，

$$(1+\tau)c_{t+1}{}^{2} \leq R_{t+1}{}^{m}\, m_t + R_{t+1}{}^{1}\, d_t \tag{29}$$

を満たさなければならない。

個人のポートフォリオにおいて貨幣と資本の保有量を決定付けるため，本章では $R_{t+1}{}^{m} = R_{t+1}{}^{1}$ のとき資本より貨幣のほうが選好されると仮定し，さらに次の仮定を設ける。

（仮定３”）

$$R_{t+1}{}^{m} = \frac{p_t}{p_{t+1}} < R_{t+1}^{1}$$

（仮定３”）は貨幣が収益率で資本に強い意味で支配されることを表し，もし（仮定３”）が満たされなければ経済は直ちに $k=0$ に収束する。この仮定により標準モデルでの資産保有を決定付ける裁定条件が非束縛的となる。

（仮定３”）より若者はできるだけ貨幣の保有を手控えるため，(28)，(29)式は等号で成立する。よって，

$$c_{t+1}{}^{2} = R_{t+1}{}^{1} d_t \tag{30}$$

となる。

第１期の老人に関して，M_0，k_1を所与として，

$$\frac{M_0}{p_1} = \frac{m_1}{1+\mu} = \tau c_1^2,$$

$$c_1^2 = R_1^1 k_1$$

となる。

政府

政府は老人の消費に対し税を徴収するので若者１人当たりの実質政府支出 g_tは，

$$g_t = \frac{\mu}{1+\mu} m_t + \tau c_t^2$$

となる。g_tは内生変数であり，経済に何も影響を与えないと仮定しているため，これまでと同様，以下の議論において g_tの経路は無視する。

生産

生産関数 $f(k)$ に関して，以下での議論をより明瞭なものとするため，次の仮定を設ける。

（仮定６）$f(k)$ は以下を満たす。

(a) $\lim_{k\to 0} f'(k)k=0$

(b) $\dfrac{d[f'(k)k]}{dk}>0, \text{ for } \forall k>0$

（仮定６）はさほど強い仮定でなく，Cobb-Douglas 型生産関数や代替弾力性が１を下回らない CES 生産関数であれば満たされる。

4.2. 定常状態

均衡状態において資本蓄積は第２章と同様，(18)式で表される。資産保有の裁定条件に関して，（仮定３"）を置いたため(19)式はもはや有効でない。ここでの個人のポートフォリオにおける貨幣保有は，税の支払条件を満たしつつもなるだけ貨幣保有を手控えることを表す(28)式（等号で成立）で決定される。(28)式に(30)式を代入し(2)，(13)，(15)式を用いて整理すると，

$$m_{t+1}=\tau(1+\mu)f'(k_{t+1})k_{t+1} \tag{31}$$

となる。(31)式が個人のポートフォリオにおいて資産保有を決定付けることになる。

（仮定３"）は(2)，(15)式を用いて，

$$f'(k_{t+1})>\frac{1}{1+\mu}\frac{m_{t+1}}{m_t} \tag{32}$$

で表される。

以上よりこのシステムは(18)，(31)，(32)式で表される。k，mを定常状態での値とすると，定常状態において(18)式は(20)式，(31)，(32)式はそれぞれ，

$$m=\tau(1+\mu)f'(k)k \tag{33}$$

$$f'(k)>\frac{1}{1+\mu} \tag{34}$$

となる。

外部貨幣定常状態が存在することを保証するため，次の仮定を設ける。

（仮定７）

$$\lim_{k\to 0}\beta w'(k)-1>\tau(1+\mu)\lim_{k\to 0}\frac{d[f'(k)k]}{dk} \quad \text{あるいは} \quad w(0)>0$$

（仮定７）の後半は（仮定４）の(a)の後半と同様であり，代替弾力性が１より大きい CES 生産関数であれば満たされる。（仮定７）の前半は（仮定４）の(a)の前半よりややきつい仮定となる。

これまで設定してきた仮定をもとに外部貨幣定常状態（k^{OUT3}，m^{OUT3}）に関し，次の命題が成り立つ。

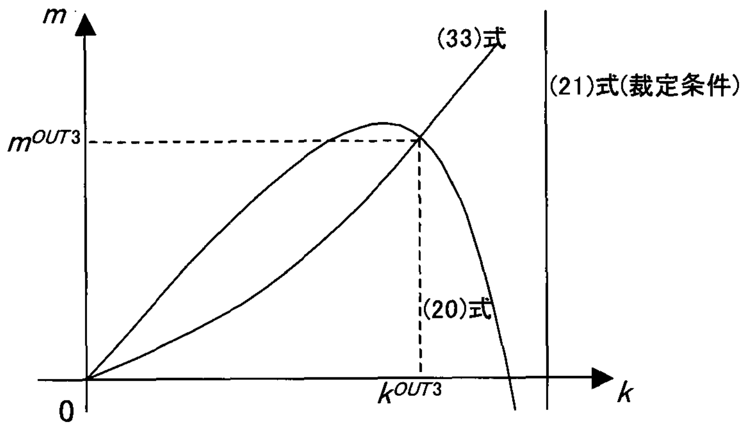
(命題7) 設定した仮定のもとで，(18)，(31)，(32)式で表される世代重複経済において，定常状態で(34)式を満たせば外部貨幣定常状態 (k^{OUT3}, m^{OUT3}) が存在する。

証明

補論G参照

(命題7) を図示すれば図8のようになる。標準モデルでの裁定条件は非束縛的にならなければならず ((34)式参照)，そのためにはμが十分大きくなり貨幣の実質粗収益率が小さくなる必要がある。(命題7) は外部貨幣定常状態の一意性を保証するものではないが，議論の簡単化のため以下では，外部貨幣定常状態が一意に存在すると想定する。

図8：定常状態



4.3. 比較静学（インフレ率上昇の影響）

外部貨幣定常状態 (k^{OUT3}, m^{OUT3}) において，名目貨幣増加率 (インフレ率) μを恒常的に上昇させたときの資本水準すなわち経済活動の水準に与える影響は，次の命題にまとめられる。

(命題8) 設定した仮定のもとで，(18)，(31)，(32)式で表される世代重複経済において，外部貨幣定常状態 (k^{OUT3}, m^{OUT3}) が一意に存在すると仮定する。名目貨幣増加率μを恒常的に上昇させたとき，長期的に外部貨幣定常状態における資本水準 kは低下する。

証明

補論H参照

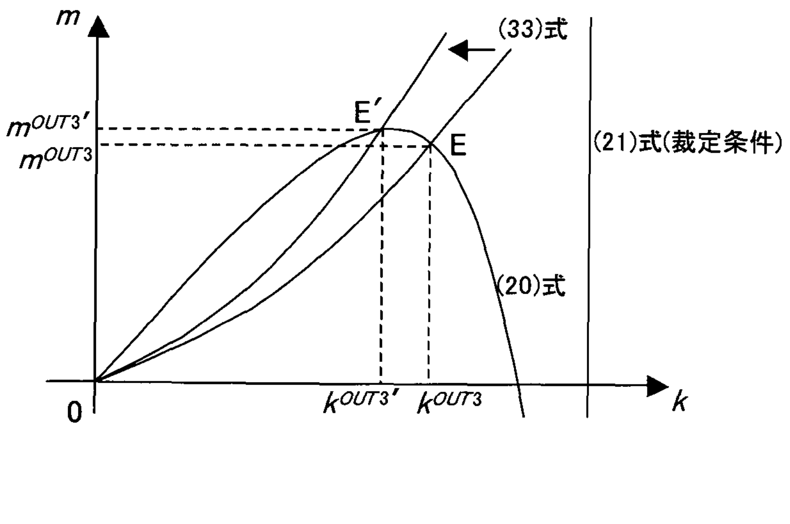
（命題８）を図示すると図９のようになる。μを上昇させると定常状態での資本蓄積方程式⒇式に変化はないが，定常状態での税の支払条件(33)式が原点を軸として左方へシフトする。外部貨幣定常状態はE点からE' 点へシフトし，新しい外部貨幣定常状態では以前の資本水準より低下する。

（命題８）は長期的観点から逆Mundell-Tobin効果が働くことを示している。μを上昇させると貨幣の実質粗収益率は下がるが，その実質粗収益率がデフレ率であることに注意すると，インフレ率の上昇は手持ち貨幣の実質価値の目減りを意味する。しかし個人は老年期の税支払手段を確保するためより多くの貨幣を確保しなければならず，その結果，資本の保有量は低下する。

本章のモデルにおいて逆Mundell-Tobin効果が生じるメカニズムは前章のモデルの場合と大きく異なる。前章のモデルでは収穫非逓減性のため，インフレ率の上昇に対する資産の保有に関する裁定条件の反応が第２章の標準モデルの場合と異なり逆Mundell-Tobin効果が生じた。本章のモデルでは，その裁定条件を非束縛的（(34)式）にし，個人のポートフォリオにおける資産保有を決定付ける新たな条件（税の支払条件(33)式）を導入したため，逆Mundell-Tobin効果が起こった。

本章では貨幣に税の支払い手段という役割を与えたがその他，流動性，安全性の確保や財購入のための支払手段，資金の貸借が行われる状況において法定準備を満たすための手段等，貨幣に何らかの役割を与え，資産保有を決定付ける新たな条件を導入することで，同様の結果は広範に得られると考えられる[24]。個人のポートフォリオにおいて貨幣と他の資産との粗代替性が弱まる以上，この種のモデル化において逆Mundell-Tobin効果を発生させることは比較的容易であると考えられる。

図９：名目貨幣増加率μの変化の影響



(24) 例えば，Stockman (1981) は無限視野の最適成長モデルにおいて，投資財の購入に貨幣が必要であるとするキャッシュ・イン・アドバンス制約を導入することで，逆Mundell-Tobin効果が働くことを示している。

4.4. 動学

外部貨幣定常状態（k^{OUT3}, m^{OUT3}）の近傍における動学は，次の命題にまとめられる。

（命題９）設定した仮定のもとで，⒅，㉛，㉜式で表される世代重複経済において，外部貨幣定常状態（k^{OUT3}, m^{OUT3}）が一意に存在すると仮定する。外部貨幣定常状態の近傍における動学は次のようになる。

(a)　$\beta w'(k^{OUT3}) - \tau(1+\mu)[f''(k^{OUT3})k^{OUT3} + f'(k^{OUT3})] > 0$　の場合

単調ではあるが非決定的にその外部貨幣定常状態に収束する経路である。

(b)　$-1 < \beta w'(k^{OUT3}) - \tau(1+\mu)[f''(k^{OUT3})k^{OUT3} + f'(k^{OUT3})] < 0$　の場合

その外部貨幣定常状態に収束する非決定的な振動経路である。

(c)　$\beta w'(k^{OUT3}) - \tau(1+\mu)[f''(k^{OUT3})k^{OUT3} + f'(k^{OUT3})] < -1$　の場合

その外部貨幣定常状態の近傍から発散する非決定的な振動経路である。

証明

補論Ⅰ参照

容易に確認できるように生産関数が Cobb-Douglas 型，すなわち，

$f(k_t) = Ak_t^{\alpha}$, with $A > 0$, $\alpha \in (0, 1)$

であればより明確な結果が得られ，（命題９）の(a)のケースになり振動することはないが非決定的な経路となる[25]。

4.5. 資本に関する収穫非逓減性を考慮した場合

ここでは本章のモデルにおいて前章と同様，資本蓄積に伴い外部効果が発生し資本の収穫非逓減性が生じる場合について簡単に考察する。

生産関数が $f(k)$ から $\phi(k) = \varphi(k)f(k)$ に，実質粗利子率が $R^1 = f'(k)$ から $R^2 = \varphi(k)f'(k)$ に，実質賃金

㉕　（命題９）の証明での（a5）式は，

$$A[\beta(1-\alpha) - \tau(1+\mu)\alpha]\alpha(k^{OUT3})^{\alpha-1}$$

となる。外部貨幣定常状態は，

$$k^{OUT2} = A^{\frac{1}{1-\alpha}}[\beta(1-\alpha) - \tau(1+\mu)\alpha]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

となるので，これを代入し整理すると，(a5)式は α となる。

率が $w(k)$ から $\omega(k)=\varphi(k)w(k)$ に変更される点を除けば，モデルの展開は本章と同様であるが，注意すべきは(32)式の条件が，

$$\varphi(k_{t+1})f'(k_{t+1})>\frac{1}{1+\mu}\frac{m_{t+1}}{m_t}$$

となり，定常状態での(34)式が，

$$\varphi(k)f'(k)>\frac{1}{1+\mu} \tag{34'}$$

となることである。(34') 式を満たす区間は資本に関する収穫非逓減性のため不連続となる可能性があり，例えば図７のケース（R^2が図４の(a)となる場合に対応）では，$k\in[k^{OUT2a}, k^{OUT2b}]$ において (34') 式は満たされず，外部貨幣定常状態は存在しない。このケースでは資本蓄積に伴い資本の実質粗収益率が低下するものの，外部効果が強まるに従い資本の実質粗収益率が再び貨幣の実質粗収益率を上回り (34') 式が満たされるためである。μ が十分大きい場合であれば，貨幣の実質粗収益利が十分小さくなり (34') 式は満たされる。図４の(b)のように資本水準が大きくなるに従い資本の実質粗収益率が最終的に０に近付く場合でも同様である(26)。

以上より，μ の水準により (34') 式を満たす区間が連続とならないケースが起こり得るが，資本蓄積に伴う外部効果を導入した場合においても，本章の結果と同様，資産保有に関する裁定条件を非束縛的にし，税の支払条件により個人のポートフォリオでの資産配分が決定されることになる。

５．結論

本稿では Diamond 型の世代重複モデルを用いて，逆 Mundell-Tobin 効果が発生し得るケースについて検討を行った。第２章で検討したように，標準モデルでは Mundell-Tobin 効果が必ず起こったが，そこで重要な役割を果たしたのが資産保有に関わる裁定条件であった。第３章では資本蓄積に伴い外部効果が発生すると想定して，この裁定条件に変更を加えた。外部効果が強く資本に関し収穫非逓減性が生じる場合，逆 Mundell-Tobin 効果が発生することが示された。標準モデルにおいて外部貨幣定常状態の近傍における動学は決定的で単調な鞍点経路であったが，逆 Mundell-Tobin 効果が発生するケースでは非決定的な経路や振動経路となった。これはインフレ率の上昇（あるいは拡張的な貨幣政策）が資本水準を低下させるだけでなく経済に撹乱をもたらすことになり，望ましいものではないことを示唆する。

第４章ではディスカッションとして，貨幣に何らかの役割を与えることで個人のポートフォリオにおける貨幣と資本の粗代替性を弱め，標準モデルでの裁定条件が非束縛的となるケースについて検討を行った。そこでは，裁定条件に代わり資産保有を決定付ける新たな条件（税の支払い条件）が有効に作用し逆 Mundell-Tobin 効果が生じた。それが生じるメカニズムは第３章の場合と異なるものであ

(26) k-m 平面上，R^2が図４の(a)のようになるケースでは μ の上昇に伴い (34') 式を等号で満たす直線が消滅し（(34') 式を満たさない区間が消滅し），(b)のようになるケースではその直線が右方に移動する（(34') 式を満たす区間が拡大する）。

る。

本稿では逆 Mundell-Tobin 効果が生じる可能性について議論を集中したため，それが生じる状況についてあまり明確でない。第3章のモデルでは外部貨幣定常状態が複数存在する可能性があり，逆 Mundell-Tobin 効果が支配的な定常状態に経済が落ち着く保証はない。また，逆 Mundell-Tobin 効果が生じる程度に外部効果が強くなる状況を明確にするには，外部効果等の関数の性質をさらに特定化する必要がある。そのためには実証的背景を踏まえた上で行う必要があると考えられる。

最後に，本稿では貨幣を法定不換紙幣とし狭義の意味で捉えたが，現実にはさまざまな種類の貨幣が存在し，法定不換紙幣は貨幣全体のうちわずかな割合を占めるに過ぎない。電子マネー等の私的貨幣が普及すれば，法定不換紙幣の存在はますます小さなものとなる可能性がある。今後より広義の意味で貨幣を捉えモデル化を行っていく必要があろう。

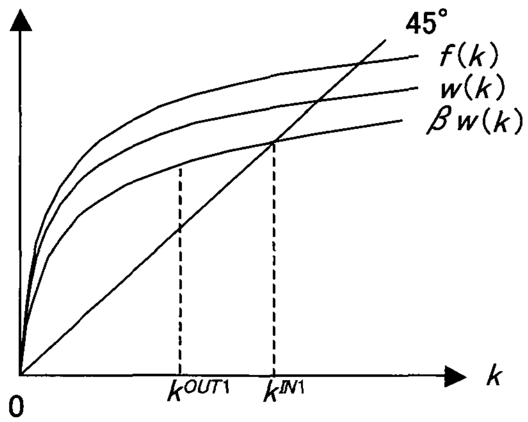
補論A：(命題1) の証明

Tirole (1985) は世代重複経済に貨幣が存在し得ることの詳細な証明を行っているが (正確には，Tirole (1985) はバブルが存在し得ることを証明しているが，本稿での貨幣は本来的に価値のないバブルに相当する)，ここでは概略的な証明を行う。まず，$k^{IN1}>0$ が一意に存在することをみる (内部貨幣定常状態 (貨幣が存在しない世代重複モデルでの非自明な定常状態) の存在に関する詳細な議論は Galor and Ryder (1989) を参照)。k^{IN1}は(20)式より，

$$k^{IN1}=\beta w(k^{IN1})$$

を満たさなければならない。図 A1 に示されているように (仮定1)，(仮定2)，(仮定4) および $f(k)>\beta w(k)$ に注意すれば，$\beta w(k)$ で表される曲線は $k>0$ において45°線と1度だけ交わる。よって，k^{IN1}は一意に存在する。

図A1：定常状態



定常状態において⑳式はkが一定であるために満たさなければならないmの値を決定するが，$m>0$であるためには$\beta w(k)>k$となる必要があり，よって，$k^{IN1}>k^{OUT1}$が成り立たなければならない。その場合mは一意に決まる。一方，k^{OUT1}は㉑式を満たさなければならないので，（仮定１）に注意すれば$k^{IN1}>k^{OUT1}$より㉒式が満たされなければならない。　□

補論B：（命題２）の証明

μの変化は外部貨幣定常状態（k^{OUT1}, m^{OUT1}）での資本蓄積を表す⑳式に影響を与えないが，裁定条件を表す㉑式には影響を与る。㉑式を全微分し整理すると（k^{OUT1}, m^{OUT1}）では，

$$\left.\frac{dk}{d\mu}\right|_{k=k^{OUT1}}=-\frac{1}{(1+\mu)^2f''(k^{OUT1})} \tag{a1}$$

となる。（仮定１）より（a1）式は正となる。　□

補論C：（命題３）の証明

⒅，⒆式より定常状態（k, m）でのヤコビ行列Jは，

$$J=\begin{pmatrix} \dfrac{dk_{t+1}}{dk_t} & \dfrac{dk_{t+1}}{dm_t} \\ \dfrac{dm_{t+1}}{dk_t} & \dfrac{dm_{t+1}}{dm_t} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \beta w'(k) & -1 \\ (1+\mu)\beta w'(k)f''(k)m & (1+\mu)[f'(k)-f''(k)m] \end{pmatrix}$$

となる。外部貨幣定常状態（k^{OUT1}, m^{OUT1}）では㉑式を用いると，

$$\det J=\beta w'(k^{OUT1})$$
$$\mathrm{tr}J=\det J+1-(1+\mu)f''(k^{OUT1})m^{OUT1}$$

が得られる。$p(\lambda)=\lambda^2-\mathrm{tr}J\lambda+\det J$を特性方程式（$\lambda$は特性根）とすると，

$p(1)=1+\det J-\mathrm{tr}J=(1+\mu)f''(k^{OUT1})m^{OUT1}$

となる。（仮定１）より，$\det J>0$, $\mathrm{tr}J>0$, $p(1)<0$であるので，２つの特性根をλ_1, λ_2とすると，

$0<\lambda_1<1<\lambda_2$

となり，この定常状態は鞍点である。　□

補論D：（命題４）の証明

第２章の場合と同様，内部貨幣定常状態$k^{IN2}>0$は一意に存在する。（20'）式よりk^{IN2}は，

$$k^{IN2}=\beta\omega(k^{IN2})$$

を満たさなければならない。図A2に示されているように，（仮定１），（仮定２'），（仮定４），（仮定４'），（仮定５）および$\phi(k)>\beta\omega(k)$に注意すれば，$\beta\omega(k)$で表される曲線は$k>0$において45°線と１度

だけ交わる。よって，k^{IN2}は一意に存在する。

定常状態での裁定方程式（21'）式に関して，次の2つのケースが想定される。

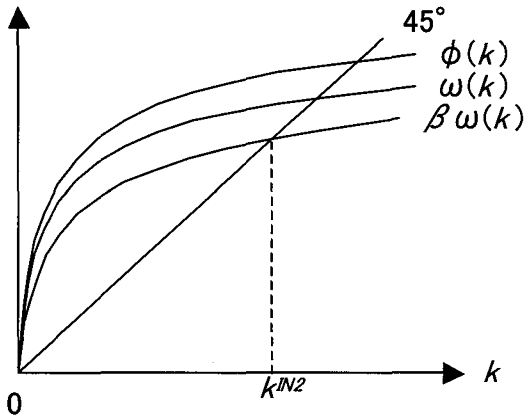
(a)外部効果があまり強くなく実質粗利子率が $\forall k>0$ について減少関数となる場合，すなわち，

$$\frac{d[\varphi(k)f'(k)]}{dk}<0, \text{ for } \forall k>0$$

(b) 外部効果が強くあるk>0について非減少関数となる場合，すなわち，

$$\frac{d[\varphi(k)f'(k)]}{dk}\geq 0, \text{ for } \exists k>0$$

図A２：定常状態（外部効果が存在する場合）



(a)のケースであれば外部効果が存在しない場合と同様，所与のμに対し（21'）式を満たす$k>0$が存在すればそれは一意に存在する。一方，(b)の場合，（21'）式を満たす$k>0$が複数存在する可能性がある（図4参照)。$k^{min}<k^{IN2}$であれば外部貨幣定常状態（k^{OUT2}, m^{OUT2}）が少なくとも1つ存在し，（21'）式を満たす$k>0$のうち，$k<k^{IN2}$であるものがk^{OUT2}となる。　□

補論E：（命題5）の証明

μの変化は外部貨幣定常状態（k^{OUT2}, m^{OUT2}）での資本蓄積を表す（20'）式に影響を与えないが，裁定条件を表す（21'）式には影響を与る。(21'）式を全微分し整理すると（k^{OUT2}, m^{OUT2}）では，

$$\left.\frac{dk}{d\mu}\right|_{k=k^{OUT2}}=-\frac{1}{(1+\mu)^2 d[\varphi(k)f'(k)]/dk|_{k=k^{OUT2}}} \quad \text{(a2)}$$

となる。(a2）式の符合は$d[\varphi(k)f'(k)]/dk|_{k=k^{OUT2}}$に依存し，それが正であれば（a2）式の符合は負となる。　□

補論F：（命題6）の証明

（18'），（19'）式より定常状態（k, m）でのヤコビ行列Jは，

$$J=\begin{pmatrix} \beta\omega'(k) & -1 \\ (1+\mu)\beta\omega'(k)m\dfrac{d[\varphi(k)f'(k)]}{dk} & (1+\mu)\varphi(k)f'(k)-(1+\mu)m\dfrac{d[\varphi(k)f'(k)]}{dk} \end{pmatrix}$$

となる。外部貨幣定常状態（k^{OUT2}, m^{OUT2}）では，

$$\det J=\beta\omega'(k^{OUT2})>0$$

$$\mathrm{tr}J=\beta\omega'(k^{OUT2})+1-(1+\mu)m^{OUT2}\left.\frac{d[\varphi(k)f'(k)]}{dk}\right|_{k=k^{OUT2}}$$

となり，$p(\lambda)=\lambda^2-\mathrm{tr}J\lambda+\det J$を特性方程式（$\lambda$は特性根）とすると，

$$p(1)=1+\det J-\mathrm{tr}J=(1+\mu)m^{OUT2}\left.\frac{d[\varphi(k)f'(k)]}{dk}\right|_{k=k^{OUT2}}>0$$

$$p(-1)=1+\det J+\mathrm{tr}J=2+2\beta\omega'(k^{OUT2})-(1+\mu)m^{OUT2}\left.\frac{d[\varphi(k)f'(k)]}{dk}\right|_{k=k^{OUT2}}$$

となる。$\varDelta$を判別式とすると，

$$\varDelta=\mathrm{tr}J^2-4\det J=\left\{(1+\mu)m^{OUT2}\left.\frac{d[\varphi(k)f'(k)]}{dk}\right|_{k=k^{OUT2}}\right\}^2$$

$$-2[\beta\omega'(k^{OUT2})+1](1+\mu)m^{OUT2}\left.\frac{d[\varphi(k)f'(k)]}{dk}\right|_{k=k^{OUT2}}+[\beta\omega'(k^{OUT2})-1]^2$$

となる。

(i).（命題6）の(c)が満たされる場合

$p(-1)<0$となり，2つの特性根をλ_1，λ_2とすると，

$$\lambda_1<-1,\ \lambda_2\in(-1,0)$$

となる。外部貨幣定常状態は鞍点になり，その定常状態の近傍での動学経路は振動する。

(ii). $0<\left.\dfrac{d[\varphi(k)f'(k)]}{dk}\right|_{k=k^{OUT2}}<\dfrac{2[1+\beta\omega'(k^{OUT2})]}{(1+\mu)m^{OUT2}}$ の場合

$p(-1)>0$となり，さらに，

(ii-1). $\dfrac{[1+\beta\omega'(k^{OUT2})]-2\sqrt{\beta\omega'(k^{OUT2})}}{(1+\mu)m^{OUT2}}<\left.\dfrac{d[\varphi(k)f'(k)]}{dk}\right|_{k=k^{OUT2}}$

$<\dfrac{[1+\beta\omega'(k^{OUT2})]+2\sqrt{\beta\omega'(k^{OUT2})}}{(1+\mu)m^{OUT2}}$ の場合

$\varDelta<0$であり，$\det J$に注意すると$\beta\omega'(k^{OUT2})<(>)1$であれば，

$\mathrm{mod}(\lambda_i)<(>)1(i=1,2)$

となる。外部貨幣定常状態は沈点（湧点）になり，その定常状態の近傍での動学経路は振動する。

(ii-2). $\left.\dfrac{d[\varphi(k)f'(k)]}{dk}\right|_{k=k^{OUT2}} \leq \dfrac{[1+\beta\omega'(k^{OUT2})]-2\sqrt{\beta\omega'(k^{OUT2})}}{(1+\mu)m^{OUT2}}$ の場合

$\varDelta\geq 0$ であり，$\mathrm{tr}J>0$ であることに注意すると $\beta\omega'(k^{OUT2})<(>)1$ であれば,

$\lambda_1, \lambda_2<(>)1$

となる。外部貨幣定常状態は沈点(湧点)になり，その定常状態の近傍での動学経路は単調である。

(ii-3). $\dfrac{[1+\beta\omega'(k^{OUT2})]+2\sqrt{\beta\omega'(k^{OUT2})}}{(1+\mu)m^{OUT2}} \leq \left.\dfrac{d[\varphi(k)f'(k)]}{dk}\right|_{k=k^{OUT2}} < \dfrac{2[1+\beta\omega'(k^{OUT2})]}{(1+\mu)m^{OUT2}}$ の場合

$\varDelta\geq 0$ であり，$\mathrm{tr}J<0$ であることに注意すると $\beta\omega'(k^{OUT2})<(>)1$ であれば,

$\lambda_1, \lambda_2\in(-1, 0)(\lambda_1, \lambda_2<-1)$

となる。外部貨幣定常状態は沈点（湧点）になり，その定常状態の近傍での動学経路は振動する。
(ii-1)，(ii-2)，(ii-3) より，（命題６）の(a), (b)が導かれる。 □

補論Ｇ：（命題７）の証明

定常状態における資本蓄積方程式(20)式は第２章でみてきたように（仮定１），（仮定４）の(b)より，$m(k)$ は kについて強い意味で凹関数になる。定常状態での税の支払条件(33)式に関して，（仮定６）の(a)より $(k, m)=(0, 0)$ を満たし，（仮定６）の(b)より $m(k)$ は kの増加関数になる。（仮定７）を考慮すると(20), (33)式を満たす $k>0, m>0$ となる外部貨幣定常状態 (k^{OUT3}, m^{OUT3}) が少なくとも１つ存在する。 □

補論Ｈ：（命題８）の証明

(20)式に(33)式を代入すると，

$k=\beta w(k)-\tau(1+\mu)f'(k)k$

となり，この式を全微分し整理すると外部貨幣定常状態 (k^{OUT3}, m^{OUT3}) では,

$$\left.\frac{dk}{d\mu}\right|_{k=k^{OUT3}}=\frac{\tau f'(k^{OUT3})k^{OUT3}}{\beta w'(k^{OUT3})-1-\tau(1+\mu)[f''(k^{OUT3})k^{OUT3}+f'(k^{OUT3})]} \tag{a3}$$

となる。

(a3) 式の分子は（仮定１）より正である。分母に関して，$[\beta w'(k^{OUT3})-1]$は⒇式で表される曲線の（k^{OUT3}, m^{OUT3}）における k-m 平面上での傾き，$\tau(1+\mu)[f''(k^{OUT3})k^{OUT3}+f'(k^{OUT3})]$は㉝式で表される曲線の傾きを表す。外部貨幣定常状態が一意に存在することから k-m 平面上，（k^{OUT3}, m^{OUT3}）において㉝式で表される曲線は⒇式で表される曲線を下から交差するため，

$$[\beta w'(k^{OUT3})-1]<\tau(1+\mu)[f''(k^{OUT3})k^{OUT3}+f'(k^{OUT3})]$$

となり（図８参照），(a3) 式の分母は負となる。よって，(a3) 式は負となる。　□

補論Ｉ：（命題９）の証明

動学は㉜式のもと，⒅，㉛式で表される。㉛式より m_{t+1}は k_{t+1}により決まるので，このシステムは再帰的な構造をしており，ヤコビ行列Jは逆行列を持たず det$J$=0 となる。そこで，⒅式より㉛式を考慮し m_tを消去すると，

$$k_{t+1}=\beta w(k_t)-\tau(1+\mu)f'(k_t)k_t \tag{a4}$$

となる。(a4) 式は k に関する１階の差分方程式であり，このシステムの動学は１変数で表すことができる。

外部貨幣定常状態（k^{OUT3}, m^{OUT3}）の近傍における動学を調べるため，(a4) 式を全微分し整理すると（k^{OUT3}, m^{OUT3}）では，

$$\left.\frac{dk_{t+1}}{dk_t}\right|_{k_t=k_{t+1}=k^{OUT3}}=\beta w'(k^{OUT3})-\tau(1+\mu)[f''(k^{OUT3})k^{OUT3}+f'(k^{OUT3})] \tag{a5}$$

となる。

外部貨幣定常状態が一意に存在することから，

$$\beta w'(k^{OUT3})-1<\tau(1+\mu)[f''(k^{OUT3})k^{OUT3}+f'(k^{OUT3})]$$

となり（図８参照），(a5) 式は１より小さい。

（命題９）の(a)が成り立てば，

$$0<\left.\frac{dk_{t+1}}{dk_t}\right|_{k_t=k_{t+1}=k^{OUT3}}<1$$

となり，k_tは振動することなく単調に k^{OUT3}に収束する。k_tは状態変数である一方，m_tは初期値を含め

自由に決まるジャンプ変数であるため，(k^{OUT3}, m^{OUT3}) の近傍における動学は非決定的なものである。

（命題９）の(b), (c)のケースも同様にして導かれる。 □

参考文献

Azariadis, C., 1993, *Intertemporal Macroeconomics*, Oxford: Blackwell Publishers.

Azariadis, C. and B. D. Smith, 1996, "Private Information, Money, and Growth: Indeterminacy, Fluctuations and the Mundell-Tobin Effect.", *Journal of Economic Growth* 1, 309-332.

Barro, R. J., 1997, *Determinants of Economic Growth: A Cross-Country Empirical Study*, Cambridge, MA: MIT Press.（大住圭介，大坂仁訳『経済成長の決定要因：クロス・カントリー実証研究』福岡：九州大学出版会, 2001.）

Boldrin, M., 1992, "Dynamic Externalities, Multiple Equilibria, and Growth.", *Journal of Economic Theory* 58, 198-218.

Bruno, M. and W. Easterly, 1998, "Inflation Crises and Long-Run Growth.", *Journal of Monetary Economics* 41, 3-26.

Bullard, J. and J. W. Keating, 1995, "The Long-Run Relationship between Inflation and Output in Postwar Economies.", *Journal of Monetary Economics* 36, 477-496.

Chari, V. V., L. E. Jones, and R. E. Manuelli, 1996, "Inflation, Growth, and Financial Intermediation.", *Review* 78, Federal Reserve Bank of St. Louis.

Diamond, P. A., 1965, "National Debt in a Neoclassical Growth Model.", *American Economic Review* 55, 1126-1150.

Ferreira, P. C., 1999, "Inflationary Financing of Public Investment and Economic Growth.", *Journal of Economic Dynamics and Control* 23, 539-563.

Fischer, S., 1993, "The Role of Macroeconomic Factors in Growth.", *Journal of Monetary Economics* 32, 485-511.

Galor, O. and H. E. Ryder, 1989, "Existence, Uniqueness, and Stability of Equilibrium in an Overlapping-Generations Model with Productive Capital.", *Journal of Economic Theory* 49, 360-375.

Hahn, F. and R. Solow, 1995, *A Critical Essay on Modern Macroeconomic Theory*, Cambridge, MA: MIT Press.

Mundell, R., 1965, "Growth, Stability and Inflationary Finance.", *Journal of Political Economy* 73, 97-109.

Samuelson, P. A., 1947, *Foundations of Economic Analysis*, Cambridge, MA: Harvard University Press. Enlarged Edition, 1983, Cambridge, MA: Harvard University Press.（佐藤隆三訳『経済分析の基礎：増補版』勁草書房, 1986.）

Shell, K., M. Sidrauski, and J. E. Stiglitz, 1969, "Capital Gains, Income, and Saving.", *Review of Economic Studies* 36, 15-26.

Sidrauski, M., 1967, "Inflation and Economic Growth.", *Journal of Political Economy* 75, 796-810.

Stockman, A. C., 1981, "Anticipated Inflation and the Capital Stock in a Cash-in-Advance Economy.", *Journal of Monetary Economics* 8, 387-393.

Tirole, J., 1985, "Asset Bubbles and Overlapping Generations.", *Econometrica* 53, 1499-1528.

Tobin, J., 1965, "Money and Economic Growth.", *Econometrica* 33, 671-684.

von Thadden, L., 1999, Money, *Inflation, and Capital Formation: An Analysis of the Long Run from the Perspective of Overlapping Generations Models*, Berlin: Springer-Verlag.

Wallace, N., 1980, "The Overlapping Generations Model of Fiat Money.", in: J. Kareken and N. Wallace ed., *Models of Monetary Economies*, Minneapolis: Federal Reserve Bank of Minneapolis, 49-82.

Abstract

This paper studies the possibilities of the existence of the reverse Mundell-Tobin effect in the Diamond version of overlapping generations models. By considering the absence of diminishing returns to capital and modifying the arbitrage conditions that determine the asset holdings in agents' portfolios, that effect could prevail.