

早稲田大学大学院 経済学研究科

博士論文概要書

Dividing Cooperative Surplus: Axiomatic and Non-Cooperative Approaches

協力による余剰の分配問題に対する公理的接近と非協力ゲームによる接近

上條 良夫

Yoshio Kamijo

理論経済学・経済史専攻 数理経済学専修

2008年9月

社会経済で活動する主体にとって最も根源的な問題の一つとは、主体たちが協力を通じて獲得した余剰をどのように彼ら自身に分配するのかというものである。経済活動の中心的主体の一つである企業を例にとれば、一方では企業内部における従業員と企業との利益分担は従業員にとって、そしておそらく経費削減を望む企業経営者にとって主要な関心事である。また他方では、複数企業により実施される共同プロジェクトにおいては、プロジェクトの成果や費用をどのように分担するのかという点への合意を取り付けることが、プロジェクトが実施されるための最大の障壁の一つとなるだろう。

このような余剰の分配問題を、von Neumann and Morgenstern (1953) は、各主体が彼自身によりあるいは彼が他の一部の人たちと協力することにより達成可能である成果にもとづき、分配案をめぐる交渉を行うような戦略的な問題としてとらえたのである。von Neumann and Morgenstern (1953) 以降、余剰分配問題をこのような観点からとらえ、妥当な交渉の結果、つまり配分ルールについて考察するような試みが、協力ゲームの研究者達によりおよそ50年以上も続けられてきており、依然としてそのような研究は活発である。

協力ゲームでは、主体たち全員の協力により得られる成果を分配するルールのことを当該問題に対する解（概念）とよぶ。これまで、様々な解が提案され、分析されてきた。解の研究とは、解の性質を明らかにし、さらに様々な解の関連性を明らかにするような研究である。そのような研究を通じて、各解が妥当であり正当化されうるような環境に対して我々の理解を深めることが可能となる。協力ゲームでは、解を考察する代表的な手法として、二つの接近方法がこれまで考察されてきた。そのうち一つは、解を根源的な性質へと分解していき、そしてそれらを統合するという公理的な接近方法である。協力ゲームの解の理論においては、公理的接近方法では、解の満たすべき複数の性質を取り上げ、それらの性質を満たすような解が当該解以外に存在しない、ということを示す。解の考察するもう一つの接近方法では、解の利得配分を導くような、合理的主体による交渉プロセスを考案することである。交渉の仕組みは、非協力ゲームとして表現されるので、この第二の接近方法を非協力的な接近方法とよぶ。

本稿では、上記の両接近方法により、協力ゲームの解に対する新たな考察を与える。本稿で中心的に扱われる解は、最も代表的な解概念の一つである Shapley value とそれに関連する他の解概念である。その一方で、分析される枠組みは、通常の協力ゲームを包括するようなより一般的な協力構造のある協力ゲーム (a cooperative game with a cooperation structure) である。本稿は、公理的接近に主眼を置いた第一部と非協力的接近による分析を主とする第二部により構成される。各部はそれぞれ複数の章から構成される。二、三、四章が一部であり、五、六、七章が二部である。八章は本稿のまとめである。以下では、各章の内容について概観する。

二章では、Shapley value の新しい公理化が提案される。この公理化は、Shapley value を公理化する性質としてよく知られた Balanced Contributions Property (BC) の要求を弱めた、Balanced Cycle Contributions Property (BCC) という公理を用いて行われる。BCC は、BC の要求する社会に存在する任意の二人において成立するある種の衡平関係ないし緊張関係を、社会を構成する全員の間で成立するような緩やかな衡平関係として描きなおすものである。協力ゲー

ムの解の理論において、BC の要求を BCC へと弱めることの一つの利点は、BCC により Shapley value 以外の解も公理化できる可能性があることである。実際、BC と効率性を満足する解が Shapley value だけであるのに対して、BCC と効率性を満足するような解は無数に存在している。BCC と効率性に追加的な公理を付け加えることにより、Shapley value, 均等解、CIS value などが公理化されることが示される。

三、四章では、提携構造のある協力ゲームにおける、新しい解概念がそれぞれ定義される。二つの新たな解概念は、Shapley value の提携構造のある協力ゲームへの自然な拡張となっており、先行研究において主として考察されている Owen's coalitional value や Aumann-Dreze value とは異なるものである。これらの解に対する、多様な公理化が提案される。

五章では、本稿で分析される非協力的接近の根幹となる、Perez-Castrillo and Wettstein (2001) により考案された Bidding メカニズムの性質が分析される。Bidding メカニズムを準線形な効用関数を持つ主体からなる集会的選択モデルに応用する。その結果、Bidding メカニズムがサブゲーム完全均衡を有するための必要十分条件が明らかにされる。

六章では、Bidding メカニズムを協力構造のある協力ゲームへと応用する。この章では、協力構造のある協力ゲームの新しいクラスとして、社会構造のある協力ゲームが導入される。このクラスは、垂直的な協力関係や水平的な協力関係の両方を許す、より統合されたクラスである。このクラスにおいて定義された重み付きの解概念は、Shapley value, weighted Shapley value, Owen's coalitional value, weighted coalitional value を特殊ケースで含むようなものである。この章で新たに提案されるメカニズムが、重み付き解概念を特性関数がゼロ単調性を満足するときにはいつでも遂行することが示される。この結果は、既存研究よりも Owen's coalitional value などを遂行する範囲が広がっていることを意味する。六章の結果は、

Yoshio Kamijo, "Implementation of weighted values in hierarchical and horizontal cooperation structures," *Mathematical Social Sciences*, 56, 2008, 336-349.

上條良夫, 「Owen の coalitional value の遂行」, 早稲田大学経済学研究, 第 65 号, 2007, 21-39 頁.

に相当する内容である。

七章では、三、四章で考案された提携構造のある協力ゲームに対する新しい解概念を非協力ゲームで遂行するようなメカニズムが紹介される。七章の内容は、

Yoshio Kamijo, "Implementation of the Shapley value of games with coalition structures," *The Waseda Journal of Political Science and Economics* 363, 2006, 105-125. を発展させたものである。