

2013年7月16日

## 博士学位論文本審査報告書

早稲田大学大学院  
経済学研究科長 須賀晃一 殿

主査 須賀晃一（早稲田大学政治経済学術院教授 博士（経済学）（一橋大学））

副査 荻沼 隆（早稲田大学政治経済学術院教授）

副査 和光 純（学習院大学経済学部教授）

学位申請者 陳 雅静（早稲田大学大学院経済学研究科博士後期課程4年  
研究指導 須賀晃一）

学位申請論文 **Axioms for School Choice**

審査委員は上記の学位申請論文について慎重に審査し、かつ、申請者に対する本審査（2013年7月12日）を実施した結果、下記の評価に基づき、同論文が博士学位（経済学）に値すると判定する。

### 記

#### 1. 本論文の構成

本博士学位請求論文は、学校選択の問題を公理的方法により分析している。これまでに提案されてきた学校選択ルールを、いくつかの望ましい性質（公理）を満たすものとして特徴付け、公理に基づいてルール間の比較検討を行っている。

Gale and Shapley(1962)を嚆矢とするマッチング理論の重要な1分野として、学校選択理論は公立学校の定員を満たす学生の割当て方法を、学校が学生に付与する優先度と学生が学校に対して持つ選好に基づいて研究してきた。学校選択では、各学生には1つの学籍が与えられ、各学校に割当てられる学生数はその学校の収容能力（定員）を超えてはならない。形式的には、学校選択問題は5つの構成要素から成る：学生の集合、学校タイプの集合、学校の収容能力ベクトル、学校集合上で定義された学生の選好プロフィールと、学生集合上で定義された学校の優先度プロフィールである。

学校選択メカニズムは、問題ごとに学校と学生のマッチングを見つける体系的方法である。Abdulkadiroglu and Sonmez (2003)による最初の研究以来、経済学者は現実の学生割当てシステムを研究すると同時に、新しいシステムを設計することに、多大の注意を払ってきた。Abdulkadiroglu and Sonmez (2003)で取り上げられているのは3つの有名な学校選択メカニズムである：学生最適安定メカニズム(SOSM)、トップ・トレーディング・サイクル・メカニズム(TTCM)とボストン・メカニズム(BOSM)である。これらのメカニズムは近年経済学者によって積極的に議論されてきており、陳氏の博士学位請求論文の主な研

究対象ともなっている。

第 1 章と第 8 章を除いて、本論は 6 つの章から成る。第 2 章は、本論文の基礎概念に関する議論である。第 3 章、第 4 章では、SOSM を特徴付け、第 5 章、第 6 章では、BOSM を特徴付ける。第 7 章は新しいランダム割当てルールを特徴付ける。このルールはランダムな環境における BOSM の一般化である。

本博士論文の基になっている学術雑誌公刊論文は以下の通りである。

1. Chen, Yajing (2013) "A new Pareto efficient school choice mechanism", *Economics Bulletin*, vol.33, pp.271-277.
2. Chen, Yajing (2013) "Deferred acceptance and serial dictatorship", *Waseda Journal of Political Science and Economics*, No.358, pp.50-55.
3. Chen, Yajing (2013) "When is the Boston mechanism strategy-proof? ", *Mathematical Social Sciences*, *Conditionally accepted*.

本論文の詳細な構成は以下の通りである。

## **1 Introduction**

- 1.1 Background
- 1.2 Methodology
- 1.3 Outline of the Thesis
- 1.4 Explanation of Abbreviation
- 1.5 Explanation of Axioms

## **2 Preliminaries**

- 2.1 Model
- 2.2 Basic Axioms
- 2.3 Mechanisms
  - 2.3.1 Student-optimal Stable Mechanism
  - 2.3.2 Top Trading Cycles Mechanism
  - 2.3.3 The Boston Mechanism
  - 2.3.4 School-optimal Stable Mechanism
  - 2.3.5 Simple Serial Dictatorship
  - 2.3.6 Recursive Boston Mechanism

## **3 Axioms for Deferred Acceptance**

- 3.1 Introduction
- 3.2 Axioms Related to Stability
- 3.3 Weak Consistency
- 3.4 Axioms Related to Monotonicity
- 3.5 Characterizations of the Student-optimal Stable Mechanism
- 3.6 Conclusion

## **4 Deferred Acceptance and Serial Dictatorship**

- 4.1 Introduction

- 4.2 Deferred Acceptance and Serial Dictatorship
- 4.3 Relationship between Acyclicity Conditions
- 4.4 Conclusion

## **5 Axioms for Immediate Acceptance**

- 5.1 Introduction
- 5.2 Related Axioms
- 5.3 Characterizations of the Boston Mechanism
- 5.4 Conclusion

## **6 When is the Boston Mechanism Strategy-proof?**

- 6.1 Introduction
- 6.2 Strategy-proof Boston Mechanism
- 6.3 Discussions on Outside Options
- 6.4 Conclusion

## **7 Axioms for Random Assignment**

- 7.1 Introduction.
  - 7.1.1 Related Literature
- 7.2 The Model.
  - 7.2.1 Axioms
- 7.3 Three Existing Random Assignment Rules
  - 7.3.1 Uniform Assignment Rule
  - 7.3.2 Random Serial Dictatorship
  - 7.3.3 Probabilistic Serial Rule
- 7.4 Two New Axioms
- 7.5 The probabilistic Rank-consumption Rule (PRC Rule)
- 7.6 Characterization of the PRC Rule
- 7.7 Equilibrium Analysis of the PRC Rule
- 7.8 Concluding Remarks

## **8 Conclusion**

### **Bibliography**

## **2. 本論文の内容と学術的貢献**

第1章は序論であり、本博士学位請求論文で扱う問題の適切なサーヴェイと、それに続く各章の内容が簡潔に紹介されている。また、本博士論文で用いる方法論についても併せて述べている。

第2章は、学校選択問題の基本的なモデル、学校選択メカニズムのための基本的な公理と主要な学校選択メカニズムの定義を示している。学生最適安定メカニズム(SOSM)、トップ・トレーディング・サイクル・メカニズム(TTCM)、ボストン・メカニズム(BOSM)、ならびに安定性、耐戦略性、パレート効率性といった公理を導入している。上記のよく知られたメカニズムに加えて、再帰的ボストン・メカニズム(RBM)と呼ぶ新しいメカニズムも紹介している。BOSMと同様、RBMは安定性と耐戦略性を満たさないが、パレート効率性を満たす。さらに、RBMによって誘導される選好表明ゲームのナッ

シュ均衡結果はすべて安定マッチングである。RBM は、陳氏が最初に導入し分析したものであり、この領域における重要な貢献となっている。

第3章では、第1に、安定性・一貫性・単調性と関連づけられた学校選択メカニズムのための新しい公理を提案する。これらの公理は、学校選択以外の問題にも容易に一般化できる。第2に、ゲール＝シャプレー学生提案受入保留アルゴリズムで決定される SOSM の新しい特徴付けを与える。本章の主要な特徴付けの結果は、以下の同値関係によって示される。

学校選択メカニズムは SOSM である

⇔メカニズムは安定的でランク単調的である

⇔メカニズムは非浪費的、強意トップ・ベスト、かつ弱マスクイン単調的である

⇔メカニズムは非浪費的、強意集団合理的、ランク単調的である

⇔メカニズムは非浪費的、相互ベスト、弱整合的、耐戦略的である

⇔メカニズムは非浪費的、相互ベスト、弱整合的、ランク単調的である

⇔メカニズムは非浪費的、相互ベスト、弱整合的、改善尊重的である

このように SOSM に対する独自の公理化が多数示されており、今後の発展に寄与すると期待できる公理も含まれている。安定性・一貫性・単調性のそれぞれを緩和した公理群が示されており、メカニズムの特徴付けに対する考察を進める上で多大な利益をもたらすと判断できる。

第4章では、いかなる条件の下で SOSM は単純なシリアル・ディクテーターシップ(SSD)と同値になるかという問に答えようとする。学校選択問題において割当て非循環的プライオリティ構造は、プライオリティにおける学生順位の不一致が特定の臨界点以下には存在しないことを要求する。臨界点は、学校の最小割当てである。SSD-P によって、学生の順位がどんな学校のプライオリティ順序に対しても決定される SSD を表す。この章の主要な結果によれば、学生の任意の選好プロファイルに対し、プライオリティ構造が割当て非循環性を満たす場合に限り、SOSM と SSD-P は同値である。

このように、SOSM と SSD が同値になるための条件は非常に限定的であることが示された。この数理的分析結果は既存研究にはない、独自性の高いものである。

第5章では、BOSM を特徴付ける。安定性より弱い2つの新しい公理—弱公正性とランク合理性—を新たに分析に導入している。この章の主要な結果は、以下の同値関係としてまとめられる。

学校選択メカニズムはボストン・メカニズム(BOSM)である

⇔学校選択メカニズムは選好ランキングを尊重し、弱公正である

⇔選好ランキングを尊重する学校選択メカニズムは、ランク合理的かつランク単調である

以上のように BOSM の新しく興味深い特徴付けが与えられており、この分野での重要な貢献となっている。

第6章では、制限されたプライオリティ・ドメインの下でボストン・メカニズム(BOSM)を考察し、そのメカニズムが耐戦略性を持つための必要十分条件を明らかにしている。その条件は、「学区内のどの2校をとっても、その2校で学区内の全学生を収容できる」という簡潔な条件である。この条件が必要条件であることは、Kumano(2013)によって示された。一方、陳氏はこの条件が十分条件でもあることを示したし、この条件の下で SOSM と

BOSM が同値になることも示している。本章の主要な結論は、以下の同値関係としてまとめられる。

BOSM は耐戦略的である

⇔BOSM は公正である

⇔SOSM と BOSM は同値である

⇔任意の 2 つの学校における全定員数が学生数を上回る

他の学校選択メカニズムとは異なり、相対的なプライオリティ・ランキングは、BOSM の望ましい特性を回復する際に重要でない。この定理が示すように、耐戦略性と公正性を回復する唯一の方法は、各学校で定員数を増やすことである。それは耐戦略性と公正性を満たす BOSM を実現することの難しさを明らかにしている。

第 7 章では、エージェントの序数的選好に基づいて複数の非分割財を同数のエージェントに割当てて問題を考察する。見かけとは異なり、この章は前の各章と独立ではない。これまでの各章では学校が学生に対して厳密な優先順位を持つと仮定しているのに対し、この章ではすべての学生が同一の優先順位を持つと仮定していると見ればよい。無差別を含め、学校が粗いプライオリティ構造を持つとき、ほとんどすべての決定論的な方法は難解な問題に晒されることになる。公正性を回復させるためにランダム化を行うのは、現実の問題では当り前の方法である。

この章は、最初にランダム割当てルールに対する 2 つの新しい公理、sd(確率優位)ランク公正性と同一ランク無羨望性を提案する。sd ランク公正性は序数的効率性の改良であり、同一ランク無羨望性は同等の者を等しく扱うという原理を改良した概念である。第 2 に、この章では新しいランダム割当てルールを提案する。すなわち、確率ランク消費 (PRC) ルールである。そして、sd ランク公正性と同一ランク無羨望性によって PRC ルールを特徴付ける。最後に、PRC ルールは弱耐戦略性も弱 sd 無羨望性も満たさないが、PRC ルールによって導入される選好表明ゲームにおける通常のナッシュ均衡結果はすべて弱 sd 無羨望的であることが示されている。これらの命題はいずれも独創性の高いものである。

第 8 章では、本博士論文の総括として、明らかになったこと及び本論文の主要な貢献を簡潔にまとめるとともに、残された課題について議論している。

### 3. 予備審査における修正要求への対応

(0) 予備審査における修正要求とはしていなかったが、公開予備審査報告会での議論に基づきタイトルの変更を行った。審査委員会はその変更を適切として承認した。

(1) (2) 学校選択の問題では、そこに含まれる規範的諸側面を理解し整理しておくことが大切であり、いずれが重要かを判断する価値基準を明示することも学校選択メカニズムの特徴付けを行う際の基礎を与える。この種の議論を第 1 章か第 8 章で行って欲しい。

この要求に対しては、第 1 章で 1 ページ以上を追加して学校選択の規範分析に関する議論を、先行研究との関連で行うと同時に、第 8 章でもその重要性に触れている。

(3) 本論文で扱うメカニズムやルール、公理などの定義を与えている章では、基本的な公理だけでなく、複数の章に現れるすべての公理を列挙し、解説することが望まれるとの要求に対しては、関連する 30 の公理を要約するために節を追加して応えている。

(4) 第3章では学生最適安定メカニズム(SOSM)の独自の公理化が複数提示されている。どのような観点から既存の公理化は不十分であり、ここでの公理化により補完されたかに関する議論を加筆すべきであるとの要求に対しては、安定性による特徴付け、プライオリティの限定的定義域における特徴付けのために不十分であることを示して応えている。また、弱い安定性による特徴付け、すべてのプライオリティの定義域に対する特徴付けを与えると同時に、SOSM と他のメカニズムとの差異を見いだすことで既存研究との比較を行っている。

(5) 第4章で示した、SOSM がシリアル・ディクテーターシップ・メカニズム(SSD)と同値になるプライオリティ構造は限定的であるので、SSD や SOSM をどのように評価するかについて議論せよとの要求に対しては、定理 4.1 を書き換え、それらが公正 (安定) メカニズムと同値であることを示すことで応えている。

(6) 第5章ではボストン・メカニズム(BOSM)の公理化を考察しているが、与えられている公理系は BOSM の定義そのものに見えるので、いかなる理由から公理化を試みたのかを明示せよとの要求に対して、まず定理 5.1 が自明でないことを示す補注を書き、安定性より弱い弱安定性を使っていること、BOSM と SOSM 主要な差異は選好ランキングの尊重にあること、陳氏の場合は先行研究と異なり完全プライオリティ・ドメインの下で BOSM を特徴付けていることを示した。さらに、本章の最後に結果の含意を書き加え、定理 5.2 が即時受容アルゴリズムの定義と類似していないこと、安定性より弱いランク合理性を使っていること、すべてのプライオリティに対してプライオリティを所与としない公理のみで BOSM を特徴付けるのは困難であること、ランク合理性による SOSM の特徴付けは未解決問題であることを示している。

(7) (8) 第6章は、BOSM の耐戦略性が容易に崩壊するという不可能性定理を示しているとも取れるし、複数のメカニズムが等しくなる条件を示しているように見えるので、何を明らかにしようとしているのかを明確に説明せよとの要求に対し、定理 6.1 を書き換えるとともに、本章の末尾で結果の含意を示し、なぜ BOSM が広く使われているかについての議論を付加している。すなわち、BOSM は計算上の簡単さから最初の選択肢として強調され広く使われてきたこと、また BOSM の良好な性質を回復することは困難だと主張している。

(9) 第7章では、先ず確率ランク消費(PRC)ルールの公理化が示され、次に PRC ルールは耐戦略性や無羨望性を持たないことが示される。この2つの性質がランダム割当てルールの満たすべき重要な性質を確認するテストであるならば、この否定的結果を導いた公理はランダム割当てルールを考える際に真に重要かを検討する必要があるとの指摘に対し、本章で提案された公理の評価を追記している。耐戦略性が重視されない場合、ランク公正性がルールの評価で重要になることが主張されている。

(10) 定理 7.2 において、報告された選好が真の選好でない場合、報告された選好の下での無羨望性が経済学的意味を持ち得るか検討せよとの要求に対し、新たに定理 7.3 を提示し、 $n$  が 3 以下であれば真の選好は PRC ルールのナッシュ均衡となることを示している。

(11) 本論文では、再帰的ボストン・メカニズムという新しいメカニズムを提案しているので、この分析に注力せよとの要求に対して、第8章で議論を追加している。

(12) いくつか誤植・誤記が見られるので修正せよとの要求に対して、適切に対処しほとんど誤植はないと思われるまで修正を施している。たとえば、第3章の例 3.2 は、トップ合

理性についてのものに書き直されている。

(13) 現実の学校選択の問題にこのような研究がどの程度貢献できるのかについて、コメントを書き加えよとの要求に対して、2つの段落を追加することで応えている。すなわち、この論文が社会計画者にメカニズム評価の新しい基準を提供していること、本論文の結果は、様々な国においてメカニズムの選択に直面する社会計画者に対し、有益な情報の提供を行っていることである。

このように、陳氏は修正要求に対して十分説得的かつ正確に対応し、完成度の高い博士学位請求論文に仕上げた。その学問的貢献は、博士号の名に十分値するものであると判定する。

なお、論文全体では非常に多くの特徴付け定理が示されているが、これは陳氏が「どんな小さいことでも理論的に明確化されていないことは解明する」という態度で研究に臨み、十分な成果を挙げたことの証左である。審査委員はこの点も高く評価した。

以上