複式簿記の代数学的モデルに基づく
キャッシュ・フロー計算書の作成方法

小澤　圭都

要　旨

本稿の目的は複式簿記の代数学的モデルに基づき、キャッシュ・フロー計算書の作成方法を示すことにある。キャッシュ・フロー計算書は企業のキャッシュ獲得能力に関する情報提供機能を担う財務諸表であるが、その作成方法は複雑で誤謬リスクも高いため、作成方法を曖昧さなく記述する簿記研究が期待される。複式簿記の代数学的モデルはそうした期待に応える手段の一つであるが、先行研究においてキャッシュ・フロー計算書の作成方法は知られていない。本稿では仕訳帳を代数学的に表すことでキャッシュ・フロー計算書を作成する方法を構成した。この方法は従来の簿記研究において前提とされてきた貸借対照表および損益計算書に追加情報を付加する方法とは異なるアプローチに基づいており、簿記研究に新たな視点を提供するものである。本稿が示す方法によれば追加情報を準備する必要がないため、決算効率化、誤謬削減、監査負担軽減につながると考えられる。

1. はじめに

本稿の目的はキャッシュ・フロー計算書の作成方法を代数学に基づくモデルを用いて示すことである。キャッシュ・フロー計算書は貸借対照表（以下 BS）および損益計算書（以下 PL）と合わせて財務三表と呼ばれ、特に企業のキャッシュ獲得能力や支払能力に関する情報提供機能を担っている。他方、企業の経理担当者の視点に立つと、キャッシュ・フロー計算書を作成する実務的負担は大きく、誤謬が起こりやすい。実際、金額訂正を目的とした訂正四半期報告書の対象としてキャッシュ・フロー計算書は最多であるとの調査結果もある（日本公認会計士協会近畿会, 2009）。このような実務的課題があるため、経理担当者の理解を促進しキャッシュ・フロー計算書に誤謬を生じさせない明快な作成方法が簿記研究に求められている。本稿が用いる複式簿記の代数学的モデル（以下、簿記代数モデル）はこうした期待に応える可能性を秘めている。

本稿において簿記代数モデルとは、複式簿記の計算構造や会計システムの性質を代数学的に表現したモデルを指すものとする。また代数学的であるとは演算を伴う集合（代数系）を

明示的に扱っていることを意味するものとする。簿記代数モデルは集合と演算によって複式簿記の構造を簡潔に表現することが可能である。簿記代数モデルを用いた研究としては、Ellerman による一連の研究（Ellerman, 1982; 1985; 1986; 2014）や Rambaud et al.（2010）が挙げられる。Ellerman は総勘定元帳における T 勘定図の借方と貸方の合計額を順序対で表し、その集合上に加法と同値関係を定めることで、それが基本的な代数系である群の構造を持つことを示した。Ellerman がパチョーリ群と呼んだこの集合はスカラーの順序対の集まりであったが、Ellerman はこれをベクトルに拡張することで、複数の測定単位を備えた多次元の複式簿記に基づく経済理論を構築した（Ellerman, 1982）。つまり Ellerman は T 勘定図を代数学的に表現することで、多次元への拡張可能性を明らかにしたのである。Ellerman の研究としばしば同時に引用される Rambaud et al.（2010）は、残高試算表および仕訳をベクトルで表現し、その集合が環上の加群となることを示した。彼らがバランス加群と呼んだこの集合は会計システムを代数学的に記述することを可能にし、会計システムに適用される仕訳や残高試算表が不適切なものでないかを検証するアルゴリズムを明らかにしている。つまり複式簿記に基づく会計帳簿を代数学的に表現することで、会計システムの設計や検証に役立つ理論を構築したのである。Warsono は代数学を用いて複式簿記を説明する研究として Ellerman（1985）と Rabaud et al.（2010）を評価しており、現代的な数学を用いたアプローチは明快で学生にも理解しやすいと主張している（Warsono, 2011, p. 7）。これら文献からわかるとおり、簿記代数モデルは、複式簿記の一般化を通じた経済学への応用や会計システムの開発、簿記会計教育に効果的なモデルの提示など、学術的にも実務的にも応用可能な研究対象である。

本稿では、貸借平均の原理を反映させたベクトルによって残高試算表および仕訳をモデル化した Rambaud et al.（2010）の研究を発展させ、キャッシュ・フロー計算書の作成方法を数学的に構成する。彼らは成分の和が 0 となるようなベクトルによって残高試算表および仕訳を表現するとともに、勘定科目の集合の分割を定義することで、資本勘定、資産勘定、そして負債勘定からなる報告書（Reports）が作成されることを示している（ibid., p. 101）。当該報告書は BS における勘定科目区分を数学的に表現したものと推察されるが、BS の具体的な作成方法や残高試算表および仕訳との関連性には言及していない。したがって当該モデルによって財務三表の作成実務を記述できると理解するのは難しく、モデルの有用性を損なう要因になっている。そこで本稿では、彼らのモデルを基礎として、財務三表のうち特にキャッシュ・フロー計算書に重点をおいて、その作成方法を代数学的に構成する。キャッシュ・フロー計算書の作成方法を代数学的に明確化すれば、作成に必要な情報や条件が明らかになるため、誤謬の削減、監査負担の低下につながるというメリットがある。

キャッシュ・フロー計算書の作成方法を簿記代数モデルによって記述することで、従来知られてきた作成方法との差異が明確になる。具体的には、従来キャッシュ・フロー計算書は

BS および PL に追加情報を付加して作成されるとされてきたが、本稿では仕訳帳を用いた方法を代数学的に示している。キャッシュ・フロー計算書の計算構造について岡部（2019, p. 192）は「現在，キャッシュ・フロー計算書は貸借対照表および損益計算書から派生的に作成されるため，独立性を欠くものと認識されている。これは，キャッシュ・フロー計算書が複式簿記システムに基づいて作成されていないことに起因している」と述べており、上野（2020, p. 151）では「キャッシュ・フロー計算書は独立的な計算書であるということができず，貸借対照表および損益計算書に対して従属的な位置づけしか与えられていない」と述べられているなど、BS および PL からキャッシュ・フロー計算書が作成されることが前提となっている。しかしながら本稿が提示したモデルではこれら方法とは異なり、仕訳帳から作成する方法を提示しているため、キャッシュ・フロー計算書の作成方法について従来注目されてこなかったアプローチが適用可能であることを示している。従来の方法において追加情報は会計帳簿とは別個に準備する必要があり、これが決算作業上の負担となっていたが、本稿では会計帳簿の一つである仕訳帳からキャッシュ・フロー計算書の作成方法を構成したため、追加情報の作成を回避でき決算効率化につながる。加えて、本稿が提示する方法は、キャッシュ・フロー計算書を会計帳簿から直接作成する方法（染谷，1999）のように収支に関する追加的な勘定科目の設定を要するものではなく、あくまで通常の複式簿記をモデル化している点にも特徴がある。

本稿の構成は次のとおりである。第 2 節において、簿記代数モデルに関連する主要な先行研究をレビューし、簿記代数モデルが果たす現代的意義について述べる。第 3 節においては Rambaud et al.（2010）で提示された簿記代数モデルについて述べる。第 4 節では当該モデルに基づいてキャッシュ・フロー計算書を作成する方法を代数学的に構成する。第 5 節においては、本稿が提示するキャッシュ・フロー計算書の作成方法の意義について考察する。最後に第 6 節において、本稿が明らかにした内容をまとめ、今後の課題や研究の発展可能性について述べる。

2. 文献レビューと簿記代数モデルの研究意義

本稿が研究手法として採用する簿記代数モデルは、複式簿記がもつ性質、例えば T 勘定図へ貸借記入や貸借平均の原理を代数学的に表現することで、複式簿記の構造を形式的に捉え議論するための道具である。本節では簿記代数モデルに関する研究をレビューし、簿記代数モデルを研究する現代的意義について考察する。

ルカ・パチョーリによる複式簿記に関する最初の文献『スンマ』が数学書として出版されて以降、複式簿記を数学的に扱おうとする研究が登場するのは 19 世紀に入ってからであり、当時の研究の中心は複式簿記において成り立つ各種の会計等式の議論であった（Mattessich,

2006)。我が国においても会計等式とそれに基づく会計構造論が展開されており、例えば資本等式説、貸借対照表等式説、実体・名目 2 勘定説、企業資本等式説、ワルプ説がある（石川，2015，第 14 章)。会計等式に基づく研究と並行して発展的な代数学、具体的には行列を用いる研究も行われ始めた。Mattessich（2006）によれば、会計に初めて行列を導入したのは De Morgan（1846）であり、続いて Rossi（1889）が計算装置の利用を想定した行列による会計行列を研究した[(1)]。その後 Mattessich の研究（Mattessich，1957；1964）を嚆矢として、多くの行列簿記の研究が生まれた。

1980 年代に入るとより抽象的な代数学に基づくモデルが研究されるようになる。複式簿記を抽象代数の枠組みで説明しようとするアプローチは、議論の共通認識として命題を定めそこから演繹的に論理を組み立てる公理的アプローチと似ている。公理から演繹される複式簿記ないし会計システムの性質は数学的に保証される（Sangster, 2018)。

抽象的な代数学を用いた複式簿記の研究として、複式簿記における総勘定元帳の T 勘定図を代数学的にモデル化した Ellerman による一連の研究がある（Ellerman，1982；1985；1986; 2014)。一連の研究では T 勘定図の貸借それぞれの合計額を自然数の順序対とみなし、当該順序対の集合上に演算と同値関係を定めることで、T 勘定図を表す順序対の集合が群の性質を持つことを示している。Ellerman はこれをパチョーリ群と呼び、パチョーリ群による複式簿記のモデル化によって多次元会計を考察した。Renes（2020）はパチョーリ群による簿記代数モデルから BS および PL が作成できることを示し、複式簿記において貸借一致の性質が果たす役割について論じている。

パチョーリ群とは異なる簿記代数モデルとして、Rambaud et al.（2010）が提示したモデルがある。彼らは成分和が 0 となるようなベクトルによって残高試算表および仕訳をモデル化し、これをバランスベクトルと呼んだ。バランスベクトルの集合は環上の加群の性質を持ち、彼らはこれをバランス加群と呼んだことから、本稿では彼らが構築したモデルをバランス加群モデルと呼ぶ。Rambaud et al.（2010）はバランス加群モデルに立脚し、会計システムが 3 つの基本的要素、すなわち勘定科目の集合、取引の集合、残高の集合からなると考え、それらの組として定義される抽象会計システムの数学的性質を考察した。Rambaud et al.（2010）について、Ellerman（2014，p. 500）は最近の文献では数理会計を最もよく扱っていると述べている。また Botafogo（2019，p. 11）は Ellerman（2014）の一部の主張が、Rambaud et al.（2010）においてより厳密に述べられていることを指摘している。以上のように Rambaud et al.（2010）はその数学的厳密性の点で優れており、キャッシュ・フロー計算書の作成方法を代数学的に記述するフレームワークとして有用であることから、本稿はこれに依拠して議論を進める。

---

(1)　磯本（2018）において Rossi（1889）の研究は将棋盤式簿記と呼ばれ行列簿記とは区別されている。

簿記代数モデルを研究する現代的な意義は大きく、とりわけ会計とITの複合的領域において有用であると考えられる。簿記代数モデルは複式簿記の構造を曖昧さなく記述できる点にメリットがあり、ソフトウェアの仕様決定やプログラミングに役立つ。本稿では具体例として、近年注目を集める新しいテクノロジーであるブロックチェーンに基づいて会計システムを構築する場合を考える。ブロックチェーンは会計分野におけるゲームチェンジャーであるとすら言われ（Andersen, 2016)、ブロックチェーンが持つ改ざん困難性などの望ましい性質に基づく新たな会計システムの技術基盤となるポテンシャルを秘めている（Dai and Vasarhelyi, 2017)。簿記代数モデルに基づいて複式簿記の構造を形式的に記述できれば、ブロックチェーンによる新たな会計システムを構築する理論的基礎を与えられる。つまり、簿記代数モデルに基づいて複式簿記の要件を定義しておき、システム開発時にそれを実装することで、複式簿記の種々の性質がブロックチェーン会計システム上でも成り立つことを数学的に保証できるのである(2)。もちろん、仕訳や残高試算表から財務三表が作成できるという複式簿記の性質は広く知られているものの、その計算プロセスは多くの簿記研究の文献で具体例を用いて説明されるに過ぎず、複式簿記の一般的な計算構造をコンピュータ上で表現するための形式的な方法について論じられるケースは少ない。当然ながら既存の会計システムは複式簿記の性質をコンピュータ上で表現することに成功しているわけであるが、ブロックチェーンのような新たなテクノロジーが従来と同じ方法で複式簿記を表現できるとは限らない。実際、現代の会計システムは帳簿組織に膨大な付加的情報を備えているが、同時にそれはデータ容量が大きくなることを意味する。これはデータ容量に制限があるブロックチェーン(3)に基づいて会計システムの開発する場合に、大きな障害となる可能性が高い。そこで複式簿記を抽象的にモデル化し、複式簿記の基本的性質が成り立つ最小限の理論的枠組みを構築しておくことに価値が見出される。さらに、新しいテクノロジーに基づく会計システムの構築にあたってはエンジニアなどの専門人材と協力する必要があるが、彼らにとって複式簿記の用語や規則を理解することは簡単とは言えず（Liu, 2017, p. 12）(4)、簿記会計の知識を習得には相応のコストがかかる。Delloite（2021）によれば、ブロックチェーン技術の応用先であるデジタルアセットについて、その普及を阻む要因として実務家回答者の41％が「人材へのアクセス」を挙げている。ブロックチェーンに基づく会計システムの構築に際しても、

(2) 小澤（2022）はバランス加群モデルに時間の概念を組み込むことで、複式簿記における3つの基本的性質が成り立つことを示した。その基本的性質とは、取引の二面的把握、誘導法による貸借対照表等の作成、そして二重の利益計算である。

(3) ビットコインに代表されるブロックチェーンの活用例においては、しばしばデータ容量の肥大化がパフォーマンス低下を招くことが知られている。これをスケーラビリティ問題といい、技術的な改善方法が模索されている（赤羽・愛敬, 2019)。

(4) Liu（2017）は化学のアナロジーと有向グラフによって複式簿記を説明している。

専門技術と簿記会計の知見を有する人材の発掘という問題が立ち塞がることは想像に難くない。この問題を解決する方法としては技術人材への簿記会計教育を提供することが考えられる。その際には複式簿記の構造を初心者にも理解できるように明確化した上で、複式簿記に基づく会計システムの本質を伝える必要がある（石川，2015，p. 168）。この点、簿記代数モデルが用いる代数学は構造を記述する数学の分野であり、情報科学分野では代数学の活用が一般的であることに鑑みても、簿記代数モデルは技術人材に対して複式簿記の本質を伝えるツールとして役立つと期待される。

3. バランス加群に基づく簿記代数モデル

本稿の内容を自己完結的なものとするため、本節では第 4 節の議論に必要な範囲で Rambaud et al.（2010）のバランス加群モデルについて述べる。彼らは複式簿記をバランス加群という代数学的概念によってモデル化しているが、彼らの研究目的は会計分野における代数学の有用性を示すことにあり（ibid., p. vii）、会計学の考え方と代数学的なモデルの関係について説明が十分でない。よって本稿では会計学的解釈を踏まえてバランス加群モデルを説明する。

3.1 残高試算表の代数学的モデルとしてのバランスベクトル

バランス加群モデルは残高試算表をベクトル表現したバランスベクトルが基本となる。

定義 1　勘定科目を要素とする全順序集合 $A=\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$ を勘定科目集合と呼ぶ。また R を順序整域とし、$i=1, 2, \cdots, n$ とする。各勘定科目 a_i に対して勘定科目残高 $v_i \in R$ が定まっているとき、各 v_i を成分とするベクトル $\boldsymbol{v}=(v_1, v_2, \cdots, v_n)$ で $\sum_{i=1}^{n} v_i = 0$ を満たすものを勘定科目集合 A に伴う R 上の n 次元バランスベクトルという。

定義 1 において勘定科目集合 A が全順序集合であると仮定される理由は、バランスベクトルの各成分がそれぞれどの勘定科目に対応しているのかを明確にするためである。また、勘定科目残高が属する集合を順序整域 R としている理由は、R が勘定科目残高の備えるべき代数学的性質、具体的には加減算ができ数の正負を扱えるという性質をもっているためであり、また後述する環上の加群の理論が利用できるためである。会計学的視点からいえば、考察対象とする会計システムの貨幣測定単位として順序整域 R を仮定している、と述べて差し支えない。以下では順序整域 R を固定して、単に A 上のバランスベクトルと呼ぶ。また、勘定科目集合 A が明らかな場合には、それも省略し単にバランスベクトルと呼ぶ。

定義 1 における $\sum_{i=1}^{n} v_i = 0$ という条件は、複式簿記における貸借平均の原理を表したものである。ベクトルの成分和が 0 であるという条件と貸借平均の原理の関係性について Rambaud et al.（2010, p. 36）は資本等式を例に説明している。本稿ではバランスベクトル

と残高試算表の関係を強調するため、以下のような残高試算表において成り立つ企業資本等式をもとに説明する。

資産	a	負債	l
		資本	e
費用	c	収益	r

ここで $a, l, e, r, c \in R$ は勘定科目残高を表す変数である。残高試算表では企業資本等式 $a + c = l + e + r$ が成り立ち、貸借平均の原理が成立している。企業資本等式は右辺を移項することで $a - l - e - r + c = 0$ と変形できる。さらに、資産・負債・資本・収益・費用という勘定科目の順序を指定することで、$(a, -l, -e, -r, c)\,(1, 1, 1, 1, 1)^T = 0$ という 2 つのベクトルの内積の形で表せる[(5)]。ここで 1 は順序整域 R における乗法の単位元であり、添字 T はベクトルの転置を表す。ベクトル $(a, -l, -e, -r, c)$ は貸借平均の原理から導かれており、勘定科目の順序に従ってその残高が並べられ、成分和が 0 であるという性質を持っている。したがってこれはバランスベクトルの定義を満たし、貸借平均の原理を含意していると解釈できる。Rambaud et al.（2010）はこの考え方を一般化し、n 個の勘定からなる残高試算表を n 次元バランスベクトルによってモデル化したのである。ただし、この考え方においては、複式簿記における勘定科目の意味や勘定科目間の関連性が完全に捨象されていることに留意する必要がある。会計学、特に勘定理論の立場からは、数学的には等価な式であっても、その背後にある会計観や複式簿記の本質観（石川, 2015, p. 244）が異なれば、等式の位置づけや解釈は大きく異なるものとなる。バランス加群モデルはこうした勘定理論的観点を捨象したモデルである点に注意すべきであろう。

3.2　残高試算表の集合としてのバランス加群

バランスベクトルはある一時点における特定の残高試算表に対応するものであるから、仕訳を行う都度変化する残高試算表の総体を代数学的に扱うには、バランスベクトルの集合を考える必要がある。

定義 2　勘定科目集合 A に伴う R 上のバランスベクトルの集合 $\mathrm{Bal}(A, R)$ を、勘定科目集合 A に伴う R 上のバランス加群という。すなわち $\mathrm{Bal}(A, R) = \left\{(v_1, v_2, \cdots, v_{|A|}) \middle| v_i \in R(i = 1, 2, \cdots, |A|), \sum_{i=1}^{|A|} v_i = 0\right\}$ である。ここで $|A|$ は勘定科目集合 A の要素の数を表す。

定義 2 における加群とは環上の加群（module）を意味する。環上の加群はベクトル空間

(5)　Rambaud et al.（2010）は勘定科目残高のベクトルを列ベクトルで表しているが、本稿では紙面節約のため行ベクトルで表す。

の一般化であり、複式簿記の構造を分析するために必要以上の前提を置かないという立場が表れている。バランス加群には加法とスカラー倍が定義され、これは順序整域 R の性質から引き継がれるものである（ibid., p. 33）。

3.3　バランス加群としての仕訳の集合と取引行列

残高試算表に変化を生じさせる仕訳の集合もバランス加群でモデル化できる。ある残高試算表に仕訳を追加すると、残高試算表の貸借が一致する性質を保ちながら、仕訳に現れる勘定科目に対応する金額が残高試算表に加減され、異なる残高試算表が得られる。したがって仕訳は、バランス加群からバランス加群への写像とみなせる。さらに、写像としての仕訳の集合はバランス加群と同型であることが明らかにされている（ibid., p. 52（3.1.1））。つまり残高試算表の集合と仕訳の集合は同一の数学的構造を持つ。以下では残高試算表を表すバランスベクトルを残高ベクトル、仕訳を表すバランスベクトルを取引ベクトルと呼んで区別する。前述の通りバランス加群においては加法が定義されているので、取引ベクトル同士の和は再び取引ベクトルになる。これは複数の仕訳を合算して新たな仕訳を作ることができ、それもまたバランスベクトルで表せるということを意味する。この事実は第4節で重要になる。

取引ベクトルをリスト化すると仕訳帳のモデルが得られる。期中に T 個の仕訳が存在し、勘定科目集合の要素数が n のとき、各取引ベクトルを列方向に並べることで、次のような $T \times n$ 行列 M が定義できる。

$$M = \begin{pmatrix} \boldsymbol{v}(1) \\ \boldsymbol{v}(2) \\ \vdots \\ \boldsymbol{v}(T) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1(1) & v_2(1) & \cdots & v_n(1) \\ v_1(2) & v_2(2) & \cdots & v_n(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_1(T) & v_2(T) & \cdots & v_n(T) \end{pmatrix}$$

行列 M は期中の仕訳を一覧表示したものと解釈できる。これを取引行列と呼ぶ。

3.4　勘定科目集合の分割によるクラス分類

財務三表の作成においては勘定科目をいくつかの異なる性質を持つ勘定科目のクラスに分割することが重要である。例えばBSにおいて「現金」勘定は「流動資産」のクラスに分類され、キャッシュ・フロー計算書において「営業収入」は「営業活動によるキャッシュ・フロー」のクラスに分類される。任意の勘定科目や開示項目がその上位概念である何らかのクラスに属することから、この関係は勘定科目集合上の分割として定義できる。Rambaud et al.（2010）は勘定科目集合上に同値関係を定めることによって勘定科目集合の分割が定義できることを示した（ibid., p. 98）。

4. バランス加群モデルに基づく キャッシュ・フロー計算書の作成方法

本節ではバランス加群モデルに基づき、Rambaud et al.（2010）では明らかにされていなかった財務三表の作成方法を示し、特にキャッシュ・フロー計算書について重点的に述べる。財務三表の作成について数学的に考察した研究として、矢部（2011a; 2011b）と Renes（2020）がある。矢部（2011a）は複式簿記における基本的な等式を用い BS および PL の作成原理について述べており、矢部（2011b）は複式簿記における等式と勘定科目の集合論的定義からキャッシュ・フロー計算書の作成方法を示している。いずれも本稿とは異なり、群や環上の加群といった代数学的概念には依拠していない。Renes（2020）はパチョーリ群に基づく簿記代数モデルによってBSおよびPLの作成に関する命題を得ているが、パチョーリ群は総勘定元帳の T 勘定図を代数学的にモデル化したものであるから、バランス加群モデルとはアプローチが異なるものである。加えてキャッシュ・フロー計算書の作成については触れられていない。筆者の知る限り他の文献においても、簿記代数モデルに基づくキャッシュ・フロー計算書の作成方法は明らかになっていない。

4.1 キャッシュ・フロー計算書の代数学的に作成する方法の前提

本節では一会計期間の損益計算を目的とする複式簿記を想定したバランス加群モデルを前提とする。すなわち、勘定科目集合を $A=\left\{a_{c,1},\cdots,a_{c,n_c},a_{b,1},\cdots,a_{b,n_b}a_{p,1},\cdots,a_{p,n_p}\right\}$ とし、A はBS に関する勘定科目からなる集合（以下、BS 科目集合）$A_b=\left\{a_{c,1},\cdots,a_{c,n_c},a_{b,1},\cdots,a_{b,n_b}\right\}$ と、PL に関する勘定科目からなる集合（以下、PL 科目集合）$A_p=\left\{a_{p,1},\cdots,a_{p,n_p}\right\}$ に分割されると仮定する。つまり $A=A_b\cup A_p$ かつ $A_b\cap A_p=\varnothing$ を仮定する。また、キャッシュ・フロー計算書の作成方法について考察するため、BS科目集合の部分集合としてキャッシュ・フロー計算書に関する勘定科目からなる集合（以下、キャッシュ科目集合） $A_c=\left\{a_{c,1},\cdots,a_{c,n_c}\right\}\subset A_b$ が存在することを仮定する[(6)]。A_c は制度会計における現金および現金同等物に対応する。なお、キャッシュの定義については簿記研究における重要な論点であるものの、本稿が依拠するバランス加群モデルは 3.1 項でも述べた通り、あくまで複式簿記の代数学的な計算構造に注目しているため、勘定科目の定義や意味は捨象している点に留意する必要がある。

キャッシュ・フロー計算書の作成方法については直接法と間接法のそれぞれを考察するが、いずれの方法を採用しても BS および PL の作成方法には影響しない。そこで以下ではまず BS および PL について作成方法を示したのちに、直接法と間接法のそれぞれについてキャッシュ・フロー計算書の作成方法を示す。なお、本稿が提示するモデルは、BS と PL

(6) キャッシュ科目集合の元は BS 科目の元である「現金」勘定や「普通預金」勘定などを指す。

については損益勘定によって連携した貸借一致の会計帳簿組織となっているが、キャッシュ・フロー計算書はあくまでBS科目集合の一部であるャッシュ科目の残高内訳を別途表示しているにすぎない。したがってキャッシュ・フロー計算書の開示項目は勘定科目には含まれず、貸借一致の枠組みから外れることとなる(7)。この性質は通常の複式簿記と同様である。

4.2 貸借対照表と損益計算書の作成方法

期首の残高試算表は次のような、A に伴う残高ベクトル $\boldsymbol{b}^s$ で表されるとする。

$$\boldsymbol{b}^s = \left(u^s_{c,1}, \cdots, u^s_{c,n_c}, u^s_{b,1}, \cdots, u^s_{b,n_b}, u^s_{p,1}, \cdots, u^s_{p,n_p}\right)$$

ここで添字 c, b, p がついたものはそれぞれ、キャッシュ科目、キャッシュ科目を除くBS科目、PL科目の各残高を表す。また期中の仕訳は次のような取引行列で表されるとする。

$$M = \begin{pmatrix} \boldsymbol{v}(1) \\ \boldsymbol{v}(2) \\ \vdots \\ \boldsymbol{v}(T) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{c,1}(1) & \ldots & v_{c,n_c}(1) & v_{b,1}(1) & \ldots & v_{b,n_b}(1) & v_{p,1}(1) & \ldots & v_{p,n_p}(1) \\ v_{c,1}(2) & \cdots & v_{c,n_c}(2) & v_{b,1}(2) & \cdots & v_{b,n_b}(2) & v_{p,1}(2) & \cdots & v_{p,n_p}(2) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{c,1}(T) & \cdots & v_{c,n_c}(T) & v_{b,1}(T) & \cdots & v_{b,n_b}(T) & v_{p,1}(T) & \cdots & v_{p,n_p}(T) \end{pmatrix}$$

仕訳の入力者は仕訳作成時に適切な勘定科目を用いること（つまり各行の適切な列に金額を入力すること）に注意すればよく、その意味では通常の複式簿記と本稿の簿記代数モデルとで変わりはない。残高試算表を表す残高ベクトルは仕訳 $\boldsymbol{v}(1), \boldsymbol{v}(2), \cdots, \boldsymbol{v}(T)$ が足されるたびに各勘定科目残高の金額を変化させ、最終的に期末の残高試算表 $\boldsymbol{b}^e = \left(u^e_{c,1}, \cdots, u^e_{c,n_c}, u^e_{b,1}, \cdots, u^e_{b,n_b}, u^e_{p,1}, \cdots, u^e_{p,n_p}\right)$ となる。したがって $\boldsymbol{b}^e$ は期首残高試算表 $\boldsymbol{b}^s$ と取引行列 M を用いて、

$$\boldsymbol{b}^e = \boldsymbol{b}^s + \vec{1}_T M$$

(7) 複式簿記の中でキャッシュ・フロー計算書（歴史的には収支計算書や資金計算書）を作成する方法について、染谷恭次郎の資金会計に関する研究は強調されるべきである。染谷の一連の研究の中では収支計算書を直接作成する方法が示されており、大別して2種類存在する。一つ目はBSの「現金」勘定の内訳項目を勘定科目として設定する方法（染谷，1955）である。染谷（1961）はこの方法を念頭に、BSおよびPLに収支計算書を含めた3つの財務諸表を複式簿記の枠組みの中で扱う「財務諸表三本の理論」を提示した。二つ目は「現金」勘定を含む資金勘定の相手勘定として収支科目を設定する方法である。染谷（1955）は現預金から運転資本等へと資金概念を拡張し、資金会計組織と損益会計組織を区別することで、BSおよびPLに資金計算書を含めた3つの財務諸表を作成する方法を提示した（染谷，1952; 1999）。これらの研究は石川（2015，第9章）、上野（2020，第6章）、鎌田（2006，第18章）などに受け継がれているが、本稿では現行実務で広く普及している複式簿記をモデル化することに主眼を置くため、キャッシュ・フロー計算書を直接作成する方法については議論の対象としていない。

と計算される。ここで $\vec{1}_T$ は順序整域 R における乗法の単位元 1 を T 個並べた行ベクトルを表す。以上のように一会計期間の期首と期末が定まっているとき、期末の残高試算表はその時点のストック情報のみならず、期首から期末にかけてのフロー情報をも含むため、貸借対照表および損益計算書の作成に用いることができる。

BS は、期末残高試算表から BS 科目集合 A_b に対応する金額のみを抜き出し、PL 勘定科目集合 A_p に対応する残高を合計したベクトル $\boldsymbol{b}^{BS}$ として得られる。

$$\boldsymbol{b}^{BS} = \left(u^e_{c,1}, \cdots, u^e_{c,n_c}, u^e_{b,1}, \cdots, u^e_{b,n_b}, \sum_{i=1}^{n_p} u^e_{p,i} \right)$$

$\boldsymbol{b}^{BS}$ は勘定科目集合 $A_{BS} = \left\{ a_{c,1}, \cdots, a_{c,n_c}, a_{b,1}, \cdots, a_{b,n_b}, a_{earn.} \right\}$ に伴うバランスベクトルであり、新たに追加された $a_{earn.}$ は損益を意味する勘定科目である。このバランスベクトルは A_{BS} の各勘定科目に対して、期末残高試算表の BS 科目金額が対応づけられているため、BS と解釈できる。

PL も同様に、期末残高試算表から PL 科目集合 A_p に対応する残高のみを抜き出し、BS 勘定科目集合 A_b に対応する残高を合計したベクトル $\boldsymbol{b}^{PL}$ として得られる。

$$\boldsymbol{b}^{PL} = \left(u^e_{p,1}, \cdots, u^e_{p,n_p}, \sum_{i=1}^{n_c} u^e_{c,i} + \sum_{j=1}^{n_b} u^e_{b,j} \right)$$

$\boldsymbol{b}^{PL}$ は集合 $A_{PL} = \left\{ a_{p,1}, \cdots, a_{p,n_p}, a_{earn.} \right\}$ に伴うバランスベクトルである。このバランスベクトルは A_{PL} の各勘定科目に対して、期末残高試算表の PL 科目金額が対応づけられているため、PL と解釈できる。

上記の BS および PL は残高試算表に記載される勘定科目で作成されている。3.4 項で述べたように勘定科目集合に適当な同値関係を入れることで、BS 上の開示区分（流動資産や流動負債など）の設定や、PL 上の段階損益の区分（営業利益や経常利益）が可能となる。また、総勘定元帳を経由せず残高試算表から BS および PL を作成しているため、損益勘定残高の利益剰余金への振替は明示的には現れない。一方、上記のように作成された BS および PL はいずれもバランスベクトルであり、2 つのバランスベクトルの成分を合計すると 0 になることが確認できる。

4.3　キャッシュ・フロー計算書の作成方針

本項ではキャッシュ・フロー計算書の作成方法を代数学的に記述する方針を述べる。直接法と間接法のいずれの場合にも、営業・投資・財務の各区分のキャッシュ・フロー金額は、各区分内の内訳金額の和として計算される。また現金および現金同等物の増加額は上記 3 つの区分のキャッシュ・フローの合計額であり、これに期首残高試算表から把握可能な現金お

よび現金同等物期首残高を加えることで、現金および現金同等物期末残高が得られる。したがって、キャッシュ・フロー計算書の作成にあたっては各区分における内訳金額が計算できれば十分である。内訳項目名を CF_k、その金額を v_k^c と表すと、

$$\left(CF_1, v_1^c\right), \left(CF_2, v_2^c\right), \cdots, \left(CF_K, v_K^c\right)$$

という組を作れば、キャッシュ・フロー計算書が作成できることになる。以下ではこの組を作る方法をキャッシュ・フロー計算書の作成方法と考える。なお、間接法によった場合、営業活動によるキャッシュ・フローの区分には BS 科目の増減額もしくは PL 科目を使用することに留意する。以下の図表 1 は、直接法により営業活動によるキャッシュ・フロー区分を作成した場合のキャッシュ・フロー計算書を抜粋したものであり、営業活動によるキャッシュ・フローの内訳と組 (CF_k, v_k^c) の対応関係を示している。

図表 1　直接法によるキャッシュ・フロー計算書の抜粋と (CF_k, v_k^c) の対応関係

営業活動によるキャッシュ・フロー（抜粋）			
営業収入	1,000	⇔	(CF_1, v_1^c), CF_1 = 営業収入，$v_1^c = 1{,}000$
原材料又は商品の仕入支出	−600	⇔	(CF_2, v_2^c), CF_2 = 原材料又は商品の仕入支出，$v_2^c = -600$
人件費支出	−200	⇔	(CF_3, v_3^c), CF_3 = 人件費支出，$v_3^c = -200$

4.4　キャッシュ・フロー計算書の作成にあたっての留意点

キャッシュ・フロー計算書の作成方法を構築するにあたり留意すべき点が 2 つある。第 1 の留意点は、キャッシュ・フロー計算書では勘定科目がそのまま開示に用いられないことである。例えば「定期預金」という BS 科目が勘定科目集合に含まれていても、キャッシュ・フロー計算書においては「定期預金の払戻による収入」や「定期預金の預入による支出」といったキャッシュ・フロー計算書独自の開示項目（以下、CF 項目）が用いられ、これらは勘定科目集合に含まれない。したがって CF 項目は勘定科目集合とは別に定義する必要がある[(8)]。本稿では CF 項目の集合を D_{CF} と表す。

第 2 の留意点は、キャッシュ・フロー計算書が BS および PL と異なり、残高試算表のみからは作成されない点である。すなわち、期首と期末の残高試算表が与えられても、期中のキャッシュ・フローを総額で把握することはできない。例えば「定期預金」勘定の期首と期末の残高試算表の金額がそれぞれ 100 であっても、「定期預金」勘定に係るキャッシュ・フローが 0 であるとは言えない。なぜなら定期預金の払戻と預入による収支が同額発生してい

(8)　上野（2020, p. 153）は CF 項目名が勘定科目名に比して冗長であることを指摘しており、キャッシュ・フロー計算書と BS および PL の作成構造の違いによるものであると述べている。

る可能性があるからである。つまり取引のグロス金額を期首と期末の残高試算表から読み取ることはできない。同様に BS および PL からもキャッシュ・フローのグロス金額は判明しないため、それらを用いてもキャッシュ・フロー計算書の作成は不可能である。この点に対処すべく、多くの文献ではキャッシュ・フロー計算書の作成のために追加情報を用いる。この追加情報は純額表示のキャッシュ・フローを総額で把握できるような情報のことであるが、そのような情報を代数学的に正確に表現するためには、勘定科目間の複雑な関連性を明確に記述する必要があることから困難であり、モデルの簡潔性を損なう可能性もある[(9)]。そこで本稿では追加情報を代数学的に定義するのではなく、重要な会計帳簿の一つである仕訳帳をモデル化した取引行列を用いて、キャッシュ・フロー計算書を作成するプロセスを描く。

4.5　取引行列とキャッシュ・フロー計算書作成上の仮定

キャッシュ・フロー計算書は複数あるキャッシュ科目を現金および現金同等物としてひとまとめにし、現金および現金同等物の期中変動額を開示することが求められる。本稿の設定では勘定科目集合 A に n_c 個のキャッシュ科目 $a_{c,1}$, …, a_{c,n_c} が含まれるが、これらキャッシュ科目の期中変動額をそれぞれ把握する必要はなく、キャッシュ科目の総額についてその要因を把握すれば足りる。そこで以下に示す作成方法では、取引行列Mの各行$\boldsymbol{v}$について、キャッシュ科目集合 $A_c = \left\{a_{c,1}, \cdots, a_{c,n_c}\right\}$ に対応する金額を合計して得られる取引行列

$$\tilde{M} = \begin{pmatrix} \tilde{\boldsymbol{v}}(1) \\ \tilde{\boldsymbol{v}}(2) \\ \vdots \\ \tilde{\boldsymbol{v}}(T) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{v}_c(1) & v_{b,1}(1) & \dots & v_{b,n_b}(1) & v_{p,1}(1) & \dots & v_{p,n_p}(1) \\ \tilde{v}_c(2) & v_{b,1}(2) & \cdots & v_{b,n_b}(2) & v_{p,1}(2) & \cdots & v_{p,n_p}(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{v}_c(T) & v_{b,1}(T) & \cdots & v_{b,n_b}(T) & v_{p,1}(T) & \cdots & v_{p,n_p}(T) \end{pmatrix}$$

を用いる。ここで各 $\tilde{\boldsymbol{v}}$ は $\tilde{A} = \left\{\tilde{a}_c, a_{b,1}, \cdots, a_{b,n_b} a_{p,1}, \cdots, a_{p,n_p}\right\}$（$\tilde{a}_c$ は現金および現金同等物に相当する勘定科目）上のバランスベクトルであり、$\tilde{v}_c = \sum_{i=1}^{n_c} v_{c,i}$ である。つまり $\tilde{M}$は複数あるキャッシュ科目を現金および現金同等物という単一の勘定科目に集約して得られる取引行列である。

$\tilde{M}$の行として表される取引ベクトルにはキャッシュ科目の金額が 0 のものも含まれる。そのような取引ベクトルは非資金取引を表す。例えば（借）売掛金 100（貸）売上 100 という仕訳にキャッシュ科目は現れず、これをバランスベクトルで表すと第 1 成分（キャッシュ科

(9)　矢部（2011b, p. 68）では単位キャッシュフロー対応勘定集合という概念を用いて複数の勘定科目間の関連性を数学的に定義しているものの、そうした定式化によっても「総収入額は別々に求められず、それらの総計としての純収支額が求められる」（同, p. 71）こととなり、キャッシュ・フローが純額でしか把握されない問題は解決されていない。

目の計上額）は0となる。また取引ベクトルには（借）現金100（貸）仮受金100のような、いわゆる仮仕訳も含まれる。当該仕訳にはキャッシュ科目が現れるものの、特定のCF項目とは関連しない。しかし仮勘定の消去仕訳である（借）仮受金100（貸）売上100と合算することで、キャッシュ・フローの実態を表す一つの仕訳となる。本稿において仮仕訳は他の仕訳と合算消去することで一つのキャッシュ・フロー取引として把握できることを仮定する(仮定①)。また、仮仕訳消去後の任意の取引ベクトルについて、それがCF項目の集合 D_{CF} のどの元に対応づけられるかが判断できるという仮定をおく(仮定②)。これら仮定はキャッシュ・フロー計算書の作成実務に鑑みて厳しい仮定ではない。仮定①は決算までに仮仕訳は解消するという一般的な経理実務を形式的に述べたに過ぎないし、仮定②はキャッシュを伴う仕訳について相手勘定を把握したり取引の証憑を確認したりすれば実現可能だからである。4.4項で述べたとおり、この仮定によってキャッシュ・フロー計算書は仕訳帳をもとに作成することが可能となり、追加情報を必要としなくなる。BSおよびPLのほかに追加情報を別途作成する従来の実務と、仕訳帳にどのCF項目が対応づけられるかを把握する実務とでは、後者の方がより簡便かつ誤謬が生じる可能性も低いと思われる。

上記の仮定①および②は、ア）取引行列 $\tilde{M}$ の複数の仕訳を適切に合計することで仮仕訳を消去し、一つのキャッシュ・フロー取引として意味を持たせられるような変換を定める行列 X が定義でき、イ）X によって変換された取引行列 $X\tilde{M}$ の各行から D_{CF} への関数が存在することと解釈できる。これらを代数学的に表すと次のようになる。

仮定①　各列の成分和が1で、各成分が0または1であるような $T' \times T$ 行列 X が存在する。

仮定②　写像 $f\colon \mathrm{Bal}(\tilde{A}, R) \to D_{CF}$ が存在する

仮定①における行列 X を具体的にどう定めるかは、取引行列 $\tilde{M}$ がどう与えられているかに依存するため、このモデルを実際に適用する際に考えるべき問題である。この点に関する補足として、本稿末に付した付録において行列 X をどのように定めるかを例示している。また、上記の例の通り、行列 X は $\tilde{M}$ の複数の行を合計する働きをするが、X の各列の成分和が1で、各成分が0または1であるという条件は、$\tilde{M}$ の各行が2回以上合計されることはなく、またスカラー倍されることもないということを意味する。

4.6　直接法によるキャッシュ・フロー計算書の作成方法

直接法によるキャッシュ・フロー計算書は、仮定①と②のもと取引行列 $\tilde{M}$ の各行をCF項目ごとに集計することによって作成される。CF項目の集合を $D_{CF} = \left\{CF_1, CF_2, \cdots, CF_K, NC\right\}$ とし、D_{CF} は営業・投資・財務の各活動に係るCF項目の集合に分割されるとする。また NC は非資金取引を表す区分とする[(10)]。このとき、仮定①より行列 X が存在して、取引行列 $X\tilde{M}$ の各行として仮仕訳消去後の取引ベクトル $\bar{\boldsymbol{v}}(1), \bar{\boldsymbol{v}}(2), \cdots, \bar{\boldsymbol{v}}(T') \in \mathrm{Bal}(\tilde{A}, R)$ が得られる。これら取引ベクトルは仮定②で定められる写像 $f\colon \mathrm{Bal}(\tilde{A}, R) \to D_{CF}$ によって CF_1, CF_2, $\cdots$,

CF_K, $NC \in D_{CF}$のいずれかに分類される。写像fによって CF 項目 CF_k に対応づけられる取引ベクトルの合計を $\boldsymbol{v}_k^c = \sum_{s:f(\bar{\boldsymbol{v}}(s))=CF_k} \bar{\boldsymbol{v}}(s)(k = 1, 2, \cdots, K)$ とすると、各 $\boldsymbol{v}_k^c$ の第 1 成分はキャッシュ科目の計上額である。これを v_k^c と細字で表すと、CF_k と v_k^c は一対一に対応する。この組は CF 項目とその金額を表すことから、上記方法によってキャッシュ・フロー計算書が作成できる。

4.7　間接法によるキャッシュ・フロー計算書の作成方法

間接法により作成する場合も直接法と同様の方針で構成できるが、営業活動区分の作成方法が大きく異なる。まず、CF 項目の集合を $D'_{CF} = \left\{O, CF'_1, CF'_2, \cdots, CF'_{K'}\right\}$とする。また D'_{CF} の部分集合として、投資活動に係る CF 項目の集合 $D_{CF}^I = \left\{CF'_{I,1}, CF'_{I,2}, \cdots, CF'_{I,K_I}\right\}$ と財務活動に係る CF 項目の集合 $D_{CF}^F = \left\{CF'_{F,1}, CF'_{F,2}, \cdots, CF'_{F,K_F}\right\}$ が定まっているとする。さらに $O \in D'_{CF}$ は非資金取引を含む投資・財務活動以外（以下、営業活動等）の取引を表すものとする。これら定義から、 $D'_{CF} = \left\{O\right\} \cup \left\{CF'_1, CF'_2, \cdots, CF'_{K'}\right\} = \left\{O\right\} \cup D_{CF}^I \cup D_{CF}^F$ という分割が与えられる。直接法と同様、仮定①によって仮仕訳消去後の取引行列 $X\tilde{M}$が得られ、$X\tilde{M}$の各行 $\bar{\boldsymbol{v}}(1)$, $\bar{\boldsymbol{v}}(2)$, ···, $\bar{\boldsymbol{v}}(T')$ は仮定②で与えられる写像fによって D'_{CF} の各元に対応づけられる。

仮仕訳消去後の取引ベクトル $\bar{\boldsymbol{v}}(1)$, $\bar{\boldsymbol{v}}(2)$, ···, $\bar{\boldsymbol{v}}(T')$ のうち、写像fによって D_{CF}^I の元に対応づけられるもの（いわば投資活動に係る取引ベクトル）を

$$\bar{\boldsymbol{v}}^I(1), \bar{\boldsymbol{v}}^I(2), \cdots, \bar{\boldsymbol{v}}^I(S_I)$$

とし、これらの和として得られる取引ベクトル $\bar{\boldsymbol{v}}^{\boldsymbol{I}} = \sum_{s=1}^{S_I} \bar{\boldsymbol{v}}^I(s)$ の第 i 成分を $\bar{v}_i^I$ とする。$\bar{v}_i^I$ は期中の仕訳のうち投資活動に係るものを全て合計した仕訳 $\bar{\boldsymbol{v}}^{\boldsymbol{I}}$ に現れる、第 i 番目の勘定科目の金額を意味する。ここで $\bar{\boldsymbol{v}}^{\boldsymbol{I}}$ の成分のうち PL 科目に対応する金額の和を $\sum_p \bar{v}_i^I$ と表す。同様に、仮仕訳消去後の取引ベクトル $\bar{\boldsymbol{v}}(1)$, $\bar{\boldsymbol{v}}(2)$, ···, $\bar{\boldsymbol{v}}(T')$ のうち、写像fによって D_{CF}^F の元に対応づけられるもの（いわば財務活動に係る取引ベクトル）を

$$\bar{\boldsymbol{v}}^F(1), \bar{\boldsymbol{v}}^F(2), \cdots, \bar{\boldsymbol{v}}^F(S_F)$$

とし、これらの和として得られる取引ベクトル $\bar{\boldsymbol{v}}^{\boldsymbol{F}} = \sum_{s=1}^{S_F} \bar{\boldsymbol{v}}^F(s)$ の第 i 成分を $\bar{v}_i^F$ とする。$\bar{v}_i^F$ は期中の仕訳のうち財務活動に係るものを全て合計した仕訳 $\bar{\boldsymbol{v}}^{\boldsymbol{F}}$ に現れる、第 i 番目の勘定科目の金額を意味する。ここで $\bar{\boldsymbol{v}}^{\boldsymbol{F}}$ の成分のうち PL 科目に対応する金額の和を $\sum_p \bar{v}_i^F$ と表す。さらに、写像fによって O に対応づけられる取引ベクトル（いわば営業活動等に係る取引ベクトル）を

(10)　非資金取引はキャッシュ・フロー計算書の開示項目になり得ないため NC は CF 項目ではないが、数学的取扱いを簡潔にするため、$NC \in D_{CF}$ とする。

$$\bar{\boldsymbol{v}}^O(1), \bar{\boldsymbol{v}}^O(2), \cdots, \bar{\boldsymbol{v}}^O(S_O)$$

とし、これらの和として得られる取引ベクトル $\bar{\boldsymbol{v}}^{\boldsymbol{O}} = \sum_{s=1}^{S_O} \bar{\boldsymbol{v}}^O(s)$ の第 i 成分を $\bar{v}_i^O$ とする。$\bar{v}_i^O$ は期中の仕訳のうち、投資と財務活動に係るもの以外を（非資金取引を含めて）全て合計した仕訳 $\bar{\boldsymbol{v}}^{\boldsymbol{O}}$ に現れる、第 i 番目の勘定科目の金額を意味する。ここで $\bar{\boldsymbol{v}}^{\boldsymbol{O}}$ の各成分のうち、キャッシュ科目について和をとったものを $\sum_c \bar{v}_i^O$ 、キャッシュ科目以外の BS 科目について和をとったものを $\sum_b \bar{v}_i^O$ 、PL 科目について和をとったものを $\sum_p \bar{v}_i^O$ と表すと、取引ベクトルの成分和が 0 であるという性質から、

$$\begin{aligned} &\sum_c \bar{v}_i^O + \sum_b \bar{v}_i^O + \sum_p \bar{v}_i^O = 0 \\ \Leftrightarrow &\sum_c \bar{v}_i^O = -\sum_b \bar{v}_i^O - \sum_p \bar{v}_i^O \end{aligned} \tag{1}$$

が成り立つ。

当期純利益を Z とおくと、Z は仮仕訳消去後の取引ベクトル $\bar{\boldsymbol{v}}(1),\ \bar{\boldsymbol{v}}(2),\ \cdots,\ \bar{\boldsymbol{v}}(T')$ における PL 科目の合計額に等しく、これら取引ベクトルは仮定②により営業活動等、投資、財務のいずれかに分類されることから、

$$\begin{aligned} &Z = \sum_p \bar{v}_i^O + \sum_p \bar{v}_i^I + \sum_p \bar{v}_i^F \\ \Leftrightarrow &\sum_p \bar{v}_i^O = Z - \sum_p \bar{v}_i^I - \sum_p \bar{v}_i^F \end{aligned}$$

が成り立つ。これを（1）式の右辺第 2 項に代入すれば

$$\sum_c \bar{v}_i^O = Z - \sum_b \bar{v}_i^O - \sum_p \bar{v}_i^I - \sum_p \bar{v}_i^F \tag{2}$$

という式を得る。左辺は当期の営業活動等に係る仕訳のうち、キャッシュ科目のみを合計したものであるから、当期の営業活動によるキャッシュ・フローの金額を意味する。右辺第 1 項は当期純利益である。右辺第 2 項は営業活動等に係る仕訳のうち、キャッシュ科目を除く BS 科目を合計したものであるから、当期の営業活動等に係る BS 科目の増減額を意味する。右辺第 3 項および第 4 項は投資・財務活動に係る PL 科目の合計額である。したがって（2）式は、営業活動によるキャッシュ・フローの金額が、当期純利益に営業活動等に係る BS 科目の増減額と投資および財務活動に係る PL 科目の金額を調整したものに等しいことを示している。

間接法によるキャッシュ・フロー計算書の営業活動区分について、（2）式の右辺を勘定科目ごとに分解することで CF 項目とその金額の組が作れる。当期純利益 Z は損益計算書か

ら把握可能であり、$-\sum_b \overline{v}_i^O$ は営業活動等に係るキャッシュ科目以外の BS 科目について和をとったものなので、具体的な勘定科目（例えば売掛金や買掛金）とその金額が把握可能である。$-\sum_p \overline{v}_i^I$ と $-\sum_p \overline{v}_i^F$ についても具体的な勘定科目（例えば固定資産売却益や支払利息）とその金額が把握可能である。したがって営業活動区分において CF 項目とその金額の組が把握される。投資・財務活動区分についても直接法と同じ方法で CF 項目とその金額の組が把握される。以上の方法によりキャッシュ・フロー計算書が作成可能である。

本節で提示した代数学的モデルは具体的な勘定科目や取引金額が変数によって表されているため、実務的な作成方法とは乖離があると感じられるかもしれない。そこで、本稿末の付録において代表的な取引と会計処理を例示し、BS および PL とキャッシュ・フロー計算書が作成できることを確かめている。

5. 複式簿記システムにおけるキャッシュ・フロー計算書の位置づけ

本節では第 4 節で提示したキャッシュ・フロー計算書の作成方法について、従来の作成方法と比較しながら考察を行う。

従来の研究においてキャッシュ・フロー計算書は BS および PL に追加情報を加味して作成するプロセスを提示するものがほとんどであり、それゆえ「貸借対照表および損益計算書に対して従属的な位置づけしか与えられていない」（上野, 2020, p. 151）ものと理解されていた。しかしながら本稿では新たに、仕訳帳と CF 項目の対応関係を仮定することで、仕訳帳からキャッシュ・フロー計算書が作成できることを数学的に示した。仕訳帳に基づくキャッシュ・フロー計算書の作成方法は注目されていないが、キャッシュ・フロー計算書の作成実務を大きく改善する可能性を秘めている。従来の方法では BS および PL とは別に、キャッシュ・フロー計算書を作成するための追加情報を準備する必要があることから、実務上の大きな負担となっていた。追加情報の形式的要件や具体的な作成方法について会計基準等に定めはなく、これまではキャッシュ・フロー計算書の作成担当者の経験に頼って作成されてきたと考えられ、必然的に誤謬が発生する可能性も高いといえる。一方、本稿が提示した方法では、仮仕訳を消去した後の各仕訳に CF 項目を対応づける必要があるとはいえ、追加情報のような特殊な情報を別途準備する必要はない。むしろ CF 項目が適切に対応づけられた仕訳帳さえ作成できれば、本稿で示した作成方法に従うことで、キャッシュ・フロー計算書を自動で作成することすら可能である。キャッシュ・フロー計算書の作成方法が明確であるがゆえに誤謬が生じる余地も小さく、決算効率や監査における検証可能性も高まると期待される。

本稿においてキャッシュ・フロー計算書の作成に用いた取引行列は仕訳帳の代数学的モデルであるから、キャッシュ・フロー計算書は仕訳帳から作成可能であること意味する。主要

な会計帳簿である仕訳帳を用いて作成されるという意味では、キャッシュ・フロー計算書は複式簿記システムを前提として作成されているといえる。他方、BS および PL の作成を前提とした複式簿記の勘定科目に加えて、キャッシュ・フロー計算書独自の開示項目を別途設定する必要があることを踏まえ、本稿のモデルでは勘定科目集合 A とは別に CF 項目の集合 D_{CF} を定めた。つまり BS および PL を作成するための勘定科目の設定範囲を超えて CF 項目を設定する必要があった。先行研究においては「キャッシュ・フロー計算書が複式簿記システムに基づいて作成されていない」(岡部, 2019, p. 192) という主張が見られるが、当該主張における複式簿記システムという言葉が勘定科目の設定範囲を含む表現であるとすれば、当該主張と本稿の仮定は整合しており、キャッシュ・フロー計算書は複式簿記システムに基づいていないといえる。このように、複式簿記システムという言葉の定義をどう捉えるかによって、キャッシュ・フロー計算書が複式簿記システムに基づいて作成されているのか否かの判断は異なるものとなる。その点、本稿のように複式簿記を代数学的なモデルによって表現することで、議論の前提が明示されるため、いかなる前提の違いが結論の差異を生んでいるかが明確になる。

最後に、キャッシュ・フロー計算書を間接法で作成する場合に必要とされる非資金損益項目の調整が本稿の作成方法で明示的に現れない点にも注目したい。このような結論が得られた理由は、本稿において非資金損益項目はその相手勘定となる BS 科目の変動として、営業活動等に係る BS 科目の変動に含められているからである。非資金損益取引はキャッシュ・フローを伴わないため、投資・財務活動による CF 項目に対応づけられず、営業活動等に係る取引ベクトル $\bar{\boldsymbol{v}}^O$ に含められる。非資金損益取引は通常、キャッシュ科目を除く BS 科目と PL 科目とが仕訳の貸借いずれかに現れる。このうち PL 科目は (2) 式において投資および財務活動の PL 科目に置き換わり、BS 科目は営業活動等に係る BS 変動額 $-\sum_b \bar{v}_i^O$ に反映されることになる。したがって本稿のモデルにおいて非資金損益項目の調整は明示的には現れず、営業活動に係る BS 変動 $-\sum_b \bar{v}_i^O$ に含められることになるのである。

6. 結　論

本稿では Rambaud et al. (2010) のバランス加群モデルを発展させ、キャッシュ・フロー計算書を作成する代数学的方法を提示した。簿記代数モデルに関する先行研究においてキャッシュ・フロー計算書を作成する方法は知られていなかったが、本稿では仕訳帳を行列でモデル化し、仮仕訳消去後の期中仕訳からキャッシュ・フロー計算書の開示項目の集合への写像が存在すると仮定することにより、キャッシュ・フロー計算書が仕訳帳から作成できることを示した。これによりキャッシュ・フロー計算書の作成という実用上の観点から、バランス加群モデルが有用であることを示すことができた。

従来、キャッシュ・フロー計算書は BS および PL に追加情報を付加して作成されるものと認識されており、簿記研究においてもそのような作成方法を前提としてキャッシュ・フロー計算書と BS および PL の関連性が論じられてきた。一方、本稿では仕訳帳をベースにキャッシュ・フロー計算書を作成する方法を構成しており、従来の簿記研究とは異なる視点を提供している。本稿が提示した方法によれば、追加情報を用いることなくキャッシュ・フロー計算書を作成できるため、従来の方法に比して作成方法が簡略化される。従来生じていた追加情報の作成に係る実務的負担が回避されるため、決算業務の効率化や誤謬の削減に資すると考えられる。なお、仕訳とキャッシュ・フロー計算書の開示項目が対応づけられるという本稿の仮定は、仕訳に登場する勘定科目や仕訳の根拠となる証憑から実現可能であるため、厳しい仮定ではない。むしろ BS および PL と独立に追加情報を作成する必要がある従来の方法に比して、実務的に簡便であると考えられる。また、本稿が示したキャッシュ・フロー計算書の作成方法は代数学的モデルによって曖昧さなく記述されていることから、実際に作成されたキャッシュ・フロー計算書が本稿の作成方法に沿っているかを確かめることで、監査上の心証を得ることができ、監査負担の低減にもつながると期待される。さらに、本稿の方法を会計システムに実装すればキャッシュ・フロー計算書を自動作成することも可能である。既にそういった機能が備わっている既存の会計システムの内部では本稿が示したような方法でキャッシュ・フロー計算書が作成されている可能性があり、その場合にはブラックボックス化しがちな会計システムの内部の処理をイメージするのにも役立つ。

最後に本稿の課題と展望について述べる。本稿はキャッシュ・フロー計算書の作成方法を代数学的に示すことに焦点を当てたため、4.2 項脚注(7)で述べたキャッシュ・フロー計算書を直接作成する方法に関する一連の研究（染谷, 1952; 1955; 1961; 1999; 石川, 2015; 上野, 2020; 鎌田, 2006）については議論の対象に含めなかった。古くから研究されてきたこれらの直接的作成方法は、本稿が提示した代数学的モデルと同様、キャッシュ・フロー計算書の作成実務を簡略化し誤謬削減にも資すると考えられる。今後の研究によりキャッシュ・フロー計算書の直接的作成方法を簿記代数モデルによって表現し、要求される条件や制約を数学的に明示できれば、本稿で示した方法と比較した際のメリットとデメリットを認識することが可能となる。現行実務において直接的作成方法は広く普及しているとは言い難い状況にあるが、これを簿記代数モデルで表すことで、直接的作成方法の有用性や限界が具体化され実務上の普及につながる可能性もある。さらに、キャッシュ・フロー計算書と損益計算書との構造的同型性（石川, 2015, 第 7 章）を簡潔な数学的命題として表現できる可能性があり、複式簿記の計算構造を従来とは異なる視点で理解することも可能になるだろう。これらは今後の研究課題としたい。

参考文献

Andersen, N. (2016). "Blockchain Technology A game-changer inaccounting?" https://www2.deloitte.com/content/dam/Deloitte/de/Documents/Innovation/Blockchain_A%20game-changer%20in%20accounting.pdf（2022 年 10 月 24 日閲覧）.

Botafogo, F. (2019). "The syntax of the accounting language: a first step." *Accounting Education* 28 (6): pp. 582–596

Dai, J. and M. A. Vasarhelyi. (2017). "Toward Blockchain-Based Accounting and Assurance." *Journal of Information Systems* 31(3): pp. 5–21.

Delloite. (2021). "Deloitte's 2021 Global Blockchain Survey," https://www2.deloitte.com/content/dam/insights/articles/US144337_Blockchain-survey/DI_Blockchain-survey.pdf（2022 年 10 月 24 日閲覧）.

De Morgan, A. (1846). *Elements of arithmetic*, United Kingdom: Walton and Maberly.

Ellerman, D. (1982). *Economics, Accounting, and Property Theory* Lexington Books.

Ellerman, D. (1985). "The mathematics of double entry bookkeeping," *Mathematics Magazine* 58, pp. 226–233.

Ellerman, D. (1986). "Double entry multidimensional accounting," *Omega* 14, pp. 13–22.

Ellerman, D. (2014). "On Double-Entry Bookkeeping: The Mathematical Treatment," *Accounting Education* 23(5) pp. 483–501.

Liu, T. (2017). "Cashlet Theory: Discovering the Nature of Accounting," *Open Journal of Accounting* 06(02) pp. 11–32.

Mattessich, R. (1957). "Towards a General and Axiomatic Foundation of Accountancy with an Introduction to the Matrix Formulation of Accounting Systems," *Journal of Accounting Research*, Vol.8, No.4 pp. 328–355.

Mattessich, R. (1964). *Accounting and Analytical Methods: Measurement and Projection of Income and Wealth in the Micro- and Macro-economy*. R. D. Irwin.

Mattessich, R. (2006). "A Concise History of Analytical Accounting: Examining the Use of Mathematical Notions in Our Discipline." *Spanish Journal of Accounting History* 2 pp. 123–153.

Rambaud, S. C., J. G. Pérez, R. A. Nehmer and D. J. S. Robinson. (2010). *Algebraic Models for Accounting Systems*, World Scientific.

Renes, S. (2020). "When Debit=Credit, The Balance Constraint in Bookkeeping, Its Causes and Consequences for Accounting," https://ssrn.com/aBStract=3624726（2022 年 10 月 24 日閲覧）.

Rossi, G. (1889). *Lo scacchiereanglo-normanno e la scrittura in partita doppia a forma di scacchiera*, Roma: Botta.

Sangster, A. (2018). "Pacioli's Lens: God, Humanism, Euclid, and the Rhetoric of Double Entry." *The Accounting Review* 93(2) pp. 299–314.

Warsono, S. (2011). "Using Mathematics to Answer Correctly the Mechanism of Debit and Credit, to Identify the Basic Limitations of Existing Accounting Standards, and to Suggest the Accounting Development," https://ssrn.com/aBStract=1793682（2022 年 10 月 24 日閲覧）

赤羽喜治・愛敬真生．（2019）．『ブロックチェーン仕組みと理論　増補改訂版』リックテレコム．

石川純治．（2015）．『複式簿記のサイエンス〔増補改訂版〕―簿記とは何であり，何でありうるか―』税務経理協会．

礒本光広．（2018）．『行列簿記の現代的意義―歴史的経緯と構造の視点から―』創成社．

上野清貴．（2020）．『会計構造の深層論理―真の複式簿記システムの探究』中央経済社．

岡部勝成．（2019）．「第 14 章キャッシュ・フロー会計と簿記の計算構造」上野清貴編著『簿記の理論学説と計算構造』中央経済社．

小澤圭都．(2022)．「複式簿記における基本性質の代数学的証明：ブロックチェーンへの応用を念頭に」日本簿記学会第 38 回全国大会自由論題報告.
鎌田信夫．(2006)．『キャッシュ・フロー会計の原理［新版第 2 版]』税務経理協会.
染谷恭次郎．(1952)．「資金運用表について―資金運用表を財務諸表の一つに加えんとする提案―」『會計』第 62 巻第 6 号 pp. 834–848.
――――．(1955)．「簿記の目的―資金計算的職分を簿記の目的に加えんとする提案―」『會計』第 67 巻第 6 号 pp. 44-51。
――――．(1961)．「財務諸表三本化の理論―「もの」の流れと「かね」の流れの会計」『企業会計』第 13 巻第 4 号 pp. 535–540.
――――．(1999)．『キャッシュ・フロー会計論』中央経済社.
日本公認会計士協会近畿会．(2009)．「平成 20 年度監査会計委員会研究報告書　I．訂正四半期報告書の開示分析」http://www.jicpa-knk.ne.jp/entry/download/nenji/data/kansakaikei/h20_quart_p6-p29.pdf (2022 年 10 月 24 日閲覧).
矢部孝太郎．(2011a)．「複式簿記における計算について」大阪商業大学論集第 6 巻第 3 号（通号 159 号）pp. 23–38.
矢部孝太郎．(2011b)．「複式簿記構造上のキャッシュフロー計算原理」大阪商業大学論集第 7 巻第 1 号（通号 161 号）pp. 55–72.

A. 付　録

付録では代表的な取引と会計処理を例示し、それが本稿で提示した簿記代数モデルによってどのように表現されるかを示す。

A.1　試算表と仕訳

期首の残高試算表は以下であった。

現預金	500	買掛金	200
売掛金	400	借入金	350
有価証券	150	減価償却累計額	400
建物	600	資本金	700

期中の取引および仕訳は以下であった。

1．商品を掛けで仕入れた：	(借) 仕入 60	(貸) 買掛金 60
2．商品を現金販売した：	(借) 現預金 100	(貸) 売上 100
3．借入金を一部返済した：	(借) 借入金 50	(貸) 現預金 50

4. 不明な収入があった：	（借）現預金 20	（貸）仮受金 20
5. 売買目的有価証券を売却した：	（借）現預金 60	（貸）有価証券 50
		（貸）有価証券売却益 10
6. 建物の減価償却を実施した：	（借）減価償却費 20	（貸）減価償却累計額 20
7. 借入金利息の未払を計上した：	（借）支払利息 5	（貸）未払利息 5
8. 上記 4. の収入は売掛金の決済であることが判明した：		
	（借）仮受金 20	（貸）売掛金 20

期首の残高試算表に期中の仕訳を反映して得られる期末の残高試算表は以下であった。

現預金	630	買掛金	260
売掛金	380	借入金	300
有価証券	100	未払利息	5
建物	600	減価償却累計額	420
		資本金	700
仕入	60	売上	100
減価償却費	20	有価証券売却益	10
支払利息	5		

A.2　残高ベクトルと取引ベクトル

上記の試算表および仕訳を、勘定科目集合 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_{15}\}$ に伴う整数 $\mathbb{Z}$ 上のバランス加群 Bal(A, $\mathbb{Z}$) としてモデル化する。ここで a_1 ＝現預金, a_2 ＝売掛金, a_3 ＝有価証券, a_4 ＝建物, a_5 ＝買掛金, a_6 ＝借入金, a_7 ＝未払利息, a_8 ＝減価償却累計額, a_9 ＝資本金, a_{10} ＝売上, a_{11} ＝有価証券売却益, a_{12} ＝仕入, a_{13} ＝減価償却費, a_{14} ＝支払利息, a_{15} ＝仮受金と定める。A は BS 科目集合 $A_b=\{a_1,a_2,\cdots,a_9,a_{15}\}$ と PL 科目集合 $A_p=\{a_{10},a_{11},\cdots,a_{14}\}$ に分割されることに注意する。またキャッシュ科目集合は $A_c=\{a_1\}\subset A_b$ である。

期首における試算表は残高ベクトル $\boldsymbol{b}^s=(500, 400, 150, 600, -200, -350, 0, -400, -700, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$ で表される。また、期中の 8 つの仕訳を取引ベクトル $\boldsymbol{v}(1), \boldsymbol{v}(2), \cdots, \boldsymbol{v}(8)$ で表し、これらを縦に並べることで、取引行列 M が以下のように表される。

$$M = \begin{pmatrix} \boldsymbol{v}(1) \\ \boldsymbol{v}(2) \\ \boldsymbol{v}(3) \\ \boldsymbol{v}(4) \\ \boldsymbol{v}(5) \\ \boldsymbol{v}(6) \\ \boldsymbol{v}(7) \\ \boldsymbol{v}(8) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -60 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 60 & 0 & 0 & 0 \\ 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -20 \\ 60 & 0 & -50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & -20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20 \end{pmatrix}$$

本例ではキャッシュ科目集合は a_1 ＝現預金のみからなる集合であるため、4.5 節で導入したキャッシュ科目を集約して得られる取引行列 $\tilde{M}$ は M と一致する。期末における試算表は残高ベクトル $\boldsymbol{b}^e = (630, 380, 100, 600, -260, -300, -5, -420, -700, -100, -10, 60, 20, 5, 0)$ で表される。

A.3　貸借対照表と損益計算書

BS と PL は、$\boldsymbol{b}^e$ の各成分のうち、BS 科目と PL 科目のそれぞれに対応する成分のみを抜き出し、成分和が 0 となるように、損益を意味する勘定科目残高を付け加えたものである。つまり BS を表すバランスは $\boldsymbol{b}^{BS} = (630, 380, 100, 600, -260, -300, -5, -420, -700, -25)$ であり、$\boldsymbol{b}^{PL} = (-100,\ -10,\ 60,\ 20,\ 5,\ 25)$ である。いずれもバランスベクトルであり、最終成分の金額、すなわち損益の金額が貸借（正負）で一致していることに注意する。

A.4　キャッシュ・フロー計算書

本例では間接法に基づきキャッシュ・フロー計算書を作成する。作成にあたり仮仕訳の消去と 3 つの活動区分への分類を行う必要がある。

本例では取引 4 が仮仕訳に該当し、取引 8 でそれを消去・修正している。二つの仕訳を組み合わせることで（借）現預金 20（貸）売掛金 20 という仕訳が得られる。この仕訳は取引行列 M の第 4, 8 行目を合計することによって得られるから、行列

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

を M の左から乗じることにより、仮仕訳を消去した取引行列

$$XM = \begin{pmatrix} \bar{\boldsymbol{v}}(1) \\ \bar{\boldsymbol{v}}(2) \\ \bar{\boldsymbol{v}}(3) \\ \bar{\boldsymbol{v}}(4) \\ \bar{\boldsymbol{v}}(5) \\ \bar{\boldsymbol{v}}(6) \\ \bar{\boldsymbol{v}}(7) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -60 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 60 & 0 & 0 & 0 \\ 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 20 & -20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 60 & 0 & -50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

が得られる。この X の存在を要請しているのが 4.5 項の**仮定①**である。なお、XM の各行の括弧内の数字は A.1 の取引の番号と対応しており、第 4 行目のみ、取引行列 M の第 4,8 行目を合計することによって得られる取引ベクトル $\bar{\boldsymbol{v}}(4) = \boldsymbol{v}(4) + \boldsymbol{v}(8)$ になっている。

仮定②により、取引行列 XM の各行ベクトル（すなわち仮仕訳消去後の期中の取引すべて）に対して、CF 項目の集合 $D'_{CF} = \left\{O, CF'_1, CF'_2\right\}$ の元を対応づける写像 f が存在する。ここで O は非資金取引を含む投資・財務活動以外（営業活動等）の取引を表す CF 項目とし、CF'_1 ＝有価証券の売却収入、CF'_2 ＝借入金の返済支出と定める。投資活動に係る CF 項目の集合は $D^I_{CF} = \left\{CF'_1\right\}$、財務活動に係る CF 項目の集合は $D^F_{CF} = \left\{CF'_2\right\}$ である。取引行列 XM の各行について、A.1 で示した取引の内容と上述の仮仕訳の消去から、取引 1, 2, 4’(4&8), 6, 7 は営業活動等の取引、取引 3 は借入金の返済支出、取引 5 は有価証券の売却収入に該当することがわかる。これを数学的に述べれば、写像 $f\colon \mathrm{Bal}(A, \mathbb{Z}) \to D'_{CF}$ が存在して $f(\bar{\boldsymbol{v}}(1)) = f(\bar{\boldsymbol{v}}(2)) = f(\bar{\boldsymbol{v}}(4)) = f(\bar{\boldsymbol{v}}(6)) = f(\bar{\boldsymbol{v}}(7)) = O$, $f(\bar{\boldsymbol{v}}(3)) = CF'_2$, $f(\bar{\boldsymbol{v}}(5)) = CF'_1$ となる。なお未払利息の計上および減価償却の仕訳を表す $\bar{\boldsymbol{v}}(6)$, $\bar{\boldsymbol{v}}(7)$ は非資金損益項目として営業活動等に含まれることに注意する。

$f(\bar{\boldsymbol{v}}(5)) = CF'_1$ より、$\bar{\boldsymbol{v}}(5)$ で変動する現預金の金額 60 が有価証券の売却収入（投資活動）とわかり、また $f(\bar{\boldsymbol{v}}(3)) = CF'_2$ より、$\bar{\boldsymbol{v}}(3)$ で変動する現預金の金額 –50 が借入金の返済支出（財務活動）とわかる。

営業活動等の取引ベクトルを合計して得られるバランスベクトル $\bar{\boldsymbol{v}}^O = \bar{\boldsymbol{v}}(1) + \bar{\boldsymbol{v}}(2) + \bar{\boldsymbol{v}}(4) + \bar{\boldsymbol{v}}(6) + \bar{\boldsymbol{v}}(7) = (120, -20, 0, 0, -60, 0, -5, -20, 0, -100, 0, 60, 20, 5, 0)$ の第 1 成分（現預金）は 120 であることから、営業活動によるキャッシュ・フローは 120 であるとわかる。その内訳は 4.7 節（2）式右辺を勘定科目ごとに分解すればよい。いま、当期純利益は $\boldsymbol{b}^{PL}$ の最終成分から 25 とわかり、$\bar{\boldsymbol{v}}^O$ の成分のうちキャッシュ科目以外の BS 科目の計上額は第 2 成分（売掛金）が –20、第 5 成分（買掛金）が –60、第 7 成分（未払利息）が –5、第 8 成分（減価償却累計額）が –20、そして投資および財務活動に係る仕訳に現れる PL 科目の金額は $\bar{\boldsymbol{v}}(5)$ で計上される有価証券売却益 10 のみである。これらを整理することで、以下のキャッシュ・フロー計算書が作成できる。

営業活動区分		
当期純利益	($\boldsymbol{b}^{PL}$ より)	25
売掛金の変動額	($\bar{\boldsymbol{v}}^{O}$ の第 2 成分を正負逆に)	20
買掛金の変動額	($\bar{\boldsymbol{v}}^{O}$ の第 5 成分を正負逆に)	60
未払利息の変動額※	($\bar{\boldsymbol{v}}^{O}$ の第 7 成分を正負逆に)	5
減価償却累計額の変動額※	($\bar{\boldsymbol{v}}^{O}$ の第 8 成分を正負逆に)	20
有価証券売却益	(投資・財務に係る取引 PL を控除)	−10
営業活動によるキャッシュ・フロー		120
投資活動区分		
有価証券の売却収入	($\bar{\boldsymbol{v}}(5)$ より)	60
投資活動によるキャッシュ・フロー		60
財務活動区分		
借入金の返済支出	($\bar{\boldsymbol{v}}(3)$ より)	−50
財務活動によるキャッシュ・フロー		−50
現金および現金同等物の増加額		130
現金および現金同等物期首残高	($\boldsymbol{b}^{s}$ より)	500
現金および現金同等物期首残高	($\boldsymbol{b}^{e}$ より)	630

上記キャッシュ・フロー計算書において、営業活動等に係る BS 科目の変動が営業活動区分に含められており、CF 項目として「未払利息の変動額」「減価償却累計額の変動額」が用いられる（上記※参照)。一方実務上は、非資金損益項目を PL 科目（本例では支払利息および減価償却費）によって営業活動区分に掲記する。この取り扱いの違いは単に、非資金損益項目の仕訳（本例では $\bar{\boldsymbol{v}}(6)$, $\bar{\boldsymbol{v}}(7)$）で計上される科目のうち BS 科目を明示するのか PL 科目を明示するのかの違いにすぎない（5 項最終パラグラフ参照)。本例においても未払利息の変動額と支払利息の金額、あるいは減価償却累計額の変動額と減価償却の金額は一致するため、上記キャッシュ・フロー計算書において「未払利息の変動額」「減価償却累計額の変動額」をそれぞれ「支払利息」「減価償却費」に置き換えても差し支えない。